HW #17

20202010 신현석

$$B(x) = \frac{x}{e^x - 1} \;\; ; Bernoulli's function$$

$$\begin{aligned} \text{Residue} = \text{R} = {} & n_{i+1,j} B\left(\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{V_T}\right) - n_{i,j} B\left(-\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{V_T}\right) + \; n_{i,j+1} B\left(\frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}}{V_T}\right) \\ & - n_{i,j} B\left(-\frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}}{V_T}\right) - (n_{i,j} B\left(\frac{\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}}{V_T}\right) - n_{i-1,j} B\left(-\frac{\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}}{V_T}\right) \;) \\ & - (n_{i,j} B\left(\frac{\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}}{V_T}\right) - n_{i,j-1} B\left(-\frac{\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}}{V_T}\right) \;) \end{aligned}$$

위의 residue vector 에 대해 continuity equation 을 계산하기 위해서는 $\phi_{i,j}, n_{i,j}$ 을 모두 고려해야 하므로, residue vector는 총 (2NX1) row vector 가 되며, 또한 Jacobian은 (2NX2N) matrix가 된다. 여기서 Bernoulli's function을 사용한 것은 Scharfetter-Gummel scheme 을 사용하기 위함인데 이는 $\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}$ 의 차이가 클 때 negative charge 가 발생하는 것을 막아주는 장치이다.

$\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}$ 차이의 크기에 따른 Bernoulli function 근사는 다음과 같다.

Case 1

$$\left|\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}\right| \quad \approx 0$$

$$n_{i+1,j}\left(1 - \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{V_T}\right) - n_{i,j}\left(1 + \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{V_T}\right)$$

Case 2

$$\left|\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}\right| \quad > 2V_T$$

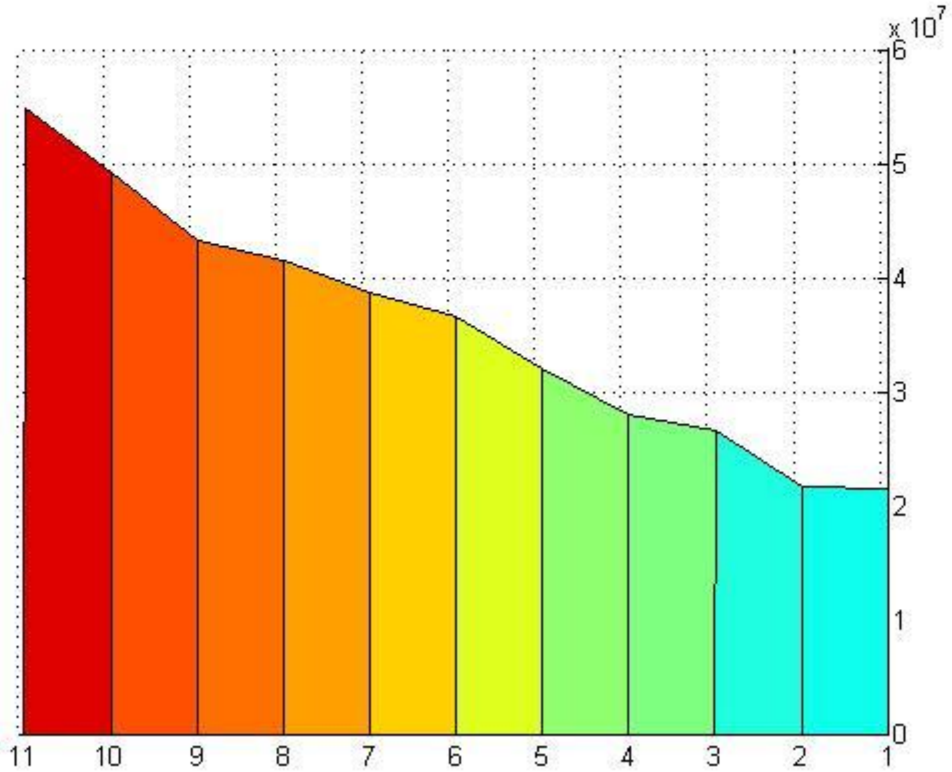
$$n_{i+1,j} B\left(\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{V_T}\right) - n_{i,j} B\left(-\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{V_T}\right)$$

Case 3

$$\left|\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}\right| \quad \gg 2V_T$$

$$-n_{i,j} B\left(-\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{V_T}\right)$$

따라서, 각 상황에 맞게 continuity equation을 정리하여 Jacobian 과 residue를 구성할 수 있다.



위 그래프에서 y 축은 전류의 세기이고 x 축은 bias Voltage이다. Gate V는 0V로 놓고 계산하였다.