

【数量】最值问题

主讲教师：蒋君

授课时间：2018.09.13



粉笔公考·官方微信

【数量】最值问题（讲义）

最不利构造

- 1.（2012 国考）有 300 名求职者参加高端人才专场招聘会，其中软件设计类、市场营销类、财务管理类和人力资源管理类分别有 100、80、70 和 50 人。问至少有多少人找到工作，才能保证一定有 70 名找到工作的人专业相同？
- A. 71 B. 119
C. 258 D. 277

- 2.（2013 国考）某单位组织党员参加党史、党风廉政建设，科学发展观和业务能力四项培训，要求每名党员参加且只参加其中的两项。无论如何安排，都有至少 5 名党员参加的培训完全相同，问该单位至少有多少名党员？
- A. 17 B. 21
C. 25 D. 29

- 3.（2016 山东）某个社区老年协会的会员都在象棋、围棋、太极拳、交谊舞和乐器五个兴趣班中报名了至少一项。如果要在老年协会中随机抽取会员进行调查，至少要调查多少个样本才能保证样本中有 4 名会员报的兴趣班完全相同？
- A. 93 B. 94
C. 96 D. 97

构造数列

- 4.（2012 河北）要把 21 棵桃树栽到街心公园里 5 处面积不同的草坪上，如果要求每块草坪必须有树且所栽棵数要依据面积大小各不相同，面积最大的草坪上至少要栽几棵？
- A. 7 B. 8

C. 10

D. 11

5. (2017 江苏) 在一次竞标中, 评标小组对参加竞标的公司进行评分, 满分 120 分。按得分排名, 前 5 名的平均分为 115 分, 且得分是互不相同的整数, 则第三名得分至少是:

A. 112 分

B. 113 分

C. 115 分

D. 116 分

6. (2014 国考) 某连锁企业在 10 个城市共有 100 家专卖店, 每个城市的专卖店数量都不同。如果专卖店数量排名第 5 多的城市有 12 家专卖店, 那么专卖店数量排名最后的城市, 最多有几家专卖店:

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

7. (2013 国考) 某单位 2011 年招聘了 65 名毕业生, 拟分配到该单位的 7 个不同部门, 假设行政部门分得的毕业生人数比其他部门都多, 问行政部门分得的毕业生人数至少为多少名:

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

多集合反向构造

8. (2015 广东) 阅览室有 100 本杂志, 小赵借阅过其中 75 本, 小王借阅过 70 本, 小刘借阅过 60 本, 则三人共同借阅过的杂志最少有 () 本。

A. 5

B. 10

C. 15

D. 30

9. (2018 广东) 某软件公司对旗下甲、乙、丙、丁四款手机软件进行使用情况调查, 在接受调查的 1000 人中, 有 68% 的人使用过甲软件, 有 87% 的人使用

过乙软件，有 75%的人使用过丙软件，有 82%的人使用过丁软件。那么，在这 1000 人中，使用过全部四款手机软件的至少有（ ）人。

- A. 120
- B. 250
- C. 380
- D. 430

【数量】最值问题（笔记）

最不利构造

【注意】最值问题：

1. 考情：曾经的高频考点，现在“回暖趋势”。在 2014 年以前，每年考一道；2013 年考了 2 道题，2014 年以后考查得不明显，经常和其他题型结合在一起考，2015~2017 年考的不是很多，2018 年有回暖的趋势。
2. 套路强。不学看不懂，学了易操作。

【知识点】1. 至少……保证……（最不利+1），前提是“保证”，思路为最不利原则。

2. 如：今年招生要考到 70 分才能入选，最低限度是考 70 分，最坏的情况就是 70 分，即为最不利。

3. 例子：袋子中装有 5 个红球，8 个白球，10 个黄球。

（1）至少取出 $8+10+1=19$ 个，才能保证有红球。思路：不取红球，取别的颜色的球，最后再加 1。

（2）至少取出 $1+1+1+1=4$ 个，才能保证至少有 2 个同色的球。思路：偏偏不让有 2 个同色的球，每个颜色都取一个球，最后再加 1。

（3）至少取出 $5+7+7+1=20$ 个，才能保证至少有 8 个同色的球。球不够就全取。思路：最不利为每个颜色取 7 个球，球不够，就全取，则红球取 5 个，最后再加 1。

4. 方法：（1）分类。（2）每类 $(n-1)$ ，不够全取。（3）加 1。

1. （2012 国考）有 300 名求职者参加高端人才专场招聘会，其中软件设计类、市场营销类、财务管理类和人力资源管理类分别有 100、80、70 和 50 人。问至少有多少人找到工作，才能保证一定有 70 名找到工作的人专业相同：

A. 71

B. 119

C. 258

D. 277

【解析】1. 出现“至少……保证……”，用最不利原则。(1) 分类：4 个专业，为 4 类。(2) 每类 $(n-1)$ ，不够全取。 $n=70$ ，则 $n-1=69$ ，最不利情况为 $69+69+69+50$ 。(3) 加 1。最不利 $+1=69+69+69+50+1$ ，选项尾数各不相同，尾数为 8，对应 C 项。【选 C】

【练一练】(2015 河北) 有软件设计专业学生 90 人，市场营销专业学生 80 人，财务管理专业学生 20 人及人力资源管理专业学生 16 人参加求职招聘会，问至少有多少人找到工作就一定保证有 30 名找到工作的人专业相同？

A. 59

B. 75

C. 79

D. 95

【解析】练一练. 出现“至少……保证……”，用最不利原则。(1) 分类：4 类。(2) 每类 $(n-1)$ ，不够全取。 $n=30$ ，则 $n-1=29$ ，最不利为 $29+29+20+16$ 。(3) 加 1。最不利 $+1=29+29+20+16$ ，尾数为 5，排除 A、C 项；相加大概为 90 多，对应 D 项。【选 D】

2. (2013 国考) 某单位组织党员参加党史、党风廉政建设，科学发展观和业务能力四项培训，要求每名党员参加且只参加其中的两项。无论如何安排，都有至少 5 名党员参加的培训完全相同，问该单位至少有多少名党员？

A. 17

B. 21

C. 25

D. 29

【解析】2. 出现“至少”，“无论如何”就是“保证”，为“至少……保证……”，用最不利原则。(1) 分类：培训一共有 4 项，要求每名党员参加且只参加其中的两项，则从 4 个里选 2 个，没有顺序，为 $C(4, 2)=6$ 。(2) 每类 $(n-1)$ ，不够全取。要至少 5 名党员参加的培训完全相同， $n=5$ ，则 $n-1=5-1=4$ ，最不利为 $6*4=24$ 。(3) 加 1。最不利 $+1=24+1=25$ 名，对应 C 项。【选 C】

3. (2016 山东) 某个社区老年协会的会员都在象棋、围棋、太极拳、交谊舞和乐器五个兴趣班中报名了至少一项。如果要在老年协会中随机抽取会员进行

调查,至少要调查多少个样本才能保证样本中有 4 名会员报的兴趣班完全相同?

- A. 93
B. 94
C. 96
D. 97

【解析】3. 出现“至少……保证……”,用最不利原则。(1) 分类: 在五个兴趣班中报名至少一项,可以报一项、两项、三项、四项、五项,没有顺序,用组合,为 $C(5,1) + C(5,2) + C(5,3) + C(5,4) + C(5,5) = 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 31$ 种。(2) 每类 $(n-1)$, 不够全取。 $n=4$, 则 $n-1=3$ 。(3) 加 1。最不利 $+1 = 31 \times 3 + 1 = 94$ 人, 对应 B 项。【选 B】

【答案汇总】1-3: CCB

构造数列

【知识点】构造数列（和定最值问题）：

1. 题型特征：某个量……最……。题目中有多个主体，和是一定的。
2. 方法：构造数列，设未知数，列方程求解。
3. 例如：老总给了老师和小花一共 100 元钱，即 $a+b=100$ ，若 a 尽可能大，则 b 尽可能小。

4. （2012 河北）要把 21 棵桃树栽到街心公园里 5 处面积不同的草坪上，如果要求每块草坪必须有树且所栽棵数要依据面积大小各不相同，面积最大的草坪上至少要栽几棵：

- A. 7
B. 8
C. 10
D. 11

【解析】4. 面积最大即名次（排序）最高，栽的树尽可能少，用构造数列法。设面积最大的草坪为 1 号，栽的树尽可能少，2、3、4、5 号草坪栽树尽可能多，和一定为 21。定位设未知量：设 1 号草坪为 x ，2 号草坪尽可能多，但比 1 号草坪少一点，所以 2 号草坪最多为 $x-1$ ；3 号草坪比 2 号稍小，为 $x-2$ ，4、5 号草坪分别为 $x-3$ 、 $x-4$ 。求和： $x + x-1 + x-2 + x-3 + x-4 = 21$ ， $5x-10=21$ ，解得 $x=31/5=6.2$

棵。根据选项判断为 A 项；或者根据 6.2 为下限，不能比 6.2 再小，应该向上取整，取 7。【选 A】

A.7
B.8
C.10
D.11

Handwritten solution:

① ↓ ② ↑ ③ ↑ ④ ↑ ⑤ ↑

$x + x - 1 + x - 2 + x - 3 + x - 4 = 21$

$5x - 10 = 21 \Rightarrow x = \frac{31}{5} = 6.2$ 棟

向上取整 $\rightarrow 7$

~~6.2~~

【注意】 1. 方法：定位设 x ——反推其它——求和列式。

2. 易错点: (1) 注意有无“互不相等”的条件。

(2) 若计算结果非整——问“至少”，向上取整；问“至多”，向下取整。

【拓展】(2016上海) 现有21本故事书要分给5个人阅读。如果每个人得到的数量均不相同, 那么得到故事书数量最多的人至少可以得到()本。

- A. 5
B. 7
C. 9
D. 11

【解析】拓展. 根据上题的结果, 直接选 B 项。【选 B】

5. (2017 江苏) 在一次竞标中, 评标小组对参加竞标的公司进行评分, 满分 120 分。按得分排名, 前 5 名的平均分为 115 分, 且得分是互不相同的整数, 则第三名得分至少是:

- A. 112 分 B. 113 分
C. 115 分 D. 116 分

【解析】5. 问某个量最少，判定为和定最值问题。问第三名最少是多少，则其他尽可能的多。设第三名为 x ，第一名最多为 120，第二名不能跟第一名相同，所以最多为 119 分，第四名得分最多为 $x-1$ ，第五名得分最多为 $x-2$ 。根据平均分 115，得到总分 $=115 \times 5 = 575$ 。 $120 + 119 + x + x - 1 + x - 2 = 575$ ， $239 + 3x - 3 = 575$ ，解得

$x=339/3=113$ 。【选 B】

第三名得分至少是：

$115 \times 5 = 575$

①	②	③	④	⑤
120	119	x	$x-1$	$x-2$

$239 + 3x - 3 = 575$

$x = \frac{339}{3} = 113$

【注意】此题问中间最少，问谁设谁，反推其他，加和求解。

6. (2014 国考) 某连锁企业在 10 个城市共有 100 家专卖店，每个城市的专卖店数量都不同。如果专卖店数量排名第 5 多的城市有 12 家专卖店，那么专卖店数量排名最后的城市，最多有几家专卖店：

- A. 2 B. 3
C. 4 D. 5

【解析】6. 设第 10 名为 x ， x 尽可能多，则其他尽可能少。反推其他：第九名尽可能少为 $x+1$ ，第八名最少为 $x+2$ ，第七名最少为 $x+3$ ，第六名最少为 $x+4$ ；根据条件，第五名为 12 家，第四名最少为 13 家，第一到第三名最少为 16、15、14 家。前五家为等差数列，和=中间项*项数=14*5=70，70+5x+10=100，解得 $x=4$ 。

【选 C】

$x+1$

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
16	15	14	13	12	$x+4$	$x+3$	$x+2$	$x+1$	x

$70 + 5x + 10 = 100$

$x = 4$

反推

【注意】1. 如果第五家设为 $x+5$ ，求得结果为 D 项，因此考试一定要注意条

件。

2. 注意条件：数量都不相同。

7. (2013 国考) 某单位 2011 年招聘了 65 名毕业生，拟分配到该单位的 7 个不同部门，假设行政部门分得的毕业生人数比其他部门都多，问行政部门分得的毕业生人数至少为多少名：

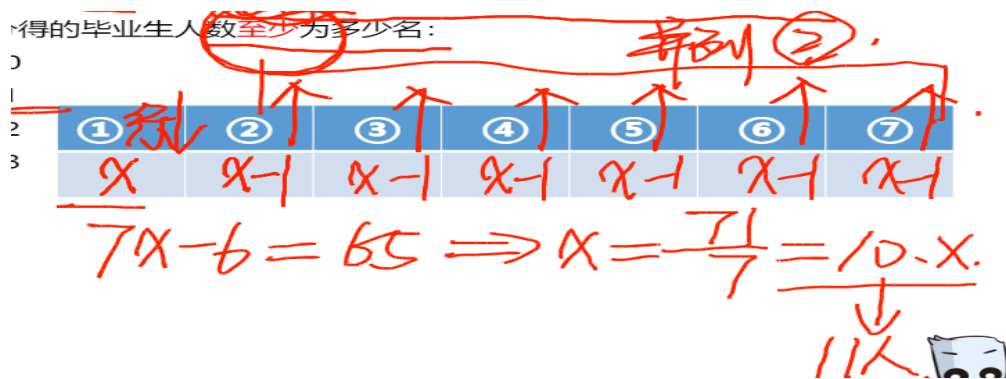
A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

【解析】7. 行政部门为第一名设为 x ， x 要尽可能少，则其他的尽可能多。第二名设为 $x-1$ ，题目中没有提到各不相同，所以其他部门可以并列为 $x-1$ ，即所有部门并列第二。加和： $7x-6=65$ ，解得 $x=10.X$ 。问至少，反向取整，取 11 人。【选 B】



【注意】1. 此题的坑：没有提到各不相同。

2. 2018 年国考第 69 题也是用到和定最值的思路。

【答案汇总】4-7：ABCB

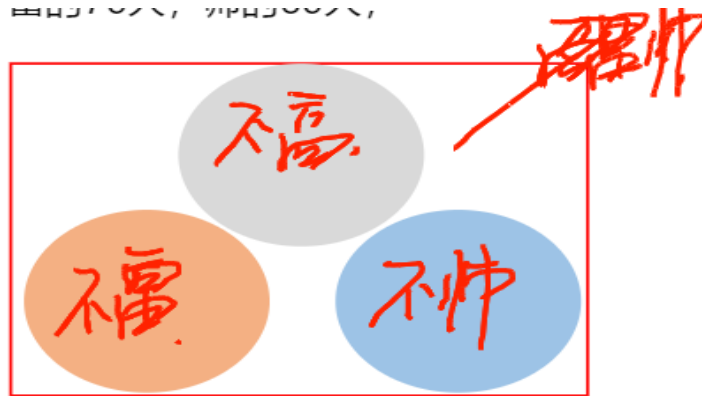
多集合反向构造

【知识点】多集合反向构造：和容斥问题关系紧密，非常像容斥问题。

1. 题型特征：都……至少。

2. 【引例】有 100 人，其中高的 80 人，富的 70 人，帅的 60 人，问“高富帅”至少有几？

答：“高富帅”就是三个条件都满足，反过来，即不高+不富+不帅，如果不高+不富+不帅尽可能多，则“高富帅”就尽可能少。第一个圈代表不高，第二个圈代表不富，第三个圈代表不帅，空白部分就是“高富帅”，即三个圈+空白构成整个集合，三个圈互不交叉的时候，不高+不富+不帅最多，此时“高富帅”最少，“高富帅”=总面积-三个圈的面积 $=100-(100-80)-(100-70)-(100-60)=80+70+60-2*100$ ，即 $A+B+C-(n-1)*总$ 。



3. 如果给四个集合，求四个集合都符合，即 $A+B+C+D-3*总$ ；如果给五个集合，求五个集合都符合，即 $A+B+C+D+E-4*总$ 。结论： $S_n-(n-1)M$ 。

8. (2015 广东) 阅览室有 100 本杂志，小赵借阅过其中 75 本，小王借阅过 70 本，小刘借阅过 60 本，则三人共同借阅过的杂志最少有 () 本。

- A. 5
- B. 10
- C. 15
- D. 30

【解析】8. 总数为 100，已知各个集合，“三个共同”即都，求最少，符合多集合反向构造。 $75+70+60-(3-1)*100$ ，尾数为 5，对应 A 项。【选 A】

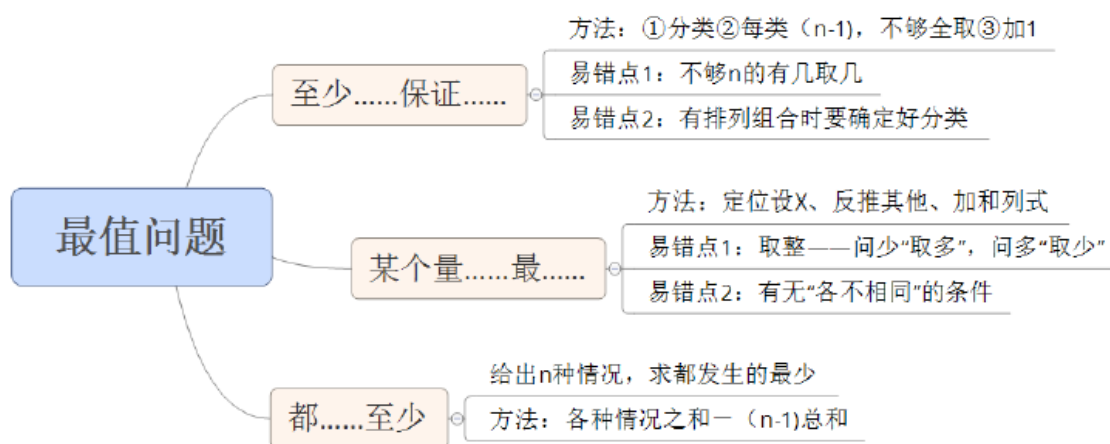
【注意】如果问最多，即三人交集最多为 60。

9. (2018 广东) 某软件公司对旗下甲、乙、丙、丁四款手机软件进行使用情况调查，在接受调查的 1000 人中，有 68% 的人使用过甲软件，有 87% 的人使用过乙软件，有 75% 的人使用过丙软件，有 82% 的人使用过丁软件。那么，在这 1000 人中，使用过全部四款手机软件的至少有 () 人。

- A. 120
- B. 250
- C. 380
- D. 430

【解析】9. 四个集合，已知“在接受调查的 1000 人中，有 68%的人使用过甲软件，有 87%的人使用过乙软件，有 75%的人使用过丙软件，有 82%的人使用过丁软件”，则使用甲、乙、丙、丁软件的人数分别为 680、870、750、820 人。“全部……至少”，符合多集合反向构造。 $680+750+870+820-3\times 1000$ ，观察尾数，看最后两位， $80+50+70+20-00$ ，尾数为 20，对应 A 项。【选 A】

【答案汇总】8-9: AA



【小结】最值问题:

1. 至少……保证……:

(1) 方法: ①分类; ②每类 $(n-1)$, 不够全取; ③加 1。

(2) 易错点 1: 不够 n 的有几取几。

(3) 易错点 2: 有无“各不相同”的条件。

2. 某个量……最……:

(1) 方法: 定位 x , 反推其他、加和列式。

(2) 易错点 1: 取整——问少“取多”，问多“取少”。

(3) 易错点 2: 有排列组合时要确定好分类。

3. 都……至少:

(1) 给出 n 种情况: 求都发生的最少。

(2) 方法: 各种情况之和 $-(n-1)$ 总和。

【答案汇总】最不利构造: 1-3: CCB

构造数列：4-7：ABCB

多集合反向构造：8-9：AA

【注意】

1. 至少付出多少努力，才能保证成“公”，最不利+1，一定能成功。
2. 我不怕千万人阻挡，就怕自己投降。

遇见不一样的自己

Be your better self