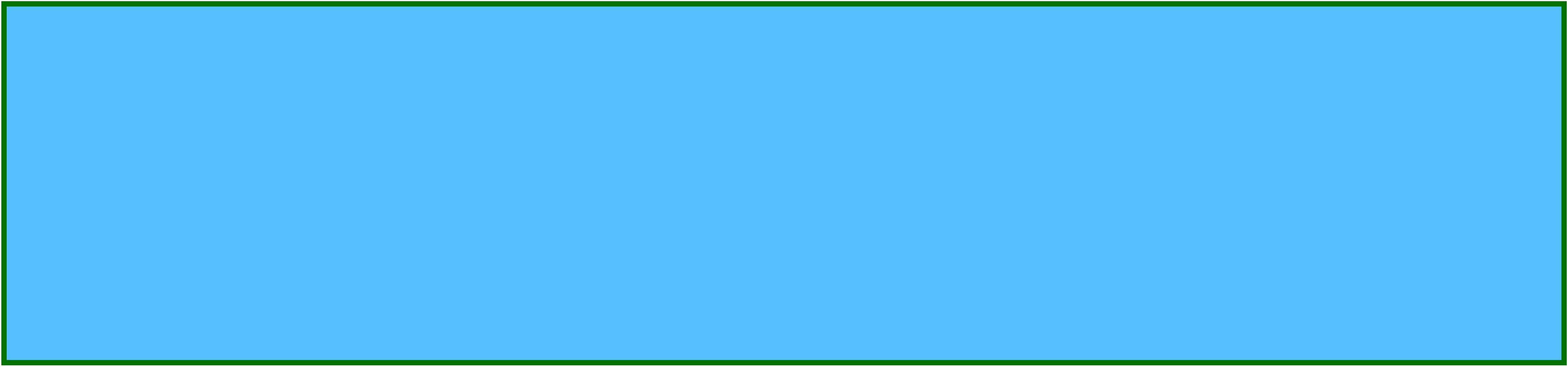




I N S E A









Notivatiön

Probability theory reminders

Loi des probabilités totales

$$\mathbb{P}(B) = \sum_{i=1}^{+\infty} \mathbb{P}(B|A_i)\mathbb{P}(A_i)$$

Corollaire : Soit \mathbf{X} une variable aléatoire discrète prenant ses valeurs dans \mathbb{N} . Alors :

$$\mathbb{P}(B) = \sum_{i=1}^{+\infty} \mathbb{P}(B | \mathbf{X} = i) \mathbb{P}(\mathbf{X} = i)$$

Soit $(\Omega, \mathcal{P}, \mathcal{A})$ un espace probabilisé. Soit $(A_i)_{i \in \mathbb{N}}$ une partition de Ω , c'est-à-dire que

$A_i \cap A_j = \emptyset$ pour $i \neq j$ et $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i = \Omega$. Soit $B \in \mathcal{A}$, alors :

Quelle est l'intuition derrière loi ? Autrement dit, d'où vient-elle ?

$$\sum_{i=1}^{+\infty} \mathbb{P}(\mathbf{B} | \textcolor{red}{A}_i) \mathbb{P}(\textcolor{red}{A}_i) = \sum_{i=1}^{+\infty} \mathbb{P}(\mathbf{B} \cap \textcolor{red}{A}_i) = \mathbb{P}(\cup_{i=1}^n B \cap \textcolor{red}{A}_i) = \mathbb{P}(\mathbf{B} \cap \cup_{i=1}^n \textcolor{red}{A}_i) = \mathbb{P}(\mathbf{B} \cap \Omega) = \mathbb{P}(\mathbf{B})$$



Bayes



Car éléments disjoints



Car partition (faire un schéma)

Loi des probabilités totales

Soit $(\Omega, \mathcal{P}, \mathcal{A})$ un espace probabilisé. Soit $(A_i)_{i \in \mathbb{N}}$ une partition de Ω , c'est-à-dire que $A_i \cap A_j = \emptyset$ pour $i \neq j$ et $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i = \Omega$. Soit $B \in \mathcal{A}$, alors :

$$\mathbb{P}(B) = \sum_{i=1}^{+\infty} \mathbb{P}(B|A_i)\mathbb{P}(A_i)$$

Quelle est l'intuition de cette loi ? Autrement dit, d'où vient-elle ?

$$\sum_{i=1}^{+\infty} \mathbb{P}(\mathbf{B}|A_i)\mathbb{P}(A_i) \xrightarrow{\text{Bayes}} \sum_{i=1}^{+\infty} \mathbb{P}(\mathbf{B} \cap A_i) \xrightarrow{\text{Car éléments disjoints}} \mathbb{P}(\bigcup_{i=1}^n B \cap A_i) \xrightarrow{\text{Car partition (faire un schéma)}} \mathbb{P}(\mathbf{B} \cap \bigcup_{i=1}^n A_i) = \mathbb{P}(\mathbf{B} \cap \Omega) = \mathbb{P}(\mathbf{B})$$

Corollaire : Soit \mathbf{X} une variable aléatoire discrète prenant ses valeurs dans \mathbb{N} . Alors :

$$\mathbb{P}(B) = \sum_{i=1}^{+\infty} \mathbb{P}(B|\mathbf{X} = i)\mathbb{P}(\mathbf{X} = i)$$

1. Introduction

2. Les Bayésiens vs Les fréquentistes

3. Rappels de probabilités (exemples)

4. Loi a posteriori et modèles conjugués

5. Estimateur de Bayes



$$\mathbb{P}(\mathbf{T}) = \mathbb{P}(\mathbf{T}|\mathbf{A})\mathbb{P}(\mathbf{A}) + \mathbb{P}(\mathbf{T}|\mathbf{B})\mathbb{P}(\mathbf{B})$$

$$\mathbb{P}(\mathbf{B}|\mathbf{T}) = \frac{\mathbb{P}(\mathbf{T}|\mathbf{B})\mathbb{P}(\mathbf{B})}{\mathbb{P}(\mathbf{T})} = \frac{\mathbb{P}(\mathbf{T}|\mathbf{B})\mathbb{P}(\mathbf{B})}{\mathbb{P}(\mathbf{T}|\mathbf{A})\mathbb{P}(\mathbf{A}) + \mathbb{P}(\mathbf{T}|\mathbf{B})\mathbb{P}(\mathbf{B})}$$

$$= \frac{0.9 \times 0.1}{0.2 \times 0.9 + 0.9 \times 0.1} = \frac{1}{3}$$

Agriculteurs

Bibliothécaires

