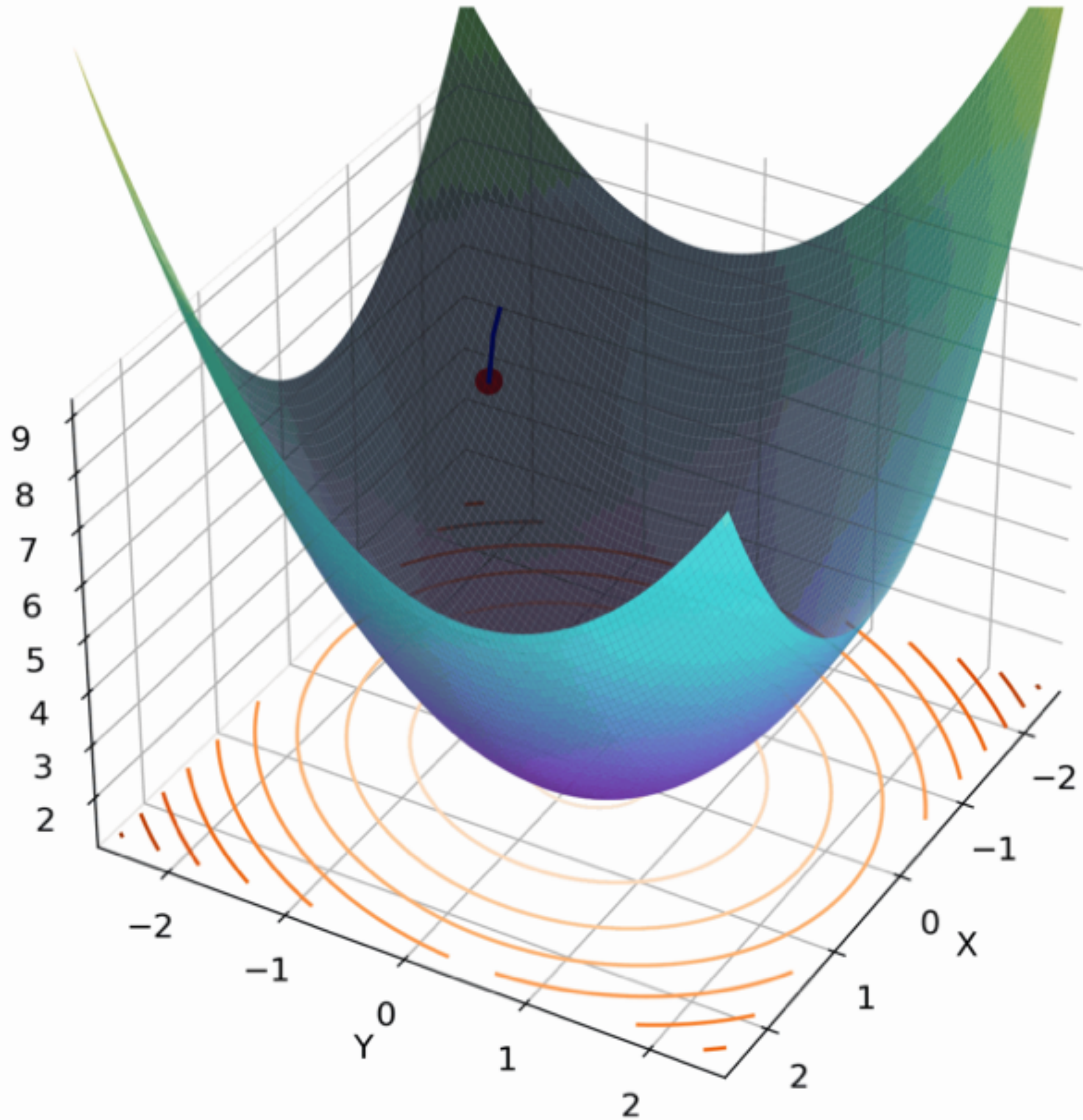
INSEA



9
8
7
6
5
4
3
2
−2
−1
0
1
2
Y
−2
−1
0
1
2
X

80

MCMC: algorithmes avancés

Hamiltonian Dynamics

Avec un moment aléatoire p', comment obtenir la trajectoire ?

Principe de conservation de l'Énergie totale = Énergie potentielle + Énergie cinétique

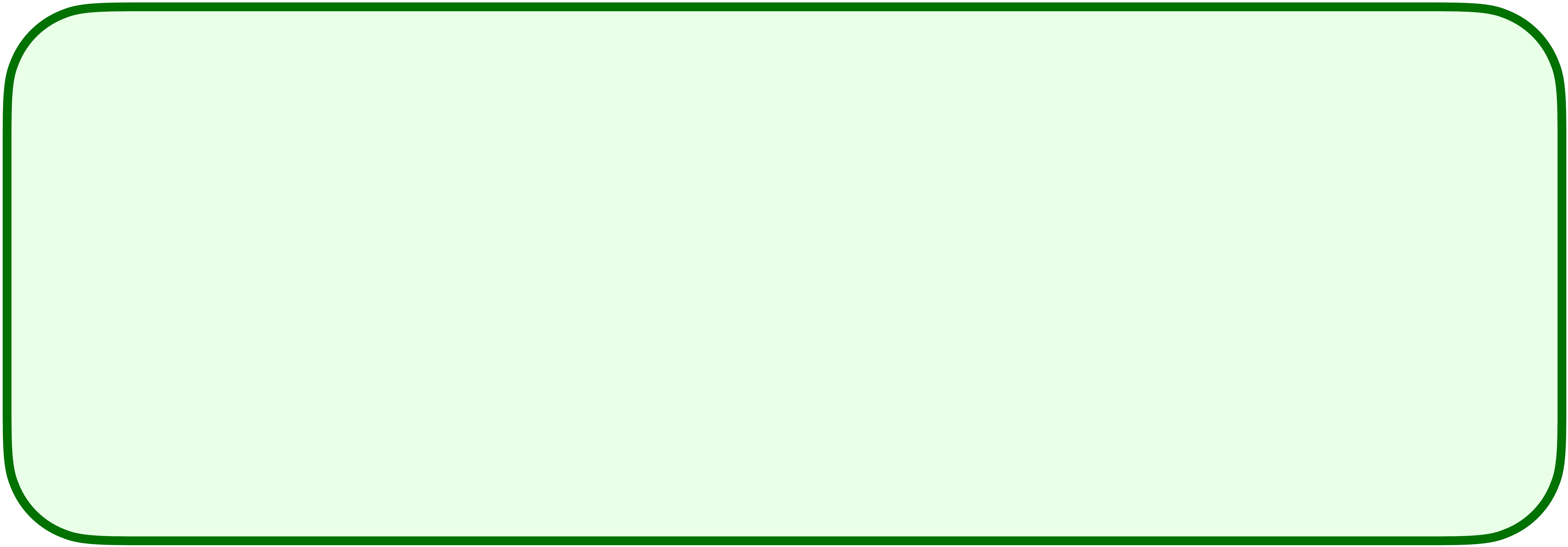
Énergie totale = l'opérateur Hamiltonien: $H(x, p) = U(x) + K(p)$

Conservation de l’énergie dans le temps: $\dfrac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t}(x, p) = 0$

Pour trouver la trajectoire, on discrétise l'équation différentielle à p' fixé avec un pas $\varepsilon \stackrel{\mathrm{def}}{=} \Delta t$

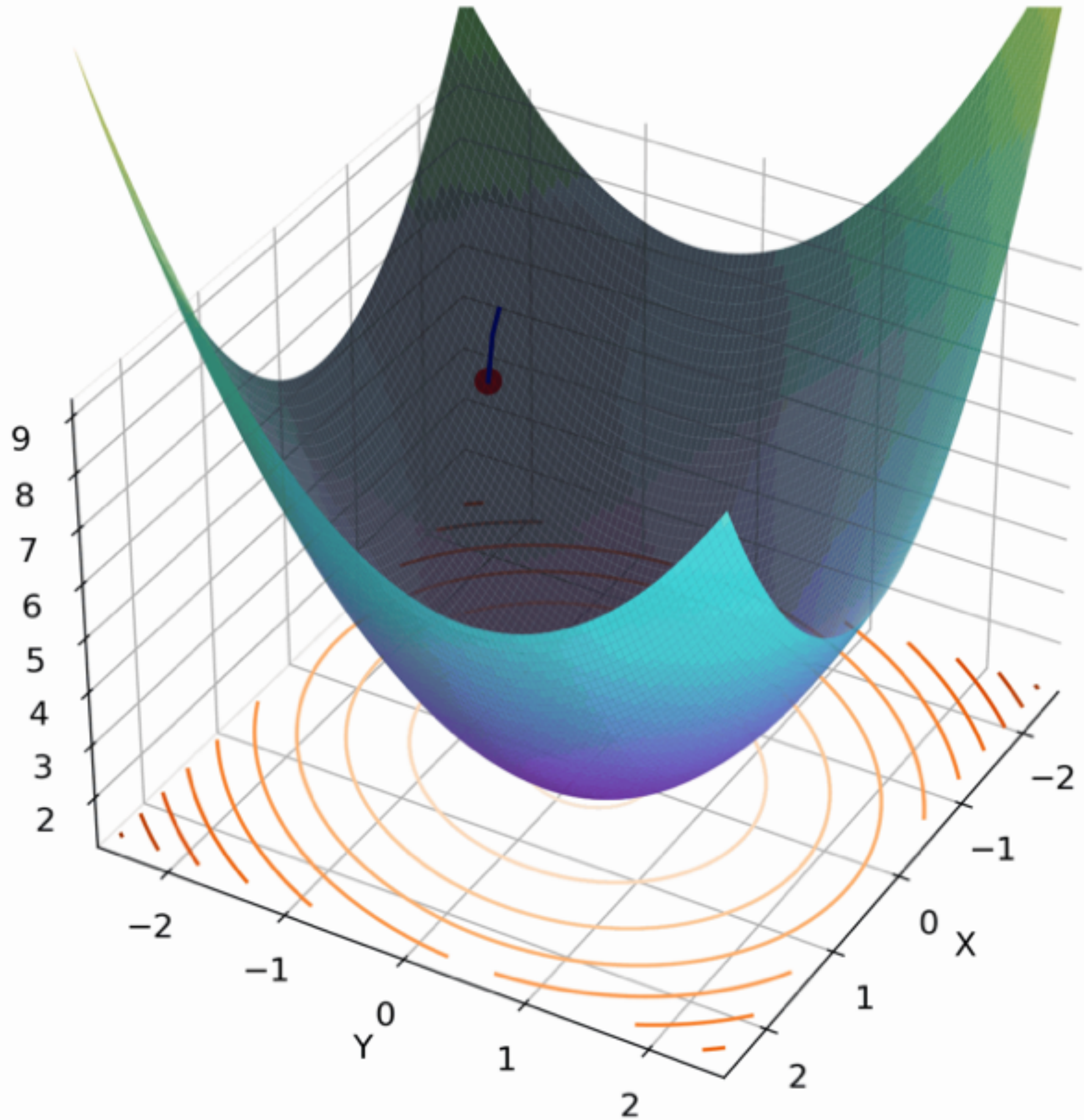
On s’arrête après un nombre de pas égal à L

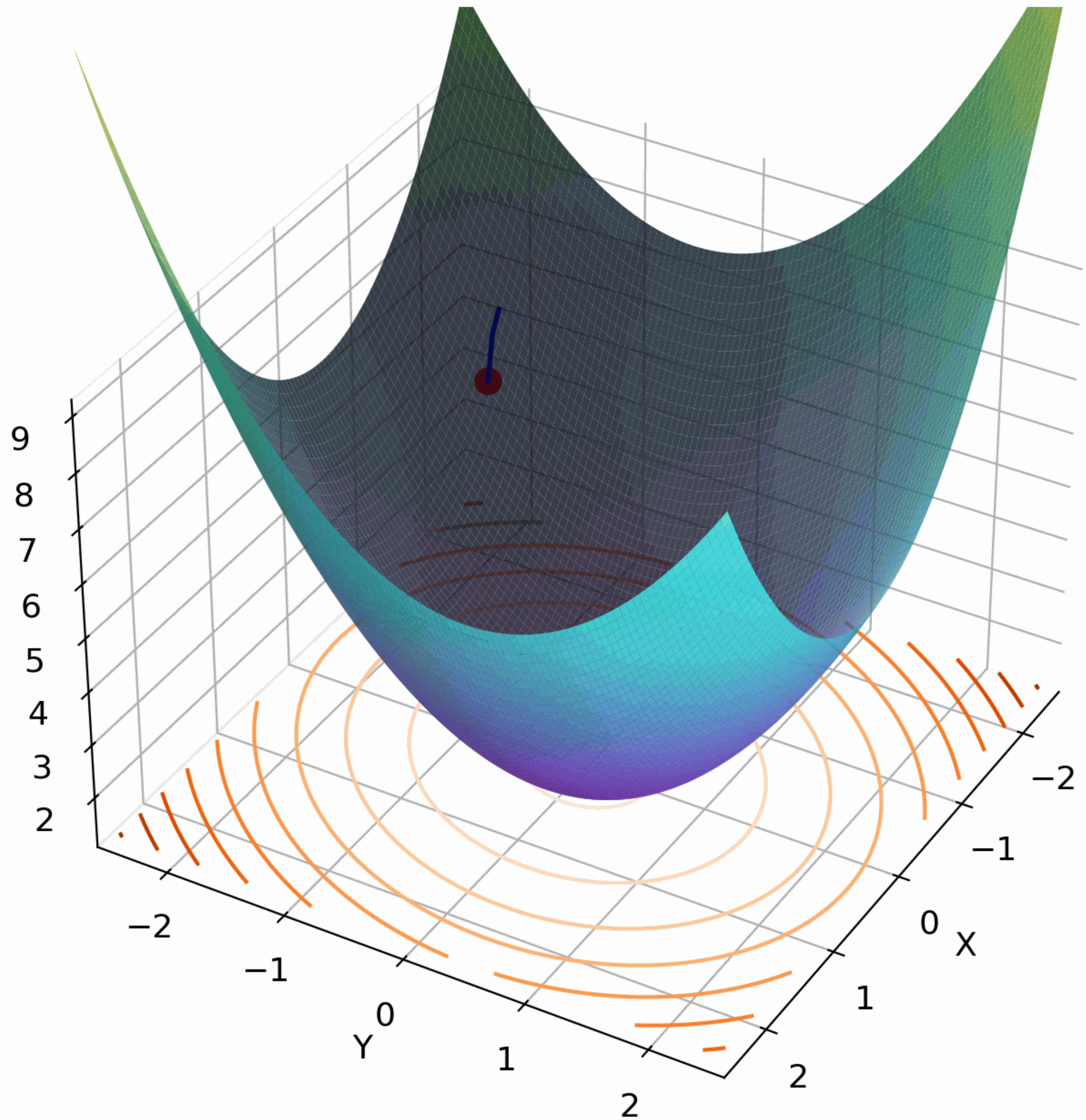
En pratique, L et ε sont difficiles à choisir

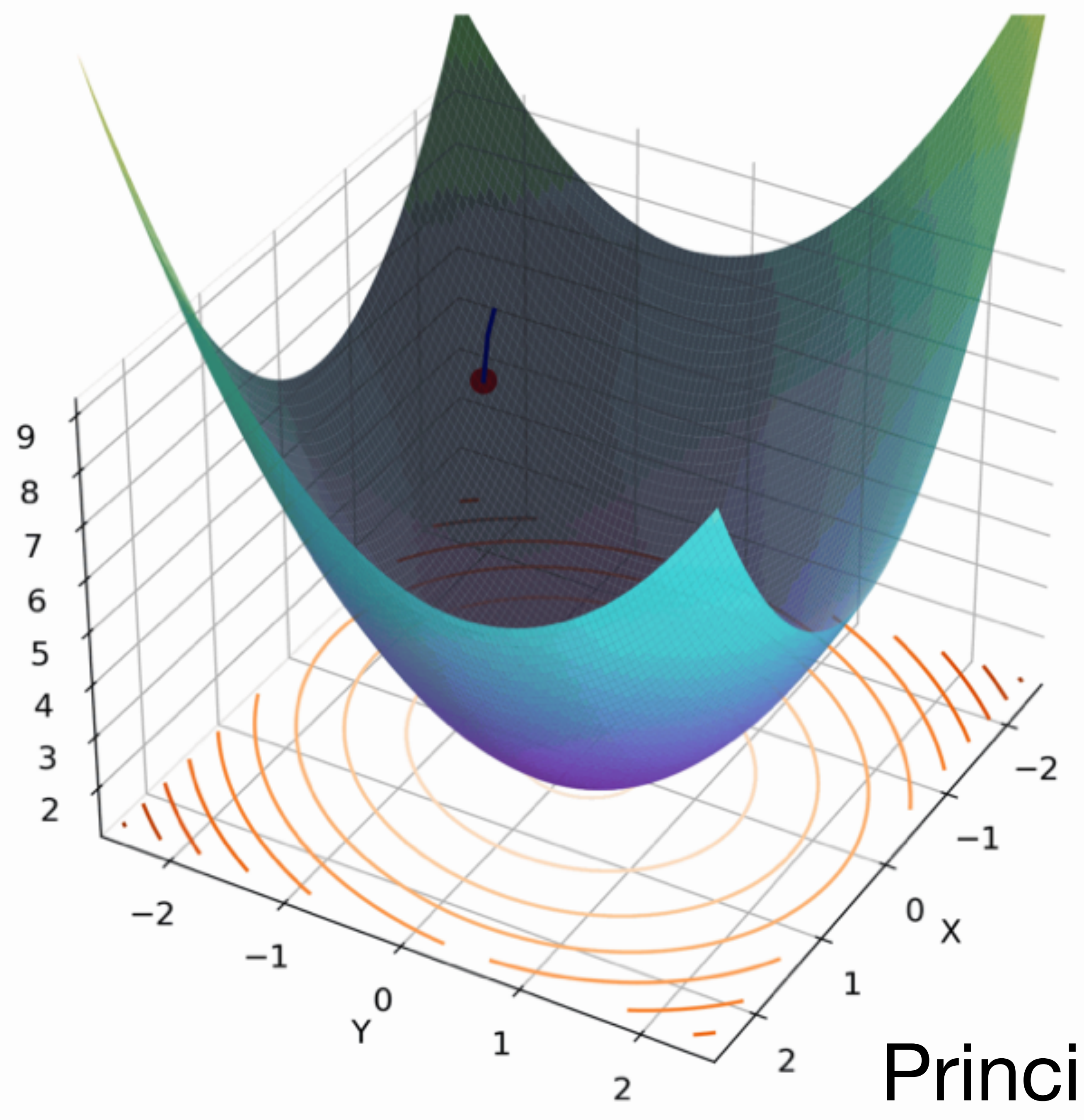


1. Simuler un vecteur de **moment p’** (direction et vitesse)
2. Déterminer la trajectoire
3. Suivre la trajectoire et s’arrêter (**nouveau x’**)
4. Accepter ou rejeter (**x’**, **p’**)
5. Répéter

Hamiltonian Monte-Carlo *(Duane 1987, Neal 1996)*


9
8
7
6
5
4
3
2
−2
−1
0
Y
1
2
−2
−1
0
X
1
2


9
8
7
6
5
4
3
2
−2
−1
0
1
2
Y
−2
−1
0
1
2
X



Hamiltonian Monte-Carlo *(Duane 1987, Neal 1996)*

1. Simuler un vecteur de **moment p'** (direction et vitesse)
2. Déterminer la trajectoire
3. Suivre la trajectoire et s'arrêter (**nouveau x'**)
4. Accepter ou rejeter (**x'**, **p'**)
5. Répéter

Avec un moment aléatoire p', comment obtenir la trajectoire ?

Principe de conservation de l'Énergie totale = Énergie potentielle + Énergie cinétique

Énergie totale = l'opérateur Hamiltonien: $H(x,p) = U(x) + K(p)$

Conservation de l'énergie dans le temps: $$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t}(x,p) = 0$$

Pour trouver la trajectoire, on discrétise l'équation différentielle à p' fixé avec un pas $\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} \Delta t$

On s'arrête après un nombre de pas égal à L

En pratique, L et ε sont difficiles à choisir

No-U-Turn-Sampler (NUTS) *(Hoffman and Gelman, 2014)*

HMC avec: