

Homework #10

20221059 정상목

1. 문제

1. We have Exercise 2.11.1 in our textbook. Do the same job, but with three unknown variables, ϕ , n , and p .

2. Mesh

이번 과제에서 사용할 mesh는 Homework #7에서 사용한 mesh와 동일한 mesh를 사용했다. 사용한 mesh는 다음과 같다.

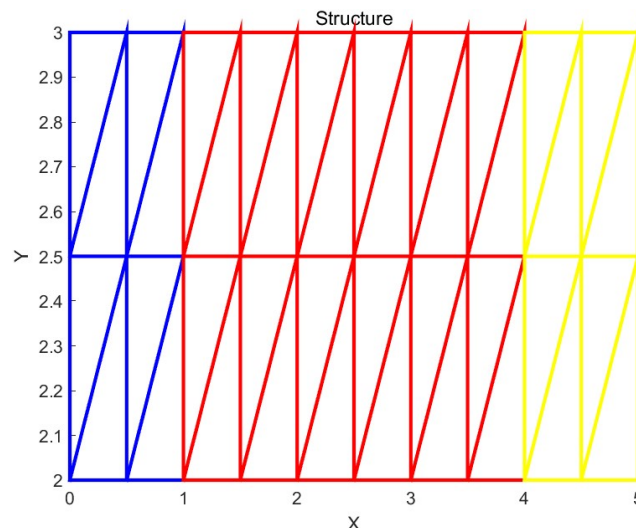


Fig 1. Mesh

이번 과제에서 사용한 mesh는 Double gate mosfet의 구조를 가지고 있다. 이 구조는 3가지 Region으로 각각 ox, si, ox 순서로 구성되어 있다. 각 Region은 왼쪽부터 Region 1, Region 2, Region 3로 설정했다. 각 Region별 vertex수는 다음 표와 같다.

Region 1	Region 2	Region 3	entire
9	21	9	39

Table 1. Number of vertex

3. Vertex / Indexing

앞선 과제인 HW#9와 다르게 각 Region별로 vertex와 element를 구성한 뒤 불러왔다. 추가적으로 index를 확인하기 위해 [x y z]인 vertex 파일 뒤에 [Region original-index re-index]를 붙여 [x y z Region original-index re-index]의 정보를 가지는 행렬을 작성했다. 이 행렬을 이용해 vertex와 index파일을 얻을 수 있었다.

	1	2	3
1	0	1	0
2	0.5000	1	0
3	1	1	0
4	1	1	0
5	1.5000	1	0
6	2	1	0
7	2.5000	1	0
8	3	1	0
9	3.5000	1	0
10	4	1	0
11	4	1	0
12	4.5000	1	0
13	5	1	0
14	0	1.5000	0
15	0.5000	1.5000	0
16	1	1.5000	0
17	1	1.5000	0
18	1.5000	1.5000	0
19	2	1.5000	0
20	2.5000	1.5000	0
21	3	1.5000	0

	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	1	3	3
4	2	1	4
5	2	2	5
6	2	3	6
7	2	4	7
8	2	5	8
9	2	6	9
10	2	7	10
11	3	1	11
12	3	2	12
13	3	3	13
14	1	4	14
15	1	5	15
16	1	6	16
17	2	8	17
18	2	9	18
19	2	10	19
20	2	11	20
21	2	12	21

Fig 1. Vertex(left), index(right)

Fig 1.의 index를 살펴보자. index 파일의 각 열은 [Region original-index re-index]를 의미하고 있다. 예를 들어 10행의 [2 7 10]의 의미를 살펴보면 Region2에 7번째 vertex는 전체에서 10번째 vertex와 같다는 뜻이다.

4. Element

기존에 사용한 Vertex가 아니므로 index가 달라졌음을 확인할 수 있다. 그러므로 element 또한 다시 작성되어야 할 것이다. Region와 vertex값을 이용하여 바뀐 index에 맞게 element가 수정될 수 있도록 하였다. 예시로 Region 1의 element를 보면 다음과 같다.

변경 전

	1	2	3
1	1	13	12
2	1	2	13
3	2	14	13
4	2	3	14
5	12	24	23
6	12	13	24
7	13	25	24
8	13	14	25

변경 후

	1	2	3
1	1	15	14
2	1	2	15
3	2	16	15
4	2	3	16
5	14	28	27
6	14	15	28
7	15	29	28
8	15	16	29

Fig 2. Re-Element

앞서 얻은 index파일을 이용해 자동적으로 변환되게 작성하였다.

5. 초기 해

Newton-method를 사용하기 위해 초기해를 구했다. potential은 HW#9에서 구한 potential을 사용했다. electron density와 hole density는 아래와 같은 식과 기존에 구한 potential을 이용해 계산했다.

$$\nabla \cdot (-\nabla \epsilon \phi) = q(-n + p + N_{dop}^+)$$

$$n = n_i e^{\frac{\phi}{V_t}}$$

$$p = n_i e^{-\frac{\phi}{V_t}}$$

6. Jacobian matrix / residue vector 구하기

각 mesh 마다 matrix를 만들고 이 matrix를 합치는 방법을 사용했다.

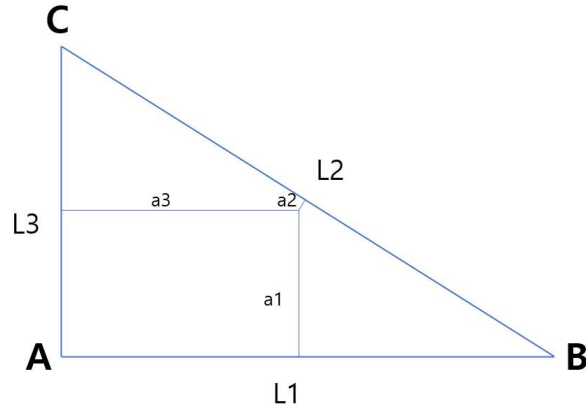


Fig 9. Mesh.

다음과 같은 mesh가 있을 때 각 vertex의 potential은 다음과 같다.

6.1. Potential

Oxide 부분에서는 다음과 같은 방법으로 구할 수 있다.

- vertex 1

$$\frac{\phi_B - \phi_A}{L_1} \frac{A_1}{2} + \frac{\phi_C - \phi_A}{L_3} \frac{A_3}{2} = - \left(\frac{A_1}{2L_1} + \frac{A_3}{2L_3} \right) \phi_1 + \frac{A_1}{2L_1} \phi_2 + \frac{A_3}{2L_3} \phi_3$$

- vertex 2

$$\frac{\phi_C - \phi_B}{L_2} \frac{A_2}{2} + \frac{\phi_A - \phi_B}{L_1} \frac{A_1}{2} = + \frac{A_1}{2L_1} \phi_1 - \left(\frac{A_1}{2L_1} + \frac{A_2}{2L_2} \right) \phi_2 + \frac{A_2}{2L_2} \phi_3$$

- vertex 3

$$\frac{\phi_A - \phi_C}{L_3} \frac{A_3}{2} + \frac{\phi_B - \phi_C}{L_2} \frac{A_2}{2} = \frac{A_3}{2L_3} \phi_1 + \frac{A_2}{2L_2} \phi_2 - \left(\frac{A_2}{2L_2} + \frac{A_3}{2L_3} \right) \phi_3$$

따라서 다음과 같은 행렬을 얻을 수 있다.

$$Jaco = \epsilon_x \begin{pmatrix} - \left(\frac{A_1}{2L_1} + \frac{A_3}{2L_3} \right) & \frac{A_1}{2L_1} & \frac{A_3}{2L_3} \\ \frac{A_1}{2L_1} & - \left(\frac{A_1}{2L_1} + \frac{A_2}{2L_2} \right) & \frac{A_2}{2L_2} \\ \frac{A_3}{2L_3} & \frac{A_2}{2L_2} & - \left(\frac{A_2}{2L_2} + \frac{A_3}{2L_3} \right) \end{pmatrix}$$

$$res = \begin{pmatrix} -\left(\frac{A_1}{2L_1} + \frac{A_3}{2L_3}\right)\phi_1 + \frac{A_1}{2L_1}\phi_2 + \frac{A_3}{2L_3}\phi_3 \\ + \frac{A_1}{2L_1}\phi_1 - \left(\frac{A_1}{2L_1} + \frac{A_2}{2L_2}\right)\phi_2 + \frac{A_2}{2L_2}\phi_3 \\ \frac{A_3}{2L_3}\phi_1 + \frac{A_2}{2L_2}\phi_2 - \left(\frac{A_2}{2L_2} + \frac{A_3}{2L_3}\right)\phi_3 \end{pmatrix}$$

Si region에 들어서면 $\rho = q(-n + p + N_{dop}^+)$ 인 것과 위 방법을 그대로 사용하면 구할 수 있다.

6.2. Electron / Hole density

$n = n_i e^{\frac{\phi}{V_t}}, p = n_i e^{-\frac{\phi}{V_t}}$ 식을 이용하면 손쉽게 구할 수 있다.

$$residue_{electron} = Electron - n_i e^{\frac{\phi}{V_t}}, Jaco_{e,\phi} = -\frac{n_i}{V_t} e^{\frac{\phi}{V_t}}$$

$$residue_{hole} = Hole - n_i e^{-\frac{\phi}{V_t}}, Jaco_{e,\phi} = -\frac{n_i}{V_t} e^{-\frac{\phi}{V_t}}$$

7. Result

위와 같은 방법으로 Jaco matrix와 res vector를 작성 후 계산을 진행했다. 하지만 electron, hole 부분에서 값이 수렴하지 않는 현상이 발생했다. 이 부분이 해결되지 않아 다시 수정할 계획이다.