

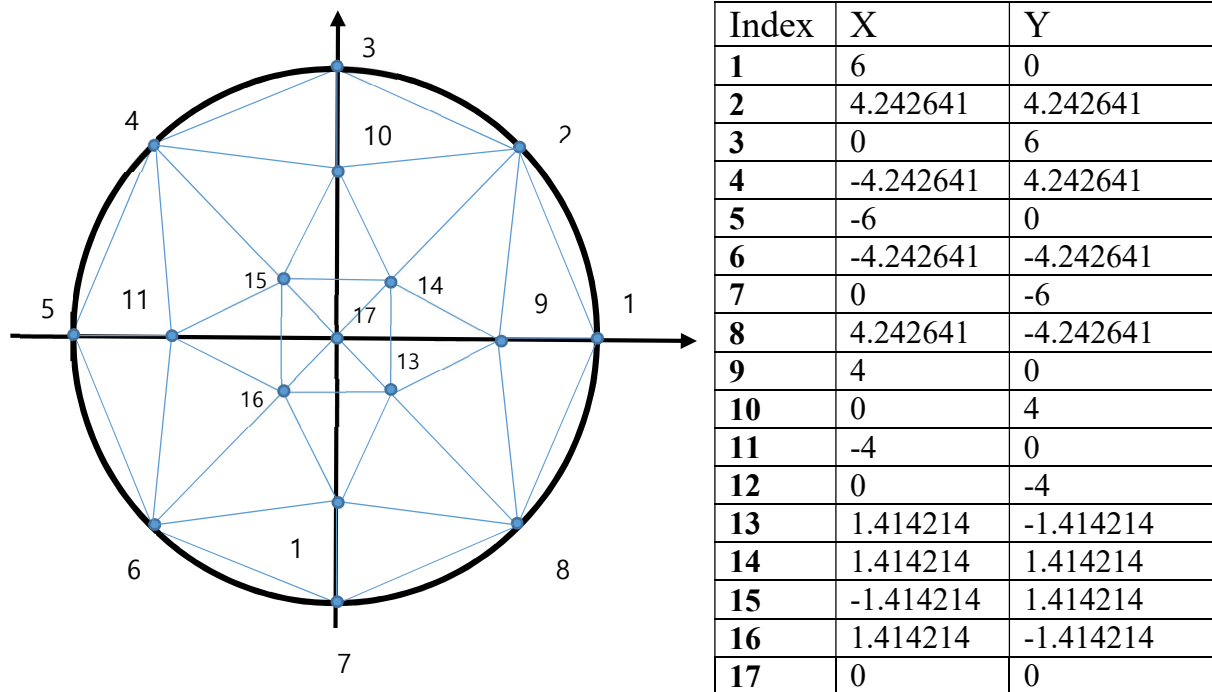
HW3

20211119 박 건 호

#1 : Solve the Laplace equation for a circle.

Vertex를 설정하기 위해서 다양한 방법이 있지만, 이번 과제에서는 반지름과 각도를 활용하여 \cos, \sin 을 통해서 좌표를 설정했습니다.

반지름을 6, 4, 2로 나누고, 반지름에 따라서 각각 8, 4, 4개의 vertex를 설정했습니다. 이를 \cos, \sin 으로 작성하면, 다음과 같습니다.



제작한 Device의 Index를 다음과 같이 설정했습니다. 그에 따라 17번 index를 원점으로 설정하고 Vertex의 좌표를 설정했습니다. 좌표는 다음과 같습니다.

$$1 : (6 \times \cos(0), 6 \times \sin(0)) = (6, 0), 2 : (6 \times \cos(\frac{\pi}{4}), 6 \times \sin(\frac{\pi}{4})) = (3\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$$

$$3 : (6 \times \cos(\frac{2\pi}{4}), 6 \times \sin(\frac{2\pi}{4})) = (0, 6), 4 : (6 \times \cos(\frac{3\pi}{4}), 6 \times \sin(\frac{3\pi}{4})) = (-3\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$$

..... /// 45° 의 차이를 규칙성으로 가지고 좌표를 설정할 수 있습니다.

또한, 내부의 8개의 vertex는 각각의 반지름인 2, 4의 길이를 가지고 다른 방향으로 90° 차이를 규칙성으로 vertex의 좌표를 설정할 수 있습니다.

최종적으로 전체 vertex의 좌표를 정리하면 위와 같습니다.

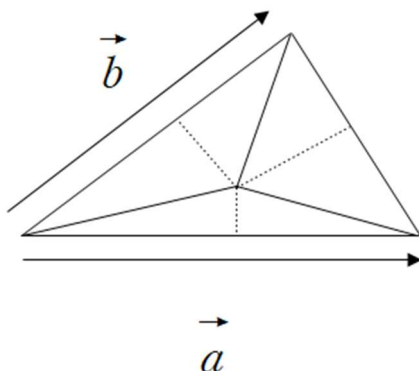
위에서 설정한 Index를 바탕으로 element 을 설정했습니다. Right-hand method를 사용하면 element를 다음과 같이 설정할 수 있습니다.

	Element
1	1 2 9
2	1 9 8
3	2 3 10
4	2 10 14
5	2 14 9
6	3 4 10
7	4 15 10
8	4 11 15
9	4 5 11
10	5 6 11
11	6 7 12
12	6 12 16
13	6 16 11
14	7 8 12
15	8 9 13
16	8 13 12
17	9 14 13
18	10 15 14
19	11 16 15
20	12 13 16
21	17 13 14
22	17 14 15
23	17 15 16
24	17 16 13

이와 같은 element 정보를 .txt 파일로 저장하여 matlab에 불러 와서 사용했습니다. 또한, 이 element 파일의 정보를 활용하여 이전 과제에서 수행한 Vector를 활용한 삼각형 면적을 구하는 것에 사용하고, 또한, 3개의 vertex로 이뤄진 삼각형의 외심원의 반지름까지 구할 수 있었습니다.

최종적으로, 위에서 구한 값을 통해서 삼각형의 Area의 선분의 길이를 구할 수 있고, 이 값을 통해서 Jacobian을 설정하여 결과를 확인했습니다.

지금까지의 과정은 실제 본인 스스로 Vertex를 작성하고 Element 파일을 제작하기 때문에 같은 구조라도 실제 index를 설정하는 방식에 따라서 element 파일이 달라질 수 있다는 점을 유의해서 코드 작성에 임하였습니다.



$$S = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$$

$$S = \frac{L_1 L_2 L_3}{4 \times (\text{외접원 반지름})}$$

이를 활용하여 계산한 Area와 점 간의 길이에 대한 결과는 다음과 같습니다.

실제 for문과 Index를 활용해서 많은 연산을 하지 않고 배열을 각각 형성할

수 있었습니다.

**** Area의 길이 ****

	1(1-2)	2(2-3)	3(3-1)
1	0.13132	0.88012	2.07107
2	2.07107	0.88012	0.13132
3	0.13132	2.07107	0.88012
4	0.62234	1.65241	0.94975
5	0.94975	1.65241	0.62234
6	0.13132	0.88012	2.07107
7	0.94975	1.65241	0.62234
8	0.62234	1.65241	0.94975
9	0.13132	2.07107	0.88012
10	0.13132	0.88012	2.07107
11	0.13132	2.07107	0.88012
12	0.62234	1.65241	0.94975
13	0.94975	1.65241	0.62234
14	0.13132	0.88012	2.07107
15	0.62234	1.65241	0.94975
16	0.94975	1.65241	0.62234
17	0.80595	0.90616	0.80595
18	0.80595	0.90616	0.80595
19	0.80595	0.90616	0.80595
20	0.80595	0.90616	0.80595
21	1	2.107E-8	1
22	1	2.107E-8	1
23	1	2.107E-8	1
24	1	2.107E-8	1

**** Length 의 길이 ****

	1(1-2)	2(2-3)	3(3-1)
1	4.5922	4.24957	2
2	2	4.24957	4.5922
3	4.5922	2	4.24957
4	4.24957	2.94725	4
5	4	2.94725	4.24957
6	4.5922	4.24957	2
7	4	2.94725	4.24957
8	4.24957	2.94725	4
9	4.5922	2	4.24957
10	4.5922	4.24957	2
11	4.5922	2	4.24957
12	4.24957	2.94725	4
13	4	2.94725	4.24957
14	4.5922	4.24957	2
15	4.24957	2.94725	4
16	4	2.94725	4.24957
17	2.94725	2.82843	2.94725
18	2.94725	2.82843	2.94725
19	2.94725	2.82843	2.94725
20	2.94725	2.82843	2.94725
21	2	2.82843	2
22	2	2.82843	2
23	2	2.82843	2
24	2	2.82843	2

이 결과를 바탕으로 Potential의 수식을 작성해보면

$$Vertex\ 1 : -\left(\frac{A_1}{L_1} + \frac{A_3}{L_3}\right)\phi_1 + \frac{A_1}{L_1}\phi_2 + \frac{A_3}{L_3}\phi_3$$

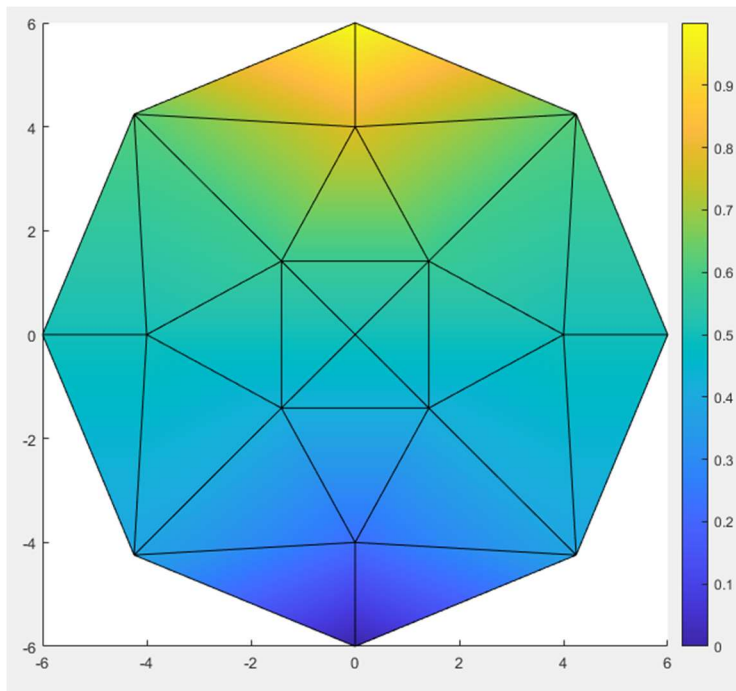
$$Vertex\ 2 : \frac{A_1}{L_1}\phi_1 - \left(\frac{A_1}{L_1} + \frac{A_2}{L_2}\right)\phi_2 + \frac{A_2}{L_2}\phi_3$$

$$Vertex\ 3 : \frac{A_3}{L_3}\phi_1 + \frac{A_2}{L_2}\phi_2 - \left(\frac{A_2}{L_2} + \frac{A_3}{L_3}\right)\phi_3$$

여기서 말한 1,2,3 번의 index 는 element 파일의 열 번호에 해당하고, 해당하는 열에 저장된 vertex의 좌표를 불러와서 실제 연산을 진행합니다.

여기서 제가 크게 실수한 부분의 중첩에 대한 것을 고려해주지 않아서 문제가 발생했습니다. 하나의 삼각형이 아닌 여러 개의 삼각형의 계산을 진행하기 때문에 한 Vertex에서 나가는 Flux가 많아지기 때문에 이를 모두 고려하기 위해서는 기존의 Jaco의 값에서 계속적으로 추가하며 전체 연산을 진행하는 것이 옳다는 점을 알게 되었습니다.

이를 바탕으로 출력한 Potential 결과를 구조와 함께 출력해보면 다음과 같습니다.



Index 3번에서 Potential의 값을 1로 가지고, 7번에서 Potential의 값을 0으로 가지는 것을 설정했습니다. 대칭하는 점에서의 값을 모두 동일하게 출력되었고, 위의 점으로 갈수록 값이 증가하는 모습을 확인할 수 있었습니다.

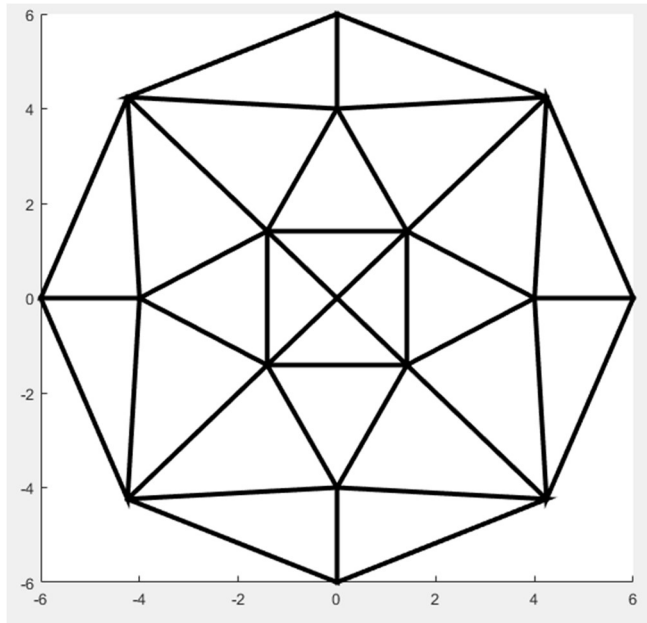
더 많은 Vertex를 작성하고 element 파일을 작성한다면 현재의 다각형보다 좀 더 원과 같은 모습을 출력할 수 있습니다.

#2 : Visualize the read structure.

실제 Structure를 제작하기 위해서는 위와 같이 Vertex에 대한 정보와 elements에 관한 정보가 필요합니다. 따라서, 먼저 위의 문제에서 Vertex에 대한 정보를 .txt 파일로 외부에 저장하는 코드를 통해서 외부에 저장하여 2번 문제에 사용하였습니다. 또한, element 정보 파일 역시 외부에 .txt 파일로 저장하고, 이를 불러와 구

조를 제작하는 방식으로 진행했습니다.

먼저, #1번 문제에서 사용한 구조체를 시각화하면 다음과 같습니다.



다음으로는 임의의 사각형을 둔각삼각형을 포함한 삼각형으로 나눠 `structure`를 시각화 했습니다. 그에 대한 Vertex와 Element에 대한 정보는 .txt 파일로 저장하였고, `matlab`으로 불러와 `visualize` 를 실행했습니다. 결과는 다음과 같습니다.

	Element
1	1 2 4
2	1 4 7
3	1 7 6
4	2 5 4
5	2 3 5
6	3 9 5
7	3 16 9
8	4 12 7
9	4 8 12
10	4 5 8
11	5 9 8
12	6 7 10
13	7 11 10
14	7 12 11
15	9 13 8
16	9 16 13
17	8 13 12
18	13 16 15
19	13 15 12
20	12 15 11
21	15 14 11
22	14 10 11

Index	X	Y
1	0	0
2	2	0
3	5	0
4	1.500	1
5	2.500	1
6	0	1.500
7	0.500	1.7500
8	2.500	2.5000
9	4.500	3.5000
10	0	4
11	0.5000	4
12	2	4.250
13	4.500	4.500
14	0	5
15	1.500	5
16	5	5

Result

