

1. (1) 答：计算科学本质就是理解计算背后的原理与含义，研究计算的过程本身。因为计算是其他科学的基础，所以自动计算旨在帮助人类进行高效计算，而这需要弄清楚有什么问题是可以用自动计算来解决的，而且还需要保证计算结果的正确性，这就是计算科学的根本问题“什么能且如何被有效地自动计算”的所在。

(3) 答：语言往往是无穷无尽的，不可能对其进行直接描述，但是其往往存在一些结构上的关联，而语言的结构却一般是有限的，所以可以通过有限地对语言结构的描述，即语法，来通过基于语法的字母组合，构成无穷的语言。

(7) 答：终结符号用来代表语言句子中的字母，非终结符号用来表示语言的子结构。终结符号表示字母，非终结符号表示变量；终结符号不能再进一步进行语法推导，因为其已经表示了一个具体的字母，而非终结符号还是抽象的，可以进一步进行推导。

(8) 答：语法范畴限定了一个非终结符所能推导出的所有句子的范围；开始符号的语法范畴包括了所有可以从开始符号推导出来的句子，其相当于该文法所产生的语言。

(9) 答：句子和句型都是由开始符号推导出来的，而句子不能出现非终结符，句型可以出现非终结符；短语和直接短语都是从某个句型中的非终结符经过至少一次推导出来的终结符，而一步能推导出来的终结符就称为直接短语；如果句型中有多个短语，则最左边的直接短语称为句柄。

(10) 答：推导用于产生语言，往往是从一个非终结符开始按照语法派生出一个句子；规约用于识别语言，是从一个句子一步步反推回到一个非终结符。

(15) 答：文法分为4类；0型文法限制最少，对应图灵机，1型文法在0型文法的基础上限制了产生式右部的长度要严格大于等于左部，对应线性界限自动机，2型文法在1型文法的基础上限制的了产生式左部必须只能是单个非终结符，对应不确定的下推自动机，3型文法限制最多，在2型文法的基础上限制了其产生式的右部只能为单个终结符或一个终结符与一个非终结符组合的形式，对应有穷自动机。

(16) 答：对于一个正则文法，如果其所有产生式都是 $A \rightarrow Ba$ 或 $A \rightarrow a$ 的形式，则其为左线性文法，如果其所有产生式都是 $A \rightarrow aB$ 或 $A \rightarrow a$ 的形式，则其为右线性文法。

(17) 答：因为文法的二义性是通过句子体现出来的，所以二义性不是文法的固有属性，如果产生语言的所有CFG都是二义性的，称该语言为固有二义性语言。

4. 答：

前缀集合： $\{\epsilon, aa, aaaa, aaaaab, aaaaabbb, aaaaabbbba\}$

后缀集合： $\{\epsilon, ba, bbba, abbbba, aaabbbba, aaaaabbbba\}$

真前缀集合： $\{\epsilon, aa, aaaa, aaaaab, aaaaabbb\}$

真后缀集合： $\{\epsilon, ba, bbba, abbbba, aaabbbba\}$

9. (1) 解：

$S \rightarrow 0|11$

(2) 解:

$$S \rightarrow A|BB, A \rightarrow 0, B \rightarrow 1$$

(3) 解:

$$S \rightarrow A|1B|B1, A \rightarrow 0, B1 \rightarrow 1B, 1B \rightarrow 11$$

(4) 解:

$$S \rightarrow \varepsilon|0|11$$

11. 解:

推导1:

$$\begin{aligned} & S \\ \Rightarrow & aSBC \\ \Rightarrow & aaSBCBC \\ \Rightarrow & aaaBCBCBC \\ \Rightarrow & aaabCBCBC \\ \Rightarrow & aaabBCCBC \\ \Rightarrow & aaabbCCBC \\ \Rightarrow & aaabbCBCC \\ \Rightarrow & aaabbBCCC \\ \Rightarrow & aaabbbCCC \\ \Rightarrow & aaabbbccC \\ \Rightarrow & aaabbbccc \end{aligned}$$

不能画出语法树，因为其不是CFG语法。

推导2:

$$\begin{aligned}
& S \\
& \Rightarrow aSBC \\
& \Rightarrow aaSBCBC \\
& \Rightarrow aaSBBCC \\
& \Rightarrow aaaBCBBCC \\
& \Rightarrow aaaBBCBCC \\
& \Rightarrow aaaBBBCCC \\
& \Rightarrow aaabBBCCC \\
& \Rightarrow aaabbBBCCC \\
& \Rightarrow aaabbbCCC \\
& \Rightarrow aaabbbcCC \\
& \Rightarrow aaabbbccC \\
& \Rightarrow aaabbbccc
\end{aligned}$$

不能画出语法树，因为其不是CFG语法。

归约1:

$$\begin{aligned}
& aaabbbccc \\
& \Leftarrow aaabbbccC \\
& \Leftarrow aaabbbcCC \\
& \Leftarrow aaabbbCCC \\
& \Leftarrow aaabbBCCC \\
& \Leftarrow aaabBBCCC \\
& \Leftarrow aaaBBBCCC \\
& \Leftarrow aaaBBCBCC \\
& \Leftarrow aaaBBCCBC \\
& \Leftarrow aaaBCBCBC \\
& \Leftarrow aaSBCBC \\
& \Leftarrow aSBC \\
& \Leftarrow S
\end{aligned}$$

归约2:

$$\begin{aligned}
& aaabbbccc \\
& \Leftarrow aaabbbccC \\
& \Leftarrow aaabbbccCC \\
& \Leftarrow aaabbbCCC \\
& \Leftarrow aaabbBCCC \\
& \Leftarrow aaabbCBCC \\
& \Leftarrow aaabBCBCC \\
& \Leftarrow aaabBCCBC \\
& \Leftarrow aaabCBCBC \\
& \Leftarrow aaaBCBCBC \\
& \Leftarrow aaSBCBC \\
& \Leftarrow aSBC \\
& \Leftarrow S
\end{aligned}$$

14. (1) 解:

$2x$ 个字符a, $3y$ 个字符b, 2个字符#和 $2z$ 个字符c依次并置得到的字符串, 其中 y 为正整数, x, z 为自然数, 且当 x 不为0时 z 也不能为0。

(2) 解:

字母表 $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ 上所有非空字符串构成的语言。

(3) 解:

字母表 $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ 上所有非空字符串构成, 且长度大于2, 倒数第二个数为0的语言。

(4) 解:

字母表 $\Sigma = \{a, b\}$ 上所有a、b字符数量相等的字符串构成的语言。

16. (1) 解:

对于句子 $b=a+b$:

推导1:

$$\begin{aligned}
& A \\
& \Rightarrow B = E \\
& \Rightarrow C = E \\
& \Rightarrow b = E \\
& \Rightarrow b = COC \\
& \Rightarrow b = aOC \\
& \Rightarrow b = a + C \\
& \Rightarrow b = a + b
\end{aligned}$$

推导2:

$$\begin{aligned} &A \\ \Rightarrow &B = E \\ \Rightarrow &B = COC \\ \Rightarrow &B = COb \\ \Rightarrow &B = C + b \\ \Rightarrow &B = a + b \\ \Rightarrow &C = a + b \\ \Rightarrow &b = a + b \end{aligned}$$

推导3:

$$\begin{aligned} &A \\ \Rightarrow &B = E \\ \Rightarrow &C = E \\ \Rightarrow &C = COC \\ \Rightarrow &C = C + C \\ \Rightarrow &b = C + C \\ \Rightarrow &b = C + b \\ \Rightarrow &b = a + b \end{aligned}$$

对于句子 $m[2]=b+m[1]$:

推导1:

$$\begin{aligned} &A \\ \Rightarrow &B = E \\ \Rightarrow &D = E \\ \Rightarrow &m[2] = E \\ \Rightarrow &m[2] = COD \\ \Rightarrow &m[2] = bOD \\ \Rightarrow &m[2] = b + D \\ \Rightarrow &m[2] = b + m[1] \end{aligned}$$

推导2:

$$\begin{aligned}
& A \\
\Rightarrow & B = E \\
\Rightarrow & B = COD \\
\Rightarrow & B = COm[1] \\
\Rightarrow & B = C + m[1] \\
\Rightarrow & B = b + m[1] \\
\Rightarrow & D = b + m[1] \\
\Rightarrow & m[2] = b + m[1]
\end{aligned}$$

推导3:

$$\begin{aligned}
& A \\
\Rightarrow & B = E \\
\Rightarrow & D = E \\
\Rightarrow & D = COD \\
\Rightarrow & D = C + D \\
\Rightarrow & m[2] = C + D \\
\Rightarrow & m[2] = C + m[1] \\
\Rightarrow & m[2] = b + m[1]
\end{aligned}$$

(2) 解:

对于句子b=a+b:

归约1:

$$\begin{aligned}
& b = a + b \\
\Leftarrow & b = a + C \\
\Leftarrow & b = aOC \\
\Leftarrow & b = COC \\
\Leftarrow & b = E \\
\Leftarrow & C = E \\
\Leftarrow & B = E \\
\Leftarrow & A
\end{aligned}$$

归约2:

$$\begin{aligned}
& b = a + b \\
\Leftarrow C &= a + b \\
\Leftarrow B &= a + b \\
\Leftarrow B &= C + b \\
\Leftarrow B &= COb \\
\Leftarrow B &= COC \\
\Leftarrow B &= E \\
\Leftarrow A
\end{aligned}$$

归约3:

$$\begin{aligned}
& b = a + b \\
\Leftarrow b &= C + b \\
\Leftarrow b &= C + C \\
\Leftarrow C &= C + C \\
\Leftarrow C &= COC \\
\Leftarrow C &= E \\
\Leftarrow B &= E \\
\Leftarrow A
\end{aligned}$$

对于句子 $m[2]=b+m[1]$:

归约1:

$$\begin{aligned}
& m[2] = b + m[1] \\
\Leftarrow m[2] &= b + D \\
\Leftarrow m[2] &= bOD \\
\Leftarrow m[2] &= COD \\
\Leftarrow m[2] &= E \\
\Leftarrow D &= E \\
\Leftarrow B &= E \\
\Leftarrow A
\end{aligned}$$

归约2:

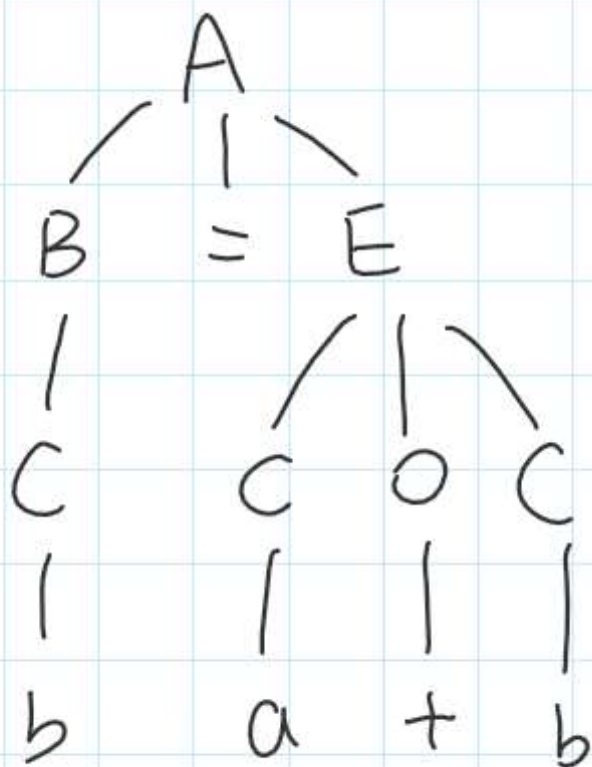
$$\begin{aligned}
& m[2] = b + m[1] \\
\Leftarrow D &= b + m[1] \\
\Leftarrow B &= b + m[1] \\
\Leftarrow B &= C + m[1] \\
\Leftarrow B &= COm[1] \\
\Leftarrow B &= COD \\
\Leftarrow B &= E \\
\Leftarrow A
\end{aligned}$$

归约3:

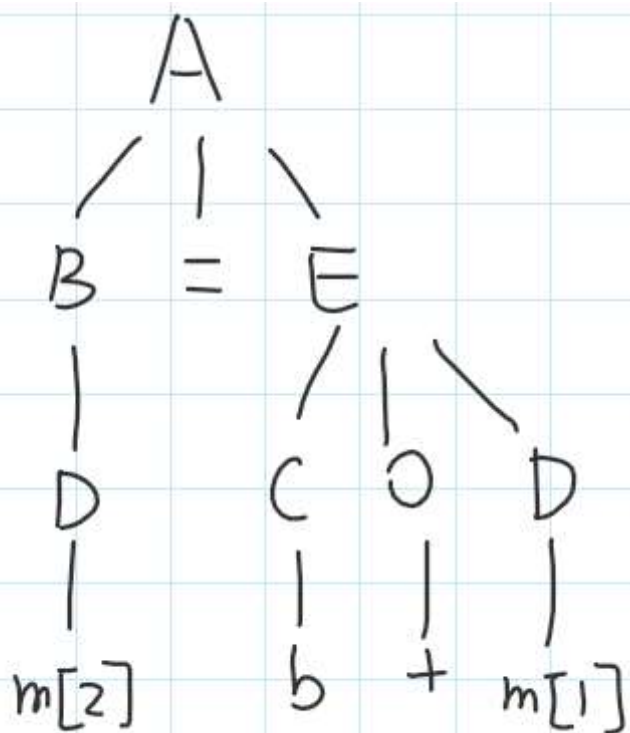
$$\begin{aligned}
& m[2] = b + m[1] \\
\Leftarrow m[2] &= C + m[1] \\
\Leftarrow m[2] &= C + D \\
\Leftarrow D &= C + D \\
\Leftarrow D &= COD \\
\Leftarrow D &= E \\
\Leftarrow B &= E \\
\Leftarrow A
\end{aligned}$$

(3) 解:

对于句子 $b=a+b$:



对于句子 $m[2]=b+m[1]$:



(4) 解:

对于句子 $b=a+b$:

短语: b 、 $a+b$ 、 $b=a+b$

简单短语: b 、 a 、 $+$

句柄: b

对于句子 $m[2]=b+m[1]$:

短语: $m[2]$ 、 $b+m[1]$ 、 $m[2]=b+m[1]$

简单短语: $m[2]$ 、 b 、 $+$ 、 $m[1]$

句柄: $m[2]$

29. 证:

依题意得: w 非空

设 S 中 a 的数量为 x , b 的数量为 y , 则由 S 的产生式可知 B 中有 $x-1$ 个 a 和 y 个 B , A 中有 x 个 a 和 $y-1$ 个 b 。

由 A 的产生式:

(1) 当 $A \Rightarrow a$ 时, 可知 $x=1$, $y=1$, 此时 $x=y$ 。

(2) 当 $A \Rightarrow aS$ 时, 对于右边的 S , 有 $x-1$ 个 a 和 $y-1$ 个 b , 对于起始 S 来说相当于各删去一个 a 和一个 b , x 和 y 差值不变。

(3) 当 $A \Rightarrow bAA$ 时, 又因为 $A \Rightarrow aS$, 所以有 $A \Rightarrow baSA|bAaS|baSaS$, 其中前两种情况与情况(2)类似, 后一种情况表示 A 的右边 a 的数量会比 b 多1。

同理可知 B 的产生式中有上述对偶情况, B 的右边 b 的数量会比 a 多1。

又由于 $S \rightarrow aB|bA$, 可知情况(3) x 和 y 差值会被调整至0。

所以 S 生成的句子中 a 和 b 的数量相等。

32. 证:

充分性:

由于 $S \xRightarrow{*} \alpha$, 且文法为CFG, 所以一定存在一棵以 S 为根的语法树, 推导结果为 α 。

必要性:

由于有一棵推导结果为 α 的语法树, 且文法为CFG, 所以对于 α 进行归约, 可得 $\alpha \xleftarrow{*} S$ 。

34. (1) 证:

对任意句型 A , 有 $S \xRightarrow{*} A$, 且 $A \in (V \cup T)^*$, 由短语的定义可知 $\varepsilon A \varepsilon$ 是句型 A 的一个短语。
即句型本身就是它的短语。

(2) 证:

依题意得: 对任意的子树级数至少为2的句型 A , 有: $S \xRightarrow{*} A$, 且 $A \xRightarrow{+} \alpha$

所以对于句型 A , 由(1)可知 α 为它的短语。

所以该子树的结果是它的短语。

(3) 证:

依题意得: 在级数为2的子树中, 有: $A \Rightarrow \alpha$

所以该子树的结果是它的直接短语。