문제 1. 정적분을 이용하여 다음 급수의 합을 구하여라.

(1) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k}$

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{2n}\frac{1}{2n+k}$

문제 2. $f(x)=\displaystyle\int_{-x}^{x}\frac{\cos t}{1+e^t}dt$ 라고 할 때, $f'(x)$ 와 $f(x)$ 를 구하여라.

문제 3. 모든 실수 x 에 대하여 다음 등식을 만족시키고 $f(0)=3$ 인 연속함수 $f(x)$ 를 구하여라.

$$(1-x)\int_0^x f(t)dt = x\int_x^1 f(t)dt$$

문제 4. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 t 에 대하여 $\displaystyle\int_0^2 xf(tx)dx=4t^2$ 을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

문제 5. 다음 세 조건을 만족시키는 모든 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\displaystyle\int_0^2 f(x)dx$ 의 최솟원을 구하여라.

(i) $f(0) = 1, f'(0) = 1$
(ii) $0 < a < b < 2$ 이면 $f'(a) \leq f'(b)$ 이다.
(iii) 구간 $(0, 1)$ 에서 $f''(x) = e^x$ 이다.

문제 6. 반지름의 길이가 r 인 구의 부피를 구분구적법으로 구하여라.

문제 7. 정적분을 이용하여 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left(\sum_{k=n+1}^{2n} \ln k - n \ln n\right)$

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left\{\frac{(2n)!}{n!n^n}\right\}^{1/n}$

문제 8. 반지름의 길이가 r 인 원 위에 한 점 P 와 이 점에서 원에 접하는 직선 l 이 있다. 점 P 를 지나는 현이 직선 l 과 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi k}{2n}(k = 1, 2, \ldots, 2n-1)$ 일 때, 현의 길이를 r_k 라고 하자. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2n-1} \sum_{k=1}^{2n-1} r_k^2$ 의 값을 구하여라.

문제 9. $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, $f(\frac{\pi}{4})$ 의 값을 구하여라.

(i) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt = 1$

(ii) $\displaystyle\cos x \int_0^{x} f(t)dt = \sin x \int_x^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt$

문제 10. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 부등식을 증명하여라.

$$\int_0^a \ln(x+1)dx + \int_0^b (e^x - 1)dx \ge ab$$