



I N S E A







MC MC: algorithmes avancés

Langvin Dynamics

Answer \rightarrow 0:

$$\mathrm{d}X_t = \textcolor{violet}{D} \nabla \textcolor{blue}{\log}(\textcolor{green}{f}(X_t)) \mathrm{d}t + \sqrt{2} \textcolor{violet}{D} \xi_t \mathrm{d}t$$

$$X_{t+h} - X_t =$$

$$Dh \nabla \log (f(X_t)) \, dt +$$

$$\sqrt{2Dh}\xi_t$$

La chaîne de Markov $(X_n)_n$ a pour distribution stationnaire une densité $\propto f$.

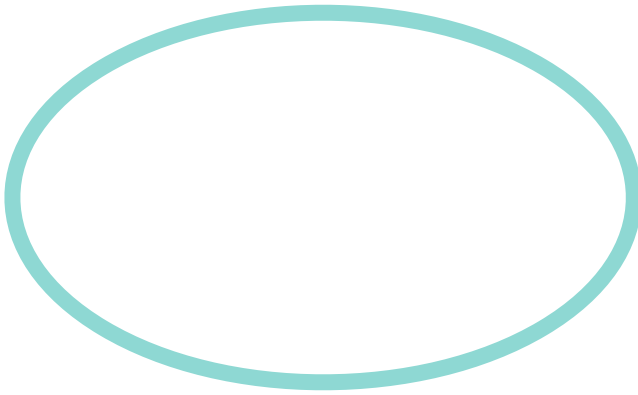
$$X_{n+1} = X_n + \varepsilon \nabla \log(f(X_n)) + \sqrt{2\varepsilon} \xi_n \quad \xi_n \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

Comment résoudre cette SDE
numériquement ?

$$= \sqrt{\hbar \epsilon_t}$$

\approx

“Somme de *h* variables $\mathcal{N}(0, 1)$ i.i.d en t”



ξ_t : processus
aléatoire

$$\sim \mathcal{N}(0, 1)$$

$$\int_t^{t+h} \mathrm{d}X_s = D \int_t^{t+h} \nabla \log(f(X_s)) \mathrm{d}s + \sqrt{2D} \int_t^{t+h} \xi_s \mathrm{d}s$$

C'est la méthode d'Euler

Avec $D=1$ et $\varepsilon=h \approx 0$, on définit la suite:

$$dX_t = D \nabla \log(f(X_t)) dt + \sqrt{2D} \xi_t dt$$

Comment résoudre cette SDE
numériquement ?

$$\int_t^{t+h} dX_s = D \int_t^{t+h} \nabla \log(f(X_s)) ds + \sqrt{2D} \int_t^{t+h} \xi_s ds$$

ξ_t : processus
aléatoire $\sim \mathcal{N}(0, 1)$

Avec $h \rightarrow 0$:

\approx
“Somme de h variables $\mathcal{N}(0, 1)$ i.i.d en t” $= \sqrt{h} \xi_t$

$$X_{t+h} - X_t = Dh \nabla \log(f(X_t)) dt + \sqrt{2Dh} \xi_t$$

Avec $D = 1$ et $\varepsilon = h \approx 0$, on définit la suite:

C'est la méthode d'Euler

$$X_{n+1} = X_n + \varepsilon \nabla \log(f(X_n)) + \sqrt{2\varepsilon} \xi_n \quad \xi_n \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

La chaîne de Markov $(X_n)_n$ a pour distribution stationnaire une densité $\propto f$.



1. Pourquoi Monte-Carlo ? (Exemple de modèle hiérarchique)
2. Introduction à la méthode Monte-Carlo (historique, PRNG)
3. Algorithmes de simulation i.i.d (PRNG, transformation, rejet)
4. Méthodes MCMC (Gibbs, Metropolis)
5. Diagnostics de convergence MCMC
6. Méthodes MCMC avancées (Langevin, HMC, NUTS)



