Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina : Probabilidade e Estatística
AP2 - Primeiro Semestre de 2020
Nome: Fábio de Oliveira Branco

1. (a) Para obter a distribuição de probabilidade normalizando a função, precisamos primeiramente integrar a função:
$\int_1^3 f(x)dx = \int_1^3 \frac{1}{4}\left(x-1\right)\left(3x-2\right)dx = \frac{1}{4} \times \int_1^3 \left(x-1\right)\left(3x-2\right)dx =$
$\frac{1}{4}\left(\int_1^3 3x^2dx - \int_1^3 5xdx + \int_1^3 2dx\right) = \frac{1}{4} \times 3\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^3 - 5\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^3 + [2x]_1^3 =$
$\frac{1}{4}\left(26-20+4\right) = \frac{5}{2}$

normalizando a função obtemos o resultado:
$f(x) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4}(x-1)(3x-2) = \frac{1}{10}(x-1)(3x-2)$

(b) A fórmula para calcular o valor médio da distribuição é:

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x\ f(x)\ dx$$

Calculando o valor médio da distribuição através da fórmula obtemos:
$\mu = \int_1^3 \frac{1}{10}x\left(x-1\right)\left(3x-2\right)dx = \frac{1}{10} \times \int_1^3 x\left(x-1\right)\left(3x-2\right)dx =$
$\frac{1}{10} \times \int_1^3 3x^3 - 5x^2 + 2xdx = \frac{1}{10} \times 3\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^3 - 5\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^3 + 2\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^3 =$
$\frac{1}{10}\left(60 - \frac{130}{3} + 8\right) = \frac{37}{15} \cong 2,47$

(c) Para calcular a variância da distribuição iremos usar a seguinte fórmula:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2\ f(x)\ dx\ \ - \mu^2$$

Calculando o resultado:
$\int_1^3 \frac{1}{10}x^2\left(x-1\right)\left(3x-2\right)dx = \frac{1}{10} \times \int_1^3 x^2\left(x-1\right)\left(3x-2\right)dx$
$\frac{1}{10} \times \int_1^3 3x^4 - 5x^3 + 2x^2dx = \frac{1}{10}(3\left[\frac{x^5}{5}\right]_1^3 - 5\left[\frac{x^4}{4}\right]_1^3 + 2\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^3) =$
$\frac{1}{10}(\frac{726}{5} - 100 + \frac{52}{3}) = \frac{469}{75}$

Agora podemos calcular a variância:
$\sigma^2 = \frac{469}{75} - 2,47^2 \cong 0,15$

2. (a) Para verificar se as expressões são distriuições de probabilidade temos que integrar a função, caso o resultado seja 1 então podemos comprovar que a expressão é uma distribuição de probabilidade.

   $\int_{-1}^{0} 6\left(x^2-1\right)\left(x-x^3\right)dx = 6 \times \int_{-1}^{0}\left(x^2-1\right)\left(x-x^3\right)dx =$
   $6 \times \int_{-1}^{0} -x^5+2x^3-xdx = 6\left(-\int_{-1}^{0}x^5dx+\int_{-1}^{0}2x^3dx-\int_{-1}^{0}xdx\right) =$
   $6\left(-\left(-\frac{1}{6}\right)-\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)\right)=1$

   Verificamos que esta expressão é uma distribuição de probabilidade.

   (b) $\int_{2}^{4}(x-3)(x-2)+1dx = \int_{2}^{4}x^2-5x+7dx = \int_{2}^{4}x^2dx-\int_{2}^{4}5xdx+\int_{2}^{4}7dx = \dfrac{56}{3}-30+14=\dfrac{8}{3}$

   Normalizando a função para obter a distribuição de probabilidade:
   $f(x)=\dfrac{3}{8}(x-3)(x-2)+1$

   (c) $\int_{0}^{1}e^x-edx=\int_{0}^{1}e^xdx-\int_{0}^{1}edx=e-1-e=-1$

   Através da integração da função acima percebemos que a expressão não é uma função de probabilidade, pois seu resultado é menor que zero.