





I N S E A





3

6

MarkovChains

statiōnariarité: cas continu

La matrice de transition  $P$  devient un ‘noyau’  $(x, y) \mapsto K(x, y)$  qui correspond à la densité de  $X_{n+1} = y | X_n = x$



Understand the distribution  $\pi$  estimate principle 'detailed balance':

Interprétez cette équation en l'intégrant sur des régions  $A$  et  $B$  contenant  $x$  et  $y$  respectivement.

“autant de particules vont de A à B que de B à A”

## Detailed balance

Si  $\pi$  vérifie la condition:

$$K(x, y)\pi(x) = K(y, x)\pi(y) \quad \forall x, y$$

Alors  $(X_n)_n$  a une distribution stationnaire  $\pi$ .

On obtient:  $\mathbb{P}(X_{n+1} \in A, X_n \in B) = \mathbb{P}(X_{n+1} \in B, X_n \in A)$

Si  $X_n \sim \pi_n$  alors  $X_{n+1} \sim$

$$\pi_{n+1}(y) = \int K(x,y) \pi_n(x) dx$$





Soit  $(X_n)_{n \geq 0}$  une chaîne de Markov à valeurs dans  $\mathbb{R}^d$ .

Soit  $(X_n)_{n \geq 0}$  une chaîne de Markov à valeurs dans  $\mathbb{R}^d$ .

La matrice de transition  $P$  devient un “noyau”:  $(x, y) \mapsto K(x, y)$  qui correspond à la densité de  $X_{n+1} = y | X_n = x$

Si  $X_n \sim \pi_n$  alors  $X_{n+1} \sim \pi_{n+1}(y) = \int K(x, y) \pi_n(x) dx$

Une condition suffisante pour avoir une distribution stationnaire  $\pi$  est le principe “detailed balance”:

## Detailed balance

Si  $\pi$  vérifie la condition:

$$K(x, y) \pi(x) = K(y, x) \pi(y) \quad \forall x, y$$

Alors  $(X_n)_n$  a une distribution stationnaire  $\pi$ .

Interprétez cette équation en l'intégrant sur des régions  $A$  et  $B$  contenant  $x$  et  $y$  respectivement.

On obtient:  $\mathbb{P}(X_{n+1} \in A, X_n \in B) = \mathbb{P}(X_{n+1} \in B, X_n \in A)$

“autant de particules vont de  $A$  à  $B$  que de  $B$  à  $A$ ”



1. Pourquoi Monte-Carlo ? (Exemple de modèle hiérarchique)
2. Introduction à la méthode Monte-Carlo (historique, PRNG)
3. Algorithmes de simulation i.i.d (PRNG, transformation, rejet)
4. Méthodes MCMC (Gibbs, Metropolis)
5. Diagnostics de convergence MCMC
6. Méthodes MCMC avancées (Langevin, HMC, NUTS)



Algorithmes MCMC