

2022 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“全国大学生数学建模竞赛论文格式规范”)

B 题 无人机遂行编队飞行中的纯方位无源定位

无人机集群在遂行编队飞行时，为避免外界干扰，应尽可能保持电磁静默，少向外发射电磁波信号。为保持编队队形，拟采用**纯方位无源定位**的方法调整无人机的位置，即由编队中某几架无人机发射信号、其余无人机被动接收信号，从中提取出**方向信息**进行定位，来调整无人机的位置。编队中每架无人机均有固定编号，且在编队中与其他无人机的**相对位置关系**保持不变。接收信号的无人机所接收到的方向信息约定为：该无人机**与任意两架**发射信号无人机连线之间的夹角（如图 1 所示）。例如：编号为 FY01、FY02 及 FY03 的无人机发射信号，编号为 FY04 的无人机接收到的方向信息是 α_1 ， α_2 和 α_3 。

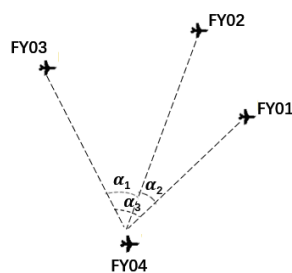


图 1 无人机接收到的方向信息示意图

请建立数学模型，解决以下问题：

问题 1 编队由 10 架无人机组成，形成圆形编队，其中 9 架无人机（编号 FY01~FY09）均匀分布在某一圆周上，另 1 架无人机（编号 FY00）位于圆心（见图 2）。无人机基于自身感知的高度信息，均保持在同一个高度上飞行。

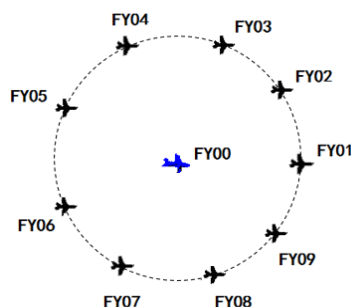


图 2 圆形无人机编队示意图

(1) 位于圆心的无人机（FY00）和编队中另 2 架无人机发射信号，其余位置略有偏差的无人机被动接收信号。当发射信号的无人机位置无偏差且编号已知时，建立被动接收信号无人机的定位模型。

(2) 某位置略有偏差的无人机接收到编号为 FY00 和 FY01 的无人机发射的信号，另接收到编队中若干编号未知的无人机发射的信号。若发射信号的无人机位置无偏差，除 FY00 和 FY01 外，还需要几架无人机发射信号，才能实现无人机的有效定位？

(3) 按编队要求，1 架无人机位于圆心，另 9 架无人机均匀分布在半径为 100 m 的圆周上。当初始时刻无人机的位置略有偏差时，请给出合理的无人机位置调整方案，即通过多次调整，每次选择编号为 FY00 的无人机和圆周上最多 3 架无人机遂行发射信号，其余无人机根据接收到的方向信息，调整到理想位置（每次调整的时间忽略不计），使得 9 架无人机最终均匀分布在某个圆周上。利用表 1 给出的数据，仅根据接收到的方向信息来调整无人机的位置，请给出具体的调整方案。

表 1 无人机的初始位置

无人机编号	极坐标 (m,°)
0	(0,0)
1	(100,0)
2	(98,40.10)
3	(112,80.21)
4	(105,119.75)
5	(98,159.86)
6	(112,199.96)
7	(105,240.07)
8	(98,280.17)
9	(112,320.28)

问题 2 实际飞行中，无人机集群也可以是其他编队队形，例如锥形编队队形（见图 3，直线上相邻两架无人机的间距相等，如 50 m）。仍考虑纯方位无源定位的情形，设计无人机位置调整方案。

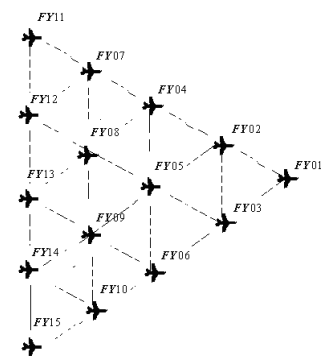


图 3 锥形无人机编队示意图