外星人 UR #1

## 【UR #1】外星人

## 【题目描述】

给定正整数 x 与数列  $a_n$ , 求将 a 重新排列后  $x \mod a_1 \mod a_2 \mod \cdots \mod a_n$  的最大值,并输出方案数,对 998244353 取模。

 $n \le 1000, \ x, a_i \le 5000$ .

## 【思路】

Step #1: 如果 x 已经小于  $a_i$  了,那么  $a_i$  就是没用的。

Step #2: 第一问可以设  $f_i$  表示 x = i 时最终的最大结果,简单 DP 得出。

Step #3: 第二问的问题在于不知道当前剩余的数所构成的集合。

Step #4: 考虑当最新一次的有效的  $\mod x$  确定后,假设当前  $a \to b$ ,则可以先将  $a \sim b$  之间的数插入后方。

## 【题解】

当  $x < a_i$  时,就可以把  $a_i$  扔进垃圾桶,所以设  $f_i$  为 x = i 时最终的最大结果,就可以对于每一个状态枚举下一个 < i 的  $a_i$  进行转移即可。

设  $g_i$  为此时的方案数,转移的时候  $g_{i \mod a_j}$  时只需从  $g_i$  乘上一个组合数的贡献系数(将新产生的 j 与 i 之间的垃圾在剩余的位置里插入)即可,时间复杂度  $\mathcal{O}(nx)$ 。