

# NAIST 数学出題問題集

2019 年以降の出題問題のまとめ

最終更新日：2025 年 7 月 23 日

## はじめに

このドキュメントは、奈良先端科学技術大学院大学（NAIST）の数学入試において、2019 年以降に出題された問題を整理したものです。一部の情報は、先輩方が note 等で公開してくださっている資料を参考にしています。

## 線形代数

### 2019 年

公開問題なし。

### 2020 年

問題 1 (<https://kuroneko1259.hatenablog.com/entry/2019/07/19/140502>)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

1. 固有値、固有ベクトルを求めよ。
2. 対角化せよ。
3.  $A^n$  を求めよ。

### 2021 年

#### 問題 1

3つのベクトルが与えられ、それらが線形従属であることを示す問題。

#### 問題 1

正方行列  $A, B$  が与えられたとき、積  $AB$  と  $BA$  のトレース（対角成分の和）に関する問題。

### 2022 年

#### 問題 1

正定値行列に関する問題（小問 2 個）。

#### 問題 2

3 次正方行列の階数に関する問題。

#### 問題 3

LU 分解に関する証明問題。

**問題 4**

相似の証明問題。

**問題 5**

$$A = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.4 \\ 0.6 & 0.8 \end{pmatrix}$$

上記の行列の固有値と固有ベクトルを求めよ。また、この行列を  $\infty$  乗した行列を求めよ。

**問題 6**

直交基底に関する問題。

**2023 年****問題 1**

ジョルダン標準形の問題。

**問題 2**

$T$  は線形写像であり、 $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  とする。

$$T\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad T\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

のとき、以下の 2 つのベクトルについて  $T(\mathbf{v})$  はどう変換されるか。

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

(本番では 4 つのベクトルが出題されました)

**問題 3**

変換が 6 つ出され、それぞれが線形変換であるかどうかを示す問題。

**問題 4**

固有値ベクトルを求める問題。

**問題 5**

以下の変換で線形でないものはどれか。入力  $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$  である。

(a)  $T(\mathbf{v}) = (v_2, v_1)$

(b)  $T(\mathbf{v}) = (v_1, v_2)$

(c)  $T(\mathbf{v}) = (0, v_1)$

(d)  $T(\mathbf{v}) = (0, 1)$

(e)  $T(\mathbf{v}) = v_1 - v_2$

(f)  $T(\mathbf{v}) = v_1 v_2$

## 2024 年

### 問題 1

次の行列を対角化する直交行列  $U$  を求めよ。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

### 問題 2

グラムシュミットの直行化問題。

## 2025 年

### 問題 1

ある直線の式が与えられ、ある点からその直線に垂線を下ろしたときの交点座標を求める問題。

### 問題 2

正定値行列の問題 → Rank を求める問題

### 問題 3

$2 \times 2$  の行列を余因子展開する問題。

## 解析入門

## 2019 年

公開問題なし。

## 2020 年

### 問題 1

$$\int_1^\infty e^{-\alpha x} (\log x)^2 dx \quad \text{ただし } \alpha > 1$$

1.  $t = \log x$  において置換せよ。
2. 積分値を求めよ。

## 2021 年

### 問題 1

三角関数の絶対値の積分をする問題。

### 問題 2

三角関数のグラフが囲む面積を求める問題。

**問題 3**

$n^3 e^{-n}$  の無限級数に関する問題。

**2022 年****問題 1**

ガウス積分に関する問題（小問 2 個）。

**問題 2**

3 倍角の公式に関する問題。

**問題 3**

三角関数における接線の方程式を求める問題。

**問題 4**

三角関数の和積公式の証明問題。

**問題 5**

次の不定積分を求めよ。

$$\int (\log x)^3 dx$$

**問題 6**

曲線の式が与えられて、図示する問題。

**2023 年****問題 1**

$n \in \mathbb{N}$  として、

$$\frac{1}{n+1} < \log \left( 1 + \frac{1}{n} \right) < \frac{1}{n}$$

を面積に注目して証明せよ。

**問題 2**

非常に簡単な微分計算をし、増減表を書いて最小値を求める問題。

**問題 3**

三角関数の積和公式の証明。

**問題 4**

次の定積分の値を求めよ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx$$

**2024 年****問題 1**

次の定積分を求めよ。

$$\int_e^{e^2} \frac{\log x}{x} dx$$

**問題 2**

次の不定積分を求めよ。

$$\int \frac{x}{x+1} dx$$

**2025 年****問題 1**

極座標方程式を xy 座標に変換する問題

**問題 2**

正方形の面積がある条件の時に直方体の体積を最大化する問題