





I N S E A





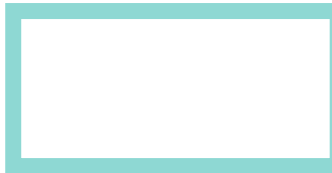


**Notivatiön**

Probability theory reminders

En statistique Bayésienne, les variables aléatoires sont traitées comme suit :





Comment trouver la loi marginale ?

On obtient une fonction divisée par son  
intégrale: l'intégrale du rapport = 1

Symbole qui signifie: “proportionnel à” 

$$f_{\theta|\mathbf{X}} = \frac{f_{\mathbf{X},\theta}}{f_{\mathbf{X}}} = \frac{f_{\mathbf{X}|\theta} f_{\theta}}{f_{\mathbf{X}}}$$

$$f_{\theta|\mathbf{X}} = \frac{f_{\mathbf{X}|\theta} f_{\theta}}{\int f_{\mathbf{X}|\theta} f_{\theta} \mathrm{d}\theta}$$

Loi des probabilités totales:

$$f_{\mathbf{X}} = \int f_{\mathbf{X}|\theta} f_{\theta} d\theta$$

La fonction de densité de probabilité d'une variable aléatoire continue (a priori)  $\theta$  est notée  $f_{\theta}$ .  
On suppose que la densité des données  $f_{\mathbf{X}}$  est bien définie. La distribution **a posteriori** de  $\theta \mid \mathbf{X}$  est donnée par :



Constante de normalisation  
indépendante de  $\theta$



$$= \text{cst} \times \int \mathbf{x} \mid \theta \int \theta$$

$\infty$

$f_{\mathbf{x}}|$

$\theta$

$f_{\theta}$

**Le bayésien multiplie la vraisemblance  
des données par la loi a priori pour  
“mettre à jour” ses croyances sur les  
valeurs probables de  $\theta$**

En statistiques Bayésiennes, les variables aléatoires sont très souvent continues:

La fonction de densité de probabilité d'une variable aléatoire continue (a priori)  $\theta$  est notée  $f_{\theta}$ .  
On suppose que la densité des données  $f_{\mathbf{X}}$  est bien définie. La distribution **a posteriori** de  $\theta | \mathbf{X}$  est donnée par :

$$f_{\theta|\mathbf{X}} = \frac{f_{\mathbf{X},\theta}}{f_{\mathbf{X}}} = \frac{f_{\mathbf{X}|\theta} f_{\theta}}{f_{\mathbf{X}}} \quad \leftarrow \text{Comment trouver la loi marginale ?}$$

Loi des probabilités totales:

$$f_{\mathbf{X}} = \int f_{\mathbf{X}|\theta} f_{\theta} d\theta$$

On obtient une fonction divisée par son intégrale: l'intégrale du rapport = 1

$$f_{\theta|\mathbf{X}} = \frac{f_{\mathbf{X}|\theta} f_{\theta}}{\int f_{\mathbf{X}|\theta} f_{\theta} d\theta} \quad \leftarrow \text{Constante de normalisation indépendante de } \theta$$

$$= \text{cst} \times f_{\mathbf{X}|\theta} f_{\theta}$$

$$\propto f_{\mathbf{X}|\theta} f_{\theta}$$

Symbole qui signifie: "proportionnel à"  $\rightarrow$

Le bayésien multiplie la vraisemblance des données par la loi a priori pour "mettre à jour" ses croyances sur les valeurs probables de  $\theta$

## 1. Introduction

2. Les Bayésiens vs Les fréquentistes

3. Rappels de probabilités (exemples)

4. Loi a posteriori et modèles conjugués

5. Estimateur de Bayes



Exemple 1: “Quel est la probabilité que mon nouveau-né soit de sexe masculin ?”

