庄逸的数学与技术屋

旧文重发•洛必达证明极限

Vortexer99

目录

1	1 问题	2
2	2. 证明	2

1 问题

己知 f 在 $(a,+\infty)$ 上可导,且 $\lim_{x\to+\infty}f(x)+f'(x)=b$ (有限或为无穷),求证 $\lim_{x\to+\infty}f(x)=b$

2 证明

如果有

$$\lim_{x \to +\infty} e^x f(x) = \infty \tag{1}$$

那么利用洛必达巧妙证明

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x f(x)}{e^x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x (f(x)) + f'(x)}{e^x} = \lim_{x \to +\infty} f(x) + f'(x)$$
(2)

而如果

$$\lim_{x \to +\infty} e^x f(x) < \infty \tag{3}$$

那么可知 $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 0$, 进而 $\lim_{x\to +\infty} f'(x) = 0$, 等式仍然成立。

声明

- 1. 博客内容仅为经验之谈,如认为有问题请带着批判性思维自行辨别或与我讨论,本 人不负责因盲目应用博客内容导致的任何损失。
- 2. 虽然文章的思想不一定是原创的,但是写作一定是原创的,如有雷同纯属巧合。
- 3. 本作品采用知识共享署名-相同方式共享 4.0 国际许可协议进行许可。



博客信息 此文章的博客来源: https://vortexer99.github.io/

自豪地采用 LATEX!