TENTAMEN I TILLÄMPAD MATEMATIK OCH STATISTIK FÖR IT-FORENSIK. DEL 1: MATEMATIK

$7.5~\mathrm{HP}$

oktober, 2022

Maxpoäng: 40p **Betygsgränser**: 16p: betyg 3, 24p: betyg 4, 32p: betyg 5. **Hjälpmedel**: Miniräknare TI-30Xa samt formelsamling som delas ut av vakterna.

Kurskod: MA2043 Kursansvarig: Eric Järpe, telefon 0729-77 36 26.

Till uppgifterna skall *utförligt* redovisade *fullständiga* lösningar lämnas. Bladen ska lämnas in i rätt ordning. Svara med 4 decimalers noggrannhet på rektangulär form om ej annat anges. Lösningar kommer finnas på: http://dixon.hh.se/erja/teach → Matematik och statistik för IT-forensik.

1. [1:1] Låt
$$A = \mathbb{Z}$$
, $B = [1, 10)$, $C = \{\frac{120}{k} : 1 \le k \le 120, k \in \mathbb{Z}^+\}$ och beräkna $|A \cap B \cap C|$. (4p)

2. Lös ekvationerna

(a) [1:1]
$$\frac{2x+3}{4x+5} = 6.$$
 (2p)

(b)
$$[1:1]$$
 $12x^4 + 5x^3 - 110x^2 - 45x + 18 = 0.$ (4p)

3. [1:2] Förenkla maximalt
$$\frac{3^{3x+2} + 27^{x+1}}{3^x \sqrt{81^{x+3}}}$$
. (3p)

4. [1:2] Finn samtliga rötter till ekvationen
$$ln(4x+3) + ln x = 0.$$
 (3p)

5. [1:2] Beräkna inversen
$$f^{-1}(x)$$
 till $f(x) = e^x + e^{2x} \mod \mathcal{D}_f = \mathbb{R}$. (4p)

6. [1:3] Beräkna matrisprodukten
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$
. (2p)

7. Lös ekvationerna

(a) [1:3]
$$\sin(2x)\cos x + \sin x \cos(2x) = 0$$
 med avseende på $x \in [0, 2\pi]$. (4p)

(b) [1:3]
$$z^3 = 1 - i \text{ med avseende på } z \in \mathbb{C}.$$
 (4p)

8. [1:4] Man ska bilda 10 tecken långa pinkoder av siffrorna 0, 1, 2, ..., 9. Hur många olika koder kan man då bilda om varje kod ska ha minst en siffra som förekommer minst två gånger? (3p)

9. [1:4] Bevisa att
$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$
 för alla $n, k \in \mathbb{Z}^+$ så att $0 \le k \le n$. (3p)

10. [1:4] Beräkna summan
$$\sum_{k=1513}^{6725} \frac{1}{\sqrt{11k-2} + \sqrt{11k+9}} \quad \text{exakt.}$$
 (4p)