INSEA

47

Metropolis

Algorithme de Metropolis (Gaussien)

La suite $(X_n)_n$ obtenue admet une distribution stationnaire donnée par la densité f.

Peut-on utiliser cet algorithme si on a uniquement accès à $g \propto f$?

Oui ! $f = \frac{g}{\int g}$ et la constante de normalisation $\int g$ disparaît dans le rapport $\frac{f(y)}{f(X_n)} = \frac{g(y)}{g(X_n)}$

Quel est l'effet de σ^2 ?

σ^2 contrôle le trade-off “exploration-exploitation”

Soit f une densité de probabilité. On suppose que X_n est déjà généré. X_{n+1} est défini par:

1. Générer $y \sim \mathcal{N}(X_n, \sigma^2)$

2. Générer $u \sim \mathcal{U}([0,1])$.

3. Si $u < \min(1, \frac{f(y)}{f(X_n)})$ alors $X_{n+1} = y$, sinon $X_{n+1} = X_n$.

L'algorithme

Algorithme de Metropolis (Gaussien)

Soit f une densité de probabilité. On suppose que X_n est déjà généré. X_{n+1} est défini par:

1. Générer $y \sim \mathcal{N}(X_n, \sigma^2)$
2. Générer $u \sim \mathcal{U}([0,1])$.
3. Si $u < \min(1, \frac{f(y)}{f(X_n)})$ alors $X_{n+1} = y$, sinon $X_{n+1} = X_n$.

La suite $(X_n)_n$ obtenue admet une distribution stationnaire donnée par la densité f.

Peut-on utiliser cet algorithme si on a uniquement accès à $g \propto f$?

Oui ! $f = \frac{g}{\int g}$ et la constante de normalisation $\int g$ disparaît dans le rapport $\frac{f(y)}{f(X_n)} = \frac{g(y)}{g(X_n)}$

Quel est l'effet de σ^2 ?

σ^2 contrôle le trade-off "exploration-exploitation"

1. Pourquoi Monte-Carlo ? (Exemple de modèle hiérarchique)
2. Introduction à la méthode Monte-Carlo (historique, PRNG)
3. Algorithmes de simulation i.i.d (PRNG, transformation, rejet)
4. Méthodes MCMC (Gibbs, Metropolis)
5. Diagonstics de convergence MCMC
6. Méthodes MCMC avancées (Langevin, HMC, NUTS)

Algorithme de Metropolis (Gaussien)

Soit f une densité de probabilité. On suppose que X_n est déjà généré. X_{n+1} est défini par:

1. Générer $y \sim \mathcal{N}(X_n, \sigma^2)$
2. Générer $u \sim \mathcal{U}([0,1])$.
3. Si $u < \min(1, \frac{f(y)}{f(X_n)})$ alors $X_{n+1} = y$, sinon $X_{n+1} = X_n$.

La suite $(X_n)_n$ obtenue admet une distribution stationnaire donnée par la densité f.

Avantages: