### A. 期望逆序对

time limit per test: 1 second memory limit per test: 256 megabytes

input: standard input output: standard output

有 n 个独立的随机变量,其中  $x_i$  的值是一个从  $[l_i,r_i]$  中随机选取的整数,即对于  $[l_i,r_i]$  中的任何一个整数 j, $x_i=j$  的概率都是  $(r_i-l_i+1)^{-1}$ 。

现在你需要给出一个长度为 n 的排列 p,那么可以得到一个长度为 n 的随机变量序列  $x_{p_1}, x_{p_2}, \ldots, x_{p_n}$ 。你的目标是让结果序列的逆序对个数的期望尽可能少。

求逆序对个数的期望的最小值。

#### Input

第一行输入一个整数  $n(1 \le n \le 5 \times 10^3)$ 。

接下来 n 行每行两个整数  $l_i, r_i (1 \le l_i \le r_i \le 10^9)$ 。

#### **Output**

输出一行一个整数,表示答案对 998244353 取模后的值。假设答案的最简分数表示是  $\frac{x}{y}$ ,你需要输出一个整数 k 满足  $k\times y\equiv x \bmod 998244353$ 。

#### **Example**

input		
3		
1 2		
2 3		
1 3		
output		
332748118		

## B. 密码学

time limit per test: 1 second memory limit per test: 256 megabytes

input: standard input output: standard output

考虑一种加密方式,它需要一个任意长度的原文 m 和秘钥 key,其中要求原文和秘钥只包含大写和小写的英文字符。

首先定义字符之间的加密,用字符 a 去加密字符 b 的结果是:

- 1. 首先把 a 和 b 转成数字 x 和 y。转换的规则是,小写字母 a 到 z 依次对应 0 到 25,大写字母依次对应 26 到 51。
- 2. 计算 x 和 y 的和 z, 对 52 取模, 即计算 (x+y) mod 52。
- 3. 返回数字 z 对应的字符。

现在来讲如何用秘钥 key 来加密原文 m:

- 1. 如果秘钥的 *key* 的长度小于 *m*, 那么不停重复 *key* 直到长度不小于 *m* 为止。举例来说,如果原文 是 *beijing*, 秘钥是 *PKUSAA*, 那么秘钥需要被重复称 *PKUSAAPKUSAA*。
- 2. 假设原文的长度是 n,那么对于每一个 [1,n] 的数字 i,都用 key 的第 i 个字符去加密 m 的第 i 个字符。
- 3. 返回结果。

那么用 PKUSAA 去加密 beijing 的结果就是: QOcbINV。

现在火山哥有 n 个字符串, $s_1$  到  $s_n$ ,他对这些字符串做了 m 次加密操作:第 i 次加密操作用第  $s_{xi}$  去加密  $s_{yi}$ ,并把  $s_{yi}$  替换成加密结果。

现在依次给出 m 次加密操作,以及加密操作结束后每一个字符串的模样,你可以还原出这 n 个字符串原来的模样 吗?

#### Input

第一行输入两个整数  $n, m(1 \le n, m \le 1000)$ 。

接下来 m 行每行输入两个整数  $x_i, y_i$ ,表示依次加密操作,保证  $x_i$  不等于  $y_i$ 。

接下来 n 行每行输入一个字符串,表示加密最后的结果。字符串的长度在 1 到 100 之间,只包含大小写英文字符。

#### **Output**

输出 n 行,每行一个字符串,表示原本的字符串。

#### **Example**

input		
2 1 1 2 PKUSAA QOCDINV		
output		
PKUSAA beijing		

## C. 染色图

time limit per test: 1 second memory limit per test: 256 megabytes

input: standard input output: standard output

定义一张无向图  $G=\langle V,E\rangle$  是 k 可染色的当且仅当存在函数  $f:V\mapsto\{1,2,\ldots,k\}$  满足对于 G 中的任何一条边 (u,v),都有  $f(u)\neq f(v)$ 。

定义函数 g(n,k) 的值为所有包含 n 个点的无自环、无重边的 k 可染色无向图中的边数最大值。举例来说,g(3,1)=0, g(3,2)=2, g(3,3)=3。

现在给出三个整数 n, l, r, 你需要求解:

$$\left(\sum_{i=l}^r g(n,i)
ight) \mod 998244353$$

#### Input

第一行输入一个整数  $T(1 < T < 10^3)$ , 表示数据组数。

对于每组数据,输入三个整数  $n, l, r(1 \le l \le r \le n \le 10^9)$ 。

#### **Output**

对于每组数据,输出一行一个整数表示答案。

#### **Example**

input	
5	
3 1 1	
3 2 2	
5 2 4	
10 3 9	
1000 123 789	
output	
0	
2	
23	
280	
332539617	

# D. 生成树

time limit per test: 4 seconds memory limit per test: 256 megabytes

input: standard input output: standard output

首先给出一些简单的概念:

- 对于一张 无向图  $G = \langle V, E \rangle$ , 树  $T = \langle V, E' \rangle$  是 G 的生成树当且仅当 E' 是 E 的子集。
- 两棵 G 的生成树  $T_1=\langle V,E_1 \rangle, T_2=\langle V,E_2 \rangle$  是不同的当且仅当它们使用的边集不同。
- 集合  $\mathcal{T}(G)$  表示图 G 所有不同的生成树形成的集合。
- 函数 s(G,T) 来衡量树 T 和图 G 的相似度,它的值等于同时出现在 T 和 G 中的边的数量。

现在给出两张 n 个点的无向图  $G_1, G_2$ ,你需要求:

$$\sum_{T \in \mathcal{T}(G_1)} s(G_2,T)$$

#### Input

第一行输入一个整数  $n(1 \le n \le 400)$  表示点数。

接下来 n 行每行一个长度为 n 的 01 串,其中第 i 行第 j 位  $A_{i,j}$  描述  $G_1$  中 i 到 j 是否有一条边。

接下来 n 行每行一个长度为 n 的 01 串,其中第 i 行第 j 位  $B_{i,j}$  描述  $G_2$  中 i 到 j 是否有一条边。

输入保证:

- $\forall 1 \leq i < j \leq n, A_{i,j} = A_{j,i}, B_{i,j} = B_{j,i}$
- $\forall 1 \leq i \leq n, A_{i,i} = B_{i,i} = 0$
- $|\mathcal{T}(G_1)| \mod 998244353 \neq 0$

#### **Output**

输出一行一个整数表示答案,答案可能很大,你只需要输出对998244353取模后的结果。

#### **Example**

out
1 1 0 0 1
1
0
0
1
0
tput

## E. 树与路径

time limit per test: 3 seconds memory limit per test: 256 megabytes

input: standard input output: standard output

在一棵有根树 T 上,任何两点间的最短路径都能够分为两个阶段:

- 1. 从起点出发,沿着向根的方向走若干条边。
- 2. 向着终点,沿着离开根的方向走若干条边。

定义一条路径的权值为向上走的边数乘上向下走的边数。特殊地,当起点等于终点的时候,两阶段的边数都是 0; 当起点是终点的祖先的时候,第一阶段的边数是 0; 当终点是起点的祖先的时候,第二阶段的边数是 0——这三种情况下,路径的权值都是 0。

现在给出一棵 n 个节点的无根树 T 和 m 条路径  $(a_i,b_i)$ 。对于每一个  $r\in [1,n]$ ,你需要计算当 r 是根节点的时候,所有路径的权值和是多少。

#### Input

第一行输入两个整数  $n, m (1 \le n, m \le 3 \times 10^5)$ 。

接下来 n-1 行每行输入两个整数  $u_i, v_i (1 \le u_i, v_i \le n)$ ,表示树上的一条边。

接下来 m 行每行输入两个整数  $a_i, b_i (1 \le a_i, b_i \le n)$ ,表示一条路径。

### **Output**

输出 n 行每行一个整数,第 i 行表示以 i 为根时,所有路径的权值和。

#### **Example**

input		
5 2		
1 2		
1 3		
3 4		
3 5		
2 5		
4 5		
output		
3		
1		
3		
2		
0		

### F. 乘法

time limit per test: 1 second memory limit per test: 256 megabytes

input: standard input output: standard output

给出一个长度为 n 的数列  $A_1,\dots,A_n$  和一个长度为 m 的数列  $B_1,\dots,B_m$ ,可以构造得到一个  $n\times m$  的矩阵 C,其中  $C_{i,j}=A_i\times B_j$ 。

给出整数 K, 你需要求出 C 中第 K 大的数的值。

#### Input

第一行输入三个整数  $n, m, K (1 \le n, m \le 10^5, 1 \le K \le n \times m)$ 。

第二行输入 n 个空格隔开的整数  $A_1, \ldots, A_n (-10^6 \le A_i \le 10^6)$ 。

第三行输入 m 个空格隔开的整数  $B_1, \ldots, B_m (-10^6 \le B_i \le 10^6)$ 。

#### Output

输出一行一个整数,表示矩阵中的第K大的数的值。

#### Example

input
3 3 3
2 3 4
4 5 6
output
18

time limit per test: 1 second

memory limit per test: 256 megabytes

input: standard input output: standard output

给出 n 个点求他们的凸包是一个经典问题,所以出了一道稍微难一点的题。

给出平面上 n 个圆,第 i 个圆的圆心是  $(x_i,y_i)$ ,半径是  $r_i$ 。 定义这 n 个点的凸包为所有满足以下条件的点 P 形成的区域:存在点 A,B 和常数  $\alpha \in [0,1]$  满足 A,B 都在某个圆的内部(所在的圆可以不同)且  $P=\alpha A+(1-\alpha)B$ 。换句话说,这 n 个点的凸包等于这 n 个圆内部的所有点形成的凸包。

现在给出这 n 个圆, 试求这 n 个圆形成的凸包的周长。

#### Input

第一行输入一个整数  $t(1 \le t \le 20)$  表示数据组数。

每组数据的第一行是一个整数  $n(1 \le n \le 100)$  表示圆的个数。

接下来 n 行每行三个整数  $x_i, y_i, r_i (1 < r_i < 10^3, |x_i|, |y_i| < 10^3)$ ,描述了一个圆。

### **Output**

对每组数据输出一行一个实数,表示周长。你的答案会被视为正确当且仅当相对误差或者绝对误差不超过  $10^{-6}$  。

#### **Example**

in	pu	it			
3					
2					
0	0	1			
1	0	1			
4					
0	0	1			
0	1	1			
1	0				
1	1	1			
5					
	0				
	2				
	2				
	0				
1	1	2			
O	utp	out			
8	.28	8318530718			
1		28318530718			
1		28318530718			

## H. 最大公约数

time limit per test: 2 seconds memory limit per test: 256 megabytes

input: standard input output: standard output

有三个人,A, B, C,其中 A 和 B 共享了一个神秘的数字 k,已知  $1 \le k \le n$ 。

现在 A 和 C 说: "k 的值等于 x"。

C 不太信任 A,于是想向 B 确认一下 k 是否真的等于 x。B 虽然不想直接把 k 的值告诉 C,但是 B 允许 C 给出一个正整数 y(注意 y 可以大于 n),然后 B 会回答  $\gcd(k,y)$ 。

现在给出 k,n,你需要帮助 C 决定这样的 y 的取值,使得 C 一定可以通过 B 的回答来判断 A 有没有撒谎。如果这样的 y 有多个,你需要输出最小的那个。

#### Input

输入第一行是一个整数  $T(1 \le T \le 50)$ 。

对于每组数据,输入一行两个整数  $n, k(1 \le k \le n \le 500)$ 。

#### **Output**

对于每组数据、输出一行一个整数、表示答案。如果满足条件的 y 不存在、则输出 -1。

#### **Example**

input	
3	
10 1	
10 4	
10 7	
output	
210	
8	
7	

## I. K 小数查询

time limit per test: 3 seconds memory limit per test: 512 megabytes

input: standard input output: standard output

热爱学习刻苦奋斗的九条可怜最近做了很多数据结构题,接触到了 K 小数查询这一系列的问题以及线段树的重磅打击这一套理论,她觉得这两样东西都很厉害,所以想要出一道题。

给出一个长度为 n 的数列 A,接下来有 m 次操作,操作有两种:

- 1 l r x,表示对  $i \in [l, r]$ ,令  $A_i = \min(A_i, x)$
- 2 *l r k*,表示询问区间 [*l*,*r*] 中第 *k* 小的数。

这个问题对可怜来说有点难, 你能帮帮她吗。

#### Input

第一行输入两个整数  $n, m(1 \le n, m \le 8 \times 10^4)$ 。

接下来一行 n 个整数描述数组  $A(1 \le A_i \le n)$ 。

接下来 m 行每行描述一个操作,操作格式与题面中相同,保证  $1 \le l \le r \le n, 1 \le k \le r - l + 1, 1 \le x \le 10^9$ 。

#### **Output**

对于每组询问,输出一个整数表示答案。

#### **Example**

3 5		
1 2 3	3	
2 1 3	3 2	
1 3 3	3 1	
2 1 3	3 2	
1 1 2	2 3	
2 1 3	3 2	
output	out	
2		
1		
1		

### J. 德州扑克

time limit per test: 6 seconds memory limit per test: 256 megabytes

input: standard input output: standard output

最近沉迷德州扑克,于是就出了一道有关德州扑克的题。

一副去掉大小王的扑克牌包含 13 种不同的数值: 2,3,4,5,6,7,8,9,T,J,Q,K,A,它们的大小从左到右依次递增。扑克牌中有四种不同的花色,用 0,1,2,3 表示,每一种花色都有 13 张牌,分别对应每一种数值。在德州扑克中,我们只需要考虑这 52 张牌。

- 一副手牌包含 5 张扑克牌, 他们可能会形成若干种牌型, 按照从大到小的顺序依次为:
  - 1. 同花顺: 花色相同的顺子(顺子的定义见下方),例如同花色的 T, J, Q, K, A。
  - 2. 四条:存在四张大小相同的牌,例如任意花色的T, T, T, T, 2。
  - 3. 葫芦:有三张牌大小相同,另外两张牌大小相同,例如任意花色的 T, T, T, J, J。
  - 4. 同花: 五张牌花色相同, 例如同花色的 7, J, Q, K, A。
  - 5. 顺子: 五张牌大小连续,例如任意花色的 2,3,4,5,6,T,J,Q,K,A。特殊地,A,2,3,4,5 也是一个顺子(但是 K,A,2,3,4 不是)。因此一共有 10 种不同数值的顺子,它们的第一张牌分别是A,2,3,4,5,6,7,8,9,T。
  - 6. 三条:存在三张大小相同的牌,例如任意花色的T, T, T, J, Q。
  - 7. 两对:存在两个大小不同的对子(一个对子是两张大小一样的牌),例如任意花色的 T,T,Q,Q,K
  - 8. 对子:存在两张大小相同的牌,例如任意花色的T,T,J,Q,K。
  - 9. 高牌: 不满足以上任何一个牌型的手牌都是高牌。
- 一副手牌可能同时满足很多个不同的牌型,这个时候我们会把最大的那个牌型作为这幅手牌的牌型。

我们可以通过如下方式来比较两幅手牌的大小:

• 如果两幅手牌牌型不同,那么牌型较大的手牌更大。

- 如果两幅手牌都是顺子或者都是同花顺,那么按照顺子第一张牌的大小排序,从小到大分别为A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, T,即 A, 2, 3, 4, 5 是最小的顺子,T, J, Q, K, A 是最大的顺子。
- 否则,我们按照(出现次数,数值)的双关键字从大到小把这五张牌排序,例如 K,K,T,T,T 排序后就是 T,T,K,K; 2,T,T,K,A 排序后是 T,T,A,K,2。
- 比较两幅牌的字典序。

注意,牌的花色只影响第一步比较牌型,并不影响后面两步的比大小。

#### 下面是一些例子:

- 相同花色的 5, 6, 7, 8, 9 大于相同花色的 *A*, 2, 3, 4, 5。
- 相同花色的 A, 2, 3, 4, 5 大于相同花色的 2, 4, 5, 6, 7。
- 任意花色的 3, 3, 8, 8, *K* 大于任意花色的 5, 5, 7, 7, *A*。
- 任意花色的 Q, Q, Q, T, T 大于任意花色的 J, J, J, A, A。

在德州扑克中,一个人的场面包含 7 张扑克牌,这 7 张牌可以形成  $\binom{7}{5}$  种不同的手牌,而这个人场面的大小等于这些手牌中最大的那一个。

#### 现在两个人单挑:

- 首先这两个人分别从一副(去掉大小王)的扑克牌中抽了2张牌。
- 剩下的 48 张牌被完全均匀地打乱(即 48! 种顺序等概率出现)。
- 最前面的 5 张牌公开被公开。
- 每个人的场面由自己的 2 张牌加上公开的 5 张牌组成,两个人场面较大的那一方赢。

注意平局是可能发生的,例如两个人的手牌分别是花色 0 的 2,3 和花色 1 的 2,3,公共牌是花色 2 的 T,J,Q,K,A,那么两个人的场面都是 T,J,Q,K,A 的同花顺,因此大小相同。

现在给出两个人的初始手牌、你需要计算两个人每个人获胜的概率以及平局的概率。

#### Input

第一行输入一个整数  $T(1 \le T \le 10)$  表示数据组数。

对于每组数据,输入包括四行,其中每行包含两个整数  $c_i, w_i(c_i \in \{0,1,2,3\}, w_i \in \{2,3,4,5,6,7,8,9,T,J,Q,K,A\})$ ,描述了一张牌。其中前两张是第一个人的手牌,后两张是第二个人的手牌。

输入保证这四张牌两两不同。

#### Output

对于每组数据输出三行,分别表示第一个人获胜的概率,平局的概率和第二个人获胜的概率。概率以最简分数的形式输出:例如 0.5 就输出 1/2; 0 就输出 0/1; 0.999 就输出 999/1000。

#### Example

2	2
3	2
0	A
1	Q
2	K
2	J

### output

18605/856152 409471/428076 18605/856152 8917/428076 205121/214038 8917/428076 1000357/1712304 1891/428076 704383/1712304