INSEA

2. L'estimateur Markov-Chain Monte-Carlo

Avec une chaîne de Markov ergodique $(X_i)_i$ à distribution stationnaire f, on peut estimer I avec : $\widehat{I} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \varphi(X_i)$.

52

Monte-Carlo: récap des séances passées

On est souvent confronté à calculer une quantité du type: $I \stackrel{\text{def}}{=} \int \varphi(x) f(x) \mathrm{d}x$.

En pratique on utilise:

1. Un estimateur Monte-Carlo “brut” *(Crude Monte-Carlo)*

Avec des échantillons $X_1, \ldots, X_n$ i.i.d $\sim f$ on peut estimer I avec : $\widehat{I} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \varphi(X_i)$.

Pour simuler les X_i, on utilise des transformations d'échantillons uniformes, Rejection sampling ...

Pour simuler les X_i, on utilise:

1. Metropolis-Hastings (Exploration aléatoire + rejet)
2. Gibbs (loi jointe $\rightarrow$ lois conditionnelles)

1.bis: Importance Sampling (préférentiel), Variables de contrôle … (à voir en *Méthodes de simulation*)

Il suffit de simuler (générer) les échantillons et calculer la moyenne

Il faut vérifier la convergence de la chaîne de Markov

Monte-Carlo: récap des séances passées

On est souvent confronté à calculer une quantité du type: $I \stackrel{\text{def}}{=} \int \varphi(x) f(x) \mathrm{d}x$.

En pratique on utilise:

1. Un estimateur Monte-Carlo "brut" *(Crude Monte-Carlo)*

Avec des échantillons $X_1, \ldots, X_n$ i.i.d $\sim f$ on peut estimer I avec : $\widehat{I} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \varphi(X_i)$.

Il suffit de simuler (générer) les échantillons et calculer la moyenne

Pour simuler les X_i, on utilise des transformations d'échantillons uniformes, Rejection sampling ...

1.bis: Importance Sampling (préférentiel), Variables de contrôle … (à voir en *Méthodes de simulation*)

2. L'estimateur Markov-Chain Monte-Carlo

Avec une chaîne de Markov ergodique $(X_i)_i$ à distribution stationnaire f, on peut estimer I avec : $\widehat{I} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \varphi(X_i)$.

Pour simuler les X_i, on utilise:

1. Metropolis-Hastings (Exploration aléatoire + rejet)
2. Gibbs (loi jointe $\rightarrow$ lois conditionnelles)

Il faut vérifier la convergence de la chaîne de Markov

1. Pourquoi Monte-Carlo ? (Exemple de modèle hiérarchique)

2. Introduction à la méthode Monte-Carlo (historique, PRNG)

3. Algorithmes de simulation i.i.d (PRNG, transformation, rejet)

4. Méthodes MCMC (Gibbs, Metropolis)

5. Diagonstics de convergence MCMC

6. Méthodes MCMC avancées (Langevin, HMC, NUTS)

Soit $(X_n)_{n\geq 0}$ une chaîne de Markov donnée par un algorithme MCMC.