

2-D Poisson's equation

Assignment #10

20202010 Hyunsuk Shin

Assignment 10에서는, 2-dimensional Poisson's equation을 Numerical method로 풀어볼 것이다. 우선, 문제에서 주어진 상황은 그림 1을 통해 알아볼 수 있다.

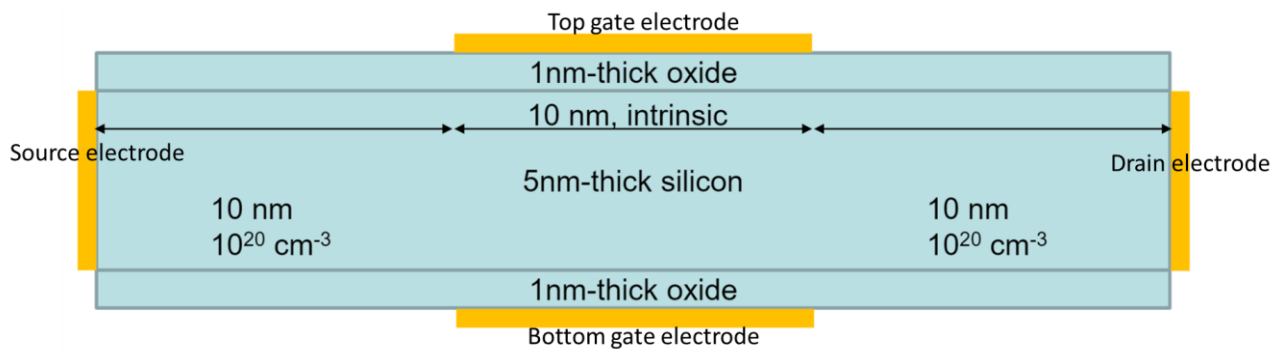


그림 1. MOS structure of assignment 10

그림 1에서 확인 할 수 있듯이, 이번 샘플은 top gate와 bottom gate와 접하고 있는 각 1 nm의 oxide layer 사이에 5nm 두께의 silicon (semiconducting layer)으로 이루어져있다. 또한, 샘플은 가로로 30nm의 길이를 가지고 있는데, 가운데 10nm는 intrinsic Si 그리고 양 옆의 10nm는 10^{20} cm^{-3} 의 전자농도로 N-doping 된 Silicon sample이다.

이 번 숙제에서는 주의해서 다뤄야 하는 것은 크게 네 가지로 정리해 보았다.

1. Silicon or Oxide Bulk에서의 Poisson's equation
2. Semiconductor - Oxide 경계에서의 Poisson's equation
3. 각 코너에서의 Poisson's equation

1. Silicon or Oxide Bulk에서의 Poisson's equation

Silicon과 oxide bulk에서는 Assignment 9에서 white circle을 처리하는 것과 비슷한 방법을 사용할 수 있다.

Oxide 영역에서 방정식은

$$\int \nabla^2 \phi \, d\mathbf{r} = \oint \nabla \phi \cdot d\mathbf{a} = 0$$

$$\phi_{i+1,j} + \phi_{i,j+1} - 4\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j-1} = 0$$

위 두 식을 이용하면 Jacobian 과 residue 를 구해 Newton-Rapshon method를 사용 할 수 있다.

Silicon 영역에서 방정식은

$$\int \epsilon \nabla^2 \phi \, d\mathbf{r} = \oint \epsilon \nabla \phi \cdot d\mathbf{a} = \int q\rho \, d\mathbf{r} = q\rho A$$

이 된다. 여기서 A는 우리가 2D poisson's equation을 푸는 과정이기 때문에, 단위 면적이 된다.

$$\epsilon(\phi_{i+1,j} + \phi_{i,j+1} - 4\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j-1}) - q\rho A = \text{residue}$$

위 residue 를 이용하여 jacobian matrix의 성분들을 구하면 Bulk 영역에서의 equation을 구할 수 있다.

2. Silicon과 Oxide 경계에서

경계에서는 ϵ 의 값을 $\epsilon_m = (\epsilon_{oxide} + \epsilon_{si})/2$ 로 놓고 위의 공식을 풀어 나타내었다.

3. Corner 혹은 모서리영역

샘플 모서리와 코너영역에서는 고려할 부분이 적분 영역이다. 모서리를 예로 들면, 적분 영역이 반으로 줄어들어 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\phi_{2,j} + 0.5\phi_{i,j+1} - 2\phi_{1,j} + 0.5\phi_{i,j-1} = q\rho A/2$$

여기서 A는 bulk 부분에서의 단위 면적의 절반에 해당한다. 또한 코너로 갈 경우 식은 다음과 같이 더 간단해진다.

$$(\text{ex. 왼쪽 아래 모서리일 경우 } 0.5\phi_{2,j} + 0.5\phi_{i,j+1} - \phi_{1,j} = q\rho A/4)$$

다음은 결과값을 plot한 image 이다.

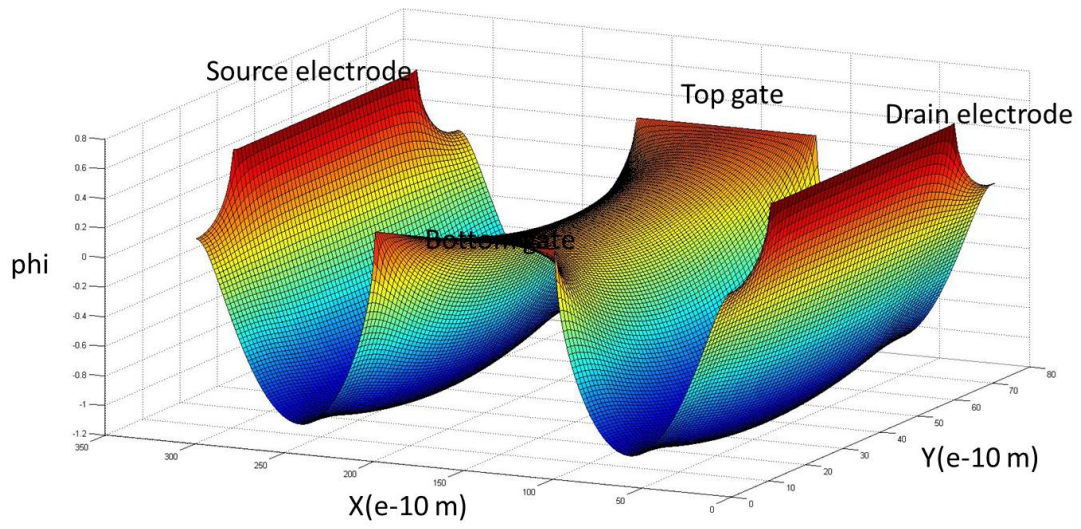


Figure 2. The results 3D plot. $V_g = 0V$

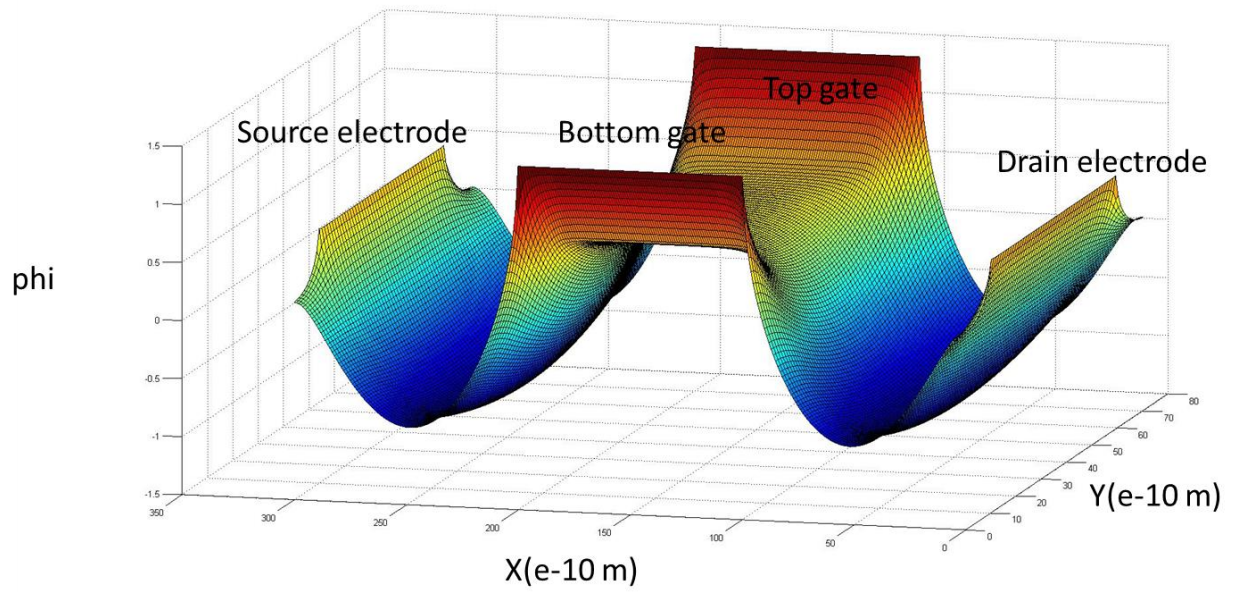


Figure 3. The results 3D plot. $V_g = 1.1V$