Sannolikhetslära

Def Om ett experiment har m lika sannolika utfall varav g är gynnsamma för händelsen A, så är **sannolikheten** för A

$$P(A) \;=\; g/m\,.$$

Def P är ett **sannolikhetsmått** om
1. $0 \le P(A) \le 1$
2. $P(\Omega) = 1$
3. $A \cap B = \varnothing \;\Rightarrow\; P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

för alla händelser $A \subset \Omega$ där Ω är hela utfallsrummet.

Multiplikationsprincipen Om ett experiment kan indelas i j delexperiment där det
första kan få n_1 utfall
andra kan få n_2 utfall
$\vdots$
j:te kan få n_j utfall
så har experimentet totalt $n_1 \cdot n_2 \cdots n_j$ utfall.

Additionssatsen $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Def A och B är **oberoende händelser** om $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Def Den **betingade sannonlikheten för** A **givet** B är $P(A|B) \;=\; \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Bayes sats Om $A_1, \ldots, A_n$ är en partition av Ω
(dvs att $i \neq j \Rightarrow A_i \cap A_j = \emptyset$ och $\bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega$).
så är $P(A_k|B) \;=\; \dfrac{P(B|A_k)P(A_k)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)}$ för varje $k = 1, 2, \ldots, n$.

Kombinatorik Antalet sätt som k element kan väljas bland n möjliga, utan återläggning och utan hänsyn till ordningen, är

$$\binom{n}{k} \;=\; \frac{n!}{k!\,(n-k)!} \;=\; \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k(k-1)\cdots 2\cdot 1}$$

Stokastiska variabler

X diskret: **Sannolikhetsfunktion**: $p(x) = P(X = x)$

Fördelningsfunktion: $F(x) = P(X \le x) = \sum_{k \le x} p(k)$,

X kont.: **Täthetsfunktion**: $f(x) = \frac{d}{dx} P(X \le x)$

Fördelningsfunktion: $F(x) = P(X \le x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\, dt$.

Väntevärde och varians

Väntevärdet av $g(X)$: $E(g(X)) = \begin{cases} \sum_{k \in S} g(k)\, p(k) & \text{om } X \text{ diskr.} \\ \int_S g(t)\, f(t)\, dt & \text{om } X \text{ kont.} \end{cases}$

Väntevärdet av X: $\mu = E(X)$

Variansen av X: $\sigma^2 = V(X) = E\Big((X - \mu)^2\Big)$.

Kovariansen av X och Y: $Cov(X,Y) = E\Big((X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\Big)$

Korrelationen mellan X och Y: $\rho = \dfrac{Cov(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$

Standardavv. $\sigma = \sqrt{V(X)}$.

Linjaritet: $E(aX + bY) = a\,E(X) + b\,E(Y)$ för alla stokastiska variabler X och Y och reella tal a och b.

Om X, Y ober. $V(aX + bY) = a^2 V(X) + b^2 V(Y)$.

Regler: Om X diskret $E(g(X)) = \sum_{x \in \Omega} g(x)\, p(x)$

$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

$Cov(X,Y) = \sum_{x \in \Omega_x} \sum_{y \in \Omega_y} xy\, p(x,y) - E(X)E(Y)$

Normal-fördelning

betecknas $\boldsymbol{N(\mu, \sigma)}$ där μ är väntevärde och σ är standardavvikelse

$\boldsymbol{N(0,1)}$ kallas standard normalfördelning, dess fördelningsfunktion $\Phi(x)$

Om $X \in N(\mu, \sigma)$ så $P(X \le x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$ för alla $x \in \mathbb{R}$.

Symmetri: $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$ för alla $x \in \mathbb{R}$.

Sannolikheter: $P(a \le X \le b) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$ för all $a < b \in \mathbb{R}$

Def De stokastiska variablerna $X_1, X_2, \ldots, X_n$ är ett **stickprov** på X om X_i har samma fördelning som X, $i = 1, \ldots, n$, och alla variabler är oberoende av varandra på alla nivåer.

CGS (Centrala gränsvärdessatsen)

Om $X_1, \ldots, X_n$ stickprov där

$E(X_i) = \mu$ och $V(X_i) = \sigma^2$, $i = 1, \ldots, n$

så $P\Big(\frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\bar{X} - \mu) \le x\Big) \to \Phi(x)$ då $n \to \infty$.

Därför är $\sum_{i=1}^{n} X_i$ approximativt $N(n\mu, \sigma\sqrt{n})$

och $\bar{X}$ approximativt $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ för stora n.

Approximationer

Fördelning	Villkor	Approximativ fördelning
$Bin(n,p)$	$n \ge 10$ och $0.1 < p < 0.9$	$Po(np)$
$Bin(n,p)$	$np(1-p) \ge 10$	$N(np, \sqrt{np(1-p)})$
$Po(\mu)$	$\mu \ge 15$	$N(\mu, \sqrt{\mu})$

Fördelningar, väntevärden och varianser

	X	$p(k), f(x)$	$E(X)$	$V(X)$
Diskreta fördelningar	Bern(p)	$(1-p)I(X=0)+pI(X=1)$ där $p \in [0,1]$ och $S=\{0,1\}$.	p	$p(1-p)$
	U(N)	$1/N$ där $N \in \mathbb{Z}^+$ och $S=\{1,2,\ldots,N\}$.	$\frac{N+1}{2}$	$\frac{N^2-1}{12}$
	Bin(n,p)	$\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$ där $n \in \mathbb{N}$, $p \in [0,1]$ och $S=\{0,1,\ldots,n\}$.	np	$np(1-p)$
	Po(λ)	$e^{-\lambda}\lambda^k/k!$ där $\lambda \in \mathbb{R}^+$ och $S=\mathbb{N}$.	λ	λ
	Geo(p)	$(1-p)^k p$ där $p \in [0,1]$ och $S=\mathbb{N}$.	$\frac{1-p}{p}$	$\frac{(1-p)(2-2p+p^2)}{p^3}$
	Hyp(N,n,p)	$\frac{\binom{v}{k}\binom{N-v}{n-k}}{\binom{N}{n}}$ där $n,v,N \in \mathbb{N}$, $0 \le k \le v$, $0 \le n-k \le N-v$, $v=Np$ och $S=\mathbb{Z}^+$.	np	$\frac{N-n}{N-1}np(1-p)$
Kont. fördelningar	U(a,b)	$\frac{1}{b-a}$ där $a,b \in \mathbb{R} : a<b$ och $S=[a,b]$.	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(a-b)^2}{12}$
	Exp(λ)	$\lambda e^{-\lambda x}$ där $\lambda \in \mathbb{R}^+$ och $S=\mathbb{R}^+$.	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
	N(μ,σ)	$(\sigma\sqrt{2\pi})^{-1}e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}$ där $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma \in \mathbb{R}^+$ och $S=\mathbb{R}$.	μ	σ^2
	Wei(λ,c)	$\lambda c(\lambda x)^{c-1}e^{-(\lambda x)^c}$ där $\lambda, c \in \mathbb{R}^+$ och $S=\mathbb{R}^+$.	$\frac{1}{\lambda}\Gamma(1+\frac{1}{c})$	$\frac{1}{\lambda^2}\Big(\Gamma(1+\frac{2}{c})-(\Gamma(1+\frac{1}{c}))^2\Big)$
	Gamma(λ,c)	$\frac{\lambda}{\Gamma(c)}x^{c-1}e^{-\lambda x}$ där $\lambda, c \in \mathbb{R}^+$ och $S=\mathbb{R}^+$.	$\frac{c}{\lambda}$	$\frac{c}{\lambda^2}$

Här är I är *indikatorfunktionen*:

$$I(A) \; = \; \begin{cases} 1 & \text{om } A \text{ är sann} \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

och Γ är *gammafunktionen*:

$$\Gamma(c) \; = \; \int_0^\infty t^{c-1}e^{-t}\,dt$$

Speciellt är $\Gamma(k)=(k-1)!$ för alla $k \in \mathbb{Z}^+$.

Simulering Om F uppfyller kraven för en fördelningsfunktion och $U \in U(0,1)$
så har den stokastiska variabeln $X=F^{-1}(U)$ fördelningsfunktionen F.

Statistik

Punktskattning Om $E(X) = \mu$, $V(X) = \sigma^2$ och $X_1, \ldots, X_n$ stickprov på X så är exempel på punktskattningar av μ och σ^2:

$$\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$\hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \mu^2$$

om μ är känd

$$\hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\,\bar{X}^2\right)$$

om μ är okänd

Def En punktskattning, θ^*, av en parameter θ är **väntevärdesriktig** om $E(\theta^*) = \theta$. Om θ_1^* och θ_2^* är väntevärdesriktiga skattningar av θ, så är θ_1^* **effektivare** än θ_2^* om $V(\theta_1^*) < V(\theta_2^*)$.

Enkel linjär regression En linjär modell, $Y = a + bX$, som beskriver sambandet mellan slumpvariablerna X och Y baserad på det parade stickprovet $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$ fås med regressionskoefficienten

$$\hat{b} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} y_i)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2} \quad \text{och interceptet} \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

Den har då förklaringsgraden R^2 där R är korrelationen

$$R = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} y_i)}{\sqrt{\left(n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2\right)\left(n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} y_i)^2\right)}}$$

Konfidensintervall Antag $X_1, \ldots, X_m$ och $Y_1, \ldots, Y_n$ är oberoende och normalfördelade $N(\mu_X, \sigma)$ resp. $N(\mu_Y, \sigma)$. Då är $100(1-\alpha)\%$ konfidensintervall för parametern θ:

θ	*Konf. int.*	*Anm.*
μ_X	$\bar{x} \pm \lambda_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{m}}$	σ känd
μ_X	$\bar{x} \pm t_{\alpha/2,m-1}\frac{s}{\sqrt{m}}$	σ okänd
σ^2	$\left(0\ ,\ (m-1)s^2/(\chi^2_{1-\alpha,m-1})\right)$	
$\mu_X - \mu_Y$	$\bar{\Delta} \pm t_{\alpha/2,m+n-2}s_\Delta\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}$	σ okänd $\bar{\Delta} = \bar{x} - \bar{y}$ $s_\Delta^2 = \frac{(m-1)s_X^2+(n-1)s_Y^2}{m+n-2}$
p	$p^* \pm \lambda_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p^*(1-p^*)}{n}}$	
$p_1 - p_2$	$p_1^* - p_2^* \pm \lambda_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p^*(1-p^*)n_1n_2}{n_1+n_2}}$	$p^* = \frac{n_1p_1^*+n_2p_2^*}{n_1+n_2}$

Hypotestest Antag $x_1, \ldots, x_n$ är ett stickprov på X fördelad med parametern θ respektive $x_1, \ldots, x_{n_1}$ och $y_1, \ldots, y_{n_2}$ på X och Y fördelade med parametern θ. För att testa

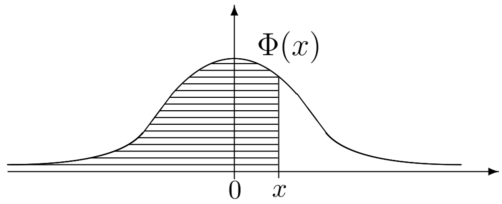
$$\begin{cases} H_0: \ \theta = \theta_0 & \text{(nollhypotesen)} \\ H_1: \ \theta \in \Theta & \text{(alternativhypotesen)} \end{cases}$$

används teststatistikan $T = T(X_1, \ldots, X_n)$ och beslutsregeln A_α som svarar mot Θ enligt fördelningen av F_U under H_0 vid signifikansnivån α.

$$\text{Testregeln är} \begin{cases} \text{Förkasta } H_0 \text{ om } A_\alpha \\ \text{Förkasta inte } H_0 \text{ om inte } A_\alpha \end{cases}$$

θ	H_0	H_1	T	A_α	p-värde
π	$\pi = \pi_0$	$\pi < \pi_0$	$\dfrac{\sqrt{n}(p-\pi_0)}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)}}$ där $\pi = P(B(X))$, $p = \frac{\#\{x_i : B(x_i)\}}{n}$, Villkor: $n\pi_0(1-\pi_0) > 5$	$T < -\lambda_\alpha$	$\Phi(T)$
		$\pi > \pi_0$		$T > \lambda_\alpha$	$1 - \Phi(T)$
		$\pi \neq \pi_0$		$\|T\| > \lambda_{\alpha/2}$	$2(1 - \Phi(\|T\|))$
π_1, π_2	$\pi_1 = \pi_2$	$\pi_1 < \pi_2$	$\dfrac{p_1 - p_2}{\sqrt{p(1-p)(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$ där $p = \frac{n_1p_1 + n_2p_2}{n_1+n_2}$ Villkor: $n_1\pi_1(1-\pi_1) > 5$ $n_2\pi_2(1-\pi_2) > 5$	$T < -\lambda_\alpha$	$\Phi(T)$
		$\pi_1 > \pi_2$		$T > \lambda_\alpha$	$1 - \Phi(T)$
		$\pi_1 \neq \pi_2$		$\|T\| > \lambda_{\alpha/2}$	$2(1 - \Phi(\|T\|))$
μ (σ^2 känd)	$\mu = \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\dfrac{\sqrt{n}(\bar{x} - \mu_0)}{\sigma}$	$T < -\lambda_\alpha$	$\Phi(T)$
		$\mu > \mu_0$		$T > \lambda_\alpha$	$1 - \Phi(T)$
		$\mu \neq \mu_0$		$\|T\| > \lambda_{\alpha/2}$	$2(1 - \Phi(\|T\|))$
μ (σ^2 okänd)	$\mu = \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\dfrac{\sqrt{n}(\bar{x} - \mu_0)}{s}$	$T < -t_{\alpha,\, n-1}$	$(\alpha_1, \alpha_2):$ $t_{\alpha_2} < -T < t_{\alpha_1}$
		$\mu > \mu_0$		$T > t_{\alpha,\, n-1}$	$(\alpha_1, \alpha_2):$ $t_{\alpha_2} < T < t_{\alpha_1}$
		$\mu \neq \mu_0$		$\|T\| > t_{\alpha/2,\, n-1}$	$(\alpha_1, \alpha_2):$ $t_{\alpha_2/2} < \|T\| < t_{\alpha_1/2}$
μ_1, μ_2	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 < \mu_2$	$\dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$ då $\sigma_1 = \sigma_2$ men okända, och $\min(n_1, n_2) \leq 30$	$T < -t_{\alpha,\, n_1+n_2-2}$	$(\alpha_1, \alpha_2):$ $t_{\alpha_2} < -T < t_{\alpha_1}$
		$\mu_1 > \mu_2$		$T > t_{\alpha,\, n_1+n_2-2}$	$(\alpha_1, \alpha_2):$ $t_{\alpha_2} < T < t_{\alpha_1}$
		$\mu_1 \neq \mu_2$		$\|T\| > t_{\alpha/2,\, n_1+n_2-2}$	$(\alpha_1, \alpha_2):$ $t_{\alpha_2/2} < \|T\| < t_{\alpha_1/2}$
μ_1, μ_2	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 < \mu_2$	$\dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$ då $\sigma_1 = \sigma_2$ men okända, och $\min(n_1, n_2) > 30$	$T < -t_{\alpha,\, n_1+n_2-2}$	$(\alpha_1, \alpha_2):$ $t_{\alpha_2} < -T < t_{\alpha_1}$
		$\mu_1 > \mu_2$		$T > t_{\alpha,\, n_1+n_2-2}$	$(\alpha_1, \alpha_2):$ $t_{\alpha_2} < T < t_{\alpha_1}$
		$\mu_1 \neq \mu_2$		$\|T\| > t_{\alpha/2,\, n_1+n_2-2}$	$(\alpha_1, \alpha_2):$ $t_{\alpha_2/2} < \|T\| < t_{\alpha_1/2}$
θ	$\theta = \theta_0$	$\theta \neq \theta_0$	$\frac{1}{(1+a)^n} \sum_{i=s}^{n} \binom{n}{i} a^i$ där $s = \sum_{i=1}^{n} I(x_i < y_i)$, $a = \frac{\theta^*}{1-\theta^*}$	$T < \alpha$	T
m_1, m_2	$m_1 = m_2$	$m_1 \neq m_2$	$\frac{2r - n_1(n_1+n_2+1)}{\sqrt{n_1 n_2 (n_1+n_2+1)/3}}$ där $r = \sum_{i=1}^{n_1} r_i$	$\|T\| > \lambda_{\alpha/2}$	$2(1 - \Phi(T))$
F_X	$F_X = F_0$	$F_X \neq F_0$	$\displaystyle\sum_{k=1}^{K} \frac{(O_k - E_k)^2}{E_k}$ där $E_k = NP(X \in I_k \mid H_0)$ och $E_k > 2$ för alla klasser k	$T > \chi^2_{\alpha,\, K-1}$	$(\alpha_1, \alpha_2):$ $\chi^2_{\alpha_2} < T < \chi^2_{\alpha_1}$

Typ I fel är att förkasta H_0 då H_0 är sann. $P(\text{Typ I fel}) = \alpha$.
Typ II fel är att inte förkasta H_0 då H_1 är sann. $P(\text{Typ II fel}) = \beta$.
Testets styrka är sannolikheten att förkasta H_0 då H_1 är sann, dvs $1 - \beta$.



Normalfördelningsvärden

Tabell över värden på $\Phi(x) = P(X \leq x)$ där
$X \in N(0,1)$. För $x < 0$ utnyttja relationen $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$.

x	+0.00	+0.01	+0.02	+0.03	+0.04	+0.05	+0.06	+0.07	+0.08	+0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

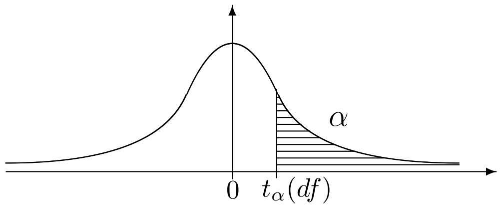
x	+0.0	+0.1	+0.2	+0.3	+0.4	+0.5	+0.6	+0.7	+0.8	+0.9
3	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000

Normal-percentiler:

Några värden på λ_α sådana att $P(X > \lambda_\alpha) = \alpha$ där $X \in N(0,1)$

α	λ_α	α	λ_α
0.1	1.281552	0.005	2.575829
0.05	1.644854	0.001	3.090232
0.025	1.959964	0.0005	3.290527
0.01	2.326348	0.0001	3.719016

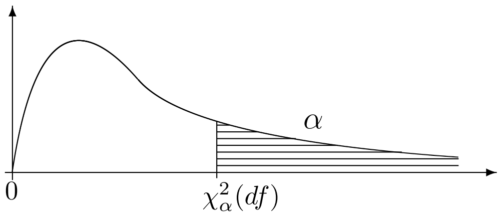
t-percentiler



Tabell över värden på $t_{\alpha,df}$.

df \ α	0.25	0.10	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.001
1	1.0000	3.0777	6.3138	12.7062	15.8945	31.8205	63.6567	318.3088
2	0.8165	1.8856	2.9200	4.3027	4.8487	6.9646	9.9248	22.3271
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	3.4819	4.5407	5.8409	10.2145
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7764	2.9986	3.7470	4.6041	7.1732
5	0.7267	1.4759	2.0150	2.5706	2.7565	3.3649	4.0322	5.8934
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	2.6122	3.1427	3.7074	5.2076
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3646	2.5168	2.9980	3.4995	4.7853
8	0.7064	1.3968	1.8595	2.3060	2.4490	2.8965	3.3554	4.5008
9	0.7027	1.3830	1.8331	2.2622	2.3984	2.8214	3.2498	4.2968
10	0.6998	1.3722	1.8125	2.2281	2.3593	2.7638	3.1693	4.1437
12	0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.3027	2.6810	3.0545	3.9296
14	0.6924	1.3450	1.7613	2.1448	2.2638	2.6245	2.9768	3.7874
17	0.6892	1.3334	1.7396	2.1098	2.2238	2.5669	2.8982	3.6458
20	0.6870	1.3253	1.7247	2.0860	2.1967	2.5280	2.8453	3.5518
25	0.6844	1.3163	1.7081	2.0595	2.1666	2.4851	2.7874	3.4502
30	0.6828	1.3104	1.6973	2.0423	2.1470	2.4573	2.7500	3.3852
50	0.6794	1.2987	1.6759	2.0086	2.1087	2.4033	2.6778	3.2614
100	0.6770	1.2901	1.6602	1.9840	2.0809	2.3642	2.6259	3.1737

χ^2-percentiler



Tabell över värden på $\chi^2_{\alpha,df}$.

df \ α	0.999	0.995	0.99	0.95	0.05	0.01	0.005	0.001
1	0.0000	0.0000	0.0002	0.0039	3.8415	6.6349	7.8794	10.8276
2	0.0020	0.0100	0.0201	0.1026	5.9915	9.2103	10.5966	13.8155
3	0.0243	0.0717	0.1148	0.3518	7.8147	11.3449	12.8382	16.2662
4	0.0908	0.2070	0.2971	0.7107	9.4877	13.2767	14.8603	18.4668
5	0.2102	0.4117	0.5543	1.1455	11.0705	15.0863	16.7496	20.5150
6	0.3811	0.6757	0.8721	1.6354	12.5916	16.8119	18.5476	22.4577
7	0.5985	0.9893	1.2390	2.1673	14.0671	18.4753	20.2777	24.3219
8	0.8571	1.3444	1.6465	2.7326	15.5073	20.0902	21.9550	26.1245
9	1.1519	1.7349	2.0879	3.3251	16.9190	21.6660	23.5894	27.8772
10	1.4787	2.1559	2.5582	3.9403	18.3070	23.2093	25.1882	29.5883
12	2.2142	3.0738	3.5706	5.2260	21.0261	26.2170	28.2995	32.9095
14	3.0407	4.0747	4.6604	6.5706	23.6848	29.1412	31.3193	36.1233
17	4.4161	5.6972	6.4078	8.6718	27.5871	33.4087	35.7185	40.7902
20	5.9210	7.4338	8.2604	10.8508	31.4104	37.5662	39.9968	45.3147
25	8.6493	10.5197	11.5240	14.6114	37.6525	44.3141	46.9279	52.6197
30	11.5880	13.7867	14.9535	18.4927	43.7730	50.8922	53.6720	59.7031
50	24.6739	27.9907	29.7067	34.7643	67.5048	76.1539	79.4900	86.6608
100	61.9179	67.3276	70.0649	77.9295	124.342	135.807	140.169	149.449

Poissonfördelningsvärden

Tabell över värden på $P(x) = P(X \leq x)$ där $X \in Po(\lambda)$.

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0.5	0.607	0.910	0.986	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1	0.368	0.736	0.920	0.981	0.996	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	0.135	0.406	0.677	0.857	0.947	0.983	0.995	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	0.050	0.199	0.423	0.647	0.815	0.916	0.966	0.988	0.996	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
4	0.018	0.092	0.238	0.433	0.629	0.785	0.889	0.949	0.979	0.992	0.997	0.999	1.000	1.000
5	0.007	0.040	0.125	0.265	0.440	0.616	0.762	0.867	0.932	0.968	0.986	0.995	0.998	0.999
6	0.002	0.017	0.062	0.151	0.285	0.446	0.606	0.744	0.847	0.916	0.957	0.980	0.991	0.996

Binomialfördelningsvärden

Tabell över värden på $P(x) = P(X \leq x)$ där $X \in Bin(n, p)$.
För $p > 0.5$, utnyttja att $P(X \leq x) = P(Y \geq n-x)$ där $Y \in Bin(n, 1-p)$.

n	p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	0.1	0.729	0.972	0.999	1.000	–	–	–	–	–	–	–
	0.2	0.512	0.896	0.992	1.000	–	–	–	–	–	–	–
	0.3	0.343	0.784	0.973	1.000	–	–	–	–	–	–	–
	0.4	0.216	0.648	0.936	1.000	–	–	–	–	–	–	–
	0.5	0.125	0.500	0.875	1.000	–	–	–	–	–	–	–
4	0.1	0.656	0.948	0.996	1.000	1.000	–	–	–	–	–	–
	0.2	0.410	0.819	0.973	0.998	1.000	–	–	–	–	–	–
	0.3	0.240	0.652	0.916	0.992	1.000	–	–	–	–	–	–
	0.4	0.130	0.475	0.821	0.974	1.000	–	–	–	–	–	–
	0.5	0.062	0.312	0.688	0.938	1.000	–	–	–	–	–	–
5	0.1	0.590	0.919	0.991	1.000	1.000	1.000	–	–	–	–	–
	0.2	0.328	0.737	0.942	0.993	1.000	1.000	–	–	–	–	–
	0.3	0.168	0.528	0.837	0.969	0.998	1.000	–	–	–	–	–
	0.4	0.078	0.337	0.683	0.913	0.990	1.000	–	–	–	–	–
	0.5	0.031	0.188	0.500	0.812	0.969	1.000	–	–	–	–	–
6	0.1	0.531	0.886	0.984	0.999	1.000	1.000	1.000	–	–	–	–
	0.2	0.262	0.655	0.901	0.983	0.998	1.000	1.000	–	–	–	–
	0.3	0.118	0.420	0.744	0.930	0.989	0.999	1.000	–	–	–	–
	0.4	0.047	0.233	0.544	0.821	0.959	0.996	1.000	–	–	–	–
	0.5	0.016	0.109	0.344	0.656	0.891	0.984	1.000	–	–	–	–
7	0.1	0.478	0.850	0.974	0.997	1.000	1.000	1.000	1.000	–	–	–
	0.2	0.210	0.577	0.852	0.967	0.995	1.000	1.000	1.000	–	–	–
	0.3	0.082	0.329	0.647	0.874	0.971	0.996	1.000	1.000	–	–	–
	0.4	0.028	0.159	0.420	0.710	0.904	0.981	0.998	1.000	–	–	–
	0.5	0.008	0.062	0.227	0.500	0.773	0.938	0.992	1.000	–	–	–
8	0.1	0.430	0.813	0.962	0.995	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	–	–
	0.2	0.168	0.503	0.797	0.944	0.990	0.999	1.000	1.000	1.000	–	–
	0.3	0.058	0.255	0.552	0.806	0.942	0.989	0.999	1.000	1.000	–	–
	0.4	0.017	0.106	0.315	0.594	0.826	0.950	0.991	0.999	1.000	–	–
	0.5	0.004	0.035	0.145	0.363	0.637	0.855	0.965	0.996	1.000	–	–
9	0.1	0.387	0.775	0.947	0.992	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	–
	0.2	0.134	0.436	0.738	0.914	0.980	0.997	1.000	1.000	1.000	1.000	–
	0.3	0.040	0.196	0.463	0.730	0.901	0.975	0.996	1.000	1.000	1.000	–
	0.4	0.010	0.071	0.232	0.483	0.733	0.901	0.975	0.996	1.000	1.000	–
	0.5	0.002	0.020	0.090	0.254	0.500	0.746	0.910	0.980	0.998	1.000	–
10	0.1	0.349	0.736	0.930	0.987	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	0.2	0.107	0.376	0.678	0.879	0.967	0.994	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
	0.3	0.028	0.149	0.383	0.650	0.850	0.953	0.989	0.998	1.000	1.000	1.000
	0.4	0.006	0.046	0.167	0.382	0.633	0.834	0.945	0.988	0.998	1.000	1.000
	0.5	0.001	0.011	0.055	0.172	0.377	0.623	0.828	0.945	0.989	0.999	1.000