Tentamen i Tillämpad Matematik och statistik för IT-forensik. Del 1: Matematik MA2043, 7.5 hp

juni, 2025

Maxpoäng: 40p. **Betygsgränser**: 16p: betyg 3, 24p: betyg 4, 32p: betyg 5.
Hjälpmedel: Miniräknare TI-30Xa samt formelsamling som medföljer tentan.
Kursansvarig: Eric Järpe, telefon 0729-77 36 26.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas. Lösningarna ska vara *utförligt* redovisade! Bladen ska lämnas in i rätt ordning. Svara alltid med 4 decimalers noggrannhet och komplexa tal på rektangulär form om ej annat anges. Lösningar kommer finnas på internet: `http://dixon.hh.se/erja/teach` → `Matematik och statistik för IT-forensik`.

1. **[1:1]** Beräkna $\left|\{2k : k \in \mathbb{Z}\} \cap (-5, 10]\right|$. (3p)

2. Lös ekvationerna
   (a) **[1:1]** $\frac{1}{2x+3} = 5$. (3p)
   (b) **[1:1]** $4x^4 + 4x^3 - 9x^2 - x + 2 = 0$ (4p)

   fullständigt och svara på exakt form, maximalt förenklat.

3. Förenkla
   (a) **[1:2]** $\frac{343^x 2^{3x} - 8^{x+1} 7^{3x}}{14^{2x} 2^x \sqrt{49^x}}$. (3p)
   (b) **[1:2]** $\ln\Big(\ln(6e) + \ln(\ln(e^{1/(3e)}))\Big)$ (3p)

4. **[1:2]** Beräkna maximal definitionsmängd för den reellvärda funktionen $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{7-\sqrt{x+1}}\right)$. (4p)

5. Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ och beräkna
   (a) **[1:3]** $\boldsymbol{v}A$. (2p)
   (b) **[1:3]** A^{-1}. (4p)

6. **[1:3]** Lös ekvationen $\cos(2\alpha) = \sin\alpha$ fullständigt för $\alpha \in [-2\pi, 2\pi]$ och svara på exakt form. (3p)

7. **[1:4]** Beräkna $\sum_{k=1}^{77} |1 - \frac{k}{7}|$ exakt. (3p)

8. **[1:4]** Gunvald och Gunvor ska spela sten-sax-påse. I varje omgång gör de då var sitt val av de tre alternativen sten, sax och påse. Hur många omgångar måste de spela för att det totala antalet möjliga kombinationer ska bli minst en miljon? (T.ex. {Omgång 1: [sten, påse], Omgång 2: [påse, sax]} är en möjlig kombination från två omgångars spel medan {Omgång 1: [sten, påse], Omgång 2: [påse, påse]} är en annan. O.s.v.) (3p)

9. **[1:4]** Skriv $2\sum_{k=0}^{n} \binom{2n+1}{k}$ på sluten form där n är ett positivt heltal. (4p)

LYCKA TILL!