TENTAMEN I TILLÄMPAD MATEMATIK OCH STATISTIK FÖR IT-FORENSIK. DEL 1: MATEMATIK

$7.5~\mathrm{HP}$

januari, 2022

Maxpoäng: 40p. Betygsgränser: 16p: betyg 3, 24p: betyg 4, 32p: betyg 5. Hjälpmedel: Miniräknare TI-30Xa samt formelsamling som delas ut av vakterna. Kursansvarig: Eric Järpe, telefon 0729-77 36 26.

Till uppgifterna skall *utförligt* redovisade *fullständiga* lösningar lämnas. Bladen ska lämnas in i rätt ordning. Svara med 4 decimalers noggrannhet på rektangulär form om ej annat anges. Lösningar kommer finnas på: http://dixon.hh.se/erja/teach → Matematik och statistik för IT-forensik.

1. **[1:1**] Bevisa att

$$((A \cup B) \cap C)^C = A^C \cap B^C \cup C^C$$

för alla mängder A, B och C utan att använda Venndiagram. (3p)

- 2. [1:1] Faktorisera polynomet $4x^3 + 12x^2 + x + 3$ så långt som möjligt med koefficienter i \mathbb{C} . (3p)
- 3. [1:1] Bestäm värdet på a så att $2x^4 x^3 + ax^2 + 9x 1$ blir jämnt delbart med 2x 1. (3p)
- 4. Lös ekvationerna

(a) [1:1]
$$7x + 3 = 3x - 7$$
 (1p)

(b) [1:2]
$$\ln(2x^3 + x + 54) = \ln x + 2\ln(x+4)$$
 (4p)

5. [1:2] Förenkla uttrycket
$$\frac{\log_3(27^{-1}) - 6\log_4(0.5)}{\log_5(1234)}$$
 så långt det går. (3p)

- 6. [1:2] Beräkna inversen till funktionen $f(x) = \frac{1}{1 \sqrt{x}} \mod \mathcal{D}_f = [0, 1)$ och ange inversens värdemängd. (3p)
- 7. [1:3] Beräkna $\cos(\frac{7\pi}{8})$ på exakt form¹. (4p)
- 8. [1:3] Beräkna produkten $[2 \ 3 \ 1] \cdot [2 \ 1 \ 0]^T$. (2p)
- 9. [1:3] Beräkna kvoten $\frac{1+2i}{4+3i}$ och ange svaret (avrundat) på polär form. (4p)

10. [1:4] Beräkna
$$\sum_{k=124}^{421} \ln(1 + \frac{4}{2k-7})$$
. (4p)

11. [1:4] Hur många 7 - 9 tecken långa lösenord kan bildas av siffrorna 0 - 9 om alla siffror i varje lösenord ska vara olika? (3p)

12. [1:4] Bevisa att
$$\binom{2m+n}{m+n}\binom{m+n}{n} = \binom{2m+n}{n}\binom{2m}{m}$$
 för alla $m, n \in \mathbb{Z}^+$. (3p)

LYCKA TILL!

 $^{^1}Med\ exakt\ form\ menas\ h\ddot{a}r\ att\ uttryckets\ exakta\ v\ddot{a}rde\ ska\ uttryckas\ med\ kvadratr\ddot{o}tter\ och\ bråk.$