符号，名词 公式

《什么是数学》

1. 自然数（正整数）

加法乘法 交换率 结合率 () 分配率a(b+c)=ab+ac

集合，集合对象，用方框对象个数表示加法乘法(算盘，用二维行列算)

不等关系a<b c=b-a减法 负整数 整数0 a-a=0 a+0=a a\*0=0

位置记法 罗马符号是纯加法

十进制的表示 a\*10^3+b\*10^2+c\*10+d\*10^0 系数是连续除以10的余数

可以用任何数作为基底 进制

非十进制需要不同的（单位）加法表和乘法表 1+1=10 11\*11=1001

加法乘法表只用写下横竖 所有数就够了 （0 1）+（0 1） （0 1）\*（0 1）

多位加法和乘法 乘法是分别计算乘数各位与被乘数的积 再累加

加法是位与位相加 （都带进位）

15 111

25 101

75 111

300 111

375 100011=2^5+2^1+2^0=35

计算每一位，然后进位填入下个数

2、数系无穷性 数学归纳法 12345……n,n+1……

直线无数点 平面无数三角

数学归纳证明无穷是正确的 证明1，2，3成立 1是正确的 n正确则n+1也正确

等差级数 1+2+3+……n=n(n+1)/2 (1)r变成r+1 （2）证明 :Sn=1+2+……n =n+(n-1)+……1

2Sn=（n+1）n

等比级数Gn=a+aq+aq2+aq3+……aqn=a(1-qn+1)/(1-q) (q!=1)

(1)N=1 n=r n=r+1 证毕 (2) Gn qGn Gn-qGn=a-aqn+1

前n项平方和

1^2+2^2……+n^2=n(n+1)(2n+1)/6

1. r r+1

立方和 1^3+2^3……+2^n (n(n+1)/2)^2

重要不等式 (1+p)^n>=1+np 对>-1的任何数p n是任意正整数

1 r r+1

6、二项式定理

（a+b）^n a+b a^2+2ab+b^2 a^3+3a^2b+3ab^2+b^3

(a+b)^2=(a+b)(a+b) (a+b)^n=(a+b)^n-1(a+ b)=a和b分开乘再加起来

1，2，3……n每种情况一行组成一个三角形巴斯嘉三角

展开式系数 下标（当前列数）和上标记法n(行数或者总列数) Cn0 Cn1 Cn2 Cn3 表示各系数 Cn0=Cnn

把C填入

观察三角 ，可以发现下排的数是上排两个数的和 Cin=C i-1 n-1 +C i n-1

证明:Cni = n(n-1)(n-2)……(n-i+1)/123……i = n!/i!(n-i)! 二项式定理

题目: 1/(1\*2) +1/(2\*3)+……1/n(n+1) =n/(n+1)

1/2+2/2^2+3/2^3+……n/2^n=2-(n+2)/2^n (1+q)(1+q^2)(1+q^4)……(1+q2n)=1-q2n+1/1-q

(1+p)n>1+np 对于p!=0 >-1 n>=2 证明: 1 r r+1

最小自然数原理:（适用于正整数自然数集） 存在最小值，最小整数 非自然和负数不存在

1. 数论

对于数集的研究 偶数集 整数集 所有整数平方集

素数 分解因子 正整数，除了1和本身没因 2357 11 13 合数

素数是合数的组成单元（除去一和本身）

反证法:存在无穷素数 假设定理不对，然后举反例

假设素数有限n个,p1~pn 其他数都是合数，而且必有一个素数可以整除

An=p1p2……pn +1 不能被任何素数整除

大于一的整数只有一种素因子

反证：假设存在正整数有两种因子分解

M=p1p2p3p4……pn=q1q2q3……qn 这些正整数m必然有最小的

推论 只有一种素因子 ：如果素数P是乘积 ab的因子，素数必然是a或b的因子

素数分布 爱拉托赛姆筛法 划掉 2，3，5，7的所有倍数: 去除所有复合数

费马Fn=2^（2^n）+1 是素数---错误 不存在求素数的表达式

欧几里得无穷多素数证明 推广到4n+3 6n+5 ----素数除2 都是奇数，4n+1的形式，4n+3

任意等差数列中都有无穷素数:狄里赫莱 证明

算数基本定理 最大公因数 辗转相除法

素数频率分布 ，An 是1234 ……n中素数个数 An/n

自然对数ln n loge n 什么是对数 关于坐标曲线

An/n约等于 1/ln n 越大越近似 近似度 (An/n)/(1/lnn)接近1 高斯猜想

证明:比较复杂 黎曼 不用复数

没证明的 哥德巴赫猜想 任何偶数都能表示为两个素数的和

每一个正整数都能表示成不超过30万个素数之和 ——4不超过4

素数定理

2、同余 两个数被5除余数相同 模5同余 2，7，12，17

A b /d 同余 模d同余 a-b=nd d固定 啥意思?

记号 a=b(mod d) 三横线

等价：存在n 使a=b+nd d可以整除a-b

交换率 当a=b时仍然成立

性质:

几何表示 直线上整数点

同余式乘积

2、费马定理 a^(p-1)=1(mod p)

3、二次剩余

4、毕达哥拉斯数 费马大定理

直角三角形 ，所有边长为整数的 a2+b2=c2

求三元数 a/c=x b/c=y x^2+y^2=1 y2=(1-x)(1+x) y/1+x= 1-x/y

设 y/1+x= 1-x/y =t t可以表示为整数u/v的比 y=t(1+x)=t/(1-x)

获得和t相关的解 x=1-t^2/1+t^2 y=2t/1+t^2

X y换成a/c b/c t换成u/v

A=v2-u2 b=2uv c=u2+v2 v>u 没有公因子且不同时为奇数

An+bn=cn能否有正整数解 n>2

4、欧几里得辗转相除法’

找公

长除法 从第一位起找能除的最大整数 得商 余数加上剩下的位继续除

本质上是算最接近的乘法

最大公因子

A=bq+r

5、欧拉函数

6、连分数，丢蕃都方程

连分

1. 数系 1、有理数

2、不可公度 无理数 极限

3、十进制小数，无限小数

4、极限，无穷等比级数

5、区间套与无理数

6、戴特金分割

7、解析几何 数的连续统一 坐标 象限

直线方程 曲线方程

8、无限的数学分析 无穷大 集合论 康托 真子集等 等势

可数性 连续统不可数性

基数

反证法

无限悖论

9、复数 解二次方程 x2=-1

1. 几何作图 数域代数
2. 射影几何 公理 非欧
3. 拓扑学
4. 函数和极限

连续

1. 极大和极小
2. 微积分