INSEA

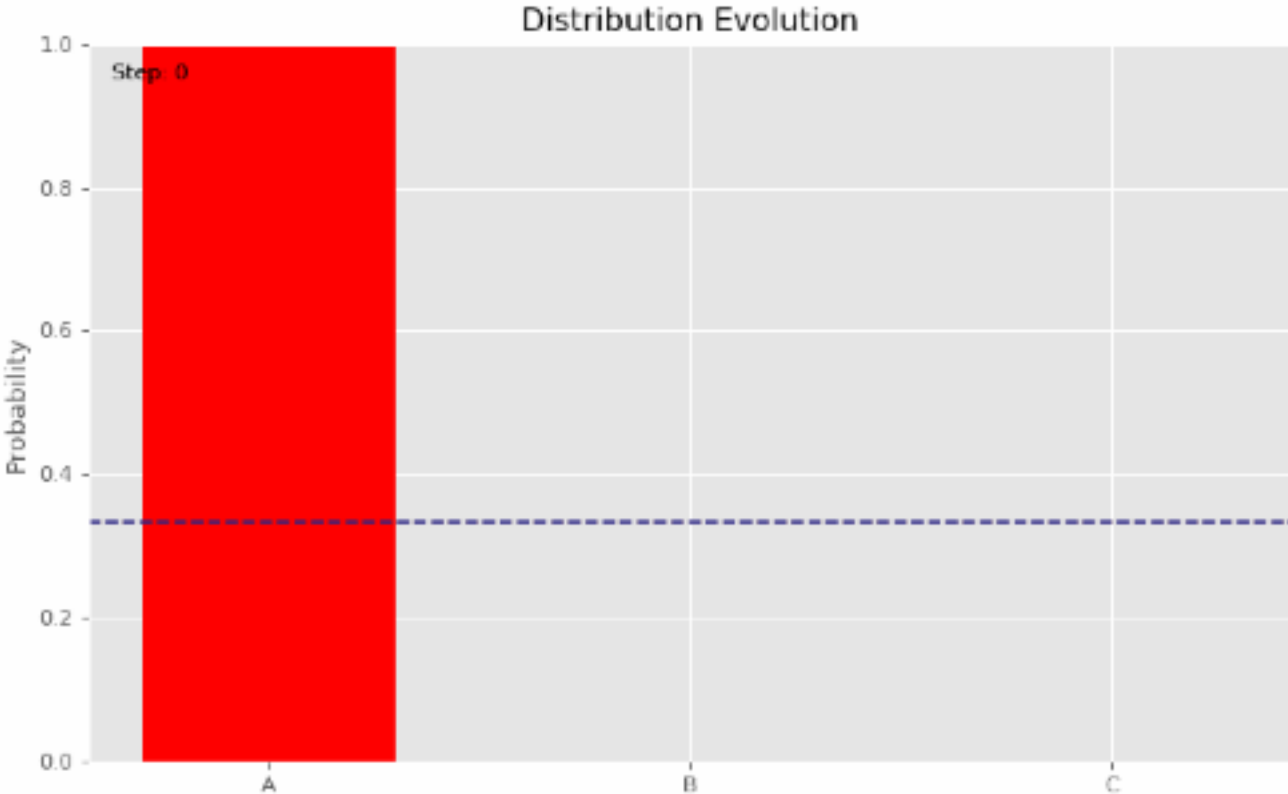
Alors:

1. $(X_n)_{n\geq 0}$ est dite **irréductible** si $\forall i, j \in \mathcal{S}$, $\exists n \in \mathbb{N}$ tel que on peut atteindre j à partir de i après n étapes.

35

Markov Chains

2. $(X_n)_{n\geq 0}$ est dite **apériodique** si la chaîne ne présente pas de comportement cyclique.


Distribution Evolution
Step: 0
Probability
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
A
B
C

(animated)

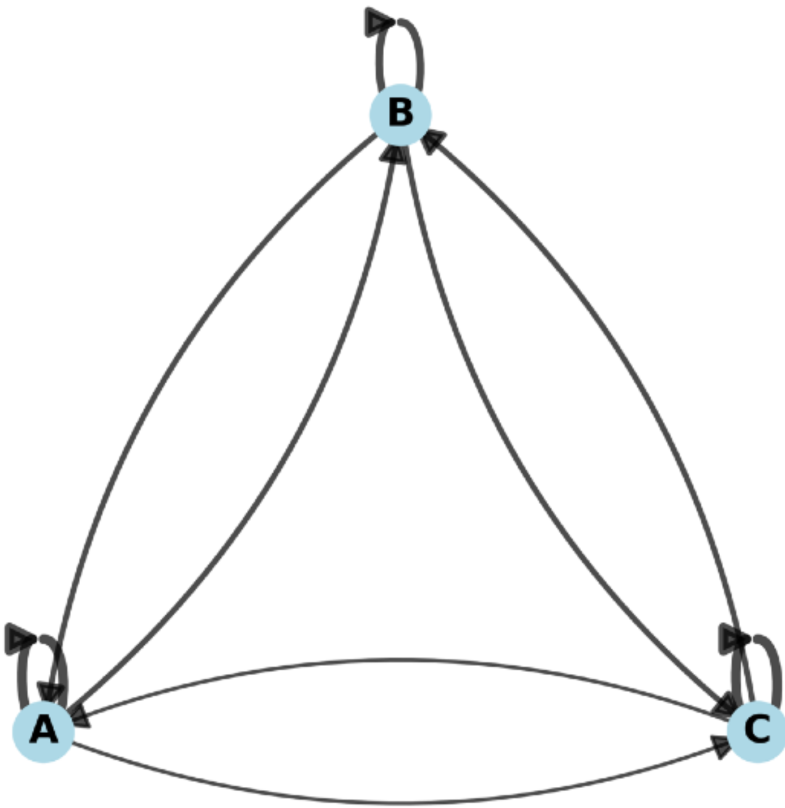
Soit $(X_n)_{n\geq 0}$ une chaîne de Markov à valeurs dans un ensemble fini $\mathcal{S}$.

Stationnarité: cas discret

3. $(X_n)_{n\geq 0}$ est dite **récurrente positive** si le temps de retour à n'importe quel $i \in \mathcal{S}$ est fini.

5. Une chaîne $(X_n)_{n\geq 0}$ **ergodique** admet toujours une distribution stationnaire unique $\pi = \lim_{n\to+\infty} \pi_n$.

4. $(X_n)_{n\geq 0}$ est dite **ergodique** si elle est à la fois **irréductible**, **apériodique** et **récurrente positive**.


B
A
C

Histogramme

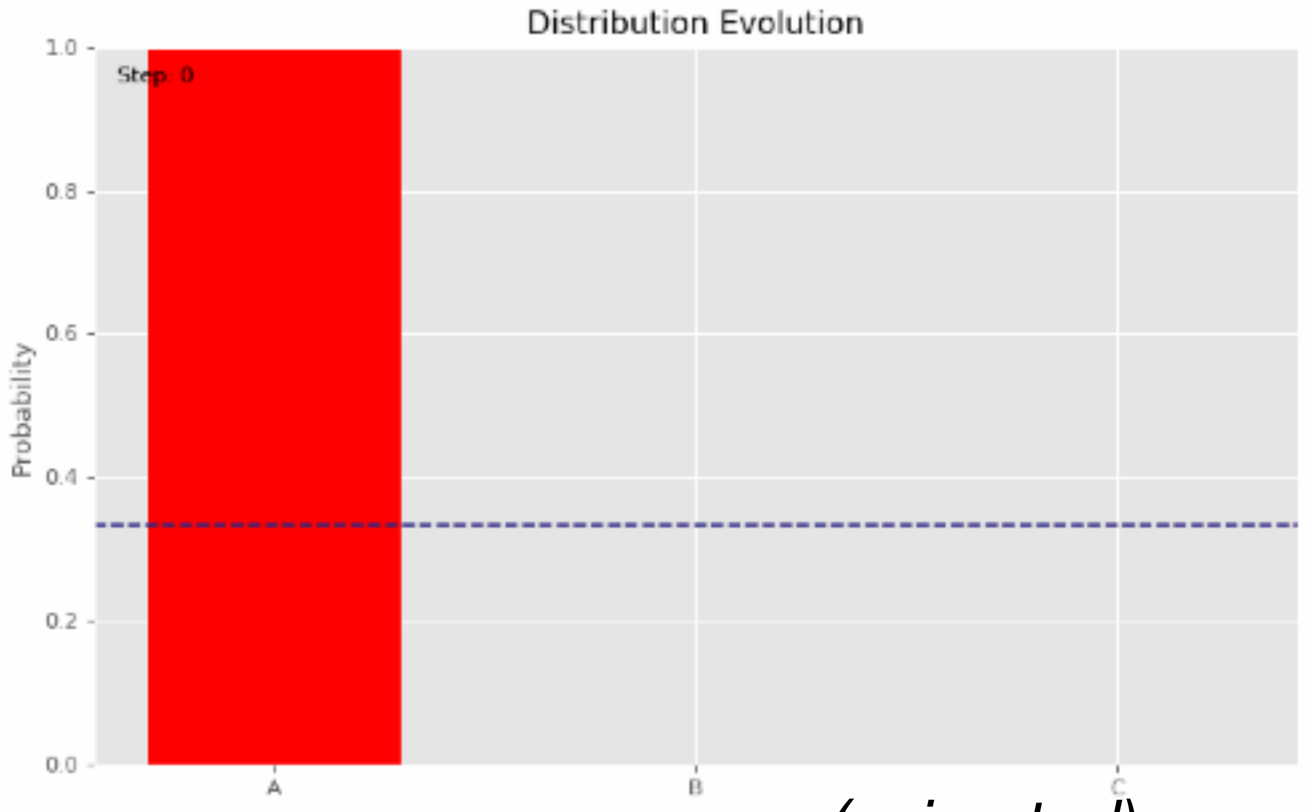
des états A, B, C

Soit $(X_n)_{n\geq 0}$ une chaîne de Markov à valeurs dans un ensemble fini $\mathcal{S}$.

Alors:

1. $(X_n)_{n\geq 0}$ est dite **irréductible** si $\forall i, j \in \mathcal{S}$, $\exists n \in \mathbb{N}$ tel que on peut atteindre j à partir de i après n étapes.
2. $(X_n)_{n\geq 0}$ est dite **apériodique** si la chaîne ne présente pas de comportement cyclique.
3. $(X_n)_{n\geq 0}$ est dite **récurrente positive** si le temps de retour à n'importe quel $i \in \mathcal{S}$ est fini.
4. $(X_n)_{n\geq 0}$ est dite **ergodique** si elle est à la fois **irréductible**, **apériodique** et **récurrente positive**.
5. Une chaîne $(X_n)_{n\geq 0}$ **ergodique** admet toujours une distribution stationnaire unique $\pi = \lim_{n\to+\infty} \pi_n$.

Histogramme $\longrightarrow$ des états A, B, C



(animated)

1. Pourquoi Monte-Carlo ? (Exemple de modèle hiérarchique)

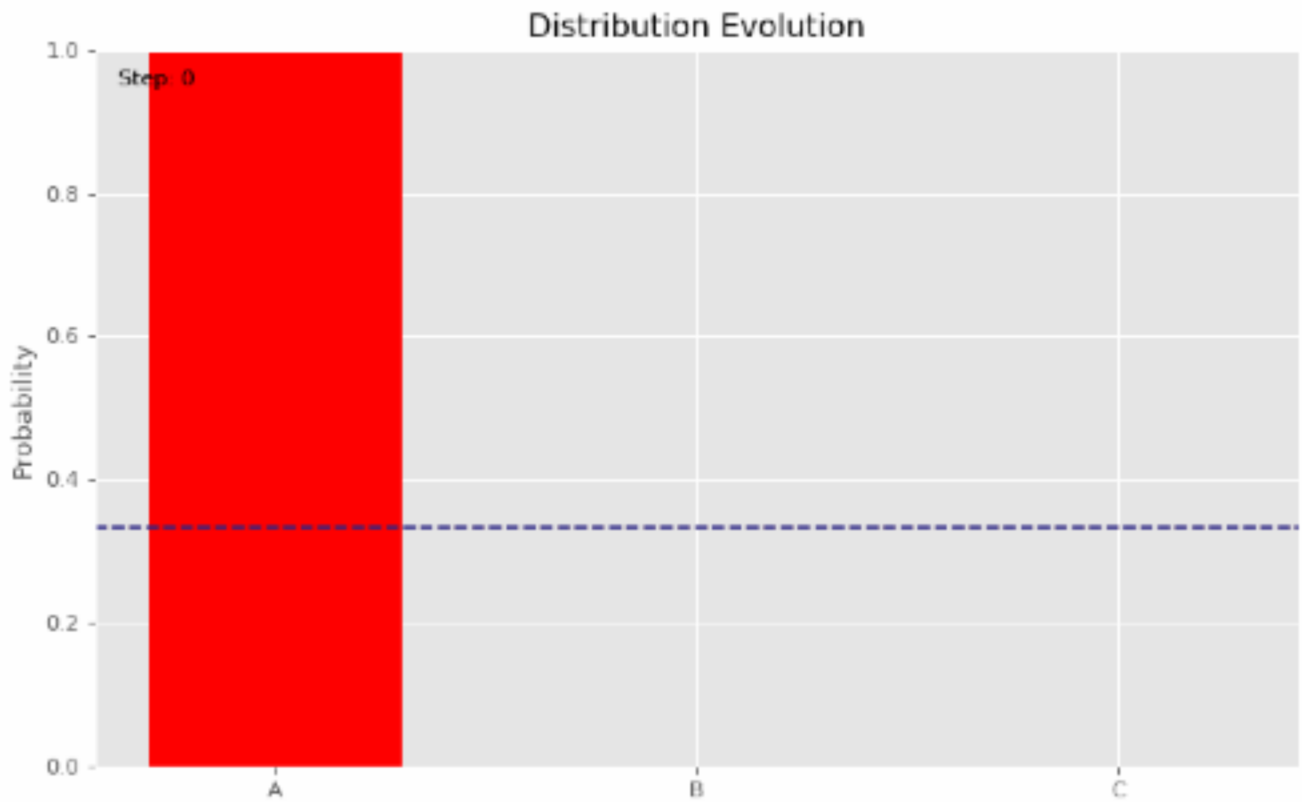
2. Introduction à la méthode Monte-Carlo (historique, PRNG)

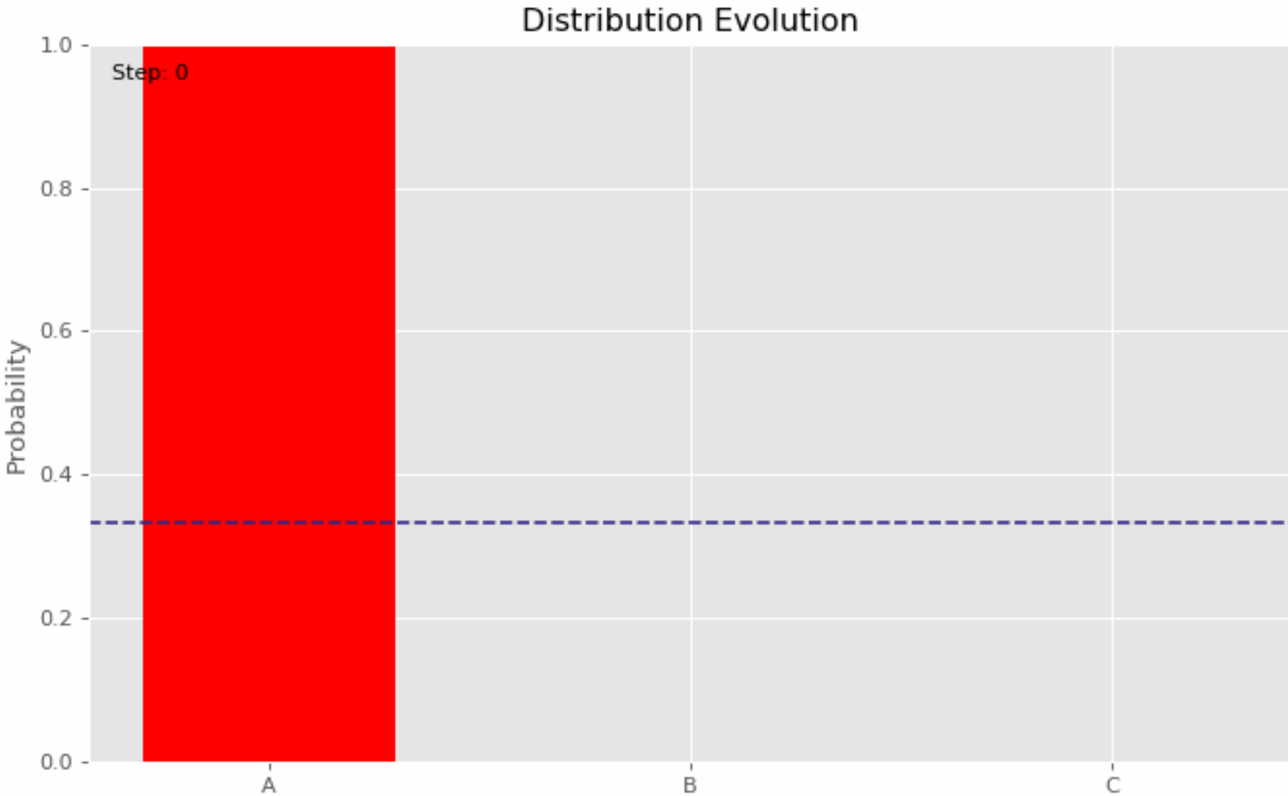
3. Algorithmes de simulation i.i.d (PRNG, transformation, rejet)

4. Méthodes MCMC (Gibbs, Metropolis)

5. Diagonstics de convergence MCMC

6. Méthodes MCMC avancées (Langevin, HMC, NUTS)


Distribution Evolution
Step: 0
Probability
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
A
B
C



Distribution Evolution
Step: 0
Probability
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
A
B
C

Stationnarité: cas continu

Soit $(X_n)_{n\geq 0}$ une chaîne de Markov à valeurs dans $\mathbb{R}^d$.

INSEA