

Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação
Disciplina : Probabilidade e Estatística
AP2 - Primeiro Semestre de 2020
Nome: Fábio de Oliveira Branco

1. (a) Para obter a distribuição de probabilidade normalizando a função, precisamos primeiramente integrar a função:

$$\begin{aligned}\int_1^3 f(x)dx &= \int_1^3 \frac{1}{4} (x-1)(3x-2) dx = \frac{1}{4} \times \int_1^3 (x-1)(3x-2) dx = \\ \frac{1}{4} \left(\int_1^3 3x^2 dx - \int_1^3 5x dx + \int_1^3 2 dx \right) &= \frac{1}{4} \times 3 \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^3 - 5 \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^3 + [2x]_1^3 = \\ \frac{1}{4} (26 - 20 + 4) &= \frac{5}{2}\end{aligned}$$

normalizando a função obtemos o resultado:

$$f(x) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} (x-1)(3x-2) = \frac{1}{10} (x-1)(3x-2)$$

- (b) A fórmula para calcular o valor médio da distribuição é:

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

Calculando o valor médio da distribuição através da fórmula obtemos:

$$\begin{aligned}\mu &= \int_1^3 \frac{1}{10} x (x-1)(3x-2) dx = \frac{1}{10} \times \int_1^3 x (x-1)(3x-2) dx = \\ \frac{1}{10} \times \int_1^3 3x^3 - 5x^2 + 2x dx &= \frac{1}{10} \times 3 \left[\frac{x^4}{4} \right]_1^3 - 5 \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^3 + 2 \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^3 = \\ \frac{1}{10} \left(60 - \frac{130}{3} + 8 \right) &= \frac{37}{15} \cong 2,47\end{aligned}$$

- (c) Para calcular a variância da distribuição iremos usar a seguinte fórmula:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx - \mu^2$$

Calculando o resultado:

$$\begin{aligned}\int_1^3 \frac{1}{10} x^2 (x-1)(3x-2) dx &= \frac{1}{10} \times \int_1^3 x^2 (x-1)(3x-2) dx \\ \frac{1}{10} \times \int_1^3 3x^4 - 5x^3 + 2x^2 dx &= \frac{1}{10} \left(3 \left[\frac{x^5}{5} \right]_1^3 - 5 \left[\frac{x^4}{4} \right]_1^3 + 2 \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^3 \right) = \\ \frac{1}{10} \left(\frac{726}{5} - 100 + \frac{52}{3} \right) &= \frac{469}{75}\end{aligned}$$

Agora podemos calcular a variância:

$$\sigma^2 = \frac{469}{75} - 2,47^2 \cong 0,15$$

2. (a) Para verificar se as expressões são distriuições de probabilidade temos que integrar a função, caso o resultado seja 1 então podemos comprovar que a expressão é uma distribuição de probabilidade.

$$\begin{aligned}\int_{-1}^0 6(x^2 - 1)(x - x^3) dx &= 6 \times \int_{-1}^0 (x^2 - 1)(x - x^3) dx = \\ 6 \times \int_{-1}^0 -x^5 + 2x^3 - x dx &= 6 \left(-\int_{-1}^0 x^5 dx + \int_{-1}^0 2x^3 dx - \int_{-1}^0 x dx \right) = \\ 6 \left(-\left(-\frac{1}{6}\right) - \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) \right) &= 1\end{aligned}$$

Verificamos que esta expressão é uma distribuição de probabilidade.

$$\begin{aligned}(b) \int_2^4 (x-3)(x-2) + 1 dx &= \int_2^4 x^2 - 5x + 7 dx = \int_2^4 x^2 dx - \int_2^4 5x dx + \int_2^4 7 dx = \\ \frac{56}{3} - 30 + 14 &= \frac{8}{3}\end{aligned}$$

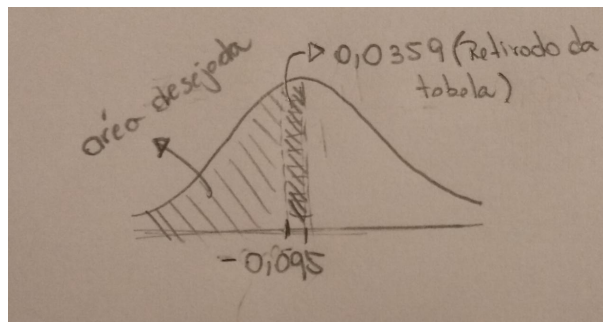
Normalizando a função para obter a distribuição de probabilidade:

$$f(x) = \frac{3}{8}(x-3)(x-2) + 1$$

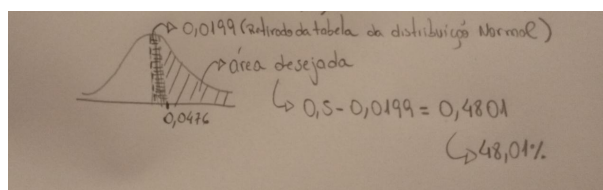
$$(c) \int_0^1 e^x - e dx = \int_0^1 e^x dx - \int_0^1 e dx = e - 1 - e = -1$$

Através da integração da função acima percebemos que a expressão não é uma função de probabilidade, pois seu resultado é menor que zero.

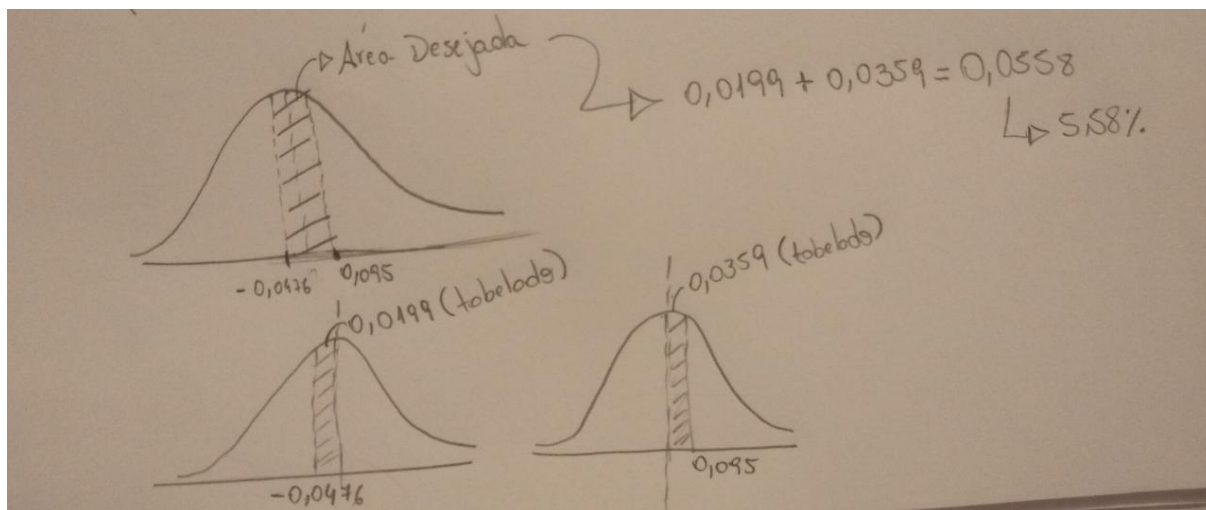
3. (a) $P(< 39) = P(Z < -0,095) = 0,5 - 0,0359 = 0,4651$
Resultado aproximado 46,41%



- (b) $P(x > 42) = P(Z > \frac{42-41}{21}) = P(Z > 0,0476) = 0,5 - 0,0119 = 0,4801$
Resultado aproximado 48,01%



(c) $C, P(40 < x < 43) = P\left(\frac{40 - 41}{21} < Z < \frac{43 - 41}{21}\right)$
 $P(-0,0476 < Z < 0,095) = 0,0199 + 0,0359 = 0,0558$
 Resultado aproximado 5,58%



4. (a) Calculando a média

$$\mu = \frac{32,8+31,1+31,9+38,9+36,0+37,8+31,4+34,9+39,9+33,2+36,8+51,4}{12} = \frac{436,1}{12} \cong 36,341$$

$$l = 32,8^2 + 31,1^2 + 31,9^2 + 38,9^2 + 36,0^2 + 37,8^2 + 31,4^2 + 34,9^2 + 39,9^2 + 33,2^2 + 36,8^2 + 51,4^2 = 16193,1$$

Calculando a estimativa para a variância:

$$\sigma^2 = \frac{1}{11} \times (16193,1 - 12 \times 36,341^2) = \frac{1}{11} \times 345,080628 \cong 31,3710$$

Calculando a raiz quadrada para achar a variância: $\sigma = \sqrt{31,3710} = 5,601$

Aplicando a fórmula para obter o resultado $IC(\mu, \gamma) = 36,341 - Z_{\frac{\gamma}{2}} \frac{5,601}{\sqrt{12}}; X +$

$$Z_{\frac{\gamma}{2}} \frac{5,601}{\sqrt{12}} = 36,341 - 1,96 \frac{5,601}{\sqrt{12}}; 36,341 + 1,96 \frac{5,601}{\sqrt{12}} \text{ Resultado } \cong [33,17; 39,51]$$

(b) Para encontrar a amplitude basta subtrair o valor máximo do intervalo pelo valor mínimo = $39,51 - 33,17 \cong 6,34$