Tentamen i Tillämpad Matematik och statistik för IT-forensik. Del 2: Statistik

MA2043, 7.5 hp

januari, 2025

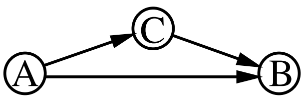
Maxpoäng: 30p. **Betygsgränser**: 12p: betyg 3, 18p: betyg 4, 24p: betyg 5.
Hjälpmedel: Miniräknare TI-30Xa samt formelsamling som delas ut av vakterna.
Kursansvarig: Eric Järpe, telefon 0729-77 36 26.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna ska vara *utförligt* redovisade! Bladen ska lämnas in i rätt ordning. Svara alltid med 4 decimalers noggrannhet om ej annat anges. Lösningar kommer finnas på internet: `http://dixon.hh.se/erja/teach` →`Matematik och statistik för IT-forensik.`

1. Antag att man observerar värdena $3, 4, 7, 2$ av variabeln X.
   (a) **[2:1]** Beräkna stickprovsvariansen s^2. (3p)
   (b) **[2:1]** Vad skulle en femte observation behöva vara för att så att $\bar{x} = 10$? (3p)
   (c) **[2:1]** Antag att man parat med X observerar Y: $5, 7, 11, 3$. Vad blir förklaringsgraden R^2 i en linjär modell med X som kovariat och Y som respons? (4p)

2. **[2:2]** Tobias spelar YATZI där man kastar 5 tärningar om och om igen. Vad är då approximativt sannolikheten att Tobias får i genomsnitt en sexa åtminstone var femte gång om han kastar de 5 tärningarna 100 gånger? (3p)

3. **[2:2]** Vid kraftiga stormar blåser det ibland ned träd på vägarna som begränsar framkomligheten. Gunilla ska åka från A till punkt B. Antingen kan hon då åka direkt från A till B eller från A till B via C, se figuren nedan.

   På grund av vägröjningsmaskinen är röjning av en viss väg ibland beroende av om en annan väg blivit röjd. Därför är sannolikheten för framkomlighet på vägarna $P(\text{AC röjd}) = 0.7$, $P(\text{CB röjd}) = 0.6$, $P(\text{AB röjd}) = 0.5$ och $P(\text{CB röjd} \mid \text{AC röjd}) = 0.8$. Vilken väg borde Gunilla välja för att optimera sina chanser att ta sig från A till B? (3p)

4. **[2:2]** Låt $X \in N(1, 3)$ (dvs $\sigma = 3$). Vad är då $P(|X| \leq 2)$? (2p)

5. **[2:2]** Man gör observationerna $5.2, 5.7, 4.9$ av variabeln $X \in N(\mu, 0.5)$. Beräkna ett 99% konfidensintervall för $E(X)$. (2p)

6. Antag att man observerar den tiden i sekunder då tomten färdas mellan husen när han delar ut julklapparna med sin gamla släde (X) respektive sin nya (Y):

X :	5.3	5.8	6.2	4.9	5.0	5.2
Y :	3.1	5.3	3.6	5.1	4.2	

(a) **[2:3]** Kan han, under antagande att tiden är normalfördelad, bevisa att den förväntade tiden mellan husen med den nya släden är kortare än motsvarande tid med den gamla på 5% signifikansnivå? Vad kan sägas om p-värdet? (3p)

(b) **[2:3]** Han har även observerat att släden ibland får slagsida när han kör för snabbt i svängarna. Av de 11 gångerna ovan hände detta i fall 1, 2 och 3 för X och i fall 4 för Y. Betrakta observationerna ovan som ett stickprov och gör ett hypotestest av om händelsen $A = \{\text{Släden kör snabbare än 5 sekunder}\}$ är beroende av $B = \{\text{Släden får slagsida}\}$ på 5% signifikansnivå. Beräkna även p-värdet! (3p)

(c) **[2:3]** Tomten mäter även 90 gånger sträckan i meter han färdas mellan husen och finner statistiken

Sträcka	$[0, 10)$	$[10, 20)$	$[20, 30)$	$[30, 40)$	$[40, 50)$
Antal obs.	38	27	13	8	4

Kan han bevisa att sträckan mellan husen ej är normalfördelad på 1% signifikansnivå? (4p)

LYCKA TILL!