Tentamen i Matematisk Statistik, 7.5 hp

Distanskurs
29 oktober, 2004 kl. 13.30–17.30

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser**: 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel**: Miniräknare samt formelsamling som medföljer tentamenstexten. **Kursansvarig**: Eric Järpe (035-16 76 53, 070-306 95 89).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!
Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad.

1. Låt $X \in Exp(1+\lambda)$ där $\lambda \in \mathbb{R}^+$. Beräkna
   (a) medianen av X om $\lambda = 2$. (3p)
   (b) λ om $P(1 < X < 2) = e^{-2}$. (3p)

2. I ett hus installeras ett inbrottslarm som ger falsklarm (dvs larmet går givet att det inte är inbrott) med sannolikhet 0.01. Efter ett års användning har det utlösts 2% av tiden och varit inbrott 9% av tiden.
   (a) Vad är den betingade sannolikheten att det blir inbrott under ett år då larmet inte går? (3p)
   (b) Om händelserna "larm" och "inbrott" antas oberoende, vad är sannolikheten att det under ett år blir inbrott eller larm? (2p)

3. Ett parkeringsbolag har 100 parkeringshus runt om i Sverige. En viss dag finns det X_1 bilar i hus 1, X_2 bilar i hus 2, osv. Antag att $X_1, X_2, \ldots, X_{100}$ är oberoende av varandra och att $X_k \in Poi(5)$ där $k = 1, 2, \ldots, 100$. Vad är sannolikheten
   (a) att det sammanlagt finns exakt 7 bilar i hus 1 och hus 2? (3p)
   (Tips: Om $Y \perp Z$, $Y \in Poi(\lambda_Y)$ och $Z \in Poi(\lambda_Z)$ så är $X+Y \in Poi(\lambda_Y + \lambda_Z)$.)
   (b) approximativt att det i genomsnitt finns mellan 4.8 och 5.3 bilar per parkeringshus? (3p)

4. I en lärobok läser Kalle att "*... under hösten flyttar ladusvalan söderut och under oktober månad kan man se hur antalet observationer halveras från vecka till vecka...*". Kalle betvivlar detta och under oktober observerar han

Vecka 41	*Vecka 42*	*Vecka 43*	*Vecka 44*
54	49	12	4

   Kan du på 1% signifikansnivå bevisa att det citerade påståendet inte gäller hos Kalle? (3p)

5. Pelle tränar för att kvalificera sig till DM i längdhopp. Under dagen har han hoppat

   5.41 m, 5.73 m, 5.69 m, 5.58 m, 5.71 m

   Hoppen kan antas vara normalfördelade.

   (a) Kan man på 5% signifikansnivå visa att Pelle hoppar längre än 5.5 m? (3p)

   Pelles konkurrent Arne hoppar (tillika normalfördelat)

   5.37 m, 5.40 m, 5.81 m, 5.58 m

   (b) Bilda ett 95% konfidensintervall för den förväntade differensen mellan Pelles och Arnes hopp. (3p)

6. Antag att X och Y är oberoende och rektangulärfördelade på $(0, a)$ där $a > 0$. Bestäm konstanten C så att $s^* = C \max(X, Y)$ blir en väntevärdesriktig skattning av standardavvikelsen av X. (4p)

LYCKA TILL!