

方法精讲-数量 3

主讲教师：牟立志

授课时间：2018.05.26



粉笔公考·官方微信

方法精讲-数量 3（笔记）

本节学习任务：

1. 授课内容：经济利润问题、排列组合与概率

2. 时长：2.5 小时

3. 对应讲义：169 页~174 页

4. 重点内容：

（1）掌握与成本、利润、折扣相关的公式，能准确地计算分段计费问题

（2）掌握常用的排列、组合公式，理解分类与分步的区别，了解枚举法的适用范围

（3）掌握捆绑法、插空法、插板法的适用范围和使用步骤，掌握错位排列的条件识别特征并记住常见的错排数

（4）掌握求概率的两种情况的解题思路，了解正难反易则从反面求解的技巧

课前测验

1. （2017河南）某早餐店试营业主打套餐每份成本8元，售价26元。当天卖不完的主打套餐不再出售，在过去两天时间里，餐厅每天都会准备200份主打套餐，第一天剩余20份主打套餐，第二天全部卖光。问这两天该早餐店主打套餐共盈余多少元？

A. 6680

B. 6840

C. 7000

D. 7160

【解析】1. 同学们主要纠结在 A、B 项，说明同学们在做题时有些细节可能没有考虑到，尤其是选 B 项的同学，一会讲的时候要认真分析错在哪里。【选 A】

2. （2017 山东）某部门从 8 名员工中选派 4 人参加培训，其中 2 人参加计算机培训，1 人参加英语培训，1 人参加财务培训，问不同的选法有多少种？

A. 256

B. 840

C. 1680

D. 5040

【解析】2. 本题是一道简单的初级入门的排列组合问题，正确率不是很高，原因可能在于很多同学没有接触过，不过不会不要紧，学排列组合觉得难的同学可能分为高中没学会或者根本没学过两类，后者相对容易学习，而前者原因在于高中的理论比较深入可能没学会，不过数量关系中排列组合比较基础，跟老师学好方法，学会识别题型就没有问题。【选 B】

第六节 经济利润问题

【知识点】经济利润问题：和钱、生活息息相关。

1. 例：老师作为一个喜欢打篮球的男生想要一双 AJ 篮球鞋，老师的妈妈要买一双送给老师，网上标价 500 元一双，为定价；老师妈妈觉得贵，于是等双十一打五折的时候买，打五折为折扣，花了 250 元买入，250 元为实际的售价；而老板进货价为 50 元，是老板的成本，老板赚了 200 元为利润。这个例子将经济利润问题中涉及的量均表示了出来，经济利润问题研究的就是量和量之间的等量关系。

2. 公式：

(1) 利润=售价-成本=250-50=200。

(2) 利润率=利润/成本=200/50=400%。（注意数量关系中利润率=利润/成本，资料分析中利润率=利润/收入，是两种不同学科中的定义）。

(3) 售价=成本*(1+利润率)。

例①我花 10 块钱买了一辆法拉利，期望获利 20%，求售价。

答：售价=成本*(1+利润率)=10*(1+20%)=12。

例②我以 12 块钱卖出了一辆法拉利，获得了 20%的利润，求成本。

答：售价=成本*(1+利润率)，则成本=售价/(1+利润率)=12/(1+20%)=10。

(4) 折扣=售价/原价。打几折就是按照原来的百分之几十去出售的，比如打五折即按原来的 50%出售；打六折即按原来的 60%出售。折扣率：同学们逛商场时会看到 20%off，这不是打两折的意思，是少收 20%，即打 8 折，20%是折扣

率。

(5) 总价=单价*数量；总利润=单个利润*数量。

例1（2017河南）某早餐店试营业主打套餐每份成本8元，售价26元。当天卖不完的主打套餐不再出售，在过去两天时间里，餐厅每天都会准备200份主打套餐，第一天剩余20份主打套餐，第二天全部卖光。问这两天该早餐店主打套餐共盈余多少元？（ ）

A. 6680

B. 6840

C. 7000

D. 7160

【解析】例 1. 方法一：关于钱数是经济利润问题，问盈余多少，即问利润为多少。利润=售价-成本，每天准备 200 份，每份成本 8 元，则总成本为 $(200+200)*8$ ，售价即卖出的钱数，第一天准备了 200 份，剩余 20 份，则第一天卖出 180 份，第二天全卖光，则第二天卖出了 200 份，所以总售价为 $(180+200)*26$ ，利润=售价-成本= $(180+200)*26-(200+200)*8=380*26-400*8$ 。本题选项尾数都为 0，不能看倒数第一位，看倒数第二位，去掉一个 0，所以式子去掉 0 为 $38*26-40*8$ ，尾数 $8-0$ 为 8，只有 A 项符合。

方法二：题目问利润，利润=赚的部分-亏的部分，本题卖出了 380 份，一份成本为 8，售价为 26，所以一份赚了 18 元，但注意结果不是 $380*18$ ，此时有 20 份没卖，属于亏本的部分，需要减掉，所以利润= $380*18-20*8$ ，结果对应 A 项。

【选 A】

例 2（2018 浙江）小王购买甲、乙两种特价商品。甲商品打八折后每件 52 元，乙商品打八五折后每件 34 元，小王购买这些商品总共比打折前节省了 83 元。问他购买这两种特价商品总共支出了多少元？（ ）

A. 544

B. 445

C. 427

D. 362

【解析】例 2. 方法一：问支出多少钱，由“甲商品打八折后每件 52 元”可知，甲原来的价钱 $*80\%=52$ ，所以甲的原价= $52/80\%=65$ 元，由“乙商品打八五折后每件 34 元”可知，乙的原价= $34/85\%=40$ 元，此时一个甲省 13 元，一个乙省 6

【知识点】分段计价：考得较多，且比较简单，是必拿分的题目。

1. 在生活中，水电费、煤气费、出租车计费等，每段计费标准不等。用得越多，反而越贵。比如买东西，买得越多越便宜，问：在不同收费标准下，一共需要的费用？

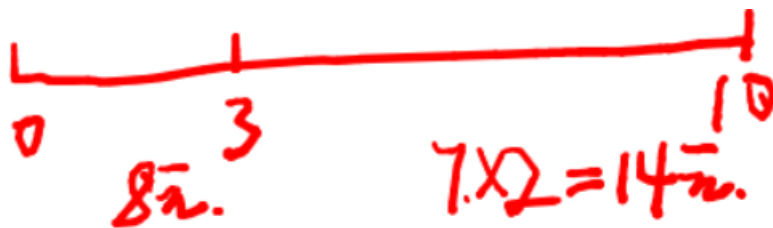
2. 计算方法：

(1) 按标准，分开。

(2) 计算后，汇总。

例：某地出租车收费标准为：3 公里内 8 元，超出 3 公里，每公里 2 元，志哥坐车走了 10 公里，共花费多少钱？

答：分段计价问题，两步走：①按标准分开，总共走了 10 公里，3 公里内为 8 元，3~10 公里为 7 公里，每公里 2 元，花费 14 元。②汇总：8+14=22 元。



例 5（2017 江西）某市出租车的计费方式如下：路程在 2 公里以内（含 2 公里）为 8 元；达到 2 公里后，每增加 1 公里收费 1.9 元；达到 8 公里以后，每增加 1 公里收费 2.1 元，增加不足 1 公里时按四舍五入计算。某乘客乘坐这种出租车交了 44.6 元车费，则该乘客乘坐此出租车行驶的路程为（ ）。

A. 18 公里

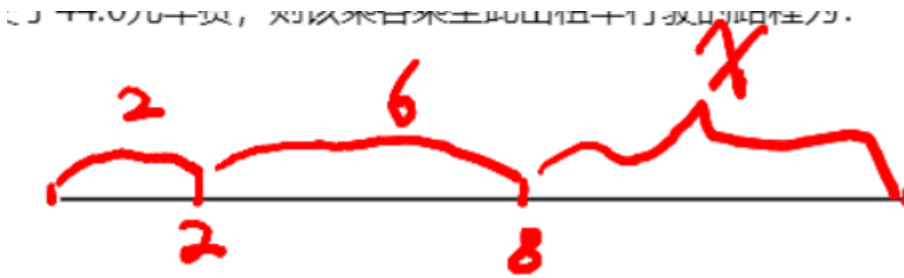
B. 19 公里

C. 20 公里

D. 21 公里

【解析】例 5。“增加不足 1 公里时按四舍五入计算”：如增加 0.4 公里，根据四舍五入原则舍掉，则不收钱，如增加 0.6 公里，根据四舍五入原则进上去，多收 1 公里的钱。给钱数算公里数，标准 1：2 公里内花费 8 元；标准 2：2~8 公里为 6 公里，每公里 1.9 元，花费：1.9*6=11.4 元，相加<20 元，说明还没有结束，设 8 公里之后走了 x 公里，花费 2.1x 元。汇总：8+11.4+2.1x=44.6，2.1x=25.2，解得 x=12，本题没有坑，如果选项有 12，不能选，8 公里之外走了

12 公里，则总共走了 $8+12=20$ 公里。【选 C】

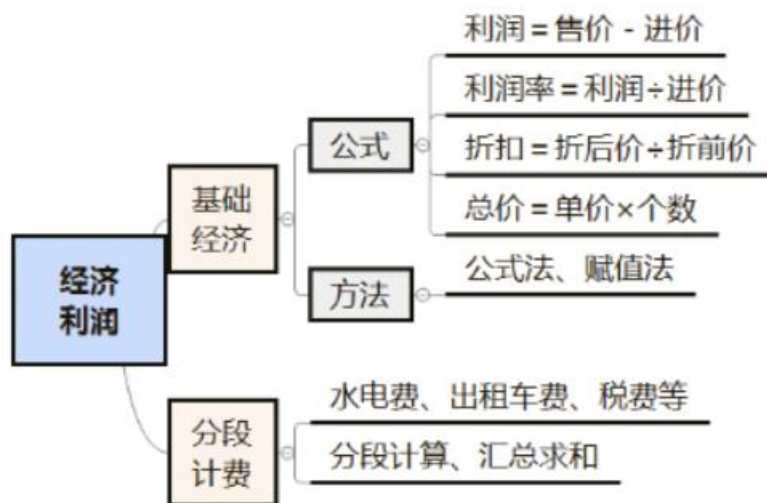


例 6（2016 河南）贾某在停车场停车，每个月前几个小时内收费的基础价格为 5 元/小时，之后按照基础价格的 90% 收费，某月贾某的停车时间为 120 小时，共交了 545 元，则按照基础价格停车的时间为多少小时？（ ）

- A. 8 B. 10
C. 15 D. 20

【解析】例 6. 基础价格为 5 元/小时，“之后按照基础价格的 90%收费”说明之后每小时收费 4.5 元，给总钱数，求标准，假设到 x 处是标准的分界点，0~x 小时花费 5x 元，剩余部分花费 4.5*(120-x)，汇总： $5x+4.5*(120-x)=545$ ， $0.5x=5$ ，解得 $x=10$ 。【选 B】

【答案汇总】 1-5: ADCCC; 6: B



【小结】经济利润问题:

1. 基础经济:

(1) 了解公式和等量关系。

(2) 方法:

①公式法: 求具体价格, 如钱数(元)、成本、利润、售价、定价。

②赋值法: 给比例, 求比例, 没有数据需要赋值, 赋值多少对于结果无影响,

习惯赋值成本为好算的数, 如赋值成本为 100。

2. 分段计费: 分段计算, 汇总求和。

第七节 排列组合与概率

一、基础题型

【知识点】排列组合:

不要着急计算, 最后尾数法排

1. 两个原理、两个概念、N多题型。

2. 两个原理: 分类与分步。

(1) 分类(要么……要么……)相加→一步到位, 拿出来哪一个都好使。

(2) 分步(先……后……)相乘→一步不好使, 必须都完成。

例: 我每天从家 A 点到公司 B 点上班。

①有多种出行方式, 可以坐公交、挤地铁、开车、开飞机, 无论选择何种方式, 都可以完成从 A 到 B, 一步到位是分类, 分类相加。如公交有 2 辆, 地铁有 2 趟, 汽车有 10 辆, 飞机有 3 架, 问从 A 到 B 有多少种方式?

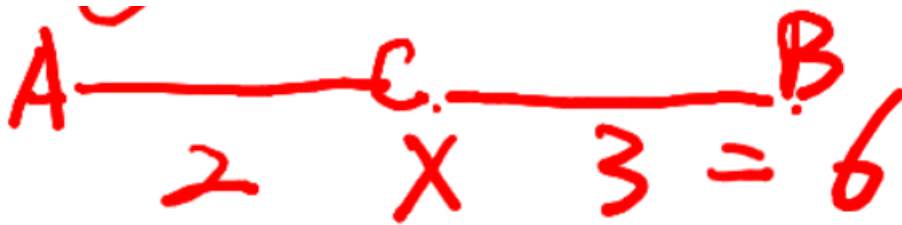
“要么...” **相加** → 一步到位, 拿出来哪一个都好使

$$\begin{array}{c}
 \text{A} \xrightarrow{\text{有 (2)}} \text{B} \\
 \text{A} \xrightarrow{\text{也 (2)}} \text{B} \\
 \text{A} \xrightarrow{\text{有 (10)}} \text{B} \\
 \text{A} \xrightarrow{\text{有 (3)}} \text{B}
 \end{array}$$

“先...后...” **相乘** → 一步不好使, 必须都完成

答: 分类相加: $2+2+10+3=17$ 。

②从 A 出发，先到地铁站 C 点买煎饼果子，再坐地铁到 B 点上班。“先……再”是分步，分步用乘法，从 A 到 C 有 2 种选择，从 C 到 B 有 3 种选择，问从 A 到 B 有多少种方法？



答：分步用乘法： $3 \times 2 = 6$ 。

3. 排列与组合：

(1) 排列：与顺序有关。

(2) 组合：与顺序无关。

(3) 判定标准：从主体当中任意的挑出两个，调换顺序。

①对结果有影响，与顺序有关 (A)，是排列。

②对结果无影响，与顺序无关 (C)，是组合。

(4) 例：

①从七个葫芦娃中，任选两个一起去救爷爷。

答：黄色是二娃，最上面是大娃，先选大娃再选二娃，或先选二娃再选大娃，都是大娃和二娃的组合，对结果无影响，用组合 C (7, 2)。

②从七个葫芦娃中，任选两个一起去救爷爷(第一个去探路，第二个去打架)。

答：大娃力气大，二娃千里眼、顺风耳，大娃打架效果好，二娃探路效果好，如果让力工大娃探路、技术工种二娃打架，就是“送人头”，无法救回爷爷，调换顺序对结果有影响，用排列 A (7, 2)。

4. 计算方法：

(1) $A(7, 2) = 7 \times 6$, $A(7, 3) = 7 \times 6 \times 5$, $A(8, 4) = 8 \times 7 \times 6 \times 5$ 。

(2) $C(7, 2) = A(7, 2) / [A(2, 2)] = 7 \times 6 / 2$, $C(7, 3) = A(7, 3) / [A(3, 3)] = 7 \times 6 \times 5 / (3 \times 2 \times 1) = 35$, $C(7, 4) = A(7, 4) / [A(4, 4)] = 7 \times 6 \times 5 \times 4 / (4 \times 3 \times 2 \times 1) = 35$ 。C (7, 3) = C (7, 4)，上角标的 $3+4=7$ ，同理：C (7, 5) = C (7, 2)，C (10, 3) = C (10, 7)，算 C (10, 7) 复杂，可以转化为 C (10, 3)。

例 1 (2017 山东) 某部门从 8 名员工中选派 4 人参加培训, 其中 2 人参加计算机培训, 1 人参加英语培训, 1 人参加财务培训, 问不同的选法有多少种? ()

- A. 256
B. 840
C. 1680
D. 5040

【解析】例 1. 排列组合问题, 要有身临其境的感觉, 要想选人, 需要从 8 人中, 选出 2 人学计算机、1 人学英语、1 人学财务, 从 8 人中选 2 人学计算机, 先选甲后选乙, 与先选乙后选甲无差别, 两人都是学习计算机, 对结果无影响, 无顺序用组合 $C(8, 2)$, 从剩余 6 人中找 1 人学英语为 $C(6, 1)$, 从剩余 5 人中选 1 人学财务为 $C(5, 1)$, “先……再” 分步用乘法: $C(8, 2) * C(6, 1) * C(5, 1) = 8 * 7 / 2 * 6 * 5 = 28 * 30 = 840$ 。【选 B】

【注意】先从 8 人中选 4 人参加培训, 再从 4 人中选 2 人学计算机, 再从 2 人中选 1 人学英语, 剩余 1 人学财务, 最后相乘, 列式: $C(8, 4) * C(4, 2) * C(2, 1) * C(1, 1)$ 。

例 2 (2017 重庆) 某交警大队的 16 名民警中, 男性为 10 人, 现要选 4 人进行夜间巡逻工作, 要求男性民警不得少于 2 名, 问有多少种选人方法? ()

- A. 1605
B. 1520
C. 1071
D. 930

【解析】例 2. 问有多少种选人方法, 排列组合问题。

方法一: 要求男性民警不得少于 2 名, 有多种情况, 需要分类: (1) 2 男 2 女: 16 个民警, 男的为 10 人, 女的为 6 人, 从 10 个男的中选 2 人, 没有顺序用 $C(10, 2)$, 从 6 个女的中选 2 个女的, 没有顺序用 $C(6, 2)$, 选人有先后, 分步用乘法: $C(10, 2) * C(6, 2) = 45 * 15$; (2) 3 男 1 女: $C(10, 3) * C(6, 1) = 10 * 9 * 8 / 6 * 6 = 720$; (3) 4 男 0 女: $C(10, 4) = 210$ 。分类是一步到位, 2 男 2 女满足条件, 3 男 1 女满足条件, 4 男 0 女满足条件, 每一类单独拿出来都满足, 一步到位, 是分类, 用加法: $45 * 15 + 720 + 210$, 先看尾数, 尾数是 5, 仅 A 项满足。

方法二: 正向情况比较多, 共 3 种, 正难则反: 正=全-反, 全部是从 16 人中选出 4 人, 减去不满足的, 不少于的反面是少于, 列式: $C(16, 4) - 1 \text{ 男 } 3 \text{ 女}$

$-0 \text{ 男 } 4 \text{ 女} = C(16, 4) - C(10, 1) * C(6, 3) - (6, 4)$ 。【选 A】

例 3 (2016 北京) 某次专业技能大赛有来自 A 科室的 4 名职工和来自 B 科室的 2 名职工参加。结果有 3 人获奖且每人的成绩均不相同。如果获奖者中最多只有 1 人来自 B 科室, 那么获奖者的名单和名次顺序有多少种不同的可能性? ()

- A. 48
B. 72
C. 96
D. 120

【解析】例 3. 先分析满足的情况: 最多只有 1 人来自 B 科室, 分情况讨论:
(1) 1B2A: 从 B 科室中选 1 个: $C(2, 1)$, 从 A 科室中选 2 个: $C(4, 2)$, 3 人获奖顺序不同, 故有 $C(2, 1) * C(4, 2) * A(3, 3) = 72$ 种。(2) 0B3A: 从 A 科室中选 3 个, 有名次顺序, 故有 $C(4, 3) * A(3, 3) = 24$ 种。共有 $72 + 24 = 96$ 种。【选 C】

【注意】先确定名单, 再排顺序。

例 4 (2015 国考) 餐厅需要使用 9 升食用油, 现在库房里库存有 15 桶 5 升装的, 3 桶 2 升装的, 8 桶 1 升装的。问库房有多少种发货方式, 能保证正好发出餐厅需要的 9 升食用油? ()

- A. 4
B. 5
C. 6
D. 7

【解析】例 4. 问有多少种发货方式, 排列组合问题。做排列组合没有思路的时候可以先观察选项, 选项的数都比较小, 考虑枚举法: (1) 1 桶 5 升 2 桶 2 升 0 桶 0 升。(2) 1 桶 5 升 1 桶 2 升 2 桶 1 升。(3) 1 桶 5 升 0 桶 2 升 4 桶 1 升。(4) 0 桶 5 升 3 桶 2 升 3 桶 1 升。(5) 0 桶 5 升 2 桶 2 升 5 桶 1 升。(6) 0 桶 5 升 1 桶 2 升 7 桶 1 升。共有 6 种。【选 C】

【注意】1. 枚举法: 观察选项如果数不大, 一个个枚举出来也是不错的。

2. 注: 别查漏了, 最好按照一个标准, 从大到小, 或者从小到大。

【答案汇总】1-4: BACC

【知识点】特定题型：

1. 不在头、尾。
2. 相邻。
3. 不相邻。
4. 同素分队。
5. 错位排列。

【知识点】1. 不在头、尾。

2. 例子：

(1) 有 5 个人：李雷、韩梅梅、林涛、露西、丽丽。五人站排，有多少情况？

答：排列有顺序，有 $A(5, 5)$ 种。

(2) 有 5 个人：李雷、韩梅梅、林涛、露西、丽丽。五人站排，涛哥不在排头，问：有几种排列情况？

答：一共 5 个位置，林涛排头不选，剩下 4 个位置，有 4 种选择；剩下 4 个人没有要求，有 $A(4, 4)$ 种。林涛先排再排其他人，分步用乘法：有 $4 * A(4, 4)$ 种。

【知识点】1. 相邻。

2. 方法（捆绑法）：

(1) 先捆，把相邻的捆绑起来，考虑内部顺序。

(2) 后排，把捆后的“胖子”与其他排列。

3. 例子：

问：5 个人：李雷、韩梅梅、林涛、露西、丽丽。问：五人站排，露西和丽丽挨着，有几种情况？

答：挨着属于相邻问题，采用捆绑法。先捆：露西和丽丽相邻，内部有顺序，有 $A(2, 2)$ 种。后排：捆完以后看成一个人，和另外 3 人排序，有 $A(4, 4)$ 种。分步用相乘：共有 $A(2, 2) * A(4, 4)$ 种。

二、特殊题型

例 1（2016 国考）为加强机关文化建设，某市直属机关在系统内举办演讲比赛，3 个部门分别派出 3、2、4 名选手参加比赛，要求每个部门的参赛选手比赛顺序必须相连。问不同参赛顺序的种数在以下哪个范围之内？（ ）

- A. 小于 1000 B. 1000~5000
C. 5001~20000 D. 大于 20000

【解析】例 1. 排列组合问题。关键词：相连，相邻问题采用捆绑法。先捆后排。先把相邻的捆在一起，再排部门之间的顺序： $A(3,3) * A(2,2) * A(4,4) * A(3,3) = 6 * 2 * 24 * 6 = 72 * 24 = 1000^+$ ，对应 B 项。【选 B】

【知识点】不相邻：

1. 李雷、韩梅梅、林涛、露西、丽丽。问：五人站排，露西和丽丽不挨着，有几种情况？

答：

(1) 先将可以相邻的进行排列，露西和丽丽不相邻，剩下 3 个人排，有顺序，有 $A(3, 3)$ 种。3 个人产生 4 个空位。

(2) 把不相邻的 2 个人插入 4 个空中, 有顺序, 有 $A(4, 2)$ 种。

(3) 分步用相乘, 共有 $A(3, 3) * A(4, 2)$ 种情况。

2. 方法（插空法）。

(1) 先将可以相邻的进行排列，排列后形成若干个空位。

(2) 再将不相邻的插入到形成的空位中去。

3. 注：谁不相邻，拿谁插空。

例 2 (2017 云南) 某兴趣组有男女生各 5 名, 他们都准备了表演节目, 现在需要选出 4 名学生各自表演 1 个节目, 这 4 人中既要有男生, 也要有女生, 且不能由男生连续表演节目, 那么, 不同的节目安排有多少种? ()

- A. 3600
B. 3000
C. 2400
D. 1200

【解析】例 2. 男生有 5 个，女生有 5 个，选 4 个人，其中既要有男生又要

有女生，并且男生不能连续表演。分类讨论：(1) 1男3女。5个男生选1个， $C(5,1)$ ，5个女生选3个， $C(5,3)$ ，节目的安排有顺序，共有4个节目，分步用乘法，有 $C(5,1) * C(5,3) * A(4,4) = 1200$ 。(2) 2男2女。先选人： $C(5,2) * C(5,2)$ ；先排女生，有顺序， $A(2,2)$ ，产生3个空位，从3个空中选2个，有顺序， $A(3,2)$ 。分步用乘法，有 $C(5,2) * C(5,2) * A(2,2) * A(3,2) = 1200$ 种。共有 $1200 + 1200 = 2400$ 种。【选C】

【注意】不能选3个男的，3个男的必定会出现连续表演节目的情况。

【知识点】同素分堆：相同元素分成几堆，问情况数有多少种？例：7个相同的苹果分给三个小盆友，每人至少分一个，有多少种分法？

答：7个苹果分给3个小朋友，相当于分成3堆。7个苹果产生8个空位，最左边和最右边不能插板，因此7个苹果产生6个可以插板的空。插一个板分成2堆，要分3堆要插2个板，即在6个空中插2个板。把板调换顺序对结果没有影响，故用组合，有 $C(6,2)$ 种。

【知识点】方法（插板法）：

1. M个元素有M-1个空位，分N堆，需要N-1个板子。
2. 至少分一个共有 $C(M-1, N-1)$ 方法。

例3（2016深圳事业单位）将9封相同的信投入3个不同的信箱，且每个信箱至少投入一封信，不同的投法有（ ）种。

- | | |
|-------|-------|
| A. 18 | B. 21 |
| C. 28 | D. 36 |

【解析】例3. 相同的信封即相同的元素，投入3个不同的信箱即分成3堆。 $C(\text{空}, \text{板}) = C(8, 2) = 8 * 7 / 2 = 28$ 。【选C】

【知识点】同素分堆。

1. 问题：10个相同的苹果分给三个小盆友，每人至少分两个，有多少种分法？

答：“至少分两个”转化为“至少分一个”，3个人假设为甲、乙、丙，先一人分一个，还剩7个苹果，再每人至少分一个，即此时每人至少分2个苹果。7个苹果分给3个人每人至少1个，有 $C(6, 2)$ 种。

2. 方法（插板法）：

（1）至少2个，先每人分 $2-1=1$ 个。

（2）再按照至少分1个分。

例4（2014 广州）某办公室接到15份公文的处理任务，分配给甲、乙、丙三名工作人员处理。假如每名工作人员处理的公文份数不得少于3份，也不得多于10份，则共有多少种分配方式？（ ）

A. 15

B. 18

C. 21

D. 28

【解析】例4. 题目没有说公文不一样，默认为一样。至少分3个，先每人分2个，转化为至少分1个。每人先分2个，分出去了6个，还剩 $15-6=9$ 个，9个文件产生8个空，3个人用2个板，有 $C(8, 2)=8*7/2=28$ 种。**【选D】**

【注意】不得多于10份是“废话”。按最极端的分配3、3、9，也不会多于10份。

【注意】排列组合不要想太多，做对的方法只有一个，做错的方法却有很多，不要天马行空的想象。

【知识点】错位重排：

1. 例子：你、我、他一人拿出一支袜子，每个人都不闻自己，有几种情况？每个人都不拿原来的东西，顺序完全打乱，错位重排。

2. 记住公式： $D_1=0$ ； $D_2=1$ ； $D_3=2$ ； $D_4=(D_2+D_3)*3=9$ ； $D_5=(D_3+D_4)*4=44$ ， $D_6=(D_4+D_5)*5=53*5=265$ （ D_4 和 D_5 考的最多）。

例5（2015 山东）某单位从下属的5个科室各抽调了一名工作人员，交流到其他科室，如每个科室只能接收一个人的话，有多少种不同的人员安排方式？（ ）

A. 120

B. 78

C. 44

D. 24

【解析】例 5. 交流到其他科室，原本的员工不回到自己的科室，5 个元素的错位重排， $D_5=44$ 种。【选 C】

【知识点】错位重排：

1. 变型：A、B、C、D、E、F，6 个人一人拿出一支袜子，只有 A 闻自己的袜子，有几种情况？

答：6 个人只有 A 闻自己的，剩余 5 个人错位重排， $D_5=44$ 种。

2. 变型：A、B、C、D、E、F，6 个人一人拿出一支袜子，只有一个人闻自己的袜子，有几种情况？

答：只有 1 个人闻自己的，不确定是 6 个人中的哪一个人闻自己的，那么 6 个人有 6 种情况，剩余 5 个人错位重排， $D_5=44$ ，分步用乘法，有 $6*44$ 种情况。

3. 变型：A、B、C、D、E、F，6 个人一人拿出一支袜子，有两个人闻自己的袜子，有几种情况？

答：有 2 个人闻自己的，从 6 个人中选 2 个人，没有顺序， $C(6, 2)$ ，剩余 4 个人错位排列， $D_4=9$ 种，分步用乘法，一共有 $C(6, 2)*9$ 种情况。

【答案汇总】1-5：BCCDC

三、概率问题

【知识点】概率问题：

1. 给情况求概率：直接运用公式，公式：概率 $P=满足/全部$ 。

(1) 例：在一个筐里面，有 3 个 A 球，2 个 D 球，1 个 C 球，4 个 D 球，问摸到 A 球的概率为多少？

答： $P=3/10$ 。

(2) 拓展：如果问摸到不是 D 球的概率， $P=(3+2+1)/10=6/10$ ，也可以利用正难则反的思维， $P=1-4/10=6/10$ 。

2. 给概率求概率：

(1) 分类: $P(A) = P_1 + P_2 + \dots + P_n$, 例: 假设老师中 500 万的概率为 0.5, 中 300 万的概率为 0.3, 中 100 万的概率为 0.1, 那么老师中奖的概率为 $0.5 + 0.3 + 0.1 = 0.9$ 。

(2) 分步: $P(A) = P_1 * P_2 * \dots * P_n$, 例: 假设老师遇到艳遇的概率为 0.8, 那么老师既中奖又有艳遇的概率 $= 0.9 * 0.8 = 0.72$ 。

3. 注: 正难则反: 满足概率 $= 1 - \text{不满足概率}$ 。

例 1 (2017 河北) 小王从编号分别为 1、2、3、4、5 的 5 本书中随机抽出 3 本, 那么, 这 3 本书的编号恰好为相邻三个整数的概率为 ()。

- A. $1/2$
- B. $2/5$
- C. $3/10$
- D. $3/5$

【解析】例 1. 概率问题, 属于给情况求概率, 概率 $= \text{满足条件数} / \text{总数}$, 从 5 本书中随机抽出 3 本, 总数为 $C(5, 3)$, 满足的情况: 123、234、345 三种情况, 满足条件的数为 3, 因此概率 $= 3 / C(5, 3) = 3/10$ 。【选 C】

例 2 (2017 国考) 某集团企业 5 个分公司分别派出 1 人去集团总部参加培训, 培训后再将 5 人随机分配到这 5 个分公司, 每个分公司只分配 1 人。则 5 个参加培训的人中, 有且仅有 1 人在培训后返回原分公司的概率 ()。

- A. 低于 20%
- B. 在 20%~30% 之间
- C. 在 30%~35% 之间
- D. 大于 35%

【解析】例 2. 概率问题, 给情况求概率, 概率 $= \text{满足} / \text{全部}$ 。所有的情况: 5 个人任意分配到 5 个分公司的总情况为 $A(5, 5)$; 满足只有 1 人培训后返回原公司的情况数为: 5 人中任选 1 人返回原公司, 每个人都有可能, 共有 5 种选择, 再将剩下 4 人错位排列 D_4 , 分步用乘法, $5 * D_4 = 5 * 9$ 。则所求概率 $= \text{满足条件数} / \text{总数} = 5 * 9 / A(5, 5) = 3/8 = 12.5\% * 3 = 37.5\%$ 【选 D】

例 3 (2016 江苏) 一辆公交车从甲地开往乙地需经过三个红绿灯路口, 在这三个路口遇到红灯的概率分别是 0.4、0.5、0.6, 则该车从甲地开往乙地遇到红灯的概率是 ()。

A. 0.12

B. 0.50

C. 0.88

D. 0.89

【解析】例 3. 概率问题，属于给概率求概率，问遇到红灯的概率，正面考虑繁琐，利用逆向思维，正难则反。遇到红灯的反面为不遇到红灯的概率，三个路口，每个路口都不遇到红灯，属于分步，用乘法，那么不遇到红灯概率 $= (1-0.4) * (1-0.5) * (1-0.6) = 0.6 * 0.5 * 0.4 = 0.12$ ，遇到红灯的概率 $= 1 - 0.12 = 0.88$ 。【选 C】

例 4（2017 北京）某单位从 10 名员工中随机选出 2 人参加培训，选出的 2 人全为女性的概率正好为 $1/3$ 。则如果选出 3 人参加培训，全为女性的概率在以下哪个范围内？（ ）

A. 低于 15%

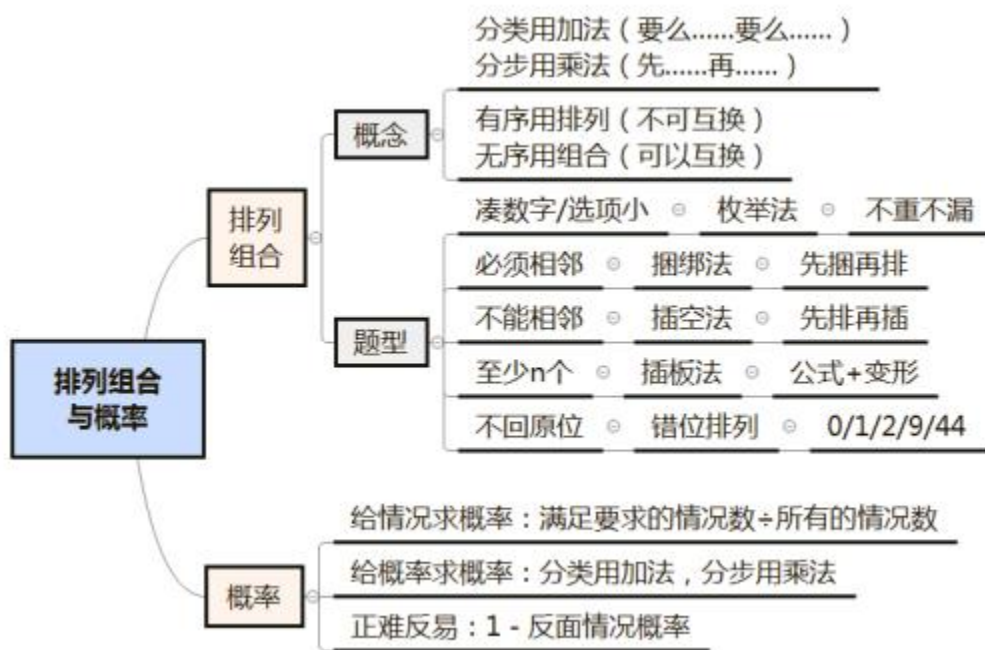
B. 15%到 20%之间

C. 20%到 25%之间

D. 高于 25%

【解析】例 4. 概率问题，属于给情况求概率。根据题意， $1/3 = \text{满足} / \text{全部的}$ 。总情况数：10 个员工里面选 2 个人，没有顺序，用 C 来表示， $C(10, 2)$ ；满足的情况：女生人数未知，设女性共有 x 人，有 $C(x, 2)$ 种情况。那么 $1/3 = C(x, 2) / C(10, 2) = x(x-1) / 10 * 9$ ，整理为 $x(x-1) = 30$ ，相邻两个数字相乘为 30，应是 $5 * 6 = 30$ ，那么 $x = 6$ 。在 10 人中有 6 名女性，那么选出 3 人均为女性的概率 $P = C(6, 3) / C(10, 3) = 6 * 5 * 4 / 10 * 9 * 8 = 1/6 \approx 16.7\%$ 。【选 B】

【答案汇总】1-4: CDCB



【小结】排列组合与概率：

1. 排列组合：（1）概念：①分类用加法（要么……要么……）；②分步用乘法（先……再……）；③有序用排列（不可互换）；④无序用组合（可以互换）。

（2）题型：①凑数字/选项小，枚举法，不重不漏；②必须相邻，捆绑法，先捆再排。③不能相邻，插空法，先排再插。④至少 n 个，插板法，公式+变形。⑤不回原位，错位排列，0/1/2/9/44。

2. 概率：（1）给情况求概率：满足要求的情况数/所有的情况数。

（2）给概率求概率：分类用加法，分步用乘法。

（3）正难反易：1-反面情况概率。

1. （2017 江西）某公司研发出了一款新产品，当每件新产品的售价为 3000 元时，恰好能售出 15 万件。若新产品的售价每增加 200 元时，就要少售出 1 万件。如果该公司仅售出 12 万件新产品，那么该公司新产品的销售总额为：

- A. 4.72 亿元
- B. 4.46 亿元
- C. 4.64 亿元
- D. 4.32 亿元

【解析】1. 方法一：常规思路总的钱数=单价*数量，数量已知为 12 万件，根据题意，从 15 万件到 12 万件，价格每少 1 万件，增加 200 元，少了 3 万件，增加 600 元，单价=3000+600=3600，那么钱数=3600*12 万=4.32 亿元。

方法二：利用 $A=B \times C$ ，倍数特性中的整除特性。数量为 12，单价为 x ，12 是整数，单价也是整数，那么总钱数是 12 的倍数， $12=3 \times 4$ 。观察选项，能被 4 整除的看末两位，排除 B 项 4.46 亿元；看能被 3 整除的，看各位数字加和，A 项各位数字加和为 13，排除；C 项各位数字加和为 14，排除，因此只有 D 项满足。**【选 D】**

2. (2017 广东) 单位工会组织拔河比赛，每支参赛队都由 3 名男职工和 3 名女职工组成。假设比赛时要求 3 名男职工的站位不能全部连在一起，则每支队伍有几种不同的站位方式？

- A. 432 B. 504
C. 576 D. 720

【解析】2. 要求 3 名男职工不能全部连在一起，可以 2 个男的挨着，中间隔一个女的，男男女女，也有可能三个男的都不挨着，考虑的情况比较多，正难则反，考虑反面，不能全部连在一起的反面是三个男的挨在一起，相邻问题，捆绑法。3 个男的捆绑，有内部顺序， $A(3, 3)$ ，作为一个整体再与剩下的 3 个女职工排序，即 $A(3, 3) \times A(4, 4)$ ，3 名男职工的站位不能全部连在一起 = 全部 - 三个男的挨着在一起 = $A(6, 6) - A(3, 3) \times A(4, 4) = 720 - 144 = 576$ 。**【选 C】**

【答案汇总】第六节经济利润问题：1-5：ADCCC；6：B

第七节排列组合与概率：

一、基础题型：1-4：BACC

二、特殊题型：1-5：BCCDC

三、概率问题：1-4：CDCB

遇见不一样的自己

Come to meet a different you