INSEA

44

Metropolis

On souhaite créer une chaîne de Markov avec la distribution stationnaire:

Idée de Metropolis:

1. Explorer l’espace avec une marche aléatoire

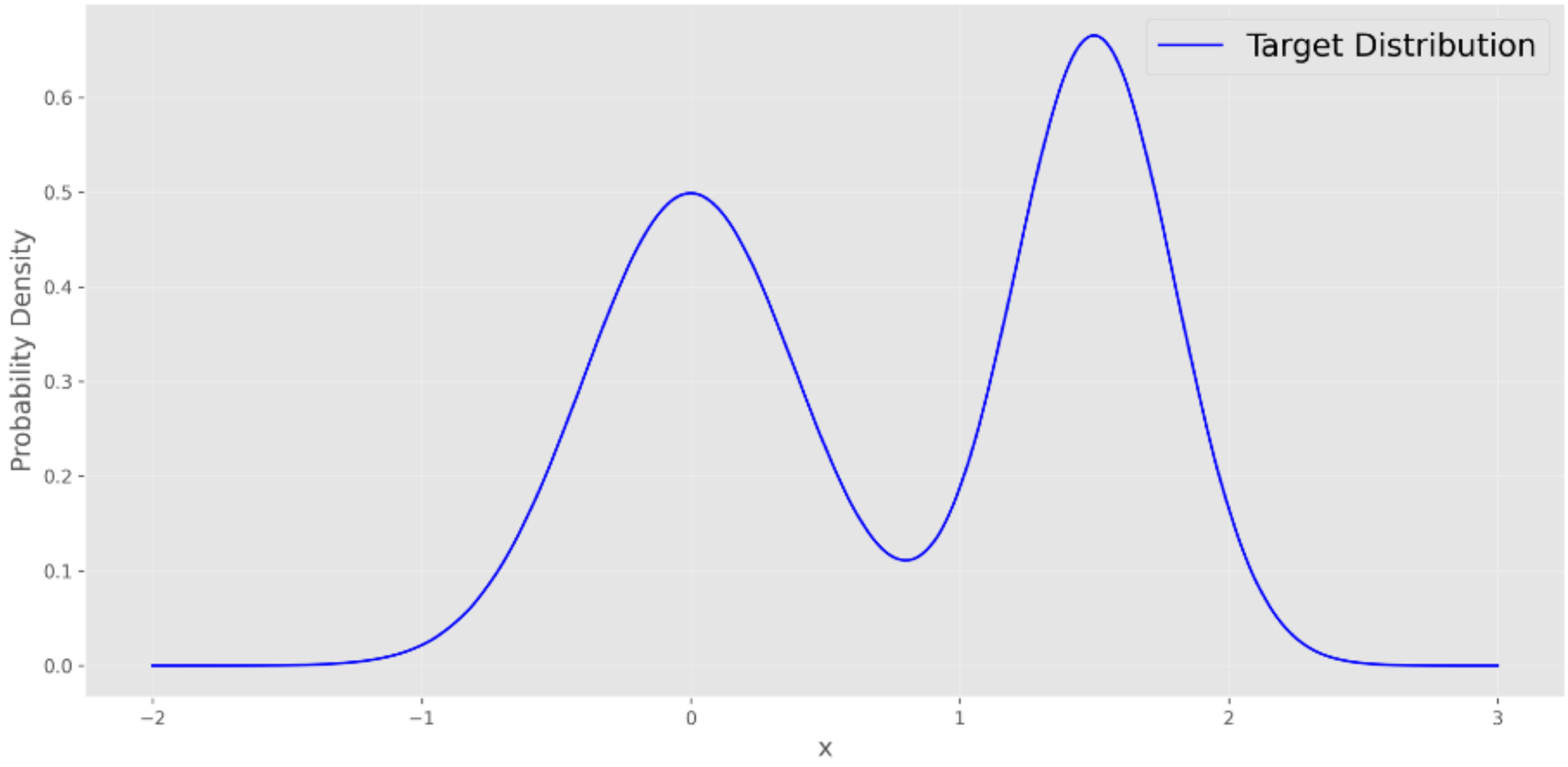
2. Utiliser la densité cible f pour accepter ou rejeter des “sauts”:

$$X_{n+1} = X_n + \varepsilon \text{ avec } \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

Quel est le problème avec cet algorithme ?

Accepter de sauter à X_{n+1} s'il est "meilleur" que X_n: $f(X_{n+1}) \geq f(X_n)$

L’algorithme



Target Distribution
Probability Density
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
−2
−1
0
1
2
3
x

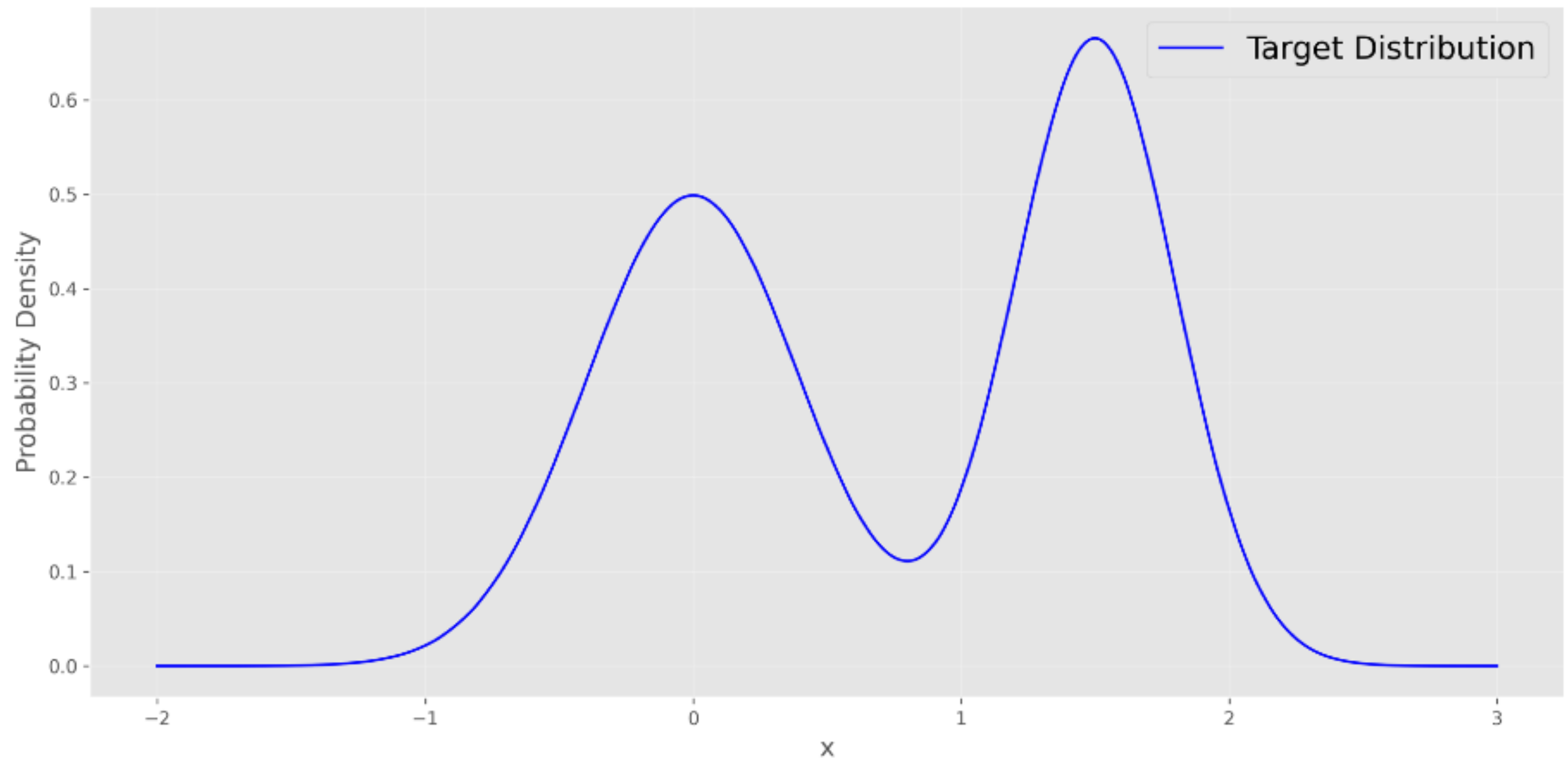
avec probabilité $\frac{f(X_{n+1})}{f(X_n)}$

Comment l’implémenter en pratique ?

Risque de rester coincé autour du maximum !

Sinon $X_{n+1} = X_n$ et refaire la marche aléatoire

On souhaite créer une chaîne de Markov avec la distribution stationnaire:



Quel est le problème avec cet algorithme ?

Idée de Metropolis:

Risque de rester coincé autour du maximum !

1. Explorer l'espace avec une marche aléatoire $X_{n+1} = X_n + \varepsilon$ avec $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

2. Utiliser la densité cible f pour accepter ou rejeter des "sauts":

Accepter de sauter à X_{n+1} s'il est "meilleur" que X_n: $\cancel{f(X_{n+1}) \geq f(X_n)}$ avec probabilité $\frac{f(X_{n+1})}{f(X_n)}$

Sinon $X_{n+1} = X_n$ et refaire la marche aléatoire

Comment l'implémenter en pratique ?

1. Pourquoi Monte-Carlo ? (Exemple de modèle hiérarchique)

2. Introduction à la méthode Monte-Carlo (historique, PRNG)

3. Algorithmes de simulation i.i.d (PRNG, transformation, rejet)

4. Méthodes MCMC (Gibbs, Metropolis)

5. Diagonstics de convergence MCMC

6. Méthodes MCMC avancées (Langevin, HMC, NUTS)

INSEA

Algorithme de Metropolis (Gaussien)