





### Les PRNG d'aujourd'hui:

# 1. Se basent sur un mélange F d'opérations (addition, multiplication, reste de division, shift de bits ...)

2. Définissent toujours une suite d'entiers périodique  $x_{n+1} = F(x_n)$  avec  $x_i \in [0, M]$ , avec M très grand et une période

très très grande (même avec  $10^{12}$  chiffres / seconde, il faut  $10^{18}$  années pour voir toute la séquence).

3. Définir  $u_i = \frac{x_i}{M}$  permet d'obtenir des nombres qui "semblent" suivre une loi uniforme  $\mathcal{U}([0,1])$ .

4. Il existe plusieurs tests qui permettent de mesurer la qualité statistique d'un PRNG (corrélation, biais de sélection...)

5. On appelle  $x_0$  la graine (seed) du PRNG: si on la connait, on peut déterminer toute la suite.

6. Fixer la seed permet de garantir la reproducibilité d'un programme avec des nombres (pseudo) aléatoires.

# 7. Les PRNG les plus connus sont:

(a) Mersenne Twister (1997): utilisé par défaut Numpy <= 1.16.

(b) PCG64 (2014): adopté par Numpy >= 1.17 en 2019.

8. Ne doivent pas être utilisés en cryptographie (générer des clés privées / mots de passe)

# Les PRNG aujourd'hui

np.random.RandomState

## np.random.default\_rng

## Les PRNG aujourd'hui

#### Les PRNG d'aujourd'hui:

- 1. Se basent sur un mélange F d'opérations (addition, multiplication, reste de division, shift de bits ...)
- 2. Définissent toujours une suite d'entiers périodique  $x_{n+1} = F(x_n)$  avec  $x_i \in [0, M]$ , avec M très grand et une période très très grande (même avec  $10^{12}$  chiffres / seconde, il faut  $10^{18}$  années pour voir toute la séquence).
- 3. Définir  $u_i = \frac{x_i}{M}$  permet d'obtenir des nombres qui "semblent" suivre une loi uniforme  $\mathcal{U}([0,1])$ .
- 4. Il existe plusieurs tests qui permettent de mesurer la qualité statistique d'un PRNG (corrélation, biais de sélection...)
- 5. On appelle  $x_0$  la graine (seed) du PRNG: si on la connait, on peut déterminer toute la suite.
- 6. Fixer la seed permet de garantir la reproducibilité d'un programme avec des nombres (pseudo) aléatoires.
- 7. Les PRNG les plus connus sont:
  - (a) Mersenne Twister (1997): utilisé par défaut Numpy <= 1.16. np.random.RandomState
  - (b) PCG64 (2014): adopté par Numpy >= 1.17 en 2019. np.random.default\_rng
- 8. Ne doivent pas être utilisés en cryptographie (générer des clés privées / mots de passe)





- 1. Pourquoi Monte-Carlo ? (Exemple de modèle hiérarchique)
- 2. Introduction à la méthode Monte-Carlo (historique, PRNG)
- 3. Algorithmes de simulation i.i.d (PRNG, transformation, rejet)
- 4. Méthodes MCMC (Gibbs, Metropolis)
- 5. Diagonstics de convergence MCMC
- 6. Méthodes MCMC avancées (Langevin, HMC, NUTS)





# Algorithmes de simulation

Les PRNG permettent de générer des échantillons i.i.d  $X_1, \ldots, X_n \sim \mathcal{U}([0,1])$ .



