**Question**
Considérons la fonction de deux variables $f(x, y) = \sqrt[6]{-10 + 3x + 5y}$. Déterminez le domaine de définition de $f$ et représentez graphiquement ce dernier dans le plan $Oxy$, *en vert*. Justifiez.

Dom(f) → conjunto de valores que podem passar em f.

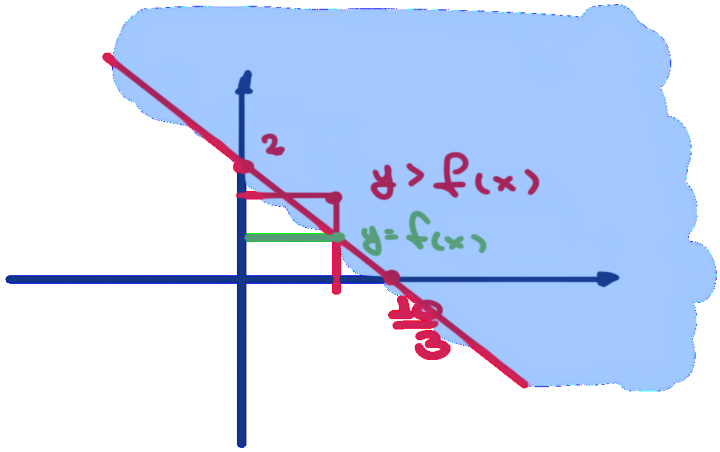
$-10 + 3x + 5y \geq 0$

$3x + 5y \geq 10$

$y \geq -\frac{3}{5}x + 2$

slope

termo ind. + corta Eixo y




raízes

$-\frac{3}{5}x + 2 = 0$

$x = \frac{10}{3}$

---

**Question**
Calculez par parties en détaillant votre raisonnement et en précisant toutes les formules utilisées :

$$-3\int_0^2 xe^{7x}\,dx$$


$(uv)' = u'v + v'u$

$uv = \int u'v + \int v'u$

$\int u'v = uv - \int v'u$

| $u = \frac{e^{7x}}{7}$ | $v = x$ |
|---|---|
| $u' = e^{7x}$ | $v' = 1$ |

$= -3\left[\frac{e^{7x} \cdot x}{7} - \int \frac{e^{7x}}{7}\right]$

$= -3\left[\frac{e^{7x} \cdot x}{7} - \frac{1}{7} \cdot \frac{e^{7x}}{7}\right]$

$= -\frac{3}{7} \cdot e^{7x}\left(x - \frac{1}{7}\right)$

$u = \int e^{7x} = e^{7x}$

$(e^{7x})' = e^{7x} \cdot 7$

$\left(\frac{e^{7x}}{7}\right)' = e^{7x}$

$\int e^{7x} = \frac{e^{7x}}{7}$

$$\int -3x e^{7x}\,dx = -\frac{3}{7}e^{7x}\left(x-\frac{1}{7}\right)\Big|_0^2$$

$$-\frac{3}{7}\left[e^{14}\left(2-\frac{1}{7}\right) - e^{0}\cdot\left(0-\frac{1}{7}\right)\right]$$

$$\boxed{-\frac{3}{7}\left(\frac{13}{7}\cdot e^{14}+\frac{1}{7}\right)}$$

$\log_a a^n = n$

$\log_2 2^3 = 3$

**Question 1**
Déterminez si les intégrales suivantes sont propres, impropres ou doublement impropres. Justifiez chaque réponse.

$$J = \int_{-5}^{5} \frac{1}{(x+3)(x-6)}\,dx \quad \begin{matrix} x \neq -3 \\ x \neq 6 \end{matrix}$$

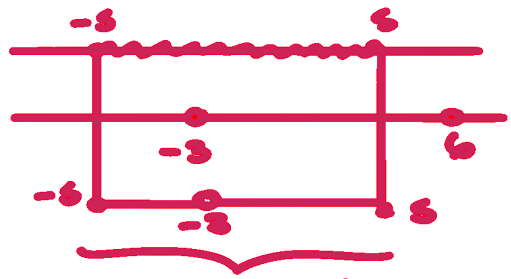
$$K = \int_{2}^{3} \frac{1}{\ln x}\,dx \qquad \ln x \neq 0 \longrightarrow \log_e x \neq 0$$

$\Updownarrow$

$e^0 \neq x$

$\underline{x \neq 1}$

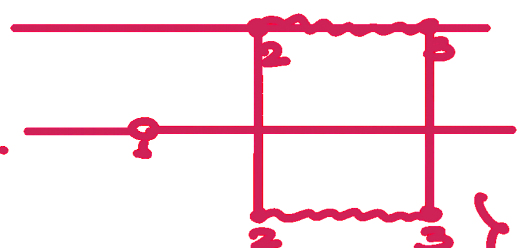
1)




é imprópria

2) Dm

Pontos improp.




é própria

**Question**
Calculez par substitution en détaillant votre raisonnement et en justifiant chaque étape de calcul :

$$\int \frac{\overbrace{-2x^3+1}^{du/2}}{\underbrace{-x^4+2x-1}_{u}} dx = \int \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \int \frac{du}{u} = \frac{1}{2} \int u^{-1} du$$

$$u = -x^4 + 2x - 1$$

$$\frac{du}{dx} = -4x^3 + 2$$

$$du = 2(-2x^3+1) dx$$

$$= \frac{1}{2} \ln(u)$$

$$= \frac{1}{2} \ln(-x^4+2x-1)$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{b} \cdot a$$

$$(\quad)' = \frac{1}{u}$$

$$\int \frac{2}{2} \cdot \frac{(-2x^3+1)}{u} dx$$

$$= \int \frac{du}{2u} = \frac{1}{2} \int \frac{du}{u}$$

a) $\int \frac{1}{x} \cdot \ln x \, dx \qquad (x > 0)$ $= \int u \underbrace{\frac{1}{x} \cdot dx}_{du} = \int u\,du = \frac{u^2}{2} = \boxed{\frac{(\ln x)^2}{2}}$

$\int x^1 dx = \frac{x^2}{2}$ (+1)

$u = \ln x$

$\frac{du}{dx} = \frac{1}{x} \Rightarrow$

$\boxed{du = \frac{1}{x} \cdot dx}$

j) $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx = \int u \frac{dx}{x} = \int u\,du$

$u = (\ln x + 1)$

$\frac{du}{dx} = \frac{1}{x}$

$du = \frac{dx}{x}$

$= \frac{u^2}{2} + C$

$= \frac{(\ln x + 1)^2}{2} + C$

$\left[\frac{(\ln x + 1)^2}{2}\right]_1^e = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$\log_a(a^n) = n$ $\rightarrow$ $\ln e = 1$, $\ln 1 = 0$

$\int x^2 dx = \left(\frac{x^3}{3}\right)$

$\underbrace{\int x^n dx = \left(\frac{x^{n+1}}{n+1}\right)}$

para todo $n \neq -1$

$n = -1$

$\int x^{-1} dx = \int \frac{dx}{x}$

$\int \frac{1}{x} dx = (\ln x + C)$

n) $\int \frac{\ln(x+2)}{2x+4} dx$

$u = \ln(x+2)$

$\frac{du}{dx} = \frac{1}{x+2} \Rightarrow du = \frac{dx}{x+2}$

voltando... $\int \frac{u\,dx}{2(x+2)} = \frac{1}{2}\left(\int u\,du\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^2}{2} + C$ (du)

$= \frac{(\ln(x+2))^2}{4} + C$

$$\int u'v = uv - \int uv'$$

b) $\int \underbrace{x^2}_{v} \cdot \underbrace{e^{2x}}_{u'} \, dx$

| $u = \frac{e^{2x}}{2}$ | $v = x^2$ |
|---|---|
| $u' = e^{2x}$ | $v' = 2x$ |

$u = \int e^{2x} = \frac{e^{2x}}{2}$

$(e^{2x})' = e^{2x} \cdot 2$

$\left(\frac{e^{2x}}{2}\right)' = e^{2x}$

$\boxed{\int e^{2x} = \frac{e^{2x}}{2}}$

$$\int x^2 e^{2x} dx = \frac{x^2 e^{2x}}{2} - \int \frac{e^{2x}}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}x \, dx$$

① Resolvendo $\int e^{2x} \cdot x \, dx$

$$\int \underbrace{e^{2x}}_{u'} \underbrace{x}_{v} dx = \frac{e^{2x}}{2} \cdot x - \int \frac{e^{2x}}{2}$$

$$= \frac{e^{2x} \cdot x}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{e^{2x}}{2}\right)$$

② Voltando

$$\frac{x^2 \cdot e^{2x}}{2} - \left[\frac{x e^{2x}}{2} - \frac{e^{2x}}{4}\right] \to$$

$$\frac{e^{2x} x^2}{2} \frac{(e^{2x}}{2} - x \frac{e^{2x}}{2}) + \frac{e^{2x}}{4} \to$$

$$\boxed{\frac{e^{2x}}{2}\left(x^2 - x + \frac{1}{2}\right)}$$