

同濟大學

机电液系统数字化建模与设计课程报告（二）

设计题目: Mechatronic Modular Driven Wheelchair

机电模块驱动轮椅

学 院: 机械与能源工程学院

专 业: 机械设计制造及其自动化

组 长: 李一鸣 1551896

组 员: 黎宇恒 1651886

何宇杰 1551862

指导老师: 李晓田老师



目 录

1 键合图优化.....	1
1.1 键合图因果划添加步骤.....	1
1.2 MPW 系统键合图修改和简化.....	1
1.2.1 系统初步添加因果划.....	1
1.2.2 MPW 系统键合图优化.....	1
1.3 MDM 系统键合图修改和简化.....	2
1.3.1 左轮电机模块简化与因果划添加.....	2
1.3.2 机械部分键合图简化与因果划添加.....	3
1.3.3 MDM 模块的对接.....	5
2 手推轮椅主体（Manual Propelled Wheelchair）框图建模.....	6
2.1 状态空间方程推导.....	6
2.2 总体状态空间矩阵.....	10
2.2.1 状态空间矩阵导出.....	10
2.2.2 特殊变量分析.....	11
3 电动轮椅（Mmechatronic drive module）框图建模.....	13
3.1 状态空间方程推导.....	13
3.2 总体状态空间矩阵.....	18
3.2.1 状态空间矩阵导出.....	18
4 实验阶段.....	19
4.1 实验参数设定.....	19
4.2 Simulink 相关模块运用和操作.....	20
4.3 手推轮椅主体仿真.....	24
4.3.1 MPW 整体框图介绍.....	24
4.3.2 MPW 仿真与分析.....	26
4.4 电驱动模块仿真.....	28
4.4.1 MDM 整体框图介绍.....	28
4.4.2 MDM 仿真与分析.....	31
4.5 仿真条件详细说明.....	33
4.6 本章小结.....	33
5 结论.....	34
6 分工说明.....	34
参考文献.....	35



1 键合图优化

1.1 键合图因果划添加步骤

- 势源 S_e 为势流出，所以因果划标在半箭头的外端；
- 势源 S_f 为流流出，所以因果划标在半箭头的内端；
- 储能元件 CI 先确定为积分因果关系，则 C 元件的因果划标在半箭头的外端， I 元件的因果划标在半箭头的内端；
- 0 结为共势结，只能有一个流流出；
- 1 结为共流结，只能有一个势流出；
- 结合 GY 和 TF 回转器和变换器的指定标法进行标注；
- 按照上面的原则对 MPW 和 MDM 的键合图标注因果划：

1.2 MPW 系统键合图修改和简化

1.2.1 系统初步添加因果划

据因果划的添加原则，对键合图初步添加因果划，如下图所示：

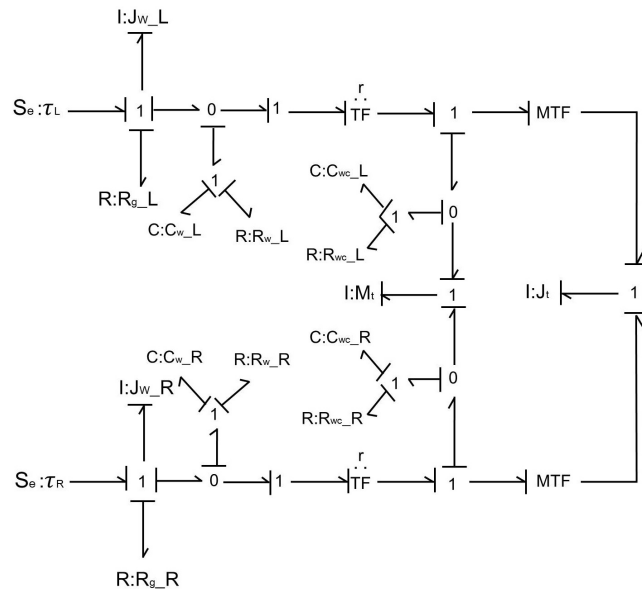


图 1.1 MPW 系统因果划视图

1.2.2 MPW 系统键合图优化

对于报告一中 MPW 模块的键合图，我们在此做了部分修改和优化，修改和优化后的部分如下图中红色方框中所示：

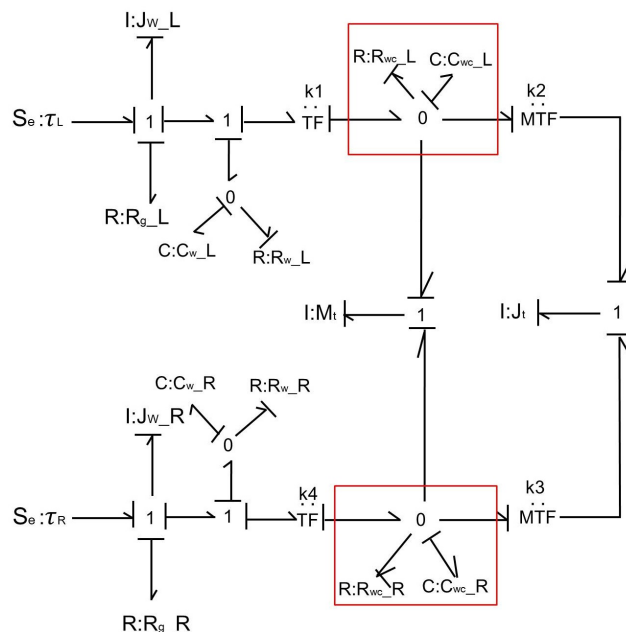


图 1.2 MPW 系统优化键合图

1.3 MDM 系统键合图修改和简化

1.3.1 左轮电机模块简化与因果划添加

根据因果划的添加原则，对电机模块的键合图初步添加因果划，如下图所示：

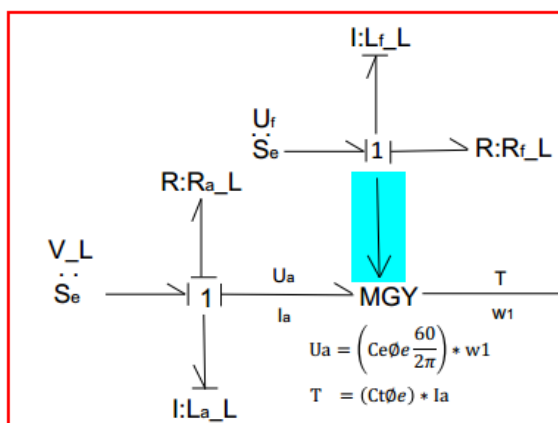


图 1.3 左轮电机模块因果划视图

对于他励直流电动机的驱动原理，电动机回路中电枢电压、电枢电流与电动机输出扭矩、输出角速度之间存在一个回转器的关系，如果励磁回路中的驱动磁场是变化的，则此回转器属于可变回转器 MGY，励磁磁场直接影响的大小 Φ_e ，所以影响 $U_a = (C_e \Phi_e \frac{60}{2\pi}) * w$ 和 $T = (C_t \Phi_e) * I_a$ 中的比例关系，属于可变回转器，为了简化实验，我们决定采用的是恒励磁磁场的模式，即励磁回路中的磁场恒定，所以此回转器属于定值回转器，并设定其系数为 K_1 ，简化后的电机模块键合图如下图所示：

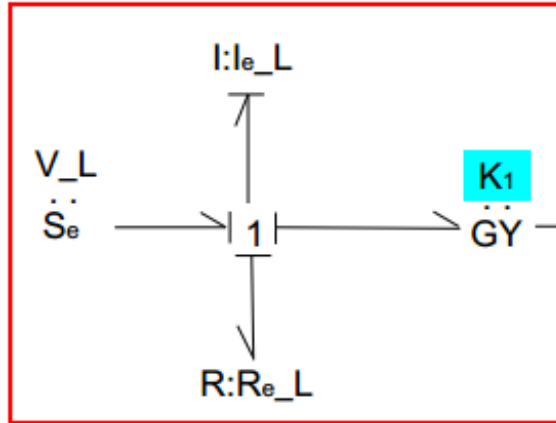


图 1.4 左轮电机模块简化键合图

同理可得右轮电机模块简化键合图。

1.3.2 机械部分键合图简化与因果划添加

根据因果划的添加原则，对 MDM 机械部分的键合图初步添加因果划，如下图所示：

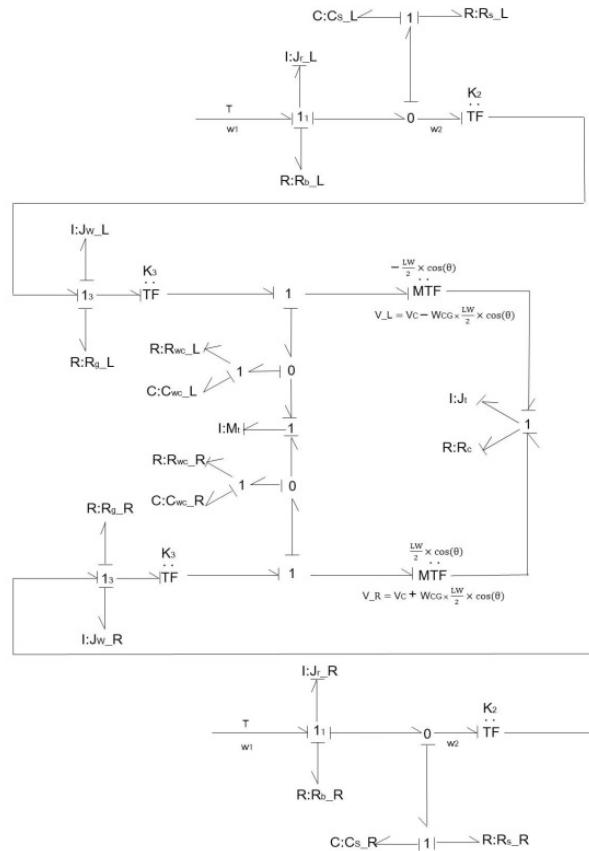


图 1.5 MDM 机械部分因果划视图



为了方便仿真，我们对图进行来部分优化和修改优化，如下所示：

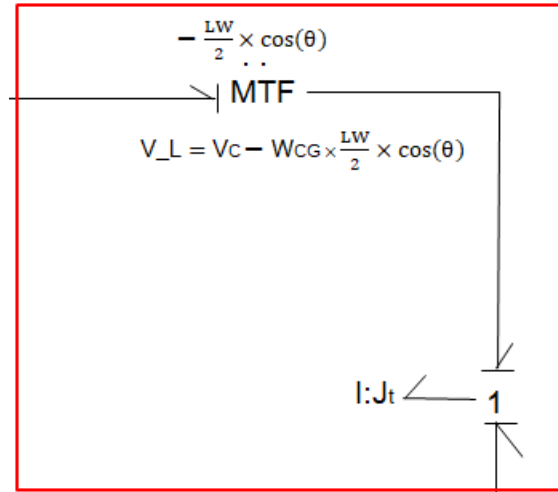


图 1.6 左轮变换器键合图

根据物理模型，左轮的线速度、整体模型的质心线速度、整体模型的质心角速度之间存在如下关系式： $v_L = v_C - w_{CG} \cdot \frac{L_w \cos(\theta)}{2}$ ，整体模型水平偏角 θ 是变化的，所以此处存在一个可变变换器，为了方便仿真，我们决定采用寻找左右轮线速度瞬心的方法来确定变换器的系数，这种方法更加简便，这在后面章节中详细介绍，所以此处我们可以把变换器简化为下图所示，其中系数 K_4 是变量：

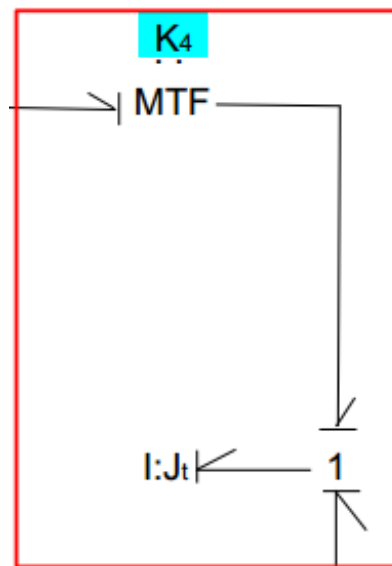


图 1.7 左轮变换器优化键合图

为了方便状态空间方程的建立，我们对报告一中的键合图两处进行了修改，修改后的键合图如下图所示，红色方框中为修改优化后的结果：

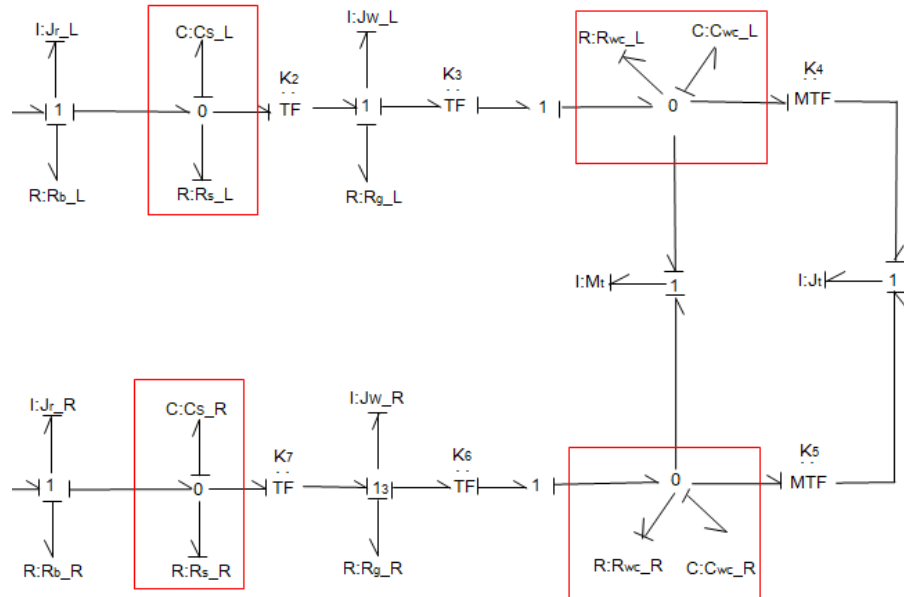


图 1.8 左轮变速器优化键合图

1.3.3 MDM 模块的对接

优化后的 MDM 总体键合图如下所示：

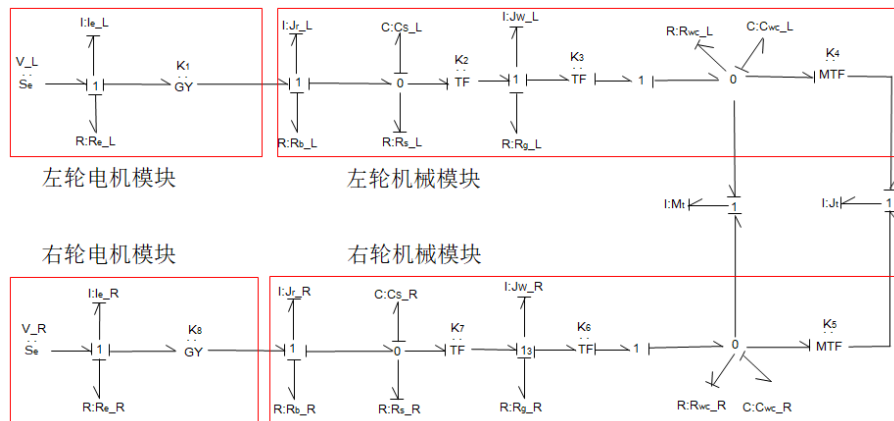


图 1.9 左轮变速器优化键合图



2 手推轮椅主体（Manual Propelled Wheelchair）框图建模

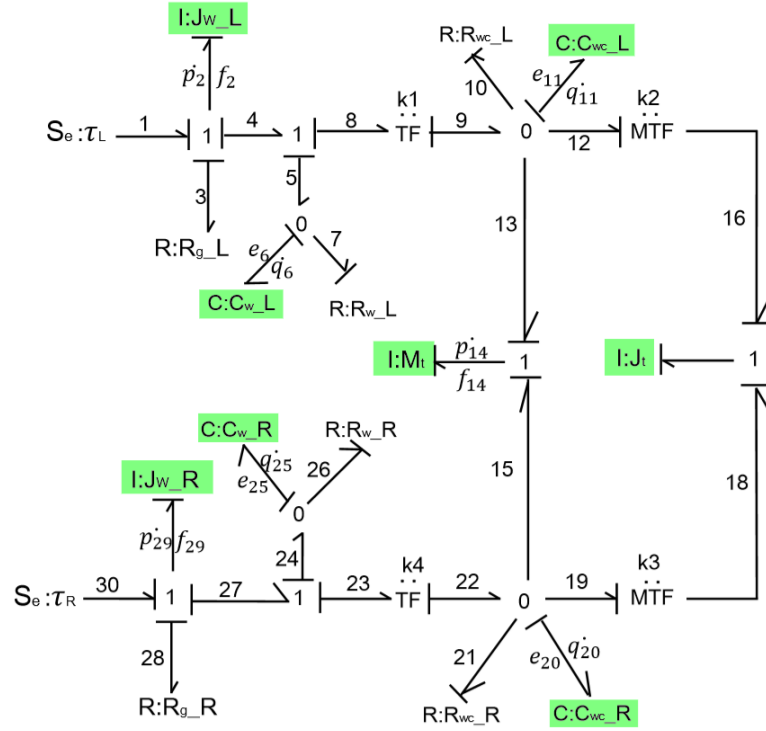


图 2.1 MPW 因果化标注。

2.1 状态空间方程推导

1. 后轮与地面运动状态变量 \dot{p}_2

对于 \dot{p}_2 , 开始列写方程, 利用键合图的因果关系求出 e_2 : 根据功率流方向标注, 势变量 e_2 来自 1 结的输出, 是由 e_1 , e_3 , 和 e_4 产生的, 因此:

$$\dot{p}_2 = e_2 = e_1 - e_3 - e_4 = \tau_L - e_3 - e_4, \quad (2.1)$$

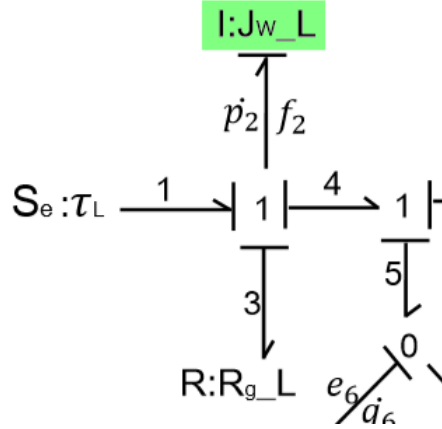
e_1 是输入变量, 一直保留在最终的方程中; e_3 来自阻性元件 R_{gL} 的输出; e_4 直接与状态变量有关, 故而有下面三式:

$$e_3 = f_3 \cdot R_{gL} = f_2 \cdot R_{gL} = \frac{p_2}{J_{wL}} R_{gL}, \quad (2.2)$$

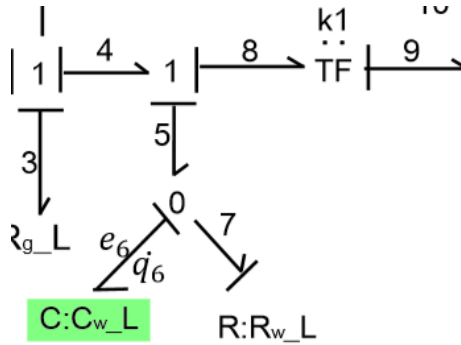
$$e_4 = e_5 + e_8 = e_6 + e_9 \cdot k_1 = \frac{q_6}{C_{wL}} + \frac{q_{11}}{C_{wcL}} k_1, \quad (2.3)$$

由式 (2.1)-(2.3) 得到状态方程 1:

$$\dot{p}_2 = \tau_L - \frac{p_2}{J_{wL}} R_{gL} - \frac{q_{11}}{C_{wcL}} k_1 - \frac{q_6}{C_{wL}}, \quad (2.4)$$



2. 后轮轮辐结构相关状态变量 \dot{q}_6



对于 \dot{q}_6 , 开始列写方程, 利用键合图的因果关系求出 f_6 : 根据功率流方向标注, 流变量 f_6 来自 0 结的输出, 是由 f_5 和 f_7 产生的, 因此:

$$\dot{q}_6 = f_6 = f_5 - f_7, \quad (2.5)$$

f_5 直接与状态变量有关; f_7 同样直接与状态变量有关, 故而有下面两式:

$$f_5 = f_4 = f_2 = \frac{p_2}{J_{wL}}, \quad (2.6)$$

$$f_7 = \frac{e_7}{R_{wL}} = \frac{e_6}{R_{wL}} = \frac{q_6}{C_{wL}R_{wL}}, \quad (2.7)$$

由式 (2.5)-(2.7) 得到状态方程 2:

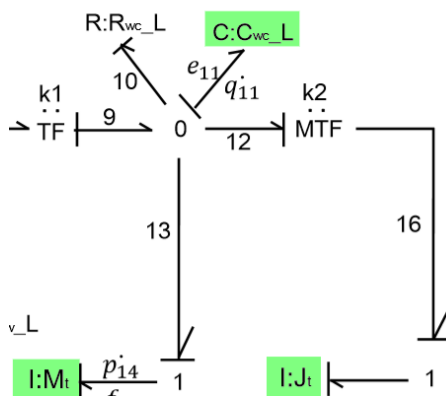
$$\dot{q}_6 = \frac{p_2}{J_{wL}} - \frac{q_6}{C_{wL}R_{wL}}. \quad (2.8)$$

3. 后轮与整体解耦相关状态变量 \dot{q}_{11} 对于 \dot{q}_{11} , 开始列写方程, 通过使用因果关系对 f_{11} 路径进行跟踪, 流变量 f_{11} 是对 C_{wL} 的输入, 从 0 结出来的输出, 此输出由因果输入 f_9, f_{10}, f_{12} 和 f_{13} 产生, 因此:

$$\dot{q}_{11} = f_{11} = f_9 - f_{10} - f_{12} - f_{13}, \quad (2.9)$$

f_9 来自 TF 元件; f_{10} 来自阻性元件 R_{wL} 的输出; f_{12} 和 f_{13} 同样直接与状态变量有关, 故而有下面四式:

$$f_9 = f_8 \cdot k_1 = f_4 \cdot k_1 = f_2 \cdot k_1 = \frac{p_2}{J_{wL}} k_1, \quad (2.10)$$



$$f_{10} = \frac{e_{10}}{R_{wcL}} = \frac{e_{11}}{R_{wcL}} = \frac{q_{11}}{C_{wcL}R_{wcL}}, \quad (2.11)$$

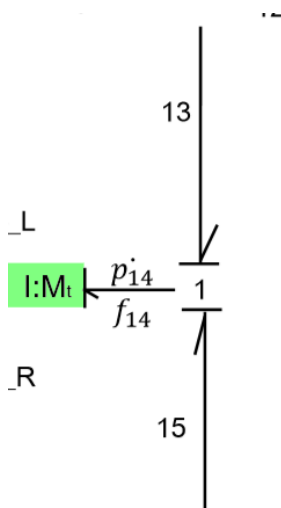
$$f_{12} = \frac{f_{16}}{k_2} = \frac{f_{17}}{k_2} = \frac{p_{17}}{J_t k_2}, \quad (2.12)$$

$$f_{13} = f_{14} = \frac{p_{14}}{M_t}, \quad (2.13)$$

由式 2.9-2.13 得到状态方程 3:

$$\dot{q}_{11} = \frac{p_2}{J_{wL}} k_1 - \frac{q_{11}}{C_{wL} R_{wL}} - \frac{p_{17}}{J_t k_2} - \frac{p_{14}}{M_t}. \quad (2.14)$$

4. 质心处状态分析（质量）状态变量 \dot{p}_{14}



对于 p_{14} , 开始列写方程, 利用键合图的因果关系求出 e_{14} : 根据功率流方向标注, 势变量 e_{14} 来自 1 结的输出, 是由 e_{13} 和 e_{15} 产生的, 因此:

$$\dot{p}_{14} = e_{14} = e_{13} + e_{15}, \quad (2.15)$$



e_{13} 和 e_{15} 均来自容性元件 C_{wc} 的输出故而有下面两式：

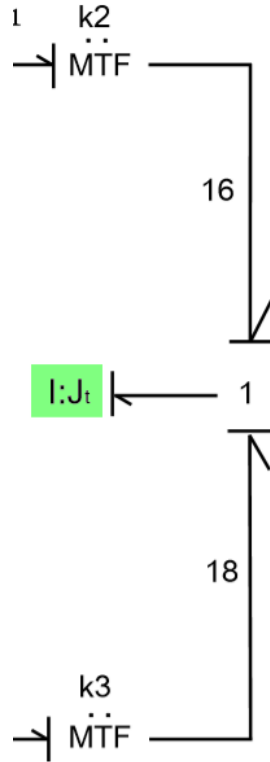
$$e_{13} = e_{11} = \frac{q_{11}}{C_{wcL}}, \quad (2.16)$$

$$e_{15} = e_{20} = \frac{q_{20}}{C_{wcR}}, \quad (2.17)$$

由式 3.16-3.19 得到状态方程 4：

$$\dot{p}_{14} = \frac{q_{11}}{C_{wcL}} + \frac{q_{20}}{C_{wcR}}. \quad (2.18)$$

5. 质心处状态分析（转动惯量）状态变量 \dot{p}_{17} 对于 \dot{p}_{17} , 开始列写方程，通过使用因果关系对 p_{17}



路径进行跟踪，从 1 结出来的输出，此输出由因果输入 e_{16} 和 e_{18} 产生，因此：

$$\dot{p}_{17} = e_{17} = e_{16} + e_{18}, \quad (2.19)$$

e_{16} 和 e_{18} 来自 MTF 元件的输入，故而有下面两式：

$$e_{16} = \frac{e_{12}}{k_2} = \frac{e_{11}}{k_2} = \frac{q_{11}}{C_{wL}k_3}, \quad (2.20)$$

$$e_{18} = \frac{e_{19}}{k_3} = \frac{e_{20}}{k_3} = \frac{q_{20}}{C_{wcR}}, \quad (2.21)$$

由式 2.19-2.21 得到状态方程 5：

$$\dot{p}_{17} = \frac{q_{11}}{C_{wL}k_3} + \frac{q_{20}}{k_2C_{wR}}. \quad (2.22)$$



6. 根据对称性得到剩余状态方程 根据对称性，另外三个状态方程可以推出 (2.23)-(2.25):

$$\dot{q}_{20} = \frac{p_{29}}{J_{wR}} k_1 - \frac{p_{14}}{M_t} - \frac{p_{17}}{J_t k_3} - \frac{q_{20}}{R_{wcR} C_{wcR}}, \quad (2.23)$$

$$\dot{q}_{25} = \frac{p_{29}}{J_{w-R}} - \frac{q_{25}}{R_{w-R} C_{w-R}}, \quad (2.24)$$

$$\dot{p}_{29} = \tau_R - \frac{p_{29}}{J_{wR}} R_{gR} - \frac{q_{20}}{C_{wcR}} k_1 - \frac{q_{25}}{C_{wR}}. \quad (2.25)$$

2.2 总体状态空间矩阵

2.2.1 状态空间矩阵导出

下列公式显示了 MPW 的状态空间表示，其中 x_1 , u_1 和 y_1 分别是系统状态，输入和输出：

$$\dot{x}_1 = [A_1]x_1 + [B_1]u_1, \quad (2.26)$$

$$y_1 = [C_1]x_1. \quad (2.27)$$

由上述八个状态空间方程 (2.4) (2.25)，具体表示成：

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_2 \\ \dot{f}_6 \\ \dot{f}_{11} \\ \dot{e}_{14} \\ \dot{e}_{17} \\ \dot{f}_{20} \\ \dot{f}_{25} \\ \dot{e}_{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{p}_2 \\ \dot{q}_6 \\ \dot{q}_{11} \\ \dot{p}_{14} \\ \dot{p}_{17} \\ \dot{q}_{20} \\ \dot{q}_{25} \\ \dot{p}_{29} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{gL}}{J_{wL}} & -\frac{1}{C_{wL}} & -\frac{k_1}{C_{wL}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{wL}} & -\frac{1}{R_{wL}C_{wL}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_1}{J_{wL}} & 0 & -\frac{1}{R_{wcL}C_{wcL}} & -\frac{1}{M_t} & -\frac{1}{k_2 J_t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{wcL}} & 0 & 0 & \frac{1}{C_{wcR}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{k_3 C_{wcL}} & 0 & 0 & \frac{1}{k_2 C_{wcR}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{M_t} & -\frac{1}{k_2 J_t} & -\frac{1}{R_{wcR}C_{wcR}} & 0 & \frac{k_1}{J_{wR}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R_{wR}C_{wR}} & \frac{1}{J_{wR}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_1}{C_{wcR}} & -\frac{1}{C_{wR}} & -\frac{R_{gR}}{J_{wR}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ q_6 \\ q_{11} \\ p_{14} \\ p_{17} \\ q_{20} \\ q_{25} \\ p_{29} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_L \\ \tau_R \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

则输出矩阵则表示为：

$$\begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_R \\ V_{CG} \\ \theta_{CG} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_2 \\ f_{29} \\ f_{14} \\ f_{17} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_{wL}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{wR}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{M_t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ p_{29} \\ p_{17} \\ p_{17} \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

2.2.2 特殊变量分析

特别地，其中的 k_2 和 k_3 属于根据速度变化的动态变量，分别代表转动过程中左右轮相对速度瞬心的曲率半径，需要根据两轮机器人模型导出：

在该建模中选取对象的机械主体示意如图 2.2 所示。它基本上由两个脚轮和手动后轮组成。在这种建模中已经应用了两轮驱动机器人系统的方法，其中脚轮集中在一起并且假设对系统流施力。 V_{CG} 和 w_{CG} 代表质心速度和沿质心转速， w_l 和 w_r 分别表示左右车轮的角速度，后动车轮半径和轮椅宽度由 r 和 L_w 表示）。下面的矩阵 2.30 显示了系统的运动学数学模型，其中 θ 是方位角， x 和 y 分别表示系统的几何位置：

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta}{2} & \frac{\cos \theta}{2} \\ \frac{2}{L} & \frac{\sin \theta}{2} \\ \frac{2}{L_w} & -\frac{2}{L_w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_r \\ \omega_l \end{bmatrix}. \quad (2.30)$$

以 A 作为参考点，左右轮的位移课以得到：

$$S_l = h - \frac{L_w}{2} \sin \theta, \quad (2.31)$$

$$S_r = h + \frac{L_w}{2} \sin \theta. \quad (2.32)$$

从键合图出发，广义位移变量定义为流变量的时间积分。因此根据上述方程 2.31 和 2.32，可以获得所需的流变量方程，将可以通过方程 2.31 和 2.32 用于构建轮椅主体结构的键合图模型。

$$v_l = \dot{S}_l = \dot{h} - \dot{\theta} \frac{L_w}{2} \cos \theta, \quad (2.33)$$

$$v_r = \dot{S}_r = \dot{h} + \dot{\theta} \frac{L_w}{2} \cos \theta. \quad (2.34)$$

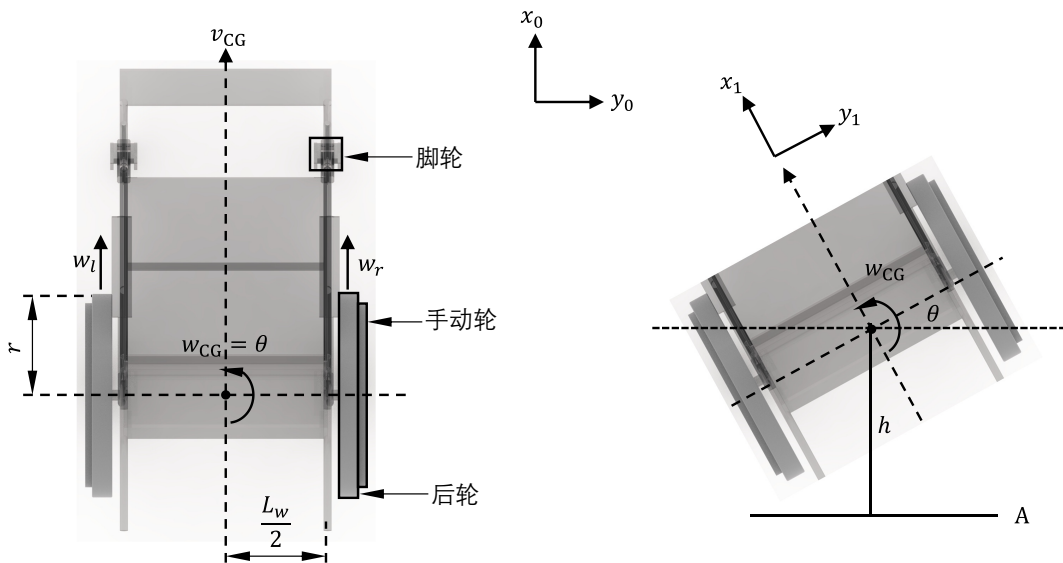


图 2.2 电动轮椅主体俯视示意图。



进一步，假设此时 $v_r > v_l$ ，则 $k_3 > k_2$ 。根据瞬心的相关几何关系，我们可以得到下列式子：

$$\frac{v_L}{k_2} = \frac{v_R}{k_3}. \quad (2.35)$$

其中，由假设与集合关系可得：

$$k_3 = k_2 + L_w. \quad (2.36)$$

结合上述两式可以导出：

$$k_2 = \frac{v_L \times L_w}{v_R - v_L}. \quad (2.37)$$

为了方便编程与建模，上面方程 2.37 可以写成更一般的形式：

$$\begin{aligned} \min(k_2, k_3) &= \frac{\min(v_L, v_R) \times L_w}{|v_R - v_L|} \\ \max(k_2, k_3) &= \frac{\max(v_L, v_R) \times L_w}{|v_R - v_L|} \end{aligned} \quad (2.38)$$



3 电动轮椅（Mmechatronic drive module）框图建模

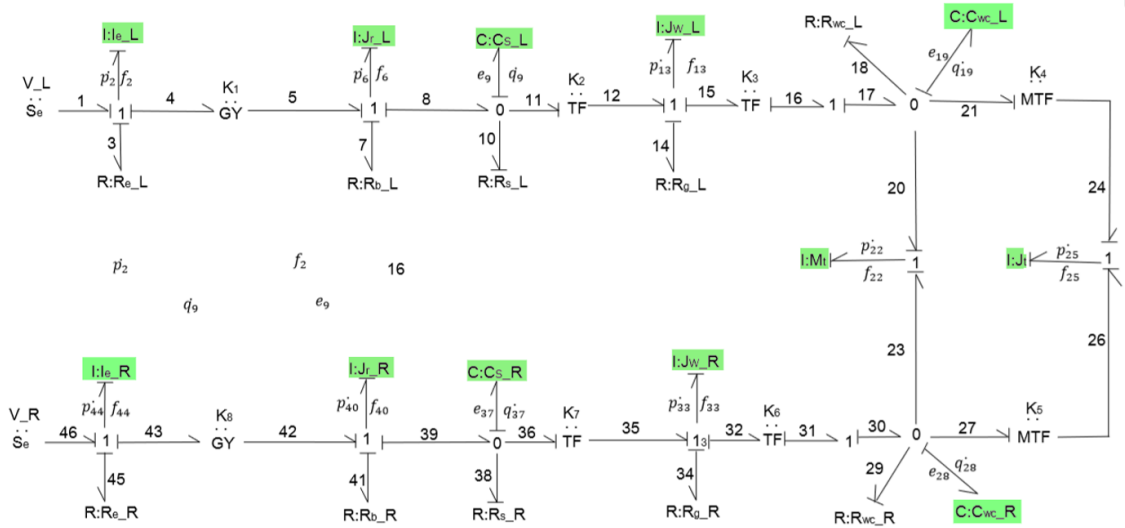


图 3.1 MDM 因果化标注。

3.1 状态空间方程推导

1. 电机特性状态变量 p_2 对于 \dot{p}_2 , 开始列写方程, 利用键合图的因果关系求出 e_2 : 根据功率流

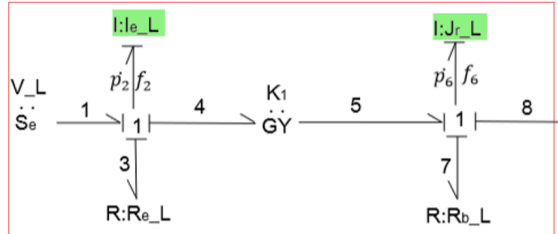


图 3.2

方向标注, 势变量 e_2 来自 1 结的输出, 是由 e_1 , e_3 , 和 e_4 产生的, 因此:

$$\dot{p}_2 = e_2 = e_1 - e_3 - e_4, \quad (3.1)$$

e_1 是输入变量, 一直保留在最终的方程中; e_3 来自阻性元件 R_{eL} 的输出; e_4 直接与状态变量有关, 故而有下面三式:

$$e_1 = V_L, \quad (3.2)$$

$$e_3 = f_3 R_{eL} = f_2 R_{eL} = \frac{p_2}{I_{eL}} R_{eL}, \quad (3.3)$$

$$e_4 = k_1 f_5 = k_1 f_6 = k_1 \frac{p_6}{J_{rL}}, \quad (3.4)$$

由式 (3.1)-(3.4) 得到状态方程 1:

$$\dot{p}_2 = V_L - \frac{p_2}{I_{eL}} R_{eL} - k_1 \frac{p_6}{J_{rL}}, \quad (3.5)$$



2. 转子机械特性状态变量 \dot{p}_6

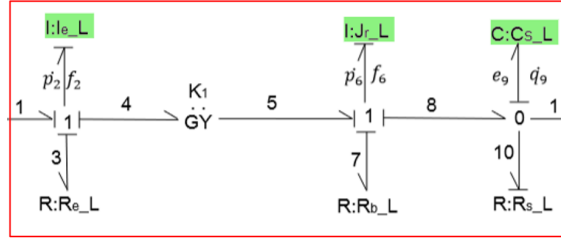


图 3.3

对于 \dot{p}_6 , 开始列写方程, 利用键合图的因果关系求出 e_6 : 根据功率流方向标注, 势变量 e_6 来自 1 结的输出, 是由 e_5 , e_7 , 和 e_8 产生的, 因此:

$$\dot{p}_6 = e_6 = e_5 - e_7 - e_8, \quad (3.6)$$

e_5 直接与状态变量有关; e_7 来自阻性元件 R_{bL} 的输出; e_8 同样直接与状态变量有关, 故而有下面三式:

$$e_5 = k_1 f_4 = k_1 f_2 = k_1 \frac{p_2}{I_{eL}}, \quad (3.7)$$

$$e_7 = f_7 R_{bL} = f_6 R_{bL} = \frac{p_6}{J_{rL}} R_{bL}, \quad (3.8)$$

$$e_8 = e_9 = \frac{q_9}{C_{sL}}, \quad (3.9)$$

由式 3.6-3.9 得到状态方程 2:

$$\dot{p}_6 = k_1 \frac{p_2}{I_{eL}} - \frac{p_6}{J_{rL}} R_{bL} - \frac{q_9}{C_{sL}}. \quad (3.10)$$

3. 电机输出轴机械特性状态变量 \dot{q}_9 对于 \dot{q}_9 , 开始列写方程, 通过使用因果关系对 f_9 路径进行

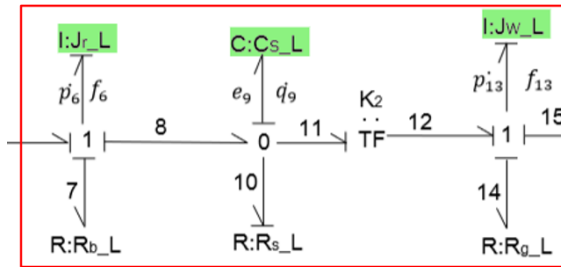


图 3.4

跟踪, 流变量 f_9 是对 C_{sL} 的输入, 从 0 结出来的输出, 此输出由因果输入 f_8 , f_{10} , f_{11} 产生, 因此:

$$\dot{q}_9 = f_9 = f_8 - f_{10} - f_{11}, \quad (3.11)$$

f_8 直接与状态变量有关; f_{10} 来自阻性元件 R_{sL} 的输出; f_{11} 同样直接与状态变量有关, 故而有下面三式:

$$f_8 = f_6 = \frac{p_6}{J_{rL}}, \quad (3.12)$$

$$f_{10} = \frac{e_{10}}{R_{sL}} = \frac{e_9}{R_{sL}} = \frac{q_9}{C_{sL} R_{sL}}, \quad (3.13)$$



$$f_{11} = \frac{f_{12}}{k_2} = \frac{f_{13}}{k_2} = \frac{p_{13}}{J_{wL}k_2}, \quad (3.14)$$

由式 3.11-3.14 得到状态方程 3:

$$\dot{q}_9 = \frac{p_6}{J_{rL}} - \frac{q_9}{C_{sL}R_{sL}} - \frac{p_{13}}{J_{wL}k_2}. \quad (3.15)$$

4. 后轮机械特性状态变量 \dot{p}_{13}

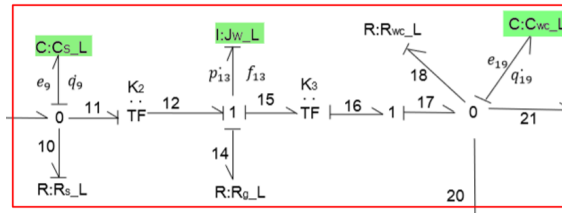


图 3.5

对于 \dot{p}_{13} , 开始列写方程, 利用键合图的因果关系求出 e_{13} : 根据功率流方向标注, 势变量 e_{13} 来自 1 结的输出, 是由 e_{12} , e_{14} , 和 e_{15} 产生的, 因此:

$$\dot{p}_{13} = e_{12} - e_{14} - e_{15}, \quad (3.16)$$

e_{12} 直接与状态变量有关; e_{14} 来自阻性元件 R_{gL} 的输出; e_{15} 同样直接与状态变量有关, 故而有下面三式:

$$e_{12} = \frac{e_{11}}{k_2} = \frac{e_9}{k_2} = \frac{q_9}{C_{sL}k_2}, \quad (3.17)$$

$$e_{14} = f_{14}R_{gL} = f_{13}R_{gL} = \frac{p_{13}}{J_{wL}}R_{gL}, \quad (3.18)$$

$$e_{15} = e_{16}k_3 = e_{17}k_3 = e_{19}k_3 = \frac{q_{19}}{C_{wcL}}k_3, \quad (3.19)$$

由式 3.16-3.19 得到状态方程 4:

$$\dot{p}_{13} = \frac{q_9}{C_{sL}k_2} - \frac{p_{13}}{J_{wL}}R_{gL} - \frac{q_{19}}{C_{wcL}}k_3. \quad (3.20)$$

5. 轮辐机械特性状态变量 \dot{q}_{19} 对于 \dot{q}_{19} , 开始列写方程, 通过使用因果关系对 f_{19} 路径进行跟踪, 流变量 f_{19} 是对 C_{wcL} 的输入, 从 0 结出来的输出, 此输出由因果输入 f_{17} , f_{18} , f_{20} , f_{21} 产生, 因此:

$$\dot{q}_{19} = f_{17} - f_{18} - f_{20} - f_{21}, \quad (3.21)$$

f_{17} 直接与状态变量有关; f_{18} 来自阻性元件 R_{wcL} 的输出; f_{20} 和 f_{21} 同样直接与状态变量有关, 故而有下面四式:

$$f_{17} = f_{16} = f_{15}k_3 = f_{13}k_3 = \frac{p_{13}}{J_{wL}}k_3, \quad (3.22)$$

$$f_{18} = \frac{e_{18}}{R_{wcL}} = \frac{e_{19}}{R_{wcL}} = \frac{q_{19}}{C_{wcL}R_{wcL}}, \quad (3.23)$$

$$f_{20} = f_{22} = \frac{p_{22}}{M_t}, \quad (3.24)$$

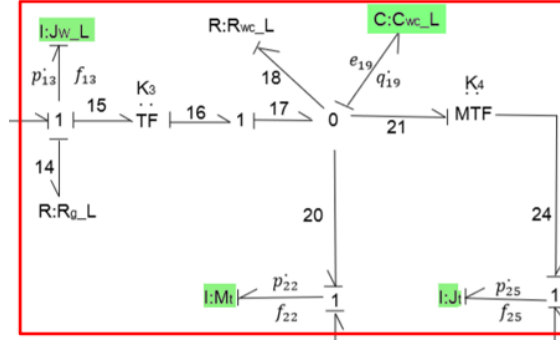


图 3.6

$$f_{21} = \frac{f_{24}}{k_4} = \frac{f_{25}}{k_4} = \frac{p_{25}}{J_t k_4}, \quad (3.25)$$

由式 3.21-3.25 得到状态方程 5:

$$\dot{q}_{19} = \frac{p_{13}}{J_{wL}} k_3 - \frac{q_{19}}{C_{wcL} R_{wcL}} - \frac{p_{22}}{M_t} - \frac{p_{25}}{J_t k_4}. \quad (3.26)$$

6. 质心处状态分析 (质量) 状态变量 \dot{p}_{22}

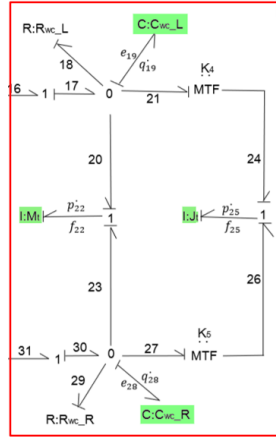


图 3.7

对于 \dot{p}_{22} , 开始列写方程, 利用键合图的因果关系求出 e_{22} : 根据功率流方向标注, 势变量 e_{22} 来自 1 结的输出, 是由 e_{20} 和 e_{23} 产生的, 因此:

$$\dot{p}_{22} = e_{22} = e_{20} + e_{23}, \quad (3.27)$$

e_{20} 与 e_{23} 均直接与状态变量有关, 故而有下面两式:

$$e_{20} = e_{19} = \frac{q_{19}}{C_{wcL}}, \quad (3.28)$$

$$e_{23} = e_{28} = \frac{q_{28}}{C_{wcR}}, \quad (3.29)$$

由式 3.27-3.29 得到状态方程 6:

$$\dot{p}_{22} = \frac{q_{19}}{C_{wcL}} + \frac{q_{28}}{C_{wcR}}. \quad (3.30)$$



7. 质心处状态分析 (转动惯量) 状态变量 \dot{p}_{25}

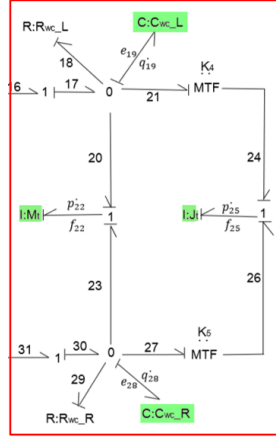


图 3.8

对于 \dot{p}_{25} , 开始列写方程, 利用键合图的因果关系求出 e_{25} : 根据功率流方向标注, 势变量 e_{22} 来自 1 结的输出, 是由 e_{24} 和 e_{26} 产生的, 因此:

$$\dot{p}_{25} = e_{24} + e_{26}, \quad (3.31)$$

e_{24} 与 e_{26} 均直接与状态变量有关, 故而有下面两式:

$$e_{24} = \frac{e_{21}}{k_4} = \frac{e_{19}}{k_4} = \frac{q_{19}}{C_{wcL}k_4}, \quad (3.32)$$

$$e_{26} = \frac{e_{27}}{k_5} = \frac{e_{28}}{k_5} = \frac{q_{28}}{C_{wcL}k_5}, \quad (3.33)$$

由式 3.31-3.33 得到状态方程 7:

$$\dot{p}_{25} = \frac{q_{19}}{C_{wcL}k_4} + \frac{q_{28}}{C_{wcL}k_5}. \quad (3.34)$$

8. 根据对称性得到剩余状态方程 根据对称性, 另外五个状态方程见 3.35-3.39:

$$\dot{q}_{28} = \frac{p_{33}}{J_{wR}}k_6 - \frac{q_{28}}{C_{wcR}R_{wcR}} - \frac{p_{22}}{M_t} - \frac{p_{25}}{J_t k_5}. \quad (3.35)$$

$$\dot{p}_{33} = \frac{q_{37}}{C_{sR}k_7} - \frac{p_{33}}{J_{wR}}R_{sR} - \frac{q_{28}}{C_{wcR}}k_6 \quad (3.36)$$

$$\dot{q}_{37} = \frac{p_{40}}{J_{rR}} - \frac{q_{37}}{C_{sR}R_{sR}} - \frac{p_{33}}{J_{wR}k_7} \quad (3.37)$$

$$\dot{p}_{40} = k_8 \frac{p_{44}}{I_{eR}} - \frac{p_{40}}{J_{rR}}R_{bR} - \frac{q_{37}}{C_{sR}} \quad (3.38)$$

$$\dot{p}_{44} = V_R - \frac{p_{44}}{I_{eR}}R_{eR} - k_8 \frac{p_{40}}{J_{rR}} \quad (3.39)$$



3.2 总体状态空间矩阵

3.2.1 状态空间矩阵导出

下列公式显示了 MDW 的状态空间表示，其中 x_2 , u_2 和 y_2 分别是系统状态，输入和输出：

$$\dot{x}_2 = [A_2]x_2 + [B_2]u_2, \quad (3.40)$$

$$y_2 = [C_2]x_2. \quad (3.41)$$

由上述 12 个状态空间方程，具体表示成：

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_2 \\ \dot{e}_6 \\ \dot{f}_9 \\ \dot{e}_{13} \\ \dot{f}_{19} \\ \dot{e}_{22} \\ \dot{e}_{25} \\ \dot{f}_{28} \\ \dot{e}_{33} \\ \dot{f}_{37} \\ \dot{e}_{40} \\ \dot{e}_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{p}_2 \\ \dot{p}_6 \\ \dot{q}_9 \\ \dot{p}_{13} \\ \dot{q}_{19} \\ \dot{p}_{22} \\ \dot{p}_{25} \\ \dot{q}_{28} \\ \dot{p}_{33} \\ \dot{q}_{37} \\ \dot{p}_{40} \\ \dot{p}_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{eL}}{J_{eL}} & \frac{k_1}{J_{rL}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_1}{J_{eL}} & -\frac{J_{rL}}{J_{rL}} & -\frac{1}{C_{sL}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{rL}} & -\frac{C_{sL}R_{sL}}{1} & -\frac{1}{J_{rL}k_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_{wL}k_2} & -\frac{J_{wL}}{J_{wL}} & -\frac{k_3}{C_{wL}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k_3}{J_{wL}} & -\frac{C_{wL}R_{wL}}{1} & -\frac{1}{M_t} & -\frac{1}{J_t k_4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{wL}} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_{wR}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{wL}k_4} & 0 & 0 & \frac{1}{C_{wR}k_5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{M_t} & -\frac{1}{J_t k_5} & -\frac{1}{C_{wR}R_{wR}} & \frac{k_6}{J_{wR}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_6}{C_{wR}} & -\frac{J_{wR}}{J_{wR}} & \frac{k_7}{C_{sR}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{J_{wR}k_7} & -\frac{1}{C_{sR}R_{sR}} & \frac{1}{J_{rR}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_{sR}} & -\frac{J_{rR}}{J_{rR}} & \frac{k_8}{J_{eR}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_8}{J_{rR}} & -\frac{J_{eR}}{J_{eR}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ p_6 \\ q_9 \\ p_{13} \\ q_{19} \\ p_{22} \\ p_{25} \\ q_{28} \\ p_{33} \\ q_{37} \\ p_{40} \\ p_{44} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_L \\ V_R \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

则输出矩阵则表示为：

$$\begin{bmatrix} i_L \\ \tau_L \\ \omega_{mL} \\ \omega_{wL} \\ V_{CG} \\ \theta_{CG} \\ \omega_{mR} \\ \omega_{wR} \\ \tau_R \\ i_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_2 \\ e_6 \\ f_8 \\ f_{13} \\ f_{22} \\ f_{25} \\ f_{33} \\ f_{39} \\ e_{40} \\ i_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_{eL}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_1}{J_{rL}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{rL}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_{wL}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{M_t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_{wR}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_{rR}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_8}{J_{eR}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_{eR}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ p_6 \\ p_{13} \\ p_{22} \\ p_{25} \\ p_{33} \\ p_{40} \\ p_{44} \end{bmatrix}. \quad (3.43)$$



4 实验阶段

复杂和混合域动态系统的模型可以在最常用的计算机软件上进行模拟，这些软件提供内置的数学和图形功能，如 Matlab / Simulink, Modelec, Acsyde 和 Matrix / SystemBuild。本节描述了将键合图模型转换为框图时所遵循的步骤，并使用 Matlab / Simulink 来模拟键合图模型。

4.1 实验参数设定

表 4.1 列出本模型的相关参数及其数学标记。本报告中表示左右参数则分别以 L 和 R 表示。参数表主要分为分为整体系统参数，手推轮椅主体，机电驱动模块以及手推控制输入部分的参数四个部分。如下所示：

表 4.1 系统主要参数及其数学标记

数学标记	系统参数	设计值
系统整体参数		
V_{CG}	质心速度	
w_{CG}	质心转速	
P_{CG}	系统动量变化率	
P_{θ}	系统角动量变化率	
手推轮椅主体		
SE: τ	后轮推进扭矩 (N·m)	12
J_w	后轮转动惯量 ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	0.005
M_t	系统质量	100
J_t	系统转动惯量	64
R_g	轮胎与地面摩擦系数	0.006
C_w	轮辐弹性系数	0.0021
R_w	轮辐阻尼	12
r	后轮半径	0.3
L_w	轮椅宽度	0.8
R_{wc}	联轴器阻尼系数	0.005
C_{wc}	联轴器弹性系数	0.005
机电驱动模块		
I_e	电机电感	0.0033
R_e	电机内阻	0.9
J_r	转子转动惯量	0.078
R_b	电机轴承阻尼	0.008
M_d	机电驱动模块质量	30
J_d	机电驱动模块转动惯量	75
L_d	模块宽度	0.6
C_s	电机输出转矩	0.00237
R_s	电机输出轴阻尼	11
k_1	电机扭矩系数	0.288
k_2	齿轮系数比	0.18
k_3	电动车轮半径	0.127
Se:L	输入控制电压	24
手推控制输入部分		
J	手动轮转动惯量	0.005
k_4	手动轮半径	0.3



4.2 Simulink 相关模块运用和操作

在建模过程中，我们运用了 simulink 一些内置的模块和操作进行建模，以下是简要的介绍：

- 生成常量值 Constant



图 4.1 常数模块图例

Constant 模块生成实数或复数常量值。在本次建模中，主要用于常值输入以及一些固定参数的表示。

- 将输入乘以常量 Gain



图 4.2 增益模块图例

Gain 模块将输入乘以一个常量值（增益）。输入和增益可以是标量、向量或矩阵。在本次建模中，主要用于表示状态空间方程中，状态变量前面的系数。

- 输入信号的加减运算 Sum



图 4.3 加减运算模块图例

Sum 模块对输入信号执行加减运算。Add、Subtract、Sum of Elements 和 Sum 模块是相同的模块。此模块可对标量、向量或矩阵输入执行加减运算。它还可以缩减信号的元素并执行求和。在本次建模中，主要用于表示状态空间方程中的加减运算。

- 可自定义函数模块 MATLAB Function



图 4.4 可自定义函数模块图例

使用 MATLAB Function 模块可以编写用于 Simulink 模型的 MATLAB 函数。在本次建模中，主要用于表示较为复杂的判断与运算功能，给仿真带来一定便利。

- 饱和模块 Saturation

将输入信号限制在饱和上界和下界值之间

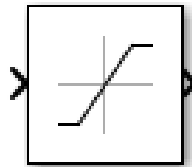


图 4.5 饱和模块图例

Saturation 模块产生输出信号，该信号是在饱和上界和下界值之间的输入信号值。上界和下界由参数 Upper limit 和 Lower limit 指定。在本次建模中，主要用于限制相关变量的最大值，避免 Inf 无穷大值的发生而无法仿真。

- 显示输入常数值模块 Display

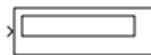


图 4.6 显示输入常数值模块图例

Display 模块显示输入数据的值。您可以指定显示的格式和频率。在本次建模中，主要用于判断输入值是否合理，从而保证仿真的正常进行。

- 示波器 Scope



图 4.7 示波器图例

Simulink Scope 模块显示时域信号。在本次建模中，主要用于输出随时间变化的状态变量，如速度，角速度等等。

- 合并变量模块 Mux

将相同数据类型和数值类型的输入信号合并为虚拟向量



图 4.8 合并变量模块图例

Mux 模块可将其输入合并为单个向量输出。输入可以是标量或向量信号。所有输入都必须具有相同的数据类型和数值类型。在本次建模中，主要用于合并输出结果，后续输出至工作空间。

- 写入工作区模块 To Workspace

将相同数据类型和数值类型的输入信号合并为虚拟向量

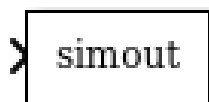


图 4.9 写入工作区模块图例

To Workspace 模块将输入信号数据写入到工作区。在仿真期间，模块将数据写入到内部缓冲区。暂停仿真或仿真完成后，该数据将写入到工作区。在仿真暂停或停止之前，数据不可用。在本次建模中，主要将输出后结果，后续输出至工作空间进行处理作图。

- 创建模块封装 Subsystem mask

为子系统和自定义模块创建自定义外观、创建用户定义的界面、封装逻辑以及隐藏数据。封装是用于模块的一种自定义用户界面。

在对部分元件进行子系统封装后，可以进行 Mask 编辑：

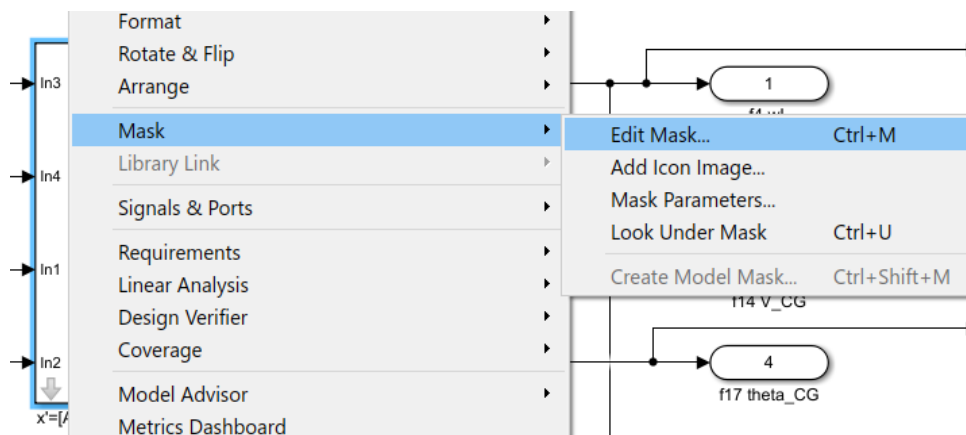


图 4.10 子系统封装操作图例

在具体 Mask 界面中，可以直接添加相关参数编辑模块：

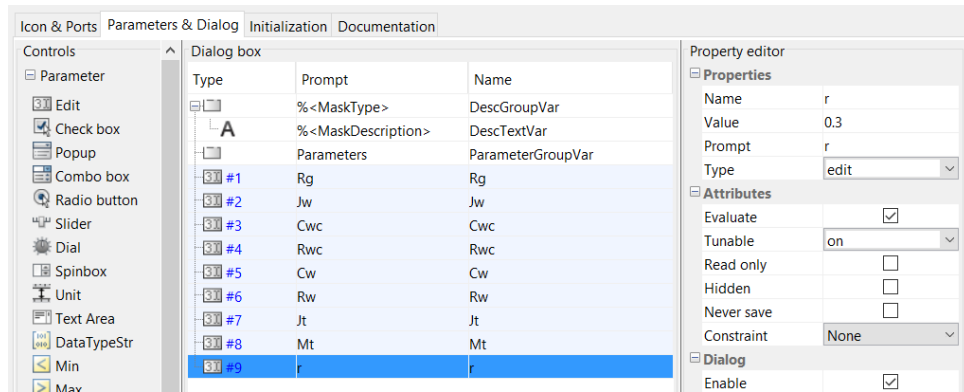


图 4.11 相关参数编辑操作图例

在本次建模中，主要用于封装模型，以及快速参数调整。最终实现效果如下：

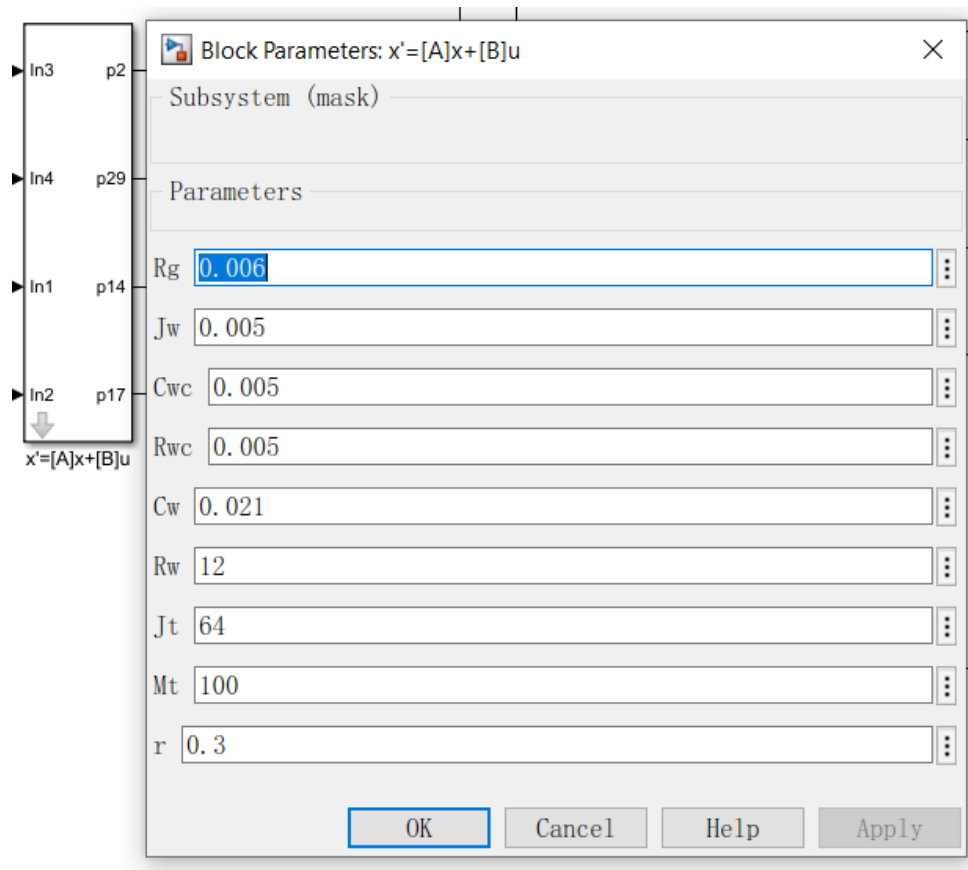


图 4.12 参数调整界面图例



4.3 手推轮椅主体仿真

4.3.1 MPW 整体框图介绍

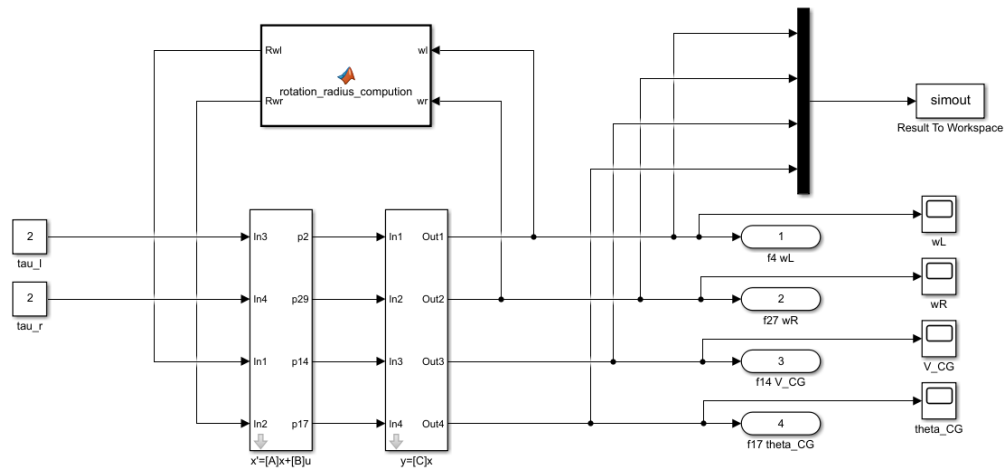


图 4.13 MPW 整体框图

其中输入状态变量子系统主要由八个状态空间方程构成部分组成，输出状态变量子系统由四个增益组成，如下所示：

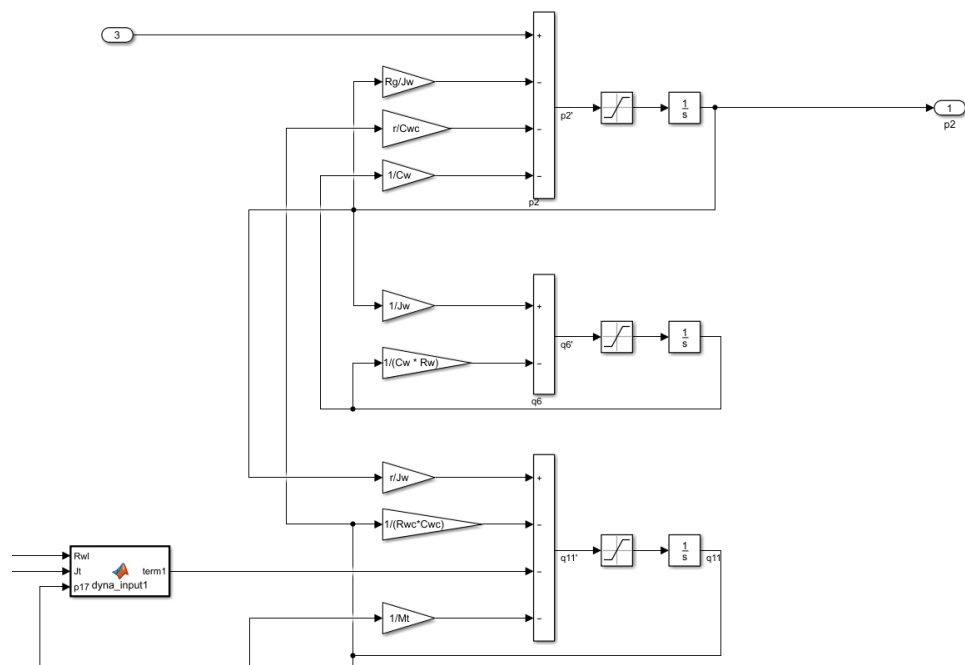


图 4.14 MPW 输入状态参量子系统-block1

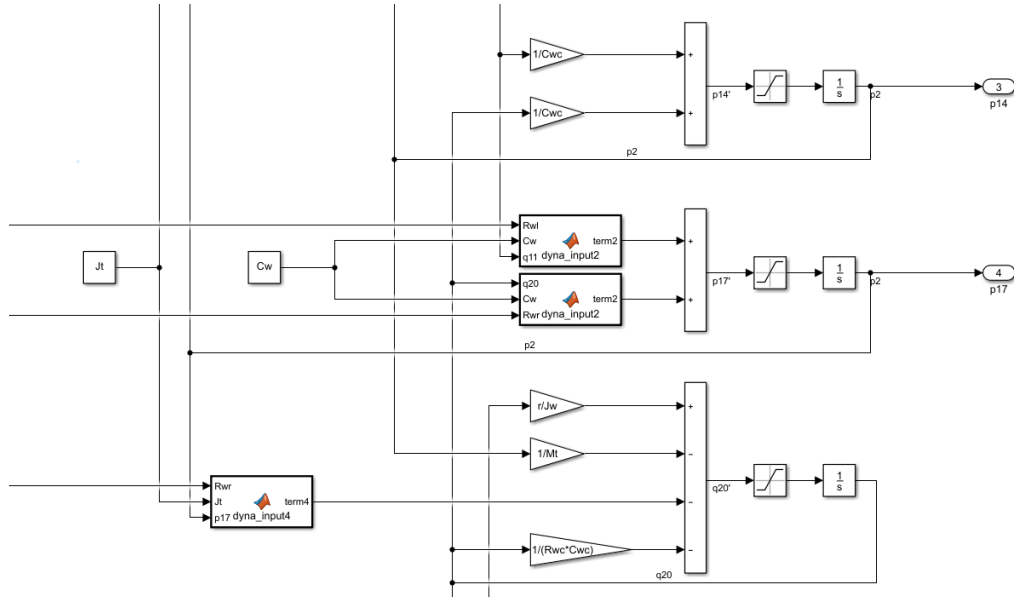


图 4.15 MPW 输入状态参量子系统-block2

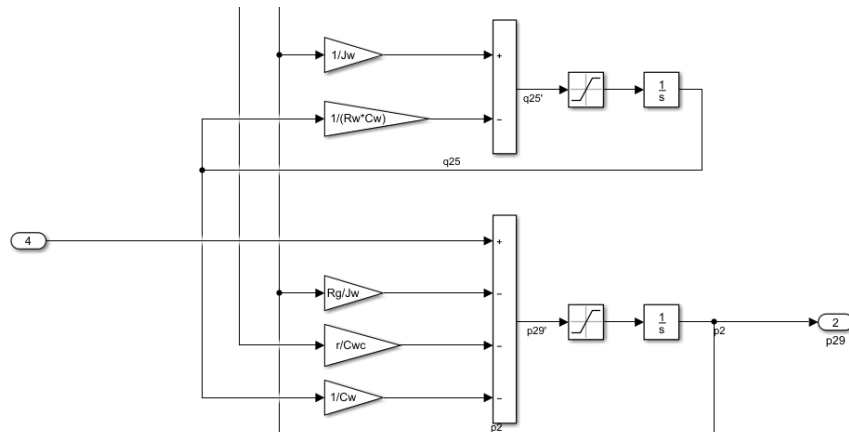


图 4.16 MPW 输入状态参量子系统-block3

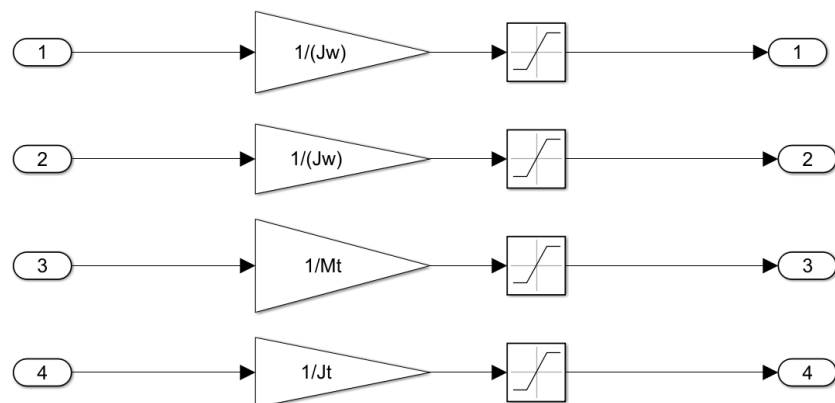


图 4.17 MPW 输出状态变量子系统



此外，rotation_radius_computation 函数代码如下所示：

```
function [Rwl, Rwr] = rotation_radius_computation(wl, wr)
% 输入两后轮各自角速度，输出两轮围绕瞬心的曲率半径
Lw = 0.8; % 轮椅左右轮宽度
if wl > wr
    Rwl = (Lw * max(wl, wr))/abs(wl - wr);
    Rwr = (Lw * min(wl, wr))/abs(wl - wr);
elseif wr > wl
    Rwr = (Lw * max(wl, wr))/abs(wl - wr);
    Rwl = (Lw * min(wl, wr))/abs(wl - wr);
else
    Rwl = Inf; % 1e15
    Rwr = Inf; % 1e15
end
end
```

图 4.18 MPW 中 rotation_radius_computation 函数代码

4.3.2 MPW 仿真与分析

表 4.1 给出了元件的一般特征和数值。在推进过程中施加在手边缘上的力是正弦的，包括在推动开始时的快速加载速率，导致冲击尖峰，然后逐渐施加和释放力。为了本研究的目的，系统用步进输入信号（代表手动扭矩）进行模拟，以产生避障预定轨迹。主要目的是说明没有 MDM 参与的 MPW 系统的行为。

如图所示，在两个轮上施加 $2N \cdot m$ 范围内的阶跃信号的组合。

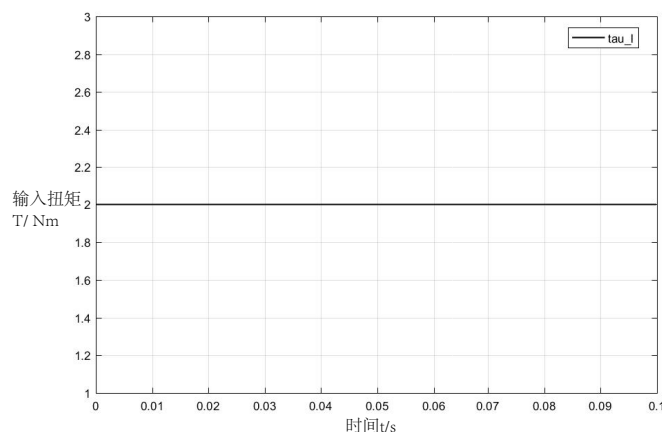


图 4.19 MPW 输入扭矩

观察位置和取向（参考 x 轴）系统在直线方向上产生一些运动，并导致后轮速度、质心处速度逐渐增大，如图所示。不过观察到，应该为 0 的质心处角速度慢慢上升，可能为系统仿真误差导致。

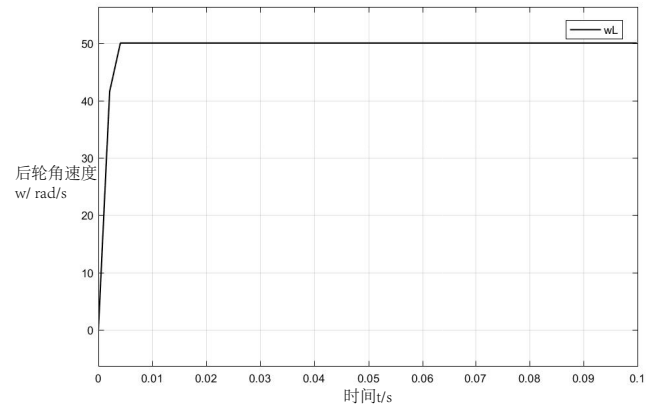


图 4.20 MPW 后轮输出角速度

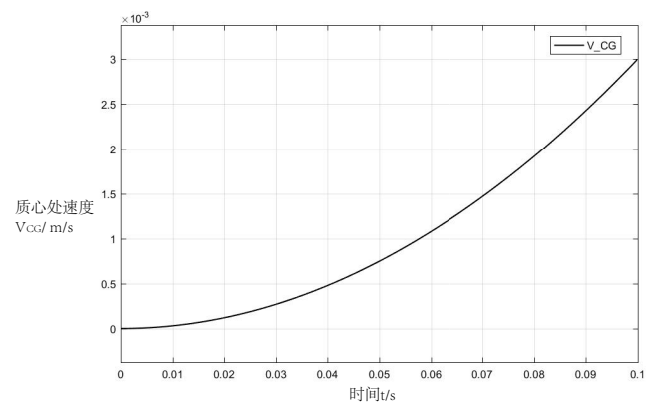


图 4.21 MPW 质心处速度

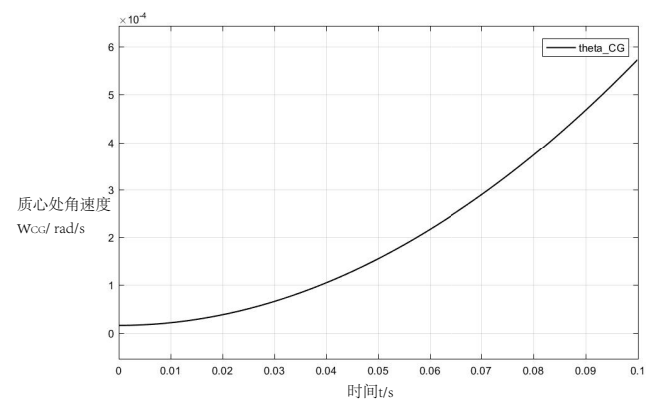


图 4.22 MPW 质心处角速度

4.4 电驱动模块仿真

4.4.1 MDM 整体框图介绍

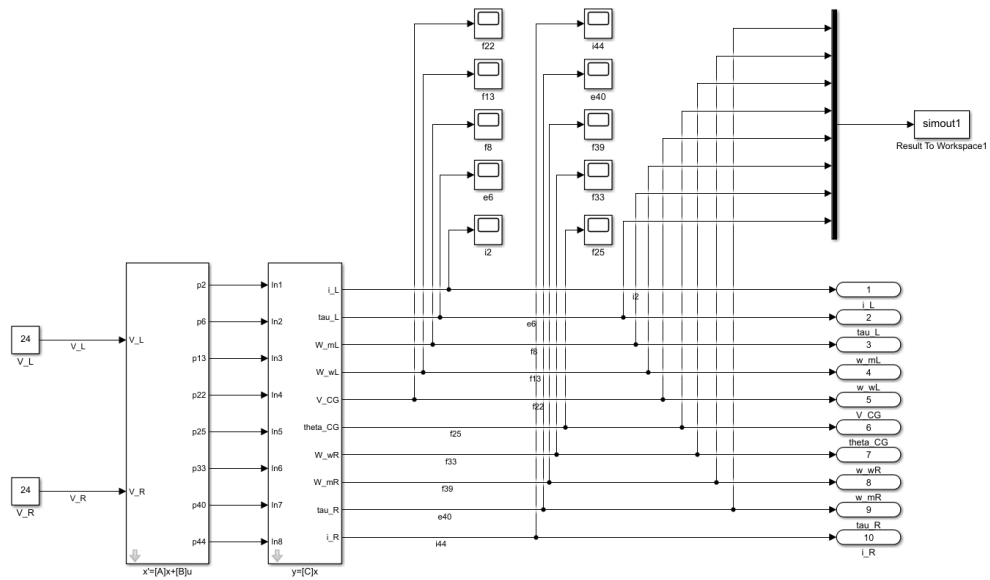


图 4.23 MDM 整体框图

其中输入状态变量子系统主要由十二个状态空间方程构成部分组成, 输出状态变量子系统由四个增益组成, 如下所示:

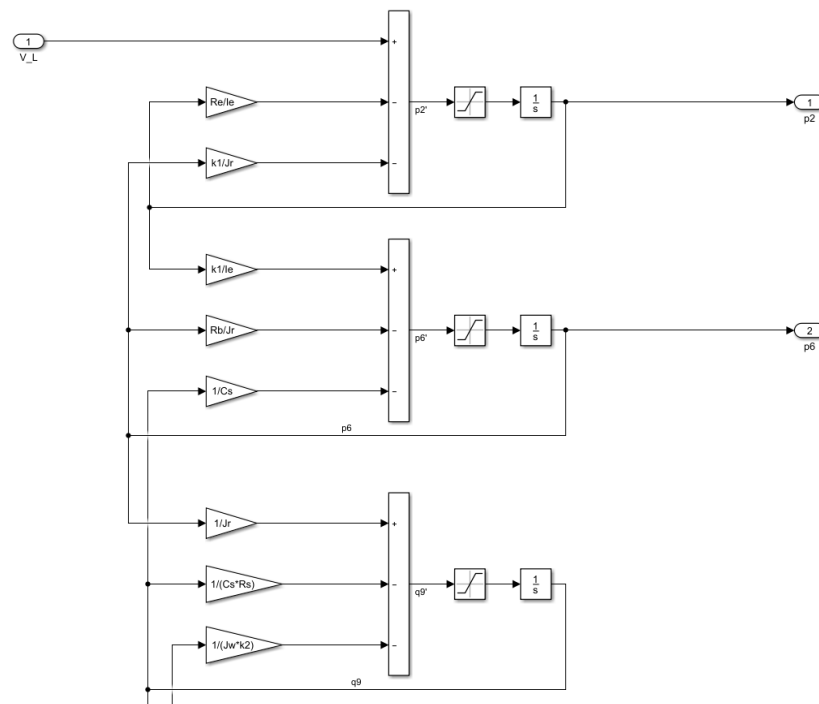


图 4.24 MDM 输入状态参量子系统-block1

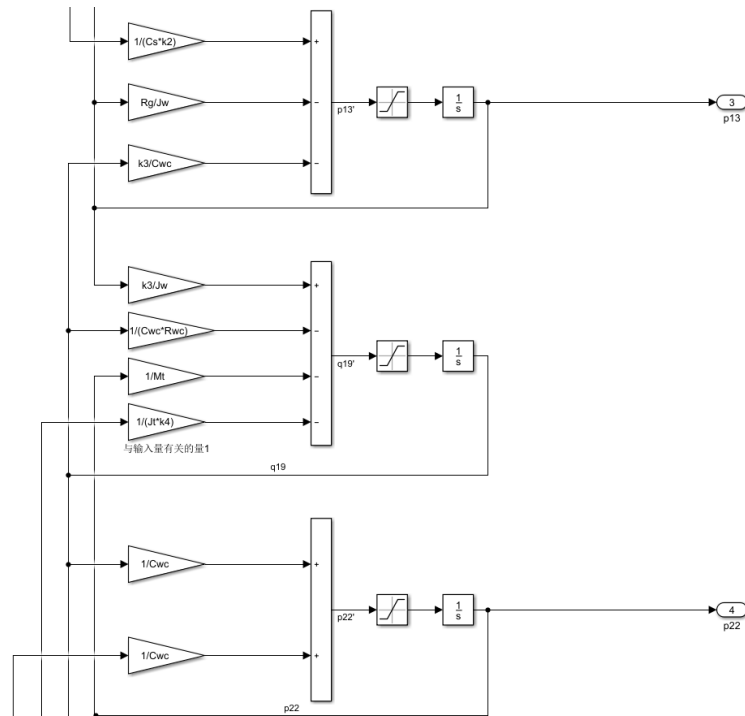


图 4.25 MDM 输入状态参量子系统-block2

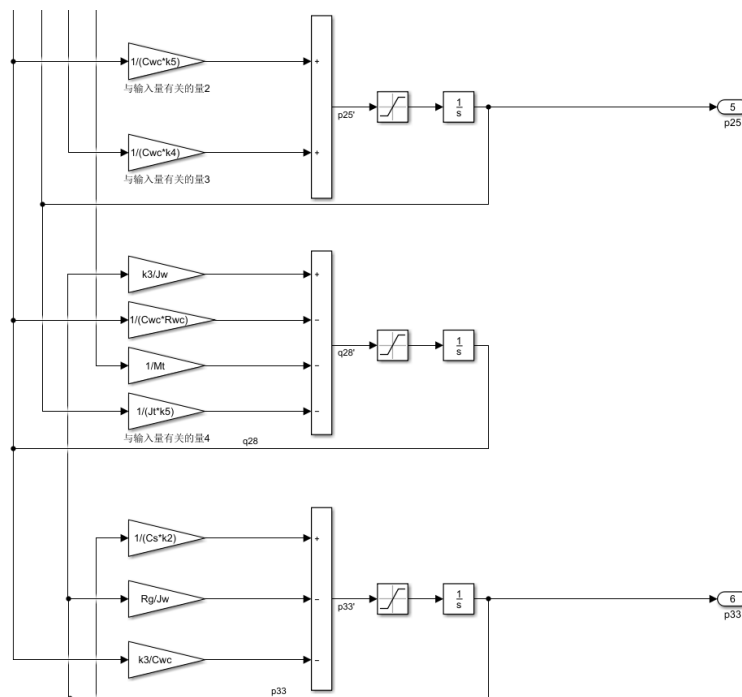


图 4.26 MDM 输入状态参量子系统-block3

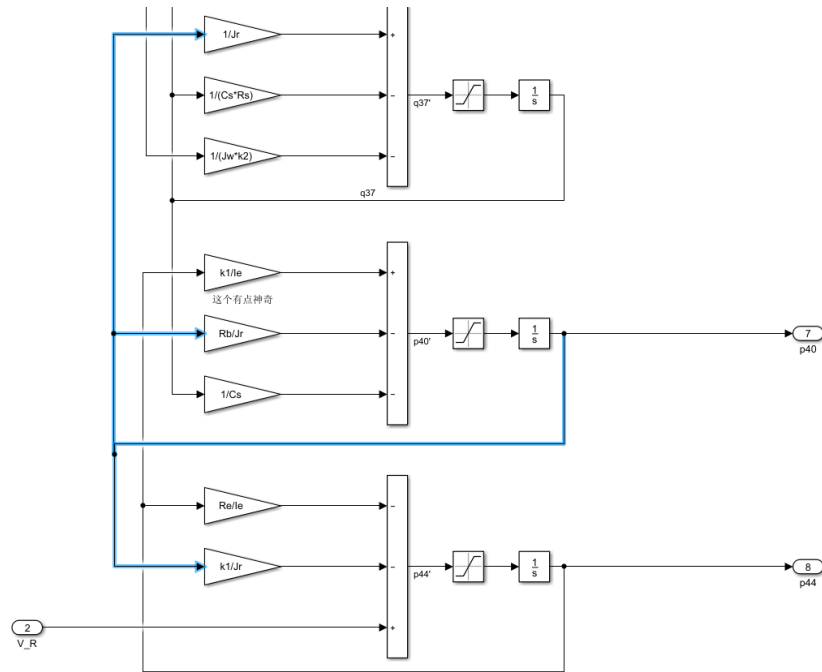


图 4.27 MDM 输入状态参量子系统-block4

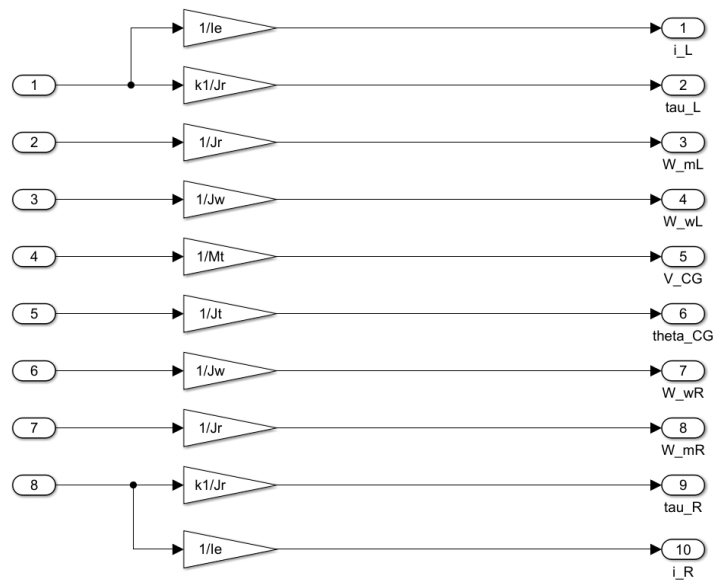


图 4.28 MDM 输出状态变量子系统



4.4.2 MDM 仿真与分析

在整个仿真过程中，考虑左右轮情况相同，则给出左轮相关参数变化图。

如下图显示了输入电压 v_L

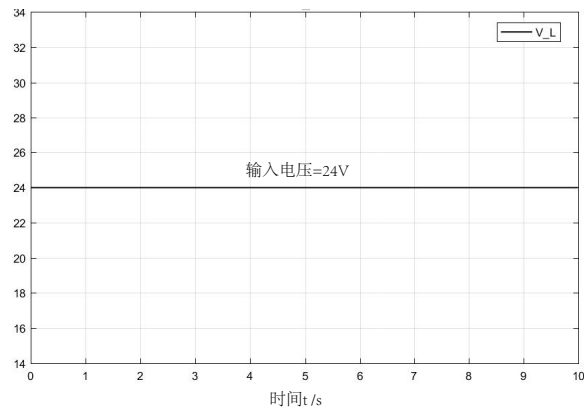


图 4.29 MDM 输入电压

MDM 系统通过调节左右轮电动机的输入恒定电压，进而调节电动机的输出扭矩，由仿真图片可以知道，一开始的时候由于电动机的启动过程电流较大，使得做左右轮的扭矩出现一个突变，待电流稳定后，电动机的扭矩恒定，并作用在左右轮上使其产生角速度，MDM 系统整体质心的线速度和角速度受左右轮运动的影响。由于一直有恒定电压输入，稳定时电动机有恒扭矩输出，如图 4.31 和 4.32 所示。。所以系统质心速度和角速度恒加速度增加，如图 4.32 和 4.33 所示。

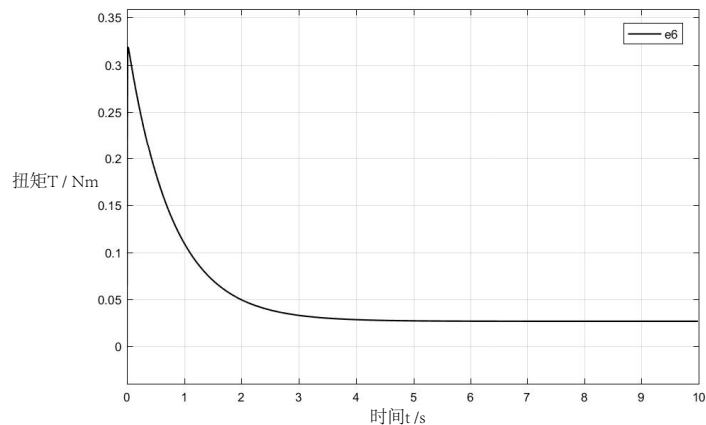


图 4.30 MDM 输出扭矩

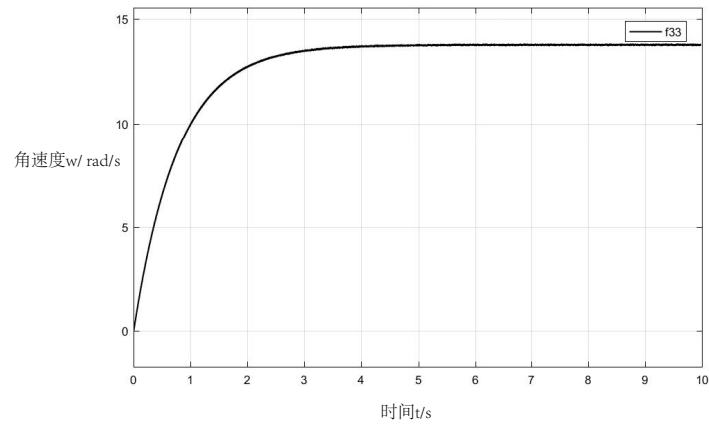


图 4.31 MDM 后轮输出转速

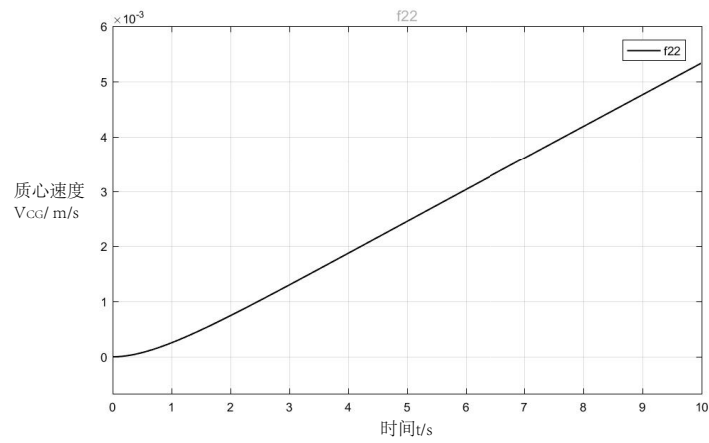


图 4.32 MDM 质心处速度

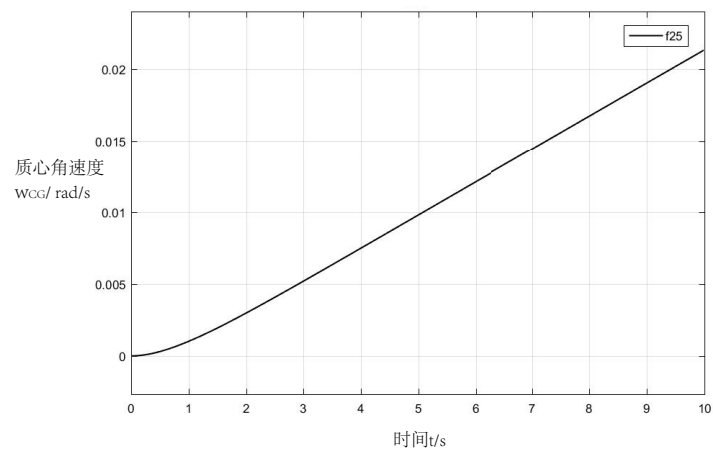


图 4.33 MDM 质心处角速度



4.5 仿真条件详细说明

我们采用 ode15s 解法器而不采用刚性系统常用的 ode113 解法器。

Ode113 是一种变阶次多步 Adams-Bashforth-Moulton 算法，此基于用前几个节点的值来计当算法，此基于用前几个节点的值来计当算法，此基于用前几个节点的值来计当前节点的解，因此在相同精度下比 ode45 和 ode23 更快，比较适用于高阶或者需要大量计算的问题更快，比较适用于高阶或者需要大量计算的问题不适合于连续的系统。

MATLAB 推荐，ode45 是大多数情况下的首选解法器。ode45 是基于 Dormand-Prince 4-5runge-kutta 公式，适用于一般非刚性系统的首选解法器。其精度较高，相比于其他解法器为中等水平。我们系统在 ode45 解法器的仿真下，速度较慢且有时会出现无穷大溢出现象，故 ode45 解法器也无法满足我们的系统。

而 ode15s 是基于数值微分公式 (NDF) 的变阶求解器。NDF 与后向差分公式 (BDF，也称为 Gear 方法) 有关，但比后者更高效。ode15s 求解器以数值方式生成 Jacobian 矩阵。在 matlab 建议下，如果怀疑某个问题是刚性问题，或者 ode45 失败或效率极其低下，请尝试 ode15s。经过测试，我们系统在 ode15s 解法器的仿真下，可以正常运行得到结果并且速度不慢故 ode15s 解法器可以满足我们的系统。

4.6 本章小结

在本章中，我们介绍了 MPW 和 MDM 的 simulink 模型的建模，分析和模拟工作及其与普通手动推进轮椅的耦合。仿真模型是在在第二三章节的状态空间方程导出的基础上建立的。这些模型将有助于实现后续实时控制器的设计以及对于整体系统的分析。



5 结论

对于这次大作业，尽管大家都有点忙碌，遇到困难不断，我们还是坚持，认真的去钻研，最终克服了困难。我们相信，做好每项作业，无论难易，我们都可以获得提升与成长。

只有我们都动手算过，动脑想过，对于这种重要的分析问题、解决问题的系统性方法才会有一个更深刻的了解，也为我们看待问题的思路开拓了更多的道路，或许在以后的工作中，这次作业的经历会给我们带来不少的收获。

6 分工说明

在报告一和报告二中，我们分工合理。在键合图和框图仿真中，每个人都出色完成了任务。但是考虑到在这部分以外的工作量，以及是否对某个部分负责，我们在贡献度上略有出入。但依然要强调我们每个人都出色完成了自己的任务。

成员	完成任务	贡献	本人签字
李一鸣 1551896	（1）建模对象系统分析（2）键合图建立（3）状态空间方程推导（4）报告二撰写		
黎宇恒 1651886	（1）建模对象系统分析（2）键合图建立（3）状态空间方程推导（4）报告二撰写		
何宇杰 1551862	（1）建模对象选取和相关资料收集（2）建模对象系统分析（3）Simulink 建模与仿真（4）报告一、二主要撰写		



参考文献

- [1] D. C. Karnopp, D. L. Margolis, and R. C. Rosenberg, System Dynamics Modeling and Simulation of Mechatronic Systems (Fourth Edition) [M]. New York: Wiley, 2012.
- [2] D. C. Karnopp, D. L. Margolis, and R. C. Rosenberg, 黎明安（译），系统动力学——机电系统的建模与仿真 [M]. 国防工业出版社, 2012.
- [3] Klee H, Allen R. Simulation of dynamic systems with MATLAB and Simulink. 2nd ed[M]// Simulation of Dynamic Systems with MATLAB and Simulink. CRC Press, Inc. 2007.
- [4] Wouwer A V. Simulation Of ODE/PDE Models With MATLAB®, OCTAVE And SCILAB[J]. Annals of the Rheumatic Diseases, 2014, 71(Suppl 3):646-646.
- [5] Leaman, Jesse, and Hung Manh La. A comprehensive review of smart wheelchairs: past, present, and future [J]. IEEE Transactions on Human-Machine Systems 47.4 2017: 486-499.
- [6] Borutzky, W. Bond graph methodology, development and analysis of multidisciplinary dynamic system models (1st ed.) [M]. Berlin: Springer. 2010
- [7] Borutzky, Wolfgang. Bond graph modelling of engineering systems [M]. Vol. 103. New York: Springer, 2011.
- [8] Ayala, Gerardo, Rui Loureiro, and Rochdi Merzouki. Multi-domain model of steering system for an omnidirectional mobile robot [C]. 2015 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). IEEE, 2015.
- [9] Sahoo, Saumya Ranjan, and Shital S. Chiddarwar. Dynamic modelling of four wheel skid mobile robot by unified bond graph approach [C]. 2016 International Conference on Robotics: Current Trends and Future Challenges (RCTFC). IEEE, 2016.
- [10] Jahanbin, Zahra, et al. Multi-body simulation of a flapping-wing robot using an efficient dynamical model [J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering 38.1 (2016): 133-149.
- [11] Fakri, A., Vilakazi, J. P. Modular driven wheelchair bond graph modelling [C]. The European Modeling & Simulation Symposium, I3M2010 MultiConference, 2010, Fes, Morocco.
- [12] Fakri, A., Vilakazi, J. P. Wheelchair and electric drive add-on a whole bond graph modelling [C]. Proceedings of the 2014 11th International Conference on Bond graph Modeling and Simulation (ICBGM'14). SummerSim 2014 Multiconference July 6–10 2014, Monterey, CA, USA. ISBN: 978-1-63266-700-7, Vol. 46 #8, Collection:Simulation Series, 206-210, 222 pp. 113.