

수학 II - Chapter 12 연습문제

기본 문제

1. Exercise 12-1

다음 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

(a) $y = |x^3 + 3x^2 - x - 3|, y = 0$

(b) $y = |x^2 - 1|, y = 1$

2. Exercise 12-3

$f(x) = x^3 - 3x + \int_0^2 f(t)dt$ 를 만족시키는 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

3. Exercise 12-5

이차함수 $f(x) = -\frac{1}{4}(x+1)^2 + 4$ 의 그래프와 y 축 및 직선 $y = k$ ($0 < k < 15/4$)로 둘러싸인 제1사분면의 넓이를 S_1 , 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축과의 교점 A 를 지나고 x 축에 수직인 직선 l 및 직선 $y = k$ 로 둘러싸인 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 = S_2$ 가 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

4. Exercise 12-7

양수 r 에 대하여 두 곡선 $y = x^2 - 2, y = -x^2 + \frac{2}{r^2}$ 로 둘러싸인 넓이를 S_r 이라 할 때, $\lim_{r \rightarrow \infty} S_r$ 의 값을 구하여라.

5. Exercise 12-10

함수 $f(x) = x^3 - 6x^2$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 A 라 하자. 점 A 를 지나고 x 축에 수직인 직선 위의 점 B 와 y 축 위의 점 C 에 대하여 직사각형 $OABC$ 의 넓이가 곡선과 x 축 사이의 넓이와 같을 때, 직선 BC 가 항상 지나는 점의 좌표를 구하여라. (단, B, C 의 y 좌표는 음수)

6. Exercise 12-12

곡선 $y = -3x(x+1)$ 의 $x \leq 0$ 인 부분과 곡선 $x = -3y(y+1)$ 의 $y \leq 0$ 인 부분으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

실력 문제

1. **Exercise 12-14**

곡선 $y = |x|x - 2| - 3|$ 과 직선 $y = x + 1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

2. **Exercise 12-17**

세 곡선 $y^2 - x + 1 = 0, y^2 - 4x + 16 = 0, y^2 - 9x + 81 = 0$ 의 제1사분면에 있는 부분으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

3. **Exercise 12-19**

곡선 $y = x^2$ 위의 점 $P(a, a^2)$ 에서의 접선과 곡선 $y = -x^2$ 위의 점 $Q(a, -a^2)$ 에서의 접선이 점 R 에서 수직으로 만날 때, 두 곡선과 선분 PR, QR 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라. (단, $a > 0$)

4. **Exercise 12-21**

두 점 $A(3, 0), B(0, 2)$ 에 대하여 삼각형 OAB 의 내부를 곡선 $y = \sqrt{ax}$ ($a > 0$)가 나누는 두 부분의 넓이를 S_1, S_2 라 하자. $S_1 : S_2 = 5 : 7$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

5. **Exercise 12-23**

포물선 $y = ax^2$ ($a > 0$) 위의 점 $P(1, a)$ 에서의 법선이 y 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 선분 PQ 와 y 축 및 포물선으로 둘러싸인 넓이를 $S(a)$ 라 할 때, $S(a)$ 의 최솟값을 구하여라.

6. **Exercise 12-25**

점 $(1, 2)$ 를 지나고 기울기가 k 인 직선이 포물선 $y = x^2$ 과 만나는 두 점 P, Q 에서의 접선과 포물선으로 둘러싸인 넓이를 $S(k)$ 라 하자. $-3 \leq k \leq 3$ 일 때, $S(k)$ 의 최댓값과 최솟값을 구하여라.