

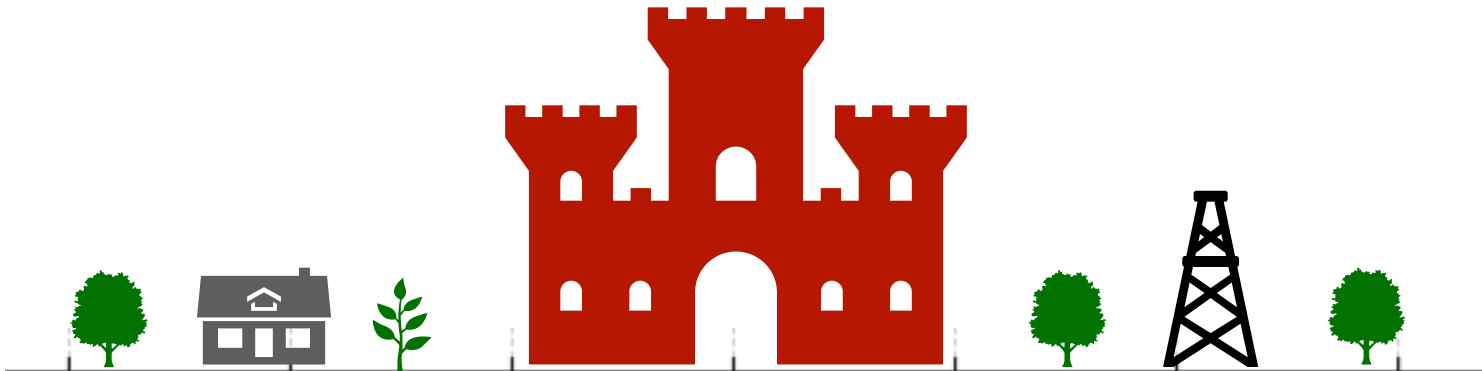


I N S E A





Cible



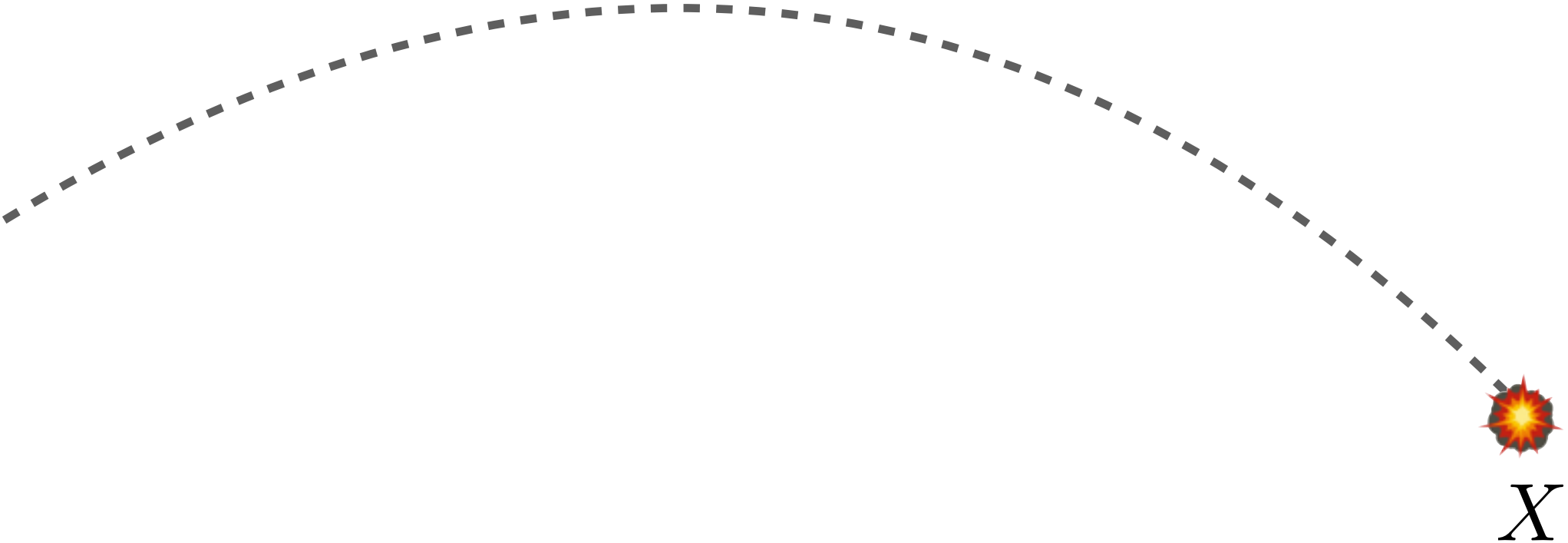
X^*

1

3




Vous →



On modélise $X \sim \mathcal{N}(X^*, \sigma^2)$ avec $\sigma = 50$.

On note X et X^* les coordonnées du projectile et de la cible.


$$d = 30$$

On note $d = 30$ le diamètre de la cible.

Pour détruire la cible, il faut en moins 40 impacts directs, combien de projectiles devez-vous lancer ?

Newsommer 1902

$$\text{On pose } Z \stackrel{\text{def}}{=} \frac{x - \textcolor{red}{x}^\star}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1).$$

$$\mathbb{P}(\text{Impact}) = \mathbb{P}(|X - \textcolor{red}{X}^*| \leq d)$$

$$\equiv 2\Phi\left(\frac{d}{\sigma}\right) - 1 \equiv 2\Phi\left(\frac{30}{50}\right) - 1 \approx 0.45$$

$$\widehat{\mathbb{P}(\text{Impact})} = \frac{40}{N} \Rightarrow N = \frac{40}{\widehat{\mathbb{P}(\text{Impact})}} \approx \frac{40}{0.45} \approx 89$$

Comment on calcul $\Phi(\frac{30}{50})$ en 1902 ?

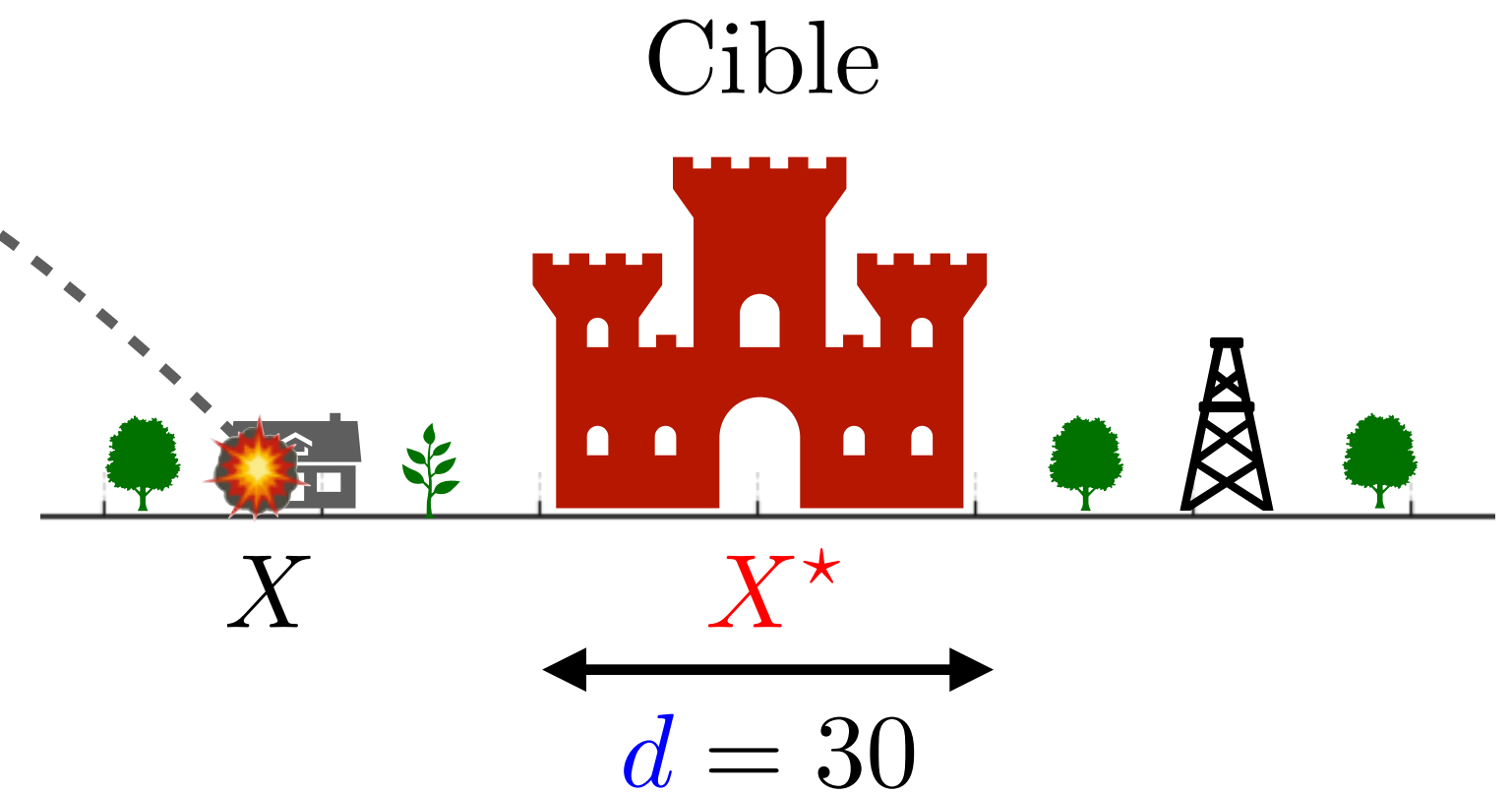
$$= \mathbb{P}\left(|Z| \leq \frac{d}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{d}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{d}{\sigma}\right)$$

Calcul d'intégrale pré-VM



Vous →

Nous sommes en 1902



On note X et X^* les coordonnées du projectile et de la cible.
On modélise $X \sim \mathcal{N}(X^*, \sigma^2)$ avec $\sigma = 50$.
On note $d = 30$ le diamètre de la cible.

Pour détruire la cible, il faut en moins 40 impacts directs, combien de projectiles devez-vous lancer ?

$$\begin{aligned} \text{On pose } Z &\stackrel{\text{def}}{=} \frac{X - X^*}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1). \quad \mathbb{P}(\text{Impact}) = \mathbb{P}(|X - X^*| \leq d) = \mathbb{P}(|Z| \leq \frac{d}{\sigma}) = \Phi(\frac{d}{\sigma}) - \Phi(-\frac{d}{\sigma}) \\ &= 2\Phi(\frac{d}{\sigma}) - 1 = 2\Phi(\frac{30}{50}) - 1 \approx 0.45 \end{aligned}$$

$$\widehat{\mathbb{P}(\text{Impact})} = \frac{40}{N} \Rightarrow N = \frac{40}{\widehat{\mathbb{P}(\text{Impact})}} \approx \frac{40}{0.45} \approx 89$$

Comment on calcule $\Phi(\frac{30}{50})$ en 1902 ?



1. Pourquoi Monte-Carlo ? (Exemple de modèle hiérarchique)
2. Introduction à la méthode Monte-Carlo (historique, PRNG)
3. Algorithmes de simulation i.i.d (PRNG, transformation, rejet)
4. Méthodes MCMC (Gibbs, Metropolis)
5. Diagnostics de convergence MCMC
6. Méthodes MCMC avancées (Langevin, HMC, NUTS)



Comment on calcule $\Phi(\frac{30}{50})$ en 1902 ?

$$\Phi(x) \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{P}(Z \leq x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx$$

