

# محاسبه غیر مستقیم زمان واپاشی ذرات

حسین حاتم‌نیا، صالح شاملو احمدی  
دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده فیزیک

۱۹ تیر ۱۴۰۱

## چکیده

زمان رخداد بسیاری پدیده‌های فیزیکی به صورت مستقیم قابل اندازه‌گیری نیست. به عنوان مثال نیمه‌عمر کربن-۱۴ حدود ۵۷۰۰ سال و زمان واپاشی ذرات از کانال برهم‌کنش قوی از مرتبه ۱۰-۲۳ ثانیه است. در ادامه بررسی می‌کنیم که چطور می‌توانیم به صورت غیر مستقیم این مقادیر را محاسبه کنیم. پاسخ کوتاه این است که با تعمیم دانشی که از بازه‌های زمانی قابل اندازه‌گیری داریم، الگویی پیدا کنیم که بتوانیم با استفاده از آن مقادیر مربوط به بازه‌های زمانی بلندتر و کوتاه‌تر را پیش‌بینی کنیم. محوریت اصلی مقاله زمان‌های واپاشی کوتاه است، اما به زمان‌های بلندتر هم اشاره می‌کنیم.

## ۱ مقدمه

به طور معمول، اندازه‌گیری‌ها با مقایسه دو مقدار مختلف با هم انجام می‌گیرند؛ به عنوان مثال، برای اندازه‌گیری طول، فاصله خاصی را به عنوان «واحد» خود در نظر می‌گیریم و سپس برای اندازه‌گیری طول دلخواه‌مان، آن را در کنار واحد خود قرار می‌دهیم و بررسی می‌کنیم نسبت آن طول به واحدمان چقدر است. به طور خاص، چند «سانتی‌متر» روی یک خط‌کش را در کنار یک جسم قرار می‌دهیم و مقایسه می‌کنیم که ببینیم چقدر از این فاصله برابر طول یک جسم است.

مسئله این است که برای اندازه‌گیری هر مقداری نمی‌توانیم آن را به طور مستقیم با مقداری در دسترس مقایسه کنیم. مثلاً خط‌کشی نداریم که در کنار فاصله زمین تا خورشید قرار دهیم تا ببینیم چند «متر» در آن جا می‌گیرد. مجبوریم از روشی غیر مستقیم، با استفاده از تعمیم الگویی خاص آن را پیدا کنیم. در این مورد، مشاهده می‌کنیم در بازه‌های کوتاه‌تر موج رادیویی سرعت ثابتی دارد. با اندازه‌گیری آن و فرض اینکه در فاصله زمین و خورشید هم موج رادیویی همین سرعت را حفظ می‌کند، و اندازه‌گیری زمانی که طول می‌کشد موج از خورشید بازتاب کند و به زمین برگردد، می‌توانیم فاصله را محاسبه کنیم. مثالی دیگر نیمه‌عمر مواد رادیواکتیو است که در برخی موارد به چند هزار سال می‌رسد. در این حالت با اندازه‌گیری جرم در بازه‌زمانی کوتاه‌تر، جرم بازه‌های زمانی بزرگ‌تر را برون‌یابی<sup>۱</sup> می‌کنیم. یعنی با فرض اینکه فرایند واپاشی در بازه‌های زمانی طولانی‌تر، الگوی مشابهی را دنبال

<sup>۱</sup>extrapolate

می‌کند، اندازه جرم در زمان‌های طولانی‌تر و در نتیجه نیمه‌عمر را پیش‌بینی می‌کنیم. در بازه‌های زمانی کوتاه‌تر می‌بینیم که به‌طور نمایی جرم کاهش پیدا می‌کند، و با پیدا کردن ضریب این افت نمایی جرم، نیمه‌عمر بدست می‌آید. سازگاری این روش‌ها با روش‌های دیگر در حالتی که استفاده از روش‌های دیگر ممکن باشد و همچنین به مشکل نخوردن در توصیف فیزیکی، به ما این اطمینان را می‌دهند که این روش‌ها مشکلی ندارند. برای ذرات با انرژی بالا، زمان برخی واپاشی‌ها با استفاده از دقیق‌ترین زمان‌سنج‌ها هم امکان‌پذیر نیست. برای بعضی ذرات می‌توانیم با توجه به انرژی، سرعت‌شان را اندازه‌گیری کنیم و با تقسیم طول ردی که به جا می‌گذارند به مقدار بدست آمده برای سرعت، و البته اعمال اصلاحات نسبیتی، طول عمر را محاسبه کنیم. اما برای بعضی ذرات حتی این روش هم ممکن نیست؛ زمان واپاشی از کانال قوی از مرتبه  $10^{-23}$  ثانیه است، و حتی اگر ذره با سرعت نور حرکت کند، از مرتبه بزرگی قطر یک پروتون (فمتومتر یا  $10^{-15}$  متر) قبل واپاشی حرکت می‌کند. برای این ذرات، می‌توانیم از اصل عدم قطعیت استفاده کنیم.

## ۲ اصل عدم قطعیت

طبق اصل عدم قطعیت انرژی-زمان ([۲]، بخش ۳.۵.۳)

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{4}; \quad (1)$$

در این رابطه  $\Delta E$  انحراف معیار انرژی اندازه‌گیری شده ذرات و  $\Delta t$  زمان مورد نیاز برای تغییر مقدار چشم‌داشتی یک مشاهده‌پذیر به اندازه انحراف معیار خود است. این به تعبیری طول عمر یک حالت کوانتومی است، که در اینجا همان طول عمر ذره یا زمان واپاشی است (حالت کوانتومی مربوط به یک ذره با واپاشی آن تغییر می‌کند). پس اگر انحراف معیار جرم‌های اندازه‌گیری شده برای ذره  $\Delta m$  و زمان واپاشی  $\tau$  باشد،

$$\tau \geq \frac{\hbar}{4\Delta mc^2}. \quad (2)$$

البته این فقط یک حد پایین برای طول عمر است، اما چون نزدیک به حد کوانتومی شده‌ایم، طول عمر در همین مرتبه بزرگی است (به هر حال این تعریف از طول عمر هم مقدار دقیقی را نشان نمی‌دهد، بلکه وصفی تقریبی از پایداری این ذرات است).

حتی با این تعریف هم مشکل کامل حل نمی‌شود، فقط به اندازه‌گیری جرم‌ها منتقل می‌شود: چطور می‌توانیم جرم این ذرات را اندازه‌گیری کنیم؟ برای ذراتی که از خود رد به جا می‌گذارند، می‌توانیم از شعاع حرکت سیکلوترونی جرم را بدست بیاوریم، اما در اینجا ردی نداریم. پاسخ این است که باید از طریق آزمایش‌های رزونانس و سطح مقطع پراکندگی، یا با توجه به انرژی و تکانه ذرات تولید شده در واپاشی (که قابل اندازه‌گیری است)، آن را غیرمستقیم محاسبه کنیم.

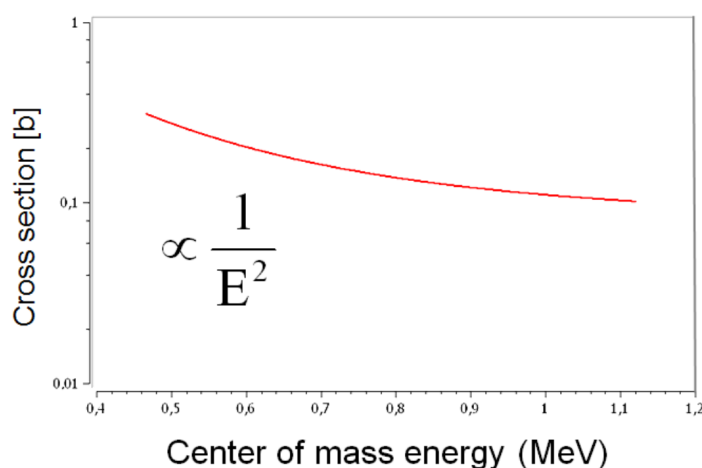
## ۳ از پراکندگی رادرفورد تا طول عمر ذرات بنیادی

مرجع: [۲]

رادرفورد در سال ۱۹۰۹ با مطالعه ی پراکندگی الاستیک ذرات باردار توسط نیروی دافعه ی کلمبی، نشان داد سطح مقطع دیفرانسیلی با عکس مجذور انرژی رابطه دارد.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{E \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right)^2 \quad (3)$$

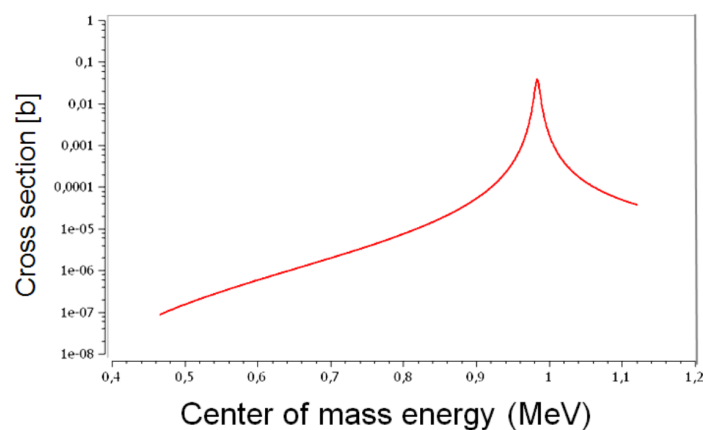
که در آن  $Z_2$  بار هدف،  $E$  و  $Z_1$  انرژی و بار ذره هستند. این مطالعه‌ها روی اتم‌های سنگین انجام شد و هنوز تب ذرات بنیادی شروع نشده بود. در آزمایش رادرفورد از ذرات آلفا استفاده شد و با ثابت نگه داشتن  $\theta$  و رسم سطح مقطع دیفرانسیلی بر حسب انرژی، انتظار داریم نمودار مانند شکل ۱ شود.



شکل ۱: سطح مقطع دیفرانسیلی بر حسب انرژی در پراکندگی رادرفورد توسط نیروی دافعه‌ی کلمبی

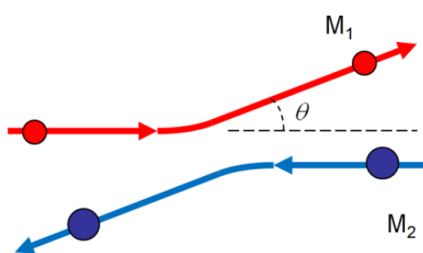
زمانی که این آزمایش توسط رادرفورد (۱۹۱۹) و چادویک (۱۹۲۱) برای ورقه‌های مختلف انجام شد، در بعضی نقاط نمودار، رزونانسی مشاهده کردند که با تئوری رادرفورد در تناقض بود. دلیل این رزونانس‌ها، وجود ذراتی در این آزمایش بودند که انرژی آن برای هر ذره مشخص است و هرچقدر این انرژی بیشتر باشد، تفاوت آزمایش و تئوری بیشتر می‌شود. اگر در محدوده‌ی بزرگتری از انرژی به سطح مقطع دیفرانسیلی نگاه کنیم، مشاهده می‌کنیم که در بازه‌ای از انرژی، سطح مقطع دیفرانسیلی با عکس مجذور انرژی رابطه دارد و با تئوری رادرفورد مطابقت دارد و با نزدیک شدن به محدوده‌ای از انرژی، رزونانس مشاهده می‌شود. در واقع تصویر ۲ بخشی از نمودار اصلی است. دلیل رزونانس این است که ذره فرستاده‌شده و ذره موجود با هم ادغام می‌شوند و هسته‌ی جدیدی می‌سازند که به شدت ناپایدار است و به صورت پراکندگی الاستیک واپاشی می‌کنند. این آزمایش در ابتدا با اتم‌های سنگین بررسی شد ولی بعداً در فیزیک ذرات بنیادی برای محاسبه‌ی جرم و طول عمر ذرات که مقادیر بسیار کوچکی هستند نیز استفاده شد.

اگر به جای اکسیژن ذره‌ای بنیادی داشته باشیم، با مشاهده‌ی انرژی‌ای که رزونانس در آن رخ می‌دهد، می‌توان جرم ذره را محاسبه کرد. یکی از روش‌های محاسبه‌ی طول عمر ذرات به این صورت است که با انجام

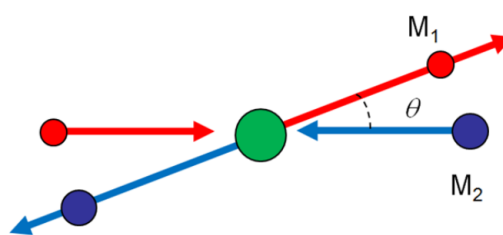


شکل ۲: رزونانس در نمودار سطح مقطع دیفرانسیلی بر حسب انرژی در پراکندگی الاستیک

### Rutherford scattering



### Breit-Wigner resonance



شکل ۳: وجود ذره در پراکندگی الاستیک

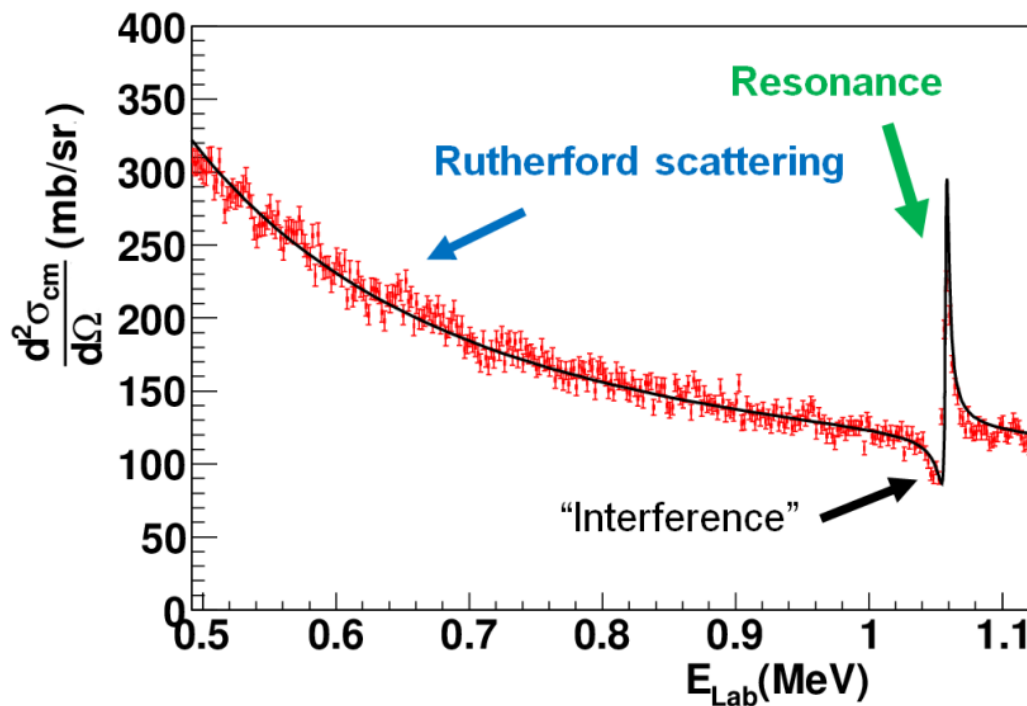
آزمایش، هیستوگرامی از جرم های بدست آمده از رزونانس ها رسم کرده و با استفاده از آن، طول عمر ذره را بدست آورد.

یکی از روش های دیگر، بررسی احتمال رخ دادن رزونانس در انرژی  $E$  است که به تابع توزیع چگالی احتمال نسبیته بریت-ویگنر معروف است و با رابطه زیر داده می شود [۱]:

$$f(E) = \frac{k}{(E^2 - M^2)^2 + M^2 \Gamma^2} \quad (4)$$

که  $E$  در آن انرژی مرکز جرم،  $M$  جرم ذره عامل رزونانس،  $\Gamma$  عرض بازه ای که رزونانس دیده می شود و همین طور  $k$  در آن به صورت زیر تعریف می شود:

$$k = \frac{2\sqrt{2}M\Gamma\gamma}{\pi\sqrt{M^2 + \gamma}} \quad , \quad \gamma = \sqrt{M^2 (M^2 + \Gamma^2)} \quad (5)$$



شکل ۴: سطح مقطع دیفرانسیلی بر حسب انرژی ذرات آلفا در وجود  $^{15}\text{O}$

با استفاده از عرض رزونانس، رابطه‌ی طول عمر ذره در دستگاه SI به صورت زیر خواهد شد:

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \quad (۶)$$

#### ۴ بقای انرژی و ذرات تولید شده در واپاشی

با توجه به بقای تکانه و بقای انرژی، اگر  $E_i$  و  $\mathbf{p}_i$  به ترتیب انرژی و تکانه ذره  $i$ م تولید شده در واپاشی باشد، انرژی و تکانه ذره واپاشی شده از روابط زیر بدست می‌آید:

$$E = \sum_i E_i \quad (۷)$$

$$\mathbf{p} = \sum_i \mathbf{p}_i \quad (۸)$$

همچنین طبق رابطه جرم-انرژی اینشتین

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2 \quad (۹)$$

پس جرم سکون ذره برابر است با

$$m = \sqrt{\left(\sum_i E_i\right)^2 - \left(\sum_i p_i\right)^2} c^2. \quad (10)$$

در یک آزمایش واپاشی، با بدست آوردن  $m$  از رابطه بالا، توزیع جرم سکون مشابه شکل ۵ و ۷ بدست می‌آوریم. در این نمودارها به نظر می‌رسد پیک نزدیک ۳ GeV در نمودار اول و پیک نزدیک ۹۰ GeV در نمودار دوم نشان دهنده ذره هستند. به طور خاص، در اینجا به ترتیب واپاشی ذرات  $J/\psi$  و  $Z^0$  به دو میون ( $\mu$ ) را داریم. با جدا کردن پیک و محاسبه انحراف معیار جرم‌ها در نزدیکی آن، می‌توانیم  $\Delta m$  مورد نیاز برای محاسبه طول عمر از اصل عدم قطعیت را بدست آوریم. با این روش، طول عمرهای بدست آمده برابرند با

$$\tau(J/\psi) \approx 9 \times 10^{-24} \quad (11)$$

$$\tau(Z^0) \approx 1/4 \times 10^{-25} \quad (12)$$

از طرفی، طول عمرهای میانگین گزارش شده برای این ذرات برابرند با

$$\tau(J/\psi) \approx 7/2 \times 10^{-21} \quad (13)$$

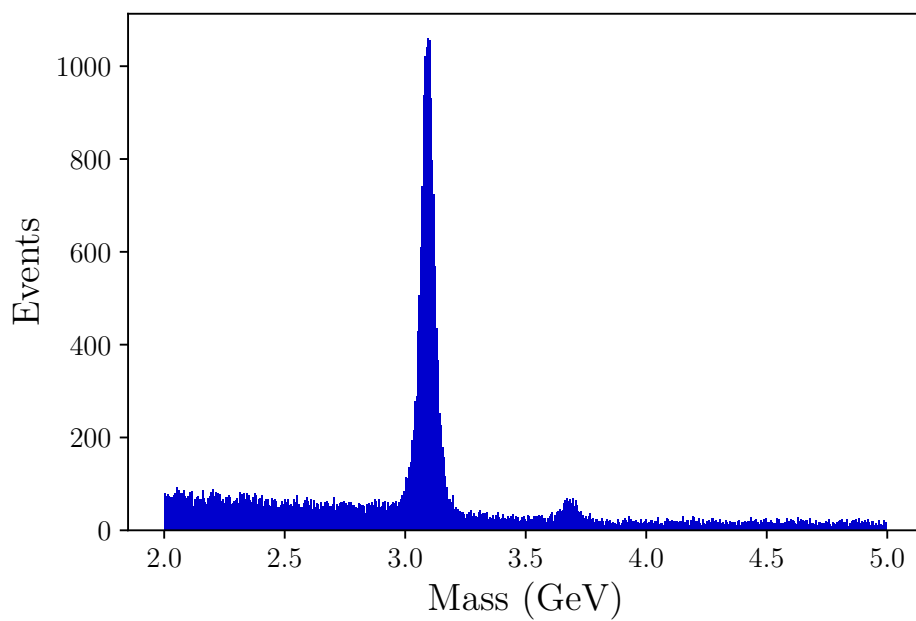
$$\tau(Z^0) \approx 3 \times 10^{-25} \quad (14)$$

برای بوزون  $Z^0$  مرتبه بزرگی طول عمر را به درستی بدست آوردیم، اما طول عمر محاسبه شده برای مزون  $J/\psi$  اختلاف زیادی با عدد واقعی دارد. دلیل اختلاف اعداد ما با اعداد گزارش شده این است که ما برای این ذرات فقط یک حالت واپاشی را بررسی کردیم (واپاشی به دو میون):

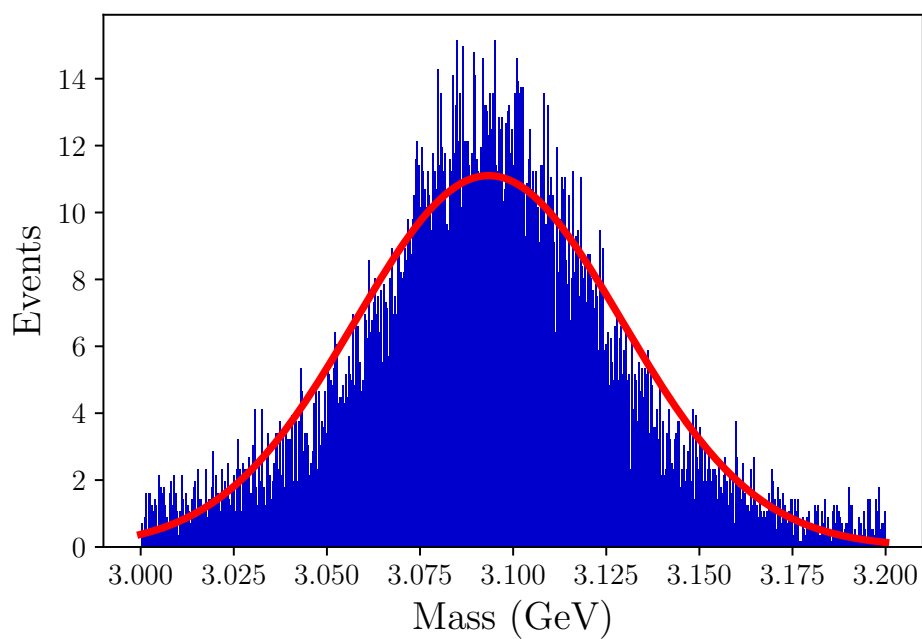
$$J/\psi \longrightarrow \mu^+ + \mu^- \quad (15)$$

$$Z^0 \longrightarrow \mu^+ + \mu^- \quad (16)$$

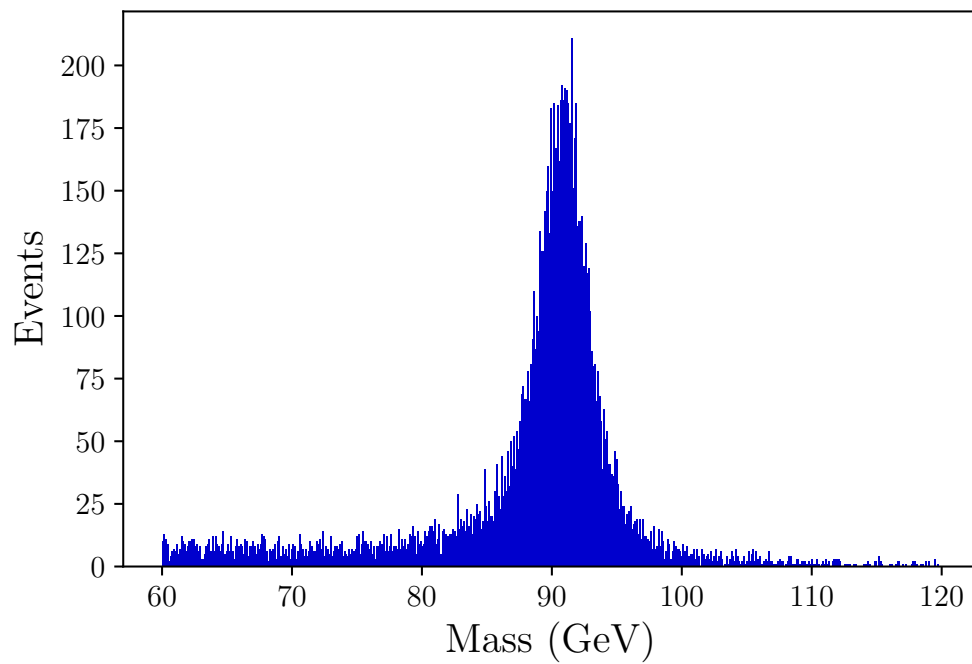
برای  $Z^0$ ، با اینکه این مکانیزم فقط مربوط به سه درصد واپاشی‌هاست، زمان بقیه واپاشی‌ها مشابه همین است و به همین دلیل با دقت بهتری طول عمر را بدست آوردیم. اما برای  $J/\psi$  واپاشی‌های بسیار گندتری نیز وجود دارد که به این واپاشی غلبه می‌کنند (این مکانیزم فقط مربوط به شش درصد واپاشی‌هاست). برای مطالعه بیشتر، می‌توانید به آموزش‌های سایت [opendata.cern.ch](https://opendata.cern.ch) مراجعه کنید.



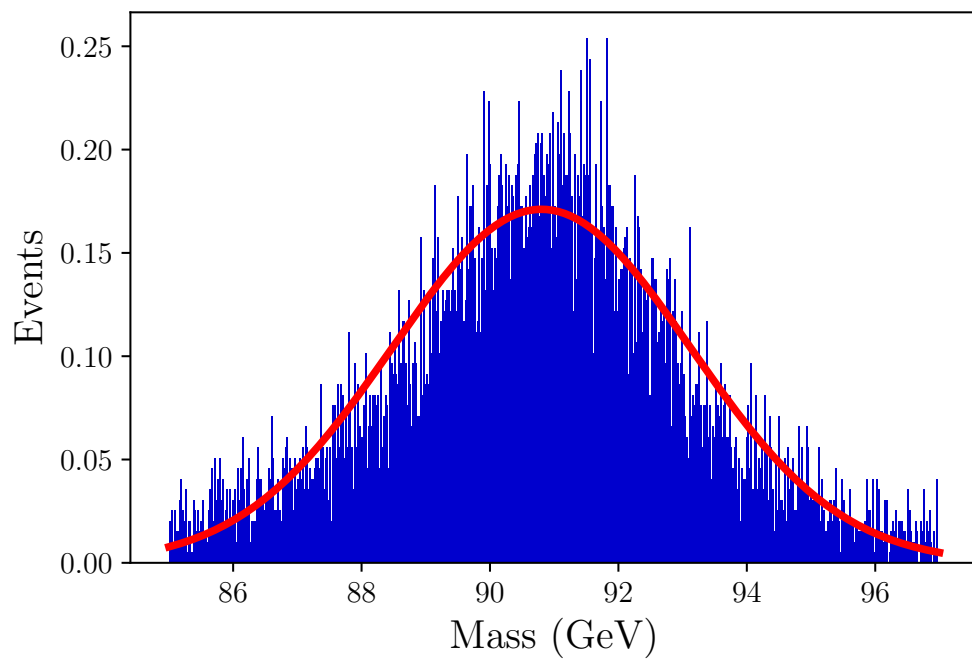
شکل ۵: هیستوگرام جرم سکون در واپاشی  $J/\psi$  به دو میون. استخراج شده از داده‌های سِرِن در [opendata.cern.ch](https://opendata.cern.ch)



شکل ۶: پیک جرم سکون در واپاشی  $J/\psi$  به دو میون



شکل ۷: هیستوگرام جرم سکون در واپاشی  $Z^0$  به دو میون. استخراج شده از داده‌های سِرِن در [opendata.cern.ch](https://opendata.cern.ch)



شکل ۸: پیک جرم سکون در واپاشی  $Z^0$  به دو میون



## ۵ اعتبار روش‌ها

از آنجا که این روش‌ها غیرمستقیم هستند و به طور دقیق با مفهوم اندازه‌گیری زمان منطبق نیستند، شاید برای شما قانع‌کننده نباشند. اندازه‌گیری زمان در تعریف کلاسیکی، توسط مقایسه با یک پدیده متناوب انجام می‌شود؛ به عنوان مثال، بنا به تعریف ۲۴ ساعت طول می‌کشد تا خورشید به مکان قبلی خود در آسمان برگردد و با مقایسه زمان در روز با این پدیده تکرارشونده، ساعت را تعریف می‌کنیم و اندازه‌گیری می‌کنیم یک پدیده چند «ساعت»، یا چه نسبتی از این پدیده تکرارشونده طول می‌کشد. در تعریف جدید زمان نیز تعداد نوسانات اتم سزیم اندازه‌گیری می‌شود، اینکه چه تعداد از این «تناوب‌ها» در طول یک پدیده اتفاق می‌افتد.

روش‌های ذکرشده در این مقاله، از این جنس اندازه‌گیری‌ها نیستند، اما می‌دانیم در بازه‌های زمانی دیگر منطبق بر تعریف کلاسیکی هستند. دلیلی وجود ندارد که فکر کنیم در بازه‌های زمانی دیگر، این روش بر تعریف موردنظر ما از زمان منطبق نباشد. اما در همینجا به این مشکل می‌خوریم که اصلاً تعریف کلاسیکی ما از زمان در توصیف طول عمر ذرات سودمند است یا نه. از ابتدا مفهوم مورد نظر ما کوانتومی است، پس نیاز به تعریف کوانتومی از طول عمر داریم. در واقع تعریفی از زمان که در اندازه‌گیری طول عمر ذرات انرژی بالا استفاده می‌کنیم، تعمیم تعریف کلاسیکی آن برای پدیده‌های کوانتومی است. طول عمر ذرات معیاری از پایداری آن‌ها است، و زمان مورد نیاز برای تغییر حالت کوانتومی آن، دقیقاً همین را به ما نشان می‌دهد.

## مراجع

- [1] G. Breit and E. Wigner. Capture of slow neutrons. *Phys. Rev.*, 49:519–531, Apr 1936.
- [2] de Oliveira Santos, Francois. Resonant elastic scattering. *EPJ Web Conf.*, 184:01006, 2018.
- [3] David J. Griffiths and Darrell F. Schroeter. *Introduction to Quantum Mechanics*. Cambridge University Press, 3rd edition, 2018.