前言： **本次专题的题目难度不高，其中 ABE 为基础题，DFJ 为中档题，CGHI 为提高题。大部分同学都可以做出 9~10 道题，有 17 名同学 AK（我就说题目很简单吧）主要知识点涵盖大数、快速幂、埃式筛法、分解质因数、欧几里得算法、找规律。希望同学们可以对自己知识欠缺的地方加以学习。**

A.Least Common Multiple

数学题，最小公倍数和最大公约数。

题意求多个数的最小公倍数。根据公式 $LCM(A,B)=\frac{A*B}{GCD(A,B)}$ 运算即可。

B.Positive Negative Sign

规律题。

题意为有从 1 到 n 数，每过 m 个数就改变一下符号，问最后得到的数。

直接暴力会超时，看规律，每 m 个数与上 m 个数相加都为 m*m，所以最后得数为 $\frac{n}{2\times m}\times m^2=\frac{n\times m}{2}$.

C.A + B Problem II

典型高精度大数问题。

直接用 longlong 等 32_bit 数来存储输入的数会存不下，因此要用数组模拟数字的加减法进行运算，业内称为：大数。C++版可自行搜索大数模版记下来，JAVA 可直接用 BigInteger 运算。此处标程提供 C++版解答。

D.七夕节

数论题。

题意就是让求一个数的所有不包括本身的因子的和。采用遍历一遍 1~N 找因子的 O(N)算法会超时，要在寻找因数的部分改进算法。对于每个数，只需要遍历其 2~$\sqrt{N}$ 长度的因子即可找到所有因子。所以采用 O(logN)算法。也可以采用预处理的办法先把每个数的结果统一运算出来，然后再 O(1)查询。标程给出两种办法。

E.人见人爱 A^B

快速幂模版题。

快速幂可以高效的计算幂运算。如果我们使用循环来计算的话，那么时间复杂度就是 O(n) ，使用快速幂的话只需要 O(logN)。只要最后 3 位相当于模 1000。

多组样例。数据较水，朴素做法也可过。

F.Coins

推理题。

n 为偶数时为 n-1，n 为奇数时不存在。证明如下：

- n 为偶数时，奇数面朝上一定要奇数翻转才可以达成目标，偶数面向上一定要偶数次翻转才能达成目标，x 不可能同时为奇偶，所以 x 不存在。
- n 为奇数时，奇数面朝上全翻到朝下就是偶数面朝下全部翻到朝下，等同于偶数面朝上全部翻到朝上。

  全部向上或向下时，需要偶数次翻转可以达成目标，所以 x 为偶数；当有 1 面朝上时，因为 x 为偶数，所以一定要翻转那 n-1 个才可以达成目标，所以 x 至少为 n-1。x 不可能大于 n，此时可以把所有的硬币都翻一遍，不满足最少，所以至少为 n-1。

G.圆桌会议

数学题。

题意为 n 个人围成一个圈，现在每分钟交换一次相邻的位置，问最少需要多少分钟，n 个人的顺序与原始顺序相反。例 1234 变成 4321。分两段，使他们各自完成逆序所需次数最短。证明如下：

设 n 为总长度，分为两段，长度分别为 a、b。

$$总次数=\frac{a\times(a-1)}{2}+\frac{b\times(b-1)}{2}=\frac{a\times(a-1)}{2}+\frac{(n-a)\times(n-a-1)}{2}=a^2-\frac{2\times n\times a+n^2}{2}。$$

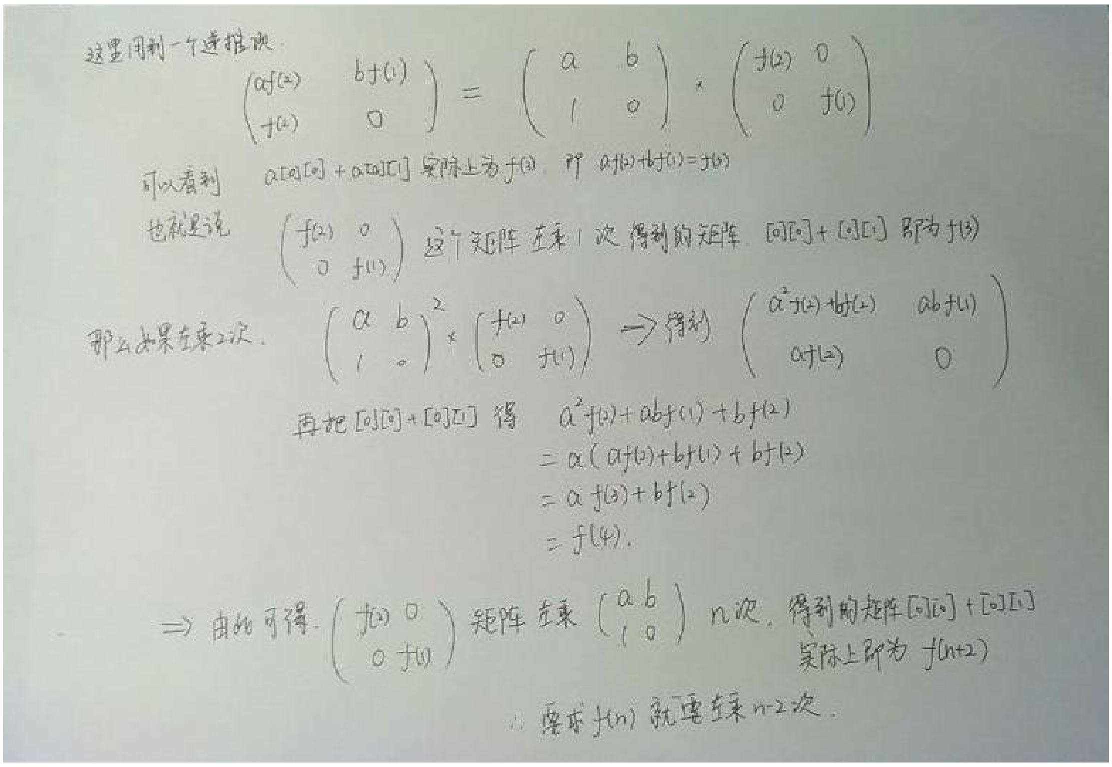
其中 n 为常量，a 为变量。二次曲线开口向上，最小值对应在对称轴 x=n/2。

此题是多组输入。

H.求递推序列的第 N 项

矩阵快速幂。

这道题数据背锅，51Nod 上这道题的数据太水了，导致有很多人用了错误的办法但是却过了。正解还是要用矩阵快速幂。注意不能直接按照题目中的公式取模，因为题目中包含负数，所以在取模时要注意%7+7 再%7。



找 f[1]f[2]循环节的方法是错误的，因为通过打表可知，题目给定的数的公式必定有循环周期，只需找到循环节即可，但是我们无法判断 f[1]f[2]是否会必然出现在循环周期中。若到 n 很大时还未出现循环周期，那么我们就无法利用循环周期去做了。所以还是希望大家可以再用矩阵快速幂的方法去做一下。原题 51Nod-1126。

I.A/B

数论题，欧几里德算法。

设 A = k * 9973 + n , A/ B = C , C = P * 9973 + x , x 就是我们要求的余数。

易知，A = k* 9973 + n =B * (P * 9973 + x)。

化简后得 k * 9973 = B * P * 9973 + B * x - n。

因等式左边是 9973 的倍数，因此(B * x - n)也应该为 9973 的倍数。n 的值、B 的值都已知，又因为 x 的取值范围是 0 到 9972，因此枚举 x 的值即可，满足条件的就是答案。

J.GCD Again

数论题，欧拉函数裸题。

题意就是求有多少 i，i 小于 n 并且 gcd(i,n)大于 1（不互质）。由于欧拉函数表示小于等于 n 中与 n 互质的 元素的个数，所以用 n 减去 n 的欧拉函数值，注意题目要求 i 要小于 n，故再减去 1 即可。最后得出答案为 n-$\varphi(n)$-1。