INSEA

36

# Markov Chains

# Stationnarité: cas continu

La matrice de transition $P$ devient un “noyau”: $(x, y) \mapsto K(x, y)$ qui correspond à la densité de $X_{n+1} = y | X_n = x$

Une condition suffisante pour avoir une distribution stationnaire $\pi$ est le principe “detailed balance”:

Interprétez cette équation en l'intégrant sur des régions $A$ et $B$ contenant $x$ et $y$ respectivement.

“autant de particules vont de A à B que de B à A”

**Detailed balance**

Si $\pi$ vérifie la condition:

$$K(x, y)\pi(x) = K(y, x)\pi(y) \qquad \forall x, y$$

Alors $(X_n)_n$ a une distribution stationnaire $\pi$.

On obtient: $\mathbb{P}(X_{n+1} \in A, X_n \in B) = \mathbb{P}(X_{n+1} \in B, X_n \in A)$

Si $X_n \sim \pi_n$ alors $X_{n+1} \sim$

$$\pi_{n+1}(y) = \int K(x, y)\pi_n(x)\mathrm{d}x$$

?

Soit $(X_n)_{n\geq 0}$ une chaîne de Markov à valeurs dans $\mathbb{R}^d$.

Soit $(X_n)_{n\geq 0}$ une chaîne de Markov à valeurs dans $\mathbb{R}^d$.

La matrice de transition $P$ devient un “noyau”: $(x,y) \mapsto K(x,y)$ qui correspond à la densité de $X_{n+1} = y | X_n = x$

Si $X_n \sim \pi_n$ alors $X_{n+1} \sim \quad \pi_{n+1}(y) = \int K(x,y)\pi_n(x)\mathrm{d}x$

Une condition suffisante pour avoir une distribution stationnaire $\pi$ est le principe “detailed balance”:

**Detailed balance**

Si $\pi$ vérifie la condition:
$$K(x,y)\pi(x) = K(y,x)\pi(y) \qquad \forall x, y$$

Alors $(X_n)_n$ a une distribution stationnaire $\pi$.

Interprétez cette équation en l’intégrant sur des régions $A$ et $B$ contenant $x$ et $y$ respectivement.

On obtient: $\mathbb{P}(X_{n+1} \in A, X_n \in B) = \mathbb{P}(X_{n+1} \in B, X_n \in A)$

“autant de particules vont de A à B que de B à A”

INSEA

**Algorithmes MCMC**