

# Homework #6

20221059 정상목

## 1. 문제

1. Solve the source-free Poisson equation for several structures.

Some of the enrolled students did it, but, in this time, test the sum rule.

(It means that you must calculate the solution several times with different boundary values and make a sum of them.)

## 2. 사용 mesh 확인

이번 과제에서 사용할 mesh는 Homework #5에서 사용한 mesh와 동일한 mesh를 사용했다. 사용한 mesh는 다음과 같다.

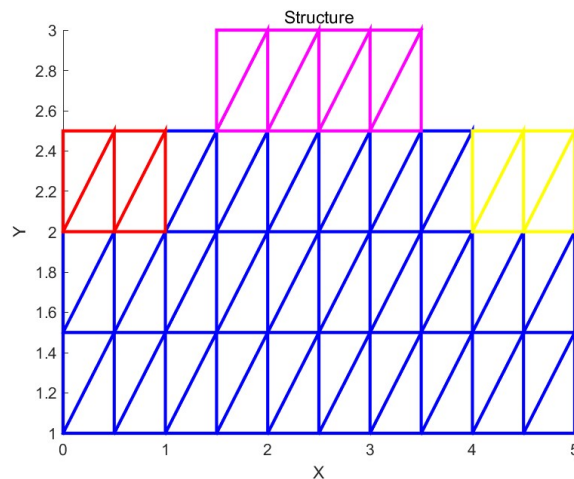
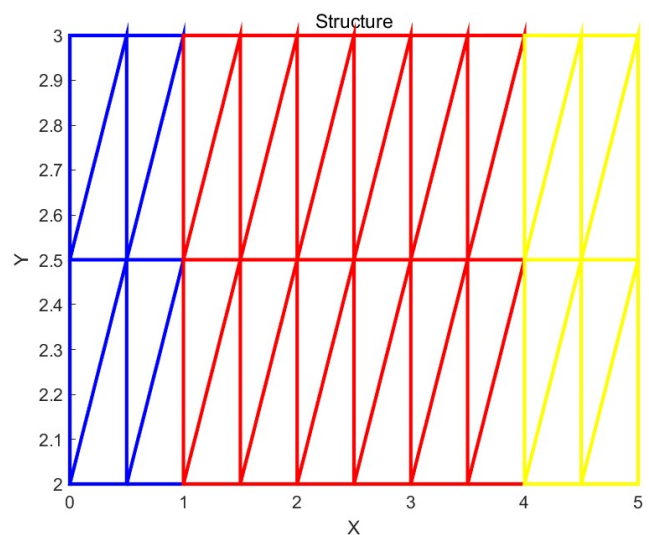
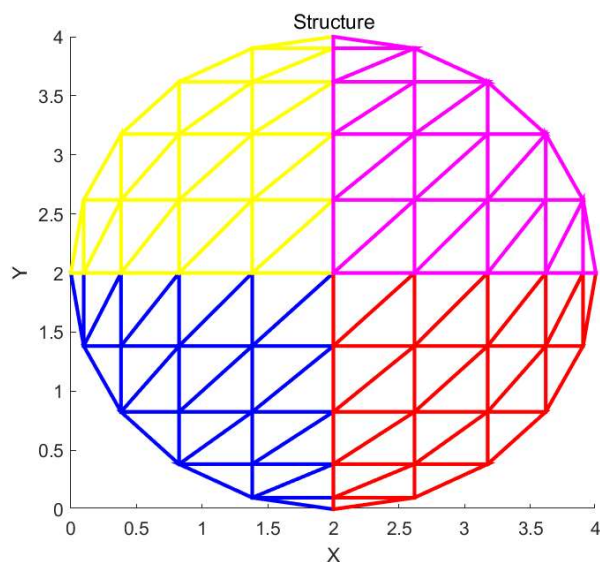


Fig 1. 사용하는 Mesh

이번 과제에서는 Poisson equation을 풀기 때문에 각 Region 별로 다른  $\epsilon$ 을 작성해 주어야 한다.

### 3. Matrix 구하기

Matrix를 구하기 위해서는 각 mesh를 구성하는 삼각형의 길이, 삼각형의 면적, 삼각형 외접원의 반지름, 외심에서 삼각형 각 변까지의 최단 거리가 필요하다. 기존 과제에서 구한 방법과 동일하다. 중점적으로 살펴볼 것을 A matrix를 구하는 과정이다.

A matrix를 구하는 과정을 다음과 같다.

각 mesh 마다 matrix를 만들고 이 matrix를 합치는 방법을 사용했다.

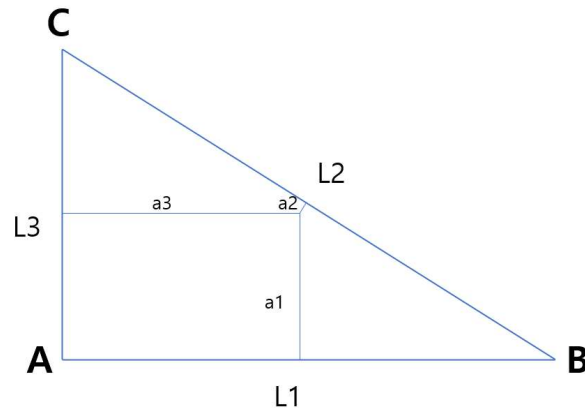


Fig 2. Mesh.

다음과 같은 mesh가 있을 때 각 vertex의 potential은 다음과 같다.

- vertex 1

$$\frac{\phi_B - \phi_A}{L_1} \frac{A_1}{2} + \frac{\phi_C - \phi_A}{L_3} \frac{A_3}{2} = - \left( \frac{A_1}{2L_1} + \frac{A_3}{2L_3} \right) \phi_1 + \frac{A_1}{2L_1} \phi_2 + \frac{A_3}{2L_3} \phi_3$$

- vertex 2

$$\frac{\phi_C - \phi_B}{L_2} \frac{A_2}{2} + \frac{\phi_A - \phi_B}{L_1} \frac{A_1}{2} = + \frac{A_1}{2L_1} \phi_1 - \left( \frac{A_1}{2L_1} + \frac{A_2}{2L_2} \right) \phi_2 + \frac{A_2}{2L_2} \phi_3$$

- vertex 3

$$\frac{\phi_A - \phi_C}{L_3} \frac{A_3}{2} + \frac{\phi_B - \phi_C}{L_2} \frac{A_2}{2} = \frac{A_3}{2L_3} \phi_1 + \frac{A_2}{2L_2} \phi_2 - \left( \frac{A_2}{2L_2} + \frac{A_3}{2L_3} \right) \phi_3$$

따라서 다음과 같은 행렬을 얻을 수 있다. 이 matrix에 해당 삼각형이 가지는 유전율  $\epsilon$ 을 곱해주면 Source-free Poisson equation이 나온다. 최종적인 matrix는 다음과 같다.

$$\epsilon_x \begin{pmatrix} -\left(\frac{A_1}{2L_1} + \frac{A_3}{2L_3}\right) & \frac{A_1}{2L_1} & \frac{A_3}{2L_3} \\ \frac{A_1}{2L_1} & -\left(\frac{A_1}{2L_1} + \frac{A_2}{2L_2}\right) & \frac{A_2}{2L_2} \\ \frac{A_3}{2L_3} & \frac{A_2}{2L_2} & -\left(\frac{A_2}{2L_2} + \frac{A_3}{2L_3}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

다음과 같은 과정을 모든 mesh에서 수행하면 potential을 구할 수 있다. 단 dirichlet boundary condition인 부분에서는 그 값이 나오도록 마지막에 matrix를 수정해 주었다.

## 4. 결과 확인

계산이 정확하게 이루어졌는지 검증하기 위해 각 terminal에 돌아가면서 1V씩 가해주었다. 이후 모든 값을 더해 합이 1이 나오는지 확인했다.

### 4.1. Case 1

#### 4.1.1. 각 Terminal에 1V 전압 인가

Case 1의 경우 Top, Bottom, Left, Right에 각각 1V씩 돌아가면서 전압을 인가했다. 결과는 다음과 같다. 또한 노란색과 파란색 Region은 Si, 보라색과 빨간색 Region은 ox로 설정했다.

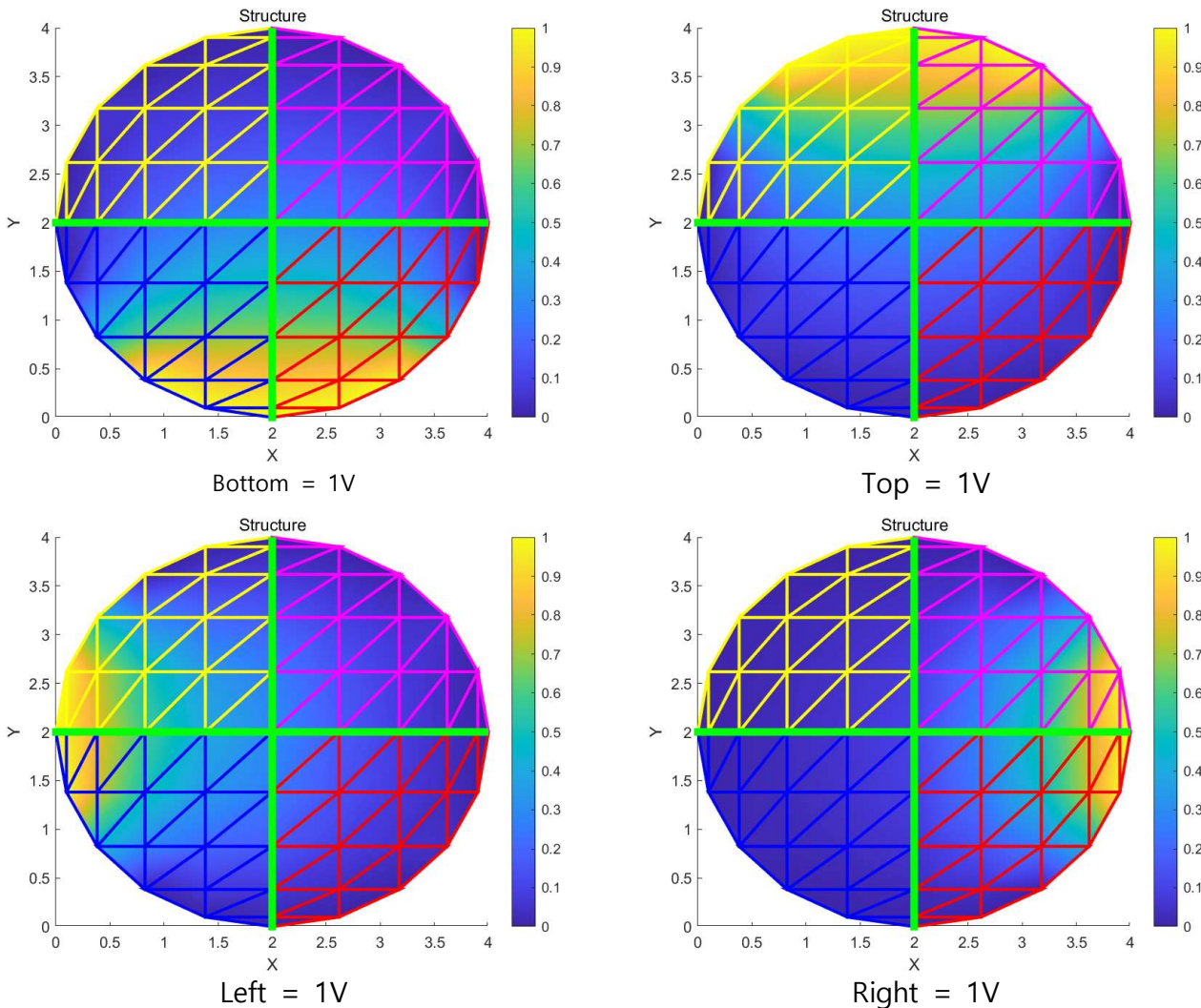


Fig 3. Case 1

#### 4.1.2. 결과 확인

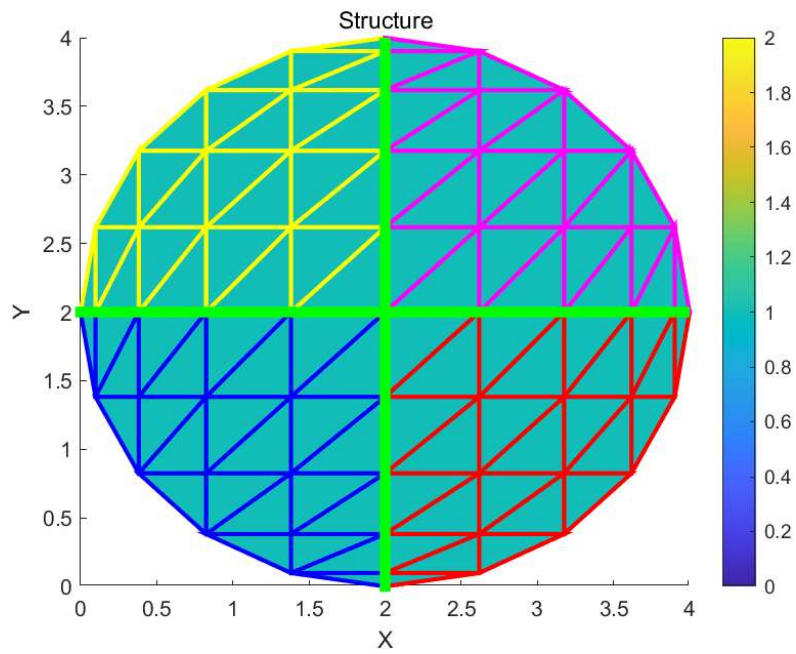


Fig 3. Case 1 결과.

다음과 같이 모든 결과의 합이 1이 나옴을 확인할 수 있다. 값이 정상적으로 출력되었음을 확인할 수 있다.

## 4.2. Case 2

### 4.2.1. 각 Termianl에 1V 전압 인가

Case 2의 경우 Top, Bottom, Left, Righth에 각각 1V씩 돌아가면서 전압을 인가했다. 결과는 다음과 같다. 좌, 우측의 경우 ox, 중앙의 경우 si로 물질을 설정했다.

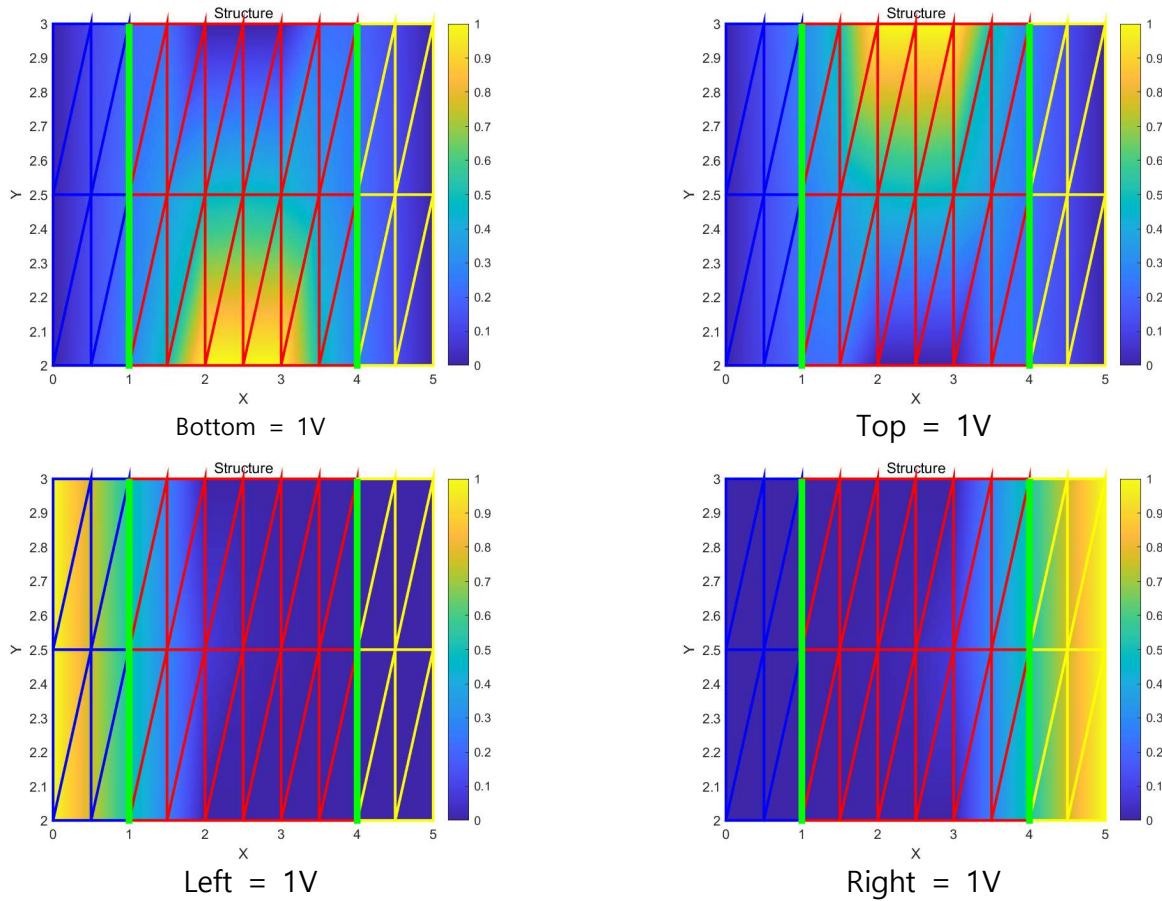


Fig 4. Case 2

### 4.2.2. 결과 확인

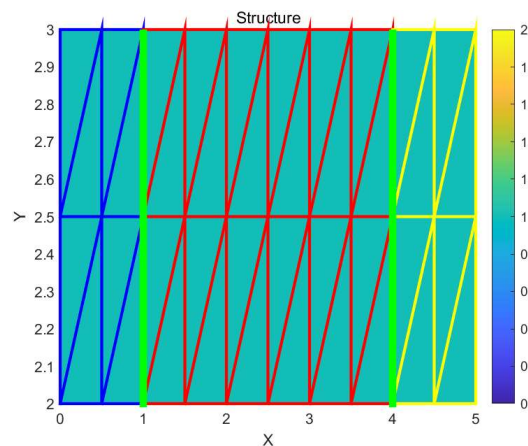


Fig 5. Case 2 결과.

Case 2 또한 모든 potential의 합이 1이 나옴을 확인할 수 있다.



### 4.3. Case 3

#### 4.3.1. 각 Termianl에 1V 전압 인가

Case 1의 경우 Source, Drain, Gate, Substrate에 각각 1V씩 돌아가면서 전압을 인가했다. 결과는 다음과 같다.

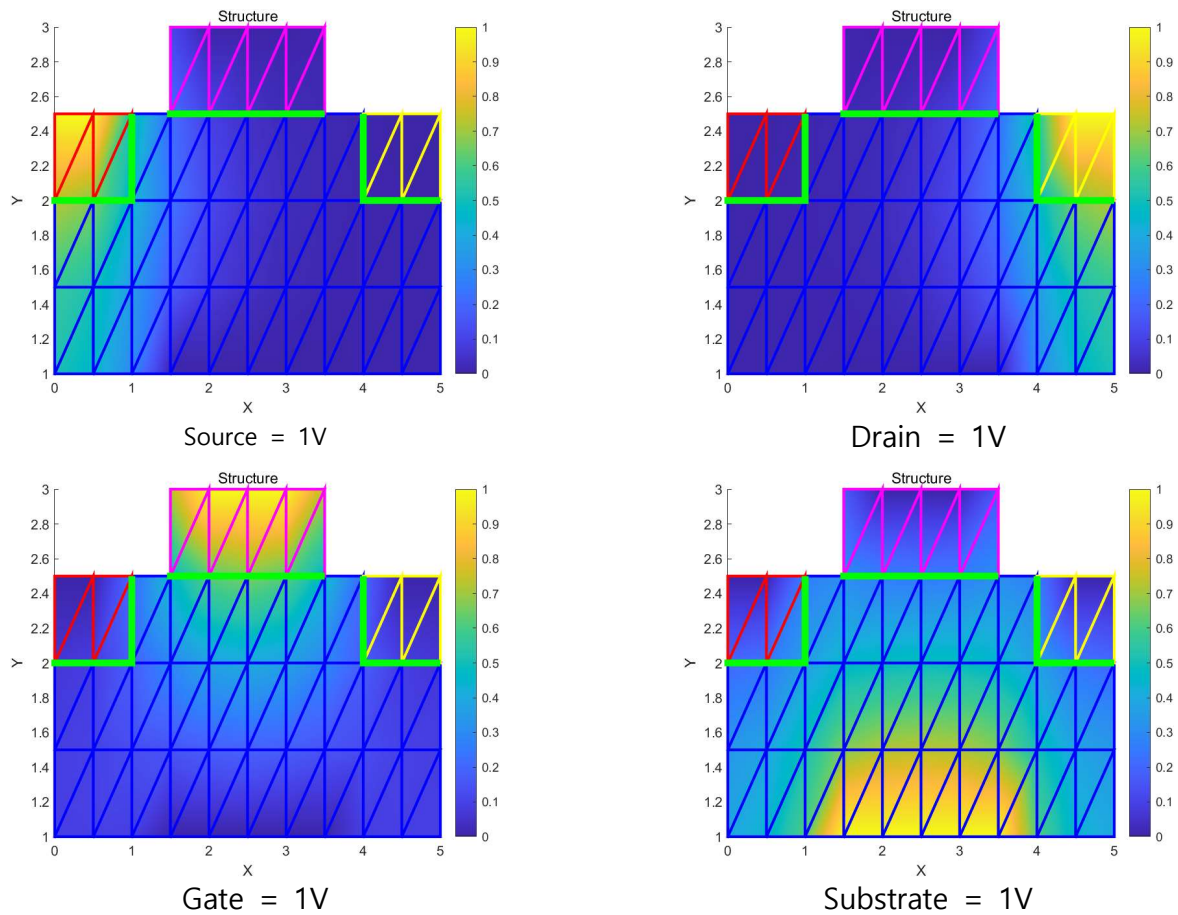


Fig 6. Case 3

#### 4.3.2. 결과 확인

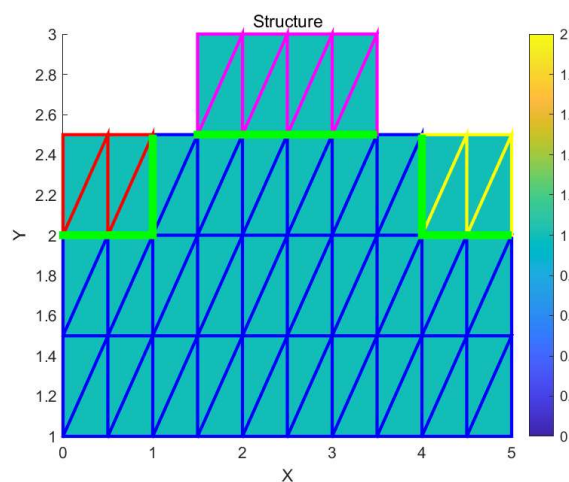


Fig 7. Case 3 결과.

Mosfet의 경우도 예상값과 동일하게 나옴을 확인할 수 있다.