

1 Kopia av Läs detta först!**Instruktion till alla uppgifter**

- Svaret på varje fråga är ett eller flera tal, likt den här:
- I varje ruta ska man bara fylla i ett tal
- Om talet består av fler än 4 decimaler avrunda till 4 decimaler
- Om talet är exakt räcker det med färre än 4 decimaler
- Om svaret består av flera tal ska dessa anges i stigande ordning om det inte står annat i uppgiften.

Totalpoäng: 1

2 Kopia av 1:1

Beräkna den undre gränsen för mängden $(A \cap B^C) \cup D$ där $A = [1, \infty)$, $B = (-\infty, -1]$, $D = \mathbb{R}^+$ och $\Omega = \mathbb{R}$. (2p)

Svar: Den undre gränsen är .

Totalpoäng: 2

3 Kopia av 1:1

Lös ekvationen $4x^2 + 3x - 2 = 1$. (2p)

Svar: $x_1 =$, $x_2 =$

Totalpoäng: 2

4 Kopia av 1:1

Låt $p(x) = 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + ax - 1$. Bestäm värdet på a så att $p(x)$ blir jämnt delbart med $x + 1$. (2p)

Svar: $a =$

Totalpoäng: 2

5 Kopia av 1:1

Lös ekvationen $\frac{1}{3x+2} = 4$. (1p)

Svar: $x =$

Totalpoäng: 1

6 Kopia av 1:1

Låt $p(x) = 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + ax - 1$. Finn alla reella rötter till ekvationen $p(x) = 0$ då $a = 0$. (3p)

Svar: $x_1 =$, $x_2 =$

Totalpoäng: 3

7 Kopia av 1:2

Förenkla maximalt $\frac{2^{3x} + 8^x}{2^x \sqrt{16^{x+1}}}$. (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2

8 Kopia av 1:2

Beräkna minsta värde $n \in \mathbb{Z}$ sådant att $3 \cdot 1002^n > 1001^{n+1}$. (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2

9 Kopia av 1:2

Beräkna med 6 decimalers noggrannhet $\log_{123}(321)$. (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2

10 Kopia av 1:2

Låt $f(x) = \frac{1}{\ln(2 - |x^2 - 1|)}$. För vilka $x \in \mathbb{R}$ är $e^{1/f(x)} = 1$? (2p)

Svar: $x_1 = \boxed{}$, $x_2 = \boxed{}$, $x_3 = \boxed{}$

Totalpoäng: 2

11 Kopia av 1:2

Låt $f(x) = \frac{1}{\ln(2 - |x^2 - 1|)}$ och beräkna maximal definitionsmängd för $f(x)$. (2p)

Svar: $\mathcal{D}_f = (\boxed{}, \boxed{}) \cup (\boxed{}, \boxed{})$

Totalpoäng: 2

12 Kopia av 1:3

Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ och $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ och beräkna $C = AB$. (2p)

Svar: Matrisen $C = AB$ består av elementen $c_{11} =$

$\boxed{}$, $c_{12} = \boxed{}$, $c_{13} = \boxed{}$,

$c_{21} = \boxed{}$, $c_{22} = \boxed{}$, $c_{23} = \boxed{}$, $c_{31} =$

$\boxed{}$, $c_{32} = \boxed{}$, $c_{33} = \boxed{}$.

Totalpoäng: 2

13 Kopia av 1:3

Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ och beräkna inversen $C = A^{-1}$. (3p)

Svar: Matrisen $C = A^{-1}$ består av elementen $c_{11} = \boxed{}$

, $c_{12} = \boxed{}$, $c_{13} = \boxed{}$,

$c_{21} = \boxed{}$, $c_{22} = \boxed{}$, $c_{23} = \boxed{}$,

$c_{31} = \boxed{}$, $c_{32} = \boxed{}$, $c_{33} = \boxed{}$.

Totalpoäng: 3

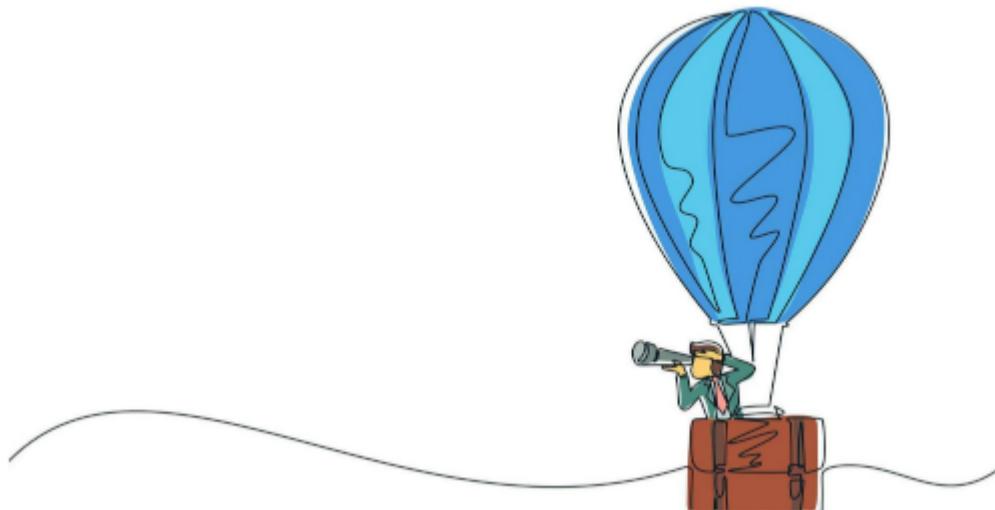
14 Kopia av 1:3

Låt $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ och beräkna $\det(B^T)$. (2p)

Svar:

.

Totalpoäng: 2

15 Kopia av 1:3

En helt vindstilla dag stiger Gustav rakt uppåt i sin lufballong. Han vet att avståndet från den plats han startat till kyrkan i byn är exakt 3 km. Efter 5 minuter mäter han vinkeln mellan jordplanet (då han bortser från jordytans krökning) och linjen till kyrkan till $\frac{\pi}{12}$. Hur många meter har han då stigit i sin ballong? (3p)

Svar: meter. (Svara avrundat till ett helt antal meter.)

Totalpoäng: 3

16 Kopia av 1:4

Beräkna summan $\sum_{k=1}^5 a_k(a_{k+1} - 1)$ då $a_1 = a_2 = 1$, $a_3 = a_4 = 2$ och $a_5 = a_6 = 0$. (1p)

Svar: .

Totalpoäng: 1

17 Kopia av 1:4

Beräkna summan $\sum_{k=1}^{202} 2k$. (1p)

Svar:

Totalpoäng: 1

18 Kopia av 1:4

Beräkna summan $\sum_{k=3}^{33} \left(\frac{2}{3}\right)^k$. (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2

19 Kopia av 1:4

Beräkna summan $\sum_{k=222}^{333} \left(\frac{1}{k+2} - \frac{1}{k+3}\right)$ och svara med 6 decimalers noggrannhet. (2p)

Svar: .

Totalpoäng: 2

20 Kopia av 1:4

Hur många 8-siffriga tal kan man bilda så att inte några siffror intill varandra är lika? (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2

21 Kopia av 1:4

Beräkna koefficienten till x^7 i utvecklingen av $(\frac{1}{x} + x^2)^{11}$. (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2