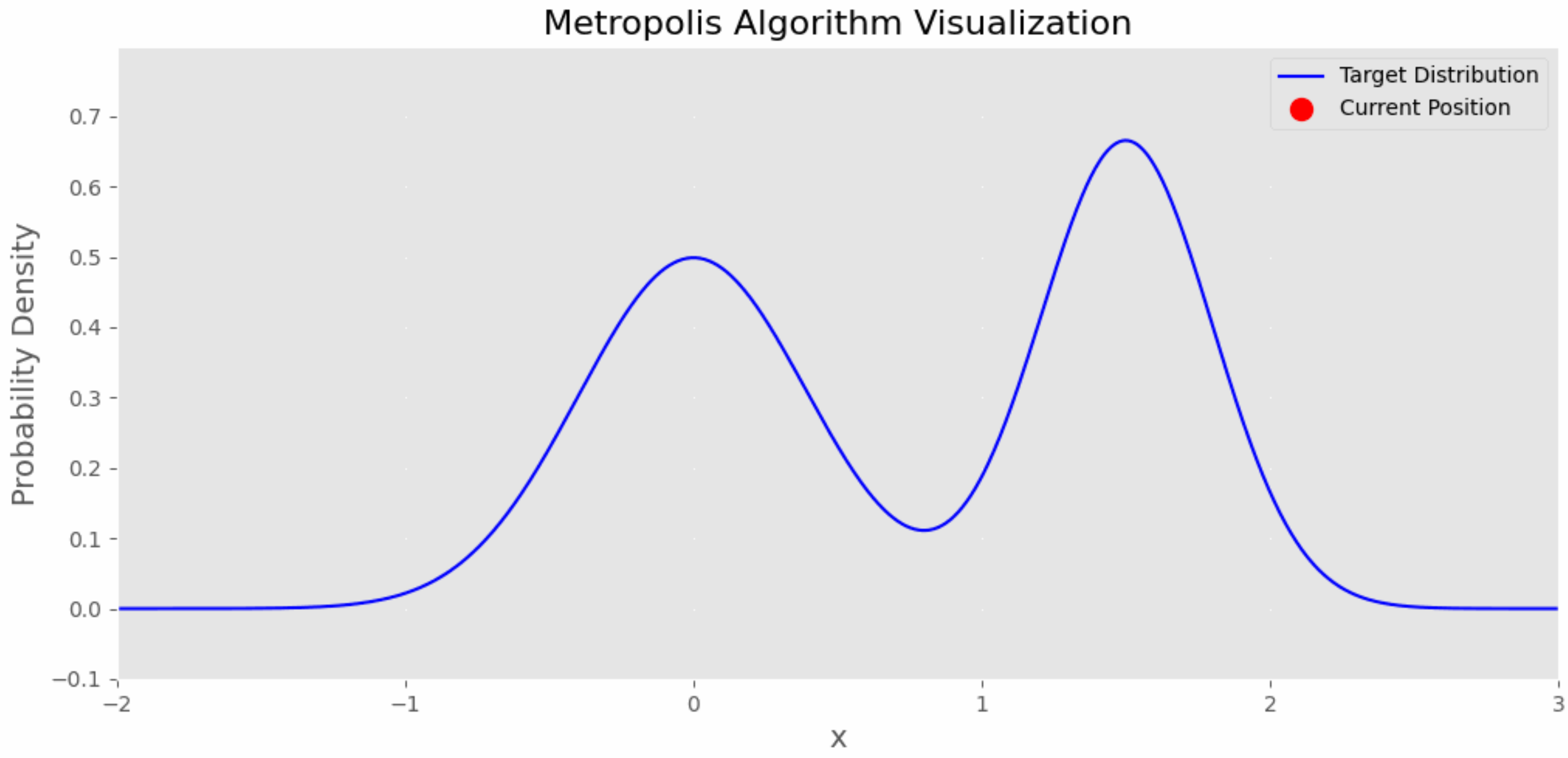
INSEA


Metropolis Algorithm Visualization
Target Distribution
Current Position
Probability Density
X
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
−0.1
−2
−1
0
1
2
3

45

Metropolis

Algorithme de Metropolis (Gaussien)

La suite $(X_n)_n$ obtenue admet une distribution stationnaire donnée par la densité f.

Soit f une densité de probabilité. On suppose que X_n est déjà généré. X_{n+1} est défini par:

équivalent à $y = X_n + \varepsilon$ et générer $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

équivalent à accepter y avec probabilité $\min(1, \frac{f(y)}{f(X_n)})$

1. Générer $y \sim \mathcal{N}(X_n, \sigma^2)$

2. Générer $u \sim \mathcal{U}([0, 1])$.

3. Si $u < \min(1, \frac{f(y)}{f(X_n)})$ alors $X_{n+1} = y$, sinon $X_{n+1} = X_n$.

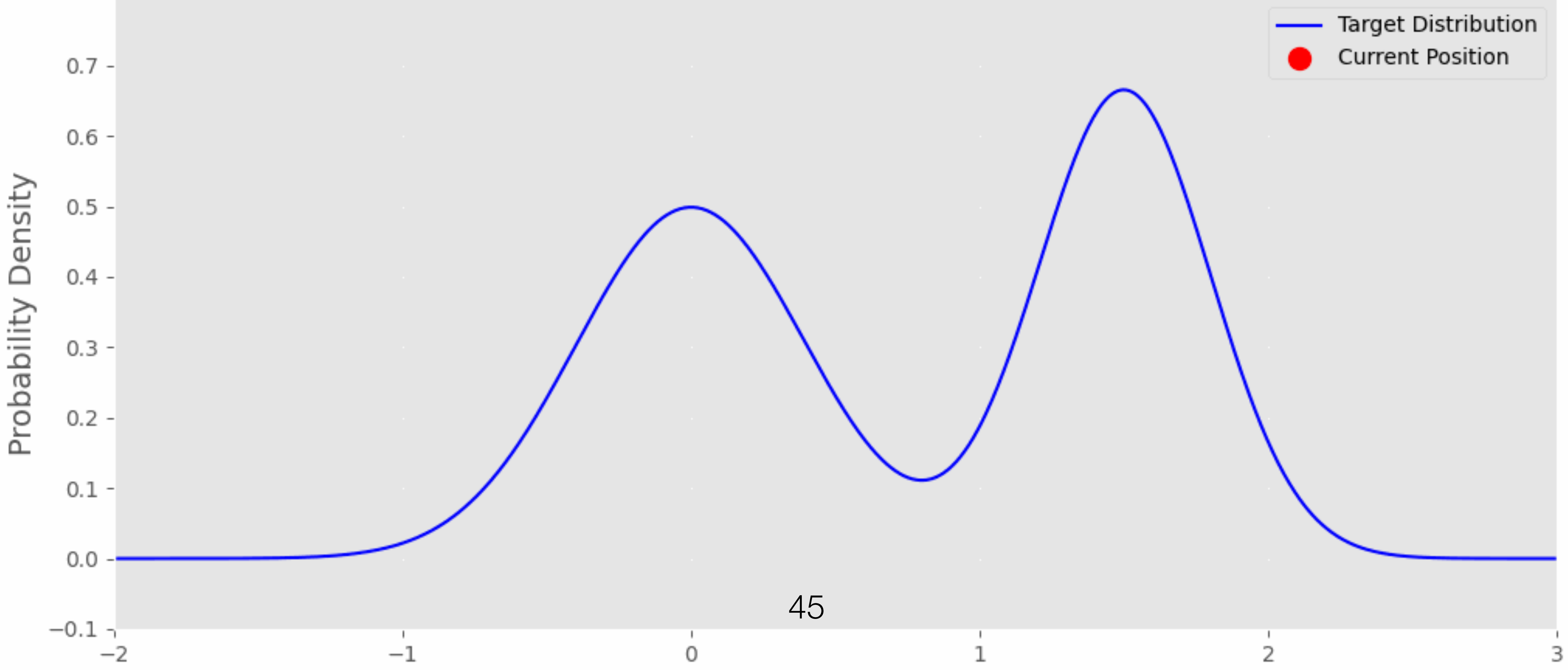
L’algorithme

Algorithme de Metropolis (Gaussien)

Soit f une densité de probabilité. On suppose que X_n est déjà généré. X_{n+1} est défini par:

1. Générer $y \sim \mathcal{N}(X_n, \sigma^2)$ équivalent à $y = X_n + \varepsilon$ et générer $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$
2. Générer $u \sim \mathcal{U}([0,1])$. équivalent à accepter y avec probabilité $\min(1, \frac{f(y)}{f(X_n)})$
3. Si $u < \min(1, \frac{f(y)}{f(X_n)})$ alors $X_{n+1} = y$, sinon $X_{n+1} = X_n$.

La suite $(X_n)_n$ obtenue admet une distribution stationnaire donnée par la densité f.



1. Pourquoi Monte-Carlo ? (Exemple de modèle hiérarchique)

2. Introduction à la méthode Monte-Carlo (historique, PRNG)

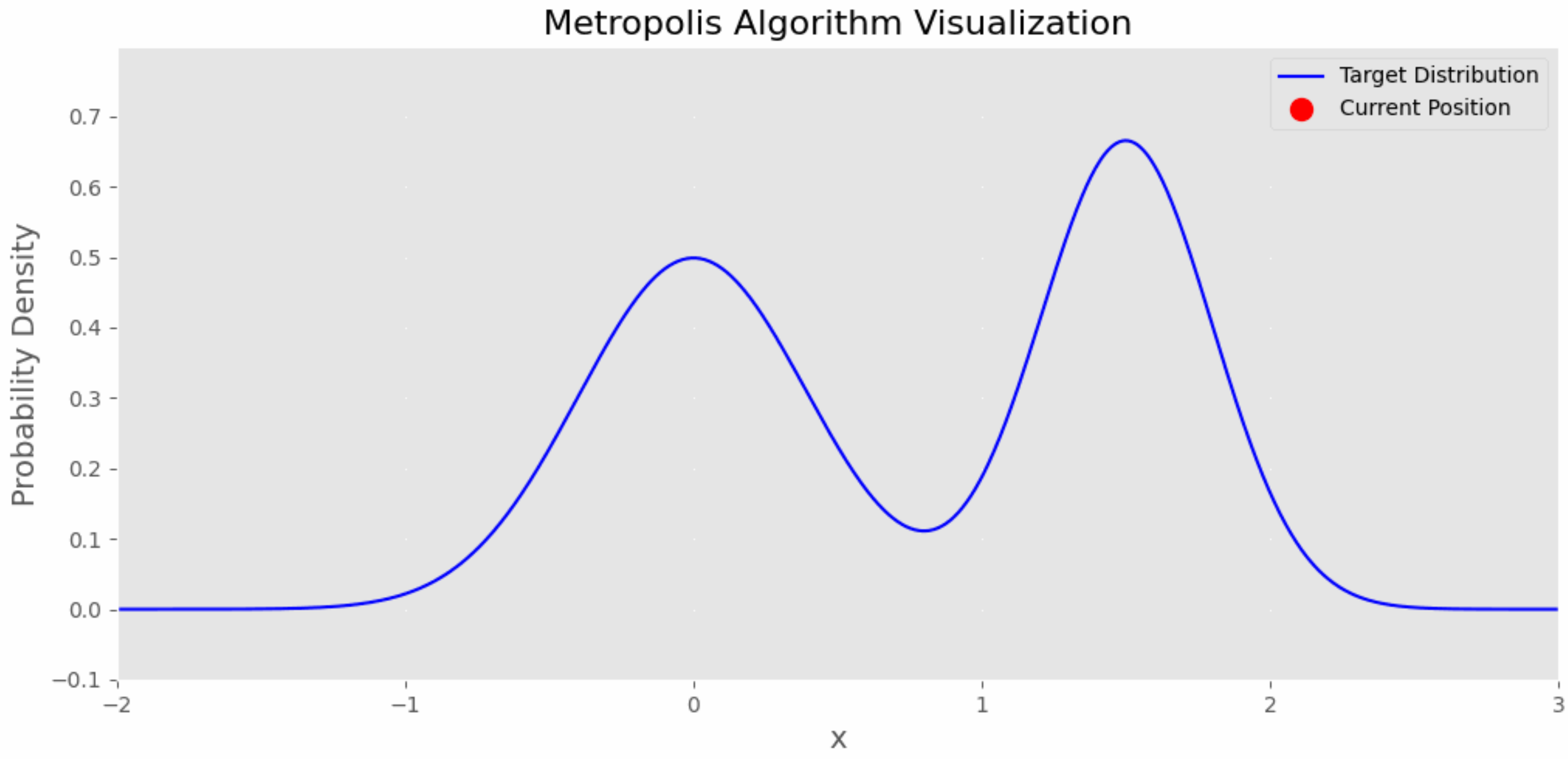
3. Algorithmes de simulation i.i.d (PRNG, transformation, rejet)

4. Méthodes MCMC (Gibbs, Metropolis)

5. Diagonstics de convergence MCMC

6. Méthodes MCMC avancées (Langevin, HMC, NUTS)

INSEA



Metropolis Algorithm Visualization
Target Distribution
Current Position
Probability Density
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
−0.1
−2
−1
0
1
2
3
x

Exemple en deux dimensions: