

# HW1

written by Seong-Min, Han (20221060)

Due: AM 08:00, March 8, 2022

1. Solve the Laplace equation for a 1D structure.

Length: Supplied by users

Boundary conditions (Dirichlet boundary conditions at both ends): Supplied by users

Mesh: Invent a clever way to build a mesh (non-equidistant grid points)

HW1의 경우, MATLAB으로 구현했습니다.

## - region

mesh에 따라 region을 3개로 나누었고, 전체 구조는 3 / 2 / 1 / 1 / 2 / 3 으로 대칭형 구조입니다.

region1	region2	region3	region3	region2	region1
---------	---------	---------	---------	---------	---------

L	200 nm
region1	50 nm
region2	30 nm
region3	20 nm

## - mesh

uniform mesh가 아닌 중앙으로 갈수록 narrow 해지는 형태이며 첫 번째 mesh를 기준으로 3개로 나누었습니다.  $dx1$ 을 기준으로  $dx2 = dx1/5$ ,  $dx3 = dx1/10$ 으로 설정했습니다.

$dx1$	10 nm
$dx2$	2 nm
$dx3$	1 nm

## - node / interface

먼저 각 영역을 mesh로 나누어서 interface로 설정하였습니다. 4개의 interface로 나누었습니다.

interface1	region1 / $dx1$ + 1	6
interface2	interface1 + region2 / $dx2$	21
interface4	interface2 + 2*(region3 / $dx3$ )	61
interface5	interface4 + region2 / $dx2$	86

총 node의 개수는  $N = 2*(region1/dx1 + region2/dx2 + region3/dx3)+1 = 81$ 로 설정했습니다.

- Matrix (A, b, phi)

b matrix의 경우 Dirichlet boundary conditions을 고려해 b[1]=0, b[N]=1로 나머지 값은 0으로 설정하였습니다.

A matrix의 경우, (1,1)과 (N,N)의 값은 1로 설정하고 (i-1, i), (i, i), (i+1, i)의 행렬의 값은

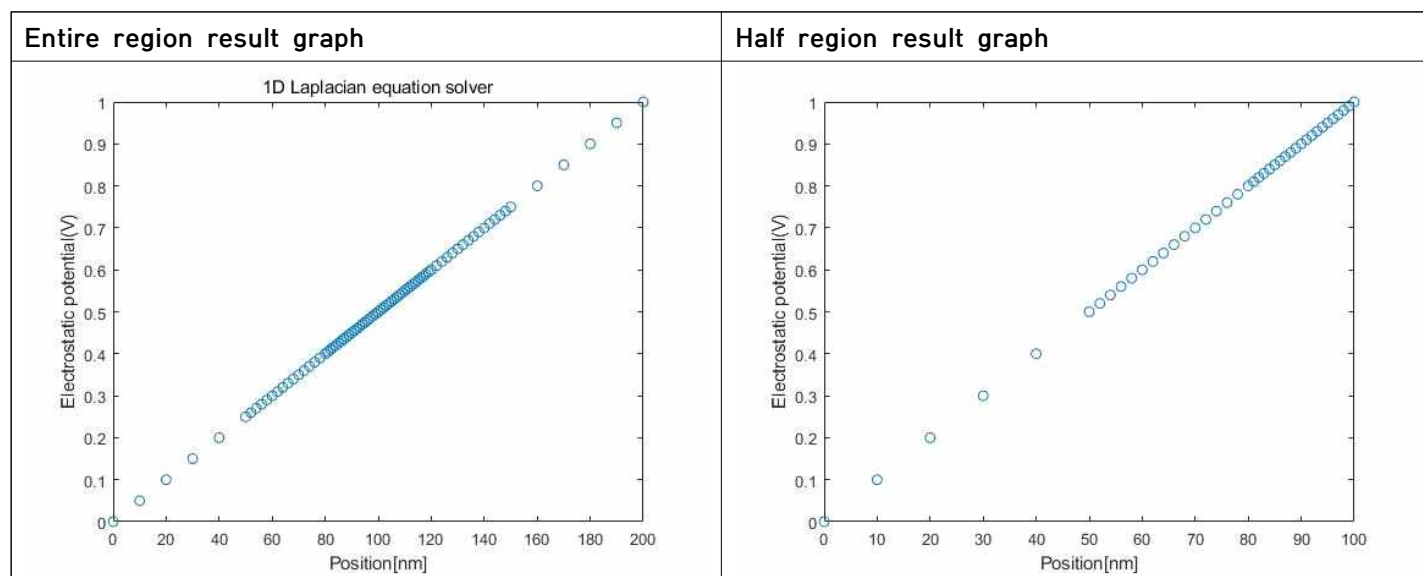
$$\frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{x_{i+1} - x_i} - \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} = 0 \text{ 이므로 } \frac{\phi_{i+1}}{x_{i+1} - x_i} - \left( \frac{1}{x_{i+1} - x_i} + \frac{1}{x_i - x_{i-1}} \right) \phi_i + \frac{\phi_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} = 0 \text{으로 정리할 수 있습니다.}$$

region1	$\frac{\phi_{i+1}}{dx1} - \left( \frac{1}{dx1} + \frac{1}{dx1} \right) \phi_i + \frac{\phi_{i-1}}{dx1}$
interface1	$\frac{\phi_{i+1}}{dx2} - \left( \frac{1}{dx1} + \frac{1}{dx2} \right) \phi_i + \frac{\phi_{i-1}}{dx1}$
region2	$\frac{\phi_{i+1}}{dx2} - \left( \frac{1}{dx2} + \frac{1}{dx2} \right) \phi_i + \frac{\phi_{i-1}}{dx2}$
interface2	$\frac{\phi_{i+1}}{dx3} - \left( \frac{1}{dx3} + \frac{1}{dx2} \right) \phi_i + \frac{\phi_{i-1}}{dx2}$
region3	$\frac{\phi_{i+1}}{dx3} - \left( \frac{1}{dx3} + \frac{1}{dx3} \right) \phi_i + \frac{\phi_{i-1}}{dx3}$
interface4	$\frac{\phi_{i+1}}{dx2} - \left( \frac{1}{dx2} + \frac{1}{dx3} \right) \phi_i + \frac{\phi_{i-1}}{dx3}$
region2	$\frac{\phi_{i+1}}{dx2} - \left( \frac{1}{dx2} + \frac{1}{dx2} \right) \phi_i + \frac{\phi_{i-1}}{dx2}$
interface5	$\frac{\phi_{i+1}}{dx1} - \left( \frac{1}{dx1} + \frac{1}{dx2} \right) \phi_i + \frac{\phi_{i-1}}{dx2}$
region1	$\frac{\phi_{i+1}}{dx1} - \left( \frac{1}{dx1} + \frac{1}{dx1} \right) \phi_i + \frac{\phi_{i-1}}{dx1}$

각 region과 interface를 다음과 같이 나타낼 수 있었고, 위 값을 대입하여 A matrix를 구성했습니다.

$\phi = A^{-1}b$ 로 역행렬을 구해 position에 따른 potential 값을 구했습니다.

- Result



좌측그래프는 전체 영역에 대한 결과그래프, 우측 그래프는 좌측 절반 영역에 대한 결과그래프입니다.

결과 그래프를 통해 non-equidistant grid point로 mesh가 잘 설정되어있는 것을 확인할 수 있었습니다.