

## 【CF799F】 Beautiful fountains rows

### 【题目描述】

给定一  $n$  行  $m$  列 01 矩阵  $a$ ，在第  $i$  行中，只有  $l_i$  到  $r_i$  之间的方格是 1，其余均为 0，定义  $(a, b)$  是好的当且仅当  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=a}^b a_{i,j} > 0$  且对于任意行  $i$ ， $\sum_{j=a}^b a_{i,j}$  为 0 或奇数，求好点对的数量。

$$n, m \leq 2 \times 10^5。$$

### 【思路】

Step #1: 考虑  $n = 1$  且只有第二个限制时怎么做，试着寻找一个可扩展的做法。

Step #2: 一个很思博的方法是将  $[l_i + 1, r_i]$  赋值为 1，则  $(a, b)$  符合第二个限制当且仅当  $[a + 1, b]$  里有偶数个 1。

Step #3: 将每一行的  $[l_i + 1, r_i]$  中赋一个随机权值，则  $(a, b)$  是好的当且仅当  $[a + 1, b]$  之间的异或和为 0。

Step #4: 加入第一个限制后可以容斥得到。

### 【题解】

如果第二个限制改为只能是偶数，可以通过异或做出，现在考虑将其改为 0 或奇数的情况。

发现只需将  $[l_i + 1, r_i]$  异或上  $x$ ，然后  $(a, b)$  符合第二个限制当且仅当  $[a + 1, b]$  里的异或和为 0。

将每一行用一个随机数来异或，前缀和后发现  $(a, b)$  合法当且仅当  $s_a = s_b$ ，用一个哈希表维护即可。

加入第一个限制后，只需将原答案减去符合第二个限制但不符合第一个限制的情况数，这可以通过再扫一遍完成，时间复杂度  $\mathcal{O}(n)$ 。