INSEA

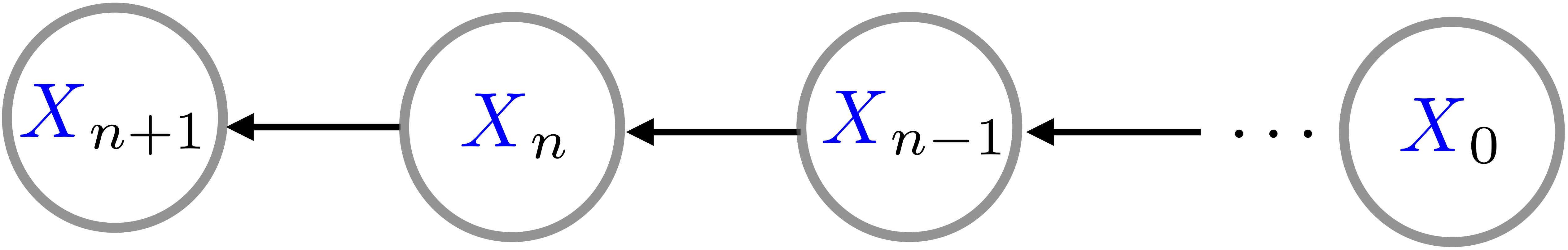
33

Markov Chains

Soit $(X_n)_{n\geq 0}$ une suite de variables aléatoires

$$\mathbb{P}(X_{n+1} = x \mid X_n = x_n, \ldots, X_0 = x_0) =$$

On dit que $(X_n)_{n\geq 0}$ vérifie la propriété de Markov si son état futur $n+1$ ne dépend que du présent n et non pas du passé $(n-1 \,..\, 0)$:


X_{n+1}
X_n
X_{n-1}
$\cdots$
X_0

Définition: Chaîne de Markov

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{X}_{n+1} = x \mid \boldsymbol{X}_n = x_n)$$

Définition

Quel graphe probabiliste permet de visualiser cette suite ?

Définition: Chaîne de Markov homogène

On dit que $(X_n)_n$ est homogène si les variables $X_{n+1} \mid X_n$ ont la même loi $\forall n$.

Dans toute la suite, les chaînes de Markov sont supposées homogènes

Définition: Chaîne de Markov

Soit $(X_n)_{n\geq 0}$ une suite de variables aléatoires

On dit que $(X_n)_{n\geq 0}$ vérifie la propriété de Markov si son état futur $n+1$ ne dépend que du présent n et non pas du passé $(n-1 \,..\, 0)$:

$$\mathbb{P}(X_{n+1} = x \mid X_n = x_n, \ldots, X_0 = x_0) = \mathbb{P}(X_{n+1} = x \mid X_n = x_n)$$

Quel graphe probabiliste permet de visualiser cette suite ?

$$X_{n+1} \longleftarrow X_n \longleftarrow X_{n-1} \longleftarrow \cdots \quad X_0$$

Définition: Chaîne de Markov homogène

On dit que $(X_n)_n$ est homogène si les variables $X_{n+1} \mid X_n$ ont la même loi $\forall n$.

Dans toute la suite, les chaînes de Markov sont supposées homogènes

1. Pourquoi Monte-Carlo ? (Exemple de modèle hiérarchique)

2. Introduction à la méthode Monte-Carlo (historique, PRNG)

3. Algorithmes de simulation i.i.d (PRNG, transformation, rejet)

4. Méthodes MCMC (Gibbs, Metropolis)

5. Diagonstics de convergence MCMC

6. Méthodes MCMC avancées (Langevin, HMC, NUTS)

Soit $(X_n)_{n\geq 0}$ une chaîne de Markov à valeurs dans $\mathcal{S} = \{A, B, C\}$.