



I N S E A



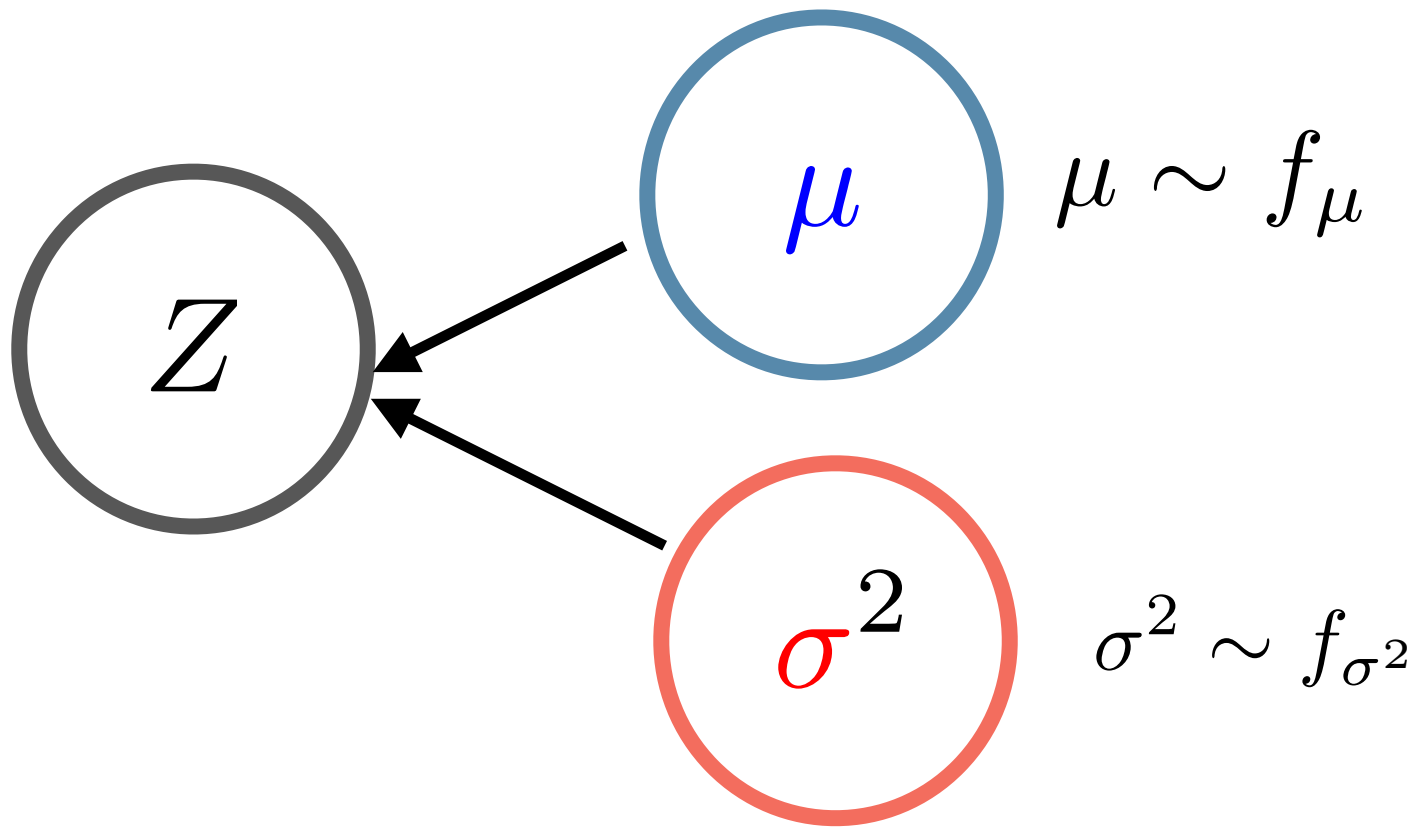




Application (MCMC Diagnostics)

Soit $Z|\mu, \sigma^2 \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. μ et σ^2 ont des densités a priori indépendantes f_μ et f_{σ^2} .

$$Z | \mu, \sigma^2 \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$$



1. Dessiner le graphe probabiliste du modèle.
2. Déterminez la loi a posteriori jointe $(\mu, \sigma^2)|Z$.
3. Déterminez les lois conditionnelles $\mu|\sigma^2, Z$ et $\sigma^2|\mu, Z$.
4. Quelles lois a priori f_μ et f_{σ^2} devrait-on prendre pour avoir des lois conditionnelles usuelles ?

Application(Python)

Simple 4 chain nnp (Gibbs) et fait le diagnostic

```
import arviz as az
chains_data_1d = ... # np array de taille (n_chains, n_samples)
i_data = az.convert_to_inference_data(dict(var_name=chains_data_1d)) # on construit l'objet inf_data nécessaire pour arviz

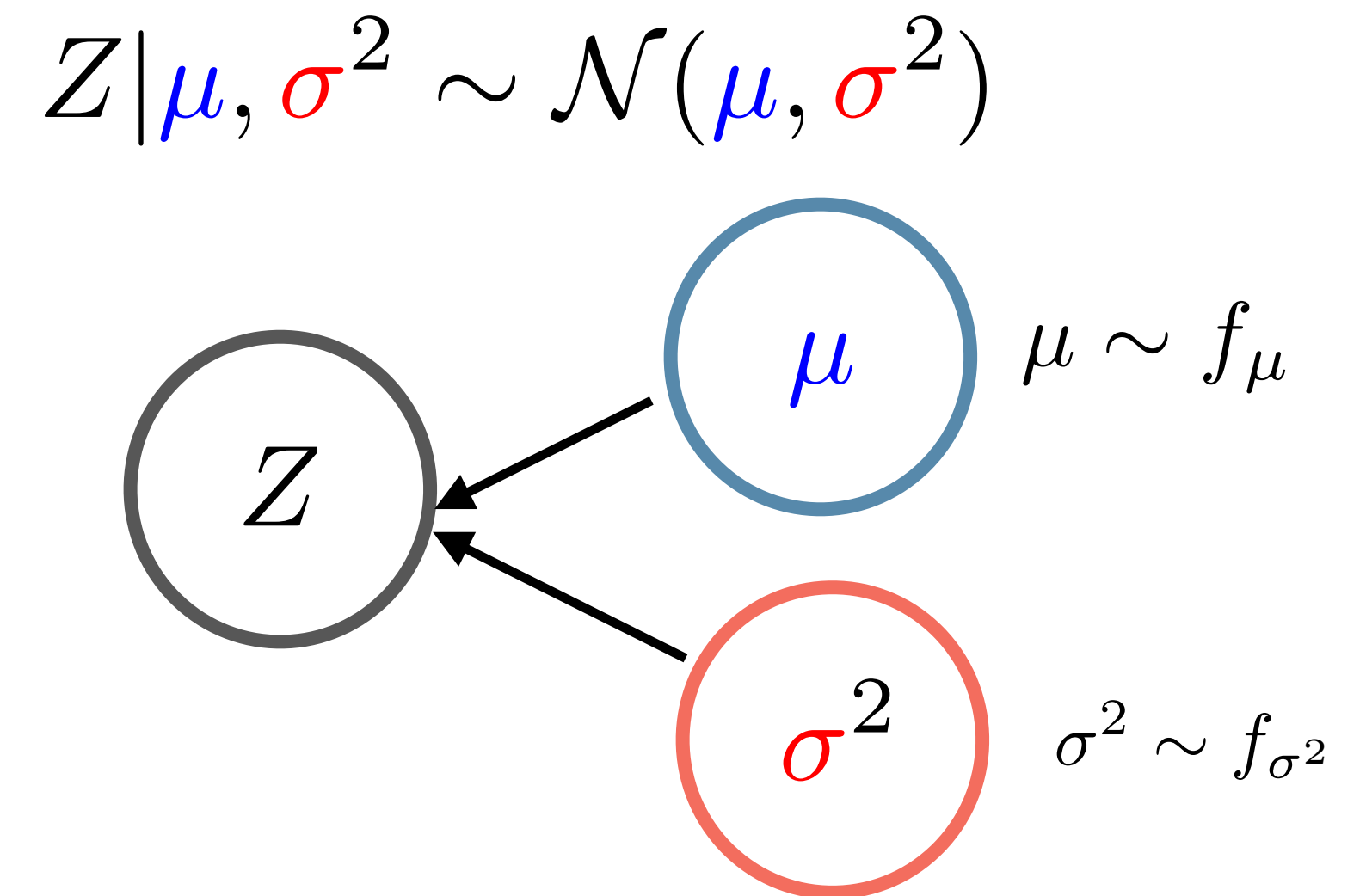
az.plot_trace(i_data) # visualiser les chaines / densités
az.plot_autocorr(i_data) # visualiser auto_corr
print(az.summary(kind="diagnostics")) # afficher les métriques ESS, R

az.plot_posterior(i_data) # on visualise la densité a posteriori
```

Application (MCMC Diagnostics)

Soit $Z|\mu, \sigma^2 \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. μ et σ^2 ont des densités a priori indépendantes f_μ et f_{σ^2} .

1. Dessiner le graphe probabiliste du modèle.
2. Déterminez la loi a posteriori jointe $(\mu, \sigma^2)|Z$.
3. Déterminez les lois conditionnelles $\mu|\sigma^2, Z$ et $\sigma^2|\mu, Z$.
4. Quelles lois a priori f_μ et f_{σ^2} devrait-on prendre pour avoir des lois conditionnelles usuelles ?



Simuler 4 chaînes en numpy (Gibbs) et faites le diagnostic avec Arviz:

```
import arviz as az
chains_data_1d = .... # np array de taille (n_chains, n_samples)
i_data = az.convert_to_inference_data(dict(var_name=chains_data_1d)) # on construit l'objet inf_data nécessaire pour arviz

az.plot_trace(i_data) # visualiser les chaines / densités
az.plot_autocorr(i_data) # visualiser auto_corr
print(az.summary(kind="diagnostics")) # afficher les métriques ESS, R

az.plot_posterior(i_data) # on visualise la densité a posteriori
```

1. Pourquoi Monte-Carlo ? (Exemple de modèle hiérarchique)
2. Introduction à la méthode Monte-Carlo (historique, PRNG)
3. Algorithmes de simulation i.i.d (PRNG, transformation, rejet)
4. Méthodes MCMC (Gibbs, Metropolis)
5. Diagnostics de convergence MCMC
6. Méthodes MCMC avancées (Langevin, HMC, NUTS)



II Méthodes de Monte-Carlo

1. Introduction
2. Markov Chain Monte-Carlo (MCMC)
3. Algorithmes MCMC avancés

