

문제 1. 반지름의 길이가 3인 반원 모양의 판자 두 개가 지름 AB를 공유하고, 두 판자가 이루는 각의 크기는 60° 이다. 지름 AB 위의 점 P를 지나고 직선 AB에 수직인 평면이 두 반원의 호와 만나는 점을 각각 Q, R라고 하자. 점 P가 점 A부터 점 B 까지 움직일 때, 삼각형 PQR에 의하여 생기는 입체의 부피를 구하여라.

문제 2. $0 < k < 1$ 일 때, 곡선 $y = \sin x - k$ 와 세 직선 $x = 0, x = \pi, y = 0$ 으로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체를 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면은 모두 정사각형이다. 이 입체의 부피가 최소가 되는 상수 k 의 값을 구하여라.

문제 3. 다음 곡선과 x 축으로 둘러싸인 도형을 x 축 둘레로 회전시킨 입체의 부피를 구하여라.

- (1) $y = x^4 - 2x^2 + 1$
- (2) $y = e^x \sqrt{1 - x^2}$

문제 4. 구간 $[0, 2\pi]$ 에서 곡선 $y = x + 2 \sin x$ 와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 도형을 x 축 둘레로 회전시킨 입체의 부피를 구하여라.

문제 5. 오른쪽 그림은 반지름의 길이가 1인 반원이고, 현 AP, AQ와 지름 AB가 이루는 각의 크기는 각각 $\pi/6, \pi/3$ 이다. 이 때, 현 AP, AQ와 호 QP로 둘러싸인 도형을 지름 AB 둘레로 회전시킨 입체의 부피를 구하여라.

문제 6. 두 곡선 $y = x^2, y = -x^2 + 2x$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체를 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 반원일 때, 이 입체의 부피를 구하여라.

문제 7. 밑면의 반지름의 길이가 a 인 두 원기둥이 서로 수직으로 만날 때, 겹쳐진 부분의 부피를 구하여라.

문제 8. 한 모서리의 길이가 2인 정육면체 ABCD-EFGH를 밑면의 대각선 AC 둘레로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피를 구하여라.

문제 9. 포물선 $y = x^2 - 1$ 과 x 축으로 둘러싸인 도형을 직선 $y = 3$ 둘레로 회전시킨 입체의 부피를 구하여라.