## Maxwell Gleichungen

$$\begin{split} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \overset{\operatorname{Stokes}}{\to} \oint\limits_{C(F)} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \iint\limits_{F} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{F} \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \overset{\operatorname{Stokes}}{\to} \oint\limits_{C(F)} \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \iint\limits_{F} \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{F} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \iint\limits_{F} \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{F} \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \overset{\operatorname{Gauss}}{\to} \iint\limits_{O(V)} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{F} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{D} &= \rho_{\mathrm{V}} \overset{\operatorname{Gauss}}{\to} \iint\limits_{O(V)} \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{F} = \iiint\limits_{V} \rho_{\mathrm{V}} \, \mathrm{d}V \end{split}$$

## Material Gleichungen

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad \stackrel{\text{hli}}{\rightarrow} \quad \vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$
 
$$\vec{B} = \mu_0 \left( \vec{H} + \vec{M} \right) \quad \stackrel{\text{hli}}{\rightarrow} \quad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

# Kontinuitätsgleichung

$$\operatorname{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho_{\mathrm{V}}}{\partial t} \quad \overset{\mathrm{Gauss}}{\to} \quad \oiint\limits_{O(V)} \vec{J} \cdot \operatorname{d} \vec{F} = - \oiint\limits_{V} \frac{\partial \rho_{\mathrm{V}}}{\partial t} \operatorname{d} V$$

# Stetigkeitsbedingungen

Für Normalenvektor  $\vec{n}$  von (1) nach (2):

# Orthogonalität, Othonormalität $\overline{U_m(x), U_n(x) \in L^2(D)}$

 $\langle U_m, U_n \rangle = \int_D U_m^{\star}(x) U_n(x) dx = \delta_{mn}$  Orthonormalität  $\langle U_m, U_n \rangle = \delta_{mn}^{D} c_{mn}, \quad c_{mn} \notin \{0, 1\}$  Orthogonatität

# Vollständiges Funktionensystem $U_n(x)$

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n U_n(x) \text{ mit } c_n = \int_D U_n^{\star}(x') f(x') dx' \text{ (Entwicklung)}$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} U_n^{\star}(x') U_n(x) = \delta(x - x') \text{ (Vollständigkeits relation)}$$

#### Elektrisches Skalarpotential

rot 
$$\vec{E}=\vec{0} o \vec{E}=-{
m grad}\,\phi$$
 
$$\Delta\phi=-\frac{1}{\varepsilon}\rho_{\rm V} \ {
m Poisson-Gleichung}$$

# Coulomb-Integral

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \iiint_{V} \frac{\rho_{V}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^{3}r'$$

# Spannung an $\vec{r}_2$ bezogen auf $\vec{r}_1$

 $\operatorname{rot} \vec{E} = \vec{0} \to U_{21} = \phi(\vec{r}_2) - \phi(\vec{r}_1) = \int_{1}^{1} \vec{E} \cdot d\vec{s}$  wegunabhängig

#### Kraft auf q, Arbeit $\vec{r}_1 \rightarrow \vec{r}_2$ , Energie

$$\begin{split} \vec{F} &= q\vec{E} \quad A = q \int\limits_{\vec{r}_2}^{\vec{r}_1} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = q \left[ \phi(\vec{r}_2) - \phi(\vec{r}_1) \right] = qU_{21} \\ w_{\mathrm{e}} &= \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} \quad W_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2} \iiint\limits_{V} \vec{E} \cdot \vec{D} \, \mathrm{d}V \end{split}$$

## Dipol bei $\vec{r}'$ , Dipoldichte, Kraft, Drehmoment

$$\begin{split} \phi_D(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{\vec{p} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \\ \vec{E}_D(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon} \left[ \frac{3[\vec{p} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')](\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^5} - \frac{\vec{p}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \right] \\ \phi_D(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon} \iint_V \frac{\vec{m} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \mathrm{d}^3r' \\ \vec{F}_D(\vec{r}) &= (\vec{p} \cdot \nabla) \vec{E}(\vec{r}) = \mathrm{grad} \left( \vec{p} \cdot \vec{E}(\vec{r}) \right) \quad \vec{M}_D(\vec{r})) = \vec{p} \times \vec{E}(\vec{r}) \end{split}$$

# Skalarpotential mit Randwerten auf O(V)

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \iiint_{V} \frac{\rho_{V}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^{3}r'$$

$$+ \frac{1}{4\pi} \oiint_{O(V)} \left[ \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \frac{\partial \phi(\vec{r}')}{\partial n'} - \phi(\vec{r}') \frac{\partial}{\partial n'} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right] d^{2}r'$$

# Greensche Funktionen von $\Delta G(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{\varepsilon} \delta(\vec{r} - \vec{r}')$

$$\begin{split} G(\vec{r},\vec{r}^{\,\prime}) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}^{\,\prime}|} + \Gamma(\vec{r},\vec{r}^{\,\prime}) \\ \Delta\Gamma(\vec{r},\vec{r}^{\,\prime}) &= 0, \quad \Gamma(\vec{r},\vec{r}^{\,\prime}) = \Gamma(\vec{r}^{\,\prime},\vec{r}) \end{split}$$

$$\phi(\vec{r}) = \iiint\limits_{V} \rho_{V}(\vec{r}')G(\vec{r}, \vec{r}')d^{3}r'$$

$$+ \varepsilon \iint\limits_{O(V)} \left[ G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial \phi(\vec{r}')}{\partial n'} - \phi(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} \right] d^{2}r'$$

Dirichlet RB:  $G(\vec{r}, \vec{r}') = 0$  für  $\vec{r}' \in O(V)$ Neumann RB:  $-\varepsilon \iint\limits_{O(V)} \phi(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} d^2r' = \phi_0$ 

## Halbraum durch geerdete Ebene. Normale $\vec{n}$ zeigt nach V

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \left[ \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \frac{1}{|\vec{r} - [\vec{r}' - 2\vec{n}(\vec{n} \cdot \vec{r}')]|} \right]$$

# geerdete Kugeloberfläche $K_a(\vec{0})$

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \left[ \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \lambda \frac{1}{|\vec{r} - \lambda^2 \vec{r}'|} \right], \quad \lambda = \frac{a}{|\vec{r}'|}$$

# Separation, $\Delta \phi = 0$ , Kugelkoordinaten

$$\Delta = \underbrace{\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right)}_{\Delta_r: \text{ Radialanteil}} + \underbrace{\frac{1}{r^2} \left( \underbrace{\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right)}_{\Delta_{\vartheta o}: \text{ Winkelanteil}}$$

 $\phi(r,\vartheta,\varphi)=R_l(r)\cdot Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$  Produktansatz  $R_l(r)=Ar^l+Br^{-(l+1)}$ Radiallösung

 $Y_{lm}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{\frac{2l+1}{2}\frac{(l-m)!}{(l+m)!}}P_{lm}(\cos\vartheta)e^{jm\varphi}$ Kugelflächenfunktionen

 $P_{lm}(x) = (-\sqrt{1-x^2})^m \frac{\mathrm{d}^m P_l(x)}{\mathrm{d}x^m}$  zugeord. Legendrefunktionen  $P_l(x) = P_{l0}(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{\mathrm{d}^l (x^2-1)^l}{\mathrm{d}x^l}$  Legendre Polynome

# Separation, $\Delta \phi = 0$ , Zylinderkoordinaten

$$\begin{split} \Delta &= \frac{\partial^2}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \\ \phi(\vec{r}) &= R(\varrho) \cdot P(\varphi) \cdot Z(z) \text{ Produktansatz} \end{split}$$

für:  $\frac{d^2 Z}{dx^2} = +k^2 Z$ ,  $\frac{d^2 P}{dx^2} = -\nu^2 P$ ,  $x = k \varrho$ 

 $x^2 \frac{\mathrm{d}^2 R}{\mathrm{d}x^2} + x \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}x} + (x^2 - \nu^2)R = 0$  Bessel-DGL, Ordnung  $\nu$ Lösungen: Bessel Funktionen 1. Art  $J_{\nu}(x)$  und 2. Art  $Y_{\nu}(x)$  (Weber, Neumann)

 $x^2 \frac{\mathrm{d}^2 R}{\mathrm{d}x^2} + x \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}x} - (x^2 + \nu^2)R = 0$  mod. Bessel-DGL, Ordnung  $\nu$  Lösungen: mod. Bessel Funktionen 1. Art  $I_{\nu}(x)$  und 2. Art  $K_{\nu}(x)$ 

#### Stationäre Stromdichte, Strom

Allg.: 
$$\vec{J}(\vec{r},t) = \rho_{\rm V}(\vec{r},t)\vec{v}(\vec{r},t)$$
 Stationär:  $\frac{\partial\rho_{\rm V}}{\partial t} = 0$  und  $\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} = 0$  Strom durch Fläche:  $I = \iint \vec{J} \cdot {\rm d}\vec{F}$ 

 $\vec{J} = \kappa \vec{E}$  (außerhalb von Quellen, Ohmsches Gesetz)

#### Elektromotorische Kraft (EMK), Urspannung

Eingeprägte elektrische Feldstärke 
$$\vec{E}_E$$
:  $\oint \vec{E}_E \cdot d\vec{s} = U$  EMK, Urspannung

$$\vec{J} = \kappa(\vec{E} + \vec{E}_E) \rightarrow \oint_C \vec{J} \cdot d\vec{s} = \oint_C \kappa \vec{E}_E \cdot d\vec{s} = \kappa U \text{ (Kichhoffscher Maschensatz)}$$

# Leistungsdichte

 $p_{\rm V} = \vec{E} \cdot \vec{J}$ , für dünne Leiter: P = UI (Joulsches Gesetz)

## magnetisches Vektorpotential

$$\vec{B}(\vec{r}) = \text{rot } \vec{A}(\vec{r})$$
  
grad div  $\vec{A}(\vec{r}) - \Delta \vec{A}(\vec{r}) = \mu \vec{J}(\vec{r})$ 

#### Eichtransformation

$$\vec{A}^{\,\prime}(\vec{r}) = \vec{A}(\vec{r}) + \operatorname{grad} \psi(\vec{r}) \rightarrow \vec{B}^{\,\prime}(\vec{r}) = \vec{B}(\vec{r})$$
 Coulomb-Eichung: div  $\vec{A}(\vec{r}) = 0$  
$$\Delta \vec{A}(\vec{r}) = -\mu \vec{J}(\vec{r})$$

### Lösung in Coulomb Eichung

$$\begin{split} \vec{A}(\vec{r}) &= \frac{\mu}{4\pi} \iiint\limits_{V} \frac{\vec{J}(\vec{r}^{\,\prime})}{|\vec{r} - \vec{r}^{\,\prime}|} \mathrm{d}^{3}r^{\prime} \text{ (allgemein)} \\ \vec{A}(\vec{r}) &= \frac{\mu}{4\pi} \oint\limits_{\mathrm{Stromweg}} \frac{I}{|\vec{r} - \vec{r}^{\,\prime}|} \mathrm{d}\vec{s}^{\,\prime} \text{ (Stromfaden)} \end{split}$$

#### Biot-Savart

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint\limits_{V} \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r' \text{ (allgemein)}$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = -\frac{\mu}{4\pi} \oint_{\text{Stromweg}} I \frac{(\vec{r} - \vec{r}') \times d\vec{s}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \text{ (Stromfaden)}$$

# magnetische Energiedichte, Energie

$$\begin{split} w_{\mathrm{m}}(\vec{r}) &= \frac{1}{2} \vec{H}(\vec{r}) \cdot \vec{B}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \left( \vec{A}(\vec{r}) \cdot \vec{J}(\vec{r}) + \frac{1}{\mu} \mathrm{div} \left( \vec{A}(\vec{r}) \times \vec{B}(\vec{r}) \right) \right) \\ W_{\mathrm{m}} &= \frac{1}{2} \iiint_{V} \vec{H}(\vec{r}') \cdot \vec{B}(\vec{r}') \mathrm{d}^{3}r' = \frac{1}{2} \iiint_{V} \vec{A} \cdot \vec{J} \, \mathrm{d}V + \frac{1}{2\mu} \iiint_{O(V)} \vec{A} \times \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{F} \\ w_{\mathrm{m}} &= \frac{1}{2} \vec{A} \cdot \vec{J}, W_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2} \cdot \iiint_{V} \vec{A} \cdot \vec{J} \, \mathrm{d}V \text{ (endliche Stromverteilungen)} \end{split}$$

#### Induktivität

$$\begin{split} M_{21} &= \frac{\phi_{m,2}}{I_1} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_2} \oint_{C_1} \frac{\mathrm{d}\vec{s}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{s}_2}{|\vec{r}_2' - \vec{r}_1'|} \\ L &= M_{11} = \frac{\phi_m}{I} = \frac{1}{I} \iint_F \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{F} = \frac{1}{I} \oint_C \vec{A} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{2}{I^2} W_{\mathrm{m}} \end{split}$$

#### magnetisches Moment

$$\begin{split} \vec{m}(\vec{r}) &= \tfrac{1}{2} \iiint\limits_{V} \vec{r}^{\,\prime} \times \vec{J}(\vec{r}^{\,\prime}) \, \mathrm{d}V^{\prime} \\ \vec{A}(\vec{r}) &= \tfrac{\mu}{4\pi} \frac{\vec{m}(\vec{r}) \times \vec{r}}{r^3} + \ldots, \qquad \vec{B}(\vec{r}) = \tfrac{\mu}{4\pi} \left[ \tfrac{3(\vec{r} \cdot \vec{m}(\vec{r}))\vec{r}}{r^5} - \tfrac{\vec{m}(\vec{r})}{r^3} \right] + \ldots \end{split}$$

#### magnetisches Skalarpotential

# Zeiger

$$E(\vec{r},\,t) = \hat{E}(\vec{r})\cos(\omega t + \varphi) = \Re \left\{ \hat{E}(\vec{r}) \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t + \varphi)} \right\} = \Re \left\{ \underline{E}(\vec{r}) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} \right\}$$

# EQS

$$\begin{array}{l} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \text{ und } \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \neq \vec{0} \\ \vec{J} = \vec{J}_{L} + \vec{J}_{E} + \vec{J}_{K} = \kappa \cdot \vec{E} + \vec{J}_{E} + \vec{J}_{K} \\ \underline{\vec{E}} = -\mathrm{grad} \, \underline{\phi} \text{ komplexes Skalarpotential} \\ \Delta \phi = \frac{1}{\kappa + \mathrm{i}\omega \varepsilon} \mathrm{div} \, (\vec{J}_{E} + \vec{J}_{K}) \text{ Poisson-Gleichung (komplex)} \end{array}$$

## MQS

$$\begin{array}{l} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq \vec{0} \text{ und } \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{0} \\ \vec{J} = \vec{J_{\rm L}} + \vec{J_{\rm E}} + \vec{J_{\rm K}} = \kappa \cdot \vec{E} + \vec{J_{\rm E}} + \vec{J_{\rm K}} \\ \text{Homogene Diffusionsgleichung:} \\ \Delta \Psi(\vec{r},t) - \mu \kappa \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r},t) = 0 \quad \Delta \underline{\Psi}(\vec{r},t) - \mathrm{j} \omega \mu \kappa \underline{\Psi}(\vec{r},t) = 0 \\ \text{Eindringtiefe: } \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \kappa}} \\ \text{Oberflächenimpedanz: } \underline{Z}_A = \frac{1+\mathrm{j}}{\kappa \delta} = (1+\mathrm{j}) \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\kappa}} = \sqrt{\frac{\mathrm{j} \omega \mu}{\kappa}} \\ \text{Oberflächenwiderstand: } R_A = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\kappa}} = \frac{1}{\kappa \delta} \\ \text{Verlustleistung: } P = \iiint_V \vec{E} \cdot \vec{J} \mathrm{d}V = \iiint_V \frac{1}{\kappa} \left| \vec{J} \right|^2 \mathrm{d}V \\ \langle P \rangle_T = A \int_0^\infty \frac{1}{\kappa} \frac{\kappa^2 E_0^2}{2} \mathrm{e}^{-2\frac{\pi}{\delta}} \mathrm{d}x = A \frac{\kappa E_0^2}{4} \delta \\ \text{Induktion: } U_{\mathrm{ind}} = \oint_{C(A)} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \iint_A \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = -\dot{\Phi} \\ U_{\mathrm{ind}} = \oint_{C(A(t))} \left( \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \iint_{A(t)} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = -\dot{\Phi} \end{array}$$

$$\begin{split} \vec{E}_{\parallel}' &= \vec{E}_{\parallel} \\ \vec{E}_{\perp}' &= \vec{E}_{\perp} + \vec{v} \times \vec{B} \end{split} \qquad \begin{aligned} \vec{B}_{\parallel}' &= \vec{B}_{\parallel} \\ \vec{E}_{\perp}' &= \vec{B}_{\perp} \end{aligned}$$

SRT: System S' bewegt sich mit  $\vec{v}$  relativ zum System S ( $v \ll c$ ):

#### Energieerhaltung, Poyntingscher Vektor

Povnting-Vektor:  $\vec{S}(\vec{r},t) = \vec{E}(\vec{r},t) \times \vec{H}(\vec{r},t)$  $\frac{\partial w_{\text{mech}}}{\partial t} = \vec{E} \cdot \vec{J} = -\text{div } \vec{S} - \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  (allgemein)  $\vec{E} \cdot \vec{J} = -\text{div} \, \vec{S} - \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B} + \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} \right] = -\text{div} \, \vec{S} - \frac{\partial w_{\text{em}}}{\partial t} \text{ (lhi)}$  $\frac{\partial}{\partial t} \iiint\limits_{V} (w_{\text{mech}} + w_{\text{em}}) \, dV = - \iint\limits_{O(V)} \vec{S} \cdot d\vec{F} \text{ (lhi)}$ harmonische Zeitabhängigkeit  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \Re\left\{\vec{E}(\vec{r})e^{j\omega t}\right\} = \frac{1}{2}\left[\vec{E}(\vec{r})e^{j\omega t} + \vec{E}^{\star}(\vec{r})e^{-j\omega t}\right]$  $w_e = \frac{1}{4} \mathfrak{Re} \left\{ \underline{\vec{E}} \cdot \underline{\vec{D}} e^{j2\omega t} \right\} + \frac{1}{4} \mathfrak{Re} \left\{ \underline{\vec{E}} \cdot \underline{\vec{D}}^{\star} \right\} \stackrel{\varepsilon \in \mathbb{R}}{=} \cdots + \frac{1}{4} \underline{\vec{E}} \cdot \underline{\vec{D}}^{\star}$  $w_m = \frac{1}{4} \mathfrak{Re} \left\{ \underline{\vec{H}} \cdot \underline{\vec{B}} \mathrm{e}^{\mathrm{j} 2 \omega t} \right\} + \frac{1}{4} \mathfrak{Re} \left\{ \underline{\vec{H}} \cdot \underline{\vec{B}}^\star \right\} \stackrel{\mu \in \mathbb{R}}{=} \cdots + \frac{1}{4} \underline{\vec{H}} \cdot \underline{\vec{B}}^\star$  $\langle w_e 
angle = rac{1}{4} \mathfrak{Re} \left\{ ec{\underline{E}} \cdot ec{\underline{D}}^\star 
ight\} \stackrel{arepsilon \in \mathbb{R}}{=} rac{1}{4} ec{\underline{E}} \cdot ec{\underline{D}}^\star$  $\langle w_m 
angle = rac{1}{4} \mathfrak{Re} \left\{ ec{H} \cdot ec{B}^\star 
ight\} \stackrel{\mu \in \mathbb{R}}{=} rac{1}{4} ec{H} \cdot ec{B}^\star$  $\langle p_V \rangle = \tfrac{1}{2} \mathfrak{Re} \left\{ \underline{\vec{E}} \cdot \underline{\vec{J}}^\star \right\} \stackrel{\kappa \in \mathbb{R}}{=} \tfrac{1}{2} \underline{\vec{E}} \cdot \underline{\vec{J}}^\star$  $\underline{\vec{S}} = \frac{1}{2}\underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^{\star} \quad \langle \vec{S} \rangle = \mathfrak{Re} \left\{ \underline{\vec{S}} \right\}$  komplexer Poynting Vektor  $\Re\left\{\operatorname{div}\vec{\underline{S}}\right\} + \langle p_V \rangle = 0 \quad \Im\left\{\operatorname{div}\vec{\underline{S}}\right\} + 2\omega(\langle w_m \rangle - \langle w_e \rangle) = 0$  $\langle P_V \rangle = \iiint_V \langle p_V \rangle dV = - \oiint_{O(V)} \Re \left\{ \underline{\vec{S}} \right\} \cdot d\vec{A} \text{ (Wirkleistung)}$  $2\omega \iiint_V (\langle w_m \rangle - \langle w_e \rangle) dV = - \oiint_{O(V)} \mathfrak{Im} \left\{ \underline{\vec{S}} \right\} \cdot d\vec{A}$  (Blindleistung)

# Kraft, Spannungstensor, Impuls

$$\begin{split} \vec{p}_{V}^{\text{em}} &= \varepsilon \mu \vec{S}, \quad \vec{p}^{\text{em}} = \iiint_{V} \varepsilon \mu \vec{S} \text{d}V \\ \mathbf{T} &= (T_{ij}) \text{ mit } T_{ij} = \varepsilon \left[ E_{i} E_{j} - \frac{1}{2} \delta_{ij} |\vec{E}|^{2} \right] + \frac{1}{\mu} \left[ B_{i} B_{j} - \frac{1}{2} \delta_{ij} |\vec{B}|^{2} \right] \\ \vec{f} &= \text{div } \mathbf{T} - \varepsilon \mu \frac{\text{d}\vec{S}}{\text{d}t} \\ \vec{F} &= \oiint_{O(V)} \mathbf{T} \cdot \text{d}\vec{A} - \varepsilon \mu \frac{\text{d}}{\text{d}t} \iiint_{V} \vec{S} \text{d}V \\ \frac{\text{d}}{\text{d}t} \left( \vec{p}_{V}^{\text{mech}} + \vec{p}_{V}^{\text{em}} \right) = \text{div } \mathbf{T} \text{ (lokale Impulsbilanz)} \\ \frac{\text{d}}{\text{d}t} \iiint_{V} \left( \vec{p}_{V}^{\text{mech}} + \vec{p}_{V}^{\text{em}} \right) \text{d}V = \oiint_{O(V)} \mathbf{T} \cdot \text{d}\vec{A} \text{ (integrale Impulsbilanz)} \end{split}$$