선형대수학

선형대수학 - 벡터와 행렬을 기본 연구대상으로 하는 학문

행렬 A∈R^{m+n} 는 m개의 행과 n개의 열로 이루어진 실수의 직사각형 배열이다.

$$A = \begin{vmatrix} a11 & a12 \\ a21 & a22 \\ a31 & a32 \end{vmatrix} \in \begin{vmatrix} R & R \\ R & R \\ R & R \end{vmatrix}$$

역함수 - 서로를 반대로 만드는 함수

$$\text{역함수} : f^{-1}$$
$$\text{함수 f를 상쇄하는 역할}$$
$$\text{ex1) } f^{-1}(f(x)) = x$$
$$\text{ex2) } g(x) = \sqrt{x}$$

***모든 함수가 역함수를 가지는 것은 아니다.**

벡터 연산

$$\text{벡터 } \overrightarrow{u}\text{와}\overrightarrow{x}\text{가 있다고 가정한다.}$$
$$\overrightarrow{u} = (u_1, u_2, u_3),$$
$$\overrightarrow{x} = (x_1, x_2, x_3)$$

덧셈 : $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{x}=(u_1+x_1,u_2+x_2,u_3+x_3)$
뺄셈 : $\overrightarrow{u}-\overrightarrow{u}=(u_1-x_1,u_2-x_2,u_3-x_3)$
스케일링 : $a\overrightarrow{u}=(au_1,au_2,au_3)$
내적 : $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{x}=(u_1x_1+u_2x_2+u_3x_3)$
외적 : $\overrightarrow{u}*\overrightarrow{x}=(u_2x_3-u_3x_2,u_3x_1-u_1x_3,u_1x_2-u_2x_1)$
길이 : $\|\overrightarrow{u}\|=\sqrt{u_1^2,u_2^2,u_3^2}$

행렬 - 벡터 곱

행렬 A∈R^{m+n} 와 벡터 $\overrightarrow{x}\in R^n$ 의 곱

$$\begin{vmatrix}y_1\\y_2\\y_3\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a11 & a12\\a21 & a22\\a31 & a32\end{vmatrix}\begin{vmatrix}x_1\\x_2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}x_1a11 & x_2a12\\x_1a21 & x_2a22\\x_1a31 & x_2a32\end{vmatrix}or\ \mathrm{x1}\begin{vmatrix}a11\\a21\\a31\end{vmatrix}+\ \mathrm{x2}\begin{vmatrix}a12\\a22\\a32\end{vmatrix}$$

– 행표현 or 열표현–

행표현 : 행렬 A의 각 행$\overrightarrow{x}$의 내적을 계산하여$\overrightarrow{y}$ 계산
열표현 : 행렬 A의 첫번째 열을 x_1배, 두번째 열을 x_2배 한 둘의 합

***선형성 - 두 벡터의 합을 입력했을 때 출력값은 각각의 두 벡터를 함수로 입력했을 때 출력값이 합과 같다는 것**

선형결합 - 선형대수학의 핵심 개념

$$T\begin{vmatrix}x\\y\end{vmatrix}=T(x\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix}+y\begin{vmatrix}0\\1\end{vmatrix})=xT(\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix})+yT(\begin{vmatrix}0\\1\end{vmatrix})$$

여기서 기존의 기저벡터 $\hat{i}=\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix},\hat{y}=\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix}$ 에서

$\hat{i}new=T\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix},\hat{y}new=T\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix}$ 가 새로 생기게 된다.

선형결합 예제

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}, \vec{x} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} \text{ 가 있다고 가정}$$
$$\text{행렬 A를 이용해 } \vec{x} \text{ 벡터를 변환시켰을 때}$$
$$A\vec{x} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 + (-3) \\ 1 + 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

역행렬

자연수의 경우

$$3\text{의 역수} = \frac{1}{3}$$
$$3 * \frac{1}{3} = 1$$

행렬의 경우

$$A * B = i(\text{단위행렬})$$
$$\text{A(행렬), B(A의 역행렬)}$$

역행렬을 구하는 방법 1 - 가우스 소거법

1.행렬에 단위행렬 i를 첨가

2.거기에 기본행연산을 적용

3.왼쪽의 행렬을 단위행렬로 바꾼다.

4.오른쪽 행렬이 A의 역행렬이 된다.

예제

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$$

1.행렬에 단위행렬 첨가

$$\begin{pmatrix} 1 & 3|1 & 0 \\ 2 & 7|0 & 1 \end{pmatrix}$$

2.기본행연산 적용

$$\begin{pmatrix} 1 & 3|1 & 0 \\ 0 & 1|-2 & 1 \end{pmatrix}$$

3.왼쪽의 행렬을 단위행렬로 바꾼다.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0|7 & -3 \\ 0 & 1|-2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3$$

4.오른쪽 행렬이 역행렬이 된다.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

역행렬을 구하는 방법2 - 수반행렬

수반행렬 공식 - 2*2행렬의 경우 사용

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$