

# 计算机图形学

## 第七次实验报告

### Taichi

PB20000264

韩昊羽

# 一．实验要求

- 下载并编译基于 Taichi 的 88 行示例代码
- 阅读理解 88 行代码
- 对代码中的一些参数进行修改并观察变化
- 对场景做出改变
- 对粒子进行渲染

# 二．操作环境

QT 图形化编程

IDE: Microsoft Visual Studio 2019 community

CMake: 3.23.1

# 三．架构设计

## 3.1 文件结构

与示例结构相同，都是一个 Taichi 库和一个 main 文件组成。框架借鉴了第三个 Demo cube。

## 3.2 类图

没有新定义类，示例自带了一个 particle 结构。我新定义了一个 draw\_outline 方法用来渲染流体的形状。

# 四．功能实现

## 4.1 原理介绍

示例主要使用 MLS-MPM 算法，首先是初始化。将粒子初始位置、颜色、初速度设置好即可。对于每一帧，首先根据粒子更新格点信息，循环计算粒子所在格子和在格子中的位置，

重新设定 E,nu 等参数。然后乘以权重插值得到格点的质量和动量，公式为：

$$m_i^n = \sum_p w_{ip}^n m_p^0$$
$$m_i^n v_i^n = \sum_p w_{ip}^n m_p^0 (v_p^n + C_p^n (x_i^n - x_i^p))$$

之后，根据质量和重量更新格点，并处理底部和边界的情况。再通过格点更新粒子，粒子速度根据格点差值,粒子质量不用插值，公式为

$$v_i^{n+1} = \sum_p w_{ip}^n v_p^{n+1}$$

最后更新粒子的位置和形变梯度，一帧就更新好了。

## 4.2 改变参数

通过控制变量法改变预设的 E(杨氏模量)，nu（泊松比），hardening（坚硬度）等参数来对弹性体、液体、雪块进行试验。

## 4.3 渲染边界

实现了一个新功能：对液体的边界进行渲染（事实上对固体和雪块也是可以运行的）。起源是看到液体的模拟时，觉得全是粒子看起来比较粗糙，液体应该是很柔软的效果，于是想怎么通过粒子来获得一个光滑的 outline。

首先想借鉴通过点云生成物体，采用旋转卡壳算法，但发现这样只能求出凸包，而不是闭包，会将不应该纳入的区域纳入。后来想将屏幕分成 20\*20 的区域，根据区域内的点数来确定是否渲染为水，但发现太不准确了。想加大分辨率又需要增加点的数目，导致运行的很慢。后来无奈先采取了最简单的方法：将粒子大小扩大来试试效果，发现整体形状很好，但边缘全是圆弧交错，太参差不齐。想到让边界更平滑，于是想到设定权重来让边界连续平滑。

主要思路如下：对画布上每个像素点计算权重值（800\*800），根据权重值大小衡量是否应该被设为水的一部分。权重值和每个粒子到像素点的距离有关。一开始我采用的权重是

$\sum_p \frac{1}{x_p}$ ,其中 $x_p$ 是粒子 p 到像素点的距离，这样可以保证反比例函数在粒子附近增加很快，从

而让每个粒子附近的像素点可以轻易地过关，而且还可以让边界比较平滑，但发现在粒子很多的时候，其他的粒子因为离得都不算很远，所以事实上对权重的影响依然很大，所以还得加剧权重的变化。一开始想再除个粒子的数量 size，但 size 是共性的，都除和都不除是一样的，又想分段处理，但导致接缝的地方变化太大外观上比较参差。后来采用了 $\sum_p \frac{1}{x_p e^{x_p/size}}$ ，让

$x_p$  较小的时候 $e^{x_p/size}$ 趋于 1， $x_p$  较大的时候 size 再开始起作用，效果就好了很多。

## 4.4 设计场景

使用了物体落入水面来更好地模拟水的运动。

## 4.5 增加屏障

最后在对角线位置增加了隔板，每一帧对隔板穿过的格点进行更新：沿隔板切向的速度不变，法向速度反向（大小跟材质有关）。

## 五．难点

### 5.1 示例看不懂

主要的难题在看懂 MPM 算法和各个参量的作用。MLS-MPM 算法主要通过知乎和 ppt 来了解，然后再根据流程对应到算法上。有一些细节在编程的时候为了处理方便计算的顺序不大一样需要甄别。再就是参量和不同物体的运动方程不一样，其中的物理原理比较复杂。

### 5.2 求权重时采用的函数难以抉择

一开始采用的是反比例，后来因为想引入 size，又想在粒子很接近的时候 size 失去作用，想到指数函数在距离趋于 0 时趋于 1，并且增速很快，最终选择了这个。

### 5.3 运行速度太慢

整体运行速度太慢，为了减少运行时间想只处理边界，对于那些明显就是内部的点不予理会，于是将每个粒子周围 10 格全设为水，但会导致不准确，边界参差不齐。

## 六．实验结果

### 6.1 改变参数结果

以  $\text{hardening} = 10.0$ ， $E = 1e4$ ， $\nu = 0.2$  作为标准（实际还要对这个初始值做一下加权）

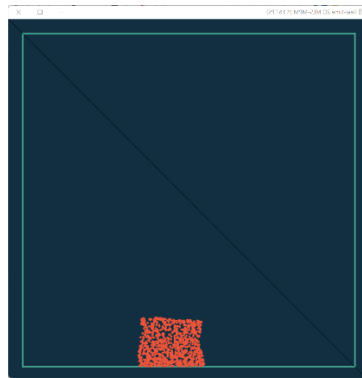
$E$  是杨氏模量，杨氏模量是描述固体材料抵抗形变能力的物理量。当一条长度为  $L$ 、截面积为  $S$  的金属丝在力  $F$  作用下伸长  $\Delta L$  时， $F/S$  叫应力，其物理意义是金属丝单位截面积所受到的力； $\Delta L/L$  叫应变，其物理意义是金属丝单位长度所对应的伸长量。应力与应变的比叫弹性模量。用来衡量纵向力。

$\nu$  是泊松比，泊松比是材料的一个力学参数，定义为横向应变与纵向应变的比值，也叫横向应变系数。泊松比的测试是在一维应力状态下进行的。泊松比的变化范围在 0~0.5 之间，材料越硬，泊松比就越小；材料越软，泊松比就越高。

$\text{Hardening}$  是雪块特有的参数，用来衡量坚硬程度。

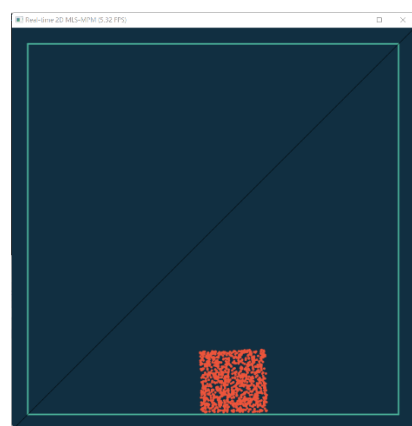
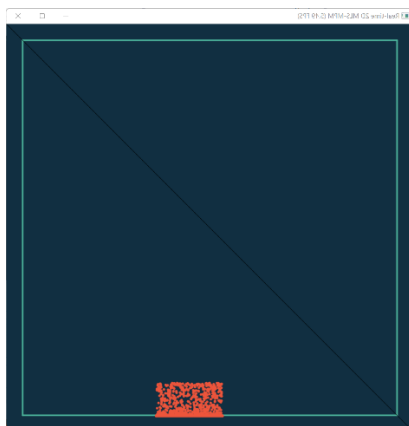
固体：

正常：



$E = 1e3$

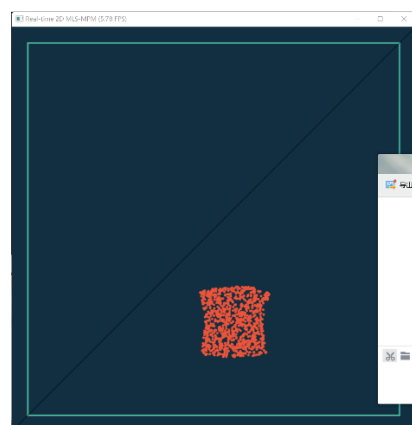
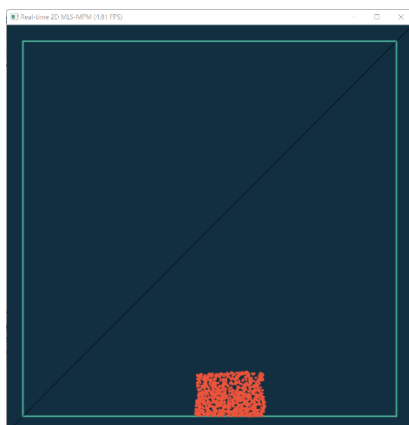
$E = 1e5$



可以看到，杨氏模量小的时候，物体会因为纵向力太小在碰撞到底面的时候直接塌缩，大的时候则是会变得比较坚硬。

$\nu = 0.1$

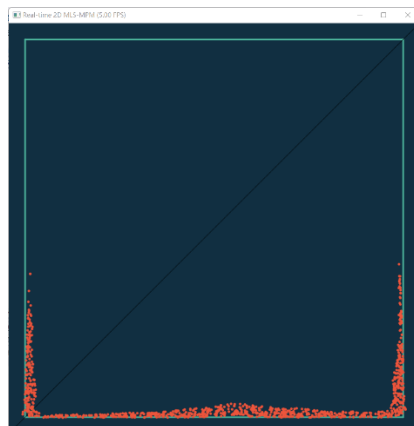
$\nu = 0.3$



发现在泊松比小的时候，物体整体表现地比较钝，基本不发生什么扭动，但在泊松比高的时候，物体在弹起来之后会不停扭动，表现的比较软。

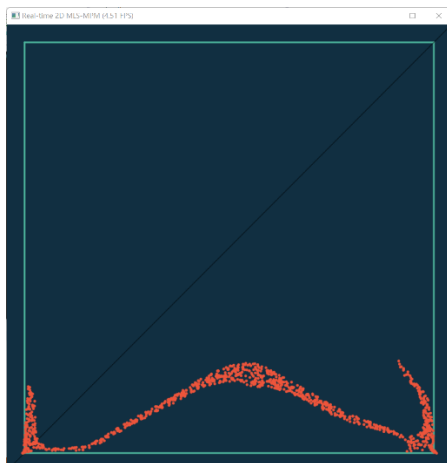
液体：

正常：



$E = 1e3$

$E = 1e5$

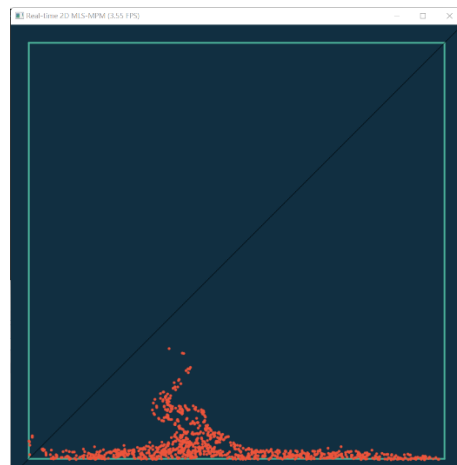
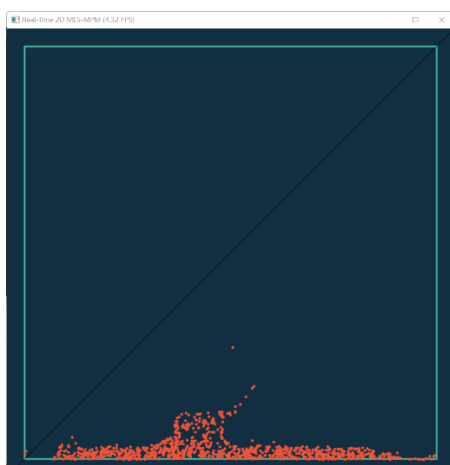


报错

发现抵抗纵向力的能力减少时，液体的中央弹了起来，表现得更像一条带子。

$Nu = 0.01$

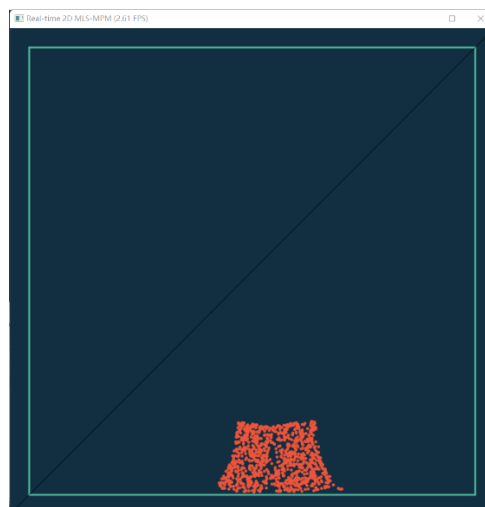
$nu = 0.3$



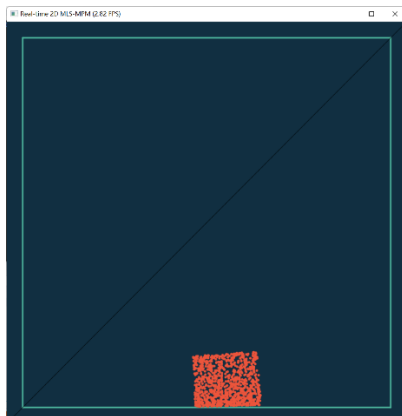
发现  $nu$  更小时，液体体现的阻力比较大，在冲上去再落回来的过程中激起的水花比较小而且比较平。 $Nu$  大时水花比较大，柔性更强。

雪块：

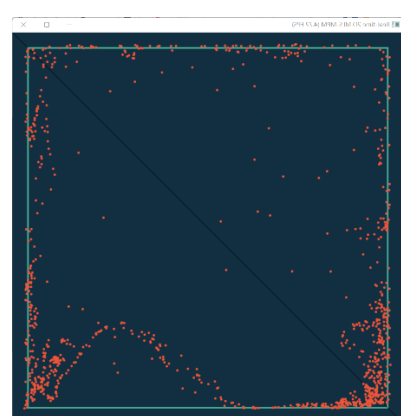
正常：



Hardening = 0.1

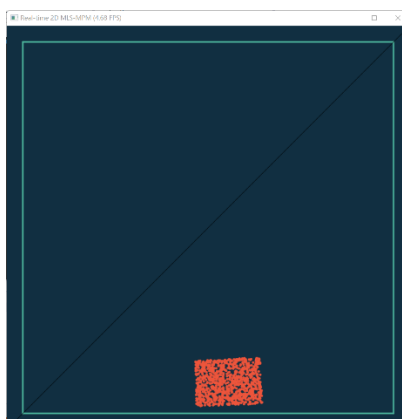


hardening = 12.0

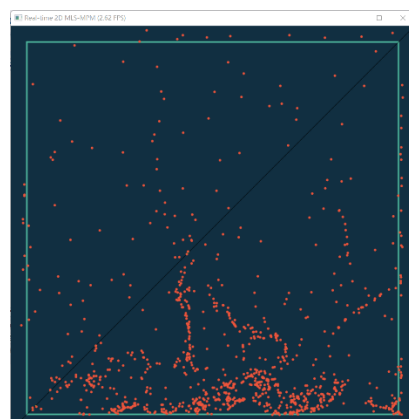


发现直接影响坚硬程度，hardening 越小越坚硬，越大的时候则是直接发散成雾状了。

$E = 1e3$



$E = 3e4$



由于 hardening 作用在  $e$  上，所以  $E$  改变的结果和 hardening 基本相同，都是影响坚硬程度。

$\nu = 0.01$

$\nu = 0.4$

