estadística

Clase 1

- Ω: espacio muestral
- P: probabilidad
- ℝ: los núm. reales
- ω: muestra de Ω
- Variable aleatoria: aquella que le da el número a Ω

Problemas

1. Entre Beto y Enrique

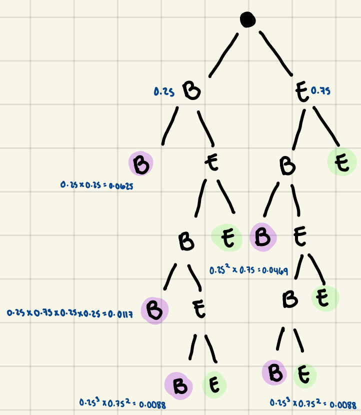
En un torneo de tenis, la contienda final se disputará entre dos jugadores, Beto y Enrique. Los nomios de apuestas favorecen a Enrique en 1:3 (esto significa que, de 4 juegos realizados, se espera que Beto gane 1 y Enrique 3). La regla para definir la final del campeonato del torneo es que se disputen juegos hasta que surja un ganador. Surgirá un ganador cuando ocurra una de estas dos cosas:

- Uno de los dos logre acumular tres juegos ganados. El ganador será quien logre obtener esos tres triunfos primero.
- Uno de los dos logre ganar dos juegos seguidos. El ganador será aquel que logró ganar dos juegos seguidos.

Contesta:

A. ¿Cuál es la probabilidad de que Beto gane el torneo? (considere todas las posibilidades, se sugiere hacer un diagrama de árbol)
B. Bajo las reglas actuales ¿Cuál es el número de juegos esperado que dure el torneo?

Pregunta A



1:3

25% 75%

Estas son probabilidades por juego. No dependen del juego anterior.

$P(B) = 0.0625 + 0.0117 + (0.0088 \times 2) + 0.0469 = 0.1387$

∴ La prob. de que Beto gane es de 0.1387

Pregunta B

Juegos ganados Beto

2 juegos	0.0625
3 juegos	0.0469
4 juegos	0.0117
5 juegos	0.0088 x 2 = 0.0176

Juegos ganados Enrique

2 juegos	0.5625
3 juegos	0.1406
4 juegos	0.1055
5 juegos	0.0264 x 2 = 0.0528

\# Total de juegos (Beto & Enrique)

2 juegos	2	0.0625 + 0.5625 = 0.625
3 juegos	2	0.0469 + 0.1406 = 0.1875
4 juegos	2	0.0117 + 0.1055 = 0.1172
5 juegos	4	0.0176 + 0.0528 = 0.0703

$(2 \times 0.625) + (3 \times 0.1875) + (4 \times 0.1172) + (5 \times 0.0703) = 2.6328$

∴ El núm. de juegos esperados es 2.6328

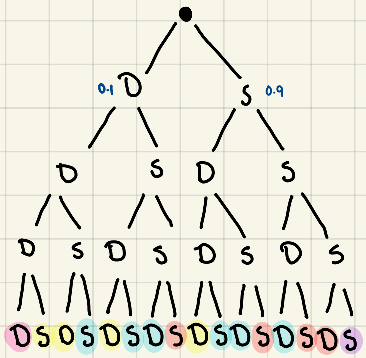
2. El profesor Stan der Deviation

El profesor Stan der Deviation puede tomar una de dos rutas en el trayecto del trabajo a su casa. En la primera ruta, hay cuatro cruces de ferrocarril. La probabilidad de que sea detenido por un tren en cualquiera de los cruces es de 0.1 y los trenes operan independientemente en los cuatro cruces. La otra ruta es más larga, pero sólo hay dos cruces, independientemente uno de otro con la misma posibilidad de que sea detenido por un tren que en la primera ruta. En un día particular, el profesor Deviation tiene una cita programada en su casa a una hora determinada. Por cualquier ruta que tome, calcula que llegará tarde si es detenido en los cruces por lo menos la mitad de los cruces encontrados.

¿Cuál ruta deberá tomar para reducir al mínimo la probabilidad de llegar tarde a la reunión?

Pregunta 1

Ruta 1



\# veces que fue detenido

~~0 0.6561 (0.9⁴)~~ llegaría a tiempo

~~1 0.2916 (0.0729x4)~~ llegaría a tiempo

2 0.0486 (0.0081x6)

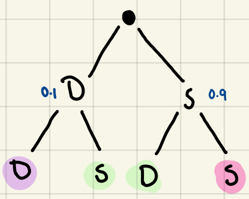
3 0.0036 (0.0009x4)

4 0.0001 (0.1^4)

0.0486 + 0.0036 + 0.0001 = 0.0523

Probabilidad que lo detengan: 0.0523

Ruta 2



\# veces que fue detenido

~~0 0.81~~ llegaría a tiempo

1 0.18 (0.09 x 2)

2 0.01

0.18 + 0.01 = 0.19

Probabilidad de que lo detengan: 0.19

∴ Dado que la probabilidad de que lo detengan en la R1 es menor a la de la R2, debería tomar la Ruta 1.

3. Las revistas

Un pequeño mercado ordena ejemplares de cierta revista para su exhibidor de revistas cada semana. Sea X = demanda de la revista, con función de probabilidad dada abajo.

x	1	2	3	4	5	6
P(x)	1/15	2/15	3/15	4/15	3/15	2/15

Suponga que el propietario de la tienda paga $2.00 por cada ejemplar de la revista y el precio para los consumidores es de $4.00.

A. Si las revistas que se quedan al final de la semana no tienen valor de recuperación, ¿es mejor ordenar tres o cuatro ejemplares de la revista? [*Sugerencia*: para tres o cuatro ejemplares ordenados exprese el ingreso neto como función de la demanda X, y luego calcule el ingreso esperado].
B. ¿Y cómo es la esperanza matemática del ingreso si se compran 5 ó 6 revistas? ¿por qué el pequeño mercado tiene la disyuntiva de comprar 3 ó 4 y no 5 ó 6? [*Sugerencia*: conteste con el calculo del valor esperado para 5 y 6 revistas y compárelo con el de 3 y 4 revistas pero también calculando el valor esperado de x].

Pregunta A

Ingresos de venta: $\min(x,n)\cdot 4$

Costo de revistas: $n \cdot 2$

Ingreso neto: IV − C

Ingreso esperado: $\sum P(x)\cdot IN$

3 ejemplares (n=3)

IN para $x=1,2,3$ = $x\cdot 4 - 3\cdot 2$

IN para $x \geq 4$ = $3\cdot 4 - 3\cdot 2 = 6$

x	1	2	3	4	5	6
IN	-2	2	6	6	6	6

$$E[IN] = \left(-2\times\frac{1}{15}\right)+\left(2\times\frac{2}{15}\right)+\left(6\times\frac{3}{15}\right)+\left(6\times\frac{4}{15}\right)+\left(6\times\frac{3}{15}\right)+\left(6\times\frac{2}{15}\right)$$
$$= -\frac{2}{15} + \frac{4}{15} + \frac{18}{15} + \frac{24}{15} + \frac{18}{15} + \frac{12}{15} = 4.933\bar{3}$$

4 ejemplares (n=4)

IN para $x=1,2,3,4$ = $x\cdot 4 - 4\cdot 2$

IN para $x \geq 5$ = $4\cdot 4 - 4\cdot 2 = 8$

x	1	2	3	4	5	6
IN	-4	0	4	8	8	8

$$E[IN] = \left(-4\times\frac{1}{15}\right)+\left(0\times\frac{2}{15}\right)+\left(4\times\frac{3}{15}\right)+\left(8\times\frac{4}{15}\right)+\left(8\times\frac{3}{15}\right)+\left(8\times\frac{2}{15}\right)$$
$$= -\frac{4}{15} + 0 + \frac{12}{15} + \frac{32}{15} + \frac{24}{15} + \frac{16}{15} = 5.333\bar{3}$$

∴ Dado que el Ingreso Esperado de 4 ejemplares es mayor que al de 3, es mejor ordenar 4 ejemplares.

Pregunta B

5 ejemplares (n=5)

IN para $x=1,2,3,4,5$ = $x\cdot 4 - 5\cdot 2$

IN para $x = 6$ = $5\cdot 4 - 5\cdot 2 = 10$

x	1	2	3	4	5	6
IN	-6	-2	2	6	10	10

$$E[IN] = \left(-6 \times \frac{1}{15}\right) + \left(-2 \times \frac{2}{15}\right) + \left(2 \times \frac{3}{15}\right) + \left(6 \times \frac{4}{15}\right) + \left(10 \times \frac{3}{15}\right) + \left(10 \times \frac{2}{15}\right)$$

$$= -\frac{6}{15} + \frac{-4}{15} + \frac{6}{15} + \frac{24}{15} + \frac{30}{15} + \frac{20}{15} = 4.666\overline{6}$$

6 ejemplares (n=6)

IN para $x = 1,2,3,4,5,6 = x \cdot 4 - 6 \cdot 2$

x	1	2	3	4	5	6
IN	-8	-4	0	4	8	12

$$E[IN] = \left(-8 \times \frac{1}{15}\right) + \left(-4 \times \frac{2}{15}\right) + \left(0 \times \frac{3}{15}\right) + \left(4 \times \frac{4}{15}\right) + \left(8 \times \frac{3}{15}\right) + \left(12 \times \frac{2}{15}\right)$$

$$= -\frac{8}{15} + \frac{-8}{15} + 0 + \frac{16}{15} + \frac{24}{15} + \frac{24}{15} = 3.2$$

Total de ejemplares

3	$4.933\overline{3}$
4	$5.333\overline{3}$
5	$4.666\overline{6}$
6	3.2

Comprar 3 y 4 ejemplares tiene mayor ingreso esperado.

Demanda esperada

x	1	2	3	4	5	6
P(x)	1/15	2/15	3/15	4/15	3/15	2/15
E[x]	1/15	4/15	9/15	16/15	15/15	12/15

$$E[X] = 1/15 + 4/15 + 9/15 + 16/15 + 15/15 + 12/15 = 3.8$$