

# 수학 II - Chapter 12 연습문제

## 기본 문제

### 1. Exercise 12-1

다음 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

- (a)  $y = |x^3 + 3x^2 - x - 3|$ ,  $y = 0$
- (b)  $y = |x^2 - 1|$ ,  $y = 1$

### 2. Exercise 12-3

$f(x) = x^3 - 3x + \int_0^2 f(t)dt$ 를 만족시키는 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $y = f(x)$ 의 그래프와  $x$  축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

### 3. Exercise 12-5

이차함수  $f(x) = -\frac{1}{4}(x+1)^2 + 4$ 의 그래프와  $y$ 축 및 직선  $y = k$  ( $0 < k < 15/4$ )로 둘러싸인 제1사분면의 넓이를  $S_1$ , 곡선  $y = f(x)$ 와  $x$ 축과의 교점  $A$ 를 지나고  $x$ 축에 수직인 직선  $l$  및 직선  $y = k$ 로 둘러싸인 넓이를  $S_2$ 라 할 때,  $S_1 = S_2$ 가 되도록 하는  $k$ 의 값을 구하여라.

### 4. Exercise 12-7

양수  $r$ 에 대하여 두 곡선  $y = x^2 - 2$ ,  $y = -x^2 + \frac{2}{r^2}$ 로 둘러싸인 넓이를  $S_r$ 이라 할 때,  $\lim_{r \rightarrow \infty} S_r$ 의 값을 구하여라.

### 5. Exercise 12-10

함수  $f(x) = x^3 - 6x^2$ 의 그래프가  $x$ 축과 만나는 점 중 원점이 아닌 점을  $A$ 라 하자. 점  $A$ 를 지나고  $x$ 축에 수직인 직선 위의 점  $B$ 와  $y$ 축 위의 점  $C$ 에 대하여 직사각형  $OABC$ 의 넓이가 곡선과  $x$ 축 사이의 넓이와 같을 때, 직선  $BC$ 가 항상 지나는 점의 좌표를 구하여라. (단,  $B, C$ 의  $y$ 좌표는 음수)

### 6. Exercise 12-12

곡선  $y = -3x(x+1)$ 의  $x \leq 0$ 인 부분과 곡선  $x = -3y(y+1)$ 의  $y \leq 0$ 인 부분으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

## 실력 문제

### 1. Exercise 12-14

곡선  $y = |x|x - 2| - 3$ 과 직선  $y = x + 1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

### 2. Exercise 12-17

세 곡선  $y^2 - x + 1 = 0$ ,  $y^2 - 4x + 16 = 0$ ,  $y^2 - 9x + 81 = 0$ 의 제1사분면에 있는 부분으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

### 3. Exercise 12-19

곡선  $y = x^2$  위의 점  $P(a, a^2)$ 에서의 접선과 곡선  $y = -x^2$  위의 점  $Q(a, -a^2)$ 에서의 접선이 점  $R$ 에서 수직으로 만날 때, 두 곡선과 선분  $PR, QR$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.  
(단,  $a > 0$ )

### 4. Exercise 12-21

두 점  $A(3, 0), B(0, 2)$ 에 대하여 삼각형  $OAB$ 의 내부를 곡선  $y = \sqrt{ax}$  ( $a > 0$ )가 나누는 두 부분의 넓이를  $S_1, S_2$ 라 하자.  $S_1 : S_2 = 5 : 7$ 일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

### 5. Exercise 12-23

포물선  $y = ax^2$  ( $a > 0$ ) 위의 점  $P(1, a)$ 에서의 법선이  $y$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라 하자. 선분  $PQ$ 와  $y$ 축 및 포물선으로 둘러싸인 넓이를  $S(a)$ 라 할 때,  $S(a)$ 의 최솟값을 구하여라.

### 6. Exercise 12-25

점  $(1, 2)$ 를 지나고 기울기가  $k$ 인 직선이 포물선  $y = x^2$ 과 만나는 두 점  $P, Q$ 에서의 접선과 포물선으로 둘러싸인 넓이를  $S(k)$ 라 하자.  $-3 \leq k \leq 3$ 일 때,  $S(k)$ 의 최댓값과 최솟값을 구하여라.