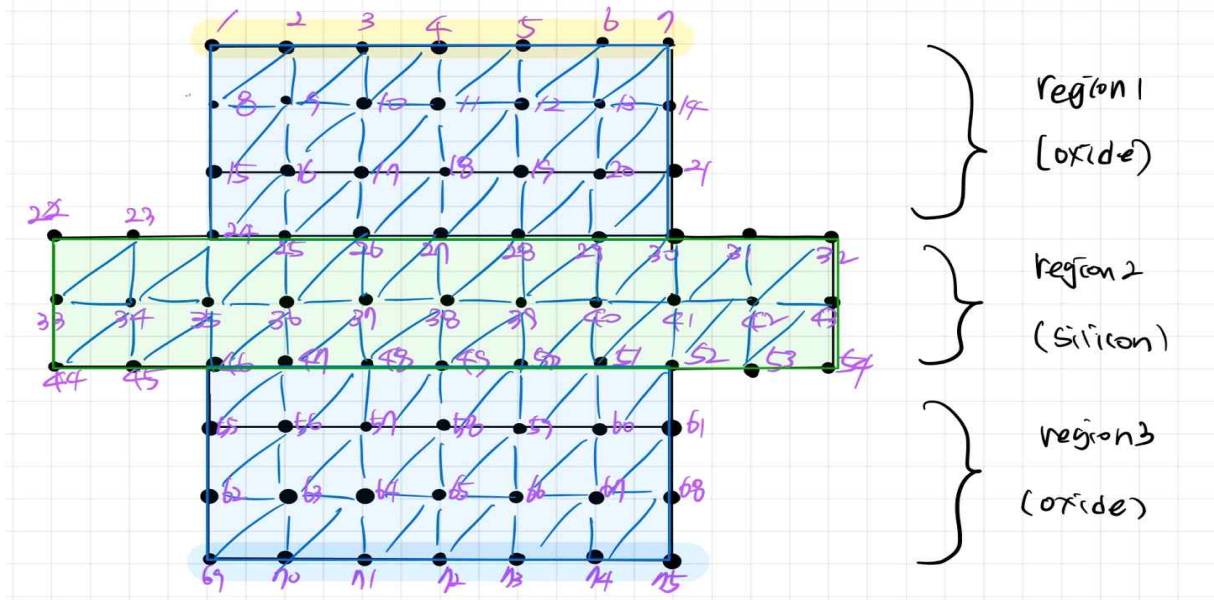


HW9 REPORT

20221050 한성민

Design

이번 과제는 interface의 vertex를 region에 따라 고려하여 jacobian matrix를 재구성하는 것이었다. 기존의 jacobian matrix를 구성할 때는 region에 따라 vertex($\phi_V^{region1}$, $\phi_V^{region2}$)를 나누지 않았다. 하지만 이번 case에서는 각 region에 따라 vertex를 고려하여 preference에 따라 값을 다르게 대입하여 jacobian matrix를 구성했다.



구조의 경우 HW8에서 사용한 plus 형태의 구조를 동일하게 사용하였다. 후에 구조는 새로운 vertex와 element를 설정하여 다른 구조를 만들어볼 것이다. 위 구조에서 interface는 2개가 존재하며 interface1은 vertex 24~30, interface2는 vertex 46~52에 해당한다.

region	vertex 개수	interface vertex 개수
1 (silicon)	28	7
2 (oxide)	33	
3 (silicon)	28	7
	89	14

potential을 구하기 위해 기존의 jacobian matrix는 각 행, 열의 번호와 vertex의 번호가 일치하는 matrix였다. 따라서 matrix size는 75X75였다. 하지만 이번에 재구성한 matrix의 경우 각 region을 순서대로 stack 하여 matrix를 구성했다.

기존		재구성	
index	vertex	index	vertex
1 ~ 75	total region	1 ~ 28	region 1
		29 ~ 61	region 2
		62 ~ 89	region 3

따라서 index를 re-indexing 할 필요가 존재했고, 위의 표처럼 각 region에 해당하는 vertex를 순서대로 stack하여 index를 구성했다. 기존의 matrix보다 interface vertex들을 한번 더 고려해주어야 했고, matrix size는 (75+14) X (75+14)로 89 X 89 matrix를 만들었다.

region 1		region 2		region 3	
vertex	re-index	vertex	re-index	vertex	re-index
1	1	22	29	46	62
2	2	23	30	47	63
3	3	24	31	48	64
4	4	25	32	49	65
5	5	26	33	50	66
6	6	27	34	51	67
7	7	28	35	52	68
8	8	29	36	55	69
9	9	30	37	56	70
10	10	31	38	57	71
11	11	32	39	58	72
12	12	33	40	59	73
13	13	34	41	60	74
14	14	35	42	61	75
15	15	36	43	62	76
16	16	37	44	63	77
17	17	38	45	64	78
18	18	39	46	65	79
19	19	40	47	66	80
20	20	41	48	67	81
21	21	42	49	68	82
24	22	43	50	69	83
25	23	44	51	70	84
26	24	45	52	71	85
27	25	46	53	72	86
28	26	47	54	73	87
29	27	48	55	74	88
30	28	49	56	75	89
		50	57		
		51	58		
		52	59		
		53	60		
		54	61		

purple box : interfacer1 vertex (region1 - region2)

green box : interface2 vertex (region2 - region3)

위 interface를 보면 각 vertex는 2개의 state을 가지며, 각 state는 preference를 고려하여 preference한 경우에는 preference한 행과 non-preference 행의 jacobian matrix 값들을 몰아서 가지고, 아닌 경우에는 boundary condition을 나타내는 값을 가지도록 설정해야한다.

예를 들어 B.C : $\phi_V^{region1} - \phi_V^{region2} = 0$ 이므로 region2를 vertex V를 preference 한다고 했을 때, region1의 vertex V의 jacobian matrix 값은 region2의 vertex V가 몰아서 가지고, region1의 vertex V 행은 B.C을 나타낸다.

Matlab code

먼저, 전체 region에 대해 vertex를 stack 한 89X1 matrix VFT 를 만들었다.
 다음으로 각 region에 대한 vertex를 re-indexing 한 결과 matrix인
 (28 X 1 VF1_2nd, 33 X 1 VF2_2nd, 28 X 1 VF3_2nd)를 만들었다.

1) building separated row (Wrong Jacobian)




find문을 이용하여, 각 region의 vertex와 re-indexing 한 matrix의 중복 vertex를 찾아 region 별로 element에 대해 loop를 실행하여 jacobian matrix를 구성했다.

2) merge rows by preference (sum of 2 fluxes) & impose B.C

preference 하지 않은 region과 interface와의 중복 vertex를 찾고, jacobian matrix에서 해당 vertex의 행의 값을 preference 한 region의 vertex 행에 더한다. 그리고 non-preference한 행을 모두 0으로 바꾸고 B.C에 해당하는 값 1, -1을 non-preference 한 행의 preference vertex와 non-preference vertex에 대입한다.

Result

- re-indexing matrix

region 1	region 2	region 3																																																																																																																																																																																																																																																																																				
 28x2 double <table border="1"> <thead> <tr> <th></th><th>1</th><th>2</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>6</td><td>6</td></tr> <tr><td>7</td><td>7</td><td>7</td></tr> <tr><td>8</td><td>8</td><td>8</td></tr> <tr><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr> <tr><td>10</td><td>10</td><td>10</td></tr> <tr><td>11</td><td>11</td><td>11</td></tr> <tr><td>12</td><td>12</td><td>12</td></tr> <tr><td>13</td><td>13</td><td>13</td></tr> <tr><td>14</td><td>14</td><td>14</td></tr> <tr><td>15</td><td>15</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>16</td><td>16</td></tr> <tr><td>17</td><td>17</td><td>17</td></tr> <tr><td>18</td><td>18</td><td>18</td></tr> <tr><td>19</td><td>19</td><td>19</td></tr> <tr><td>20</td><td>20</td><td>20</td></tr> <tr><td>21</td><td>21</td><td>21</td></tr> <tr><td>22</td><td>24</td><td>22</td></tr> <tr><td>23</td><td>25</td><td>23</td></tr> <tr><td>24</td><td>26</td><td>24</td></tr> <tr><td>25</td><td>27</td><td>25</td></tr> <tr><td>26</td><td>28</td><td>26</td></tr> <tr><td>27</td><td>29</td><td>27</td></tr> <tr><td>28</td><td>30</td><td>28</td></tr> </tbody> </table>		1	2	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	10	10	10	11	11	11	12	12	12	13	13	13	14	14	14	15	15	15	16	16	16	17	17	17	18	18	18	19	19	19	20	20	20	21	21	21	22	24	22	23	25	23	24	26	24	25	27	25	26	28	26	27	29	27	28	30	28	 33x2 double <table border="1"> <thead> <tr> <th></th><th>1</th><th>2</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>22</td><td>29</td></tr> <tr><td>2</td><td>23</td><td>30</td></tr> <tr><td>3</td><td>24</td><td>31</td></tr> <tr><td>4</td><td>25</td><td>32</td></tr> <tr><td>5</td><td>26</td><td>33</td></tr> <tr><td>6</td><td>27</td><td>34</td></tr> <tr><td>7</td><td>28</td><td>35</td></tr> <tr><td>8</td><td>29</td><td>36</td></tr> <tr><td>9</td><td>30</td><td>37</td></tr> <tr><td>10</td><td>31</td><td>38</td></tr> <tr><td>11</td><td>32</td><td>39</td></tr> <tr><td>12</td><td>33</td><td>40</td></tr> <tr><td>13</td><td>34</td><td>41</td></tr> <tr><td>14</td><td>35</td><td>42</td></tr> <tr><td>15</td><td>36</td><td>43</td></tr> <tr><td>16</td><td>37</td><td>44</td></tr> <tr><td>17</td><td>38</td><td>45</td></tr> <tr><td>18</td><td>39</td><td>46</td></tr> <tr><td>19</td><td>40</td><td>47</td></tr> <tr><td>20</td><td>41</td><td>48</td></tr> <tr><td>21</td><td>42</td><td>49</td></tr> <tr><td>22</td><td>43</td><td>50</td></tr> <tr><td>23</td><td>44</td><td>51</td></tr> <tr><td>24</td><td>45</td><td>52</td></tr> <tr><td>25</td><td>46</td><td>53</td></tr> <tr><td>26</td><td>47</td><td>54</td></tr> <tr><td>27</td><td>48</td><td>55</td></tr> <tr><td>28</td><td>49</td><td>56</td></tr> <tr><td>29</td><td>50</td><td>57</td></tr> <tr><td>30</td><td>51</td><td>58</td></tr> <tr><td>31</td><td>52</td><td>59</td></tr> <tr><td>32</td><td>53</td><td>60</td></tr> <tr><td>33</td><td>54</td><td>61</td></tr> </tbody> </table>		1	2	1	22	29	2	23	30	3	24	31	4	25	32	5	26	33	6	27	34	7	28	35	8	29	36	9	30	37	10	31	38	11	32	39	12	33	40	13	34	41	14	35	42	15	36	43	16	37	44	17	38	45	18	39	46	19	40	47	20	41	48	21	42	49	22	43	50	23	44	51	24	45	52	25	46	53	26	47	54	27	48	55	28	49	56	29	50	57	30	51	58	31	52	59	32	53	60	33	54	61	 28x2 double <table border="1"> <thead> <tr> <th></th><th>1</th><th>2</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>46</td><td>62</td></tr> <tr><td>2</td><td>47</td><td>63</td></tr> <tr><td>3</td><td>48</td><td>64</td></tr> <tr><td>4</td><td>49</td><td>65</td></tr> <tr><td>5</td><td>50</td><td>66</td></tr> <tr><td>6</td><td>51</td><td>67</td></tr> <tr><td>7</td><td>52</td><td>68</td></tr> <tr><td>8</td><td>55</td><td>69</td></tr> <tr><td>9</td><td>56</td><td>70</td></tr> <tr><td>10</td><td>57</td><td>71</td></tr> <tr><td>11</td><td>58</td><td>72</td></tr> <tr><td>12</td><td>59</td><td>73</td></tr> <tr><td>13</td><td>60</td><td>74</td></tr> <tr><td>14</td><td>61</td><td>75</td></tr> <tr><td>15</td><td>62</td><td>76</td></tr> <tr><td>16</td><td>63</td><td>77</td></tr> <tr><td>17</td><td>64</td><td>78</td></tr> <tr><td>18</td><td>65</td><td>79</td></tr> <tr><td>19</td><td>66</td><td>80</td></tr> <tr><td>20</td><td>67</td><td>81</td></tr> <tr><td>21</td><td>68</td><td>82</td></tr> <tr><td>22</td><td>69</td><td>83</td></tr> <tr><td>23</td><td>70</td><td>84</td></tr> <tr><td>24</td><td>71</td><td>85</td></tr> <tr><td>25</td><td>72</td><td>86</td></tr> <tr><td>26</td><td>73</td><td>87</td></tr> <tr><td>27</td><td>74</td><td>88</td></tr> <tr><td>28</td><td>75</td><td>89</td></tr> </tbody> </table>		1	2	1	46	62	2	47	63	3	48	64	4	49	65	5	50	66	6	51	67	7	52	68	8	55	69	9	56	70	10	57	71	11	58	72	12	59	73	13	60	74	14	61	75	15	62	76	16	63	77	17	64	78	18	65	79	19	66	80	20	67	81	21	68	82	22	69	83	23	70	84	24	71	85	25	72	86	26	73	87	27	74	88	28	75	89
	1	2																																																																																																																																																																																																																																																																																				
1	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																																				
2	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																				
3	3	3																																																																																																																																																																																																																																																																																				
4	4	4																																																																																																																																																																																																																																																																																				
5	5	5																																																																																																																																																																																																																																																																																				
6	6	6																																																																																																																																																																																																																																																																																				
7	7	7																																																																																																																																																																																																																																																																																				
8	8	8																																																																																																																																																																																																																																																																																				
9	9	9																																																																																																																																																																																																																																																																																				
10	10	10																																																																																																																																																																																																																																																																																				
11	11	11																																																																																																																																																																																																																																																																																				
12	12	12																																																																																																																																																																																																																																																																																				
13	13	13																																																																																																																																																																																																																																																																																				
14	14	14																																																																																																																																																																																																																																																																																				
15	15	15																																																																																																																																																																																																																																																																																				
16	16	16																																																																																																																																																																																																																																																																																				
17	17	17																																																																																																																																																																																																																																																																																				
18	18	18																																																																																																																																																																																																																																																																																				
19	19	19																																																																																																																																																																																																																																																																																				
20	20	20																																																																																																																																																																																																																																																																																				
21	21	21																																																																																																																																																																																																																																																																																				
22	24	22																																																																																																																																																																																																																																																																																				
23	25	23																																																																																																																																																																																																																																																																																				
24	26	24																																																																																																																																																																																																																																																																																				
25	27	25																																																																																																																																																																																																																																																																																				
26	28	26																																																																																																																																																																																																																																																																																				
27	29	27																																																																																																																																																																																																																																																																																				
28	30	28																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	1	2																																																																																																																																																																																																																																																																																				
1	22	29																																																																																																																																																																																																																																																																																				
2	23	30																																																																																																																																																																																																																																																																																				
3	24	31																																																																																																																																																																																																																																																																																				
4	25	32																																																																																																																																																																																																																																																																																				
5	26	33																																																																																																																																																																																																																																																																																				
6	27	34																																																																																																																																																																																																																																																																																				
7	28	35																																																																																																																																																																																																																																																																																				
8	29	36																																																																																																																																																																																																																																																																																				
9	30	37																																																																																																																																																																																																																																																																																				
10	31	38																																																																																																																																																																																																																																																																																				
11	32	39																																																																																																																																																																																																																																																																																				
12	33	40																																																																																																																																																																																																																																																																																				
13	34	41																																																																																																																																																																																																																																																																																				
14	35	42																																																																																																																																																																																																																																																																																				
15	36	43																																																																																																																																																																																																																																																																																				
16	37	44																																																																																																																																																																																																																																																																																				
17	38	45																																																																																																																																																																																																																																																																																				
18	39	46																																																																																																																																																																																																																																																																																				
19	40	47																																																																																																																																																																																																																																																																																				
20	41	48																																																																																																																																																																																																																																																																																				
21	42	49																																																																																																																																																																																																																																																																																				
22	43	50																																																																																																																																																																																																																																																																																				
23	44	51																																																																																																																																																																																																																																																																																				
24	45	52																																																																																																																																																																																																																																																																																				
25	46	53																																																																																																																																																																																																																																																																																				
26	47	54																																																																																																																																																																																																																																																																																				
27	48	55																																																																																																																																																																																																																																																																																				
28	49	56																																																																																																																																																																																																																																																																																				
29	50	57																																																																																																																																																																																																																																																																																				
30	51	58																																																																																																																																																																																																																																																																																				
31	52	59																																																																																																																																																																																																																																																																																				
32	53	60																																																																																																																																																																																																																																																																																				
33	54	61																																																																																																																																																																																																																																																																																				
	1	2																																																																																																																																																																																																																																																																																				
1	46	62																																																																																																																																																																																																																																																																																				
2	47	63																																																																																																																																																																																																																																																																																				
3	48	64																																																																																																																																																																																																																																																																																				
4	49	65																																																																																																																																																																																																																																																																																				
5	50	66																																																																																																																																																																																																																																																																																				
6	51	67																																																																																																																																																																																																																																																																																				
7	52	68																																																																																																																																																																																																																																																																																				
8	55	69																																																																																																																																																																																																																																																																																				
9	56	70																																																																																																																																																																																																																																																																																				
10	57	71																																																																																																																																																																																																																																																																																				
11	58	72																																																																																																																																																																																																																																																																																				
12	59	73																																																																																																																																																																																																																																																																																				
13	60	74																																																																																																																																																																																																																																																																																				
14	61	75																																																																																																																																																																																																																																																																																				
15	62	76																																																																																																																																																																																																																																																																																				
16	63	77																																																																																																																																																																																																																																																																																				
17	64	78																																																																																																																																																																																																																																																																																				
18	65	79																																																																																																																																																																																																																																																																																				
19	66	80																																																																																																																																																																																																																																																																																				
20	67	81																																																																																																																																																																																																																																																																																				
21	68	82																																																																																																																																																																																																																																																																																				
22	69	83																																																																																																																																																																																																																																																																																				
23	70	84																																																																																																																																																																																																																																																																																				
24	71	85																																																																																																																																																																																																																																																																																				
25	72	86																																																																																																																																																																																																																																																																																				
26	73	87																																																																																																																																																																																																																																																																																				
27	74	88																																																																																																																																																																																																																																																																																				
28	75	89																																																																																																																																																																																																																																																																																				

위 design part에서 계획한대로 re-indexing을 하기 위한 matrix를 만들고 각 matrix의 2열에 해당하는 값을 index로 하여 jacobian matrix를 구성했습니다.

- building separated row (Wrong Jacobian)

: interface 1에 있는 24번 vertex를 예시로 들면 region1의 24번 vertex의 index는 22이고, region2의 24번 vertex의 index는 31이다. preference 한 vertex를 region 2의 vertex라고 가정한다.

22	0	0	0	5.8500	0	0	0	0	0	0	0	-11.7000	5.8500	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	11.7000	0	0	0	0	0	0	5.8500	-23.4000	5.8500	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	11.7000	0	0	0	0	0	0	5.8500	-23.4000	5.8500	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	11.7000	0	0	0	0	0	0	5.8500	-23.4000	5.8500	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	11.7000	0	0	0	0	0	0	5.8500	-23.4000	5.8500	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	11.7000	0	0	0	0	0	0	5.8500	-23.4000	5.8500	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5.8500	0	0	0	0	0	0	5.8500	-11.7000	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3.9000	1.9500	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.9500	-7.8000	1.9500	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.9500	-7.8000	1.9500	0

2) merge rows by preference (sum of 2 fluxes) & impose B.C

22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3.9000	1.9500	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.9500	-7.8000	1.9500	0
31	0	0	0	5.8500	0	0	0	0	0	0	0	-11.7000	5.8500	0	0	0	0	0	0	1.9500	-7.8000	1.9500

index 22의 행의 값들이 index 31의 행에 다 더해지고, index 22의 행은 jac(22,22)=-1, jac(22,31)=1이 대입된 것을 확인할 수 있다.

- potential result

1	1.0000	21	0.8043	41	0.5000	61	0.4735
2	1.0000	22	0.6857	42	0.5000	62	0.3143
3	1.0000	23	0.7229	43	0.5000	63	0.2771
4	1	24	0.7354	44	0.5000	64	0.2646
5	1.0000	25	0.7385	45	0.5000	65	0.2615
6	1.0000	26	0.7354	46	0.5000	66	0.2646
7	1.0000	27	0.7229	47	0.5000	67	0.2771
8	0.9045	28	0.6857	48	0.5000	68	0.3143
9	0.9068	29	0.5265	49	0.5000	69	0.1957
10	0.9093	30	0.5531	50	0.5000	70	0.1865
11	0.9102	31	0.6857	51	0.4735	71	0.1799
12	0.9093	32	0.7229	52	0.4469	72	0.1778
13	0.9068	33	0.7354	53	0.3143	73	0.1799
14	0.9045	34	0.7385	54	0.2771	74	0.1865
15	0.8043	35	0.7354	55	0.2646	75	0.1957
16	0.8135	36	0.7229	56	0.2615	76	0.0955
17	0.8201	37	0.6857	57	0.2646	77	0.0932
18	0.8222	38	0.5531	58	0.2771	78	0.0907
19	0.8201	39	0.5265	59	0.3143	79	0.0898
20	0.8135	40	0.5000	60	0.4469	80	0.0907

81	0.0932
82	0.0955
83	0
84	0
85	0
86	0
87	0
88	0
89	0

potential result를 보면 dirichlet boundary condition이 잘 적용된 것을 확인할 수 있으며, Vertex 24의 값을 비교해보면 다음과 같다.

22	0.6857	index 22(region1 vertex 24)의 potential 값은 0.6857이고 index 31(region2 vertex 24)의 potential 값도 동일하게 0.6857인 것을 확인할 수 있다.
23	0.7229	
24	0.7354	
25	0.7385	
26	0.7354	
27	0.7229	
28	0.6857	
29	0.5265	
30	0.5531	
31	0.6857	