INSEA

Motivation

Probability theory reminders

En statistiques Bayésiennes, les variables aléatoires sont très souvent continues:

Comment trouver la loi marginale ?

On obtient une fonction divisée par son intégrale: l'intégrale du rapport = 1

Symbole qui signifie: “proportionnel à” ↗

$$f_{\theta|\mathbf{X}} = \frac{f_{\mathbf{X},\theta}}{f_{\mathbf{X}}} = \frac{f_{\mathbf{X}|\theta}\, f_{\theta}}{f_{\mathbf{X}}}$$

$$f_{\theta|\mathbf{X}} = \frac{f_{\mathbf{X}|\theta}\, f_{\theta}}{\int f_{\mathbf{X}|\theta}\, f_{\theta}\, \mathrm{d}\theta}$$

Loi des probabilités totales: $$f_{\mathbf{X}} = \int f_{\mathbf{X}|\theta} \, f_{\theta} \, \mathrm{d}\theta$$

La fonction de densité de probabilité d'une variable aléatoire continue (a priori) θ est notée f_{θ}. On suppose que la densité des données $f_{\mathbf{X}}$ est bien définie. La distribution a posteriori de $\theta \mid \mathbf{X}$ est donnée par :

Constante de normalisation
indépendante de θ

$$= \mathrm{cst} \times f_{\mathbf{x}|\theta}\, f_{\theta}$$

$$\propto f_{\mathbf{X}|\theta} f_{\theta}$$

Le bayésien multiplie la vraisemblance des données par la loi a priori pour “mettre à jour” ses croyances sur les valeurs probables de θ

En statistiques Bayésiennes, les variables aléatoires sont très souvent continues:

La fonction de densité de probabilité d'une variable aléatoire continue (a priori) θ est notée f_θ.
On suppose que la densité des données $f_{\mathbf{X}}$ est bien définie. La distribution a posteriori de $\theta \mid \mathbf{X}$ est donnée par :

$$f_{\theta|\mathbf{X}} = \frac{f_{\mathbf{X},\theta}}{f_{\mathbf{X}}} = \frac{f_{\mathbf{X}|\theta}\, f_\theta}{\boxed{f_{\mathbf{X}}}}$$

Comment trouver la loi marginale ?

Loi des probabilités totales: $$f_{\mathbf{X}} = \int f_{\mathbf{X}|\theta}\, f_\theta \, \mathrm{d}\theta$$

On obtient une fonction divisée par son intégrale: l'intégrale du rapport = 1

$$f_{\theta|\mathbf{X}} = \frac{f_{\mathbf{X}|\theta}\, f_\theta}{\boxed{\int f_{\mathbf{X}|\theta}\, f_\theta \, \mathrm{d}\theta}}$$

Constante de normalisation indépendante de θ

$$= \mathrm{cst} \times f_{\mathbf{X}|\theta}\, f_\theta$$

Symbole qui signifie: "proportionnel à"

$$\propto f_{\mathbf{X}|\theta}\, f_\theta$$

Le bayésien multiplie la vraisemblance des données par la loi a priori pour "mettre à jour" ses croyances sur les valeurs probables de θ

INSEA

1. Introduction

2. Les Bayésiens vs Les fréquentistes

3. Rappels de probabilités (exemples)

4. Loi a posteriori et modèles conjugués

5. Estimateur de Bayes

INSEA

Exemple 1: “Quel est la probabilité que mon nouveau-né soit de sexe masculin ?”