

Problem #1

이번 과제에서의 residue와 Jacobian은 각각

$$res = n_{int} \exp\left(\frac{\phi}{V_T}\right) - n_{int} \exp\left(-\frac{\phi}{V_T}\right) - N^+,$$

$$Jacobian = \frac{n_{int}}{V_T} \exp\left(\frac{\phi}{V_T}\right) + \frac{n_{int}}{V_T} \exp\left(-\frac{\phi}{V_T}\right).$$

Acceptor doping일 때는 N^+ 의 부호가 $-$ 이며, donor doping에서는 $+$ 가 된다. 위의 식을 이용하여 Newton method로 여러 번의 iteration을 돌면서 update 과정을 가지게 되면, 정확한 해와 가까운 electrostatic potential을 구할 수 있게 된다.

Analytical solution은 아래와 같이 구할 수 있다.

$$n_{int} \exp\left(\frac{\phi}{V_T}\right) - n_{int} \exp\left(-\frac{\phi}{V_T}\right) - N^+ = 0$$

$$\frac{N^+}{n_{int}} = \exp\left(\frac{\phi}{V_T}\right) - \exp\left(-\frac{\phi}{V_T}\right) = 2\sinh\left(\frac{\phi}{V_T}\right)$$

$$\phi = V_T \sinh^{-1}\left(\frac{N^+}{2n_{int}}\right).$$

Numerical한 풀이와 analytical한 풀이의 결과는 아래와 같다. Newton method에서 $10^{10}/\text{cm}^3$ 의 초기 값은 0V로 하였으며, 다음 도핑 농도에서의 초기 값은 이전 농도의 계산 결과를 사용하였다. Update vector의 크기가 10^{-10} 이하가 되면 newton iteration을 그만하도록 하였다. $10^{18}/\text{cm}^3$ 의 경우 13번의 iteration을 가지게 된다. 결과가 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.



