

## 高 1D 第 3 週宿題解答

(1)

$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

なので

$$|\overrightarrow{OA}|^2 = 48, |\overrightarrow{OB}|^2 = 57, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 12$$

となる。したがって

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \sqrt{|\overrightarrow{OA}|^2 |\overrightarrow{OB}|^2 - (\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB})^2} = \boxed{18\sqrt{2}}$$

である。

(2)

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$$

とおくと、 $\vec{n}$  は  $\overrightarrow{OA}$  および  $\overrightarrow{OB}$  と垂直だから

$$4p + 4q + 4r = 0,$$

$$7p - 2q - 2r = 0$$

が成立する。これを  $p, q$  について解くと

$$p = 0, q = -r$$

となる。したがって

$$\vec{n} = r \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

だが、長さが 1 になるように  $r$  を決めると

$$r = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

となる。よって  $\vec{n}$  としては

$$\pm \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

がとれる (どちらでも正解)。以下では

$$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

であるとする。

(3)

$$\overrightarrow{CO} = \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

の  $\vec{n}$  方向への正射影が  $\overrightarrow{CH}$  なので、

$$(\overrightarrow{CH} \text{の符号付長さ}) = \overrightarrow{CO} \cdot \vec{n} = -3\sqrt{2}$$

である。したがって CH の長さは  $\boxed{3\sqrt{2}}$  である。

(4)

$$\frac{1}{3} \times 18\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = \boxed{36}$$