Optimisation numérique (4eme année) 2021/2022

Fiche de TP n°3
Duality in linear programming

L'Objectif de ce travail est se familiariser avec les concepts liés à la dualité, ainsi que l'analyse poste optimisation.
Utiliser Minizinc (www.minizinc.org) pour résoudre ce problèmes d'optimisation linéaire.
IMPORTANT : Sur l'interface graphique, choisir : "solver configuration" ➔ COIN-BC.

The Diet Problem (George Stigler, 1939)

Le but du problème du régime alimentaire est de sélectionner un ensemble d'aliments qui satisfont un ensemble d'exigences (e.g. vitamines) nutritionnelles quotidiennes à un coût minimal.
Généralement, les exigences nutritionnelles sont exprimées sous la forme d'un niveau minimum et d'un niveau maximum admissibles pour chaque composant nutritionnel. D'autres contraintes, telles qu'un nombre minimal et/ou maximal de portions, peuvent être incluses pour améliorer la qualité du menu.
Exploration : Ouvrir le fichier \TP 03\Diet 01\diet.mzp

1. Lire attentivement le contenu des fichiers ~.mzn et ~.dzn puis exécuter le code.
2. Quelle est la différence entre les fichier ~.mzp, ~.mzn et ~.dzn ?

Cas d'étude : Supposons les trois aliments (voir tableau), et qu'il y ait des restrictions sur le nombre de calories (entre 2000 et 2250), la quantité de vitamine A (entre 5000 et 50 000) et que le nombre maximal d'unité « number of servings » de chaque aliment soit de 10.

Aliment	Coût par unité	Vitamin A	Calories
Riz	160	107	72
Lait	60	500	121
Pain	10	0	65

3. Trouver la formulation mathématique du problème.
4. Compléter le programme dans ~\TP 03\Diet 02_Assignement\diet_2.mzp.

Interprétation de résultats « Dualité et analyse de sensibilité »
Chaque contrainte du problème primaire est associée à une variable duale, qui représente en quelque sorte le coût de la présence de cette contrainte dans le modèle.

5. A partir de la solution du problème dual, tracer un tableau contenant :
   - Les contraintes
   - L'évaluation de contraintes (substituer les x_i de la solution et calculer la quantité de vitamine A et le nombre total de calories pour la solution optimale)
   - La valeur de la variable duale correspondante.

   Tirer une conclusion (qu'indique les valeurs de variables duales sur les contraintes ?).
6. Calculer la différence entre la valeur de la fonction objective de la solution optimale avec ses valeurs dans chacun des cas suivants :
   A. Fmax[Riz]← Fmax[Riz]+1
   B. Fmax[lait] ← Fmax[lait]+1
   C. Fmax[pain] ←Fmax[pain]+1

   Pour chaque cas, déterminer le montant de changement de la fonction objectif par unité de changement de la limite Fmax. Comparer avec les valeurs de variables duales. Conclure.
   Une analyse de sensibilité supplémentaire peut être effectuée pour étudier les impacts de la modification des coefficients de coût ainsi que des valeurs du paramètre aij.

Fiche de TP n°3
Duality in linear programming

7. **Compléter l'interprétation suivante :**
   Considérons les deux contraintes nutritionnelles sur la vitamine A et les calories. Le niveau de vitamine A (dans la solution originale) est de ………………, ce qui ……………… niveaux minimum (…………. maximum), et les valeurs variables duales correspondantes sont égales ……………………………. ce qui signifie………………. . En revanche, le nombre de calories (dans la solution originale) est de …………………, ce qui ……………………. minimum (…………. maximum). La valeur de la variable duale correspondante pour la limite inférieure du nombre de calories est de ……………, ce qui peut être interprété comme le montant de la diminution de ……………………………..par unité de diminution de ……………………….. Par conséquent, en modifiant Nmin[calories] en 1999 et en résolvant à nouveau, on obtient une solution optimale avec une valeur de fonction objectif de ……………. et des valeurs variables de x[Riz] = …………., x[lait] = …………, et x[pain] = …………. La valeur de la fonction objectif est passée de ………………. à ………. comme prévu par………..