

TENTAMEN I MATEMATISK STATISTIK FÖR
CIVILINGENJÖRER I DATATEKNIK OCH INTELLIGENTA
SYSTEM, MA4025

7.5 HP

mars, 2025

Maxpoäng: 108 poäng på tentan + 108 bonuspoäng = 216 poäng totalt. **Hjälpmedel:** Miniräknare TI-30Xa samt formelsamling som delas ut av vakterna. **Betygsgränser:** 56–79 poäng ger betyg 3, 80–103 poäng ger betyg 4, 104–216 poäng ger betyg 5. **Kursansvarig:** Eric Järpe, telefon 0729-77 36 26.

1. Antag att $X \in \text{Poi}(3)$. Vad är då

(a) $P(2 \leq X \leq 5)$? (4p)

(b) $E(X^2)$? (5p)

(c) approximativt $P(\sum_{i=1}^{100} X_i \leq 303)$ om X_1, \dots, X_{100} är ett stickprov på X ? (6p)

2. Antag att $X \in \text{Exp}(\lambda)$. Vad är då

(a) $V(X^3)$? (9p)

(b) $P(|X - 3| \leq 2)$ om $\lambda = 3$? (7p)

(c) λ om $P(X \leq 5) = 0.55$. (6p)

(d) medianen av variabeln $Y = 2^X$. (9p)

3. Dr Göran N Frisk gör en undersökning bland 58 av sina patienter. De som fått fotfraktur får en dag efter behandling besvara frågan ”Hur upplever du smärtan på en skala från 1–5?” och får då svaren $x_{1,1}, \dots, x_{1,58}$ enligt

<i>Smärtupplevelse</i>	1	2	3	4	5
<i>Antal patienter</i>	5	15	4	24	10

Om man låter X vara svaret från en slumpmässigt vald patient, gör med dessa data

(a) en skattning av stickprovsmedianen av X , (4p)

(b) ett hypotestest på 5% signifikansnivå av om variabeln X är ojämnt (dvs icke-likformigt) fördelad. Vad kan sägas om p -värdet? (7p)

Dr Frisk mäter även hur stor smärta 5 patienter upplever på en sk VAS-skala. Därefter byter han behandlingsmetod och mäter ånyo smärtupplevelsen, nu för 7 andra patienter på motsvarande VAS-skala. Totalt får han observationerna

<i>Smärtupplevelse före ny metod</i>	7.1	9.1	9.3	7.4	5.0		
<i>Smärtupplevelse efter ny metod</i>	2.1	1.9	9.2	7.7	4.3	5.6	2.8

(c) Kan Dr Frisk, trots att dessa data knappast kan kallas kvotdata, bevisa på 5% signifikansnivå att medianen av X förändrats vid ändringen av behandling? Vad blir p -värdet? (9p)

4. Vid investering i en ny dataserver för beräkningar vill man veta om dess kapacitet är tillräcklig. För att bedöma det ska beräkningskapacitetsbehovet mätt i petaFLOPS observeras under n tidsintervall. Under antagandet att standardavvikelsen är 0.38 vill man veta om man på 1% signifikansnivå kan bevisa att det förväntade behovet är mindre än 0.9. Hur många observationer n behöver göras om man vill att styrkan av testet ska vara minst 99% och om det förväntade behovet i själva verket är 0.88 petaFLOPS? (8p)

5. Man ska göra en undersökning av om sannolikheten att man köper en mobiltelefon med 5G-nät kan bevisas större efter beslutet att avveckla 2G- och 3G-näten. Antalet sålda mobiltelefoner var 2025 före beslutet 32 822 varav 29 093 var 5G-mobiler medan det efter beslutet såldes 14 667 mobiltelefoner varav 13 102 var 5G-mobiler. Genomför ett hypotestest på 5% signifikansnivå med hjälp av dessa observationer. (6p)

6. Musikälskaren Harry Moni har en favoritspellista i Spotify bestående av 15 hårdrockslåtar, 10 glamrocklåtar och 20 poplåtar. Han sätter på shuffle (slumpmässiga låtval) och ska lyssna på 5 låtar. Vad är då sannolikheten att han får höra

(a) minst 1 poplåt? (3p)

(b) högst 2 hårdrockslåtar men ingen glamrocklåt? (5p)

7. För två typer av motstånd mäts hur stor strömstyrka X respektive Y mätt i mA de klarar innan de överbelastas och man finner

$$\text{för motstånd 1: } \sum_{i=1}^{29} x_i = 227.3 \text{ och } \sum_{i=1}^{29} x_i^2 = 1\,811.2,$$

$$\text{för motstånd 2: } \sum_{i=1}^{42} y_i = 344.1 \text{ och } \sum_{i=1}^{42} y_i^2 = 2\,865.2.$$

Gör ett 95% konfidensintervall för differensen mellan förväntad strömstyrka för motstånden. (8p)

8. Låt $X \in U(a, 2a)$ och beräkna

(a) a så att $V(X) = 0.8$, (4p)

(b) minsta kvadrat-skattningen av a från stickprovet 7.5, 12.1, 8.0 på X , (7p)

(c) täthetsfunktionen $f_Z(z)$ där $Z = X + Y$ och $Y \in U(a, 2a)$ oberoende av X . (9p)