INSEA

41

Gibbs sampling

Algorithme de Gibbs (général)

On souhaite simuler $\mathbf{X} = (X_1, \ldots, X_d) \in \mathbb{R}^d$ d'une distribution jointe $\mathbb{P}_{(X_1,\ldots,X_d)}$. Soit $x_2, \ldots, x_d \in \mathbb{R}$.

1. Générer $x_1 \sim X_1$ avec $X_2, \ldots, X_d$ fixés selon la loi conditionnelle $X_1 | X_2 = x_2, \ldots X_d = x_d$
2. Générer (et mettre à jour) $x_2 \sim X_2$ avec $X_1, X_3, \ldots, X_d$ fixés selon la loi conditionnelle $X_2 | X_1 = x_1, X_3 = x_3, \ldots, X_d = x_d$
3. Générer (et mettre à jour) $x_3 \sim X_3$ avec $X_1, X_2, \ldots, X_d$ fixés selon la loi conditionnelle $X_3 | X_1 = x_1, X_2 = x_2, \ldots, X_d = x_d$
4. ...

La suite $\mathbf{X}_n$ définie par ces itérés est une chaîne de Markov avec $\mathbb{P}_{(X_1,\ldots,X_n)}$ comme distribution stationnaire.

Avantages:

1. Simple et facile à mettre en oeuvre

2. Efficace pour simuler les lois a posteriori d’un modèle hiérarchique

1. Nécessite de savoir simuler les lois conditionnelles
2. Convergence lente en grande dimension
3. Convergence très lente si les composantes sont corrélées

Inconvénients:

En dimension d

Algorithme de Gibbs (général)

On souhaite simuler $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_d) \in \mathbb{R}^d$ d'une distribution jointe $\mathbb{P}_{(X_1,\dots,X_d)}$. Soit $x_2, \dots, x_d \in \mathbb{R}$.

1. Générer $x_1 \sim X_1$ avec $X_2, \dots, X_d$ fixés selon la loi conditionnelle $X_1 | X_2 = x_2, \dots X_d = x_d$
2. Générer (et mettre à jour) $x_2 \sim X_2$ avec $X_1, X_3, \dots, X_d$ fixés selon la loi conditionnelle $X_2 | X_1 = x_1, X_3 = x_3, \dots, X_d = x_d$
3. Générer (et mettre à jour) $x_3 \sim X_3$ avec $X_1, X_2, \dots, X_d$ fixés selon la loi conditionnelle $X_3 | X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_d = x_d$
4. ...

La suite $\mathbf{X}_n$ définie par ces itérés est une chaîne de Markov avec $\mathbb{P}_{(X_1,\dots,X_n)}$ comme distribution stationnaire.

Avantages:

1. Simple et facile à mettre en oeuvre
2. Efficace pour simuler les lois a posteriori d'un modèle hiérarchique

Inconvénients:

1. Nécessite de savoir simuler les lois conditionnelles
2. Convergence lente en grande dimension
3. Convergence très lente si les composantes sont corrélées

INSEA

1. Pourquoi Monte-Carlo ? (Exemple de modèle hiérarchique)

2. Introduction à la méthode Monte-Carlo (historique, PRNG)

3. Algorithmes de simulation i.i.d (PRNG, transformation, rejet)

4. Méthodes MCMC (Gibbs, Metropolis)

5. Diagonstics de convergence MCMC

6. Méthodes MCMC avancées (Langevin, HMC, NUTS)

INSEA

L’algorithme de Gibbs permet de découper le problème de simulation d’une loi jointe en lois conditionnelles en 1D.