**厦门大学《离散数学》课程试卷**

**＿＿＿＿学院＿＿＿＿系＿＿＿＿年级＿＿＿＿专业**

**学年学期：232401主考教师：杨维玲 A卷（√）B卷（）**



**一、计算题（第一题10分，第二题8分，共18分）**

1. 从中选取11个元素的组合数；

从中选取11个元素的组合数。

1. 设取了x个a,y个b，z个c，则从中选取11个元素的组合数等于的非负整数解的个数=。
2. 方法一：用容斥原理：

设S表示从中选取11个元素的组合

设A表示从中选取11个元素且至少含4个a的组合

设B表示从中选取11个元素且至少含5个b的组合

设C表示从中选取11个元素且至少含7个c的组合

则从中选取11个元素的组合数=；

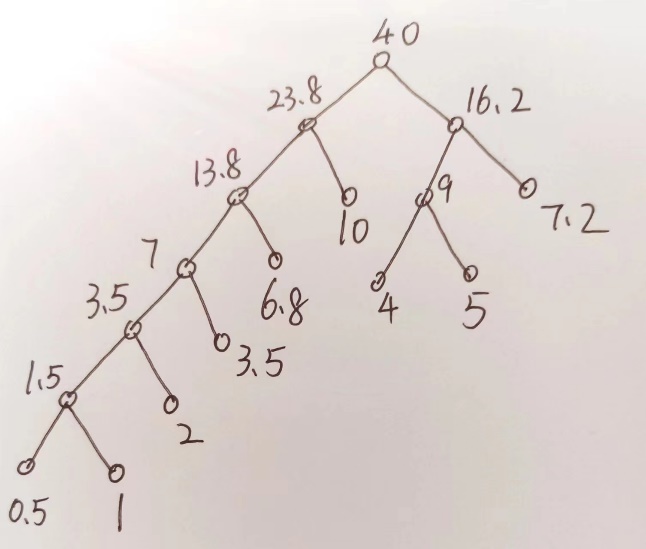
与（1）同样的方法可得，，，，，，，

由容斥原理得：

=78-(36+28+15)+(6+1+0)+0=6

方法二：从中选取11个元素的组合数等于从去掉2个元素的组合数，去两个可以去aa,bb,cc,ab,ac,bc，从中选取11个元素的组合数等于6。

1. 画一棵权为0.5，1，2，3.5，4，5，6.8，7.2，10的最优二叉树，并计算它的权。

--------------------4分

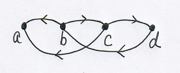
--------------------4分

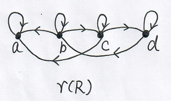
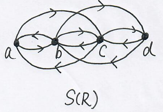
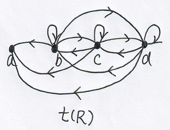
**二、应用题（共8题，每题8分，共64分）**

|  |  |
| --- | --- |
| **分数** | **阅卷人** |
|  |  |

1. ,X上的关系R如下图所示，

求闭包的关系图。

****

**  **

（2分） （2分） （4分）

1. 设,为上的二元关系，，



(1)证明:为等价关系；

(2)求导出的划分。

（1）证明：自反性：因为 ，所以；（1分）

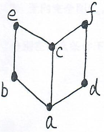
对称性：如果，则，进而；（1分）

传递性：如果，，则，进而有 ----------2分

（2）R导出的划分

-------------------（4分）

1. 右图是偏序集的哈斯图，
2. 求X和的集合表达式；
3. 求该偏序集的极大元，极小元，最大元和最小元。



解：（1） ---------------（1分）<a,b>,<a,c>,<a,d>,<a,e>,<a,f>,<b,e>,<d,f>,<c,e>,<c,f>} (3分)

（2）极大元：e,f ---------（1分）

极小元：a ---------（1分）

最大元：无 ---------（1分）

最小元：a ---------（1分）

1. ，\*为S上的二元运算，有

（1）\*运算在S上是否可交换，可结合？是否为幂等的？（说明理由）

（2）\*运算是否有单位元，零元？如果有请指出，并求S中所有可逆元素的逆元。

解：（1）

，所以无交换律。 ---------（1分）

:

所以有结合律。--------（2分）

，所以幂等律。 -----（1分）

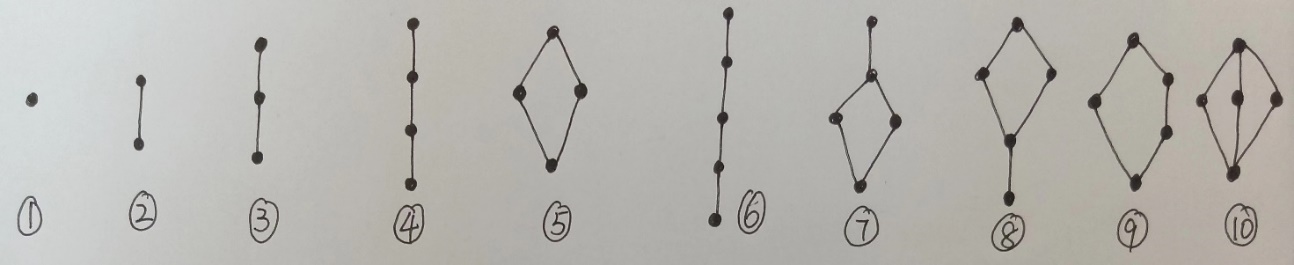
（2）,，所以是单位元。-------（1分）

若存在零元，则有,从这个等于可得x=1,y=0，与x,y的任意性矛盾，所以没有零元。-------（1分）

当时，因为，所以当时的逆元是。-------（1分）

当a=0时，因为，所以<0,b>无逆元。-------（1分）

1. 对于n=1,2,3,4,5，给出所有不同构的n元格，并说明哪些是分配格，有补格，布尔格。



-------------------4分

分配格：1，2，3，4，5，6，7，8，9

有补格：1，2，5，9，10

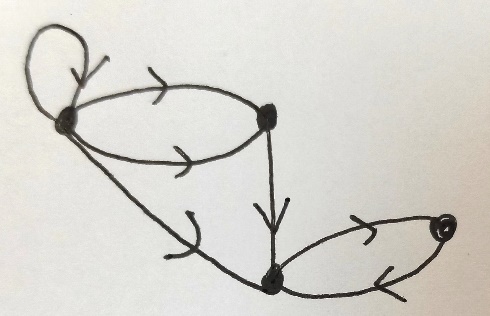
布尔格：1，2，5 -------------------4分

6．有向图D的邻接矩阵，

（1）画出图D；

（2）D中长度为3的通路数和回路数各有几条？

（3）D是哪类（强连通，单向连通，弱连通）连通有向图？

解：（1）--------------------2分

（2），，

D中长度为3的通路数有12条（2分）和回路数有1条（2分）。

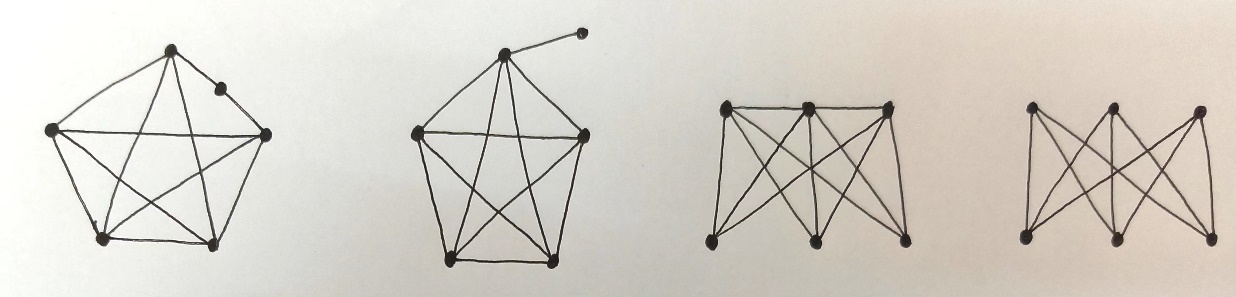
（3）单向连通。--------------------2分

7. 无向完全图，有向完全图，完全二部图，轮图分别在什么条件下是欧拉图，在什么条件下是哈密尔顿图？

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 图类 | 欧拉图 | 哈密尔顿图 |
| 无向完全图 | 当n是奇数时 | 当n不等于2时 |
| 有向完全图 | 都是 | 都是 |
| 完全二部图 | 当r和s都是偶数时 | 当r=s且不等于1时 |
| 轮图 | 都不是 | 都是 |

注：填对一个空两分

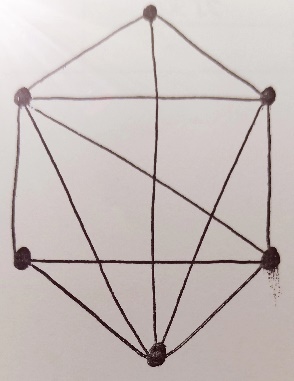
8. 画出4个不同构的6阶11条边的连通的简单非平面图。

****

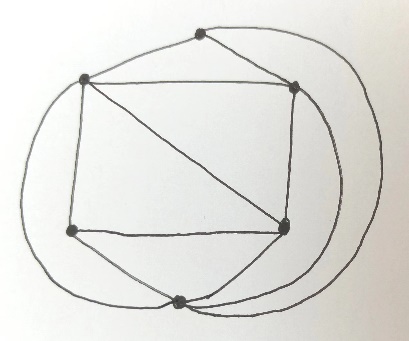
注：画出一个图两分

1. **证明题（第一题8分，第二题10分，共18分）**

1. 证明下图是极大平面图。



解：因为上图有如下的平面化，所以是平面图。

 --------------------4分 并且该平面化的每个面都是三次的，所以是极大平面图-----------------4分

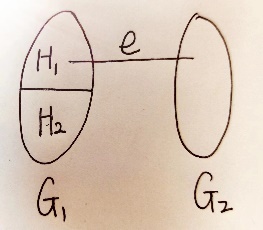
2. 证明：

（1）若图G中每个顶点的度均为偶数，则G没有割边；

（2）若图G为*k*的*k*正则二部图，则G没有割边。

证明：（1）因为图G中每个顶点的度均为偶数，所以G是欧拉图 。欧拉图每条边都在一个圈上（2分），所以不存在割边（1分）。

（2）反证：假设G有割边e，则G-e可将图分成互不连通的两部分和（2分）。

因为G是二部图，所以和也都还是二部图，设的两个分部分别为和，因为去掉e后， 中的点只和中的点相邻，中的点也只和中的点相邻，所以中的点的度和=中的点的度和。

另一方面，中的点的度和=中的点数\*k-1，而中的点的度和=中的点数\*k，（2分）

由于点数一定是个正整数，所以当k时，这两个数不可能相等。矛盾！（1分）