

1	(1)	$\forall x(\exists yRxy \rightarrow \forall zRzx)$	A
2	(2)	Rcd	A
2	(3)	$\exists yRcy$	2 EI
1	(4)	$\exists yRcy \rightarrow \forall zRzc$	1 UE
1,2	(5)	$\forall zRzc$	4,3 MP
1,2	(6)	Rbc	5 UE
1,2	(7)	$\exists yRby$	6 EI
1	(8)	$\exists yRby \rightarrow \forall zRzb$	1 UE
1,2	(9)	$\forall zRzb$	8,7 MP
1,2	(10)	Rab	9 UE
1,2	(11)	$\forall yRay$	10 UI
1,2	(12)	$\forall x\forall yRxy$	11 UI
1	(1)	$\forall x\exists y(Fx \rightarrow Gy)$	A
2	(2)	$\exists yGy \vee \neg\exists yGy$	LEM
3	(3)	$\exists yGy$	A
4	(4)	Ga	A
3	(4)	$Fb \rightarrow Ga$	3 pos paradox
3	(5)	$\forall x(Fx \rightarrow Ga)$	4 UI
3	(7)	$\exists y\forall x(Fx \rightarrow Gy)$	6 EI
2	(8)	$\exists y\forall x(Fx \rightarrow Gy)$	2,3,7 EE
9	(9)	$\neg\exists yGy$	A
10	(10)	Fc	A
11	(12)	$\exists y(Fc \rightarrow Gy)$	11 UE
13	(13)	$Fc \rightarrow Gd$	A
10,13	(14)	Gd	13,10 MP
10,13	(15)	$\exists yGy$	14 EI
9,10,13	(16)	$\exists yGy \wedge \neg\exists yGy$	15,9 $\wedge I$
9,13	(17)	$\neg Fc$	10,16 RA
9,13	(18)	$Fc \rightarrow Ge$	17 neg paradox
9,11	(19)	$Fc \rightarrow Ge$	12,13,18 EE
9,11	(20)	$\forall x(Fx \rightarrow Ge)$	19 UI
9,11	(21)	$\exists y\forall x(Fx \rightarrow Gy)$	20 EI
1,11	(22)	$\exists y\forall x(Fx \rightarrow Gy)$	1,2,8,9,21 EE

1	(1)	$\forall x \exists y (Fx \rightarrow Gy)$	A
2	(2)	$\exists y Gy \vee \neg \exists y Gy$	LEM
3	(3)	$\exists y Gy$	A
4	(4)	Ga	A
5	(5)	$Fb \rightarrow Ga$	4,3 CP
6	(6)	$\forall x (Fx \rightarrow Ga)$	5 UI
7	(7)	$\exists y \forall x (Fx \rightarrow Gy)$	6 EI
8	(8)	$\exists y \forall x (Fx \rightarrow Gy)$	3,4,7 EE
9	(9)	$\neg \exists y Gy$	A
10	(10)	Fc	A
11	(11)	$\exists y (Fc \rightarrow Gy)$	1 UE
12	(12)	$Fc \rightarrow Gd$	A
13	(13)	Gd	12,10 MP
14	(14)	$\exists y Gy$	13 EI
15	(15)	$\exists y Gy \wedge \neg \exists y Gy$	14,9 $\wedge I$
16	(16)	$\neg Fc$	10,15 RA
17	(17)	$Fc \rightarrow Ge$	16 neg paradox
18	(18)	$Fc \rightarrow Ge$	11,12,17 EE
19	(19)	$\forall x (Fx \rightarrow Ge)$	18 UI
20	(20)	$\exists y \forall x (Fx \rightarrow Gy)$	19 EI
21	(21)	$\exists y \forall x (Fx \rightarrow Gy)$	2,3,8,9,20 EE