Tentamen i Matematisk Statistik, 7.5 hp

Distanskurs
17 april, 2010 kl. 9.00–13.00

Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser**: 12p: betyg G, 21p: betyg VG. **Hjälpmedel**: Miniräknare samt formelsamling som medföljer tentamenstexten. **Kursansvarig**: Eric Järpe (035-16 76 53, 0702-822 844).

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!
Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Endast en lösning per blad.

1. Antag att $X \in N(0,1)$ och $Y \in N(\mu, 2)$ oberoende av varandra[1]. Beräkna μ sådant att $P(2X < Y) = 0.99$. (3p)

2. Antalet bilar som passerar ett övergångsställe under 1 minut är Poissonfördelat med $\lambda = 6$. Vad är sannolikheten att det under 1 minut passerar exakt 7 bilar? (2p)

3. Bosse säljer majblommor. Under 8 dagar får han följande försäljningssiffror:

ons	tors	fre	lör	sön	mån	tis	ons
10	18	13	23	22	19	15	12

   Antag att antalet sålda majblommor är oberoende från dag till dag.

   (a) Beräkna medianen för stickprovet. (2p)

   (b) Gör ett test på 5% signifikansnivå av om Bosse säljer fler än 14 majblommor per dag. (3p)

   (c) Gör ett test av om antalet sålda majblommor inte är likformigt fördelat bland de 8 dagarna på 1% signifikansnivå. (3p)

   (d) Beräkna ett 95% konfidensintervall för variansen av antalet sålda majblommor per dag. (3p)

   (e) Hur stor styrka har ett test på 1% signifikansnivå av hypotesen $H_0 : \mu = 14$ mot $H_1 : \mu = 17$ om $\sigma^2 = 25$? (3p)

4. Försäkringsbolaget *Skandsam* har följande statistik över trafikolyckor från en undersökning med 11% fotgängare, 71% bilister och 18% cyklister. Av dessa var

   - 6% skadade bland fotgängarna
   - 2% skadade bland bilisterna
   - 9% skadade bland cyklisterna

   Vad är sannolikheten att en skadad trafikant är cyklist? (3p)

[1] Fördelningarna är angivna på formen $N(\mu, \sigma^2)$ vilket innebär att $V(X) = 1$ och $V(Y) = 2$.

5. I ett lotteri utlovas 10% vinstchans på varje lott. Åsa köper 50 lotter men bara 1 av dessa ger vinst. Finns det anledning att betvivla “vinstgarantin”? Gör ett lämpligt test på 5% signivikansnivå. (4p)

6. Antag att variablerna $X_1, X_2, \ldots, X_n$ är fördelade enligt $P(X_i = -1) = P(X_i = 1)$ för alla $i = 1, 2, \ldots, n$ oberoende av varandra. Visa att

$$1 + \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} X_i X_j$$

är asymptotiskt $\chi^2(1)$ (dvs chi-två-fördelad med 1 frihetsgrad). (4p)

Tips: Om $X_1, X_2, \ldots, X_n$ är oberoende och $X_i \in N(0,1)$ för alla i, så är $\sum_{i=1}^{n} X_i^2 \in \chi^2(n)$ (dvs chi-två-fördelad med n frihetsgrader).

LYCKA TILL!