数 数对事物的度量 是量的体现 可运算 数有部分和整体 ，整体称为集合

数理逻辑

公理

公式

定理

奇数 偶数 能被2整除

值

质数

合数

序数理论 自然数

基数理论

四则运算是封闭集合，从集合选出两个操作数 运算结果也属于集合内 整数，正数集合不能满足封闭， 而对实数就是封闭

代数 两个方向，研究更多未知数一次方程 线性代数

研究高次方程 多项式代数

代数学 是代数和代数运算的集合，群环域

集合 自然 整数 有理 实

属于 包含

函数定义域 值域范围

内函数 ，用f (g(x) ) 复合函数

单调性 奇偶性

周期性

数字用符号连接起来称为式

等式 含有等号的式 等式加减乘除同值仍相等

恒等式 无论变量取何值 等式都成立

方程 含有未知数的**等式** 表示数 函数 量 运算的相等关系

使方程成立的未知数的值称为解 方程解不一定唯一 也可能无解

函数表示的不是解 而是多个变量的映射关系 自变量的变化会引起**因变量**怎样变化 是一种规则 函数是抽象的，由输入得到输出 是集合和集合间一一映射的关系

函数表达式 函数x y输入输出表格 函数图像

可以用方程组解多个未知数

等式 运算后的值的相等性关系

同加减 同乘 除 仍相等

等式两边移动仍相等 传递性 两两相等，可推导出第三个相等关系

交换律 符号两边换顺序仍然相等

结合律 连续运算时 改变计算顺序仍然相等

代数:把未知数用符号表示，利用运算分解的方式来带符号运算 是为了研究某个集合范围内 所有数的通用解法

代数方程 多项式组成的方程 整式 分式 根式

分式是两个整式多项式的除法，一般不可约的才叫分式

整式分式称为有理式

根式，含有开方运算的式 奇次 偶次

分母有理化(变有理式)

有理式 无理式

整式 包括单项式和多项式

单项式 是数和字母 次方的乘积 2ab^2

数 字目 数和字母的积 字母的积 xy ab 单项式没有加减运算，可以乘除 相当于次数负

常数因数称为系数 系数可以是1 -1 数字的系数是本身

次数 是单项所有字母指数的和

单项加减 合并同类项 单项乘除数字字母分别乘

多项式 有限的单项式的和 有几项就是几项式 同类项会合并 常数项 次数是最高次

可以用降幂或者升幂排

多项式相乘 单乘多

因式分解 多项式变成简单整式积

简乘公式 可以是字母 二项 分式 根式

完全平方 三数和平方 平方差 立方和， 完全立方 欧拉

二项式定理 x+a n

和展开式

因式分解

向量 代数表示 几何表示 坐标表示，利用单位向量 x y坐标

矩阵表示

有界

有极限

积分 可以看成函数图像 曲边梯形的面积 极限 把曲边梯形看成无数的长方形，长方形宽相等趋向于0

可积函数

积分是有范围的，在某个区间内 fx dx

Dx积分变量

分割取样 xi xi+1 ti在之间 每一项都是 dx和f ti的积

通常的分割，均分 取左点或右点为ti

在某个范围内 ，分割的数‘量n越大，dx越小，越是趋向于真实面积S，有极限S n趋于无穷大，dx趋于0可看作和S相当

一个数在变化时 慢慢，地趋于某个数，而不能到达

说明该数是变化的，而且变化趋势是越来越小，最后接近于0 1 -0.5-0.25-0.125-0.0625

数一般由项 项数组成，项数应该有不断缩小的性质

对于变化的未知量 构思变化相关的变量

无穷小悖论

关于瞬时速度 一段时间平均速度，当时间差趋向0

导数，即为 在各点xn上的时候 差商的极限 dy/dx 差趋于0时两者值趋于一个固定值

数无穷 趋于无限减小到0称为无穷小

无穷思维 无穷接近真值 无穷分割 无穷模拟 变和不变

微分 dy fx+dx -fx =f’x dx 微分只能写成导数乘dx 的形式 ，所以求微分问题实际上是求导问题？

不是这样。微分就是很小的量，趋于0，但是因变量是自变量的映射，所以必须求导

增量的微分 函数增量

因变量的微分 和自变量的微分称为微商

高阶无穷小

函数的线性化

一元微积分

斜率的意义，变化率 一个量随另一个量变化

分成等分 单位等分内一个量变化对应的另一个的变化量

如果差足够小，就分成了无穷个等分

高阶 什么是阶

连续函数，函数不是离散的，dx可以有无限小 任何区间都有无限个x

数列 数列是函数 定义域是正整数或者子集 比如偶数 123456789 n

数列每一项的n是整数 但数列值则不一定

数列函数是 n项 一列数的组合

An 就是每一项

递增数列 递减数列 摇摆数列

周期数列 常数数列

通项公式 表示an和n的关系的式子，对于任何n都成立，不一定有，因为an的变化可以是不定的 an= fn 可以不唯一

递推公式 an和 前一项或者前几项的关系能用式子表示

等差 an=a1+(n-1)d 第一项必须知道，其他项由首项和差推导

前n项和 倒序相加法 正序相加再倒序相加 除2 任意对称两项和相等

等差中项

如果n倍数呢

运用 算两数之间某数的倍数，用通项公式，比一个个除好

等比数列 a1 qn-1 n可以是任意

Q公比 等比中项 G可能为正负

通项 递推

对称项乘积相等

前n项和 随着n变化，也是等比

等和数列，每项和后项的和为常数

项数n 有限 可以趋于无限

数列中每个值 都是

数列极限 当n大于某值 项 和 a的差绝对值都小于 所有正数 比所有正数小的绝对值 就是趋于0吧

也是是说 n趋向无穷大时 an趋向固定值 lim an =a

等价定义

几何意义

性质 唯一 极限唯一 有界 收敛有界 保号 保不等式 迫敛

四则运算

单调有界数列必有极限 致密性定理

无穷小数列

级数 (数项级数) 数列各项的和 Sn称为部分和 当项数n趋于无限时 如果Sn 有极限 说明级数收

第26章 数学和逻辑

概念和概念的联系 最重

记忆一些问题的概念和独有属性

看成其他属性的组合

对象的并列就行了

音乐思维

api使用方。。。被外部用户交互使用的才是接口api吗？还是被程序员使用的呢，是相对概念吗？ 接口是对细节的封装

需要专门对使用方式进行说明，告诉你使用他能干什么，而不是它是啥样的，或者约定俗称

api里面不调用api吗？ 哪个层次的api呢

接口是函数名加使用文档。。。仅此而已。。。很多时候我们是自己写api自己用。。。自己层层向上封装。。

api不应该依赖上层

接口是拿来用的，不是拿来看的，如果接口出了问题，直接问作者或者上报老板

对象属性的意义，是让某些状态在模块内部共享，被多个方法函数共同读取和改变

这是函数化编程难以做到的。。。除非用全局变量穿透，或者是多次传参()

。。。其实get的时候往往是用来修改其他属性，或者其他对象的，体现了对象属性对其他属性的影响。自变和因变。。。。而set或者修改方法传入参数，体现了其他外部或者内部属性对于该属性的影响交互

函数的上下层调用，下层的定义不应该知道上层的任何细节，定义中不应该引用上层的局部变量，上层函数的参数，等等，而应该针对通用的某类参数进行处理输出 。上层调用下层，需要传数据时，必须用传参实现。需要获取调用的返回时，通过局部变量赋值进行。

所有数学式都有读法。。。

数学表达式是无限拆分的算法。

柯里化。。。

逻辑是什么，就是词，是对现实的归纳，是对于词的内涵，外沿，属性，行为，类别， 关联，共同点，不同点的辩论。。。分层分类，关联，交互是事物的本质。 对于结构关系，时间关系，因果关系的分析，是事件发展化的根源

认识到所有事物都是无限可分的，事物有属性和类别。。。有共性和个性，相同和区别。。。

关于集合 集合元素之间有高度的相似性

类的 属性之间 是没有太多相似性的，我们抽离属性 归于一类

其实这里混淆了外延内涵吧。。。

在编程语言中，类是对象的模板，类属性是对象属性的模板，是对象的共通属性

但是其中类和对象是没有包含关系的，想要获得对象集合，需要用对象数组等形式。

而在现实中，类确实也是共通属性 的事物的抽象 但类也是包含所有具有共同属性对象的集合。。。

这样类就成为了一个集合

或者另外的思考方式，让类和事物像编程语言一样分离。。。类作为事物的一个属性名存在。。。这可以吗？

类比:类比是把两个事物属性对比，猜测某方还有另一方的属性，我们都有这个，所以我们都有那个。

对于数学定义，符号化的公式应该语文化

数学学习配合百度词典

一个集合是可以拆分成任意子集的。。。包括减去一个元素的集。。。减去所有元素的集。 可以拆成任意长度两段或者 n段，段长度可以不等也可以相等， 可以一次拆完再处理 也可以分时间处理，边拆边处理。。。

自然数 的比表现为有理数 有理数的极限表现为无理数

加法 引申出相反数 然后是负数 减法

关于运算

加法 推出乘法 乘法推出除法。。。然后是不能整除的乘法 实际的意义

小数是如何推导的

运算的单位可以是字母，数，或者是式子，函数，集合等

在自然数体系中，除法明显不能算乘法的逆运算，有余数。。。

分数是数 除法是一种运算。。。

法则 规律化的方法或原则

规律: 是指适用于 某个范围取值情形的通用方法

用完全中文的思维来设计，思考。。。用中文分词的思想来构造。。。分层分类。。顺序和关联。。

一个问题。。。什么是反作用力？力和反作用力相等，作用在不同物体上，所以不能加减运算

力

波

能量

光 粒

未知数: 题目中还不知道的值，需要求解

变量，可以变化的值。。

布尔代数 :一个集合 包括了0.1 和01的所有运算

元组 是数的序列

语言表达时 ，文章写作时 要有明确的结构，顺序关系 分类分层 前后关联，整体部分关联 发展 因果

每段的主题，可以写前面？ 主题突出

整体部分。。。

画图，音乐创作也是一样，整体思考。。。顺序，因果。。。

思维方式。。。等价变形，同时增加减少，省略 增 删 改查

消去 换元 式变图

借助中间量

不等关系中经常需要用到一些中间量

著名的不等关系 a+b >= sqrt ab 这种转换关系的精妙就在于把加转乘

同样的乘除转加减 还有对数

高阶逻辑中存在属性的关系，不过高阶逻辑用的少。。。

高阶量词称为高阶逻辑

几何证明经常用三段论，使用的是等价思维，相等 ，相似的传递性

命题的 个体词 谓词 量词

命题联结词

谓词逻辑 谓词就是动词 表示 有 是 存在过 做过 在做 将要打算 等可以证明 是否的谓词

表示 动作 或者关系。。。时间空间因果目的

量词 全称 表示所有 存在 表示有一个

个体词常项

个体 变项 具体事物 或者抽象泛指事物，一类 a b c x y z

谓词常项 变项 具体行为或者抽象泛指行为 一类 F G P

F(x,y ) 有点像**函数** 表示的是事物的行为或者关系 会有一个真假

元，个体的数量，表示个体间关系

箭头是蕴含的意思 如果 那么 若则

结论符号

对任一 所有

有一 存在

永真 可满足 不可满足

前置条件 后置条件

原因结果

如何那么

条件的结论的关系 。。。。结论只是条件引起的现象的一个子集

条件。。。即对象的变化 行为 会影响到很多其他对象 属性的变化

会影响自身属性的变化

因为对象间是有关联的。。。是互相关联，自变因变的关系

一个条件未必只对应一种变化

一个条件不一定只改变一种事物。。。

充分 必要

大前提

小前提 小前提的内涵要全部包含在大前提中

是字句 表示事物的上层类或者上层类的特殊化

表示特殊的类

表示行为 会 能

表示属性 有 组成

所有的牛都是晡乳动物 这里的牛是牛类的意思 晡乳

分类和划分 种 属 种类到属性

属性与种类

分类可以看成是系统学

分 是鉴定 描述 命名

鉴定 对事物属性的有无，真假的判断

类 归类 排列

属于

划分是整体分为部分 把属性划为若干种

把外沿，即类划为子类

枚举是列举所有属性个体

划分则是 把属性中同类的分组 分出来

划分有一定的标准，是按一定的共性划分的。。 要求属性的互异。。。

类和集合的区别。。。集合中对象都是相同的性质，属性。。。而类中属性有相同 也具有不同的性质，属性。。

这是表面上看似如此，类和集合都是共性和差异的，差异在值的差异 ，共性在共同属性。。 那么属性值的差异和属性的差异哪个更上层？ 更明显

注意 相同不同本身也是相对的概念。。。

属性是事物 性质和 事物关系的总称

关系 有对比关系 结构关系 行为关系 类关系 趋向关系(亲密或者对抗)

特有属性，别的类的对象没有的属性

事物由共性组为一类 不同类又由类间的共性成为 大类

命名原则是以体现共性的词语来命名。。。

虽然是以共性命名，上层忽略了差别。。。但是下层每个例子是无数有区别成员的合并。。。 类的名字只体现了共性，但是实际上各成员有个性。。。

另一个问题。。。属性是什么，事物的层级又是如何 颜色和马是两个事物 。。。白马 看上去像是平行的关系

马的颜色是白色看上去像层级关系

关于整体和部分的分解。。。原子事物。。

数学意义中 类是违反排中律的 。。。性质

f 集合x f(x) 类中任一成立不代表所有成立

集合中对象不一定有类的属性，性质 类的对象一定有类的属性？

上层概念 应该是对下层个性的包含，忽略，总括

对共性的强调，总结

虽然提取了共性，不代表下层的个性就不存在。。。

不同的对象被看成整体

事物有特殊 也会和同类事物相似

任何有共性的事物，即使再小的共性也可以按共性分为一类

类既然包含了事物，自然也会包含共性和个性

物质的概念 形式 形态表现

一般 个别

整体 个体

普遍联系 具体联系 内外 现在和过去的联系 时间顺序 平行和结构

事物具体运动 行为

关于变量的实际意义 它是表示可变 还是不确定？ 或者是所有符合情况值的代表，是集合的代表？

x y 和a b的本质差别呢？ a b 其实是表示确定的量？

式是可替换的，可分解的，可变形的，只要等价 等式两边是可以同时加减乘除同样的数或式，可以消掉项，消掉根，消掉分

绝对值式可画成分段函数 ，绝对值不等式同样

关于极限 认为无穷接近 的极限就是相等。。。epsilion delta

fx 会向fa趋近 要多小有多小 这个差值是e 你给出任意小 的e 我都能找到一个delta

关于 fx-a 绝对值小于e从值域的意义上来说

坐标轴法 fx< fa+e fx>fa -e

fa-e fa+e

x-a 绝对值小于delta a-delta a+delta

说明 对于所有，任意 存在

这里的任意不是值域范围，所有 指的是e的值的所有情况

e定义域 是 0到某个小值 允许无限逼近零

用图像就是 三条横线 三条竖线交叠的范围

a=a 两边的形式相同

a=b 两边的形式不同 可以是式，是数，是未知 是已知 是不同的整式，分式，根式

传递性(非常重要，是不等关系推导的基础)

加法原则

乘法原则 符号可能变

两边乘加相同数 乘加不同数

同向不等式的加性

全部大于0的，或者小于零 同向不等式的可乘性

不等关系推导 就要依靠变形 同加减变为相近的形式的比较

不等式 如果可以变成图像。。可以用图像算定义域内解集

证明相等关系或者不等关系 。。。就是把两边转化为看上去相似的形式

不等关系和定义域范围有很大关联。。。有定义域关系，就能确定式整体 和其中某项，某部分 根 ，分 的范围，从而 可以删改变 利用传递 乘性 加性

不等式中必须注意 大于 且等于 和小于且等于的情况 这是包含等于的

连续的小于等于的传递存在一直等于的可能

a<=b<=c<=d<=e<=f 可能a b c d e f相等。。。在数论中经常有这种例子

证明的转形形式 把两边变换得近似

加减法把一边变零

乘除把一边变一

分析 分解条件 变换

放缩法 适当增项 或者乘除 将一边放大或者缩小 大于一个更小的数会仍然成立 小于一个更大的数也会成立

数学归纳法 是有自然数 数列关系时使用的

换元法 式换变量 变量换式 根式 分式

恒等变形中的分组 拆分， 使形式完全改变， 把系数拆分 把公因数提取(包括未知数) 任何式中前后上下内外都是可拆 可换的

把公因式提取是很常见的

函数也是式，所以也可以换元

整体部分

特殊的拆分(或者说凭空造的) 0= a+ -a =ax +-ax 需要分组运算式常用

1= a/a = ax/ax 是对常数的变形。。。用于带分式的加法 。。。

一些词 设 且 当 则

存在 有 对于所有

若 则 和因为 所以 在逻辑中是一个意思

表示命题的推导关系

因为前者成立 所以后者成立 。。。有要求证明的。。也要要求从前命题推导后命题的

存在性 任意性 一般是式 函数间不等关系中使用 一般存在更多的变量

某一边是求最大值 某一边是求最小值？

存在性证明 是只要列出一种特殊情况就可以证明

任意性 是所有的 事物 有的共同性质，要么列举所有事物，要么就 进行归纳证明，

数学归纳

存在是说任何一个都可以 任意是说全体。。。在不等式中 任意不等，就是要比整体都大或小 ，不可进入区间内

存在不等，是指比他其中一个大或小就行了，是可以进入区间范围内的。。。但是不能超出范围。。。。

区间 是定义域 或者值域，解集。。。

存在使得

综合 从结论出发 ，寻找充分条件

成立的充分条件是什么

条件和结论是命题推理关系

是真假范围的包含关系

是， 有 是对事物属性的概括列举 或者说明事物所属于的类 和限定属性

子类是父类的特例，不是类的属性，而是类集合中的一种类

类和类之间有属性的差异，也有共性

而上层类包含了所有的子类，所有的属性，忽略了差异。。。归为一个名字

不等式的性质

不等式两边也可以是任何形式。。。

一元二次 二元一次

对称性 左边大于右边 则右边小于左边

变量是可替换成其他变量或者式的， 函数可以是式，也是可替换可分解的，函数的变量也是可替换成式或函数的

整体到部分，部分到整体。。。

包括系数也可以是可替换的。。。乘式可替换任何一边，可分配，可合并

关于因式分解。。。因式，两个做因数的式子，是按分配律分配，再合并同次项的。。

配方，配成完全平方

十字相乘 a =mn b=m+n

游戏的思考，越多类型越好。。。大量分析

如何观察事物，整体部分，外结构，整体布局，内布局，组件分布， 变形，旋转视角。。。抽象，分解，找到本质特征，形状，颜色，手法，长度。，角度，要会旋转，放大

事物间的联系是行为或者结构层次

观察事物的动态动画，每个阶段的大体变化，始态终态， 分成片，不宜过细

图形的解析，变形和组合。。。3转2

演示demo

有个问题。。。学习是波浪形的，而不应该把事情都留在后面。。。学习计划中应该包含对以前的回顾整理，包含练习。。。对于资源的鉴赏，素材的积累，也应该渗透在平时的每日功夫，而不是试图以后解决，这是违背学习曲线的。

学习的平行性

所以应该花时间设计学习的计划，到底学什么内容。。。练什么内容。。。

一个开发计划应该是可衡量的，可算的，学习效果也是可衡量的。

如果觉得应该一古脑学，不复习，也不练习那就很可悲

何时复习，复习随时都可以进行

复杂思维导图的可拆性，可折叠

思维导图最佳实践，基于词分解和词关联，不要用复杂句子。。。最好不要用任何句子，下层级 思维导图

流程图

对于每一步要处理的数据，要得到的输出要有思考，每一步和之后有关联。。。

上下语句的关系，数据的关系，

平行关系，处理的数据不相关，两者都是为后面做准备。。。

或者可以认为是并行的，流程图是顺序的，但是逻辑意义上两者可替换。

关于式的分解，式的执行。。。括号优先，乘除优先。。。。

不同级的运算是分上下层的

。。。式中同层级的是可交换结合的，可以看成逻辑上平行。。。是一个整合性运算 sum。。实际上所有的同级运算都可以看成是平行的

关于式的整体和部分。。。式中任何一部分都可以替换成变量，其他式或者函数，函数也可以替换成变量，式等

也可以拆分成多个式分步执行。。。

式的未知数赋值求式的整体值更符合我们日常和程序的认识。。。。

未知数变量的通解则是一种推演变形的过程了，是恒等变形。。。恒等变形中引入换元简化，消元消项是很常见的

数学函数式相等于未拆分的return 式

关于递归结构。。。递归实际上是继续向下分层的意思，可以认为是无限地向下，但是这个层次和上面的层次是完全一样的，所以用了简写的循环。。。递归肯定有不成立的条件，不会无限向下分层

关于定义和调用

函数的调用 是对未知数赋值求整体活动的过程。函数的定义是带未知数的一般情况。。。如果函数定义 时 定义中调用其他函数，传入的是确定的量，这个调用是确定的。。。如果传入的参量取决于外部传入，这个调用也是不确定的，是传导性的。。

那么括号里有括号能理解吗？ 表达式里有表达式。。。数组带表达式，对象属性名带表达式。函数定义中有函数定义

变量

因果关系，上一步的处理是为了下一步做准备

对于各种语句的归纳。。。不同类型语句有不同意义和功能，需要归纳

概念图