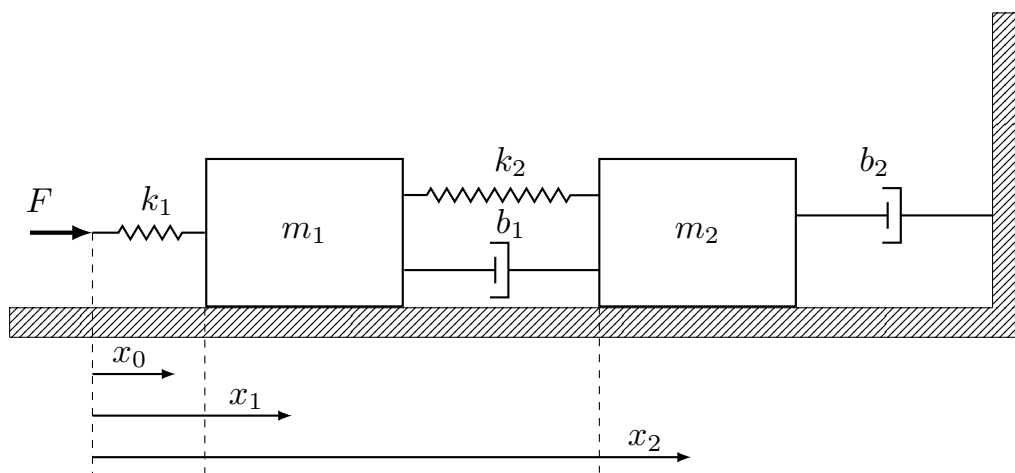


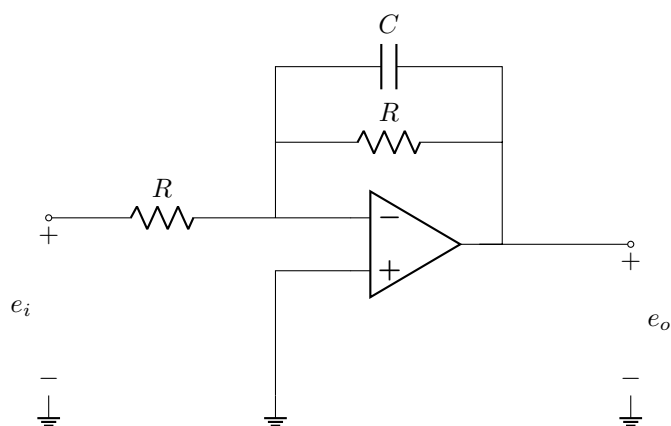
# Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι

## Ασκήσεις Μαθήματος

1. Δίνεται το σύστημα του σχήματος. Με  $x_0$  συμβολίζουμε τη μετατόπιση που προκαλεί η δύναμη  $F$  που ασκείται στο ελατήριο  $k_1$ . Να υπολογίσετε τη συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος  $H(s) = \frac{X_1}{X_0}$  με έξοδο τη θέση του σώματος μάζας  $m_1$ .

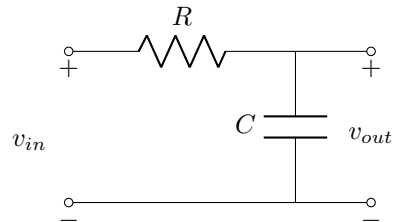


2. Να υπολογιστεί η συνάρτηση μεταφοράς  $\frac{E_o}{E_i}$ .

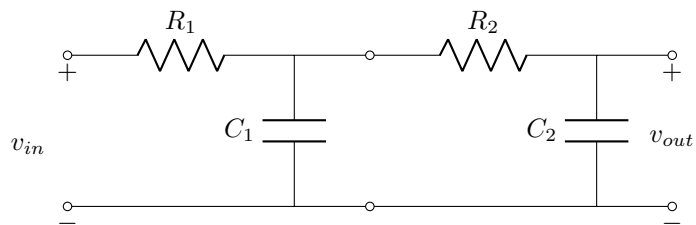


3. Να υπολογιστεί η συνάρτηση μεταφοράς  $\frac{V_{out}}{V_{in}}$  σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

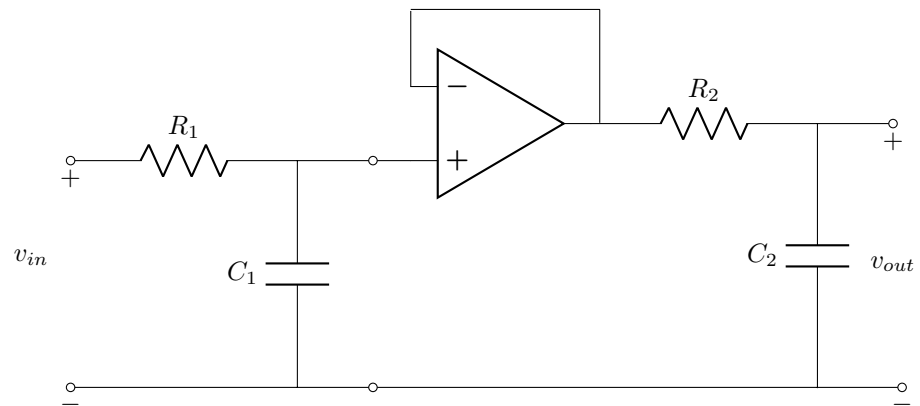
α.



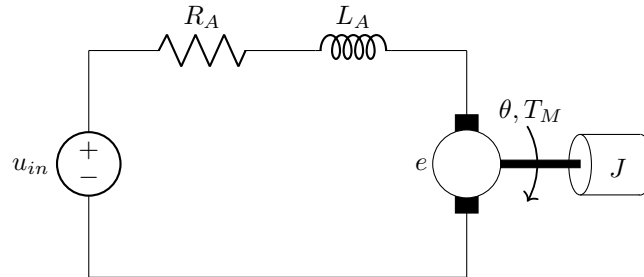
β.



γ.



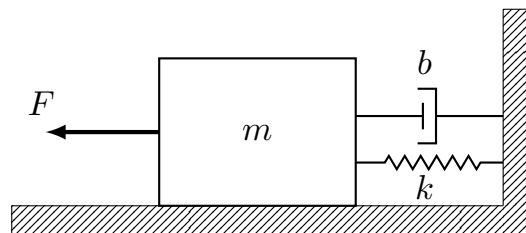
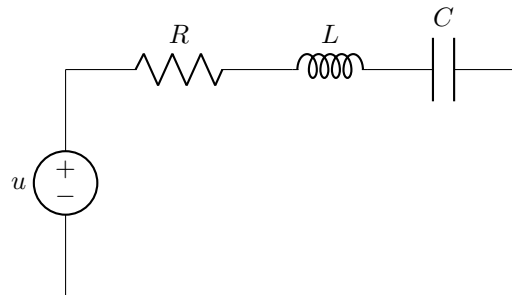
4. Δίνεται το κύκλωμα του δρομέα ενός ηλεκτρικού κινητήρα :



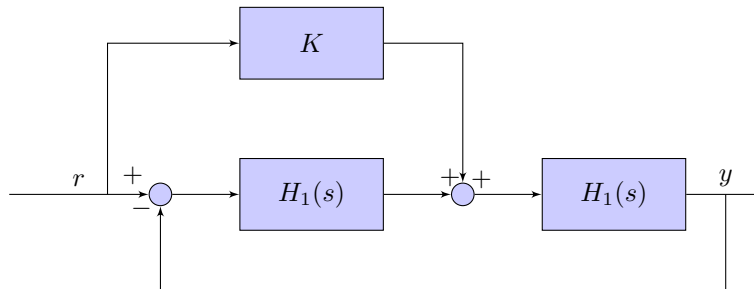
Με  $e$  συμβολίζουμε την αντιηλεκτρεγερτική δύναμη του κινητήρα, με  $\theta$  τη γωνία περιστροφής, με  $T_M$  τη ροπή του κινητήρα και με  $J = J_L + J_M$  τη συνολική ροπή αδράνειας που αποτελείται από τη ροπή αδράνειας του φορτίου και του ίδιου του άξονα του κινητήρα. Θεωρείστε συντελεστή ιξώδους τριβής κατά την κίνηση του κινητήρα  $B$ . Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς  $\frac{\Theta}{V_{in}}$ . Τι μορφή θα πάρει αυτή η συνάρτηση μεταφοράς για  $B \rightarrow 0$ ,  $L_A \rightarrow 0$ ;

Δίνονται οι σχέσεις:  $e = K\dot{\theta}$  και  $T_M = K_M i_A$ , όπου  $K$  και  $K_M$  σταθερές.

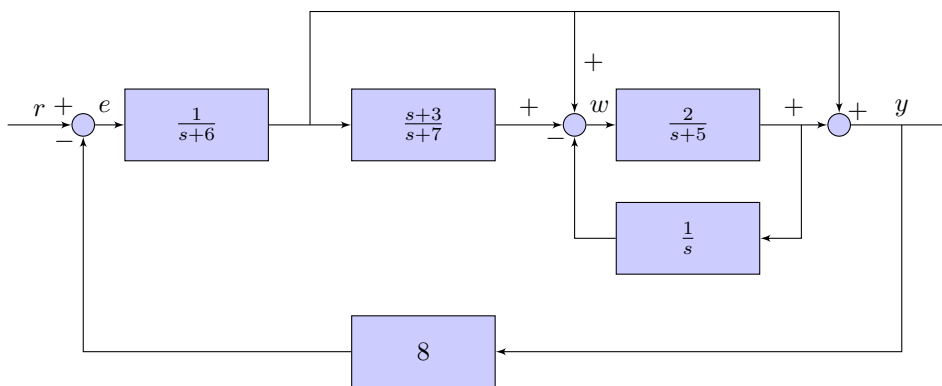
5. Δίνονται το παρακάτω κύκλωμα και το παρακάτω μηχανικό σύστημα. Να γράψετε τις διαφορικές εξισώσεις του κυκλώματος ως προς τη μεταβλητή  $z = \int i dt$  και του μηχανικού συστήματος ως προς τη μετατόπιση  $x$  του σώματος. Τι παρατηρείτε;



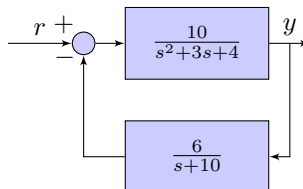
6. Δίνεται το block διάγραμμα του σχήματος. Να υπολογίσετε τη συνάρτηση μεταφοράς  $H(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ .



7. Δίνεται το block διάγραμμα του σχήματος.



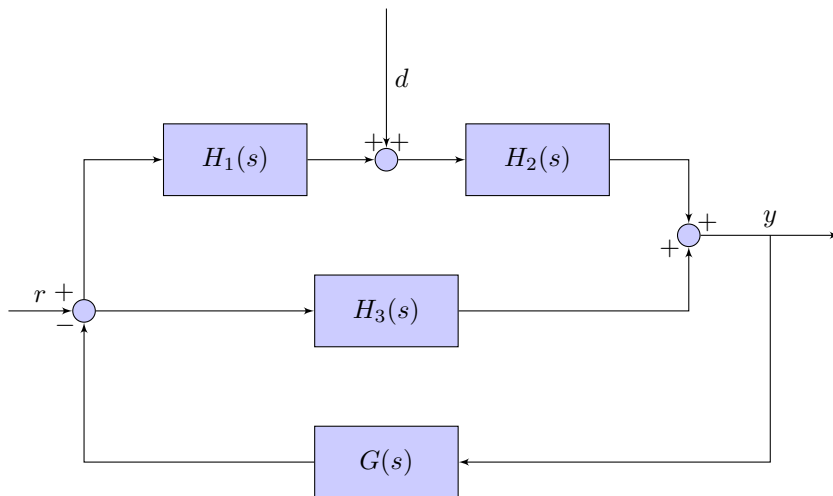
- α. Να υπολογιστεί η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος  $H(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$  χρησιμοποιώντας ισοδυναμίες διαγραμμάτων βαθμίδων.  
 β. Να υπολογιστεί η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος  $H(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$  με αλγεβρικό τρόπο.  
 γ. Να υπολογιστούν οι συναρτήσεις μεταφοράς  $H_1(s) = \frac{E(s)}{R(s)}$ ,  $H_2(s) = \frac{W(s)}{R(s)}$ ,  $H_3(s) = \frac{W(s)}{E(s)}$ .
8. Δίνεται το block διάγραμμα του σχήματος.



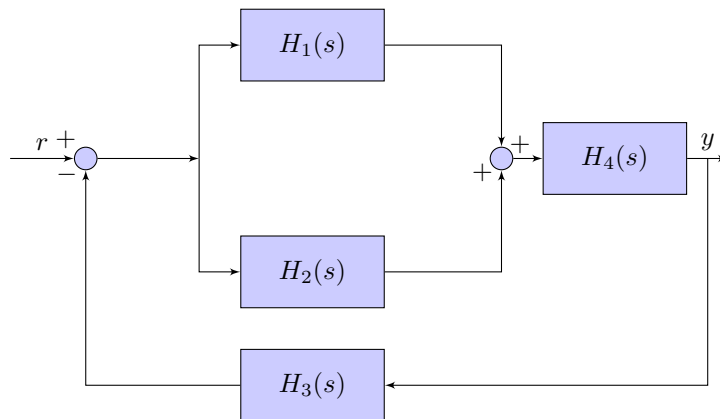
α. Τι τύπου είναι το σύστημα ;

β. Να υπολογιστούν τα σφάλματα θέσης και ταχύτητας.

9. Δίνεται το σύστημα του Σχήματος. Ποια είναι η συνάρτηση μεταφοράς με εισοδο την διαταραχή  $d$ ;

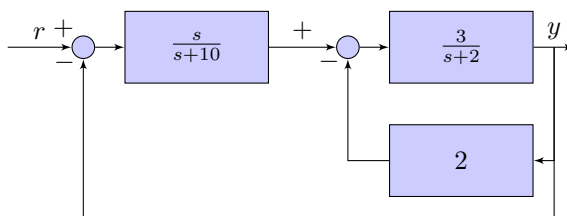


10. Δίνεται το block διάγραμμα του σχήματος.



Ποια είναι η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος ;

11. Δίνεται το block διάγραμμα του σχήματος.



- α. Τι τύπου είναι το σύστημα ;
- β. Να υπολογιστούν τα σφάλματα θέσης και ταχύτητας.

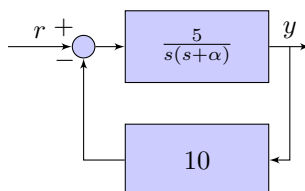
12. Δίνονται τα συστήματα :

$$H_1(s) = \frac{s+9}{s^2+7s+3}$$

$$H_2 = \frac{2(s+10)}{s(s+2)(s+5)}$$

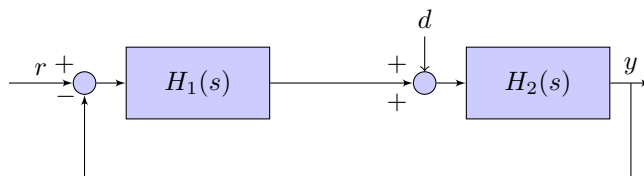
Συνδέουμε το κάθε ένα σύστημα σε μοναδιαία αρνητική ανάδραση. Τι τιμή θα έχουν τα σφάλματα θέσης και ταχύτητάς τους ;

13. Δίνεται το σύστημα :



- α. Να υπολογιστεί το σφάλμα θέσης του.
- β. Να μετασχηματιστεί το σύστημα σε ισοδύναμο με μοναδιαία αρνητική ανάδραση.

14. Δίνεται το σύστημα :



Θεωρείστε την περίπτωση Α και την περίπτωση Β όπου :

Περίπτωση Α

$$H_1(s) = \frac{s+2}{s+1} \quad H_2(s) = \frac{10}{s(s+6)}$$

Περίπτωση Β

$$H_1(s) = \frac{s+2}{s(s+1)} \quad H_2(s) = \frac{10}{s+6}$$

α. Αν  $d = 0$  να υπολογίσετε τα σφάλματα θέσης για κάθε μία περίπτωση.

β. Έστω σταθερή διαταραχή μεγέθους  $A$ :  $d(s) = \frac{A}{s}$

i. Ποιο είναι το σφάλμα μόνιμης κατάστασης σε κάθε περίπτωση ;

ii. Ποια είναι η τιμή της εξόδου στην μόνιμη κατάσταση για κάθε μία περίπτωση ;

15. Να υπολογίσετε τους αντίστροφους μετασχηματισμούς Laplace των παρακάτω συναρτήσεων μεταφοράς :

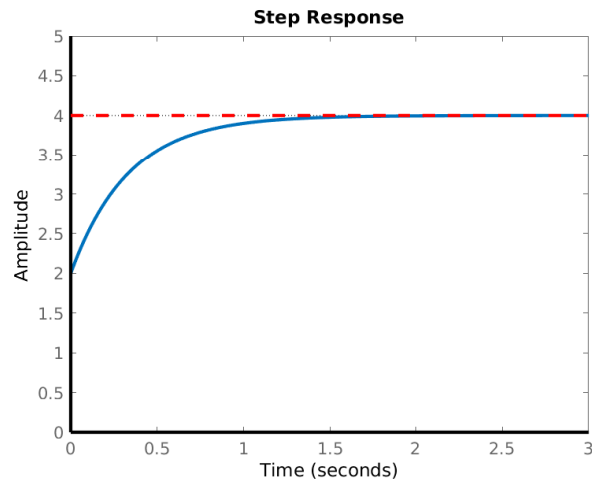
α.  $H(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+3)}$

γ.  $H(s) = \frac{s+3}{(s+2)(s^2+2s+5)}$

β.  $H(s) = \frac{s+2}{(s+1)(s+4)^2}$

δ.  $H(s) = \frac{2}{(s+1)(s^2+1)}$

16. Δίνεται η βηματική απόκριση του σχήματος :



Σε ποια από τις παρακάτω συναρτήσεις μεταφοράς αντιστοιχεί :

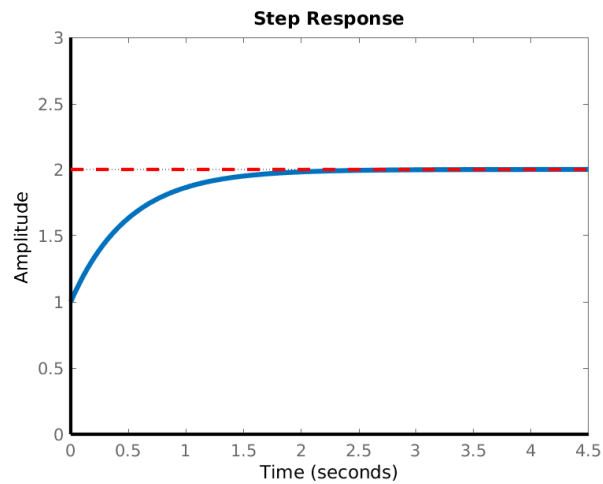
α.  $H(s) = \frac{12}{(s+3)}$

γ.  $H(s) = \frac{2(s+3)}{(s+2)}$

β.  $H(s) = \frac{2(s+6)}{(s+3)}$

δ.  $H(s) = \frac{6}{(s+3)}$

17. Δίνεται η βηματική απόκριση του σχήματος:



Σε ποια από τις παρακάτω συναρτήσεις μεταφοράς αντιστοιχεί;

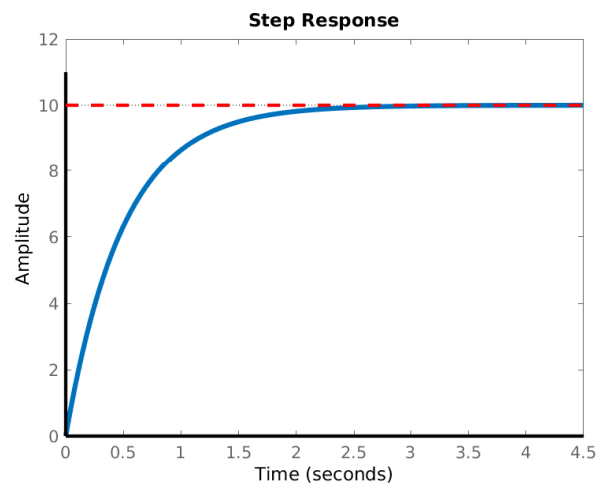
α.  $H(s) = \frac{4}{(s+2)}$

γ.  $H(s) = \frac{3(s+2)}{(s+3)}$

β.  $H(s) = \frac{6}{(s+2)}$

δ.  $H(s) = \frac{s+4}{(s+2)}$

18. Δίνεται η βηματική απόκριση του σχήματος.



Σε ποια από τις παρακάτω συναρτήσεις μεταφοράς αντιστοιχεί;



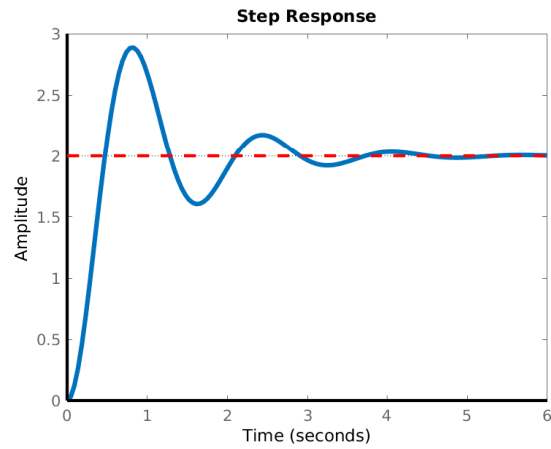
α.  $H(s) = \frac{20}{(s+5)}$

γ.  $H(s) = \frac{50}{(s+2)}$

β.  $H(s) = \frac{20}{(s+2)}$

δ.  $H(s) = \frac{50}{(s+5)}$

19. Δίνεται η βηματική απόκριση του σχήματος.



Σε ποια από τις παρακάτω συναρτήσεις μεταφοράς αντιστοιχεί;

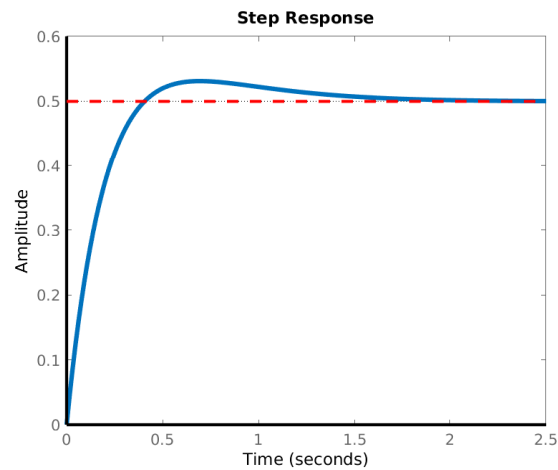
α.  $H(s) = \frac{32}{s^2+2s+16}$

γ.  $H(s) = \frac{16}{s^2+4s+16}$

β.  $H(s) = \frac{2}{s^2+2s+1}$

δ.  $H(s) = \frac{32}{s^2+16}$

20. Δίνεται η βηματική απόκριση του σχήματος.



Σε ποια από τις παρακάτω συναρτήσεις μεταφοράς αντιστοιχεί;

$$\alpha. H(s) = \frac{12}{s^2+4s+12}$$

$$\gamma. H(s) = \frac{1}{s^2+4s+1}$$

$$\beta. H(s) = \frac{3(s+2)}{s^2+7s+12}$$

$$\delta. H(s) = \frac{4}{s^2+4s+16}$$

21. Ποιο από τα παρακάτω συστήματα έχει τη μεγαλύτερη ταχύτητα ανόδου;

$$\alpha. H(s) = \frac{s+10}{(s+2)^2+5}$$

$$\gamma. H(s) = \frac{s+10}{(s+2)^2+10}$$

$$\beta. H(s) = \frac{s+3}{(s+2)^2+5}$$

$$\delta. H(s) = \frac{s+3}{(s+2)^2+10}$$

22. Να υπολογιστεί και να σχεδιαστεί η βηματική απόκριση για κάθε περίπτωση:

$$\alpha. H(s) = \frac{5}{s+4}$$

$$\gamma. H(s) = \frac{4(s+3)}{s+5}$$

$$\beta. H(s) = \frac{18}{s+6}$$

$$\delta. H(s) = \frac{10(s+1)}{(s+2)(s+3)}$$

23. Να υπολογιστεί η βηματική απόκριση σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις. Τι παρατηρείτε;

$$\alpha. H(s) = \frac{8}{(s+8)}$$

$$\gamma. H(s) = \frac{16}{z} \frac{(s+z)}{(s+2)(s+8)}$$

$$\beta. H(s) = \frac{16}{(s+2)(s+8)}$$

24. Να γίνει προσέγγιση κυρίαρχου πόλου όπου είναι εφικτό στις παρακάτω συναρτήσεις μεταφοράς.

$$\alpha. H(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)}$$

$$\delta. H(s) = \frac{15(s+3.1)}{(s+3)(s+100)}$$

$$\beta. H(s) = \frac{3}{(s+6)(s+12)}$$

$$\epsilon. H(s) = \frac{s+1.05}{(s+1)(s+2)(s+100)}$$

$$\gamma. H(s) = \frac{7(s+4)}{(s+2)(s+3)(s+20)}$$

$$\sigma\tau. H(s) = \frac{20(s+1)}{(s+3)(s+20)}$$

25. Να υπολογιστεί ο χρόνος αποκατάστασης για τα παρακάτω συστήματα:

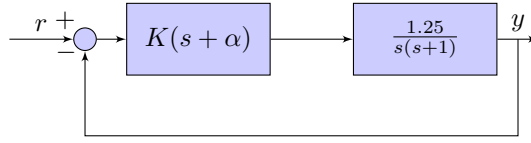
$$\alpha. H(s) = \frac{13}{(s^2+4s+13)}$$

$$\beta. H(s) = \frac{9}{s^2+10s+9}$$

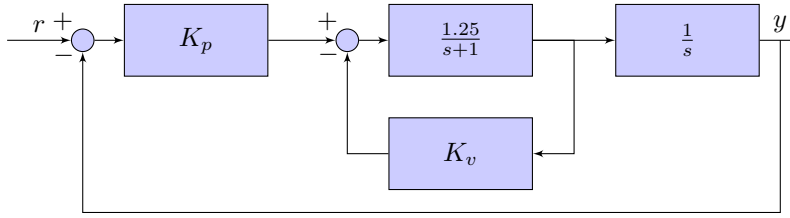
26. Δίνεται το σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς  $H(s) = \frac{10}{(s+6)(s+7)}$ . Να σχεδιαστεί σύστημα κλειστού βρόγχου με μοναδιαία αρνητική ανάδραση έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι παρακάτω προδιαγραφές:

- Σφάλμα θέσης μικρότερο του 0.5.
- Υπερύψωση μικρότερη από 0.1.
- Χρόνος αποκατάστασης μικρότερος από 660ms.

27. Έστω σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς  $H(s) = \frac{1.25}{s(s+1)}$ . Υλοποιούμε δύο σχήματα ελέγχου που περιγράφονται από το Σχήμα 1 και Σχήμα 2:



Σχήμα 1: Σχήμα Ελέγχου Ι



Σχήμα 2: Σχήμα Ελέγχου ΙΙ

Το Σχήμα Ι χρησιμοποιεί έναν PD ελεγκτή, ενώ το Σχήμα ΙΙ χρησιμοποιεί ανάδραση ταχύτητας. Να επιλέξετε τις παραμέτρους ελέγχου  $K$ ,  $\alpha$  για το Σχήμα Ι και  $K_p$ ,  $K_v$  για το Σχήμα ΙΙ ώστε να ικανοποιούνται οι προδιαγραφές:

- Χρόνος αποκατάστασης μικρότερος από  $0.5s$ .
- Οι πόλοι του συστήματος να είναι μιγαδικοί.
- $\zeta > 0.8$

Επιλέξτε τιμές στους δύο ελεγκτές ώστε τα δύο Σχήματα ελέγχου να έχουν τον ίδιο χρόνο αποκατάστασης και το ίδιο  $\zeta$ . Σχολιάστε τις διαφορές των δύο Σχημάτων.

28. Να σχεδιάσετε τα προσεγγιστικά διαγράμματα Bode μέτρου για τις συναρτήσεις μεταφοράς:

α.  $H(s) = \frac{40(s+1)}{s^2(s^2+s+4)}$

στ.  $H(s) = \frac{10(s+1)}{s(s+8)(s^2+s+1)}$

β.  $H(s) = \frac{5(s^2+7s+6)}{(s+15)(s+4)^2}$

ζ.  $H(s) = \frac{5s(s+2)}{(s+1)(s^2+10s+25)}$

γ.  $H(s) = \frac{25(s+3)(s+7)}{(s+1)(s+10)(s^2+s+25)}$

η.  $H(s) = \frac{2s^2(s+2)}{(s^2+2s+9)(s^2+7s+25)}$

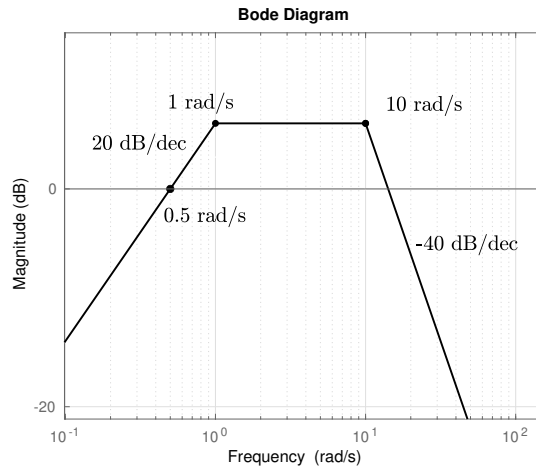
δ.  $H(s) = \frac{40(s+5)}{s(s^2+12s+20)}$

θ.  $H(s) = \frac{100(s+1)^2}{s(s+2)}$

ε.  $H(s) = \frac{20(s+4)}{(s^2+5s+6)(s^2+8s+25)}$

ι.  $H(s) = \frac{5s(s-1)}{s+2}$

29. Δίνεται το προσεγγιστικό διάγραμμα Bode μέτρου. Να βρείτε σε ποια από τις παρακάτω συναρτήσεις μεταφοράς αντιστοιχεί.



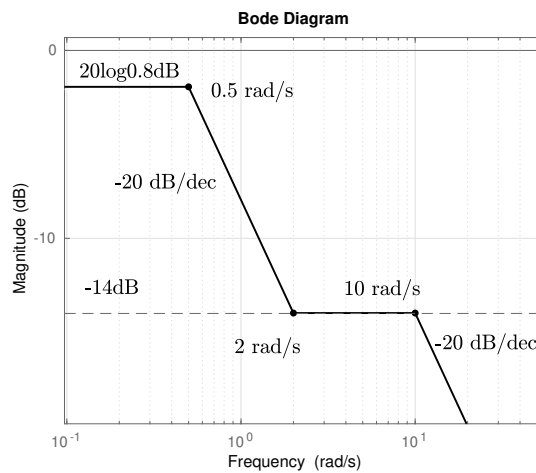
α.  $H(s) = \frac{5(s+1)}{s(s+10)}$

γ.  $H(s) = \frac{50s}{(s+1)(s+10)^2}$

β.  $H(s) = \frac{5s}{(s+1)(s+10)}$

δ.  $H(s) = \frac{50(s+1)}{s(s+10)^2}$

30. Δίνεται το προσεγγιστικό διάγραμμα Bode μέτρου. Να βρείτε σε ποια από τις παρακάτω συναρτήσεις μεταφοράς αντιστοιχεί.



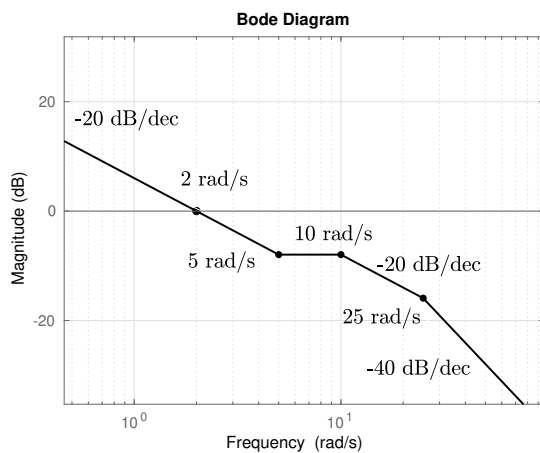
α.  $H(s) = \frac{2(s+1)}{(s+0.5)(s+10)}$

γ.  $H(s) = \frac{2(s+2)}{(s+0.5)(s+10)}$

β.  $H(s) = \frac{10(s+0.5)}{(s+2)(s+10)}$

δ.  $H(s) = \frac{10(s+10)}{(s+2)(s+0.5)}$

31. Δίνεται το προσεγγιστικό διάγραμμα Bode μέτρου. Να βρείτε σε ποια από τις παρακάτω συναρτήσεις μεταφοράς αντιστοιχεί.



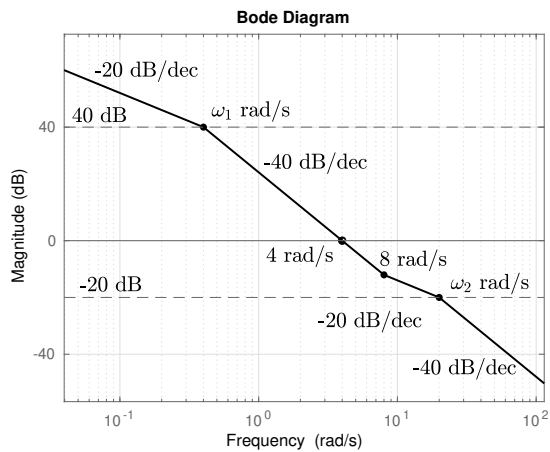
α.  $H(s) = \frac{25(s+5)}{s(s+10)(s+25)}$

γ.  $H(s) = \frac{25(s+5)}{s^2(s+10)(s+25)}$

β.  $H(s) = \frac{100(s+5)}{s(s+10)(s+25)}$

δ.  $H(s) = \frac{100(s+5)}{s^2(s+10)(s+25)}$

32. Δίνεται το προσεγγιστικό διάγραμμα Bode μέτρου.



Η συνάρτηση μεταφοράς που απεικονίζεται, δίνεται από τον τύπο :

$$H(s) = \frac{G(s+8)}{s(s+\omega_1)(s+\omega_2)}$$

Να υπολογίσετε τις τιμές των παραμέτρων  $G, \omega_1, \omega_2$ .

33. Τι τιμή έχουν τα προσεγγιστικά διαγράμματα Bode μέτρου και φάσης στη συχνότητα  $\omega_1 = 1 \text{ rad/s}$  για την συνάρτηση μεταφοράς:

$$H(s) = \frac{100}{(s+1)^2(s+10)}$$

Ποια είναι η ακριβής τιμή της φάσης στην ίδια συχνότητα;

34. Τι τιμή έχουν τα προσεγγιστικά διαγράμματα Bode μέτρου φάσης στη συχνότητα  $\omega_1 = 5 \text{ rad/s}$  για την συνάρτηση μεταφοράς:

$$H(s) = \frac{10(s+5)}{s^2 + 8s + 25}$$

Ποια είναι η ακριβής τιμή της φάσης στην ίδια συχνότητα;

35. Τι τιμή έχει το προσεγγιστικό διάγραμμα Bode μέτρου στη συχνότητα  $\omega_1 = 7 \text{ rad/s}$  για την συνάρτηση μεταφοράς:

$$H(s) = \frac{s^2 + 6s + 25}{(s+1)(s+2)(s+10)}$$

Ποια είναι η ακριβής τιμή της φάσης στην ίδια συχνότητα;

36. Δίνεται η συχνότητα  $\omega_b$  για τέσσερα συστήματα. Ποιο έχει την ταχύτερη απόκριση;

α.  $\omega_b = 6 \text{ rad/s}$    β.  $\omega_b = 7 \text{ rad/s}$    γ.  $\omega_b = 10 \text{ rad/s}$    δ.  $\omega_b = 25 \text{ rad/s}$

37. Ποιες είναι οι χαρακτηριστικές συχνότητες των παρακάτω συστημάτων:

$$H_1(s) = \frac{5(s+6)}{s^2 + 8s + 16} \quad H_2(s) = \frac{8(s+10)}{s^2 + 5s + 25}$$

38. Ποια από τις παρακάτω συναρτήσεις μεταφοράς έχει κλίση  $-60 \text{ dB}$  στο προσεγγιστικό διάγραμμα Bode μέτρου για  $\omega_1 = 30 \text{ rad/s}$ ;

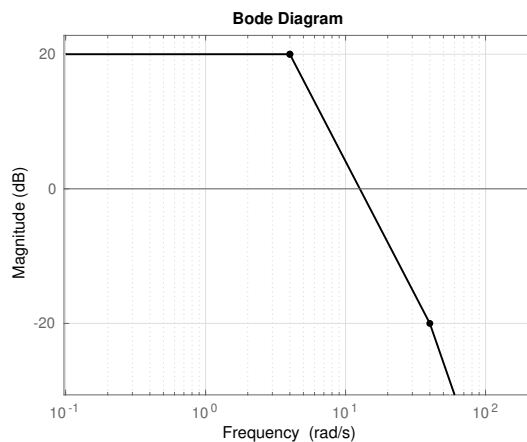
$$\begin{aligned} \alpha. H(s) &= \frac{s+70}{(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)} & \gamma. H(s) &= \frac{s+60}{(s+80)(s+90)(s^2+18s+100)} \\ \beta. H(s) &= \frac{s+4}{(s+2)(s^2+18s+100)} & \delta. H(s) &= \frac{s+10}{(s+6)(s+9)(s^2+18s+100)} \end{aligned}$$

39. Δίνεται η συνάρτηση μεταφοράς ενός συστήματος  $H(s)$  και η  $H_1(s)$ :

$$H(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{3} + 1\right) \left(\frac{s}{30} + 1\right)} \quad H_1(s) = \frac{\frac{s}{2.8} + 1}{\left(\frac{s}{3} + 1\right) \left(\frac{s}{30} + 1\right)}$$

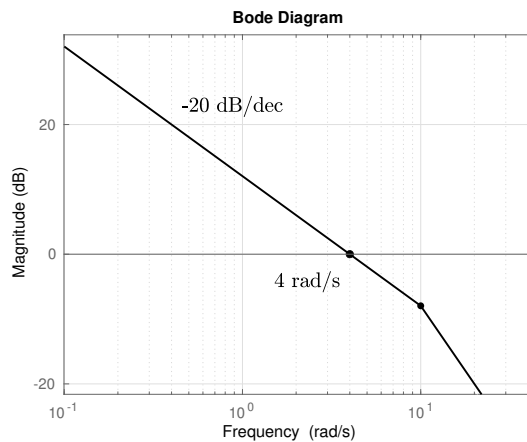
Όπου η  $H_1(s)$  προέκυψε προσθέτοντας στη συνάρτηση μεταφοράς ένα μηδενικό κοντά στον κυρίαρχο πόλο, στο  $-2.8$ .

- α. Να σχεδιαστούν τα προσεγγιστικά διαγράμματα Bode μέτρου για κάθε σύστημα.
- β. Να υπολογιστεί η απόκριση του κάθε συστήματος σε μοναδιαία βηματική απόκριση. Τι παρατηρείτε;
40. Δίνεται το προσεγγιστικό διάγραμμα Bode μέτρου το οποίο αντιστοιχεί στη συνάρτηση μεταφοράς  $H(s)$ .



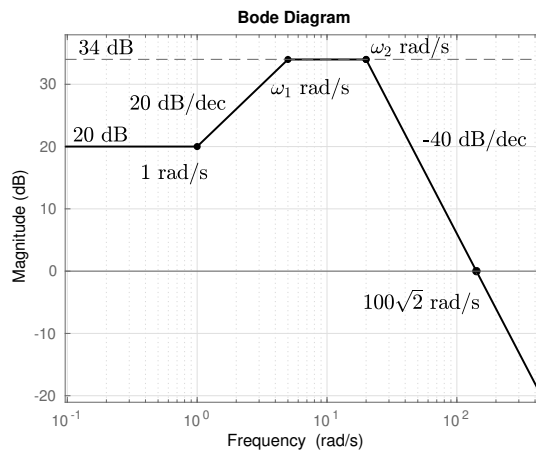
Συνδέουμε την  $H(s)$  σε σύστημα κλειστού βρόγχου με μοναδιαία αρνητική ανάδραση. Ποια θα είναι τα σφάλματα θέσης ταχύτητας και επιτάχυνσης;

41. Δίνεται το προσεγγιστικό διάγραμμα Bode μέτρου το οποίο αντιστοιχεί στη συνάρτηση μεταφοράς  $H(s)$ .



Συνδέουμε την  $H(s)$  σε σύστημα κλειστού βρόγχου με μοναδιαία αρνητική ανάδραση. Ποια θα είναι τα σφάλματα θέσης ταχύτητας και επιτάχυνσης;

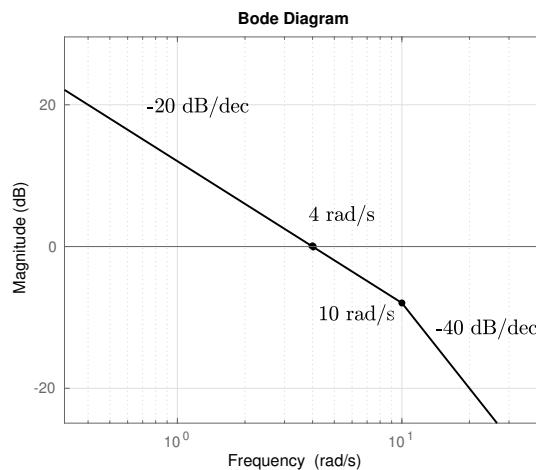
42. Δίνεται το προσεγγιστικό διάγραμμα Bode μέτρου το οποίο αντιστοιχεί στη συνάρτηση μεταφοράς  $H(s)$ .



Θεωρώντας ότι η  $H(s)$  δεν έχει μηγαδικούς πόλους, ούτε πόλους και μηδενικά που απαλείφονται, να υπολογίσετε:

- α. Την  $H(s)$ .
- β. Το εύρος ζώνης  $\omega_b$  του συστήματος.

43. Δίνεται το προσεγγιστικό διάγραμμα Bode μέτρου το οποίο αντιστοιχεί στη συνάρτηση μεταφοράς  $H(s)$ .



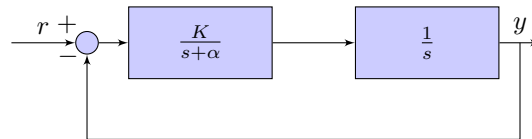
Θεωρώντας ότι η  $H(s)$  δεν έχει μηγαδικούς πόλους, ούτε πόλους και μηδενικά που απαλείφονται, να υπολογίσετε:



α. Την  $H(s)$ .

β. Το εύρος ζώνης  $\omega_b$  του συστήματος κλειστού βρόγχου αν συνδεθεί η  $H(s)$  με μοναδιαία αρνητική ανάδραση.

44. Δίνεται το σύστημα ελέγχου:



Να επιλεγθούν οι τιμές των  $K$  και  $\alpha$  ώστε να έχουμε μέγιστη υπερύψωση στο χώρο της συχνότητας  $M_{pr} = 1.04$  για συχνότητα συντονισμού  $\omega_r = 11.54 \text{ rad/s}$ . Για τις τιμές που επιλέξατε, να υπολογίσετε τον χρόνο αποκατάστασης και το εύρος ζώνης.