Tentamen i Matematisk Statistik, 3p

D2, E2

19 april, 2001 kl. 9.00 – 13.00

Maxpoäng: 30
Betygsgränser: 12p: betyg 3, 18p: 4 och 24p: 5.
Hjälpmedel: Miniräknare samt tabell- och formelsamling som medföljer tentamenstexten.

Till uppgifterna skall *fullständiga lösningar* lämnas.
Lösningarna skall vara *utförligt* redovisade!
Varje lösning skall börja överst på nytt papper.
Endast en lösning per blad.
Lösningar fås med den rättade tentamen då den kvitteras ut.

1. Vad är x_0 då $P(X \leq x_0) = 0.01$ och $X \in N(-1, 4)$? (3p)

2. Antag att $P(A|B) = 0.4$, $P(A) = 0.5$ och $P(A \cup B) = 0.8$.
   a) Beräkna $P(B)$. (3p)
   b) Beräkna $P(B|A)$. (2p)

3. En variabel, X, är normalfördelad $N(\mu, \sigma)$. Man observerar ett stickprov på X:

   13.8 12.6 15.6 9.1 12.7 15.2 15.9 14.3

   Ange ett dubbelsidigt konfidensintervall för väntevärdet, μ, med konfidensgrad 99%. (3p)

4. Antag att den sammansatta fördelningen för X och Y, $p(x, y)$, ges av

		y	
		0	1
x	0	π^2	$\pi(1-\pi)$
	1	$\pi(1-\pi)$	$(1-\pi)^2$

   Visa att X och Y är okorrelerade. (3p)

5. Man gör 16 observationer av en stokastisk variabel, X, som har väntevärdet μ (okänt) och standardavvikelsen $\sigma = 2$, och beräknar medelvärdet, $\bar{x}$, till 1. Pröva hypotesen $H_0 : \mu = 0$ mot det enkelsidiga alternativet $H_1 : \mu > 0$ på signifikansnivå 0.01. (3p)

6. Antalet påstigande på en buss vid en busstation antas ofta vara en Poissonfördelad variabel. Under några dagar observeras antalet påstigande varje gång en buss stannar vid en viss busstation vilket ger följande resultat:

Antal påstigande	0	1–3	4–5	≥ 6
Antal gånger	8	79	30	13

Finns det anledning att ifrågasätta antagandet att antal påstigande är Poissonfördelat med parameter 3? Gör ett lämpligt test på valfri signifikansnivå. (3p)

7. En tunna står utomhus och samlar regnvatten. Vattnet i tunnan ökar (pga nederbörd) dag i med X_i liter, där $X_i \in N(0.5, 0.05)$. Vattnet minskar dock också (pga avdunstning) dag i med Y_i liter där $Y_i \in N(0.2, 0.01)$. $X_1, X_2, \ldots$ och $Y_1, Y_2, \ldots$ är oberoende av varandra.

   a) Om vattenmängden i tunnan nu är 1 liter, hur stor är sannolikheten att den innehåller mer än 2 liter vatten efter 3 dygn? (2p)

   b) Antag att man har 3 tunnor med $\frac{1}{3}$ liter vatten i vardera tunnan. Efter ett dygn hälls allt vatten i en stor tom tank. Vad är sannolikheten att denna sammanlagda vattenmängd blir större än 2 liter? (2p)

8. Antag $X \in \mathrm{Bern}(\pi)$. Man vill bilda ett 95% konfidensintervall för parametern π. Man avser observera ett stickprov av storlek $n = 100$.

   a) Hur många ettor måste finnas i stickprovet för att konfidensintervallet ska vara maximalt 0.1 långt? (3p)

   b) Man observerar $\sum_{i=1}^{100} x_i = 77$. Vad blir konfidensintervallet? (3p)

LYCKA TILL!