

# TET Formelsammlung (Prof. H.G. Krauthäuser, TU Dresden, CC0 1.0 Universal)

## Maxwell Gleichungen

$$\begin{aligned}\text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \xrightarrow{\text{Stokes}} \oint_{C(A)} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \\ \text{rot } \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \xrightarrow{\text{Stokes}} \oint_{C(A)} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} + \frac{d}{dt} \iint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} \\ \text{div } \vec{B} &= 0 \xrightarrow{\text{Gauss}} \oiint_{O(V)} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \\ \text{div } \vec{D} &= \rho_V \xrightarrow{\text{Gauss}} \oiint_{O(V)} \vec{D} \cdot d\vec{A} = \iiint_V \rho_V dV\end{aligned}$$

## Material Gleichungen

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \xrightarrow{\text{hli}} \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \xrightarrow{\text{hli}} \vec{B} = \mu \vec{H}\end{aligned}$$

## Kontinuitätsgleichung

$$\text{div } \vec{J} = -\frac{\partial \rho_V}{\partial t} \xrightarrow{\text{Gauss}} \oiint_{O(V)} \vec{J} \cdot d\vec{A} = -\iiint_V \frac{\partial \rho_V}{\partial t} dV$$

## Stetigkeitsbedingungen

Für Normalenvektor  $\vec{n}$  von ① nach ②:

$$\begin{array}{l|l} \textcircled{1} & \textcircled{2} \\ \hline \vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) & = \vec{0} \\ \vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) & = \rho_F \\ \vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) & = \vec{J}_A \\ \vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) & = 0 \end{array}$$

## Elektrisches Skalarpotential

$$\begin{aligned}\text{rot } \vec{E} &= \vec{0} \rightarrow \vec{E} = -\text{grad } \phi \\ \Delta \phi &= -\frac{1}{\varepsilon} \rho_V \text{ Poisson-Gleichung}\end{aligned}$$

## Coulomb-Integral

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \iiint_V \frac{\rho_V(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

## Spannung an $\vec{r}_2$ bezogen auf $\vec{r}_1$

$$\text{rot } \vec{E} = \vec{0} \rightarrow U_{21} = \phi(\vec{r}_2) - \phi(\vec{r}_1) = \int_{\vec{r}_2}^{\vec{r}_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} \text{ wegunabhängig}$$

## Kraft auf $q$ , Arbeit $\vec{r}_1 \rightarrow \vec{r}_2$ , Energie

$$\begin{aligned}\vec{F} &= q\vec{E} \quad A = q \int_{\vec{r}_2}^{\vec{r}_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} = q [\phi(\vec{r}_2) - \phi(\vec{r}_1)] = qU_{21} \\ w_e &= \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} \quad W_e = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{E} \cdot \vec{D} dV\end{aligned}$$

## Dipol bei $\vec{r}'$ , Dipoldichte, Kraft, Drehmoment

$$\begin{aligned}\phi_D(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \\ \vec{E}_D(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[ \frac{3[\vec{p} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')](\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^5} - \frac{\vec{p}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \right] \\ \phi_D(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint_V \frac{\vec{n} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r' \\ \vec{F}_D(\vec{r}) &= (\vec{p} \cdot \nabla) \vec{E}(\vec{r}) = \text{grad} (\vec{p} \cdot \vec{E}(\vec{r})) \quad \vec{M}_D(\vec{r}) = \vec{p} \times \vec{E}(\vec{r})\end{aligned}$$

## Skalarpotential mit Randwerten auf $O(V)$

$$\begin{aligned}\phi(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint_V \frac{\rho_V(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r' \\ &+ \frac{1}{4\pi} \oiint_{O(V)} \left[ \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \frac{\partial \phi(\vec{r}')}{\partial n'} - \phi(\vec{r}') \frac{\partial}{\partial n'} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right] d^2r'\end{aligned}$$

## Greensche Funktionen von $\Delta G(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{\varepsilon} \delta(\vec{r} - \vec{r}')$

$$\begin{aligned}G(\vec{r}, \vec{r}') &= \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \Gamma(\vec{r}, \vec{r}') \\ \Delta \Gamma(\vec{r}, \vec{r}') &= 0, \quad \Gamma(\vec{r}, \vec{r}') = \Gamma(\vec{r}', \vec{r})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi(\vec{r}) &= \iiint_V \rho_V(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d^3r' \\ &+ \varepsilon \oiint_{O(V)} \left[ G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial \phi(\vec{r}')}{\partial n'} - \phi(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} \right] d^2r'\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Dirichlet RB: } G(\vec{r}, \vec{r}') &= 0 \text{ für } \vec{r}' \in O(V) \\ \text{Neumann RB: } -\varepsilon \oiint_{O(V)} \phi(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} d^2r' &= \phi_0\end{aligned}$$

## Halbraum durch geerdete Ebene. Normale $\vec{n}$ zeigt nach $V$

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \left[ \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \frac{1}{|\vec{r} - [\vec{r}' - 2\vec{n}(\vec{n} \cdot \vec{r}')] ]|} \right]$$

## geerdete Kugeloberfläche $K_a(\vec{0})$

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \left[ \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \frac{a}{|\vec{r}'|} \left( \frac{1}{\left| \vec{r} - \frac{a^2}{|\vec{r}'|^2} \vec{r}' \right|} \right) \right]$$