Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina : Probabilidade e Estatística
AP2 - Primeiro Semestre de 2020
Nome: Fábio de Oliveira Branco

1. (a) Para obter a distribuição de probabilidade normalizando a função, precisamos primeiramente integrar a função:
$\int_1^3 f(x)dx = \int_1^3 \frac{1}{4}(x-1)(3x-2)\,dx = \frac{1}{4} \times \int_1^3 (x-1)(3x-2)\,dx =$
$\frac{1}{4}\left(\int_1^3 3x^2dx - \int_1^3 5xdx + \int_1^3 2dx\right) = \frac{1}{4} \times 3\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^3 - 5\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^3 + [2x]_1^3 =$
$\frac{1}{4}(26-20+4) = \frac{5}{2}$

normalizando a função obtemos o resultado:
$f(x) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4}(x-1)(3x-2) = \frac{1}{10}(x-1)(3x-2)$

(b) A fórmula para calcular o valor médio da distribuição é:

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x \; f(x) \; dx$$

Calculando o valor médio da distribuição através da fórmula obtemos:
$\mu = \int_1^3 \frac{1}{10}x(x-1)(3x-2)\,dx = \frac{1}{10} \times \int_1^3 x(x-1)(3x-2)\,dx =$
$\frac{1}{10} \times \int_1^3 3x^3 - 5x^2 + 2xdx = \frac{1}{10} \times 3\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^3 - 5\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^3 + 2\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^3 =$
$\frac{1}{10}\left(60 - \frac{130}{3} + 8\right) = \frac{37}{15} \cong 2,47$

(c) Para calcular a variância da distribuição iremos usar a seguinte fórmula:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \; f(x) \; dx \; - \mu^2$$

Calculando o resultado:
$\int_1^3 \frac{1}{10}x^2(x-1)(3x-2)\,dx = \frac{1}{10} \times \int_1^3 x^2(x-1)(3x-2)\,dx$
$\frac{1}{10} \times \int_1^3 3x^4 - 5x^3 + 2x^2dx = \frac{1}{10}(3\left[\frac{x^5}{5}\right]_1^3 - 5\left[\frac{x^4}{4}\right]_1^3 + 2\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^3) =$
$\frac{1}{10}(\frac{726}{5} - 100 + \frac{52}{3}) = \frac{469}{75}$

Agora podemos calcular a variância:
$\sigma^2 = \frac{469}{75} - 2,47^2 \cong 0,15$

2. (a) Para verificar se as expressões são distriuições de probabilidade temos que integrar a função, caso o resultado seja 1 então podemos comprovar que a expressão é uma distribuição de probabilidade.

$\int_{-1}^{0} 6\left(x^2-1\right)\left(x-x^3\right) dx = 6 \times \int_{-1}^{0} \left(x^2-1\right)\left(x-x^3\right) dx =$
$6 \times \int_{-1}^{0} -x^5 + 2x^3 - xdx = 6\left(-\int_{-1}^{0} x^5 dx + \int_{-1}^{0} 2x^3 dx - \int_{-1}^{0} xdx\right) =$
$6\left(-\left(-\frac{1}{6}\right) - \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right) = 1$

Verificamos que esta expressão é uma distribuição de probabilidade.

(b) $\int_{2}^{4} (x-3)(x-2) + 1dx = \int_{2}^{4} x^2 - 5x + 7dx = \int_{2}^{4} x^2 dx - \int_{2}^{4} 5xdx + \int_{2}^{4} 7dx =$
$\frac{56}{3} - 30 + 14 = \frac{8}{3}$

Normalizando a função para obter a distribuição de probabilidade:
$f(x) = \frac{3}{8}(x-3)(x-2) + 1$

(c) $\int_{0}^{1} e^x - edx = \int_{0}^{1} e^x dx - \int_{0}^{1} edx = e - 1 - e = -1$

Através da integração da função acima percebemos que a expressão não é uma função de probabilidade, pois seu resultado é menor que zero.

3. (a) $P(< 39) = P(Z < -0,095) = 0,5 - 0,0359 = 0,4651$
Resultado aproximado $46,41\%$

(b) $P(x > 42) = P(Z > \frac{42-41}{21}) = P(Z > 0,0476) = 0,5 - 0,0119 = 0,4801$
Resultado aproximado $48,01\%$

(c) $C, P(40 < x < 43) = P(\frac{40-41}{21} < Z < \frac{43-41}{21}$
$P(-0,0476 < Z < 0,095) = 0,0199 + 0,0359 = 0,0558$
Resultado aproximado $5,58\%$