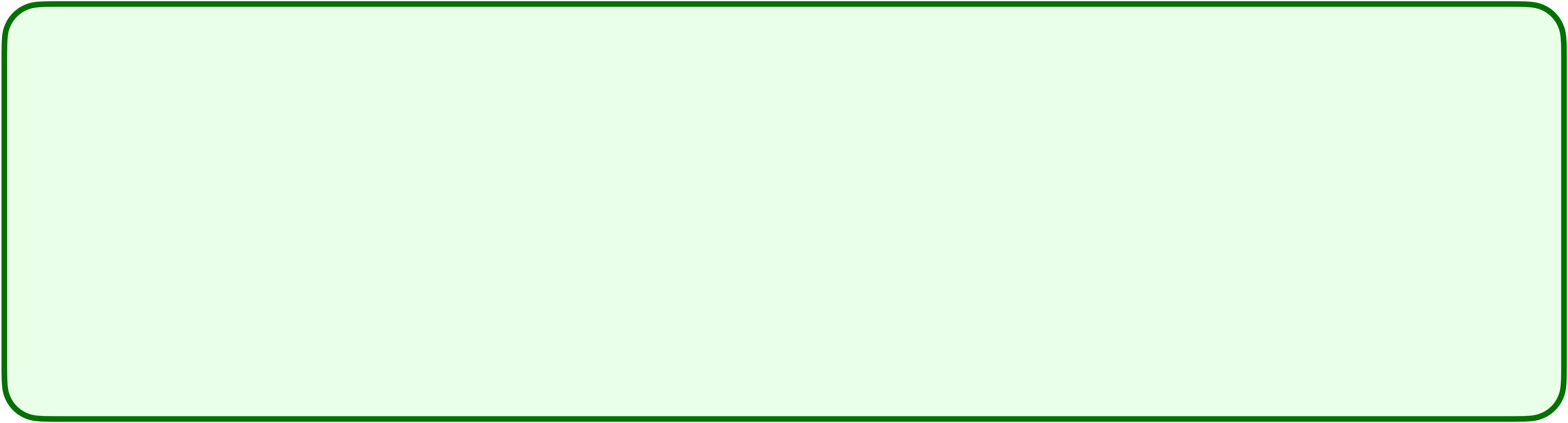




I N S E A







Metropolis

Algorithme de Metropolis (Gausien)

La suite $(X_n)_n$ obtient une distribution stationnaire donnée par la densité f .

Advantages:

1. Il suffit de savoir calculer une densité (même normalisée) pour l'implémenter

2. Généralisation 1

1. La variante doit être assez petite pour éviter trop de jets (*random walk*)

2. La variance doit être assez grande pour bien expliquer l'espace (distribution multivariée)

3. Le present age d'acceptation tend vers 0 en grande dimension

Inconvenients:

Soit f une densité de probabilité. On suppose que X_n est déjà généré. X_{n+1} est défini par:

1. Générer $y \sim \mathcal{N}(X_n, \sigma^2)$

2. Générer $u \sim \mathcal{U}([0, 1])$.

$$3. \text{ Si } u < \min\left(1, \frac{f(y)}{f(X_n)}\right) \text{ alors } X_{n+1} = y, \text{ sinon } X_{n+1} = X_n.$$

L'algorithme

Algorithme de Metropolis (Gaussien)

Soit f une densité de probabilité. On suppose que X_n est déjà généré. X_{n+1} est défini par:

1. Générer $y \sim \mathcal{N}(X_n, \sigma^2)$
2. Générer $u \sim \mathcal{U}([0, 1])$.
3. Si $u < \min(1, \frac{f(y)}{f(X_n)})$ alors $X_{n+1} = y$, sinon $X_{n+1} = X_n$.

La suite $(X_n)_n$ obtenue admet une distribution stationnaire donnée par la densité f .

Avantages:

1. Il suffit de savoir calculer une densité (même non-normalisée) f pour l'implémenter
2. Généralisable facilement en dimension > 1

Inconvénients:

1. La variance doit être assez petite pour éviter trop de rejets (*random walk behavior*)
2. La variance doit être assez grande pour bien explorer l'espace (distributions multimodales)
3. Le pourcentage d'acceptation tend vers 0 en grande dimension



1. Pourquoi Monte-Carlo ? (Exemple de modèle hiérarchique)
2. Introduction à la méthode Monte-Carlo (historique, PRNG)
3. Algorithmes de simulation i.i.d (PRNG, transformation, rejet)
4. Méthodes MCMC (Gibbs, Metropolis)
5. Diagnostics de convergence MCMC
6. Méthodes MCMC avancées (Langevin, HMC, NUTS)



Qu'en est-il d'une densité **cible** discrète ?

