

【CF799F】 Beautiful fountains rows

【题目描述】

给定一 n 行 m 列 01 矩阵 a ，在第 i 行中，只有 l_i 到 r_i 之间的方格是 1，其余均为 0，定义 (a, b) 是好的当且仅当 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=a}^b a_{i,j} > 0$ 且对于任意行 i ， $\sum_{j=a}^b$ 为 0 或奇数，求好点对的数量。

$$n, m \leq 2 \times 10^5。$$

【思路】

Step #1: 考虑 $n = 1$ 且只有第二个限制时怎么做，试着寻找一个可扩展的做法。

Step #2: 一个很思博的方法是将 $[l_i + 1, r_i]$ 赋值为 1，则 (a, b) 符合第二个限制当且仅当 $[a + 1, b]$ 里有偶数个 1。

Step #3: 将每一行的 $[l_i + 1, r_i]$ 中赋一个随机权值，则 (a, b) 是好的当且仅当 $[a + 1, b]$ 之间的异或和为 0。

Step #4: 加入第一个限制后可以容斥得到。

【题解】

如果第二个限制改为只能是偶数，可以通过异或做出，现在考虑将其改为 0 或奇数的情况。

发现只需将 $[l_i + 1, r_i]$ 异或上 x ，然后 (a, b) 符合第二个限制当且仅当 $[a + 1, b]$ 里的异或和为 0。

将每一行用一个随机数来异或，前缀和后发现 (a, b) 合法当且仅当 $s_a = s_b$ ，用一个哈希表维护即可。

加入第一个限制后，只需将原答案减去符合第二个限制但不符合第一个限制的情况数，这可以通过再扫一遍完成，时间复杂度 $\mathcal{O}(n)$ 。