



A Matemática nos Documentos: A Matemática dos CPF's

A Matemática dos CPF's

Toda pessoa que se inscreve no Cadastro de Pessoas Físicas da Receita Federal do Brasil recebe um número de inscrição de onze dígitos decimais com a seguinte configuração: **ABC.DEF.GHI-JK**.

- Os primeiros oito dígitos, **ABCDEFGH**, formam o número-base definido pela Receita Federal no momento da inscrição.
- O nono dígito, **I**, define a Região Fiscal responsável pela inscrição.
- O penúltimo, **J**, é o dígito verificador dos nove primeiros.
- O último, **K**, é o dígito verificador dos nove anteriores a ele.



A Região Fiscal onde é emitido o CPF (definida pelo nono dígito) tem as seguintes identificações:

- 1 – DF, GO, MS, MT e TO**
- 2 – AC, AM, AP, PA, RO e RR**
- 3 – CE, MA e PI**
- 4 – AL, PB, PE, RN**
- 5 – BA e SE**
- 6 – MG**
- 7 – ES e RJ**
- 8 – SP**
- 9 – PR e SC**
- 0 – RS**



No caso da 10ª Região Fiscal (Rio Grande do Sul), o algarismo zero é utilizado como nono dígito.

Podem existir casos específicos em que esse nono dígito não esteja de acordo com os determinados acima.

Mas o que são os Dígitos Verificadores?

É aqui que a Matemática entra.

De maneira geral, Dígitos Verificadores (**DV**) são dígitos incorporados a números para possibilitar a detecção de erros de digitação. Recurso muito difundido, por exemplo, na numeração de contas bancárias.

Particularmente, no caso do CPF, os dois Dígitos Verificadores são calculados, a partir da esquerda, da seguinte maneira:

► Os nove primeiros algarismos são ordenadamente multiplicados pela sequência 10 , 9 , 8 , 7 , 6 , 5 , 4 , 3 , 2 (o primeiro por 10 , o segundo por 9 , e assim sucessivamente). Em seguida, calcula-se o resto r da divisão da soma dos resultados das multiplicações por 11 :

- se esse resto for 0 ou 1 , o primeiro dígito verificador é zero ($d_1=0$); caso contrário, $d_1=11-r$.

► O segundo Dígito Verificador (d_2) é calculado pela mesma regra, na qual os números a serem multiplicados pela sequência 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 são contados a partir do segundo algarismo, sendo d_1 o último algarismo. Se s é o resto da divisão por 11 das somas das multiplicações, então:

- d_2 é zero, se s for 0 ou 1; caso contrário, $d_2 = 11 - s$.

Para entender a regra, veja o cálculo dos Dígitos Verificadores para o CPF número [tex]280.012.389 - XY[/tex].

► Cálculo para o primeiro Dígito Verificador

```
[tex]\begin{array}{ccccccccccccccc}
&2&&8&&0&&0&&1&&2&&3&&8&&9\\
&\times&&\times&&\times&&\times&&\times&&\times&&\times&&\times&&\times\\
&10&&9&&8&&7&&6&&5&&4&&3&&2\\
\hline
&20&+&72&+&0&+&0&+&6&+&10&+&12&+&24&+&18&=\boxed{162}
\end{array}[/tex]
```

Como

```
[tex]\qquad \qquad \begin{array}{c}
162 \, \backslash, \, \backslash, \end{array} \begin{array}{c}
\backslash, \backslash, 11 \, \backslash, \backslash, \backslash \hline
\end{array}[/tex]
```

```
[tex]\qquad \qquad \begin{array}{c}
\backslash, \backslash, \backslash, 8 \\
\end{array} \begin{array}{c}
\backslash, \backslash, \backslash, \backslash, \sim \sim 14 \\
\end{array}[/tex]
```

então, o primeiro dígito verificador é $X = 11 - 8 = 3$.

► Cálculo para o segundo Dígito Verificador

[tex]\begin{array}{cccccccccccccccc}

&8&&0&&0&&1&&2&&3&&8&&9&&3\\

&\times&&\times&&\times&&\times&&\times&&\times&&\times&&\times&&\times&&\times&&\times\\

&10&&9&&8&&8&&7&&6&&5&&4&&3&&2\\

\hline

&80&+&80&+&0&+&7&+&12&+&15&+&32&+&27&+&6&=\boxed{179}

\end{array}[/tex]

Como

[tex]\qquad \qquad \begin{array}{c}

179 \, , \, \, \end{array} \begin{array}{c|c}

\, , \, 11 \, , \, \, \hline

\end{array}[/tex]

[tex]\qquad \qquad \begin{array}{c}

\, \, \, 3

```
\end{array}\begin{array}{c}
\, \, \, \, \, \sim\sim16
\end{array}[/tex]
```

então, o segundo dígito verificador é $Y = 11 - 3 = 8$

Pronto! Já temos o CPF completo: $280.012.389-38$.

Observação: Em um primeiro momento, os Dígitos Verificadores de um CPF servem para alertar que o número foi escrito de forma inadequada, sem que haja necessidade de se acessar o banco de dados da Receita Federal. Mas a validação de um CPF realizada com base apenas nos Dígitos Verificadores não significa que esse CPF exista no Cadastro Nacional de Pessoas Físicas e nem que ele seja um número ativo ou com situação cadastral regular perante a Receita Federal. Assim, um número de CPF autenticado apenas pelos seus Dígitos Verificadores não é, necessariamente, um documento já emitido ou legalmente válido. Para conferir se um número de CPF está ativo ou com situação cadastral regular, deve ser consultado o site oficial da **Secretaria da Receita Federal do Brasil** (<https://servicos.receita.fazenda.gov.br/Servicos/CPF/ConsultaSituacao/ConsultaPublica.asp>).

Vamos fazer algumas atividades?

ATIVIDADES

Atividade 1

Atividade 2

Atividade 3

Atividade 4

Atividade 5

Atividade 6

Atividade 7

Aparatos para ajudar

Disponibilizamos três Maquinetas para ajudar nas atividades propostas nesta Sala.

Mas lembre-se de que este é um ambiente de aprendizado de Matemática; assim, as sequências aleatórias cujos dígitos verificadores são autenticados pelo algoritmo aqui apresentado não são, necessariamente, CPF's de documentos regulares junto à Receita Federal.

De toda forma,

Bom proveito, pessoal!

Instruções: Para cada Maquineta:

- 1) Clique no link da **Maquineta** desejada e faça o download do arquivo.
- 2) **Abra o arquivo no Excel.**
- 3) Observe se a planilha está no Modo de Exibição Protegido. Em caso positivo, habilite a Edição antes de usar a Maquineta.

Maquineta para calcular Dígitos Verificadores de CPF's



Com esta maquineta é possível calcular os dois Dígitos Verificadores de um CPF, conhecidos os seus nove dígitos iniciais. (*)

Maquineta 1 (<http://clubes.obmep.org.br/blog/wp-content/uploads/2019/07/CPF-Maquineta1.xlsx>)

OBMEP_srdg

A maquineta funciona adequadamente no Excel.

Maquineta para verificação da digitação de CPF's



Com esta maquineta é possível detectar se os dígitos de um CPF foram corretamente digitados.

Maquineta 2 (<http://clubes.obmep.org.br/blog/wp-content/uploads/2019/06/CPF-Digitação.xlsx>)

OBMEP_ srdg

A maquineta funciona adequadamente no Excel.

Maquineta que exhibe os cálculos dos Dígitos Verificadores



Se você está com dificuldades para calcular os Dígitos Verificadores de CPF, utilize a Maquineta 3. Com ela você poderá acompanhar, passo a passo, os cálculos necessários para a determinação dos dois Dígitos Verificadores de um CPF, conhecidos os seus nove dígitos iniciais.

Maquineta 3 (<http://clubes.obmep.org.br/blog/wp-content/uploads/2019/06/CPF-Passo-a-passo.xlsx>)

OBMEP_ srdg

A maquineta funciona adequadamente no Excel.

Equipe COM – OBMEP

Voltar para Sala Inicial (<http://clubes.obmep.org.br/blog/?p=130365>)

Link permanente para este artigo: <http://clubes.obmep.org.br/blog/a-matematica-nos-documentos-a-matematica-dos-cpfs/>