INSEA

63

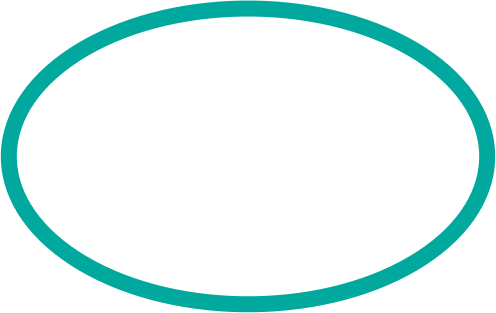
MCMC diagnostics in 1D

Metrics: Effective sample size (ESS)

On estime la moyenne d'une loi π avec deux estimateurs:

1. I_0 : Moyenne de N_0 échantillons i.i.d $\sim \pi$
2. I_1 : Moyenne de N_1 échantillons $\sim \pi$.

Quel est le meilleur estimateur ?



On suppose que $\mathbb{V}(I_0) = \mathbb{V}(I_1)$. On peut en déduire que $N_0 \geq N_1$ ou $N_0 \leq N_1$?

Preuve: il suffit d'égaliser la variance des deux estimateurs en supposant le régime stationnaire atteint

ESS: Effective sample size (Hastings 1970)

Étant donnée une MC $X_1, \ldots, X_{N_1}$, ESS correspond au nombre N_0 tel que: $\mathbb{V}(I_0) = \mathbb{V}(I_1)$

$$\mathrm{ESS} = \frac{N_1}{1 + 2\sum_{t=1}^{\infty} \mathrm{AutoCorr}(\mathrm{lag\ t})}$$

Remarques

1. On interprète ESS comme le nombre d’échantillons “réellement” utilisés (en moins ~ 400)

2. On calcule une version améliorée qui prend en compte plusieurs chaînes (Gelman, 2013)

$\leq N_1$

En général, sauf cas spéciaux (autocorr < 0) (variables antithétiques à voir en Méthodes de simulation)

On estime la moyenne d'une loi π avec deux estimateurs:

1. I_0 : Moyenne de N_0 échantillons i.i.d $\sim \pi$
2. I_1 : Moyenne de N_1 échantillons $\sim \pi$.

Quel est le meilleur estimateur ?

On suppose que $\mathbb{V}(I_0) = \mathbb{V}(I_1)$. On peut en déduire que $N_0 \geq N_1$ ou $N_0 \leq N_1$?

ESS: Effective sample size (Hastings 1970)

Étant donnée une MC $X_1, \ldots, X_{N_1}$, ESS correspond au nombre N_0 tel que: $\mathbb{V}(I_0) = \mathbb{V}(I_1)$

$$\text{ESS} = \frac{N_1}{1 + 2\sum_{t=1}^{\infty} \text{AutoCorr}(\text{lag t})} \leq N_1$$

En général, sauf cas spéciaux (autocorr < 0) (variables antithétiques à voir en Méthodes de simulation)

Preuve: il suffit d'égaliser la variance des deux estimateurs en supposant le régime stationnaire atteint

Remarques

1. On interprète ESS comme le nombre d'échantillons "réellement" utilisés (en moins ~ 400)
2. On calcule une version améliorée qui prend en compte plusieurs chaînes (Gelman, 2013)

1. Pourquoi Monte-Carlo ? (Exemple de modèle hiérarchique)

2. Introduction à la méthode Monte-Carlo (historique, PRNG)

3. Algorithmes de simulation i.i.d (PRNG, transformation, rejet)

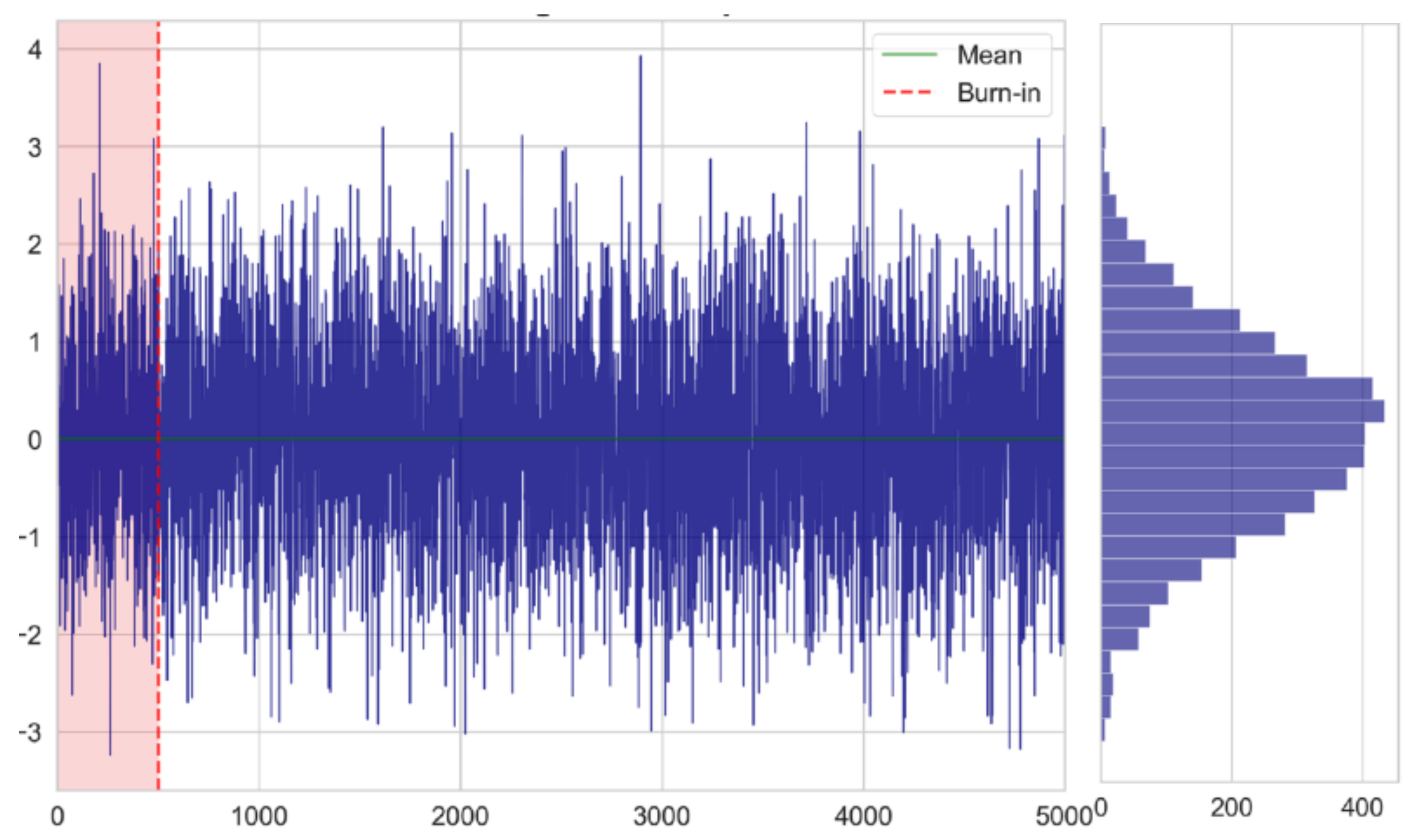
4. Méthodes MCMC (Gibbs, Metropolis)

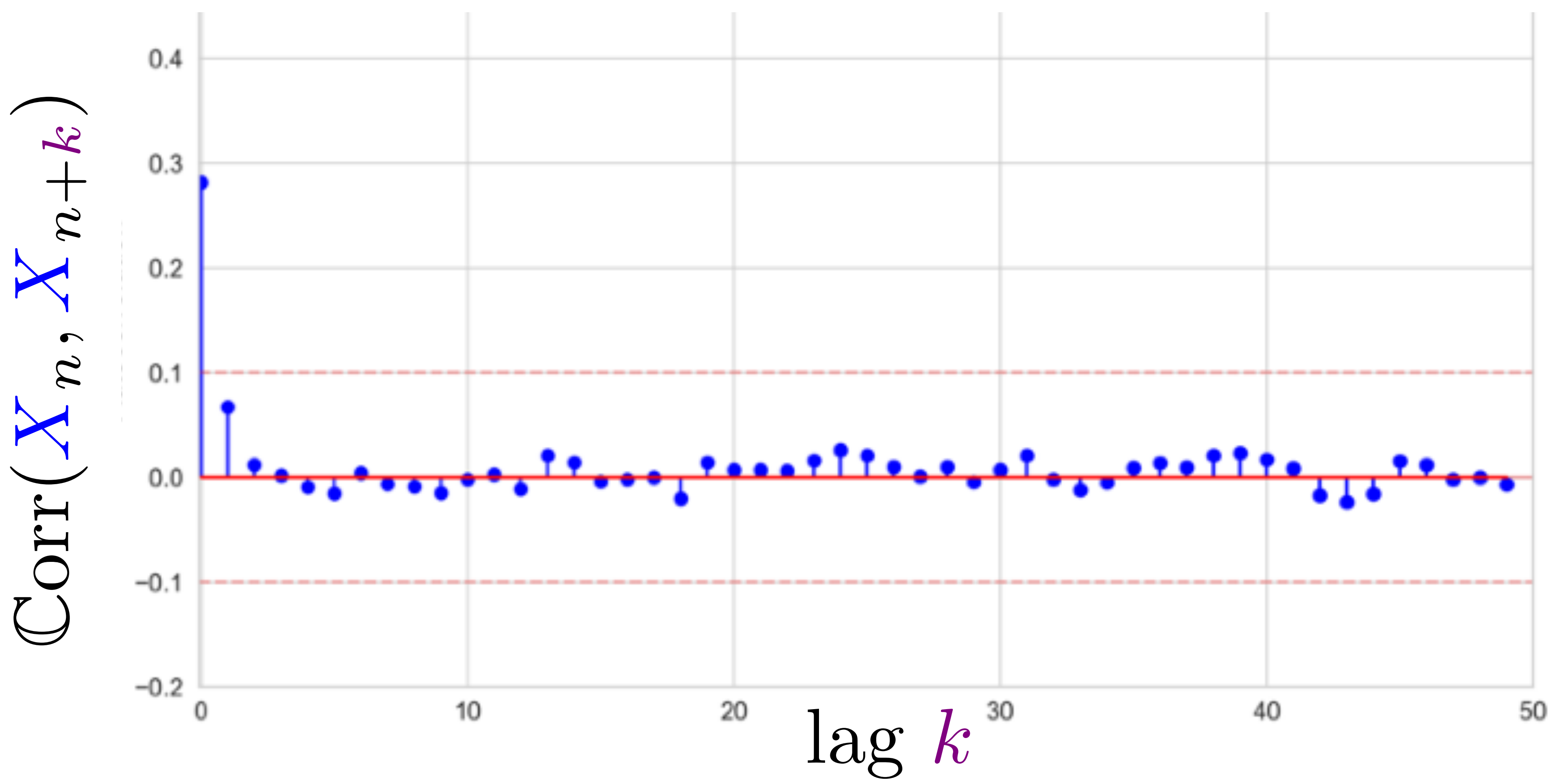
5. Diagonstics de convergence MCMC

6. Méthodes MCMC avancées (Langevin, HMC, NUTS)

INSEA

Metrics





N = 5500

ESS = 5149

échantillons “efficaces”