





I N S E A





1. Modélisé  $\theta$  comme une variable aléatoire avec une loi a priori  $\mathbb{P}(\theta)$ .

3

7

Dans l'exemple de Alice - Bob on a:

2. Calculé la loi a posteriori  $\mathbb{P}(\theta|X_1, \dots, X_n)$ :

$$\mathbb{P}(\theta|X_1, \dots, X_n) \propto \mathbb{P}(X_1, \dots, X_n|\theta)\mathbb{P}(\theta)$$



3. Estimé la quantité  $(1 - \theta)^3$  en prenant la moyenne a posteriori:

$$\mathbb{E}_{\theta|X_1, \dots, X_n} \left[ (1 - \theta)^3 \right] = \int_0^1 (1 - \theta)^3 f_{\theta|X_1, \dots, X_n}(\theta) d\theta$$

4. Ainsi, le bayésien utilise la loi a posteriori pour estimer n'importe quelle quantité:  $\varphi(\theta)$  avec

$$\mathbb{E}_{\theta|X_1, \dots, X_n} [\varphi(\theta)]$$

**“Modèle facile” car on a obtenu  
une loi a posteriori classique  
(Beta) dont l’intégrale est  
connue, sinon n’on aurait pas pu  
obtenir la densité a posteriori**

1. Pour quel type de patient-on ne l'obtient-  
on a priori facilement?

2. Pourquoi la moyenne a posteriori, non pas la maximum a posteriori?

Premier modèle Bayésien

Dans l'exemple de Alice - Bob on a:

1. Modélisé  $\theta$  comme une **variable aléatoire** avec une loi a priori  $\mathbb{P}(\theta)$ .

2. Calculé la loi a posteriori  $\mathbb{P}(\theta|X_1, \dots, X_n)$ :

$$\mathbb{P}(\theta|X_1, \dots, X_n) \propto \mathbb{P}(X_1, \dots, X_n|\theta)\mathbb{P}(\theta)$$

3. Estimé la quantité  $(1 - \theta)^3$  en prenant la moyenne a posteriori:

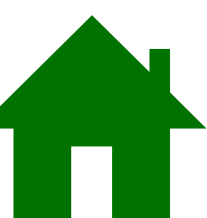
$$\mathbb{E}_{\theta|X_1, \dots, X_n} [(1 - \theta)^3] = \int_0^1 (1 - \theta)^3 f_{\theta|X_1, \dots, X_n}(\theta) d\theta$$

4. Ainsi, le bayésien utilise la loi a posteriori pour estimer n'importe quelle quantité:  $\varphi(\theta)$  avec

$$\mathbb{E}_{\theta|X_1, \dots, X_n} [\varphi(\theta)]$$

“Modèle facile” car on a obtenu une loi a posteriori classique (Beta) dont l'intégrale est connue, sinon n'on aurait pas pu obtenir la densité a posteriori

1. Pour quel type de modèle obtient-on une loi a posteriori facilement ?
2. Pourquoi la moyenne a posteriori, non pas le maximum ou la médiane a posteriori ?



## 1. Introduction

2. Les Bayésiens vs Les fréquentistes

3. Rappels de probabilités (exemples)

4. Loi a posteriori et modèles conjugués

5. Estimateur de Bayes





1. Pour quel type de modèle obtient-on une loi a posteriori facilement ?

