凸优化第一次上机作业

黄晃数院 1701210098

2017 年 11 月 27 日

1 问题转化

原问题为

$$min\ \frac{1}{2}\|Ax-b\|_2^2+\mu\|x\|_1 \tag{1}$$

1.1 cvx calling mosek or gurobi

因为primal 1是个凸问题,cvx下可以直接

$$minimize(1/2sum\_square(A*x-b)+mu*norm(x,1))$$

1.2 call mosek or gurobi dirrectly

将primal 1转化成QP

$$\begin{aligned} min\ &\frac{1}{2}x^TA^TAx-b^Tx+\mu\Sigma_{i=1}^n t_i \\ subject\ &-t_i\le x_i\le t_i \end{aligned} \tag{2}$$

引入$v_i=t_i-xi$,则 2转化为

$$\begin{aligned} min\ &\frac{1}{2}x^TA^TAx-b^Tx+\mu\Sigma_{i=1}^n(x_i+v_i) \\ subject\ &2x_i+v_i\ge 0 \\ &v_i\ge 0 \end{aligned} \tag{3}$$

1.3 projection gradient

利用

$$x^i = x_-^i - x_+^i, x_-^i = max(-x^i, 0), x_+^i = max(x^i, 0)$$

将原问题转化成box-constraints的QP

$$\begin{aligned} &min\ \frac{1}{2}(x_+ - x_-)^T A^T A(x_+ - x_-) - b^T A(x_+ - x_-) + \mu\Sigma_{i=1}^n (x_+ + x_-) \\ &subject\ x_- \succeq 0,\ x_+ \succeq 0 \end{aligned} \tag{4}$$

令

$$y =[x_-; x_+] \tag{5}$$
$$Q =[A^T A, -A^T A; -AA^T, A^T * A] \tag{6}$$
$$c =[-A^T b + \mu ones(n, 1); A^T b + \mu ones(n, 1)] \tag{7}$$

则问题转化为

$$\begin{aligned} &min\ \frac{1}{2}y^T Qy - c^T y \\ &subject\ y_i \geq 0 \end{aligned} \tag{8}$$

参数 步长使用BB步长,线搜索方法使用armijo准则,使用同伦方法,其中参数$\mu 1 = 10000\mu, 1000\mu, 100\mu, 10\mu, 4\mu, 2\mu, \mu$

1.4 subgrad

直接应用于原问题1,其次梯度为

$$g = A^T Ax - A^T b + \mu signal(x)$$

参数 步长$t_k = \frac{1}{n\sqrt{k}}$,其中n=1024为问题规模,迭代步数为MAX=6000
使用同伦方法,其中参数$\mu 1 = 10000\mu, 1000\mu, 100\mu, 10\mu, 4\mu, 2\mu, \mu$

2 计算结果

method	cpu	err
cvx-call-gurobi	2.23	3.07e-6
call-mosek	1.15	4.68e-03
call-gurobi	1.68	1.27e-06
projection-gradient	1.48	3.19e-06
subgrad	18.28	3.17e-06

2.1 结果分析

可见各个算法精度达到了要求,但是次梯度算法耗时高了一个量级,这是因为次梯度方法本身缺乏较好的终止准则,此外,次梯度方法的收敛性对步长依赖性较高,所以,仍然有可能使用更少的迭代步数来实现收敛,以使得耗时降低.