Matematisk statistik

F 1: Grundläggande sannolikhetslära

Eric Järpe

ITE
Högskolan i Halmstad

26. augusti 2025

Hej och välkomna!

Hej och välkomna!

- Jag heter **Eric Järpe**

Hej och välkomna!

- Jag heter **Eric Järpe**
- Email: `eric.jarpe@hh.se`,

Hej och välkomna!

- Jag heter **Eric Järpe**
- Email: `eric.jarpe@hh.se`,
  Hemsida: https://hh-erja.github.io/erja.github.io/

Hej och välkomna!

- Jag heter **Eric Järpe**
- Email: `eric.jarpe@hh.se`,
  Hemsida: `https://hh-erja.github.io/erja.github.io/`
- Kommunicerar via email till er studenter

Hej och välkomna!

- Jag heter **Eric Järpe**
- Email: `eric.jarpe@hh.se`,
  Hemsida: `https://hh-erja.github.io/erja.github.io/`
- Kommunicerar via email till er studenter
  VIKTIGT!!! Att läsa HELA de email jag skickar!

Hej och välkomna!

- Jag heter **Eric Järpe**
- Email: `eric.jarpe@hh.se`,
  Hemsida: `https://hh-erja.github.io/erja.github.io/`
- Kommunicerar via email till er studenter
  VIKTIGT!!! Att läsa HELA de email jag skickar!
  Jag förutsätter att ni vet det jag meddelat via email.

Hej och välkomna!

- Jag heter **Eric Järpe**
- Email: `eric.jarpe@hh.se`,
  Hemsida: https://hh-erja.github.io/erja.github.io/
- Kommunicerar via email till er studenter
  VIKTIGT!!! Att läsa HELA de email jag skickar!
  Jag förutsätter att ni vet det jag meddelat via email.
- Föreläsningar, räkneövningar och både på campus och streamat.

Hej och välkomna!

- Jag heter **Eric Järpe**
- Email: `eric.jarpe@hh.se`,
  Hemsida: https://hh-erja.github.io/erja.github.io/
- Kommunicerar via email till er studenter
  VIKTIGT!!! Att läsa HELA de email jag skickar!
  Jag förutsätter att ni vet det jag meddelat via email.
- Föreläsningar, räkneövningar och både på campus och streamat.
- **Två** *skriftliga* **duggor** där jag tittar på hela lösningen av problemen.

Hej och välkomna!

- Jag heter **Eric Järpe**
- Email: `eric.jarpe@hh.se`,
  Hemsida: https://hh-erja.github.io/erja.github.io/
- Kommunicerar via email till er studenter
  VIKTIGT!!! Att läsa HELA de email jag skickar!
  Jag förutsätter att ni vet det jag meddelat via email.
- Föreläsningar, räkneövningar och både på campus och streamat.
- **Två** *skriftliga* **duggor** där jag tittar på hela lösningen av problemen.
  Beroende på hur man klarar lösa uppgifterna kan man få **bonuspoäng**.

Hej och välkomna!

- Jag heter **Eric Järpe**
- Email: `eric.jarpe@hh.se`,
  Hemsida: https://hh-erja.github.io/erja.github.io/
- Kommunicerar via email till er studenter
  VIKTIGT!!! Att läsa HELA de email jag skickar!
  Jag förutsätter att ni vet det jag meddelat via email.
- Föreläsningar, räkneövningar och både på campus och streamat.
- **Två** *skriftliga* **duggor** där jag tittar på hela lösningen av problemen.
  Beroende på hur man klarar lösa uppgifterna kan man få **bonuspoäng**.
- I slutet av kursen **en** *digital* **tenta** i datorsal på campus.

Kurshemsidan

Kurshemsidan

- URL:
  https://https://hh-erja.github.io/erja.github.io/teach/matstat

Kurshemsidan

- URL:
  https://https://hh-erja.github.io/erja.github.io/teach/matstat
- Kursupplägg

Kurshemsidan

- URL:
  https://https://hh-erja.github.io/erja.github.io/teach/matstat
- Kursupplägg
  med länkade föreläsningshandouts och rekommenderade övningsuppgifter

Kurshemsidan

- URL:
  https://https://hh-erja.github.io/erja.github.io/teach/matstat
- Kursupplägg
  med länkade föreläsningshandouts och rekommenderade övningsuppgifter
- Information om

Kurshemsidan

- URL:
  https://https://hh-erja.github.io/erja.github.io/teach/matstat
- Kursupplägg
  med länkade föreläsningshandouts och rekommenderade övningsuppgifter
- Information om
  - kurslitteratur:

Kurshemsidan

- URL:
  https://https://hh-erja.github.io/erja.github.io/teach/matstat
- Kursupplägg
  med länkade föreläsningshandouts och rekommenderade övningsuppgifter
- Information om
  - kurslitteratur: **Sannolikhetsteori och statistikteori med tillämpningar** av Gunnar Blom

Kurshemsidan

- URL:
  `https://https://hh-erja.github.io/erja.github.io/teach/matstat`
- Kursupplägg
  med länkade föreläsningshandouts och rekommenderade övningsuppgifter
- Information om
  - kurslitteratur: **Sannolikhetsteori och statistikteori med tillämpningar** av Gunnar Blom
  - projektarbete

Kurshemsidan

- URL:
  `https://https://hh-erja.github.io/erja.github.io/teach/matstat`
- Kursupplägg
  med länkade föreläsningshandouts och rekommenderade övningsuppgifter
- Information om
  - kurslitteratur: **Sannolikhetsteori och statistikteori med tillämpningar** av Gunnar Bolom
  - projektarbete
  - formelsamling

Kurshemsidan

- URL:
  `https://https://hh-erja.github.io/erja.github.io/teach/matstat`
- Kursupplägg
  med länkade föreläsningshandouts och rekommenderade övningsuppgifter
- Information om
  - kurslitteratur: **Sannolikhetsteori och statistikteori med tillämpningar** av Gunnar Bolom
  - projektarbete
  - formelsamling
  - tidigare tentor

Kurshemsidan

- URL:
  https://https://hh-erja.github.io/erja.github.io/teach/matstat
- Kursupplägg
  med länkade föreläsningshandouts och rekommenderade övningsuppgifter
- Information om
  - kurslitteratur: **Sannolikhetsteori och statistikteori med tillämpningar** av Gunnar Bolom
  - projektarbete
  - formelsamling
  - tidigare tentor
  - lite om regler vid tentor

Kurshemsidan

- URL:
  https://https://hh-erja.github.io/erja.github.io/teach/matstat
- Kursupplägg
  med länkade föreläsningshandouts och rekommenderade övningsuppgifter
- Information om
  - kurslitteratur: **Sannolikhetsteori och statistikteori med tillämpningar** av Gunnar Blom
  - projektarbete
  - formelsamling
  - tidigare tentor
  - lite om regler vid tentor
- Intranet

Kurshemsidan

- URL:
  https://https://hh-erja.github.io/erja.github.io/teach/matstat
- Kursupplägg
  med länkade föreläsningshandouts och rekommenderade övningsuppgifter
- Information om
  - kurslitteratur: **Sannolikhetsteori och statistikteori med tillämpningar** av Gunnar Bolom
  - projektarbete
  - formelsamling
  - tidigare tentor
  - lite om regler vid tentor
- Intranet
  - Allt material där lösenordsskyddat,

Kurshemsidan

- URL:
  https://https://hh-erja.github.io/erja.github.io/teach/matstat
- Kursupplägg
  med länkade föreläsningshandouts och rekommenderade övningsuppgifter
- Information om
  - kurslitteratur: **Sannolikhetsteori och statistikteori med tillämpningar** av Gunnar Bolom
  - projektarbete
  - formelsamling
  - tidigare tentor
  - lite om regler vid tentor
- Intranet
  - Allt material där lösenordsskyddat, lösenord: **hcramer**

Några saker till...

Några saker till...

- Ingen filmning eller fotografering i sal!

Några saker till...

- Ingen filmning eller fotografering i sal!
- Kursambassadörer

Några saker till...

- Ingen filmning eller fotografering i sal!
- Kursambassadörer
- Har alla egen laptop?

Några saker till...

- Ingen filmning eller fotografering i sal!
- Kursambassadörer
- Har alla egen laptop? Miniräknare?

Några saker till...

- Ingen filmning eller fotografering i sal!
- Kursambassadörer
- Har alla egen laptop? Miniräknare? På tentan:

Några saker till...

- Ingen filmning eller fotografering i sal!
- Kursambassadörer
- Har alla egen laptop? Miniräknare? På tentan:

- Gör övningar med formelsamling och miniräknare

Några saker till...

- Ingen filmning eller fotografering i sal!
- Kursambassadörer
- Har alla egen laptop? Miniräknare? På tentan:

- Gör övningar med formelsamling och miniräknare
- Önskemål om schemaändring

Några saker till...

- Ingen filmning eller fotografering i sal!
- Kursambassadörer
- Har alla egen laptop? Miniräknare? På tentan:

- Gör övningar med formelsamling och miniräknare
- Önskemål om schemaändring – helst inte men iaf 3 veckor i förväg

Några saker till...

- Ingen filmning eller fotografering i sal!
- Kursambassadörer
- Har alla egen laptop? Miniräknare? På tentan:

- Gör övningar med formelsamling och miniräknare
- Önskemål om schemaändring – helst inte men iaf 3 veckor i förväg
- Var uppmärksamma på ändringar av schemat!

Matematisk statistik

Matematisk statistik

- Matematisk statistik indelas i **sannolikhetslära** och **statistik**

Matematisk statistik

- Matematisk statistik indelas i **sannolikhetslära** och **statistik**
- Sannolikhetslära

Matematisk statistik

- Matematisk statistik indelas i **sannolikhetslära** och **statistik**
- Sannolikhetslära
  - att räkna med slumpen

Matematisk statistik

- Matematisk statistik indelas i **sannolikhetslära** och **statistik**
- Sannolikhetslära
  - att räkna med ~~slumpen~~ ofullständig information

Matematisk statistik

- Matematisk statistik indelas i **sannolikhetslära** och **statistik**
- Sannolikhetslära
  - att räkna med ~~slumpen~~ ofullständig information
  - delområde till matematiken (måtteori/integrationsteori)

Matematisk statistik

- Matematisk statistik indelas i **sannolikhetslära** och **statistik**
- Sannolikhetslära
  - att räkna med ~~slumpen~~ ofullständig information
  - delområde till matematiken (måtteori/integrationsteori)
  - **före** observationer

Matematisk statistik

- Matematisk statistik indelas i **sannolikhetslära** och **statistik**
- Sannolikhetslära
  - att räkna med ~~slumpen~~ ofullständig information
  - delområde till matematiken (måtteori/integrationsteori)
  - **före** observationer
  - grunden till statistiken

Matematisk statistik

- Matematisk statistik indelas i **sannolikhetslära** och **statistik**
- Sannolikhetslära
  - att räkna med ~~slumpen~~ ofullständig information
  - delområde till matematiken (måtteori/integrationsteori)
  - **före** observationer
  - grunden till statistiken
- Statistik

Matematisk statistik

- Matematisk statistik indelas i **sannolikhetslära** och **statistik**
- Sannolikhetslära
  - att räkna med ~~slumpen~~ ofullständig information
  - delområde till matematiken (måtteori/integrationsteori)
  - **före** observationer
  - grunden till statistiken
- Statistik
  - **efter** observationer

Matematisk statistik

- Matematisk statistik indelas i **sannolikhetslära** och **statistik**
- Sannolikhetslära
  - att räkna med ~~slumpen~~ ofullständig information
  - delområde till matematiken (måtteori/integrationsteori)
  - **före** observationer
  - grunden till statistiken
- Statistik
  - **efter** observationer
  - hur man använder sannolikhetslagarna...

Matematisk statistik

- Matematisk statistik indelas i **sannolikhetslära** och **statistik**
- Sannolikhetslära
  - att räkna med ~~slumpen~~ ofullständig information
  - delområde till matematiken (måtteori/integrationsteori)
  - **före** observationer
  - grunden till statistiken
- Statistik
  - **efter** observationer
  - hur man använder sannolikhetslagarna...
  - ... för att räkna med gjorda observationer

Matematisk statistik

- Matematisk statistik indelas i **sannolikhetslära** och **statistik**
- Sannolikhetslära
  - att räkna med ~~slumpen~~ ofullständig information
  - delområde till matematiken (måtteori/integrationsteori)
  - **före** observationer
  - grunden till statistiken
- Statistik
  - **efter** observationer
  - hur man använder sannolikhetslagarna...
  - ... för att räkna med gjorda observationer
  - dra slutsatser om den sinnliga världen

Sannolikhetsteori

Sannolikhetsteori

- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för

Sannolikhetsteori

- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet

Sannolikhetsteori

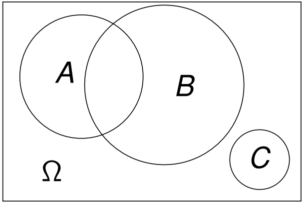
- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet
- **Utfallsrum** – *mängden* Ω av alla de olika utfallen

Sannolikhetsteori

- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet
- **Utfallsrum** – *mängden* Ω av alla de olika utfallen
- **Händelse** – union av vissa utfall $(A, B, \ldots)$

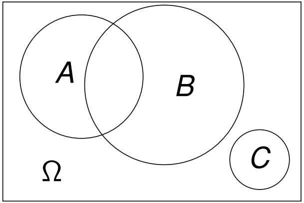
Sannolikhetsteori

- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet
- **Utfallsrum** – *mängden* Ω av alla de olika utfallen
- **Händelse** – union av vissa utfall ($A, B, \ldots$)



Sannolikhetsteori

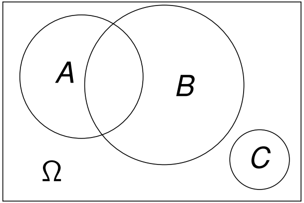
- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet
- **Utfallsrum** – *mängden* Ω av alla de olika utfallen
- **Händelse** – union av vissa utfall ($A, B, \ldots$)



- Antal utfall uppräkneligt – utfallsrummet **diskret**,

Sannolikhetsteori

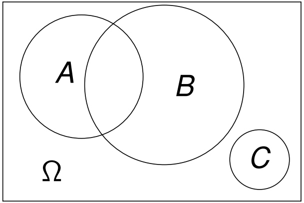
- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet
- **Utfallsrum** – *mängden* Ω av alla de olika utfallen
- **Händelse** – union av vissa utfall ($A, B, \ldots$)



- Antal utfall uppräkneligt – utfallsrummet **diskret**, annars **kontinuerligt**

Sannolikhetsteori

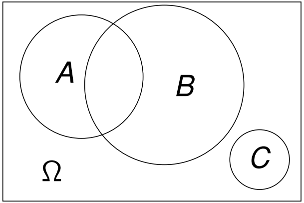
- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet
- **Utfallsrum** – *mängden* Ω av alla de olika utfallen
- **Händelse** – union av vissa utfall $(A, B, \ldots)$



- Antal utfall uppräkneligt – utfallsrummet **diskret**, annars **kontinuerligt**
- Mängdoperationer:

Sannolikhetsteori

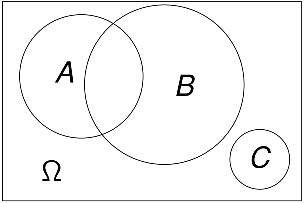
- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet
- **Utfallsrum** – *mängden* Ω av alla de olika utfallen
- **Händelse** – union av vissa utfall ($A, B, \ldots$)



- Antal utfall uppräkneligt – utfallsrummet **diskret**, annars **kontinuerligt**
- Mängdoperationer: $A \cup B$ (union),

Sannolikhetsteori

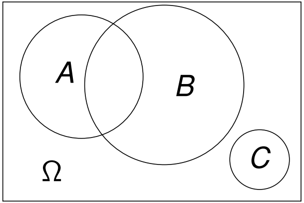
- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet
- **Utfallsrum** – *mängden* Ω av alla de olika utfallen
- **Händelse** – union av vissa utfall ($A, B, \ldots$)



- Antal utfall uppräkneligt – utfallsrummet **diskret**, annars **kontinuerligt**
- Mängdoperationer: $A \cup B$ (union), $A \cap B$ (snitt),

Sannolikhetsteori

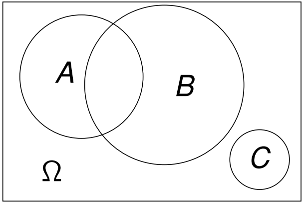
- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet
- **Utfallsrum** – *mängden* Ω av alla de olika utfallen
- **Händelse** – union av vissa utfall ($A, B, \ldots$)



- Antal utfall uppräkneligt – utfallsrummet **diskret**, annars **kontinuerligt**
- Mängdoperationer: $A \cup B$ (union), $A \cap B$ (snitt), A^* (komplement),

Sannolikhetsteori

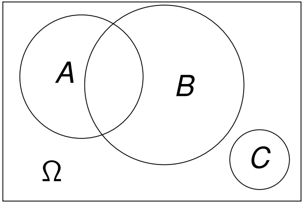
- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet
- **Utfallsrum** – *mängden* Ω av alla de olika utfallen
- **Händelse** – union av vissa utfall ($A, B, \ldots$)



- Antal utfall uppräkneligt – utfallsrummet **diskret**, annars **kontinuerligt**
- Mängdoperationer: $A \cup B$ (union), $A \cap B$ (snitt), A^* (komplement), $A \setminus B$ (differens)

Sannolikhetsteori

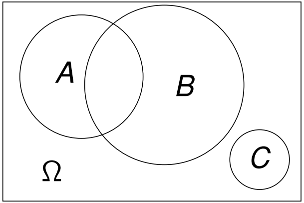
- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet
- **Utfallsrum** – *mängden* Ω av alla de olika utfallen
- **Händelse** – union av vissa utfall $(A, B, \ldots)$



- Antal utfall uppräkneligt – utfallsrummet **diskret**, annars **kontinuerligt**
- Mängdoperationer: $A \cup B$ (union), $A \cap B$ (snitt), A^* (komplement), $A \setminus B$ (differens)
  Beteckningar:

Sannolikhetsteori

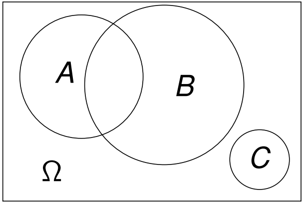
- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet
- **Utfallsrum** – *mängden* Ω av alla de olika utfallen
- **Händelse** – union av vissa utfall $(A, B, \ldots)$



- Antal utfall uppräkneligt – utfallsrummet **diskret**, annars **kontinuerligt**
- Mängdoperationer: $A \cup B$ (union), $A \cap B$ (snitt), A^* (komplement), $A \setminus B$ (differens)
  Beteckningar: $\varnothing$ (tomma mängden),

Sannolikhetsteori

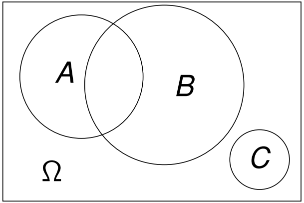
- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet
- **Utfallsrum** – *mängden* Ω av alla de olika utfallen
- **Händelse** – union av vissa utfall ($A, B, \ldots$)



- Antal utfall uppräkneligt – utfallsrummet **diskret**, annars **kontinuerligt**
- Mängdoperationer: $A \cup B$ (union), $A \cap B$ (snitt), A^* (komplement), $A \setminus B$ (differens)
  Beteckningar: $\varnothing$ (tomma mängden), $a \in A$ (tillhörighet),

Sannolikhetsteori

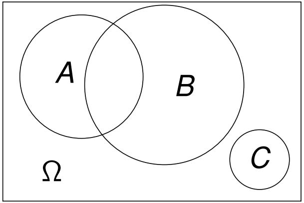
- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet
- **Utfallsrum** – *mängden* Ω av alla de olika utfallen
- **Händelse** – union av vissa utfall ($A, B, \ldots$)



- Antal utfall uppräkneligt – utfallsrummet **diskret**, annars **kontinuerligt**
- Mängdoperationer: $A \cup B$ (union), $A \cap B$ (snitt), A^* (komplement), $A \setminus B$ (differens)
  Beteckningar: $\varnothing$ (tomma mängden), $a \in A$ (tillhörighet), $A \subseteq B$ (delmängd),

Sannolikhetsteori

- **Experiment** – fenomen/förlopp som man vill beräkna sannolikheter för
- **Utfall** – de olika möjliga resultaten $\omega_1, \omega_2, \ldots$ av experimentet
- **Utfallsrum** – *mängden* Ω av alla de olika utfallen
- **Händelse** – union av vissa utfall (A, B, ...)



- Antal utfall uppräkneligt – utfallsrummet **diskret**, annars **kontinuerligt**
- Mängdoperationer: $A \cup B$ (union), $A \cap B$ (snitt), A^* (komplement), $A \setminus B$ (differens)
  Beteckningar: $\varnothing$ (tomma mängden), $a \in A$ (tillhörighet), $A \subseteq B$ (delmängd), $|A|$

Mängdlära

Mängdlära

- **Exempel**

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$,

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1,2,3\}$, $B = \{3,4\}$

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Beräkna $A \cup B$,

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$,

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*,

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$,

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$,

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B$

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\}$

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
  $A \cap B$

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
  $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}$

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1,2,3\}$, $B = \{3,4\}$ och $\Omega = \{1,2,3,4,5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1,2,3\} \cup \{3,4\} = \{1,2,3,4\}$
  $A \cap B = \{1,2,3\} \cap \{3,4\} = \{3\}$

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
  $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
  A^*

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1,2,3\}$, $B = \{3,4\}$ och $\Omega = \{1,2,3,4,5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1,2,3\} \cup \{3,4\} = \{1,2,3,4\}$
  $A \cap B = \{1,2,3\} \cap \{3,4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1,2,3\}^*$

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
  $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1, 2, 3\}^* = \{4, 5\}$

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
  $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1, 2, 3\}^* = \{4, 5\}$
  $A \setminus B$

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
  $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1, 2, 3\}^* = \{4, 5\}$
  $A \setminus B = \{1, 2, 3\} \setminus \{3, 4\}$

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1,2,3\}$, $B = \{3,4\}$ och $\Omega = \{1,2,3,4,5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1,2,3\} \cup \{3,4\} = \{1,2,3,4\}$
  $A \cap B = \{1,2,3\} \cap \{3,4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1,2,3\}^* = \{4,5\}$
  $A \setminus B = \{1,2,3\} \setminus \{3,4\} = \{1,2\}$

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
  $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1, 2, 3\}^* = \{4, 5\}$
  $A \setminus B = \{1, 2, 3\} \setminus \{3, 4\} = \{1, 2\}$
  $|A \cup B^*|$

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
  $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1, 2, 3\}^* = \{4, 5\}$
  $A \setminus B = \{1, 2, 3\} \setminus \{3, 4\} = \{1, 2\}$
  $|A \cup B^*| = |\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}^*|$

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
  $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1, 2, 3\}^* = \{4, 5\}$
  $A \setminus B = \{1, 2, 3\} \setminus \{3, 4\} = \{1, 2\}$
  $|A \cup B^*| = |\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}^*| = |\{1, 2, 3\} \cup \{1, 2, 5\}|$

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
  $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1, 2, 3\}^* = \{4, 5\}$
  $A \setminus B = \{1, 2, 3\} \setminus \{3, 4\} = \{1, 2\}$
  $|A \cup B^*| = |\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}^*| = |\{1, 2, 3\} \cup \{1, 2, 5\}| = |\{1, 2, 3, 5\}|$

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
  $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1, 2, 3\}^* = \{4, 5\}$
  $A \setminus B = \{1, 2, 3\} \setminus \{3, 4\} = \{1, 2\}$
  $|A \cup B^*| = |\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}^*| = |\{1, 2, 3\} \cup \{1, 2, 5\}| = |\{1, 2, 3, 5\}| = 4$

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1,2,3\}$, $B = \{3,4\}$ och $\Omega = \{1,2,3,4,5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1,2,3\} \cup \{3,4\} = \{1,2,3,4\}$
  $A \cap B = \{1,2,3\} \cap \{3,4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1,2,3\}^* = \{4,5\}$
  $A \setminus B = \{1,2,3\} \setminus \{3,4\} = \{1,2\}$
  $|A \cup B^*| = |\{1,2,3\} \cap \{3,4\}^*| = |\{1,2,3\} \cup \{1,2,5\}| = |\{1,2,3,5\}| = 4$
  $A \subseteq B$?

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
  $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1, 2, 3\}^* = \{4, 5\}$
  $A \setminus B = \{1, 2, 3\} \setminus \{3, 4\} = \{1, 2\}$
  $|A \cup B^*| = |\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}^*| = |\{1, 2, 3\} \cup \{1, 2, 5\}| = |\{1, 2, 3, 5\}| = 4$
  $A \subseteq B$? $\{1, 2, 3\} \subseteq \{3, 4\}$?

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1,2,3\}$, $B = \{3,4\}$ och $\Omega = \{1,2,3,4,5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1,2,3\} \cup \{3,4\} = \{1,2,3,4\}$
  $A \cap B = \{1,2,3\} \cap \{3,4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1,2,3\}^* = \{4,5\}$
  $A \setminus B = \{1,2,3\} \setminus \{3,4\} = \{1,2\}$
  $|A \cup B^*| = |\{1,2,3\} \cap \{3,4\}^*| = |\{1,2,3\} \cup \{1,2,5\}| = |\{1,2,3,5\}| = 4$
  $A \subseteq B$? $\{1,2,3\} \subseteq \{3,4\}$? Nej.

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
  $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1, 2, 3\}^* = \{4, 5\}$
  $A \setminus B = \{1, 2, 3\} \setminus \{3, 4\} = \{1, 2\}$
  $|A \cup B^*| = |\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}^*| = |\{1, 2, 3\} \cup \{1, 2, 5\}| = |\{1, 2, 3, 5\}| = 4$
  $A \subseteq B$? $\{1, 2, 3\} \subseteq \{3, 4\}$? Nej.
  $5 \in A^*$?

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1,2,3\}$, $B = \{3,4\}$ och $\Omega = \{1,2,3,4,5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1,2,3\} \cup \{3,4\} = \{1,2,3,4\}$
  $A \cap B = \{1,2,3\} \cap \{3,4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1,2,3\}^* = \{4,5\}$
  $A \setminus B = \{1,2,3\} \setminus \{3,4\} = \{1,2\}$
  $|A \cup B^*| = |\{1,2,3\} \cap \{3,4\}^*| = |\{1,2,3\} \cup \{1,2,5\}| = |\{1,2,3,5\}| = 4$
  $A \subseteq B$? $\{1,2,3\} \subseteq \{3,4\}$? Nej.
  $5 \in A^*$? $5 \in \{1,2,3\}^*$?

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
  $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1, 2, 3\}^* = \{4, 5\}$
  $A \setminus B = \{1, 2, 3\} \setminus \{3, 4\} = \{1, 2\}$
  $|A \cup B^*| = |\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}^*| = |\{1, 2, 3\} \cup \{1, 2, 5\}| = |\{1, 2, 3, 5\}| = 4$
  $A \subseteq B$? $\{1, 2, 3\} \subseteq \{3, 4\}$? Nej.
  $5 \in A^*$? $5 \in \{1, 2, 3\}^*$? $5 \in \{4, 5\}$?

Mängdlära

- **Exempel** Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ och $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
  Beräkna $A \cup B$, $A \cap B$, A^*, $A \setminus B$, $|A \cup B^*|$.
  Avgör om $A \subseteq B$, om $5 \in A^*$.

- **Lösning:**
  $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
  $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$
  $A^* = \{1, 2, 3\}^* = \{4, 5\}$
  $A \setminus B = \{1, 2, 3\} \setminus \{3, 4\} = \{1, 2\}$
  $|A \cup B^*| = |\{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}^*| = |\{1, 2, 3\} \cup \{1, 2, 5\}| = |\{1, 2, 3, 5\}| = 4$
  $A \subseteq B$? $\{1, 2, 3\} \subseteq \{3, 4\}$? Nej.
  $5 \in A^*$? $5 \in \{1, 2, 3\}^*$? $5 \in \{4, 5\}$? Ja.

Mängdlära

Mängdlära

- Beskrivande notation

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1, 2, 3\}$

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1,2,3\} = \{x : x \text{ är ett positivt heltal och } 1 \le x \le 3\}$

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1, 2, 3\} = \{x : x \text{ är ett positivt heltal och } 1 \leq x \leq 3\}$
- **Talmängderna**

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1, 2, 3\} = \{x : x \text{ är ett positivt heltal och } 1 \leq x \leq 3\}$
- **Talmängderna**
  - $\mathbb{Z}$ (heltalen),

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1, 2, 3\} = \{x : x$ är ett positivt heltal och $1 \leq x \leq 3\}$
- **Talmängderna**
  - $\mathbb{Z}$ (heltalen),
  - $\mathbb{Z}^+$ (de positiva heltalen),

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1, 2, 3\} = \{x : x \text{ är ett positivt heltal och } 1 \leq x \leq 3\}$
- **Talmängderna**
  - $\mathbb{Z}$ (heltalen),
  - $\mathbb{Z}^+$ (de positiva heltalen),
  - $\mathbb{N}$ (de icke-negativa heltalen),

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1, 2, 3\} = \{x : x \text{ är ett positivt heltal och } 1 \leq x \leq 3\}$
- **Talmängderna**
  - $\mathbb{Z}$ (heltalen),
  - $\mathbb{Z}^+$ (de positiva heltalen),
  - $\mathbb{N}$ (de icke-negativa heltalen),
  - $\mathbb{Q}$ (de rationella talen),

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1, 2, 3\} = \{x : x \text{ är ett positivt heltal och } 1 \leq x \leq 3\}$
- **Talmängderna**
  - $\mathbb{Z}$ (heltalen),
  - $\mathbb{Z}^+$ (de positiva heltalen),
  - $\mathbb{N}$ (de icke-negativa heltalen),
  - $\mathbb{Q}$ (de rationella talen),
  - $\mathbb{R}$ (de reella talen),

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1,2,3\} = \{x : x \text{ är ett positivt heltal och } 1 \leq x \leq 3\}$
- **Talmängderna**
  - $\mathbb{Z}$ (heltalen),
  - $\mathbb{Z}^+$ (de positiva heltalen),
  - $\mathbb{N}$ (de icke-negativa heltalen),
  - $\mathbb{Q}$ (de rationella talen),
  - $\mathbb{R}$ (de reella talen),
  - $\mathbb{R}^+$ (de positiva reella talen)

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1, 2, 3\} = \{x : x \text{ är ett positivt heltal och } 1 \leq x \leq 3\}$
- **Talmängderna**
  - $\mathbb{Z}$ (heltalen),
  - $\mathbb{Z}^+$ (de positiva heltalen),
  - $\mathbb{N}$ (de icke-negativa heltalen),
  - $\mathbb{Q}$ (de rationella talen),
  - $\mathbb{R}$ (de reella talen),
  - $\mathbb{R}^+$ (de positiva reella talen)
- **Intervallbeteckningar**

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1, 2, 3\} = \{x : x \text{ är ett positivt heltal och } 1 \leq x \leq 3\}$
- **Talmängderna**
  - $\mathbb{Z}$ (heltalen),
  - $\mathbb{Z}^+$ (de positiva heltalen),
  - $\mathbb{N}$ (de icke-negativa heltalen),
  - $\mathbb{Q}$ (de rationella talen),
  - $\mathbb{R}$ (de reella talen),
  - $\mathbb{R}^+$ (de positiva reella talen)
- **Intervallbeteckningar**
  - $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$,

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1, 2, 3\} = \{x : x \text{ är ett positivt heltal och } 1 \leq x \leq 3\}$
- **Talmängderna**
  - $\mathbb{Z}$ (heltalen),
  - $\mathbb{Z}^+$ (de positiva heltalen),
  - $\mathbb{N}$ (de icke-negativa heltalen),
  - $\mathbb{Q}$ (de rationella talen),
  - $\mathbb{R}$ (de reella talen),
  - $\mathbb{R}^+$ (de positiva reella talen)
- **Intervallbeteckningar**
  - $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$,
  - $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$,

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1, 2, 3\} = \{x : x \text{ är ett positivt heltal och } 1 \leq x \leq 3\}$
- **Talmängderna**
  - $\mathbb{Z}$ (heltalen),
  - $\mathbb{Z}^+$ (de positiva heltalen),
  - $\mathbb{N}$ (de icke-negativa heltalen),
  - $\mathbb{Q}$ (de rationella talen),
  - $\mathbb{R}$ (de reella talen),
  - $\mathbb{R}^+$ (de positiva reella talen)
- **Intervallbeteckningar**
  - $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$,
  - $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$,
  - $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$,

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1, 2, 3\} = \{x : x \text{ är ett positivt heltal och } 1 \leq x \leq 3\}$
- **Talmängderna**
  - $\mathbb{Z}$ (heltalen),
  - $\mathbb{Z}^+$ (de positiva heltalen),
  - $\mathbb{N}$ (de icke-negativa heltalen),
  - $\mathbb{Q}$ (de rationella talen),
  - $\mathbb{R}$ (de reella talen),
  - $\mathbb{R}^+$ (de positiva reella talen)
- **Intervallbeteckningar**
  - $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$,
  - $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$,
  - $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$,
  - $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$,

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1, 2, 3\} = \{x : x \text{ är ett positivt heltal och } 1 \leq x \leq 3\}$
- **Talmängderna**
  - $\mathbb{Z}$ (heltalen),
  - $\mathbb{Z}^+$ (de positiva heltalen),
  - $\mathbb{N}$ (de icke-negativa heltalen),
  - $\mathbb{Q}$ (de rationella talen),
  - $\mathbb{R}$ (de reella talen),
  - $\mathbb{R}^+$ (de positiva reella talen)
- **Intervallbeteckningar**
  - $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$,
  - $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$,
  - $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$,
  - $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$,
  - $(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > a\}$

Mängdlära

- **Beskrivande notation**
  $\{1, 2, 3\} = \{x : x \text{ är ett positivt heltal och } 1 \leq x \leq 3\}$
- **Talmängderna**
  - $\mathbb{Z}$ (heltalen),
  - $\mathbb{Z}^+$ (de positiva heltalen),
  - $\mathbb{N}$ (de icke-negativa heltalen),
  - $\mathbb{Q}$ (de rationella talen),
  - $\mathbb{R}$ (de reella talen),
  - $\mathbb{R}^+$ (de positiva reella talen)
- **Intervallbeteckningar**
  - $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$,
  - $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$,
  - $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$,
  - $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$,
  - $(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > a\}$
  - $(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$

Mängdlära

- **Lite mer notation**

Mängdlära

- **Lite mer notation**
  - Summa: $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$

- **Lite mer notation**
  - Summa: $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$
  - Produkt: $a_1 a_2 \cdots a_n = \prod_{i=1}^{n} a_i$

Mängdlära

- **Lite mer notation**
  - Summa: $a_1 + a_2 + \ldots + a_n \ = \ \sum_{i=1}^{n} a_i$
  - Produkt: $a_1 a_2 \cdots a_n \ = \ \prod_{i=1}^{n} a_i$
  - Union: $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n \ = \ \bigcup_{i=1}^{n} A_i$

Mängdlära

- **Lite mer notation**
  - Summa: $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$
  - Produkt: $a_1 a_2 \cdots a_n = \prod_{i=1}^{n} a_i$
  - Union: $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$
  - Snitt: $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n = \bigcap_{i=1}^{n} A_i$

Mängdlära

- **Lite mer notation**
  - Summa: $a_1 + a_2 + \ldots + a_n \ = \ \sum_{i=1}^{n} a_i$
  - Produkt: $a_1 a_2 \cdots a_n \ = \ \prod_{i=1}^{n} a_i$
  - Union: $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n \ = \ \bigcup_{i=1}^{n} A_i$
  - Snitt: $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \ = \ \bigcap_{i=1}^{n} A_i$
  - Om $A \cap B = \varnothing$ så kallas mängderna A och B **disjunkta**.

Mängdlära

- **Lite mer notation**
  - Summa: $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$
  - Produkt: $a_1 a_2 \cdots a_n = \prod_{i=1}^{n} a_i$
  - Union: $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$
  - Snitt: $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n = \bigcap_{i=1}^{n} A_i$
  - Om $A \cap B = \varnothing$ så kallas mängderna A och B **disjunkta**.
- **De Morgans lagar**

Mängdlära

Lite mer notation

- Summa: $a_1 + a_2 + \ldots + a_n \;=\; \sum_{i=1}^n a_i$
- Produkt: $a_1 a_2 \cdots a_n \;=\; \prod_{i=1}^n a_i$
- Union: $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n \;=\; \bigcup_{i=1}^n A_i$
- Snitt: $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \;=\; \bigcap_{i=1}^n A_i$
- Om $A \cap B = \varnothing$ så kallas mängderna A och B **disjunkta**.

De Morgans lagar

$$\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right)^* \;=\; \bigcap_{i=1}^n A_i^*$$

Mängdlära

Lite mer notation

- Summa: $a_1 + a_2 + \ldots + a_n \;=\; \sum_{i=1}^{n} a_i$
- Produkt: $a_1 a_2 \cdots a_n \;=\; \prod_{i=1}^{n} a_i$
- Union: $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n \;=\; \bigcup_{i=1}^{n} A_i$
- Snitt: $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \;=\; \bigcap_{i=1}^{n} A_i$
- Om $A \cap B = \varnothing$ så kallas mängderna A och B **disjunkta**.

De Morgans lagar

$$\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right)^* = \bigcap_{i=1}^{n} A_i^* \quad \text{och} \quad \left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right)^* = \bigcup_{i=1}^{n} A_i^*$$

Mängdlära

Lite mer notation

- Summa: $a_1 + a_2 + \ldots + a_n \; = \; \sum_{i=1}^{n} a_i$
- Produkt: $a_1 a_2 \cdots a_n \; = \; \prod_{i=1}^{n} a_i$
- Union: $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n \; = \; \bigcup_{i=1}^{n} A_i$
- Snitt: $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \; = \; \bigcap_{i=1}^{n} A_i$
- Om $A \cap B = \varnothing$ så kallas mängderna A och B **disjunkta**.

De Morgans lagar

$$\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right)^* = \bigcap_{i=1}^{n} A_i^* \quad \text{och} \quad \left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right)^* = \bigcup_{i=1}^{n} A_i^*$$

Additionssatsen

Mängdlära

- **Lite mer notation**
  - Summa: $a_1 + a_2 + \ldots + a_n \; = \; \sum_{i=1}^n a_i$
  - Produkt: $a_1 a_2 \cdots a_n \; = \; \prod_{i=1}^n a_i$
  - Union: $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n \; = \; \bigcup_{i=1}^n A_i$
  - Snitt: $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \; = \; \bigcap_{i=1}^n A_i$
  - Om $A \cap B = \varnothing$ så kallas mängderna A och B **disjunkta**.
- **De Morgans lagar**

$$\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right)^* \; = \; \bigcap_{i=1}^n A_i^* \quad \text{och} \quad \left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right)^* \; = \; \bigcup_{i=1}^n A_i^*$$

- **Additionssatsen**

$$|A \cup B| \; = \; |A| + |B| - |A \cap B|$$

Mängdlära

- **Lite mer notation**
  - Summa: $a_1 + a_2 + \ldots + a_n \; = \; \sum_{i=1}^{n} a_i$
  - Produkt: $a_1 a_2 \cdots a_n \; = \; \prod_{i=1}^{n} a_i$
  - Union: $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n \; = \; \bigcup_{i=1}^{n} A_i$
  - Snitt: $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \; = \; \bigcap_{i=1}^{n} A_i$
  - Om $A \cap B = \varnothing$ så kallas mängderna A och B **disjunkta**.
- **De Morgans lagar**

$$\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i \right)^* \; = \; \bigcap_{i=1}^{n} A_i^* \quad \text{och} \quad \left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i \right)^* \; = \; \bigcup_{i=1}^{n} A_i^*$$

- **Additionssatsen**

$$|A \cup B| \; = \; |A| + |B| - |A \cap B|$$

- **Komplementsatsen**

Mängdlära

- **Lite mer notation**
  - Summa: $a_1 + a_2 + \ldots + a_n \;=\; \sum_{i=1}^n a_i$
  - Produkt: $a_1 a_2 \cdots a_n \;=\; \prod_{i=1}^n a_i$
  - Union: $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n \;=\; \bigcup_{i=1}^n A_i$
  - Snitt: $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \;=\; \bigcap_{i=1}^n A_i$
  - Om $A \cap B = \varnothing$ så kallas mängderna A och B **disjunkta**.

- **De Morgans lagar**

$$\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right)^* \;=\; \bigcap_{i=1}^n A_i^* \quad \text{och} \quad \left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right)^* \;=\; \bigcup_{i=1}^n A_i^*$$

- **Additionssatsen**

$$|A \cup B| \;=\; |A| + |B| - |A \cap B|$$

- **Komplementsatsen**

$$|A^*| = |\Omega| - |A|$$

Grundläggande sannolikhetslära

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.
- **Lösning:**

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15°\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.
- **Lösning:** $A \cap B$

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.
- **Lösning:** $A \cap B = \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15°\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.

- **Lösning:**
$$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15°\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15°\} \end{aligned}$$

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.
- **Lösning:**
  $$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15^\circ\} \end{aligned}$$

  $A \cup B^*$

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.
- **Lösning:**
  $$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15^\circ\} \end{aligned}$$
  $$A \cup B^* = \{\text{det regnar}\} \cup \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}^*$$

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.
- **Lösning:**

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15^\circ\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \cup B^* &= \{\text{det regnar}\} \cup \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}^* \\ &= \{\text{det regnar eller temperaturen är } \leq 15^\circ\} \end{aligned}$$

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.
- **Lösning:**
  $$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15^\circ\} \end{aligned}$$
  $$\begin{aligned} A \cup B^* &= \{\text{det regnar}\} \cup \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}^* \\ &= \{\text{det regnar eller temperaturen är } \leq 15^\circ\} \end{aligned}$$
- **Exempel** Banksy är en berömd men anonym graffitikonstnär.

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.

- **Lösning:**
$$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15^\circ\} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} A \cup B^* &= \{\text{det regnar}\} \cup \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}^* \\ &= \{\text{det regnar eller temperaturen är } \leq 15^\circ\} \end{aligned}$$

- **Exempel** Banksy är en berömd men anonym graffitikonstnär.
  Låt $B_1 = \{\text{Banksy är i Halmstad}\}$,

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.
- **Lösning:**
$$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15^\circ\} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} A \cup B^* &= \{\text{det regnar}\} \cup \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}^* \\ &= \{\text{det regnar eller temperaturen är } \leq 15^\circ\} \end{aligned}$$
- **Exempel** Banksy är en berömd men anonym graffitikonstnär.
  Låt $B_1 = \{\text{Banksy är i Halmstad}\}$, $B_2 = \{\text{Banksy är i Göteborg}\}$,

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.
- **Lösning:**
  $$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15^\circ\} \end{aligned}$$
  $$\begin{aligned} A \cup B^* &= \{\text{det regnar}\} \cup \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}^* \\ &= \{\text{det regnar eller temperaturen är } \leq 15^\circ\} \end{aligned}$$
- **Exempel** Banksy är en berömd men anonym graffitikonstnär.
  Låt $B_1 = \{\text{Banksy är i Halmstad}\}$, $B_2 = \{\text{Banksy är i Göteborg}\}$,
  $B_3 = \{\text{Banksy är i Bristol}\}$.

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.

- **Lösning:**
$$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15^\circ\} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} A \cup B^* &= \{\text{det regnar}\} \cup \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}^* \\ &= \{\text{det regnar eller temperaturen är } \leq 15^\circ\} \end{aligned}$$

- **Exempel** Banksy är en berömd men anonym graffitikonstnär.
  Låt $B_1 = \{\text{Banksy är i Halmstad}\}$, $B_2 = \{\text{Banksy är i Göteborg}\}$,
  $B_3 = \{\text{Banksy är i Bristol}\}$. Bilda partition av $\Omega = \{\text{Banksy är nånstans}\}$.

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.
- **Lösning:**

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15^\circ\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \cup B^* &= \{\text{det regnar}\} \cup \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}^* \\ &= \{\text{det regnar eller temperaturen är } \leq 15^\circ\} \end{aligned}$$

- **Exempel** Banksy är en berömd men anonym graffitikonstnär.
  Låt $B_1 = \{\text{Banksy är i Halmstad}\}$, $B_2 = \{\text{Banksy är i Göteborg}\}$, $B_3 = \{\text{Banksy är i Bristol}\}$. Bilda partition av $\Omega = \{\text{Banksy är nånstans}\}$.
- **Lösning:**

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.
- **Lösning:**

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15^\circ\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \cup B^* &= \{\text{det regnar}\} \cup \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}^* \\ &= \{\text{det regnar eller temperaturen är } \leq 15^\circ\} \end{aligned}$$

- **Exempel** Banksy är en berömd men anonym graffitikonstnär.
  Låt $B_1 = \{\text{Banksy är i Halmstad}\}$, $B_2 = \{\text{Banksy är i Göteborg}\}$,
  $B_3 = \{\text{Banksy är i Bristol}\}$. Bilda partition av $\Omega = \{\text{Banksy är nånstans}\}$.
- **Lösning:** En **partition** är en uppdelning av Ω i disjunkta delmängder.

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.
- **Lösning:**
  $$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15^\circ\} \end{aligned}$$
  $$\begin{aligned} A \cup B^* &= \{\text{det regnar}\} \cup \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}^* \\ &= \{\text{det regnar eller temperaturen är } \leq 15^\circ\} \end{aligned}$$
- **Exempel** Banksy är en berömd men anonym graffitikonstnär.
  Låt $B_1 = \{\text{Banksy är i Halmstad}\}$, $B_2 = \{\text{Banksy är i Göteborg}\}$,
  $B_3 = \{\text{Banksy är i Bristol}\}$. Bilda partition av $\Omega = \{\text{Banksy är nånstans}\}$.
- **Lösning:** En **partition** är en uppdelning av Ω i disjunkta delmängder.
  Klart att $B_1 \cap B_2 = \varnothing$,

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.
- **Lösning:**
$$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15^\circ\} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} A \cup B^* &= \{\text{det regnar}\} \cup \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}^* \\ &= \{\text{det regnar eller temperaturen är } \leq 15^\circ\} \end{aligned}$$
- **Exempel** Banksy är en berömd men anonym graffitikonstnär.
  Låt $B_1 = \{\text{Banksy är i Halmstad}\}$, $B_2 = \{\text{Banksy är i Göteborg}\}$,
  $B_3 = \{\text{Banksy är i Bristol}\}$. Bilda partition av $\Omega = \{\text{Banksy är nånstans}\}$.
- **Lösning:** En **partition** är en uppdelning av Ω i disjunkta delmängder.
  Klart att $B_1 \cap B_2 = \varnothing$, $B_1 \cap B_3 = \varnothing$,

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.
- **Lösning:**
$$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15^\circ\} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} A \cup B^* &= \{\text{det regnar}\} \cup \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}^* \\ &= \{\text{det regnar eller temperaturen är } \leq 15^\circ\} \end{aligned}$$
- **Exempel** Banksy är en berömd men anonym graffitikonstnär.
  Låt $B_1 = \{\text{Banksy är i Halmstad}\}$, $B_2 = \{\text{Banksy är i Göteborg}\}$, $B_3 = \{\text{Banksy är i Bristol}\}$. Bilda partition av $\Omega = \{\text{Banksy är nånstans}\}$.
- **Lösning:** En **partition** är en uppdelning av Ω i disjunkta delmängder.
  Klart att $B_1 \cap B_2 = \varnothing$, $B_1 \cap B_3 = \varnothing$, $B_2 \cap B_3 = \varnothing$

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
  Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
  Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.
- **Lösning:**
$$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15^\circ\} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} A \cup B^* &= \{\text{det regnar}\} \cup \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}^* \\ &= \{\text{det regnar eller temperaturen är } \leq 15^\circ\} \end{aligned}$$
- **Exempel** Banksy är en berömd men anonym graffitikonstnär.
  Låt $B_1 = \{\text{Banksy är i Halmstad}\}$, $B_2 = \{\text{Banksy är i Göteborg}\}$, $B_3 = \{\text{Banksy är i Bristol}\}$. Bilda partition av $\Omega = \{\text{Banksy är nånstans}\}$.
- **Lösning:** En **partition** är en uppdelning av Ω i disjunkta delmängder.
  Klart att $B_1 \cap B_2 = \varnothing$, $B_1 \cap B_3 = \varnothing$, $B_2 \cap B_3 = \varnothing$ men $B_1 \cup B_2 \cup B_3 \neq \Omega$.

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exempel**
Låt $A = \{\text{det regnar}\}$ och $B = \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}$.
Tolka $A \cap B$ och $A \cup B^*$.

- **Lösning:**
$$\begin{aligned} A \cap B &= \{\text{det regnar}\} \cap \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\} \\ &= \{\text{det regnar och temperaturen är } > 15^\circ\} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} A \cup B^* &= \{\text{det regnar}\} \cup \{\text{temperaturen är } > 15^\circ\}^* \\ &= \{\text{det regnar eller temperaturen är } \leq 15^\circ\} \end{aligned}$$

- **Exempel** Banksy är en berömd men anonym graffitikonstnär.
Låt $B_1 = \{\text{Banksy är i Halmstad}\}$, $B_2 = \{\text{Banksy är i Göteborg}\}$, $B_3 = \{\text{Banksy är i Bristol}\}$. Bilda partition av $\Omega = \{\text{Banksy är nånstans}\}$.

- **Lösning:** En **partition** är en uppdelning av Ω i disjunkta delmängder.
Klart att $B_1 \cap B_2 = \varnothing$, $B_1 \cap B_3 = \varnothing$, $B_2 \cap B_3 = \varnothing$ men $B_1 \cup B_2 \cup B_3 \neq \Omega$.
$\{B_1, B_2, B_3, (B_1 \cup B_2 \cup B_3)^*\}$ är en partition av Ω.

Grundläggande sannolikhetslära

Grundläggande sannolikhetslära

Definition

Ett sannolikhetsmått $P(\cdot)$ är definierat av att

Grundläggande sannolikhetslära

Definition

Ett sannolikhetsmått $P(\cdot)$ är definierat av att

1. *för varje* $A \subseteq \Omega$ *är* $0 \leq P(A) \leq 1$

Grundläggande sannolikhetslära

Definition

Ett sannolikhetsmått $P(\cdot)$ är definierat av att

1. *för varje $A \subseteq \Omega$ är $0 \leq P(A) \leq 1$*
2. $P(\Omega) = 1$

Grundläggande sannolikhetslära

Definition

Ett sannolikhetsmått $P(\cdot)$ är definierat av att

1. *för varje $A \subseteq \Omega$ är $0 \leq P(A) \leq 1$*
2. $P(\Omega) = 1$
3. *Om $A_1, A_2, \ldots$ disjunkta så $P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots$*

Grundläggande sannolikhetslära

Grundläggande sannolikhetslära

Sats

$P(A^*) = 1 - P(A)$

Grundläggande sannolikhetslära

Sats

$P(A^*) = 1 - P(A)$

Bevis: A, A^* disjunkta,

Grundläggande sannolikhetslära

Sats

$P(A^*) = 1 - P(A)$

Bevis: A, A^* disjunkta, $A \cup A^* = \Omega$ så $P(A) + P(A^*) \stackrel{3}{=} P(A \cup A^*) = P(\Omega) \stackrel{2}{=} 1.\square$

Grundläggande sannolikhetslära

Sats

$P(A^*) = 1 - P(A)$

Bevis: A, A^* disjunkta, $A \cup A^* = \Omega$ så $P(A) + P(A^*) \stackrel{3}{=} P(A \cup A^*) = P(\Omega) \stackrel{2}{=} 1.\square$

Sats

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Grundläggande sannolikhetslära

Sats

$P(A^*) = 1 - P(A)$

Bevis: A, A^* disjunkta, $A \cup A^* = \Omega$ så $P(A) + P(A^*) \overset{3}{=} P(A \cup A^*) = P(\Omega) \overset{2}{=} 1.\square$

Sats

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Bevis: Bilda

Grundläggande sannolikhetslära

Sats

$P(A^*) = 1 - P(A)$

Bevis: A, A^* disjunkta, $A \cup A^* = \Omega$ så $P(A) + P(A^*) \stackrel{3}{=} P(A \cup A^*) = P(\Omega) \stackrel{2}{=} 1.\square$

Sats

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Bevis: Bilda

I. $\{A, A^* \cap B\}$ (partition av $A \cup B$)

Grundläggande sannolikhetslära

Sats

$P(A^*) = 1 - P(A)$

Bevis: A, A^* disjunkta, $A \cup A^* = \Omega$ så $P(A) + P(A^*) \stackrel{3}{=} P(A \cup A^*) = P(\Omega) \stackrel{2}{=} 1.\square$

Sats

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Bevis: Bilda
I. $\{A, A^* \cap B\}$ (partition av $A \cup B$)
II. $\{A \cap B, A^* \cap B\}$ (partition av B)

Grundläggande sannolikhetslära

Sats

$P(A^*) = 1 - P(A)$

Bevis: A, A^* disjunkta, $A \cup A^* = \Omega$ så $P(A) + P(A^*) \stackrel{3}{=} P(A \cup A^*) = P(\Omega) \stackrel{2}{=} 1.\square$

Sats

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Bevis: Bilda
I. $\{A, A^* \cap B\}$ (partition av $A \cup B$)
II. $\{A \cap B, A^* \cap B\}$ (partition av B)

så är $P(A \cup B)$

Grundläggande sannolikhetslära

Sats

$P(A^*) = 1 - P(A)$

Bevis: A, A^* disjunkta, $A \cup A^* = \Omega$ så $P(A) + P(A^*) \overset{3}{=} P(A \cup A^*) = P(\Omega) \overset{2}{=} 1. \square$

Sats

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Bevis: Bilda
I. $\{A, A^* \cap B\}$ (partition av $A \cup B$)
II. $\{A \cap B, A^* \cap B\}$ (partition av B)
så är $P(A \cup B) \overset{I}{=} P(A) + P(A^* \cap B)$

Grundläggande sannolikhetslära

Sats

$P(A^*) = 1 - P(A)$

Bevis: A, A^* disjunkta, $A \cup A^* = \Omega$ så $P(A) + P(A^*) \stackrel{3}{=} P(A \cup A^*) = P(\Omega) \stackrel{2}{=} 1.\square$

Sats

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Bevis: Bilda
I. $\{A, A^* \cap B\}$ (partition av $A \cup B$)
II. $\{A \cap B, A^* \cap B\}$ (partition av B)
så är $P(A \cup B) \stackrel{I}{=} P(A) + P(A^* \cap B)$ och $P(B)$

Grundläggande sannolikhetslära

Sats

$P(A^*) = 1 - P(A)$

Bevis: A, A^* disjunkta, $A \cup A^* = \Omega$ så $P(A) + P(A^*) \overset{3}{=} P(A \cup A^*) = P(\Omega) \overset{2}{=} 1.\square$

Sats

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Bevis: Bilda
I. $\{A, A^* \cap B\}$ (partition av $A \cup B$)
II. $\{A \cap B, A^* \cap B\}$ (partition av B)
så är $P(A \cup B) \overset{I}{=} P(A) + P(A^* \cap B)$ och $P(B) \overset{II}{=} P(A \cap B) + P(A^* \cap B)$

Grundläggande sannolikhetslära

Sats

$P(A^*) = 1 - P(A)$

Bevis: A, A^* disjunkta, $A \cup A^* = \Omega$ så $P(A) + P(A^*) \stackrel{3}{=} P(A \cup A^*) = P(\Omega) \stackrel{2}{=} 1.\square$

Sats

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Bevis: Bilda
I. $\{A, A^* \cap B\}$ (partition av $A \cup B$)
II. $\{A \cap B, A^* \cap B\}$ (partition av B)
så är $P(A \cup B) \stackrel{I}{=} P(A) + P(A^* \cap B)$ och $P(B) \stackrel{II}{=} P(A \cap B) + P(A^* \cap B)$ dvs
$P(A^* \cap B)$

Grundläggande sannolikhetslära

Sats

$P(A^*) = 1 - P(A)$

Bevis: A, A^* disjunkta, $A \cup A^* = \Omega$ så $P(A) + P(A^*) \stackrel{3}{=} P(A \cup A^*) = P(\Omega) \stackrel{2}{=} 1.\Box$

Sats

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Bevis: Bilda
I. $\{A, A^* \cap B\}$ (partition av $A \cup B$)
II. $\{A \cap B, A^* \cap B\}$ (partition av B)
så är $P(A \cup B) \stackrel{I}{=} P(A) + P(A^* \cap B)$ och $P(B) \stackrel{II}{=} P(A \cap B) + P(A^* \cap B)$ dvs
$P(A^* \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$

Grundläggande sannolikhetslära

Sats

$P(A^*) = 1 - P(A)$

Bevis: A, A^* disjunkta, $A \cup A^* = \Omega$ så $P(A) + P(A^*) \stackrel{3}{=} P(A \cup A^*) = P(\Omega) \stackrel{2}{=} 1.\square$

Sats

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Bevis: Bilda
I. $\{A, A^* \cap B\}$ (partition av $A \cup B$)
II. $\{A \cap B, A^* \cap B\}$ (partition av B)
så är $P(A \cup B) \stackrel{I}{=} P(A) + P(A^* \cap B)$ och $P(B) \stackrel{II}{=} P(A \cap B) + P(A^* \cap B)$ dvs
$P(A^* \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$ varmed $P(A \cup B)$

Grundläggande sannolikhetslära

Sats

$P(A^*) = 1 - P(A)$

Bevis: A, A^* disjunkta, $A \cup A^* = \Omega$ så $P(A) + P(A^*) \stackrel{3}{=} P(A \cup A^*) = P(\Omega) \stackrel{2}{=} 1.\square$

Sats

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Bevis: Bilda
I. $\{A, A^* \cap B\}$ (partition av $A \cup B$)
II. $\{A \cap B, A^* \cap B\}$ (partition av B)
så är $P(A \cup B) \stackrel{I}{=} P(A) + P(A^* \cap B)$ och $P(B) \stackrel{II}{=} P(A \cap B) + P(A^* \cap B)$ dvs $P(A^* \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$ varmed $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. $\square$

Grundläggande sannolikhetslära

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp)

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.
  Dock är $P(\text{han har glömt ta med bollen} = 0.1,$

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.
  Dock är $P(\text{han har glömt ta med bollen} = 0.1$,
  $P(\text{planen är upptagen}) = 0.3$

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.
  Dock är P(han har glömt ta med bollen $= 0.1$,
  P(planen är upptagen) $= 0.3$ och
  P(han har glömt bollen och planen är upptagen) $= 0.05$.

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.
  Dock är P(han har glömt ta med bollen $= 0.1$,
  P(planen är upptagen) $= 0.3$ och
  P(han har glömt bollen och planen är upptagen) $= 0.05$.
  Vad är sannolikheten att Johannes kan spela?

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.
  Dock är P(han har glömt ta med bollen $= 0.1$,
  P(planen är upptagen) $= 0.3$ och
  P(han har glömt bollen och planen är upptagen) $= 0.05$.
  Vad är sannolikheten att Johannes kan spela?
- **Lösning:**

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.
  Dock är P(han har glömt ta med bollen $= 0.1$,
  P(planen är upptagen) $= 0.3$ och
  P(han har glömt bollen och planen är upptagen) $= 0.05$.
  Vad är sannolikheten att Johannes kan spela?
- **Lösning:**
  Låt $A = \{$han har glömt ta med bollen$\}$

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.
  Dock är P(han har glömt ta med bollen $= 0.1$,
  P(planen är upptagen) $= 0.3$ och
  P(han har glömt bollen och planen är upptagen) $= 0.05$.
  Vad är sannolikheten att Johannes kan spela?

- **Lösning:**
  Låt $A = \{$han har glömt ta med bollen$\}$
  och $B = \{$planen är upptagen$\}$

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.
  Dock är P(han har glömt ta med bollen $= 0.1$,
  P(planen är upptagen) $= 0.3$ och
  P(han har glömt bollen och planen är upptagen) $= 0.05$.
  Vad är sannolikheten att Johannes kan spela?

- **Lösning:**
  Låt $A = \{$han har glömt ta med bollen$\}$
  och $B = \{$planen är upptagen$\}$
  så har vi att $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.3$, $P(A \cap B) = 0.05$

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.
  Dock är P(han har glömt ta med bollen $= 0.1$,
  P(planen är upptagen) $= 0.3$ och
  P(han har glömt bollen och planen är upptagen) $= 0.05$.
  Vad är sannolikheten att Johannes kan spela?
- **Lösning:**
  Låt $A = \{$han har glömt ta med bollen$\}$
  och $B = \{$planen är upptagen$\}$
  så har vi att $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.3$, $P(A \cap B) = 0.05$ och vi vill veta

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.
  Dock är P(han har glömt ta med bollen $= 0.1$,
  P(planen är upptagen) $= 0.3$ och
  P(han har glömt bollen och planen är upptagen) $= 0.05$.
  Vad är sannolikheten att Johannes kan spela?

- **Lösning:**
  Låt $A = \{$han har glömt ta med bollen$\}$
  och $B = \{$planen är upptagen$\}$
  så har vi att $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.3$, $P(A \cap B) = 0.05$ och vi vill veta $P(A^* \cap B^*)$

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.
  Dock är P(han har glömt ta med bollen $= 0.1$,
  P(planen är upptagen) $= 0.3$ och
  P(han har glömt bollen och planen är upptagen) $= 0.05$.
  Vad är sannolikheten att Johannes kan spela?
- **Lösning:**
  Låt $A = \{$han har glömt ta med bollen$\}$
  och $B = \{$planen är upptagen$\}$
  så har vi att $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.3$, $P(A \cap B) = 0.05$ och vi vill veta
  $P(A^* \cap B^*) = P(A^*) + P(B^*) - P(A^* \cup B^*)$

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.
  Dock är P(han har glömt ta med bollen $= 0.1$,
  P(planen är upptagen) $= 0.3$ och
  P(han har glömt bollen och planen är upptagen) $= 0.05$.
  Vad är sannolikheten att Johannes kan spela?

- **Lösning:**
  Låt $A = \{\text{han har glömt ta med bollen}\}$
  och $B = \{\text{planen är upptagen}\}$
  så har vi att $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.3$, $P(A \cap B) = 0.05$ och vi vill veta
  $P(A^* \cap B^*) = P(A^*) + P(B^*) - P(A^* \cup B^*) = P(A^*) + P(B^*) - P((A \cap B)^*)$

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.
  Dock är $P($han har glömt ta med bollen $= 0.1$,
  $P($planen är upptagen$) = 0.3$ och
  $P($han har glömt bollen och planen är upptagen$) = 0.05$.
  Vad är sannolikheten att Johannes kan spela?

- **Lösning:**
  Låt $A = \{$han har glömt ta med bollen$\}$
  och $B = \{$planen är upptagen$\}$
  så har vi att $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.3$, $P(A \cap B) = 0.05$ och vi vill veta
  $P(A^* \cap B^*) = P(A^*) + P(B^*) - P(A^* \cup B^*) = P(A^*) + P(B^*) - P((A \cap B)^*) =$
  $(1 - P(A)) + (1 - P(B)) - (1 - P(A \cap B))$

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.
  Dock är $P($han har glömt ta med bollen $= 0.1$,
  $P($planen är upptagen$) = 0.3$ och
  $P($han har glömt bollen och planen är upptagen$) = 0.05$.
  Vad är sannolikheten att Johannes kan spela?

- **Lösning:**
  Låt $A = \{$han har glömt ta med bollen$\}$
  och $B = \{$planen är upptagen$\}$
  så har vi att $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.3$, $P(A \cap B) = 0.05$ och vi vill veta
  $P(A^* \cap B^*) = P(A^*) + P(B^*) - P(A^* \cup B^*) = P(A^*) + P(B^*) - P((A \cap B)^*) =$
  $(1 - P(A)) + (1 - P(B)) - (1 - P(A \cap B)) = 0.9 + 0.7 - 0.95$

Grundläggande sannolikhetslära

- **Exampel**
  Johannes åker ibland spontant till Gullevi (fotbollsplan i Gullbrandstorp) för att spela fotboll med sina kompisar.
  Dock är P(han har glömt ta med bollen $= 0.1$,
  P(planen är upptagen) $= 0.3$ och
  P(han har glömt bollen och planen är upptagen) $= 0.05$.
  Vad är sannolikheten att Johannes kan spela?

- **Lösning:**
  Låt $A = \{$han har glömt ta med bollen$\}$
  och $B = \{$planen är upptagen$\}$
  så har vi att $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.3$, $P(A \cap B) = 0.05$ och vi vill veta
  $P(A^* \cap B^*) = P(A^*) + P(B^*) - P(A^* \cup B^*) = P(A^*) + P(B^*) - P((A \cap B)^*) = (1 - P(A)) + (1 - P(B)) - (1 - P(A \cap B)) = 0.9 + 0.7 - 0.95 = 0.65.$

Grundläggande sannolikhetslära

Grundläggande sannolikhetslära

Definition

P är ett **likformigt** *sannolikhetsmått*

Grundläggande sannolikhetslära

Definition

P är ett **likformigt** *sannolikhetsmått på ett* <u>*ändligt*</u> *utfallsrum Ω med $|\Omega| = n$*

Grundläggande sannolikhetslära

Definition

P är ett **likformigt** *sannolikhetsmått på ett ändligt utfallsrum Ω med $|\Omega| = n$ om $P(\omega_i) = \frac{1}{n}$ för varje $i = 1, 2, \ldots, n$.*

Grundläggande sannolikhetslära

Definition

P är ett **likformigt** *sannolikhetsmått på ett ändligt utfallsrum Ω med $|\Omega| = n$ om $P(\omega_i) = \frac{1}{n}$ för varje $i = 1, 2, \ldots, n$.*

- **Klassisk definition av sannolikhet**

Grundläggande sannolikhetslära

Definition

P är ett **likformigt** *sannolikhetsmått på ett ändligt utfallsrum Ω med $|\Omega| = n$ om $P(\omega_i) = \frac{1}{n}$ för varje $i = 1, 2, \ldots, n$.*

- **Klassisk definition av sannolikhet**
  För varje händelse $A = \{\omega_i : V(\omega_i), i = 1, 2, \ldots, n\}$ är

Grundläggande sannolikhetslära

Definition

P är ett **likformigt** *sannolikhetsmått på ett ändligt utfallsrum Ω med $|\Omega| = n$ om $P(\omega_i) = \frac{1}{n}$ för varje $i = 1, 2, \ldots, n$.*

- **Klassisk definition av sannolikhet**
  För varje händelse $A = \{\omega_i : V(\omega_i), i = 1, 2, \ldots, n\}$ är
  $P(A)$

Grundläggande sannolikhetslära

Definition

P är ett **likformigt** *sannolikhetsmått på ett* <u>*ändligt*</u> *utfallsrum* Ω *med* $|\Omega| = n$ *om* $P(\omega_i) = \frac{1}{n}$ *för varje* $i = 1, 2, \ldots, n$.

- **Klassisk definition av sannolikhet**
  För varje händelse $A = \{\omega_i : V(\omega_i), i = 1, 2, \ldots, n\}$ är $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$

Grundläggande sannolikhetslära

Definition

P är ett **likformigt** *sannolikhetsmått på ett ändligt utfallsrum Ω med $|\Omega| = n$ om $P(\omega_i) = \frac{1}{n}$ för varje $i = 1, 2, \ldots, n$.*

- **Klassisk definition av sannolikhet**
  För varje händelse $A = \{\omega_i : V(\omega_i), i = 1, 2, \ldots, n\}$ är
  $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{|\{\omega_i : V(\omega_i), i=1,2,\ldots,n\}|}{|\{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}|}$

Grundläggande sannolikhetslära

Definition

P är ett **likformigt** *sannolikhetsmått på ett ändligt utfallsrum Ω med $|\Omega| = n$ om $P(\omega_i) = \frac{1}{n}$ för varje $i = 1, 2, \ldots, n$.*

- **Klassisk definition av sannolikhet**
  För varje händelse $A = \{\omega_i : V(\omega_i), i = 1, 2, \ldots, n\}$ är $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{|\{\omega_i : V(\omega_i), i=1,2,\ldots,n\}|}{|\{\omega_1,\omega_2,\ldots,\omega_n\}|} = \frac{m}{n}$.

Grundläggande sannolikhetslära

Definition

P är ett **likformigt** *sannolikhetsmått på ett* *ändligt* *utfallsrum Ω med $|\Omega| = n$ om $P(\omega_i) = \frac{1}{n}$ för varje $i = 1, 2, \ldots, n$.*

- **Klassisk definition av sannolikhet**
  För varje händelse $A = \{\omega_i : V(\omega_i), i = 1, 2, \ldots, n\}$ är $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{|\{\omega_i : V(\omega_i), i=1,2,\ldots,n\}|}{|\{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}|} = \frac{m}{n}$.
- Definitionen ovan förutsätter ändligt utfallsrum

Grundläggande sannolikhetslära

Definition

P är ett **likformigt** *sannolikhetsmått på ett ändligt utfallsrum Ω med $|\Omega| = n$ om $P(\omega_i) = \frac{1}{n}$ för varje $i = 1, 2, \ldots, n$.*

- **Klassisk definition av sannolikhet**
  För varje händelse $A = \{\omega_i : V(\omega_i), i = 1, 2, \ldots, n\}$ är
  $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{|\{\omega_i : V(\omega_i), i=1,2,\ldots,n\}|}{|\{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}|} = \frac{m}{n}$.
- Definitionen ovan förutsätter ändligt utfallsrum och likformigt sannolikhetsmått.

Grundläggande sannolikhetslära

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken:

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen,

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet,

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet, binomialkoefficienter

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet, binomialkoefficienter
- Totala antalet sätt att ordna n olika element:

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet, binomialkoefficienter
- Totala antalet sätt att ordna n olika element: $n!$

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet, binomialkoefficienter
- Totala antalet sätt att ordna n olika element: $n!$ (OBS! $0! = 1$)

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet, binomialkoefficienter
- Totala antalet sätt att ordna n olika element: $n!$ (OBS! $0! = 1$)
- Antal sätt att välja k st bland n möjliga

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet, binomialkoefficienter
- Totala antalet sätt att ordna n olika element: $n!$ (OBS! $0! = 1$)
- Antal sätt att välja k st bland n möjliga
  - **utan** återläggning: $\binom{n}{k}$

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet, binomialkoefficienter
- Totala antalet sätt att ordna n olika element: $n!$ (OBS! $0! = 1$)
- Antal sätt att välja k st bland n möjliga
  - **utan** återläggning: $\binom{n}{k}$
  - **med** återläggning: n^k

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet, binomialkoefficienter
- Totala antalet sätt att ordna n olika element: $n!$ (OBS! $0! = 1$)
- Antal sätt att välja k st bland n möjliga
  - **utan** återläggning: $\binom{n}{k}$
  - **med** återläggning: n^k
- Antag v st vita, s st svarta, drar n st

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet, binomialkoefficienter
- Totala antalet sätt att ordna n olika element: $n!$ (OBS! $0! = 1$)
- Antal sätt att välja k st bland n möjliga
  - **utan** återläggning: $\binom{n}{k}$
  - **med** återläggning: n^k
- Antag v st vita, s st svarta, drar n st
  - **utan** återläggning.

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet, binomialkoefficienter
- Totala antalet sätt att ordna n olika element: $n!$ (OBS! $0! = 1$)
- Antal sätt att välja k st bland n möjliga
  - **utan** återläggning: $\binom{n}{k}$
  - **med** återläggning: n^k
- Antag v st vita, s st svarta, drar n st
  - **utan** återläggning. Då är $P(\text{får } k \text{ vita})$

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet, binomialkoefficienter
- Totala antalet sätt att ordna n olika element: $n!$ (OBS! $0! = 1$)
- Antal sätt att välja k st bland n möjliga
  - **utan** återläggning: $\binom{n}{k}$
  - **med** återläggning: n^k
- Antag v st vita, s st svarta, drar n st
  - **utan** återläggning. Då är $P(\text{får } k \text{ vita}) = \frac{\binom{v}{k}\binom{s}{n-k}}{\binom{v+s}{n}}$

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet, binomialkoefficienter
- Totala antalet sätt att ordna n olika element: $n!$ (OBS! $0! = 1$)
- Antal sätt att välja k st bland n möjliga
  - **utan** återläggning: $\binom{n}{k}$
  - **med** återläggning: n^k
- Antag v st vita, s st svarta, drar n st
  - **utan** återläggning. Då är $P(\text{får } k \text{ vita}) = \frac{\binom{v}{k}\binom{s}{n-k}}{\binom{v+s}{n}}$
  - **med** återläggning.

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet, binomialkoefficienter
- Totala antalet sätt att ordna n olika element: $n!$ (OBS! $0! = 1$)
- Antal sätt att välja k st bland n möjliga
  - **utan** återläggning: $\binom{n}{k}$
  - **med** återläggning: n^k
- Antag v st vita, s st svarta, drar n st
  - **utan** återläggning. Då är $P(\text{får } k \text{ vita}) = \frac{\binom{v}{k}\binom{s}{n-k}}{\binom{v+s}{n}}$
  - **med** återläggning. Då är $P(\text{får } k \text{ vita})$

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet, binomialkoefficienter
- Totala antalet sätt att ordna n olika element: $n!$ (OBS! $0! = 1$)
- Antal sätt att välja k st bland n möjliga
  - **utan** återläggning: $\binom{n}{k}$
  - **med** återläggning: n^k
- Antag v st vita, s st svarta, drar n st
  - **utan** återläggning. Då är $P(\text{får } k \text{ vita}) = \frac{\binom{v}{k}\binom{s}{n-k}}{\binom{v+s}{n}}$
  - **med** återläggning. Då är $P(\text{får } k \text{ vita}) = \frac{\binom{n}{k}v^k s^{n-k}}{(v+s)^n}$

Grundläggande sannolikhetslära

- Från kombinatoriken: multiplikationsprincipen, fakultet, binomialkoefficienter
- Totala antalet sätt att ordna n olika element: $n!$ (OBS! $0! = 1$)
- Antal sätt att välja k st bland n möjliga
  - **utan** återläggning: $\binom{n}{k}$
  - **med** återläggning: n^k
- Antag v st vita, s st svarta, drar n st
  - **utan** återläggning. Då är $P(\text{får } k \text{ vita}) = \frac{\binom{v}{k}\binom{s}{n-k}}{\binom{v+s}{n}}$
  - **med** återläggning. Då är $P(\text{får } k \text{ vita}) = \frac{\binom{n}{k}v^k s^{n-k}}{(v+s)^n}$
- Binomialsatsen: $(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$

[1] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

Sannolikhetslära

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[1] finns

[1] Antar $P(\mathit{pojke}) = P(\mathit{flicka}) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[1] finns
  - a 1 pojke och 4 flickor?

[1] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[1] finns
  - a. 1 pojke och 4 flickor?
  - b. 2 pojkar och 3 flickor?

[1] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[1] finns
  - (a) 1 pojke och 4 flickor?
  - (b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - (c) de andra kombinationerna?

[1] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

Sannolikhetslära

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[1] finns
  a. 1 pojke och 4 flickor?
  b. 2 pojkar och 3 flickor?
  c. de andra kombinationerna?
- **Lösning:**

[1] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[1] finns
  - (a) 1 pojke och 4 flickor?
  - (b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - (c) de andra kombinationerna?
- **Lösning:**
  - (a) $|\{1 \text{ pojke, } 4 \text{ flickor}\}|$

[1] Antar $P(\mathit{pojke}) = P(\mathit{flicka}) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[1] finns
  - a 1 pojke och 4 flickor?
  - b 2 pojkar och 3 flickor?
  - c de andra kombinationerna?

- **Lösning:**
  - a $|\{1 \text{ pojke, } 4 \text{ flickor}\}| = \binom{5}{1}$

[1] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[1] finns
  - (a) 1 pojke och 4 flickor?
  - (b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - (c) de andra kombinationerna?
- **Lösning:**
  - (a) $|\{1 \text{ pojke}, 4 \text{ flickor}\}| = \binom{5}{1} = 5.$

[1] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[1] finns
  - a 1 pojke och 4 flickor?
  - b 2 pojkar och 3 flickor?
  - c de andra kombinationerna?
- **Lösning:**
  - a $|\{1 \text{ pojke}, 4 \text{ flickor}\}| = \binom{5}{1} = 5.$
    Totalt: 2^5

[1] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5.$

Sannolikhetslära

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[1] finns
  - a 1 pojke och 4 flickor?
  - b 2 pojkar och 3 flickor?
  - c de andra kombinationerna?
- **Lösning:**
  - a $|\{1 \text{ pojke}, 4 \text{ flickor}\}| = \binom{5}{1} = 5.$
    Totalt: 2^5
    så $P(1 \text{ pojke}, 4 \text{ flickor})$

[1] Antar $P(\mathit{pojke}) = P(\mathit{flicka}) = 0.5$.

Sannolikhetslära

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[1] finns
  - (a) 1 pojke och 4 flickor?
  - (b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - (c) de andra kombinationerna?

- **Lösning:**
  - (a) $|\{1 \text{ pojke, } 4 \text{ flickor}\}| = \binom{5}{1} = 5.$
    Totalt: 2^5
    så $P(1 \text{ pojke, } 4 \text{ flickor}) = \frac{5}{32}$

[1] Antar $P(\mathit{pojke}) = P(\mathit{flicka}) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[1] finns
  - a 1 pojke och 4 flickor?
  - b 2 pojkar och 3 flickor?
  - c de andra kombinationerna?
- **Lösning:**
  - a $|\{1 \text{ pojke, } 4 \text{ flickor}\}| = \binom{5}{1} = 5.$
    Totalt: 2^5
    så $P(1 \text{ pojke, } 4 \text{ flickor}) = \frac{5}{32} = 0.1562.$

[1] Antar $P(\mathit{pojke}) = P(\mathit{flicka}) = 0.5.$

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[2] finns
  a. 1 pojke och 4 flickor?
  b. 2 pojkar och 3 flickor?
  c. de andra kombinationerna?
- **Lösning:**

[2] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[2] finns
  - a 1 pojke och 4 flickor?
  - b 2 pojkar och 3 flickor?
  - c de andra kombinationerna?
- **Lösning:**
  - b $|\{2 \text{ pojkar, } 3 \text{ flickor}\}|$

[2] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[2] finns
  - (a) 1 pojke och 4 flickor?
  - (b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - (c) de andra kombinationerna?
- **Lösning:**
  - (b) $|\{2 \text{ pojkar}, 3 \text{ flickor}\}| = \binom{5}{2}$

[2] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

Sannolikhetslära

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[2] finns
  - a) 1 pojke och 4 flickor?
  - b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - c) de andra kombinationerna?
- **Lösning:**
  - b) $|\{2 \text{ pojkar, } 3 \text{ flickor}\}| = \binom{5}{2} = 10$

[2] Antar $P(\mathit{pojke}) = P(\mathit{flicka}) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[2] finns
  - (a) 1 pojke och 4 flickor?
  - (b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - (c) de andra kombinationerna?
- **Lösning:**
  - (b) $|\{2 \text{ pojkar, } 3 \text{ flickor}\}| = \binom{5}{2} = 10$
    varmed $P(2 \text{ pojkar, } 3 \text{ flickor})$

[2] Antar $P(\mathit{pojke}) = P(\mathit{flicka}) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[2] finns
  - (a) 1 pojke och 4 flickor?
  - (b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - (c) de andra kombinationerna?
- **Lösning:**
  - (b) $|\{2 \text{ pojkar, } 3 \text{ flickor}\}| = \binom{5}{2} = 10$
    varmed $P(2 \text{ pojkar, } 3 \text{ flickor}) = \frac{10}{32}$

[2] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

Sannolikhetslära

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[2] finns
  - (a) 1 pojke och 4 flickor?
  - (b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - (c) de andra kombinationerna?
- **Lösning:**
  - (b) $|\{2 \text{ pojkar, } 3 \text{ flickor}\}| = \binom{5}{2} = 10$
    varmed $P(2 \text{ pojkar, } 3 \text{ flickor}) = \frac{10}{32} = 0.3125$

[2] Antar $P(\textit{pojke}) = P(\textit{flicka}) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[3] finns
  - a 1 pojke och 4 flickor?
  - b 2 pojkar och 3 flickor?
  - c de andra kombinationerna?
- **Lösning:**

[3] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

Sannolikhetslära

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[3] finns
  - a 1 pojke och 4 flickor?
  - b 2 pojkar och 3 flickor?
  - c de andra kombinationerna?

- **Lösning:**
  - c Pga symmetri är $P(3 \text{ pojkar}, 2 \text{ flickor}) = \frac{10}{32}$

[3] Antar $P(\textit{pojke}) = P(\textit{flicka}) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[3] finns
  - (a) 1 pojke och 4 flickor?
  - (b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - (c) de andra kombinationerna?
- **Lösning:**
  - (c) Pga symmetri är $P(3 \text{ pojkar}, 2 \text{ flickor}) = \frac{10}{32}$ och $P(4 \text{ pojkar}, 1 \text{ flicka}) = \frac{5}{32}$.

[3] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[3] finns
  - (a) 1 pojke och 4 flickor?
  - (b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - (c) de andra kombinationerna?

- **Lösning:**
  - (c) Pga symmetri är $P(3 \text{ pojkar}, 2 \text{ flickor}) = \frac{10}{32}$ och $P(4 \text{ pojkar}, 1 \text{ flicka}) = \frac{5}{32}$.

    Givetvis blir också $P(5 \text{ pojkar})$

[3]Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[3] finns
  - (a) 1 pojke och 4 flickor?
  - (b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - (c) de andra kombinationerna?
- **Lösning:**
  - (c) Pga symmetri är $P(3\text{ pojkar, }2\text{ flickor}) = \frac{10}{32}$ och $P(4\text{ pojkar, }1\text{ flicka}) = \frac{5}{32}$.

    Givetvis blir också $P(5\text{ pojkar}) = P(5\text{ flickor})$

[3] Antar $P(\mathit{pojke}) = P(\mathit{flicka}) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[3] finns
  - (a) 1 pojke och 4 flickor?
  - (b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - (c) de andra kombinationerna?
- **Lösning:**
  - (c) Pga symmetri är $P(3 \text{ pojkar}, 2 \text{ flickor}) = \frac{10}{32}$ och $P(4 \text{ pojkar}, 1 \text{ flicka}) = \frac{5}{32}$.
    Givetvis blir också $P(5 \text{ pojkar}) = P(5 \text{ flickor}) = \frac{\binom{5}{5}}{32}$

[3] Antar $P(\textit{pojke}) = P(\textit{flicka}) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[3] finns
  - (a) 1 pojke och 4 flickor?
  - (b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - (c) de andra kombinationerna?
- **Lösning:**
  - (c) Pga symmetri är $P(3 \text{ pojkar, } 2 \text{ flickor}) = \frac{10}{32}$ och $P(4 \text{ pojkar, } 1 \text{ flicka}) = \frac{5}{32}$.

    Givetvis blir också $P(5 \text{ pojkar}) = P(5 \text{ flickor}) = \frac{\binom{5}{5}}{32} = \frac{1}{32}$

[3] Antar $P(\mathit{pojke}) = P(\mathit{flicka}) = 0.5$.

Sannolikhetslära

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[3] finns
  a. 1 pojke och 4 flickor?
  b. 2 pojkar och 3 flickor?
  c. de andra kombinationerna?

- **Lösning:**
  c. Pga symmetri är $P(3\text{ pojkar, }2\text{ flickor}) = \frac{10}{32}$ och $P(4\text{ pojkar, }1\text{ flicka}) = \frac{5}{32}$.
  Givetvis blir också $P(5\text{ pojkar}) = P(5\text{ flickor}) = \frac{\binom{5}{5}}{32} = \frac{1}{32} = 0.0312$.

[3] Antar $P(\mathit{pojke}) = P(\mathit{flicka}) = 0.5$.

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[3] finns
  - (a) 1 pojke och 4 flickor?
  - (b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - (c) de andra kombinationerna?

- **Lösning:**
  - (c) Pga symmetri är $P(3 \text{ pojkar, } 2 \text{ flickor}) = \frac{10}{32}$ och $P(4 \text{ pojkar, } 1 \text{ flicka}) = \frac{5}{32}$.

    Givetvis blir också $P(5 \text{ pojkar}) = P(5 \text{ flickor}) = \frac{\binom{5}{5}}{32} = \frac{1}{32} = 0.0312$.

    Kontroll: $2 \cdot \frac{1}{32} + 2 \cdot \frac{5}{32} + 2 \cdot \frac{10}{32}$

[3] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

Sannolikhetslära

- **Exempel** Vad är sannolikheten att det hos en fembarnsfamilj[3] finns
  - (a) 1 pojke och 4 flickor?
  - (b) 2 pojkar och 3 flickor?
  - (c) de andra kombinationerna?

- **Lösning:**
  - (c) Pga symmetri är $P(3 \text{ pojkar, } 2 \text{ flickor}) = \frac{10}{32}$ och $P(4 \text{ pojkar, } 1 \text{ flicka}) = \frac{5}{32}$.
    Givetvis blir också $P(5 \text{ pojkar}) = P(5 \text{ flickor}) = \frac{\binom{5}{5}}{32} = \frac{1}{32} = 0.0312$.
    Kontroll: $2 \cdot \frac{1}{32} + 2 \cdot \frac{5}{32} + 2 \cdot \frac{10}{32} = 1$ ok.

[3] Antar $P(pojke) = P(flicka) = 0.5$.

Sannolikhetslära

Sannolikhetslära

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri

Sannolikhetslära

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-,

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter,

Sannolikhetslära

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter,

Sannolikhetslära

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel

Sannolikhetslära

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-.

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a minst 3 cyklar?

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a minst 3 cyklar?
  - b 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  1. minst 3 cyklar?
  2. 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  3. bostad eller pengar?

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  1. minst 3 cyklar?
  2. 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  3. bostad eller pengar?
  4. något överhuvudtaget?

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  a. minst 3 cyklar?
  b. 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  c. bostad eller pengar?
  d. något överhuvudtaget?

- **Lösning:**

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  a. minst 3 cyklar?
  b. 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  c. bostad eller pengar?
  d. något överhuvudtaget?

- **Lösning:**
  a. P(minst 3 cyklar)

Sannolikhetslära

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - (a) minst 3 cyklar?
  - (b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - (c) bostad eller pengar?
  - (d) något överhuvudtaget?

- **Lösning:**
  - (a) $P(\text{minst 3 cyklar}) = P(\text{3 cyklar}) + P(\text{minst 4 cyklar}) + P(\text{minst 5 cyklar})$

Sannolikhetslära

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - (a) minst 3 cyklar?
  - (b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - (c) bostad eller pengar?
  - (d) något överhuvudtaget?
- **Lösning:**
  - (a) $P(\text{minst 3 cyklar}) = P(\text{3 cyklar}) + P(\text{minst 4 cyklar}) + P(\text{minst 5 cyklar})$
    $= \binom{5}{3} \frac{5}{100} \frac{4}{99} \frac{3}{98} \frac{95}{97} \frac{94}{96}$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - (a) minst 3 cyklar?
  - (b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - (c) bostad eller pengar?
  - (d) något överhuvudtaget?
- **Lösning:**
  - (a) $P(\text{minst 3 cyklar}) = P(\text{3 cyklar}) + P(\text{minst 4 cyklar}) + P(\text{minst 5 cyklar})$
    $= \binom{5}{3}\frac{5}{100}\frac{4}{99}\frac{3}{98}\frac{95}{97}\frac{94}{96} + \binom{5}{4}\frac{5}{100}\frac{4}{99}\frac{3}{98}\frac{2}{97}\frac{95}{96}$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a) minst 3 cyklar?
  - b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - c) bostad eller pengar?
  - d) något överhuvudtaget?

- **Lösning:**
  - a) $P(\text{minst 3 cyklar}) = P(\text{3 cyklar}) + P(\text{minst 4 cyklar}) + P(\text{minst 5 cyklar})$
    $= \binom{5}{3}\frac{5}{100}\frac{4}{99}\frac{3}{98}\frac{95}{97}\frac{94}{96} + \binom{5}{4}\frac{5}{100}\frac{4}{99}\frac{3}{98}\frac{2}{97}\frac{95}{96} + \binom{5}{5}\frac{5}{100}\frac{4}{99}\frac{3}{98}\frac{2}{97}\frac{1}{96}$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a) minst 3 cyklar?
  - b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - c) bostad eller pengar?
  - d) något överhuvudtaget?

- **Lösning:**
  - a) $P(\text{minst 3 cyklar}) = P(\text{3 cyklar}) + P(\text{minst 4 cyklar}) + P(\text{minst 5 cyklar})$

$$= \binom{5}{3}\frac{5}{100}\frac{4}{99}\frac{3}{98}\frac{95}{97}\frac{94}{96} + \binom{5}{4}\frac{5}{100}\frac{4}{99}\frac{3}{98}\frac{2}{97}\frac{95}{96} + \binom{5}{5}\frac{5}{100}\frac{4}{99}\frac{3}{98}\frac{2}{97}\frac{1}{96}$$

$$= \frac{46\,126}{75\,287\,520}$$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - (a) minst 3 cyklar?
  - (b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - (c) bostad eller pengar?
  - (d) något överhuvudtaget?

- **Lösning:**
  - (a) $P(\text{minst 3 cyklar}) = P(\text{3 cyklar}) + P(\text{minst 4 cyklar}) + P(\text{minst 5 cyklar})$

$$= \binom{5}{3}\frac{5}{100}\frac{4}{99}\frac{3}{98}\frac{95}{97}\frac{94}{96} + \binom{5}{4}\frac{5}{100}\frac{4}{99}\frac{3}{98}\frac{2}{97}\frac{95}{96} + \binom{5}{5}\frac{5}{100}\frac{4}{99}\frac{3}{98}\frac{2}{97}\frac{1}{96}$$

$$= \frac{46\,126}{75\,287\,520}$$

$$= 0.0006.$$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a) minst 3 cyklar?
  - b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - c) bostad eller pengar?
  - d) något överhuvudtaget?

- **Lösning:**

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a. minst 3 cyklar?
  - b. 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - c. bostad eller pengar?
  - d. något överhuvudtaget?
- **Lösning:**
  - b. P(200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer)

Sannolikhetslära

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a) minst 3 cyklar?
  - b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - c) bostad eller pengar?
  - d) något överhuvudtaget?

- **Lösning:**
  - b) P(200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer)
    $= \frac{5}{100}\frac{4}{99}\frac{5}{98}\frac{2}{97}\frac{85}{96}\frac{5!}{2!}$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a. minst 3 cyklar?
  - b. 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - c. bostad eller pengar?
  - d. något överhuvudtaget?
- **Lösning:**
  - b. P(200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer)

$$= \frac{5}{100}\frac{4}{99}\frac{5}{98}\frac{2}{97}\frac{85}{96}\frac{5!}{2!}$$
$$= \frac{17\,000}{9\,034\,502\,400}$$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - (a) minst 3 cyklar?
  - (b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - (c) bostad eller pengar?
  - (d) något överhuvudtaget?

- **Lösning:**
  - (b) $P(200\text{:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer})$

$$= \frac{5}{100}\,\frac{4}{99}\,\frac{5}{98}\,\frac{2}{97}\,\frac{85}{96}\,\frac{5!}{2!}$$

$$= \frac{17\,000}{9\,034\,502\,400}$$

$$= 0.0001.$$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  a. minst 3 cyklar?
  b. 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  c. bostad eller pengar?
  d. något överhuvudtaget?

- **Lösning:**

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - (a) minst 3 cyklar?
  - (b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - (c) bostad eller pengar?
  - (d) något överhuvudtaget?
- **Lösning:**
  - (c) $P(\text{bostad eller pengar})$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a minst 3 cyklar?
  - b 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - c bostad eller pengar?
  - d något överhuvudtaget?

- **Lösning:**
  - c $P(\text{bostad eller pengar}) = P(\text{minst 1 bostad och/eller minst 1 pengar})$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  a. minst 3 cyklar?
  b. 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  c. bostad eller pengar?
  d. något överhuvudtaget?

- **Lösning:**
  c. $P(\text{bostad eller pengar}) = P(\text{minst 1 bostad och/eller minst 1 pengar})$
  $= P(\text{inte bara cyklar och nitlotter})$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a) minst 3 cyklar?
  - b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - c) bostad eller pengar?
  - d) något överhuvudtaget?

- **Lösning:**
  - c) $P(\text{bostad eller pengar}) = P(\text{minst 1 bostad och/eller minst 1 pengar})$

    $= P(\text{inte bara cyklar och nitlotter}) = 1 - P(\text{bara cyklar och nitlotter})$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - (a) minst 3 cyklar?
  - (b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - (c) bostad eller pengar?
  - (d) något överhuvudtaget?

- **Lösning:**
  - (c) $P(\text{bostad eller pengar}) = P(\text{minst 1 bostad och/eller minst 1 pengar})$

    $= P(\text{inte bara cyklar och nitlotter}) = 1 - P(\text{bara cyklar och nitlotter})$

    $= 1 - \frac{90}{100}\frac{89}{99}\frac{88}{98}\frac{87}{97}\frac{86}{96}$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a) minst 3 cyklar?
  - b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - c) bostad eller pengar?
  - d) något överhuvudtaget?

- **Lösning:**
  - c) $P(\text{bostad eller pengar}) = P(\text{minst 1 bostad och/eller minst 1 pengar})$

    $= P(\text{inte bara cyklar och nitlotter}) = 1 - P(\text{bara cyklar och nitlotter})$

    $= 1 - \frac{90}{100}\frac{89}{99}\frac{88}{98}\frac{87}{97}\frac{86}{96} = 1 - \frac{5\,273\,912\,160}{9\,034\,502\,400}$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a minst 3 cyklar?
  - b 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - c bostad eller pengar?
  - d något överhuvudtaget?

- **Lösning:**
  - c $P(\text{bostad eller pengar}) = P(\text{minst 1 bostad och/eller minst 1 pengar})$
    $= P(\text{inte bara cyklar och nitlotter}) = 1 - P(\text{bara cyklar och nitlotter})$
    $= 1 - \frac{90}{100}\frac{89}{99}\frac{88}{98}\frac{87}{97}\frac{86}{96} = 1 - \frac{5\,273\,912\,160}{9\,034\,502\,400}$
    $= 0.4162.$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a) minst 3 cyklar?
  - b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - c) bostad eller pengar?
  - d) något överhuvudtaget?

- **Lösning:**

Sannolikhetslära

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a) minst 3 cyklar?
  - b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - c) bostad eller pengar?
  - d) något överhuvudtaget?
- **Lösning:**
  - d) P(något överhuvudtaget)

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a minst 3 cyklar?
  - b 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - c bostad eller pengar?
  - d något överhuvudtaget?
- **Lösning:**
  - d $P(\text{något överhuvudtaget}) = 1 - P(\text{bara nitlotter})$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a) minst 3 cyklar?
  - b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - c) bostad eller pengar?
  - d) något överhuvudtaget?

- **Lösning:**
  - d) $P(\text{något överhuvudtaget}) = 1 - P(\text{bara nitlotter})$
    $= 1 - \frac{85}{100}\frac{84}{99}\frac{83}{98}\frac{82}{97}\frac{81}{96}$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - (a) minst 3 cyklar?
  - (b) 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - (c) bostad eller pengar?
  - (d) något överhuvudtaget?
- **Lösning:**
  - (d) $P(\text{något överhuvudtaget}) = 1 - P(\text{bara nitlotter})$

$$= 1 - \frac{85}{100}\frac{84}{99}\frac{83}{98}\frac{82}{97}\frac{81}{96}$$

$$= 1 - \frac{3\,936\,182\,040}{9\,034\,502\,400}$$

- **Exempel** Kalle köper 5 lotter från ett lotteri med 100 lotter varav en är vinst på 100 000:-, två är bostadsrätter, två är kolonilotter, fem är cykel och fem är 100:-. Vad är Kalles chans att vinna
  - a minst 3 cyklar?
  - b 200:-, 1 cykel, 1 kolonilott men inget mer?
  - c bostad eller pengar?
  - d något överhuvudtaget?

- **Lösning:**
  - d $P(\text{något överhuvudtaget}) = 1 - P(\text{bara nitlotter})$

$$= 1 - \frac{85}{100}\frac{84}{99}\frac{83}{98}\frac{82}{97}\frac{81}{96}$$

$$= 1 - \frac{3\,936\,182\,040}{9\,034\,502\,400}$$

$$= 0.5643$$

Sannolikhetslära

Sannolikhetslära

Definition

Sannolikhetslära

Definition

Händelserna A och B kallas **oberoende** $(A \perp B)$

Definition

Händelserna A och B kallas **oberoende** *($A \perp B$) om $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.*

Sannolikhetslära

Definition

Händelserna A och B kallas **oberoende** *($A \perp B$) om $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.*
Om A och B ej oberoende ($A \not\perp B$)

Sannolikhetslära

Definition

Händelserna A och B kallas **oberoende** *($A \perp B$) om $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.*
Om A och B ej oberoende ($A \not\perp B$) så kallas A och B **beroende**.

Sannolikhetslära

Definition

Händelserna A och B kallas **oberoende** *($A \perp B$)*
om $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
Om A och B ej oberoende ($A \not\perp B$) så kallas A och B **beroende**.

Observation

Sannolikhetslära

Definition

Händelserna A och B kallas **oberoende** *($A \perp B$)*
om $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
Om A och B ej oberoende ($A \not\perp B$) så kallas A och B **beroende**.

Observation

Additionssatsen-variant:

Sannolikhetslära

Definition

Händelserna A och B kallas **oberoende** *($A \perp B$) om $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.*
Om A och B ej oberoende ($A \not\perp B$) så kallas A och B **beroende**.

Observation

Additionssatsen-variant: $P(A \cup B)$

Sannolikhetslära

Definition

Händelserna A och B kallas **oberoende** *($A \perp B$)*
om $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
Om A och B ej oberoende ($A \not\perp B$) så kallas A och B **beroende**.

Observation

Additionssatsen-variant: $P(A \cup B) \stackrel{A \perp B}{=}$

Sannolikhetslära

Definition

Händelserna A och B kallas **oberoende** *($A \perp B$)*
om $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
Om A och B ej oberoende ($A \not\perp B$) så kallas A och B **beroende**.

Observation

Additionssatsen-variant: $P(A \cup B) \overset{A \perp B}{=} P(A) + P(B) - P(A)P(B)$.

Sannolikhetslära

Sannolikhetslära

Definition

Definition

Om $P(B) > 0$ *så är den* **betingade sannolikheten av** A **givet** B

Definition

Om $P(B) > 0$ *så är den* **betingade sannolikheten av** A **givet** B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Definition

Om $P(B) > 0$ *så är den* **betingade sannolikheten av** A **givet** B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(Betingade sannolikheten för A givet B är

Definition

Om $P(B) > 0$ *så är den* **betingade sannolikheten av** A **givet** B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(Betingade sannolikheten för A givet B är inte arean av A i proportion till arean av Ω

Definition

Om $P(B) > 0$ *så är den* **betingade sannolikheten av** A **givet** B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(Betingade sannolikheten för A givet B är inte arean av A i proportion till arean av Ω utan arean av $A \cap B$ i proportion till arean av B – rita Venndiagram!)

Definition

Om $P(B) > 0$ *så är den* **betingade sannolikheten av** A **givet** B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(Betingade sannolikheten för A givet B är inte arean av A i proportion till arean av Ω utan arean av $A \cap B$ i proportion till arean av B – rita Venndiagram!)

Observation

Sannolikhetslära

Definition

Om $P(B) > 0$ *så är den* **betingade sannolikheten av** A **givet** B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(Betingade sannolikheten för A givet B är inte arean av A i proportion till arean av Ω utan arean av $A \cap B$ i proportion till arean av B – rita Venndiagram!)

Observation

$P(A|B)$

Definition

Om $P(B) > 0$ *så är den* **betingade sannolikheten av** A **givet** B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(Betingade sannolikheten för A givet B är inte arean av A i proportion till arean av Ω utan arean av $A \cap B$ i proportion till arean av B – rita Venndiagram!)

Observation

$P(A|B) \overset{A \perp B}{=}$

Sannolikhetslära

Definition

Om $P(B) > 0$ *så är den* **betingade sannolikheten av** A **givet** B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(Betingade sannolikheten för A givet B är inte arean av A i proportion till arean av Ω utan arean av $A \cap B$ i proportion till arean av B – rita Venndiagram!)

Observation

$$P(A|B) \overset{A \perp B}{=} P(A)$$

Sannolikhetslära

Definition

Om $P(B) > 0$ *så är den* **betingade sannolikheten av** A **givet** B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(Betingade sannolikheten för A givet B är inte arean av A i proportion till arean av Ω utan arean av $A \cap B$ i proportion till arean av B – rita Venndiagram!)

Observation

$P(A|B) \overset{A \perp B}{=} P(A)$

$P(A \cap B)$

Sannolikhetslära

Definition

Om $P(B) > 0$ *så är den* **betingade sannolikheten av** A **givet** B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(Betingade sannolikheten för A givet B är inte arean av A i proportion till arean av Ω utan arean av $A \cap B$ i proportion till arean av B – rita Venndiagram!)

Observation

$P(A|B) \overset{A \perp B}{=} P(A)$

$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$

Definition

Om $P(B) > 0$ *så är den* **betingade sannolikheten av** A **givet** B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(Betingade sannolikheten för A givet B är inte arean av A i proportion till arean av Ω utan arean av $A \cap B$ i proportion till arean av B – rita Venndiagram!)

Observation

$P(A|B) \overset{A \perp B}{=} P(A)$

$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$

Definition

Om $P(B) > 0$ så är den **betingade sannolikheten av** A **givet** B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(Betingade sannolikheten för A givet B är inte arean av A i proportion till arean av Ω utan arean av $A \cap B$ i proportion till arean av B – rita Venndiagram!)

Observation

$P(A|B) \overset{A \perp B}{=} P(A)$
$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$
$P(A|B) \neq P(B|A)$

Sannolikhetslära

Bayes sats:

Sats

Sannolikhetslära

Bayes sats:

Sats

Om $\{B_1, B_2, \ldots, B_n\}$ *är en partition av* Ω

Sannolikhetslära

Bayes sats:

Sats

Om $\{B_1, B_2, \ldots, B_n\}$ *är en partition av* Ω
så är $P(B_k|A) = \frac{P(A|B_k)P(B_k)}{\sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)}$.

Sannolikhetslära

Sannolikhetslära

Sannolikhetslära

- **Exempel**

Sannolikhetslära

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk.

Sannolikhetslära

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt

Sannolikhetslära

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$,

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab 1}) = 0.41$, $P(\text{lab 2}) = 0.34$,

Sannolikhetslära

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab 1}) = 0.41$, $P(\text{lab 2}) = 0.34$, $P(\text{lab 3}) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är

Sannolikhetslära

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är
  $P(T|\text{lab } 1) = 0.37$,

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab 1}) = 0.41$, $P(\text{lab 2}) = 0.34$, $P(\text{lab 3}) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är $P(T|\text{lab 1}) = 0.37$, $P(T|\text{lab 2}) = 0.45$,

Sannolikhetslära

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är
$P(T|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(T|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(T|\text{lab } 3) = 0.63$

Sannolikhetslära

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är
  $P(T|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(T|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(T|\text{lab } 3) = 0.63$
  (där $T = \{\text{studenten klarar tentan}\}$.)

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är
  $P(T|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(T|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(T|\text{lab } 3) = 0.63$
  (där $T = \{\text{studenten klarar tentan}\}$.)
  - a) Hur stor är studentens chans att klara kursen?

Sannolikhetslära

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är
$P(T|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(T|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(T|\text{lab } 3) = 0.63$
(där $T = \{\text{studenten klarar tentan}\}$.)
  - a Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - b Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är
  $P(T|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(T|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(T|\text{lab } 3) = 0.63$
  (där $T = \{\text{studenten klarar tentan}\}$.)
  a. Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  b. Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  c. Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året.

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är
  $P(T|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(T|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(T|\text{lab } 3) = 0.63$
  (där $T = \{\text{studenten klarar tentan}\}$.)
  a. Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  b. Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  c. Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är
  $P(T|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(T|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(T|\text{lab } 3) = 0.63$
  (där $T = \{\text{studenten klarar tentan}\}$.)
  a. Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  b. Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  c. Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?

- **Lösning:**

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab }1) = 0.41$, $P(\text{lab }2) = 0.34$, $P(\text{lab }3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är
$P(T|\text{lab }1) = 0.37$, $P(T|\text{lab }2) = 0.45$, $P(T|\text{lab }3) = 0.63$
(där $T = \{\text{studenten klarar tentan}\}$.)
  - a) Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - b) Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  - c) Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?
- **Lösning:**
  - a) $P(T)$

Sannolikhetslära

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är
$P(T|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(T|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(T|\text{lab } 3) = 0.63$
(där $T = \{\text{studenten klarar tentan}\}$.)
  - a) Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - b) Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  - c) Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?

- **Lösning:**
  - a) $P(T) = P(\{T \cap \ell 1\} \cup \{T \cap \ell 2\} \cup \{T \cap \ell 3\})$

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är
  $P(T|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(T|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(T|\text{lab } 3) = 0.63$
  (där $T = \{\text{studenten klarar tentan}\}$.)
  - (a) Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - (b) Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  - (c) Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?
- **Lösning:**
  - (a) $P(T) = P(\{T \cap \ell 1\} \cup \{T \cap \ell 2\} \cup \{T \cap \ell 3\})$
    $= P(T|\ell 1)P(\ell 1) + P(T|\ell 2)P(\ell 2) + P(T|\ell 3)P(\ell 3)$

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är
  $P(T|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(T|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(T|\text{lab } 3) = 0.63$
  (där $T = \{\text{studenten klarar tentan}\}$.)
  - (a) Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - (b) Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  - (c) Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?

- **Lösning:**
  - (a) $P(T) = P(\{T \cap \ell 1\} \cup \{T \cap \ell 2\} \cup \{T \cap \ell 3\})$
    $= P(T|\ell 1)P(\ell 1) + P(T|\ell 2)P(\ell 2) + P(T|\ell 3)P(\ell 3)$
    $= 0.37 \cdot 0.41 + 0.45 \cdot 0.34 + 0.63 \cdot 0.25$

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab }1) = 0.41$, $P(\text{lab }2) = 0.34$, $P(\text{lab }3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är
  $P(T|\text{lab }1) = 0.37$, $P(T|\text{lab }2) = 0.45$, $P(T|\text{lab }3) = 0.63$
  (där $T = \{\text{studenten klarar tentan}\}$.)
  - a) Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - b) Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  - c) Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?

- **Lösning:**
  - a) $P(T) = P(\{T \cap \ell 1\} \cup \{T \cap \ell 2\} \cup \{T \cap \ell 3\})$
    $= P(T|\ell 1)P(\ell 1) + P(T|\ell 2)P(\ell 2) + P(T|\ell 3)P(\ell 3)$
    $= 0.37 \cdot 0.41 + 0.45 \cdot 0.34 + 0.63 \cdot 0.25$
    $= 0.4622.$

Sannolikhetslära

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab 1}) = 0.41$, $P(\text{lab 2}) = 0.34$, $P(\text{lab 3}) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är $P(\text{klara tentan}|\text{lab 1}) = 0.37$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab 2}) = 0.45$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab 3}) = 0.63$.
  - a. Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - b. Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  - c. Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?
- **Lösning:**

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 3) = 0.63$.
  - a. Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - b. Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  - c. Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?
- **Lösning:**
  - b. $P(T|\ell 3) = 0.63$

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 3) = 0.63$.
  - a. Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - b. Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  - c. Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?
- **Lösning:**
  - b. $P(T|\ell 3) = 0.63$ är större än både $P(T|\ell 2) = 0.45$ och $P(T|\ell 1) = 0.37$

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab }1) = 0.41$, $P(\text{lab }2) = 0.34$, $P(\text{lab }3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är $P(\text{klara tentan}|\text{lab }1) = 0.37$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab }2) = 0.45$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab }3) = 0.63$.
  - a) Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - b) Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  - c) Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?

- **Lösning:**
  - b) $P(T|\ell 3) = 0.63$ är större än både $P(T|\ell 2) = 0.45$ och $P(T|\ell 1) = 0.37$ så studenten borde välja **lab 3**.

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab 1}) = 0.41$, $P(\text{lab 2}) = 0.34$, $P(\text{lab 3}) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är $P(\text{klara tentan}|\text{lab 1}) = 0.37$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab 2}) = 0.45$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab 3}) = 0.63$.
  a. Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  b. Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  c. Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?
- **Lösning:**

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab }1) = 0.41$, $P(\text{lab }2) = 0.34$, $P(\text{lab }3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är $P(\text{klara tentan}|\text{lab }1) = 0.37$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab }2) = 0.45$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab }3) = 0.63$.
  - a) Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - b) Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  - c) Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?
- **Lösning:**
  - c) $P(\ell 1 \cup \ell 2 | T)$

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 3) = 0.63$.
  - a) Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - b) Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  - c) Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?
- **Lösning:**
  - c) $P(\ell 1 \cup \ell 2 | T) = 1 - P(\ell 3 | T)$

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 3) = 0.63$.
  - (a) Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - (b) Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  - (c) Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?

- **Lösning:**
  - (c) $P(\ell 1 \cup \ell 2|T) = 1 - P(\ell 3|T)$

    $= 1 - \frac{P(\ell 3 \cap T)}{P(T \cap \{\ell 1 \cup \ell 2 \cup \ell 3\})}$

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab 1}) = 0.41$, $P(\text{lab 2}) = 0.34$, $P(\text{lab 3}) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är $P(\text{klara tentan}|\text{lab 1}) = 0.37$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab 2}) = 0.45$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab 3}) = 0.63$.
  - (a) Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - (b) Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  - (c) Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?
- **Lösning:**
  - (c) $P(\ell 1 \cup \ell 2 | T) = 1 - P(\ell 3 | T)$

$$= 1 - \frac{P(\ell 3 \cap T)}{P(T \cap \{\ell 1 \cup \ell 2 \cup \ell 3\})} = 1 - \frac{P(\ell 3 \cap T)}{P(T \cap \ell 1) + P(T \cap \ell 2) + P(T \cap \ell 3)}$$

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 3) = 0.63$.
  a. Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  b. Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  c. Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?
- **Lösning:**
  c. $P(\ell 1 \cup \ell 2 | T) = 1 - P(\ell 3 | T)$

$$= 1 - \frac{P(\ell 3 \cap T)}{P(T \cap \{\ell 1 \cup \ell 2 \cup \ell 3\})} = 1 - \frac{P(\ell 3 \cap T)}{P(T \cap \ell 1) + P(T \cap \ell 2) + P(T \cap \ell 3)}$$

$$= 1 - \frac{P(\ell 3 \cap T)}{P(T|\ell 1)P(\ell 1) + P(T|\ell 2)P(\ell 2) + P(T|\ell 3)P(\ell 3)}$$

Sannolikhetslära

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab } 1) = 0.41$, $P(\text{lab } 2) = 0.34$, $P(\text{lab } 3) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 1) = 0.37$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 2) = 0.45$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab } 3) = 0.63$.
  - a) Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - b) Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  - c) Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?

- **Lösning:**
  - c) $P(\ell 1 \cup \ell 2 | T) = 1 - P(\ell 3 | T)$

$$= 1 - \frac{P(\ell 3 \cap T)}{P(T \cap \{\ell 1 \cup \ell 2 \cup \ell 3\})} = 1 - \frac{P(\ell 3 \cap T)}{P(T \cap \ell 1) + P(T \cap \ell 2) + P(T \cap \ell 3)}$$

$$= 1 - \frac{P(\ell 3 \cap T)}{P(T|\ell 1)P(\ell 1) + P(T|\ell 2)P(\ell 2) + P(T|\ell 3)P(\ell 3)}$$

$$= 1 - \frac{0.63 \cdot 0.25}{0.4622}$$

- **Exempel** En student läser en kurs där *en* valfri lab är obligatorisk. Labbarna väljs enligt $P(\text{lab 1}) = 0.41$, $P(\text{lab 2}) = 0.34$, $P(\text{lab 3}) = 0.24$ och baserat på resultatet från tidigare år är $P(\text{klara tentan}|\text{lab 1}) = 0.37$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab 2}) = 0.45$, $P(\text{klara tentan}|\text{lab 3}) = 0.63$.
  - (a) Hur stor är studentens chans att klara kursen?
  - (b) Vilken lab ska studenten välja för att ha störst chans att klara tentan?
  - (c) Studenten får veta att en kompis klarade tentan förra året. Vad är sannolikheten att denne gjorde lab 1 eller lab 2?
- **Lösning:**
  - (c) $P(\ell 1 \cup \ell 2 | T) = 1 - P(\ell 3 | T)$

$$= 1 - \frac{P(\ell 3 \cap T)}{P(T \cap \{\ell 1 \cup \ell 2 \cup \ell 3\})} = 1 - \frac{P(\ell 3 \cap T)}{P(T \cap \ell 1) + P(T \cap \ell 2) + P(T \cap \ell 3)}$$

$$= 1 - \frac{P(\ell 3 \cap T)}{P(T|\ell 1)P(\ell 1) + P(T|\ell 2)P(\ell 2) + P(T|\ell 3)P(\ell 3)}$$

$$= 1 - \frac{0.63 \cdot 0.25}{0.4622} = 0.6592.$$