1
Läs detta först!
Instruktion till alla uppgifter

- Svaret på varje fråga är ett eller flera tal, likt den här:
- I varje ruta ska man bara fylla i ett tal
- Om talet består av fler än 4 decimaler avrunda till 4 decimaler om ej annat anges
- Om talet är exakt räcker det med färre än 4 decimaler
- Ange punkt som decimalavskiljare.
  (T.ex. ska talet π med 2 decimalers noggrannhet skrivas 3.14, inte $3{,}14$.)

Totalpoäng: 1

2
Del 1
Låt A och B vara två händelser med sannolikheter enligt
$P(A) = 0.23$, $P(B|A) = 0.83$ och $P(B|A^C) = 0.53$. Vad är $P(B)$? (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2

3
Del 1
Till Humles födelsedag håller hans bror Dumle på att göra diverse förberedelser.
Bland annat ska han slå in 5 födelsedagspresenter. För varje present väljer Dumle det gyllene omslagspappret med sannolikhet 0.5, silverpappret med sannolikhet 0.3 och brunt papper med sannolikhet 0.2. Vad är sannolikheten att det blir minst 2 presenter med guldpapper eller högst 3 med silverpapper? (3p)

Svar:

Totalpoäng: 3

4
Del 1
Till Humles födelsedag håller hans bror Dumle på att göra diverse förberedelser.
Dumle gör iordning en godisskål. Om han slumpmässigt plockar 8 hallon- och lakritsbåtar ur en påse med totalt 10 hallonbåtar och 5 lakritsbåtar, vad är sannolikheten att det blir exakt 5 hallonbåtar och 3 lakritsbåtar? (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2

5
Del 1
Antalet löv som blåser in per dag på Annikas altan är Poissonfördelat med parameter $\mu = 3.5$. Vad är sannolikheten att det under en dag blåser in minst 3 löv? (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2

6 **Del 1**

Antalet löv som blåser in per dag på Annikas altan är Poissonfördelat med parameter $\lambda = 3.5$. Vad är approximativt sannolikheten att det under februari månad blåser in sammanlagt minst 100 löv? (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2

7 **Del 1**

Den stokastiska variabeln X har värderummet $S = [99, 101]$ och täthetsfunktionen
$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}(x-99)^2 & \textbf{om } x \in [99, 100) \\ \frac{3}{2}(x-101)^2 & \textbf{om } x \in [100, 101] \end{cases}$ Beräkna variansen $V(X)$. (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2

8 **Del 1**

Låt $M = \max(U_1, U_2, U_3)$ där $U_1 \in U(0,1), U_2 \in U(0,1), U_3 \in U(0,1)$ och alla tre variablerna är oberoende av varandra. Vad blir då medianen av M? (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2

9 **Del 2**

Ett laptopbatteri tar under normalanvändning 10 tim och 3 min, 9 tim och 28 min, 9 tim och 13 min, 11 tim och 18 min, 9 tim och 29 min respektive 9 tim och 50 min att ladda ur. Beräkna kvartilavståndet i minuter för ovanstående data. (1p)

Svar:

Totalpoäng: 1

10 **Del 2**

Ett laptopbatteri tar under normalanvändning 10 tim och 3 min, 9 tim och 28 min, 9 tim och 13 min, 11 tim och 18 min, 9 tim och 29 min respektive 9 tim och 50 min att ladda ur. Beräkna minsta-kvadratskattningen av parametern λ under antagandet att urladdningstiden i minuter är exponentialfördelad med λ. (3p)

Svar:

Totalpoäng: 3

11
Del 2

Ett laptopbatteri tar under normalanvändning 10 tim och 3 min, 9 tim och 28 min, 9 tim och 13 min, 11 tim och 18 min, 9 tim och 29 min respektive 9 tim och 50 min att ladda ur. Beräkna övre gränsen för ett ensidigt, uppåt begränsat 95% konfidensintervall för $\sigma^2 = V(X)$ där $X =$ urladdningstiden för batteriet i minuter. (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2

12
Del 2

Antag att en myrstack kan husera 100000-tals myror varav 100-tals är drottningar.
Man avser göra ett hypotestest på 5% signifikansnivå av om sannolikheten π för att en slumpmässig myra är en drottning är mindre än 0.001 då man vet att denna sannolikhet är mindre än 0.01. Hur många myror måste observeras för att styrkan av testet ska bli 99% under antagandet att π i själva verket är 0.0001? (3p)

Svar:

Totalpoäng: 3

13
Del 2

Antag att en myrstack kan husera 100000-tals myror varav 100-tals är drottningar.
Man har observerat $750\,000$ myror i en stack varav 450 är drottningar och $500\,000$ myror i en annan stack varav 350 är drottningar. Låt $\pi_1 = P(\textbf{en myra i stack 1 är en drottning})$ och
$\pi_2 = P(\textbf{en myra i stack 2 är en drottning})$ och beräkna p-värdet av ett hypotestest av om $\pi_1 \neq \pi_2$. (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2

14
Del 2

Antag att en myrstack kan husera 100000-tals myror varav 100-tals är drottningar.
Efter observation av 100 stackar sammanfattas resultatet

Antal myror	$[0, 200\,000]$	$[200\,001, 400\,000]$	$[400\,001, 600\,000]$	$[600\,001, 800\,000]$	$[800\,001, 1\,000\,000]$
Antal stackar	8	15	44	23	10

Låt variabeln X vara antalet myror i en myrstack och gör en väntevärdesriktig skattning av väntevärdet $\mu = E(X)$. (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2

15 **Del 2**

Antag att en myrstack kan husera 100000-tals myror varav 100-tals är drottningar.
Efter observation av 100 stackar sammanfattas resultatet

Antal myror	$[0, 200\,000]$	$[200\,001, 400\,000]$	$[400\,001, 600\,000]$	$[600\,001, 800\,000]$	$[800\,001, 1\,000\,000]$
Antal stackar	8	15	44	23	10

Antag att man vet att standardavvikelsen är $200\,000$ och beräkna u-värdet (dvs teststatistikans värde) med 2 decimalers noggrannhet för ett test av om antalet myror per myrstack kan bevisas ej normalfördelat. (2p)

Svar:

Totalpoäng: 2