Algorytm sortowania butelek z atramentem przez maszynę

Hubert Fedorowicz

Uruchamianie:

Windows - program.exe;

Linux - make all i solveInkProblem.

Treść zadania:

Na półce są ułożone w przypadkowej kolejności pojemniki z atramentami w czterech kolorach: C, M, Y i K. Należy je uporządkować za pomocą robota w taki sposób, aby od lewej strony półki znalazły się kolejno: C, następnie M, następnie Y, a na końcu - K. Robot w jednym ruchu może pobrać jednocześnie dokładnie cztery sąsiednie pojemniki z dowolnego miejsca na półce i przenieść je na prawą stronę, za wszystkie pojemniki, a następnie dosunąć część pojemników w lewo, wypełniając lukę. Ułożyć plan pracy robota, dyktujący w kolejnych ruchach, którą czwórkę pojemników przenieść na prawą stronę. Wykonać jak najmniejszą liczbę ruchów. Porównać czas obliczeń i wyniki różnych metod.

Rozwiązanie problemu:

Ze względu na to, że przy każdym przeniesieniem czwórki butelek zmieniane jest miejsce wszystkich butelek na prawo od miejsca pobrania butelek rozsądnym rozwiązaniem było by sortowanie butelek od lewej strony. Algorytm mógłbym sortować po kolei butelki poczynając od pierwszej od lewej i zmniejszać problem o jeden element do sortowania. Problem pojawia się, gdy do posortowania zostaną nam ostatnie cztery butelki. Problem sortowania mniej niż czterech butelek za pomocą opisanej w zadaniu maszyny nie jest możliwy, ponieważ nie mamy możliwości zmienić ich położenia. Przy pięciu butelkach maszyna ma możliwość jedynie przesuwania czterech pierwszych butelek od lewej na prawą stronę, a piątą na pierwsze miejsce od lewej, tak więc przy pięciu butelkach mamy możliwość posortowania tylko pewnego zbioru przypadków. Dopiero od sześciu butelek mamy możliwość posortowania każdego możliwego ułożenia butelek. Z tego powodu podzieliłem problem na dwie części:

* sortowanie ostatnich sześciu butelek od prawej.
* sortowanie pozostałych butelek.

Do obu tych problemów zastosujemy różne rozwiązania. Do problemu sortowania sześciu butelek wykorzystamy algorytmy:

* sortowania brutalnego - Sortowanie Brutalne Ostatnich 6'u,
* sortowania przy użyciu listy - Sortowanie Z Listy.

Przy sortowaniu pozostałych butelek zastosujemy algorytmy:

* sortowania brutalnego bez rekurencji - Sortowanie Brutalne Pierwszych,
* sortowania brutalnego rekurencyjnego - Sortowanie Brutalne Rekurencyjne Pierwszych,
* Sortowania z dopasowaniem bez rekurencji - Sortowanie Z Dopasowaniem,
* sortowania z dopasowaniem i z rekurencją - Sortowanie Z Dopasowaniem Rekurencyjne.

**Sortowanie Brutalne Ostatnich 6'u:**

Sortowanie to polega na sprawdzaniu stanu ostatnich 6 butelek, po dokonywaniu na nich kolejnych permutacji możliwych przemieszczeń. 6 ostatnich butelek możemy przemieścić (bez ruszania pozostałych butelek) na dwa sposoby - przemieszczając butelki od 6 do 3 (licząc od prawej), lub przemieszczając butelki od 5 do 2. Tak więc permutacji takich jest 2^n, gdzie n to liczba kolejnych ruchów, które wykonujemy na tych 6 butelkach. Liczbę n zwiększamy do momentu uzyskania ustawienia ostatnich 6 butelek, które będzie spełniało warunki zadania. Z przeprowadzonej przeze mnie analizy wynika, że każde ułożeniu 6 butelek z czterema rodzajami atramentów można posortować w nie więcej niż 14 przesunięciach maszyny. Z tego wynika, że algorytm ten będzie musiał sprawdzić w najgorszym wypadku 2^14 możliwości. Sprawdzenie każdej możliwości wiązać będzie się z wcześniejszym przestawieniem n butelek, co daje łącznie nie więcej przemieszczeń. Jest to duża liczba, ale stała.

**Sortowanie Z Listy:**

Sortowanie polega to na przejrzeniu listy wcześniej wygenerowanych nieposortowanych ustawień 6 butelek, wraz z ruchami, jakie należy wykonać aby je posortować. Lista ta zawiera 4012 nieposortowanych ustawień, więc w najgorszym przypadku trzeba dokonać 4012 porównań.

**Sortowanie Brutalne Pierwszych:**

Najbrutalniejszym rozwiązaniem, tego problemu było by analogiczne działanie jak dla Sortowania Brutalnego Ostatnich 6'u. Dla każdej kolejnej pozycji na półce zaczynając od lewej strony należało by sprawdzić, czy butelka jest posegregowana i jeśli nie jest to dokonania permutacji możliwych przestawień butelek na prawo od sprawdzanej (wraz ze sprawdzaną) i szukania ustawienia, w którym butelka na aktualnie sprawdzanej pozycji jest posortowana.

Podejście to delikatnie rozszerzyłem, o sprawdzanie butelek w odległości będącą wielokrotnością liczby 4 butelek, licząc z butelką znajdującą się w szukanej pozycji. Wynika to z tego, że wstawienie butelki w dane miejsce, bez ingerencji w butelki na lewo od danego miejsca jest możliwe tylko, poprzez złapanie butelki znajdującego się w danym miejscu i trzech kolejnych po jej prawej stronie i przesunięcie ich na początek od lewej. W ten sposób butelka 4 od prawej względem danego miejsca zostaje przesunięta na dane miejsce. Tak więc proste jest wstawienie w szukane miejsce butelki, której odległość od tego miejsca jest podzielna przez 4. Te miejsca będziemy sprawdzać w rozmieszczeniach butelek uzyskanych poprzez permutację możliwych ruchów.

Sprawdzanie, czy na aktualnie sprawdzanej pozycji znajduje się butelka posortowana względem całej pułki, to znaczy, czy na danym miejscu znajduje się butelka z atramentem, który finalnie powinien się tam znajdować realizujemy w ten sposób, że przechowujemy w zmiennej wartość aktualnego typu atramentu, który segregujemy. Na początek zaczynamy od typu C. Przed sprawdzeniem poprawności atramentu na sprawdzanej pozycji przejdziemy po półce zapisując najwyższy spotkany dotychczas typ atramentu (C>M>Y>K). Jeśli napotkamy atrament, którego szukamy kończymy przeszukiwanie z wiedzą, że na półce znajdują się butelki tego typu, które należy jeszcze posortować. Jeśli przeszliśmy całą prawą część półki i nie znaleźliśmy szukanego atramentu, to znaczy, że butelki z danym typem zostały już wszystkie posortowane (lub ich nie było) i możemy sortować butelki względem butelek o najwyższym znalezionym typie, na który natknęliśmy się przy ostatnim przeszukiwaniu półki. Przeszukanie to wiąże się w pesymistycznym przypadku z przejściem całej listy, jednak przejść całych półek bez znalezienia aktualnie szukanego atramentu będzie co najwyżej 3 (bo tyle jest rodzajów atramentów).

Koszty tego algorytmu wiążą się z permutacjami prawych części półek. Możliwych przesunięć dla l butelek od prawej jest l - 4 (ostatnich czterech butelek nie przesuniemy). Liczba permutacji zależy od głębokości d - liczby ruchów po których znajdziemy rozwiązanie. Wszystkich przesunięć dokonanych przez nas do momentu znalezienia odpowiedniego ustawienia będzie nie więcej niż . Element można usunąć poprzez zastosowanie zapisu każdego stanu półki po każdej z permutacji, jednak wiąże się to z kosztem pamięciowym.

Dodatkowym kosztem jest sprawdzenie butelek, które trzeba dokonać dla każdej permutacji.

Całkowity koszt algorytmu jest nie większy niż

**Sortowanie Brutalne Rekurencyjne Pierwszych:**

Metoda ta jest rozwinięciem wyżej opisanego algorytmu. Po znalezieniu butelki w odległości podzielnej przez 4 sortowane są butelki na prawo od niej, ponieważ one również zostaną przesunięte do lewej strony. Sortowanie to jednak przestaje mieć sens, kiedy pomiędzy butelką znalezioną, a miejscem docelowym znajdują się butelki z atramentami znajdują się butelki, które trzeba będzie posortować (a tak najprawdopodobniej będzie). Z tego powodu należy sprawdzić, do jakiego momentu opłaca się sortować butelki na lewo od znalezionej. W tym celu sprawdzamy jakie największe typy atramentów znajdują się między miejscem docelowym, a znalezioną butelką. Opłacalne jest sortowanie butelek na lewo od butelki znalezionej o atramentach większych, lub równych największemu typowi atramentu z przedziału między miejscem docelowym, a znalezioną butelką.

**Sortowanie Z Dopasowaniem**:

Sortowanie to polega również na znalezieniu butelki z atramentem, oddalonej od aktualnie sortowanego miejsca o odległość 4 butelek. Różnica polega na tym, że butelka ta jest szukana przez przeszukanie listy, patrząc na co czwartą butelkę. Jeśli nie znajdzie się takiej butelki, wybiera się butelkę z szukanym atramentem najbardziej na prawo (ale nie wśród ostatnich czterech) i łapie się ją wraz z sąsiednimi w taki sposób, aby znalazła się w odległości od aktualnie sortowanego miejsca będącej wielokrotnością 4. Jeśli jedyna taka butelka znajduje się wśród ostatnich czterech wstawia się cztery butelki, aby butelka z szukanym atramentem nie znajdowała się w pierwszej czwórce i można było nią manipulować. Posortowanie i'tego miejsca wiąże się z w najgorszym wypadku z przeszukaniem i elementów (znalezienie odpowiedniego atramentu), sprawdzenia 3 kolejnych atramentów (dopasowanie) i i/4 przesunięć (dostarczenie atramentu do sortowanego miejsca).

Sortowanie całej pułki o długości l będzie miało koszt nie większy niż (szukanie następnych atramentów do sortowania) i .

Wyniki:

Na podstawie wyników, można powiedzieć, że przy małych półkach (7 - 10 butelek) przewagę w czasie działania i w liczbie koniecznych przestawień mają algorytmy brutalne. Powyżej tych wielkości można zauważyć szybki wzrost użyteczności Sortowanie Z Dopasowaniem, które osiąga znacznie lepsze wyniki czasowe. Rekurencyjne wersje algorytmów mają dużo gorsze wyniki czasowe, jednak przy dużych półkach (l > 50) dystans przemierzany przez ramię maszyny jest widocznie mniejszy. Dzieje się to jednak kosztem czasu obliczania.