

# 方法精讲-数量 1

主讲教师：牟立志

授课时间：2018.05.24



粉笔公考·官方微信

## 方法精讲-数量 1（笔记）

### 数量关系方法精讲 1

本节学习任务：

1. 授课内容：代入排除法、数字特性法、方程法。
2. 时长：2.5 小时。
3. 对应讲义：156 页～162 页。
4. 重点内容：
  - （1）掌握代入排除法的适用范围。
  - （2）掌握奇偶特性的条件特征与使用方法。
  - （3）掌握倍数特性的基础知识、判定法则，以及余数型和比例型的解题思路。
  - （4）掌握设未知数的技巧，熟悉不定方程的三种特性分析方法，了解赋零法的运用前提和运用方法。

### 【注意】

#### 1. 课堂小贴士：

- （1）认真的学习态度，要么玩，要么学，玩的时候玩得痛快，学的时候心无杂念，认真去学，拿着纸笔听课，这是对于自己和梦想的尊重。
- （2）听懂打 1，不懂打 0。每道题或每个知识点讲完之后，需要大家给予反馈，数学的知识点之间有衔接，需要保证大家都听懂才能继续，数学比较难，但不要怕，遇到不懂的地方可以提出来，老师会想办法在合适的时间进行解答。开始可以不会，通过学习学会了便是进步。
- （3）跟上节奏：网络课程人数多、授课节奏相对较快，如果只有 1～2 人不懂，为了整体节奏会继续讲，不会的同学无需着急，先把时间点记下来，然后把问题打在公屏上，老师看到会回答，如果老师没有回复，可以课后回放，如果依旧不会，一般 9:30 下课，有问题可以到微博私信，备注 1 班学员，会优先解答。每节课提前 15 分钟答疑。

#### 2. 国考数量：

(1) 题量：10 道（地市）或 15 道（副省）。地市级考 10 道题，副省级考 15 道题。

(2) 分值：0.7 分/道。性价比比较低，且难度较高。资料、言语、判断很重要，但对手也在学，很难拉开差距，学会他人忽略的数量，便是赢对手的机会。

(3) 要求：10~15 分钟，对一半以上。数量的平均正确量为 2~3 个，稍微努力可以做对 5~6 个，差距约为 3 道题→2 分，但不要小看 2 分，很多人差 0. 几分没进面，数量再努力一点便赢了。

### 3. 数学运算：四天安排。

(1) 三大方法（第一天）：代入排除、数字特性、方程法。

(2) 六大题型：工程问题、行程问题、经济利润、排列组合、容斥原理、几何问题。接下来三天中，每天讲两个高频题型，总结方法和套路，一劳永逸。

(3) 学霸养成：最值、周期、溶液等，很重要，但并非每年都考，考频相对较低，不定期推送，看好课程包，有课就上，技多不压身。

### 课前测验

1. （2015 国考）小李的弟弟比小李小 2 岁，小王的哥哥比小王大 2 岁、比小李大 5 岁。1994 年，小李的弟弟和小王的年龄之和为 15。问 2014 年小李与小王的年龄分别为多少岁：

A. 25, 32

B. 27, 30

C. 30, 27

D. 32, 25

【解析】1. 85%的正确率，比较简单，还有 15%的同学做错了，一会可以在讲课中看下自己做错的原因。

2. （2017 福建）如右图，一个正方体的表面上分别写着连续的 6 个整数，且每两个相对面上的两个数的和都相等，则这 6 个整数的和为：

A. 53

B. 52

C. 51

D. 50

【解析】2. 80%的正确率，比较简单。

3. (2017 河南) 公司销售部门共有甲、乙、丙、丁四个销售小组, 本年度甲组销售金额是该部门销售金额总数的  $\frac{1}{3}$ , 乙组销售金额是另外三个小组总额的  $\frac{1}{4}$ , 丙组销售金额比丁组销售金额多 200 万元, 比甲组少 200 万元。问销售部门销售总金额是多少万元?

- A. 1800  
B. 2400  
C. 3000  
D. 3600

【解析】3. 正确率 69%，略有下降，本题题干比较长，条件较多，知道列方程但不会列，不知道设谁为未知数。

## 第一节 代入排除法

【知识点】代入排除法：将选项代入题干，是武林中所有人都知晓的武功，但能用得炉火纯青的少之又少，其原因在于很多同学不知道何时使用、如何使用，这两点是对一个问题认知的关键所在，因此从这两点入手，简单粗暴。

## 1. 什么时候用？

(1) 题型：年齡、余数、不定方程、多位数。

①年龄：涉及到年龄的问题。问法：你是几岁、我是几岁、我比你大几岁。考得相对较多，且大多数的年龄问题可以用代入排除法，是很简单的题目，考试时可以优先做。

②余数：代入选项，选择满足条件的。

【例】一个数，除以 7 余 3，除以 8 余 2，除以 9 余 1，问：这个数可能是几？

- A. 10  
B. 11  
C. 12  
D. 13

【解析】本题比较简单，考试不会如此，代入选项，选择满足条件的一项。

③不定方程：两个未知数一个方程，无法正常解，把选项当做未知数代入，等式成立可以选，不成立排除。

【例】  $3x+2y=10$ , 求:  $x$ 、 $y$  的值

- A. 2、 2    B. 2、 3

C. 1、4

D. 0、4

④多位数：

【例】一个三位数，十位和个位对调，比原来大9，问：这个三位数可能是几？

A. 120

B. 121

C. 122

D. 123

【解析】例. 将选项的十位和个位对调，比原来大9即可。

(2) 选项：选项信息充分（分别为/各为）、剩二代一。

①题目中给出一大堆条件，问……分别/各为多少，问的是一组数，选项给的也是一组数，称为选项信息充分，可以尝试代入。

②做题时，根据特定条件排除一部分选项，如先排除了C、D项，剩余A、B项，可以继续分析，不好分析可以代入，如果A项对，则当选，如果A项错，则选B项。剩两项，代入一项必得答案。

(3) 题干：主体多、条件复杂，尝试代入。行测中，遇到难题可以不做，逃走之前，尝试代入选项，不行就跑，遇到“纸老虎”便赚了，看似难，但可以用代入法做出题目不少，故而遇到难题时可以尝试代入。

2. 怎么用？

(1) 第一步，先排除。利用数字特性排除，包括奇偶、倍数、尾数、大小。

(2) 第二步，再代入。

①从简原则。先排除了C、D项，剩余A、B项，代入A项很简单，代入B项特别难，优先代入A项。

②最值原则：问最大，从最大的开始代入，问最小，从最小的开始代入。

【例】涛哥有一些私房钱，问涛哥的私房钱最多为多少？

A. 100

B. 200

C. 300

D. 400

【解析】例. 从头开始代入，代入A项满足，不敢选，万一后面三个选项中有满足的，比100大，便不能选A项，问最多，从最多的D项开始代，验证其是否满足，对就选，其他无需看。

3. 代入排除核心思想：遇到坎坷就排除，一马平川就选择。答案是唯一的。

例 1（2015 国考）小李的弟弟比小李小 2 岁，小王的哥哥比小王大 2 岁、比小李大 5 岁。1994 年，小李的弟弟和小王的年龄之和为 15。问 2014 年小李与小王的年龄分别为多少岁：

- A. 25, 32  
B. 27, 30  
C. 30, 27  
D. 32, 25

【解析】例 1. 判断题型，“几岁”是年龄问题，可以用代入排除法，问分别，给的是一组数，选项信息充分，可以使用代入排除法。问小李、小王的年龄分别是多少，找与小李、小王相关的条件。对应题干“小王的哥哥比小王大 2 岁、比小李大 5 岁”，得出：王哥=王+2=李+5，推出小王和小李的年龄差：王=李+3，小王比小李大，排除 C、D 项，年龄差为 3 岁，A 项不满足，B 项满足。【选 B】

例 2（2017 广东）在公司年会表演中，有甲、乙、丙、丁四个部门的员工参演。已知甲、乙两部门共有 16 名员工参演，乙、丙两部门共有 20 名员工参演，丙、丁两部门共有 34 名员工参演。且各部门参演人数从少到多的顺序为：甲<乙<丙<丁。由此可知，丁部门有多少人参演？（ ）

- A. 16  
B. 20  
C. 23  
D. 25

【解析】例 2. 本题文字比较多，做题时，尽量将文字转化为式子。共四个部门，“甲、乙两部门共有 16 名员工参演” $\rightarrow$ 甲+乙=16①，“乙、丙两部门共有 20 名员工参演” $\rightarrow$ 乙+丙=20②，“丙、丁两部门共有 34 名员工参演” $\rightarrow$ 丙+丁=34③。三个式子，三个方程，求丁，四个未知数，三个方程，无法解，是不定方程问题，用代入排除法。或想：三个式子，四个量，求丁，代入丁得到丙，进而得到甲、乙，是选项充分的一种，也可以用代入排除法。代入之前先排除，由③可知，丙<丁，丁>34/2=17，排除 A 项。剩余三项，可以按照顺序代，丁部门是最大的一个，虽然不涉及最值思维，但也可以从大的开始代入。代入 D 项：丁=25，丙=9，乙=11，此时乙>丙，不满足，遇到矛盾直接排除。代入 C 项：丁=23，丙=11，乙=9，甲=7，7<9<11<23，满足条件，当选，其他无需验证。【选 C】





### 【小结】代入排除

#### 1. 范围：

- (1) 典型题：多位数、余数、年龄、不定方程。
- (2) 看选项：选项为一组数（选项信息充分）、可转化为一组数。
- (3) 超复杂：题干长、主体多、关系乱。
- (4) 剩两项：只剩两项时，代一项即得答案。

#### 2. 方法：

- (1) 代入排除：尾数、奇偶、倍数。
- (2) 直接带入：最值、好算。

## 第二节 数字特性法

### 一、奇偶特性

#### 【知识点】

1. 数字特性主要讲奇偶特性和倍数特性。
2. 奇偶特性的加减关系。

#### (1) 结论：

①在加减法中，同奇同偶则为偶，一奇一偶则为奇。两个数都是奇数加减得到的数为偶数，同是偶数得到的数为偶数；一个奇数和一个偶数加减得到的数为奇数。



② $a+b$  与  $a-b$  的奇偶性相同（和差同性）。考试有涉及，一般是知道和求差，或知道差求和。

(2) 引例. 共 50 题, 答对得 3 分, 答错倒扣 1 分, 共得 82 分, 问答对的题和答错的题相差多少道?

- A. 16  
C. 31
- B. 17  
D. 33

【解析】引例. 一般情况, 会选择列方程。在此学习更快捷的方法, 用“√”表示做对的题数, 用“×”表示做错的题数, 则  $\sqrt{+}\times=50$ , 50 为偶数, 根据和差同性判断,  $\sqrt{-}\times=\text{偶数}$ , 只有 A 项符合。【选 A】

**【注意】**选择合适的方法，有助于提升做题速度。

### 3. 奇偶特性乘法关系。

(1) 结论：在乘法中，**全奇为奇，一偶则偶**。如  $A*B*C*D\cdots$ ，若想结果为奇数，则全部乘数均为奇数；若想结果为偶数，则只需一个乘数为偶数。

(2) 引例 1. 请问  $4x$ 、 $5y$ 、 $6z$  中有几个偶数？几个奇数？

【解析】引例 1.  $4x$  中 4 为偶数，因此  $4x$  为偶数； $5y$  中  $y$  可以为奇数也可以为偶数，因此  $5y$  可能为奇数也可能为偶数； $6z$  中 6 为偶数，因此  $6z$  为偶数。有 2~3 个偶数，0~1 个奇数。

(3) 引例  $2.5x+6y=76$  ( $x$ 、 $y$  是质数), 求  $x$ 、 $y$ 。

【解析】引例 2.6 为偶数，则  $6y$  为偶数，76 为偶数；则  $5x$  为偶数，可以确定  $x$  为偶数；由括号内容知  $x$ 、 $y$  为质数， $x$  即为偶数也为质数，因此  $x=2$ ，此时  $y=11$ 。

【注意】质数即除了 1 和它本身之外，没有其他乘数。质数：2、3、5、7、11、13、17……

#### 4. 奇偶特性什么时候用？

(1) 不定方程，首先考慮奇偶特性。

(2) 知和求差、知差求和，奇偶同性。

(3) 平分成 2 份、偶数份。如将一堆苹果平均分成 2 份，则总数=2\*x，总数为偶数；平均分成 4 份，总数=4x，总数也为偶数。

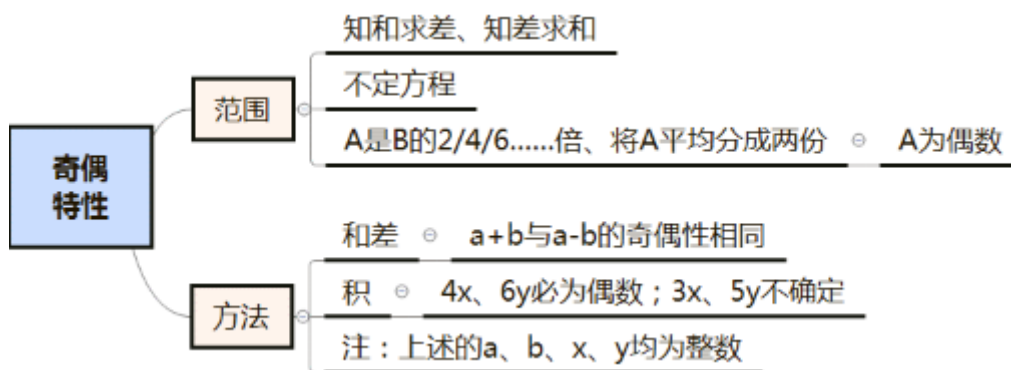
### 5. 奇偶特性核心思想：火眼金睛，找到切入点。



【注意】1. D 项不满足，因为将  $J-M=8$  与  $4J+7M=79$ ，联立求解后，J 和 M 不是整数，不符合题意。

2. 和差同性，需要未知数前面的系数相同。

【答案汇总】1-2: AB



【小结】奇偶特性

1. 范围：

- (1) 知和求差、知差求和。
- (2) 不定方程。
- (3) A 是 B 的 2/4/6……倍、将 A 平均分成两份，可以推出 A 为偶数。

2. 方法：

- (1) 和差：a+b 与 a-b 的奇偶性相同。
- (2) 积：4x、6y 必为偶数；3x、5y 不确定。
- (3) 注：上述的 a、b、x、y 均为整数。

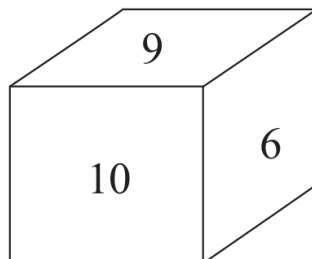
二、倍数特性

【知识点】

1. 倍数特性可分为整除型、余数型和比例型三种题型。
2. 整除型基础知识：如果  $A=B \times C$  (B、C 均为整数)，那么，A 能被 B 整除，且 A 能被 C 整除。如：18=3\*6，18 能被 3 整除，18 能被 6 整除。

例 1 (2017 福建) 如下图，一个正方体的表面上分别写着连续的 6 个整数，

且每两个相对面上的两个数的和都相等，则这 6 个整数的和为（ ）。



A. 53

B. 52

C. 51

D. 50

【解析】例 1. 方法一：根据 3 个面 6、9、10，且是连续的数。（1）推测连续的 6 个数为 5、6、7、8、9、10，其中 5 与 10 在相对面，6 与 9 应当在相对面，与图不相符。（2）推测连续的 6 个数为 6、7、8、9、10、11，则  $6+11=17$ ，符合图上内容， $17 \times 3=51$ ，C 项满足。

方法二：倍数特性。对面两个数字相加相等，一共 6 个面，三组对面加和相等，根据  $A=B \times C$ ，知总数  $=3x$ ，因此结果应为 3 的倍数，只有 C 项满足。【选 C】

【知识点】1. 整除判定法则：

（1）一般用口诀法（3/9 看各位和；4/8 看末 2/3 位；2/5 看末位）：

①4/8 看末 2/3 位：

例：12124 末两位是 24，24 能被 4 整除，所以 12124 能被 4 整除；12124 末三位是 124，124 不能被 8 整除，所以 12124 不能被 8 整除。

②2/5 看末位：

例：12124 最后一位是偶数 2，所以 12124 能被 2 整除；12124 不能被 5 整除，尾数必须是 0 或 5 才能被 5 整除。

③3/9 看各位和：

例：12345，各位数加和： $1+2+3+4+5=15$ 。15 能被 3 整除，所以 12345 能被 3 整除；15 不能被 9 整除，所以 12345 不能被 9 整除。

（2）没口诀的用拆分法：

①原理：要验证  $X$  是否是  $m$  的倍数，只需将  $X$  拆分成  $m$  的若干倍 ± 小数字  $n$ ，若小数字  $n$  也能被  $m$  整除， $X$  即能被  $m$  整除。

②例： $721=700+21$ ，700 能被 7 整除，21 也能被 7 整除，则 721 能被 7 整除；

$721=660+61$ , 61 不能被 11 整除, 则 721 不能被 11 整除;  $688=700-12$ , 12 不能被 7 整除, 则 688 不能被 7 整除。

**(3) 复杂倍数用因式分解:**

①原理: 例判断  $X$  是否能被 45 整除, 只需判断  $X$  是 9 和 5 的倍数即可。注意分解后的 2 个数必须互质。

②例: 一个数能否被 6 整除, 可以直接除, 也可以把 6 因式分解, 即  $6=2*3$ , 一个数同时能被 2 和 3 整除, 一定能被 6 整除。如 12346, 能被 2 整除, 各位数加和:  $1+2+3+4+6=16$ 。16 不能被 3 整除, 则 12346 不能被 3 整除, 所以 12346 不能被 6 整除。

③注意:  $12=4*3$ , 不能拆成  $6*2$ , 因式分解拆成的两个数要互质。  $45=9*5$ , 不能拆成  $3*15$ , 3 和 15 有公约数 3。

**2. 余数型基础知识: 如果答案  $=ax \pm b$ , 那么答案  $\pm b$  能被  $a$  整除。(a、x 均为整数)**

(1) 例: 苹果每人分 10 个, 还剩 3 个, 则苹果个数为多少?

答: 假设有  $x$  人, 则苹果总数  $=10x+3$ , 总数  $-3=10x$ , 即 总数  $-3=10x$ , 所以 (总数  $-3$ ) 是 10 的倍数。

(2) 例: 苹果每人分 10 个, 还缺 3 个, 则苹果个数为多少?

答: 假设人数为  $x$ , 苹果总数  $=10x-3$ , 总数  $+3=10x$ , 即 (总数  $+3$ ) 是 10 的倍数。

例 2 (2016 深圳) 两箱同样多的蛋黄派分别分发给两队志愿者做早餐, 分给甲队每人 6 块缺 8 块, 分给乙队每人 7 块剩 6 块, 已知甲队比乙队多 6 人, 则一箱蛋黄派有 ( ) 块。

- |        |        |
|--------|--------|
| A. 120 | B. 160 |
| C. 180 | D. 240 |

**【解析】**例 2. 依题意由“两箱同样多的蛋黄派分别分发给两队”, 即甲分一箱乙分一箱。由“一箱蛋黄派分给甲队, 每人 6 块缺 8 块, 分给乙队每人 7 块剩 6 块”, 可知题目属于余数问题, 采用倍数特性来解题。题目问“一箱蛋黄派多少块”, 假设甲队人数为  $x$ , 根据“甲队每人 6 块缺 8 块”, 则一箱  $=6x-8$ , 即 (一

箱+8)=6x, (一箱+8) 是 6 的倍数,  $6=2 \times 3$ , 即 (一箱+8) 能被 2 和 3 整除。A 项:  $120+8=128$ ,  $1+2+8=11$ , 11 不能被 3 整除, 则 128 不能被 3 整除, 排除; B 项:  $160+8=168$ ,  $1+6+8=15$ , 15 能被 3 整除, 则 168 能被 3 整除, 符合; C 项:  $180+8=188$ ,  $1+8+8=17$ , 17 不能被 3 整除, 则 188 不能被 3 整除, 排除; D 项:  $240+8=248$ ,  $2+4+8=14$ , 14 不能被 3 整除, 则 248 不能被 3 整除, 排除。所以只有 B 项符合要求。【选 B】

**例 3 (2017 联考)** 某地举办铁人三项比赛, 全程为 51.5 千米, 游泳、自行车、长跑的路程之比为 3: 80: 20。小陈在这三个项目花费的时间之比为 3: 8: 4, 比赛中他长跑的平均速度是 15 千米/小时, 且两次换项共耗时 4 分钟, 那么他完成比赛共耗时多少? ( )

- A. 2 小时 14 分                      B. 2 小时 24 分  
C. 2 小时 34 分                      D. 2 小时 44 分

**【解析】例 3. 方法一:** 题目属于行程问题, 行程问题一般比较繁琐。正常的思维: 全程是 51.5 千米, 给了路程的比例 3: 80: 20, 根据比例可以求出每部分的长度, 由长跑的路程和长跑的速度, 根据  $t=s/v$ , 可以求出长跑的时间, 根据时间之比可以求出每部分的时间, 最后加 4 分钟, 可以得出总时间。这是正常做题的思维, 比较繁琐。

**方法二:** 题目问“完成比赛总耗时多少”, 即总时间  $t=$  运动的时间  $t$  + 换项的时间  $t= ( ) + 4$ , 由于“三个项目花费的时间之比为 3: 8: 4”, 假设游泳时间为  $3x$ , 则自行车  $8x$ , 长跑  $4x$ ,  $3x+4x+8x=15x$ , (总时间  $t-4$ )  $=15x$ , 即 (总时间  $t-4$ ) 是 15 的倍数。A 项: 2 小时 14 分钟=134 分钟,  $(134-4)=130$ , 130 不是 15 的倍数, 排除; B 项: 2 小时 24 分钟=144 分钟,  $(144-4)=140$ , 140 不是 15 的倍数, 排除; C 项: 2 小时 34 分钟=154 分钟,  $(154-4)=150$ , 150 是 15 的倍数, 符合; D 项: 2 小时 44 分钟=164 分钟,  $(164-4)=160$ , 160 不是 15 的倍数, 排除。所以只有 C 项符合要求。【选 C】

**【注意】** 考试的时候, 时间不一定是整数, 必须是整数才可以用倍数特性, 如果不是整数, 本题是有瑕疵的。真正做题的时候 90% 的题目时间都是整数。如果要求 100% 正确率, 按照方法一来解题, 但是按照倍数特性来解题也不会有太

大的偏差。

【知识点】比例型基础知识：

1. 已知某班男女比例 3:5。将男生看作 3 份，男生是 3 的倍数；将女生看作是 5 份，女生是 5 的倍数；全班人数是  $3+5=8$  份，是 8 的倍数；男女生之差是  $5-3=2$  的倍数。

2. 如果  $a:b=m:n$  ( $m$  与  $n$  互质)，必须要化成最简的比例。那么  $a$  是  $m$  的倍数， $b$  是  $n$  的倍数， $a+b$  是  $m+n$  的倍数， $a-b$  是  $m-n$  的倍数。

3. 假设男生人数是女生人数的 1.5 倍，男/女  $=1.5=3/2$ ，则男生是 3 的倍数，女生是 2 的倍数。

例 4 (2017 吉林) 古希腊数学家丢番图 (Diophantus) 的墓志铭：过路人，这儿埋葬着丢番图，他生命的六分之一是童年；再过了一生的十二分之一后，他开始长胡须，又过了一生的七分之一后他结了婚；婚后五年他有了儿子，但可惜儿子的寿命只有父亲的一半，儿子死后，老人再活了四年就结束了余生。根据这个墓志铭，丢番图的寿命为 ( ) 岁。

- A. 60
- B. 84
- C. 77
- D. 63

【解析】例 4. 可以使用倍数特性去做。1/6 说明寿命可以被 6 整除，是 6 的倍数，排除 C、D 项；1/12 说明寿命可以被 12 整除，A、B 项都满足；1/7 说明寿命可以被 7 整除，排除 A 项。【选 B】

例 5 (2017 新疆) 甲乙两个班各有 30 多名学生，甲班男女生比为 5:6，乙班男女生比为 5:4，问甲、乙两班男生总数比女生总数 ( )。

- A. 多 1 人
- B. 少 1 人
- C. 多 2 人
- D. 少 2 人

【解析】例 5. 题干当中出现比例，先使用倍数特性。没有直接的比例关系，逐一分析，甲班将男生看作 5 份，女生看作 6 份，则甲班一共是 11 份，且甲班是 30 多人，则甲班为 33 人，一份为  $33/11=3$  人，男生为  $3*5=15$  人，女生为  $3*6=18$

人。乙班一共是  $5+4=9$  份，是 9 的倍数，也是 30 多人，则乙班是 36 人，一份对应  $36/9=4$  人，男生为  $4*5=20$  人，女生为  $4*4=16$  人。男生总人数为  $15+20=35$ ，女生总人数为  $18+16=34$ ，男生总数比女生总数多 1 人。【选 A】

例 6(2016 北京)某单位原拥有中级及以上职称的职工占职工总数的 62.5%。现又有 2 名职工评上中级职称，之后该单位拥有中级及以上职称的人数占总人数的  $7/11$ 。则该单位原来有多少名职称在中级以下的职工？（ ）

- A. 68  
B. 66  
C. 64  
D. 60

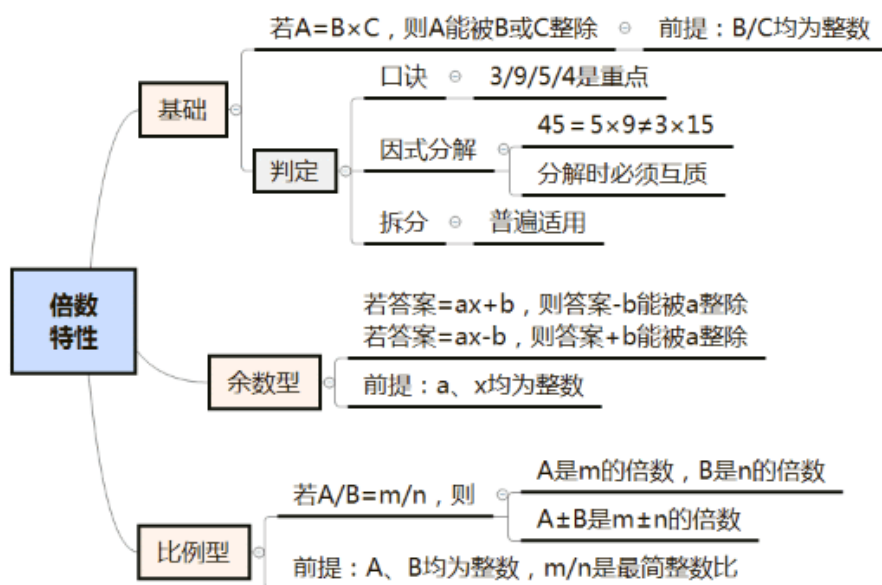
【解析】例 6. 方法一：出现百分数、分数，使用倍数特性。问原来中级以下的职工，题干中原来中上/总数  $=62.5\%=50\%+12.5\%=1/2+1/8=5/8$ ，则原来中下/总数  $=3/8$ ，原来中下是 3 的倍数，排除 A、C 项；现又有 2 人评上中级职称，现在中上/总数  $=7/11$ ，则现在中下/总数  $=4/11$ ，现在中下  $=$  原来中下  $-2$ ，则  $($  原来中下  $-2) /$  总数  $=4/11$ ， $($  原来中下  $-2)$  是 4 的倍数，B 项  $66-2=64$ ，可以被 4 整除，满足；D 项  $60-2=58$ ，不能被 4 整除，排除。

方法二：总数是不变的，总数是 8 和 11 的倍数，则总数是 88 的倍数，设总数是 88 人，则原来中下是 33 人，现在中下是 32 人，不满足相差 2 人；将 88 扩大 2 倍，原来中下/总数  $=66/176$ ，现在中下/总数  $=64/174$ ， $66-64=2$ ，满足题中条件。【选 B】

【注意】总数是不变的，变的是内部此消彼长的个数。

【答案汇总】1-5：CBCBA；6：B





### 【小结】倍数特性：

#### 1. 基础：

(1) 若  $A=B \times C$ ，则  $A$  能被  $B$  或  $C$  整除，前提： $B/C$  均为整数。

#### (2) 判定：

① 口诀：3/9/5/4 是重点。

② 因式分解：45=5\*9≠3\*15，分解时必须互质。

③ 拆分：普遍适用。

#### 2. 余数型：

(1) 若答案= $ax+b$ ，则答案- $b$  能被  $a$  整除；若答案= $ax-b$ ，则答案+ $b$  能被  $a$  整除。

(2) 前提： $a$ 、 $x$  均为整数。

#### 3. 比例型：

(1) 若  $A/B=m/n$ ，则  $A$  是  $m$  的倍数， $B$  是  $n$  的倍数， $A \pm B$  是  $m \pm n$  的倍数。

(2) 前提： $A$ 、 $B$  均为整数， $m/n$  是最简整数比。

### 第三节 方程法

【知识点】方程法：工程问题、行程问题和经济利润问题都会涉及到设方程。方程法涉及普通方程和不定方程。单纯考方程的话会用到不定方程，不定方程是未知数个数大于方程个数。

1. 普通方程。设未知数的技巧：

(1) 设小不设大（减少分数计算）。 $A=3B$ ，设  $B$  为  $x$ ，则  $A$  为  $3x$ 。

(2) 设中间量（方便列式）。很多主体都和一个数有关系，则尽可能设这一个数，可以把其他主体表示出来。

(3) 问谁设谁（避免陷阱）。

例 1（2017 河南）公司销售部门共有甲、乙、丙、丁四个销售小组，本年度甲组销售金额是该部门销售金额总数的  $\frac{1}{3}$ ，乙组销售金额是另外三个小组总额的  $\frac{1}{4}$ ，丙组销售金额比丁组销售金额多 200 万元，比甲组少 200 万元。问销售部门销售总金额是多少万元？（ ）

- A. 1800
- B. 2400
- C. 3000
- D. 3600

【解析】例 1. 四个未知数四个方程不好解，说明未知数没有设好，尽可能少去设未知数，方程少计算就会简便一些。因为乙组销售金额是另外三个小组总额的  $\frac{1}{4}$ ，则乙是总体的  $\frac{1}{5}$ ，则乙=总/5，甲=总/3，总数是 3 和 5 的倍数，设总数是 3 和 5 的公倍数  $15x$ ，则乙为  $3x$ ，甲为  $5x$ 。因为丙比甲少 200，比丁多 200，则  $15x = \text{甲} + \text{乙} + \text{丙} + \text{丁} = 5x + 3x + (5x - 200) + (5x - 400)$ ，解得  $x = 200$ ，所以销售总额  $= 15x = 15 \times 200 = 3000$ 。【选 C】

【注意】如果，某人是其他人总和的  $\frac{1}{n}$ ，那么，他是所有人总和的  $\frac{1}{(n+1)}$ 。如 A 是 B 的  $\frac{1}{n}$ ，将 A 看为 1 份，则 B 是  $n$  份， $(A+B)$  是  $(1+n)$  份， $A / (A+B) = 1 / (1+n)$ 。

【知识点】不定方程第一类：未知数一定是整数的不定方程（组）。例如：设车辆、人数、桌椅板凳的个数，此时设  $x$  时， $x$  必须为整数。未知数必须是整

数才能符合实际，属于限定方程。

1. 不定方程 ( $ax+by=M$ ) 方法：分析奇偶、倍数、尾数等，尝试代入排除。

2. 不定方程组方法：先消元转化为不定方程，再按不定方程求解。

$3x+4y+5z=100$ ； $3x+6y+7z=144$ ，三个未知数两个方程，通过消元把方程组转化为不定方程。

3. 奇偶：  $ax+by=M$ ，当  $a$ 、 $b$  恰好为一奇一偶时考虑奇偶特性。

【例】  $3x+4y=25$ ， $x$  为多少？ ( $x$ 、 $y$  均为正整数)

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

【解析】例. 不定方程考虑奇偶性， $4y$  为偶数， $25$  为奇数，说明  $3x$  为奇数， $3$  为奇数，说明  $x$  为奇数，排除 A、C 项。代入 B 项， $x=3$ ， $y=4$ ；满足。代入 D 项， $x=5$ ， $y=2.5$ ，出现小数，不符合题意。【选 B】

注：若改为  $3x+3y=25$ ， $3x$ 、 $3y$  的奇偶性不能确定，不好考虑。

4. 倍数：  $ax+by=M$ ，当  $a$  或  $b$  与  $M$  有公因子时，考虑倍数特性。

【例】  $7x+3y=60$ ， $x+y$  最大为多少？ ( $x$ 、 $y$  均为正整数)

- A. 12
- B. 13
- C. 16
- D. 18

【解析】例.  $3y$ 、 $60$  均为  $3$  的倍数，说明  $7x$  也是  $3$  的倍数， $7$  不是  $3$  的倍数，说明  $x$  一定是  $3$  的倍数， $x$  可能为  $3$ 、 $6$  ( $7*9=63>60$ ，说明不能为  $9$ )，如果  $x=3$ ，解得  $y=13$ ； $x=6$ ，解得  $y=6$ 。其中  $x=3$  时  $x+y$  最大，为  $16$ 。【选 C】

5. 尾数：  $ax+by=M$ ，当  $a$  或  $b$  尾数是  $0$  或  $5$  时，考虑尾数。

【例】  $37x+20y=271$ ，问  $x$  为多少？ ( $x$ 、 $y$  为正整数)

- A. 2
- B. 3
- C. 6
- D. 8

【解析】例.  $37x+20y=271$ ， $20y$  的尾数为  $0$ ，那么  $37x$  的尾数为  $1$ ，分别代入选项，发现只有当  $x=3$ ，尾数才为  $1$ ，B 项满足。【选 B】

注：如果  $37x+15y=271$ ， $15y$  的尾数为  $0$  或者  $5$ ， $0+1=1$  或者  $6+5$  尾数为  $1$ ，这两种情况分别进行分析。

**例 2** (2017 山东) 小张的孩子出生的月份乘以 29，出生的日期乘以 24，所得的两个乘积加起来刚好等于 900。问孩子出生在哪一个季度？ ( )

- A. 第一季度
- B. 第二季度
- C. 第三季度
- D. 第四季度

**【解析】**例 2. 题干简洁，假设月份为  $x$ ，日期为  $y$ ，那么  $29x+24y=900$ 。分析奇偶性， $24y$ 、 $900$  为偶数，说明  $29x$  为偶数， $29$  不是偶数，那么  $x$  为偶数，可能为 2、4、6、8、10、12，不能判断是哪个季度。找倍数关系，找公因子， $24y$ 、 $900$  都有公因子 3，那么  $29x$  也有 3 这个公因子，剩余为 6 或者 12。 $24y$ 、 $900$  都有公因子 4，说明  $29x$  也有公因子 4，那么  $x$  是 4 的倍数，只有 12 月份满足，因此在第四季度。**【选 D】**

**【注意】**如果对数字比较敏感，可以直接看出  $24y$ 、 $900$  都是 12 的倍数，也可以直接判断出来。

**例 3** (2017 江苏) 某地遭受重大自然灾害后，A 公司立即组织捐款救灾。已知该公司有 100 名员工捐款，捐款额有 300 元、500 元和 2000 元三种，捐款总额为 36000 元，则捐款 500 元的员工数是 ( )。

- A. 11 人
- B. 12 人
- C. 13 人
- D. 14 人

**【解析】**例 3. 设捐款 300 元、500 元、2000 元的人数分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，根据总人数列式： $x+y+z=100$ ①；根据总钱数列式： $300x+500y+2000z=36000$ ②，需要求出  $y$  的值，为不定方程组，先消元，消  $x$  比较好算，① $\times 3$ -②/ $100=2y+17z=60$ 。根据奇偶特性， $60$ 、 $2y$  为偶数，那么  $17z$  也是偶数， $17$  不是偶数， $z$  只能是偶数且大于 0，若  $z=4$ ，则  $y<0$ ，排除，若  $z=2$ ，解得  $y=13$ 。**【选 C】**

**【注意】**消元的原则：1. 求谁留谁；2. 方便计算。

**【知识点】**不定方程第二类：未知数不一定是整数的不定方程组。

1. 赋零法：若未知数个数多于方程个数，且未知数不一定是整数。则可以赋其中 1 个未知数为零，从而快速计算出其他未知数。

2. 配系数：不建议使用。对数学功底要求比较高，而且要求数字敏感性要比

较强。

例 4（2018 上海）现有甲、乙、丙三种货物，若购买甲 1 件、乙 3 件、丙 7 件共需 200 元；若购买甲 2 件、乙 5 件、丙 11 件共需 350 元。则购买甲、乙、丙各 1 件共需（ ）元。

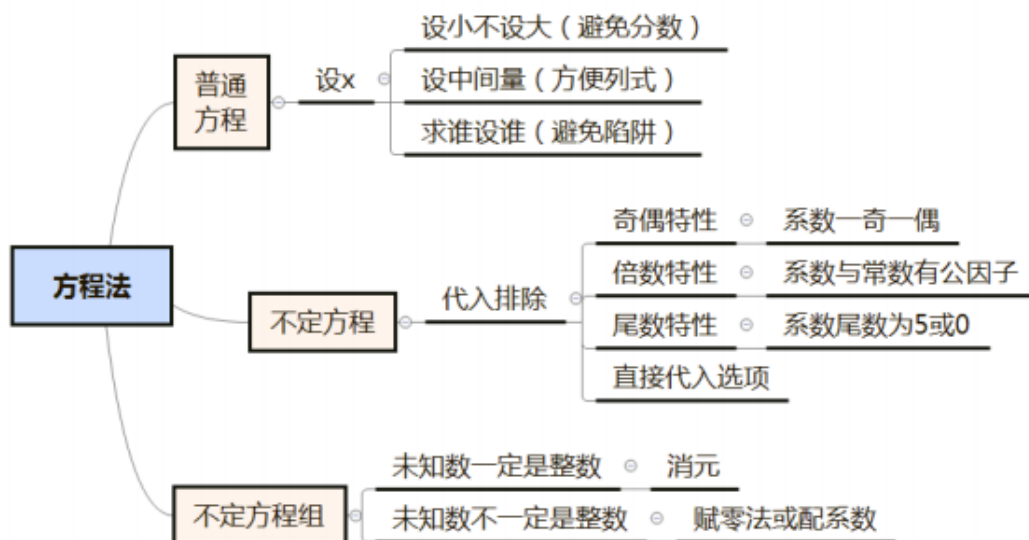
- A. 50  
B. 100  
C. 150  
D. 200

【解析】例 4. 设甲、乙、丙的价格依次是  $x$ 、 $y$ 、 $z$  元，钱数不一定是整数，属于非限定性的方程。 $x+3y+7z=200$ ①； $2x+5y+11z=350$ ②。求  $x+y+z$ ？

方法一：可以凑系数。 $② \times 2 - ① \times 3 = 4x + 10y + 22z - 3x - 9y - 21z = x + y + x = 100$ 。

方法二：本题属于非限定性不定方程，可以采用赋零法。赋丙的价格为 0，即  $z=0$ 。原方程组转化为  $x+3y=200$ ①， $2x+5y=350$ ②，两个方程两个未知数，① $\times 2$ -②， $2x+6y-2x-5y=50$ ，解得： $y=50$ ， $x=50$ 。可得： $x+y+z=50+50+0=100$  元。【选 B】

【注意】赋零法：使用前提为未知数不一定是整数，未知数不是整数时，方程正常解是解不出来的，会有无数组解，对应的答案却是唯一的答案，因此可以找特殊的解。



**【小结】** 方程法:

1. 普通方程：设  $x$ 。

(1) 设小不设大（避免分数）；

(2) 设中间量（方便列式）；

(3) 求谁设谁（避免陷阱）。

2. 不定方程：代入排除。

(1) 奇偶特性：系数一奇一偶；

(2) 倍数特性：系数与常数有公因子；

(3) 尾数特性：系数尾数为 5 或者 0；

(4) 直接代入选项。

3. 不定方程组：(1) 未知数一定是整数，消元；

(2) 未知数不一定是整数，赋零法或配系数。

### 课后测验

1. (2018 江西) 一家三口，妈妈比儿子大 26 岁，爸爸比儿子大 33 岁。1995 年，一家三口的年龄之和为 62。那么，2018 年儿子、妈妈和爸爸的年龄分别是：

A. 23, 51, 57

B. 24, 50, 57

C. 25, 51, 57

D. 26, 52, 58

【解析】1. 年龄问题，代入排除法。看题目条件，妈妈比儿子大 26 岁，爸爸比儿子大 33 岁，可以推出妈妈的年龄+7=爸爸的年龄。观察选项，可以排除 A、C、D 项。【选 B】

2. (2017 江苏) 小王打靶共用了 10 发子弹，全部命中，都在 10 环、8 环和 5 环上，总成绩为 75 环，则命中 10 环的子弹数是：

A. 1 发

B. 2 发

C. 3 发

D. 4 发

【解析】2. 设命中 10 环、8 环、5 环的子弹数分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，根据子弹数量列式  $x+y+z=10$ ①，根据总成绩列式  $10x+8y+5z=75$ ②。两个方程三个未知数，不定方程组，先消元，消  $z$ ，①\*5-②，解得  $5x+3y=25$ ， $5x$ 、 $3y$  中 5 和 3 均为奇数，利用奇偶性判断不出来，此时考虑倍数。5 $x$ 、25 都是 5 的倍数，说明 3 $y$  为

5 的倍数， $y=5$  或者 10。当  $y=10$  时， $3y>25$ ，不符合题意。因此  $y=5$ ，那么  $x=2$ 。

【选 B】

3. (2018 广东) 某市服务行业举行业务技能大赛，其中东区参赛人数占总人数的  $\frac{1}{5}$ ，西区参赛人数占总人数的  $\frac{2}{5}$ ，南区参赛人数占总人数的  $\frac{1}{4}$ ，其余的是北区的参赛人员。结果东区参赛人数的  $\frac{1}{3}$  获奖，西区参赛人数的  $\frac{1}{12}$  获奖，南区参赛人数的  $\frac{1}{9}$  获奖。已知参赛总人数超过 100 人，不到 200 人，则参赛总人数为 ( )。

A. 120

B. 140

C. 160

D. 80

【解析】3. 本题属于比较难的一种考法。题目当中出现很多比例，会想到倍数特性。问的是参赛总人数，总人数是 5 的倍数，不能排除选项，总人数是 4 的倍数，也不能排除选项。获奖的和参赛的之间建立关系，南区获奖人数/南区参赛人数  $= \frac{1}{9}$ ，南区参赛人数/总人数  $= \frac{1}{4}$ ，可以得出南区获奖占总人数的  $\frac{1}{4} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{36}$ ，总数是 36 的倍数，排除 A、B、C 项。【选 D】

【答案汇总】第一节代入排除法：1-3：BCA；

第二节数字特性法：奇偶特性：1-2：AB；

倍数特性：1-5：CBCBA；6：B

第三节方程法：1-4：CDCB

遇见不一样的自己

come to meet a different you