Tentamen i Tillämpad Matematik och STATISTIK FÖR IT-FORENSIK. DEL 1: MATEMATIK MA2043, 7.5 HP

Januari, 2025

Maxpoäng: 40p. Betygsgränser: 16p: betyg 3, 24p: betyg 4, 32p: betyg 5. Hjälpmedel: Miniräknare TI-30Xa samt formelsamling som medföljer tentan.

Kursansvarig: Eric Järpe, telefon 0729-77 36 26.

Till uppgifterna skall fullständiga lösningar lämnas. Lösningarna ska vara utförligt redovisade! Bladen ska lämnas in i rätt ordning. Svara alltid med 4 decimalers noggrannhet och komplexa tal på rektangulär form om ej annat anges. Lösningar kommer finnas på internet: http://dixon.hh.se/erja/teach → Matematik och statistik för IT-forensik.

- 1. [1:1] Bevisa med hjälp av additionssatsen för mängder men utan att använda bilder att $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$ för alla mängden A, B och C. (3p)
- 2. Lös ekvationerna

(a) [1:1]
$$3 - x = 4 + 2x$$
 (1p)

(b)
$$[1:1] 2x^2 + 3x - 20 = 0$$
 (2p)

(c)
$$[1:1] 6x^5 - 17x^4 - 163x^3 - 100x^2 + 115x - 21 = 0$$
 (4p)

fullständigt och svara på exakt form, maximalt förenklat.

3. [1:2] Förenkla maximalt
$$\frac{2^{3x}27^x + 3^{3x}\sqrt{64^x}}{6^x(9^x2^{2x} + 3^{2x}4^x)}.$$
 (3p)

4. [1:2] Skriv
$$2^e$$
 med basen 3. (2p)

5. Låt
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-|3+x|}}$$
.

(a) [1:2] För vilka
$$x \in \mathbb{R}$$
 är $f(x) > 3$? (3p)

(b) [1:2] Beräkna maximal reell definitionsmängd för
$$f$$
. (2p)

6. Låt
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$
.

(a) [1:3] Beräkna
$$A^2$$
.
$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \end{bmatrix}$$
 (3p)

(a) [1.3] Berakha A.

(b) [1:3] Lös matrisekvationen
$$AX = A^T \text{ där } X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{bmatrix}.$$
(4p)

7. [1:3] Lös ekvationen
$$\sin x \cos x = \frac{1}{2}$$
 för alla $x \in [-2\pi, 2\pi]$. (3p)

8. [1:4] Beräkna
$$\sum_{k=1}^{1000} \ln(1+\frac{1}{k})$$
. (3p)

9. [1:4] Bevisa att
$$\binom{2n+1}{n} = (1 + \frac{n}{n+1}) \binom{2n}{n}$$
 för alla $n \in \mathbb{Z}$. (3p)

10. [1:4] Hur många palindrom¹ kan fås av meningen REN NÄVE GE VÄNNER?(4p)

LYCKA TILL!

¹Ett palindrom är en bokstavssekvens som blir likadan baklänges som framlänges.