





# MCMC diagnostics in 1D

#### M( 1.

### Monte-Carlo Standard Error (MCSE): L'écart type d'un estimateur Monte-Carlo

# L'estimateur de la moyenne est: $\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{n} X_{i}$

Sa variance: 
$$\frac{1}{n^2} \left| \sum_{i=1}^n \mathbb{V}(X_i) + 2 \sum_{i < j} \mathbb{C}\mathrm{ov}(X_i, X_j) \right|$$

$$= \frac{\sigma^2}{n_{ESS}}$$

$$MCSE = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n_{ESS}}}$$

 $= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2$ 

On suppose le régime stationnaire atteint  $X_i \sim f$ . On pose  $\sigma \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{V}(X_i)$ 



### Avec le même principe, on peut définir le MCSE de la médiane, de l'écart type lui même etc ...

Monte-Carlo Standard Error (MCSE): L'écart type d'un estimateur Monte-Carlo

On suppose le régime stationnaire atteint  $X_i \sim f$ . On pose  $\sigma \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{V}(X_i)$ 

L'estimateur de la moyenne est: 
$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$$

L'estimateur de la moyenne est: 
$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$$
 Sa variance:  $\frac{1}{n^2} \left[ \sum_{i=1}^{n} \mathbb{V}(X_i) + 2 \sum_{i < j} \mathbb{C}\text{ov}(X_i, X_j) \right] = \frac{\sigma^2}{n_{ESS}}$ 

$$MCSE = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n_{ESS}}}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2$$

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2$$

MCSE de la moyenne

Avec le même principe, on peut définir le MCSE de la médiane, de l'écart type lui même etc ...





- 1. Pourquoi Monte-Carlo ? (Exemple de modèle hiérarchique)
- 2. Introduction à la méthode Monte-Carlo (historique, PRNG)
- 3. Algorithmes de simulation i.i.d (PRNG, transformation, rejet)
- 4. Méthodes MCMC (Gibbs, Metropolis)
- 5. Diagonstics de convergence MCMC
- 6. Méthodes MCMC avancées (Langevin, HMC, NUTS)





## HDI: High density intervals

High density interval (HDI) ou Credible Interval (CI): équivalent de l'intervalle de confiance en statistiques bayésiennes



