

# **Pengaruh Parameter Meteorologi terhadap Kedalaman Lapisan Campuran (Mixed Layer Depth) di Teluk Benggala**

## **Proposal TESIS**

Diajukan untuk melengkapi tugas-tugas dan  
Memenuhi syarat-syarat guna pelaksanaan penelitian Tesis

Oleh:

**MUH. NUR HIDAYAT**  
**2108201010005**



**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA**  
**PROGRAM PASCASARJANA UNIVERSITAS SYIAH KUALA**  
**DARUSSALAM, BANDA ACEH**  
**2022**

## **PENGESAHAN**

Judul Tesis : Pengaruh Parameter Meteorologi terhadap Kedalaman  
Lapisan Campuran (Mixed Layer Depth) di Teluk Benggala  
Nama Mahasiswa : Muh. Nur Hidayat  
NPM : 2108201010005  
Program Studi : Magister Matematika

Menyetujui  
Komisi Pembimbing

Pembimbing Utama,

Pembimbing Pendamping,

Prof. Dr. Ir. Syamsul Rizal  
NIP. 196101221987031003

Prof. Dr. Marwan Ramli, M.Si.  
NIP. 197111251999031003

Mengetahui:

Dekan Fakultas MIPA  
Universitas Syiah Kuala,

Ketua Prodi Magister Matematika FMIPA  
Universitas Syiah Kuala,

Dr. Teuku. M. Iqbalsyah, M.Sc.  
NIP. 197110101997031003

Dr. Dra. Intan Syahrini, M.Si  
NIP. 196409081991022001

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan nikmat karunia-Nya sehingga proposal penelitian yang berjudul **Pengaruh Parameter Meteorologi terhadap Kedalaman Lapisan Campuran (Mixed Layer Depth) di Teluk Benggala** dapat terselesaikan dengan baik. Penelitian ini dilakukan untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar Magister pada Program Studi Matematika, Universitas Syiah Kuala.

Penyusunan proposal penelitian ini tidak terlepas dari bantuan tim pembimbing. Oleh karena itu, ucapan terima kasih disampaikan kepada pihak-pihak tersebut.

Proposal penelitian ini tidak terlepas dari segala kekurangan, baik dalam hal penulisan maupun pembahasan dari topik penelitian. Oleh sebab itu, diperlukan saran demi penyusunan penelitian yang lebih baik. Semoga penelitian dapat memberi manfaat bagi pembaca untuk melaksanakan penelitian selanjutnya.

Banda Aceh, Agustus 2022

Penulis

## RINGKASAN

Teluk Benggala (*Bay of Bengal* atau BoB) merupakan lautan berbentuk cekungan yang berbatasan dengan anak benua India, Asia Tenggara, dan utara samudera Hindia. Penelitian ini bertujuan untuk mengamati kedalaman lapisan campuran (Mixed Layer Depth) berdasarkan parameter meteorologi yaitu 2m air temperature, 2m specific humidity, convective precipitation rate, sea level pressure, wind stress U, dan wind stress V di sebelah selatan BoB (latitude  $9^{\circ}$ ), dan sebelah utara BoB (latitude  $19^{\circ}$ ). Penelitian ini diharapkan mampu memberikan kontribusi ilmiah dan memperkaya pengetahuan tentang hubungan parameter meteorologi dengan kedalaman lapisan campuran. Hal ini karena kedalaman lapisan campuran berperan penting secara iklim fisik dalam hal menentukan interval kisaran temperatur di wilayah laut dan pesisir. Sebagai tambahan, panas yang tersimpan dalam lapisan campuran menyediakan sumber panas yang mendorong variabilitas global seperti El Niño. Kedalaman lapisan campuran juga berperan dalam menentukan tingkatan rata-rata cahaya yang dapat dilihat oleh organisme laut seperti fitoplankton. Selain itu, dari periodisitas model iklim yang diperoleh akan bermanfaat untuk tujuan fishing ground, mitigasi perubahan iklim dan bencana hidro-oseanografi, tata ruang dan konservasi laut, dan sumber energi terbarukan.

# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b> .....	iii
<b>RINGKASAN</b> .....	iv
<b>DAFTAR ISI</b> .....	v
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	vi
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	5
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Urgensi dan Kebaruan Penelitian.....	5
1.5 Manfaat Penelitian .....	6
1.6 Sistematika Penulisan .....	6
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	<b>7</b>
2.1 Persamaan Gerak Fluida .....	7
2.2 Persamaan Navier-Stokes 3 Dimensi.....	8
2.2.1 Diskritisasi Numerik .....	10
2.2.1.1 Arakawa C grid.....	10
2.2.1.2 Solusi Nonhidrostatik dari Persamaan Momentum	12
2.2.2 Kriteria Kestabilan .....	16
2.3 Model Iklim .....	16
2.3.1 Siklus Teratur .....	18
2.3.2 Siklus Tidak Teratur .....	19
2.4 Kedalaman Lapisan Campuran .....	19
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN</b> .....	<b>22</b>
3.1 Domain Penelitian.....	22
3.2 Data Penelitian .....	23
3.2.1 Data Oseanografi .....	23
3.2.2 Data Meteorologi .....	23
3.3 Prosedur Penelitian.....	24
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	<b>25</b>

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	(a) Ilustrasi partikel sebagai sifat fisis fluida. (b) Aliran massa jenis masuk dan keluar (Versteeg & Malalasekera, 2007) ..	8
Gambar 2.2	Diskritisasi grid dalam Parcels. Di bidang horizontal: (a) grid persegi, (b) grid lengkung, di bidang vertikal: (c) grid level z, (d) grid level s (Delandmeter & van Seville, 2019) .....	11
Gambar 2.3	Grid Arakawa: (a) Grid A dan (b) Grid C (Delandmeter & van Seville, 2019) .....	12
Gambar 2.4	Profil suhu potensial ( $^{\circ}\text{C}$ )/kedalaman (m) tipikal untuk laut terbuka di (a) Pasifik Utara bagian barat tropis ( $5^{\circ}\text{LU}$ ), (b) Pasifik Utara subtropis barat dan timur ( $24^{\circ}\text{LU}$ ), dan (c) Pasifik Utara subkutub barat ( $47^{\circ}\text{LU}$ ) (Talley, 2011, p. 71) .....	20
Gambar 3.1	Data batimetri domain model BoB, dicuplik dari SRTM15+	22
Gambar 3.2	Diagram alir penelitian .....	24

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1. Latar Belakang**

Teluk Benggala (*Bay of Bengal* atau BoB) merupakan lautan berbentuk cekungan yang berbatasan dengan anak benua India, Asia Tenggara, dan utara samudera Hindia. Pencampuran turbulen di lapisan atas Teluk Benggala utara dipengaruhi oleh lapisan dangkal yang menutupi perairan asin Teluk, yang dihasilkan dari arus besar air tawar dari sungai-sungai besar yang mengalir dari anak benua Asia dan dari curah hujan di atas Teluk selama musim panas (Kantha et al., 2019). Teluk Benggala juga berbatasan dengan laut Arab. Namun perbedaan sering terjadi pada musim dingin, yaitu upwelling dan konveksi musim dingin, yang meningkatkan biomassa fitoplankton di Laut Arab, tetapi sangat lemah atau bahkan tidak ada di BoB. Demikian pula, masukan nutrisi melalui aliran sungai ke BoB tidak cukup untuk meningkatkan stok fitoplankton di luar perairan (Jyothibabu et al., 2021). BoB memiliki keunikan akibat instruksi air tawar dari curah hujan yang tinggi selama musim panas sebagai hasil penetrasi insolasi matahari di kolom air (Kantha et al., 2019). Srivastava et al., 2018 mensimulasikan model tanpa gaya angin dekat permukaan, hasilnya adalah SST (*Sea Surface Temperature*) wilayah tersebut sangat meningkat di semua musim, sedangkan, tanpa adanya gaya radiasi gelombang pendek yang masuk, mereka mendapatkan hasil yang benar-benar berlawanan. Ditemukan bahwa pengaruh pemaksaan fluks air tawar pada SST wilayah tersebut sangat kecil. Ditemukan juga bahwa SSS (*Sea Surface Salinity*) laut Arab dan Teluk Benggala menurun tanpa adanya gaya angin dekat permukaan dan radiasi gelombang pendek yang masuk, sedangkan di Teluk Benggala utara meningkat tanpa adanya gaya fluks air tawar (Srivastava et al., 2018).

Pengaruh radiasi panas terhadap lapisan permukaan batas Teluk Benggala tergantung pada variabel biologis (Chl-a atau Klorofil-a) dan fisik (panas). Pemanasan biologis  $10 \text{ Wm}^{-2}$  akan menghasilkan pemanasan tambahan  $0,008^{\circ}\text{C jam}^{-1}$  di laut bagian atas yang menunjukkan dampak signifikan dari peningkatan konsentrasi chl-a (Parida et al., 2022). Kedalaman lapisan campuran (MLD) secara signifikan terdampar

di selatan garis lintang pantai timur India (EICC) yang terpisah, area yang didominasi oleh aktivitas pusaran antisisiklon. Lapisan campuran yang lebih dangkal dan stratifikasi yang ditingkatkan dengan efek relative wind (RW) dikaitkan dengan dominasi isopiknal oleh kecepatan Ekman ke atas yang tidak normal, yang dengan sendirinya dihasilkan oleh interaksi arus permukaan antisisiklonik dan angin monsun barat daya yang berlaku. Bagian barat daya BoB ini merupakan titik panas untuk pertukaran momentum antara sirkulasi permukaan dan angin monsun, sehingga merupakan area potensial untuk pengukuran lapangan terfokus untuk energetika sirkulasi laut dan interaksi udara-laut (Seo et al., 2019). Korelasi parsial menunjukkan bahwa fluks panas bersih ( $Q_{net}$ ) adalah kontributor utama pendalaman MLD di atas NBoB (*North BoB*), sedangkan tekanan angin mengontrol pendalaman di atas SBOB (*South BoB*). Variabilitas musiman menunjukkan pendalaman MLD selama monsun musim panas dan musim dingin dan pendangkalan selama pra dan pasca monsun di atas BoB (Sadhukhan et al., 2021). Berdasarkan inversi termal, rata-rata profil NW-BoB (*North West BoB*) memiliki lapisan campuran yang lebih dalam (MLD 10.30 m) dan lapisan isothermal (ILD 8.40 m) dibandingkan profil di NE-BoB (*North East BoB*). Lapisan penghalang di NW-BoB juga lebih tebal (2.79 m) daripada di NE-BoB (1.05 m). Salah satu alasan yang mungkin untuk perbedaan ini adalah masuknya air tawar besar-besaran di NW-BoB, karena air tawar mengurangi salinitas (27 PSU di NW-BoB versus 35 PSU di NE-BoB) dan menghasilkan MLD dan ILD yang lebih dangkal (Masud-Ul-Alam et al., 2022).

Adveksi lateral yang kuat dari air salinitas rendah mengarah pada pengembangan stratifikasi laut atas yang kuat (stratifikasi salinitas), yang dapat berdampak signifikan pada evolusi SST dan SSS dengan memodifikasi pencampuran di dekat permukaan. Fluks udara-laut tidak cukup untuk mensimulasikan evolusi SST dengan benar di Teluk Benggala utara, dan bahwa penghitungan adveksi air tawar diperlukan untuk mengurangi kesalahan dalam SST (Buckley et al., 2020). Masuknya air tawar yang besar berkaitan erat dengan kedalaman lapisan campuran yang dangkal (MLD), pembentukan lapisan penghalang yang tebal (BL), dan sirkulasi yang kuat dan pembalikan suhu (Dandapat et al., 2020). Oleh karena itu, kajian tersebut memberikan bukti untuk dampak pembuangan air tawar pada proses laut bagian atas BoB. Ini mungkin memiliki dampak besar pada proses gabungan udara-laut lokal dan karenanya mewakili debit



sungai yang akurat dalam model iklim sangat penting.

Konsentrasi maksimum klorofil-a di permukaan dan di bawah permukaan (SCM) lebih tinggi selama musim panas dan awal musim gugur dibandingkan musim lainnya, terutama di sepanjang wilayah pesisir dan bagian barat Teluk Benggala. Selama musim panas dan awal musim gugur, masukan nutrisi sungai, intrusi air bergizi dari Laut Arab, dan upwelling pesisir adalah tiga pendorong dominan yang mengendalikan konsentrasi klorofil-a di permukaan dan SCM. Pengangkatan termoklin yang diinduksi oleh tegangan angin positif meningkatkan pasokan nutrisi dan dengan demikian secara signifikan meningkatkan konsentrasi klorofil-a di SCM di sepanjang sisi barat teluk selama paruh kedua tahun ini. Selama musim semi, kedalaman eufotik yang dalam memainkan peran penting dalam mengendalikan konsentrasi dan kedalaman SCM (Chowdhury et al., 2021).

Kedalaman lapisan campuran (MLD) yang sebenarnya tidak hanya bergantung pada kecepatan angin, tapi salinitas juga berperan di teluk utara. Namun, ada perubahan yang dapat diabaikan dalam SST bahkan ketika MLD berubah secara signifikan karena termoklin dalam memisahkan perubahan MLD dan SST. Sebaliknya, termoklin yang lebih dangkal di teluk barat membatasi potensi MLD, yang menyebabkan perubahan SST yang lebih besar. Gelombang Rossby upwelling (atau downwelling) pada dasarnya mengkondisikan laut bagian atas dengan mengurangi (atau meningkatkan) potensi kedalaman lapisan campuran. Variasi SST melemah hanya ketika termoklin semakin dalam selama peristiwa downwelling, yang terjadi kemudian di teluk barat karena gelombang Rossby merambat ke barat (Jain et al., 2021). Dampak angin kencang dirasakan pada kedalaman yang lebih besar untuk suhu daripada salinitas di seluruh domain; namun, dampaknya diwujudkan dengan distribusi vertikal yang berbeda di bagian utara daripada di bagian selatan Teluk. Seperti yang diharapkan, pencampuran yang ditingkatkan yang disebabkan oleh angin yang lebih kuat menurunkan (atau meningkatkan) suhu laut bagian atas (salinitas) sebesar  $0.2^{\circ}\text{C}$  (0.3 psu), dan melemahkan stratifikasi dekat-permukaan. Selain itu, angin yang lebih kuat meningkatkan aktivitas pusaran air, memperkuat Arus Batas Barat (WBC) musim semi dan meningkatkan upwelling pantai selama musim semi dan musim panas di sepanjang pantai timur India (Jana et al., 2018). Stratifikasi dan lapisan depan lapisan campuran berkembang dalam skala waktu yang

relatif singkat, kemungkinan sebagai respons terhadap kekuatan atmosfer yang kuat baik yang terkait dengan siklon tropis, kondisi monsun timur laut yang berkelanjutan, atau kombinasi keduanya (Shroyer et al., 2020).

Kekuatan angin mempengaruhi secara simultan kondisi kedalaman lapisan campuran. Presipitasi menunjukkan dampak tidak langsung pada kedalaman lapisan campuran. Curah hujan membutuhkan waktu untuk mengumpulkan efek untuk mengubah keadaan kedalaman lapisan campuran. Waktu yang diperlukan untuk presipitasi adalah dua bulan sebelum terjadi perubahan kedalaman lapisan campuran (Ikhwan et al., 2022). Pendinginan terutama disebabkan oleh pencampuran hangat ( $32^{\circ}\text{C}$ ), tutupan segar yang terbentuk selama bulan-bulan sebelumnya dari angin sepoi-sepoi dan langit cerah, yang menyumbang sekitar setengah dari pendinginan. Fluks panas udara-laut memainkan peran sekunder, terhitung sekitar seperempat dari pendinginan. Kedalaman pencampuran didiagnosis dengan dua ukuran: kedalaman lapisan campuran tradisional dan "kedalaman pencampuran" yang didefinisikan sebagai kedalaman terdalam yang tidak stabil terhadap ketidakstabilan geser. Kedalaman pencampuran kira-kira dua kali ( $\sim 65\text{ m}$ ) dari kedalaman lapisan campuran ( $\sim 35\text{ m}$ ), yang menggambarkan pentingnya "lapisan transisi" di antara mereka. Lapisan campuran diratifikasi kembali menjadi 2 lapisan dalam sehari setelah badai berakhir dengan gelombang frekuensi mendekati inersia yang ditimbulkan oleh badai Roanu meningkatkan laju pencampuran diapiknal pada kedalaman lapisan transisi (Kumar et al., 2019). Pendinginan SST yang nyata (sekitar  $2.0 - 2.5^{\circ}\text{C}$ ) dan peningkatan salinitas permukaan laut ( $\sim 1\text{ psu}$ ) di sisi kanan jalur topan. SST yang tinggi, TCHP (*tropical cyclone heat potential*) dan kedalaman lapisan isothermal yang dalam adalah kekuatan pemicu samudera utama untuk mengintensifkan siklon Titli (Akhter et al., 2022).

Perubahan yang diamati pada kedalaman lapisan campuran (MLD) dengan jelas membatasi rezim utara-selatan yang berbeda dengan  $15^{\circ}\text{LU}$  sebagai garis lintang pembatas. Utara dari garis lintang ini MLD tetap dangkal ( $\sim 20\text{ m}$ ) hampir sepanjang tahun tanpa menunjukkan musim yang berarti. Kurangnya musim menunjukkan bahwa air salinitas rendah, yang selalu ada di Teluk utara, mengontrol stabilitas dan MLD. Penyegaran musim dingin yang diamati didorong oleh curah hujan musim dingin dan debit sungai terkait, yang didorong ke lepas pantai di bawah sirkulasi yang berlaku.

Stratifikasi yang dihasilkan begitu kuat sehingga bahkan pendinginan  $4^{\circ}\text{C}$  pada suhu permukaan laut (SST) selama musim dingin tidak dapat memulai pencampuran konvektif. Sebaliknya, wilayah selatan menunjukkan variabilitas semi-tahunan yang kuat dengan MLD yang dalam selama musim panas dan musim dingin dan MLD yang dangkal selama musim semi dan musim gugur. MLD dangkal di musim semi dan musim gugur dihasilkan dari pemanasan primer dan sekunder yang terkait dengan peningkatan radiasi matahari yang masuk dan angin yang lebih ringan selama periode ini. Lapisan campuran yang dalam selama musim panas dihasilkan dari dua proses: peningkatan kekuatan angin dan intrusi air salinitas tinggi yang berasal dari Laut Arab (Narvekar & Prasanna Kumar, 2006).

## **1.2. Rumusan Masalah**

Berdasarkan uraian pada latar belakang, Penelitian tesis ini bertujuan untuk mengamati kedalaman lapisan campuran (Mixed Layer Depth) berdasarkan parameter meteorologi yaitu 2m air temperature, 2m specific humidity, convective precipitation rate, sea level pressure, wind stress U, dan wind stress V di sebelah selatan BoB (latitude  $9^{\circ}$ ), dan sebelah utara BoB (latitude  $19^{\circ}$ ).

## **1.3. Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penelitian ini adalah menginvestigasi kedalaman lapisan campuran (Mixed Layer Depth) berdasarkan parameter meteorologi yaitu 2m air temperature, 2m specific humidity, convective precipitation rate, sea level pressure, wind stress U, dan wind stress V di BoB di latitude  $9^{\circ}$ , dan latitude  $19^{\circ}$ .

## **1.4. Urgensi dan Kebaruan Penelitian**

Sejauh pengamatan kami, studi secara detail terkait parameter meteorology dan dampaknya terhadap lapisan vertikal di dua latitude yang berbeda ini belum pernah dilakukan sebelumnya. Oleh karena itu, dirasa penting untuk melakukan penelitian ini guna mengetahui pengaruh parameter meteorologi terhadap kedalaman lapisan campuran (MLD).

### **1.5. Manfaat Penelitian**

Penelitian ini diharapkan mampu memberikan kontribusi ilmiah dan memperkaya pengetahuan tentang hubungan parameter meteorologi dengan kedalaman lapisan campuran. Hal ini karena kedalaman lapisan campuran berperan penting secara iklim fisik dalam hal menentukan interval kisaran temperatur di wilayah laut dan pesisir. Sebagai tambahan, panas yang tersimpan dalam lapisan campuran menyediakan sumber panas yang mendorong variabilitas global seperti El Niño. Kedalaman lapisan campuran juga berperan dalam menentukan tingkatan rata-rata cahaya yang dapat dilihat oleh organisme laut seperti fitoplankton. Selain itu, dari periodisitas model iklim yang diperoleh akan bermanfaat untuk tujuan fishing ground, mitigasi perubahan iklim dan bencana hidro-oseanografi, tata ruang dan konservasi laut, dan sumber energi terbarukan.

### **1.6. Sistematika Penulisan**

Tesis ini tersusun atas 5 bab. Bab pertama menjelaskan pendahuluan tentang latar belakang mengapa penelitian ini dilakukan, background masalah yang mendasari, tujuan penelitian, manfaat penelitian, serta kebaruan dari penelitian. Bab kedua berisikan tinjauan pustaka menyangkut ulasan singkat materi penelitian. Bab ketiga membahas tentang metode penelitian yang dilakukan, data yang digunakan, serta diagram alir (*flowchart*) dari penelitian. Bab keempat membahas hasil dan pembahasan penelitian. Terakhir, bab kelima membahas tentang kesimpulan dari penelitian.

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

Bab ini menjelaskan lebih detail mengenai pustaka relevan dan tinjauan teori dalam penelitian ini. Hal ini bertujuan untuk mereview, mengupdate, mengkritik dan mensintesis literatur, melakukan meta-analisis literatur, melakukan konsepsi ulang dari topik yang direview, dan menjawab pertanyaan spesifik penelitian dari topik yang telah direview dalam literatur (Torraco, 2016). Struktur pembahasan studi relevan dan tinjauan teori selanjutnya dibagi dalam beberapa hal: pertama, akan dibahas mengenai persamaan gerak fluida dan Navier-Stokes dalam pemodelan laut, termasuk didalamnya grid C Arakawa, dan diskritisasi numerik atas persamaan Navier-Stokes serta kriteria kestabilan dari model. Terakhir, akan dibahas mengenai model iklim yang digunakan serta kedalaman lapisan campuran.

#### **2.1. Persamaan Gerak Fluida**

Persamaan matematika yang mengatur aliran viskoelastik fluida berasal dari persamaan-persamaan hukum konservasi fisika yaitu konservasi massa, momentum dan persamaan konstitutif reologi (Alves et al., 2021). Penjabaran dari hukum-hukum tersebut menentukan bagaimana suatu persamaan model hidrodinamika dibuat. Salah satu persamaan fluida yang paling terkenal adalah persamaan Navier-Stokes yang terdiri dari persamaan momentum, persamaan kontinuitas, dan persamaan konservasi densitas (Haditjar et al., 2020). Persamaan Navier-Stokes digunakan untuk menggambarkan fluida yang mengalir dan dianggap memiliki pergerakan yang kontinu. Diketahui bahwa hasil pengamatan dari sebuah partikel fluida yang mengalir memiliki sifat-sifat fluida secara umum yaitu kecepatan, temperatur, tekanan dan densitas (Rafiq et al., 2019; Das et al., 2018; Khan et al., 2019). Sebuah partikel fluida diilustrasikan pada Gambar 2.1a, dan 2.1b. Komponen fluida seperti tekanan  $p$ , kecepatan  $u$ , dan densitas  $\rho$  terletak pada pusat partikel yang bergantung terhadap waktu ( $t$ ) dan ruang  $(x, y, z)$ . Sehingga, komponen-komponen tersebut dapat ditulis dalam fungsi  $p(x, y, z, t)$ ,  $u(x, y, z, t)$  dan  $\rho(x, y, z, t)$ .

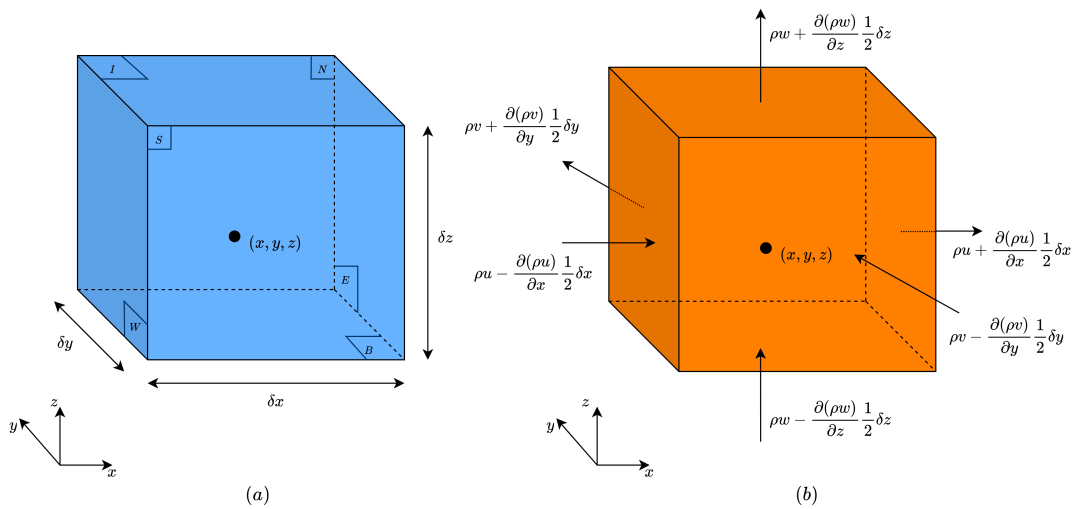
Asumsikan bahwa partikel fluida yang diobservasi sangat kecil sehingga sifat fluida pada permukaan kubus dapat diekspresikan secara akurat dengan menggunakan dua suku pertama dari ekspansi deret Taylor,

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(a)}{n!} (x-a)^n = f(a) + \frac{f'(a)}{1!} (x-a) + \dots$$

Sebagai contoh, tekanan pada muka  $W$  dan  $E$ , keduanya memiliki jarak  $\frac{1}{2}\delta x$  dari posisi partikel di tengah sehingga diperoleh bentuk ekspresi,

$$p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \quad \text{dan} \quad p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x.$$

Hal yang sama dapat dilakukan untuk variabel yang lainnya.



Gambar 2.1. (a) Ilustrasi partikel sebagai sifat fisis fluida. (b) Aliran massa jenis masuk dan keluar (Versteeg & Malalasekera, 2007)

Massa jenis dari partikel  $\rho(x, y, z, t)$  pada gambar bagian (a) dapat diterjemahkan sebagai aliran yang masuk dan keluar. Pada gambar bagian (b), arah aliran massa jenis pada partikel pusat merupakan jumlahan dari aliran massa jenis masuk dan keluar. Dengan cara yang sama, dapat juga dilakukan untuk tekanan dan kecepatan.

## 2.2. Persamaan Navier-Stokes 3 Dimensi

Model sirkulasi laut atau *Ocean General Circulation Models* (OGCM) menggunakan persamaan Navier-Stokes untuk memodelkan fenomena fisis yang terjadi di lautan. Persamaan gerak Navier-Stokes nonhidrostatik dalam model 3-D terdiri dari

persamaan momentum, persamaan kontinuitas, dan persamaan konservasi densitas (Haditjar et al., 2020). Pada model Navier-Stokes dengan pendekatan nonhidrostatik, tekanan air laut ( $P$ ) dipecah menjadi dua bagian utama, yaitu: tekanan hidrostatik ( $p$ ) dan tekanan nonhidrostatik ( $q$ )

$$P = p + q. \quad (2.1)$$

Tekanan  $p$  dihitung secara diagnostik dari densitas dan percepatan gravitasi  $g$  seperti pada persamaan berikut

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -(\rho - \rho_o)g. \quad (2.2)$$

Sedangkan tekanan  $q$  dihitung secara prognostik dalam persamaan momentum (implisit). Hal ini karena tekanan  $q$  bergantung terhadap sirkulasi arus.

Persamaan momentum lengkap untuk model nonhidrostatik adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \text{adv}(u) - fv &= \frac{-1}{\rho_o} \frac{\partial(p+q)}{\partial x} + \text{diff}(u) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \text{adv}(v) + fu &= \frac{-1}{\rho_o} \frac{\partial(p+q)}{\partial y} + \text{diff}(v) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \text{adv}(w) &= \frac{-1}{\rho_o} \frac{\partial q}{\partial z} + \text{diff}(w). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dengan  $\text{adv}(\psi) = u \frac{\partial \psi}{\partial x} + v \frac{\partial \psi}{\partial y} + w \frac{\partial \psi}{\partial z}$  adalah persamaan adveksi dan  $\text{diff}(\psi) = \frac{\partial}{\partial x}(A_H \frac{\partial \psi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(A_H \frac{\partial \psi}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(A_Z \frac{\partial \psi}{\partial z})$  adalah persamaan difusi dengan  $A_H$  dan  $A_Z$  koefisien gesekan eddy horizontal dan vertikal. Kecepatan arus dalam sistem koordinat Cartesian 3-D didefinisikan dengan  $u, v$ , dan  $w$ . Waktu didefinisikan dengan  $t$ , parameter Coriolis dengan  $f$ , dan densitas air laut referensi dengan  $\rho_o$ .

Konservasi volume diekspresikan oleh persamaan kontinuitas untuk fluida yang tak termampatkan,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial t} = 0. \quad (2.4)$$

Berdasarkan persamaan kontinuitas 2.4, tekanan dinamis pada lapisan permukaan dapat dihitung dengan persamaan berikut

$$\frac{\partial q_s}{\partial t} = \rho_o g_i \times \left( \frac{(\partial(H\langle u \rangle))}{\partial x} + \frac{(\partial(H\langle v \rangle))}{\partial y} \right) \quad (2.5)$$

dengan  $q_s = \rho_o g \eta$ . Disini  $\rho_o$  adalah densitas air laut referensi, dan  $\eta$  adalah elevasi

permukaan laut,  $H$  adalah total kedalaman laut, dan  $\langle . \rangle$  adalah operator rata-rata vertikal.

Densitas air laut bergantung pada temperatur, salinitas, dan tekanan. Selanjutnya asumsikan bahwa air laut hanya bergantung linear terhadap temperatur dan salinitas, serta difusifitas *eddy* untuk temperatur dan salinitas sama. Persamaan konservasi densitas diberikan oleh,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{adv}(\rho) = \text{diff}(\rho). \quad (2.6)$$

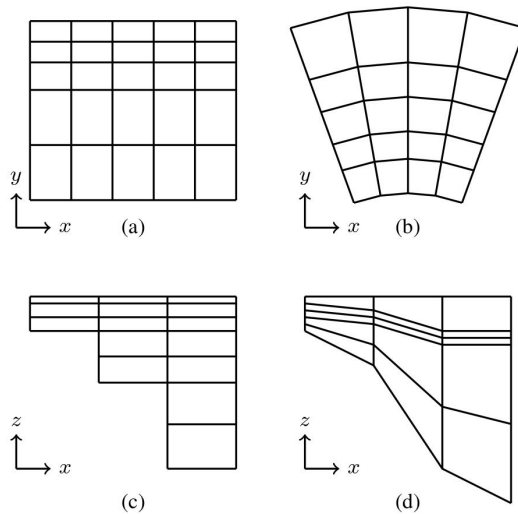
Dalam aplikasinya, persamaan Navier-Stokes tidak hanya digunakan untuk memodelkan laut, tapi juga merambah ke bidang pemodelan cuaca (Rohli & Li, 2021), aliran air dalam pipa (Ouchiha et al., 2012) dan aliran udara di sekitar sayap pesawat (Tulus et al., 2019). Dalam bentuk persamaan lengkap dan simplifikasi, persamaan ini juga dapat digunakan untuk mendesain kereta api (Croquer et al., 2020), pesawat terbang (Chau & Zingg, 2021), dan mobil (Ambarita et al., 2018). Terdapat juga studi tentang aliran darah (Gill et al., 2021), desain stasiun pembangkit listrik (Yang et al., 2019), dan analisis polusi udara (Issakhov et al., 2022).

### 2.2.1. Diskritisasi Numerik

#### Arakawa C grid

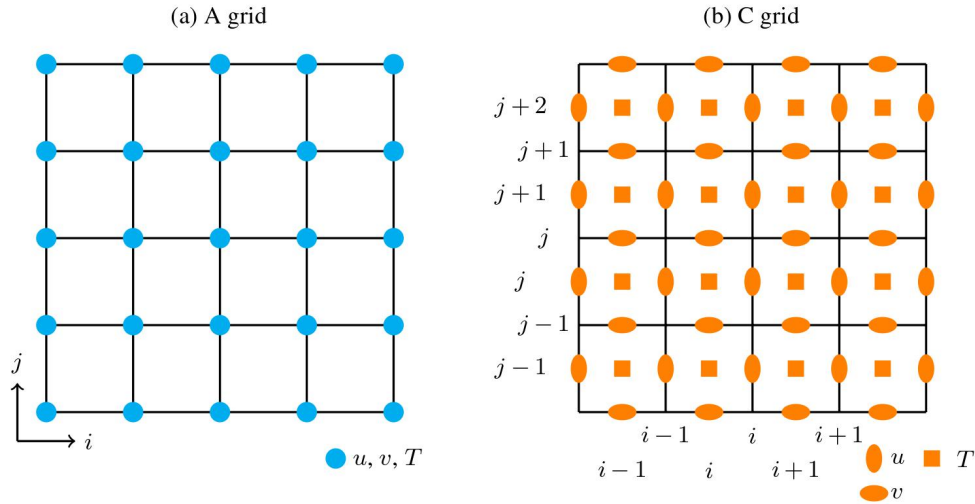
Diskritisasi grid di bidang horizontal dapat dibedakan menjadi grid persegi (*rectilinear*) Gambar 2.2a dan grid lengkung (*curvilinear*) Gambar 2.2b, di bidang vertikal berupa grid level  $z$  ( $z$ -coordinates) Gambar 2.2c dan grid level  $s$  ( $\sigma$ -coordinate) Gambar 2.2d (Delandmeter & van Sebille, 2019).





Gambar 2.2. Diskritisasi grid dalam Parcels. Di bidang horizontal: (a) grid persegi, (b) grid lengkung, di bidang vertikal: (c) grid level  $z$ , (d) grid level  $s$  (Delandmeter & van Sebille, 2019)

Dalam aplikasinya, beberapa software pemodelan laut mengimplementasikan grid bertingkat (*staggered grid*) yang diperkenalkan oleh Arakawa & Lamb, 1977, yaitu grid A, B dan C. Lebih lanjut, antara grid A, dan grid C terdapat perbedaan fundamental yaitu letak penyimpanan simpul variabel (lihat Gambar 2.3), sedangkan grid B dapat dianggap sebagai peralihan dari grid A ke grid C dan perbedaan tipe model grid ini menjadi penting dikarenakan peningkatan kapasitas komputasi yang stabil di banyak pusat pemodelan iklim telah mengantarkan periode transisi untuk model laut global (Barham et al., 2018; Delandmeter & van Sebille, 2019).



Gambar 2.3. Grid Arakawa: (a) Grid A dan (b) Grid C (Delandmeter & van Seville, 2019)

Grid A adalah satu-satunya *unstaggered grid* dalam grid Arakawa dimana variabel-variabelnya (*zonal velocity* ( $u$ ), *meridional velocity* ( $v$ ), *tracers* ( $T$ )) hanya terdapat pada titik sudut grid, berbeda dengan grid C yang berada di sisi dan tengah grid.  $i$  dan  $j$  adalah indeks yang merepresentasikan variabel kolom dan baris dimana variabel disimpan.

### Solusi Nonhidrostatik dari Persamaan Momentum

Tanpa mengurangi keumuman, persamaan 2.3, 2.4, dan 2.5 dapat disimplifikasi menjadi,

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{-1}{\rho_o} \frac{\partial q}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{-1}{\rho_o} \frac{\partial q}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial t} &= \frac{-1}{\rho_o} \frac{\partial q}{\partial z},\end{aligned}\tag{2.7}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial t} = 0,\tag{2.8}$$

dan

$$\frac{\partial q_s}{\partial t} = \rho_o g_i \times \left( \frac{(\partial (H\langle u \rangle))}{\partial x} + \frac{(\partial (H\langle v \rangle))}{\partial y} \right).\tag{2.9}$$

Persamaan ini adalah persamaan lengkap yang mengatur dinamika gelombang gravitasi permukaan linier dalam kerapatan laut yang seragam. Hasilnya adalah lima persamaan diferensial parsial yang digabungkan dengan lima variabel yang tidak diketahui. Persamaan ini menggambarkan dinamika gelombang gravitasi permukaan pendek dan panjang.

Solusi dari tekanan hidrostatik  $q$  dipecah menjadi komponen eksplisit dan implisit sehingga,

$$q \Rightarrow q^n + \Delta q^{n+1}.$$

Dengan Skema beda maju untuk waktu (*time-forward*), bentuk kecepatan  $u, v$  dan  $w$  dapat ditebak,

$$\begin{aligned} u_{i,j,k}^* &= u_{i,j,k}^n - \frac{\Delta t}{\rho_o \Delta x} (q_{i,j,k+1}^n - q_{i,j,k}^n) \\ v_{i,j,k}^* &= v_{i,j,k}^n - \frac{\Delta t}{\rho_o \Delta y} (q_{i,j+1,k}^n - q_{i,j,k}^n) \\ w_{i,j,k}^* &= w_{i,j,k}^n - \frac{\Delta t}{\rho_o \Delta z} (q_{i-1,j,k}^n - q_{i,j,k}^n) \end{aligned} \quad (2.10)$$

dengan  $i, j$  dan  $k$  adalah indeks dalam grid C Arakawa. Karena  $q^{n+1} = q^n + \Delta q^{n+1}$  maka persamaan beda hingga dari persamaan momentum dalam 2.7 dapat dituliskan menjadi,

$$\begin{aligned} u_{i,j,k}^{n+1} &= u_{i,j,k}^* - \frac{\Delta t}{\rho_o \Delta x} (\Delta q_{i,j,k+1}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}) \\ v_{i,j,k}^{n+1} &= v_{i,j,k}^* - \frac{\Delta t}{\rho_o \Delta y} (\Delta q_{i,j+1,k}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}) \\ w_{i,j,k}^{n+1} &= w_{i,j,k}^* - \frac{\Delta t}{\rho_o \Delta z} (\Delta q_{i-1,j,k}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Selanjutnya dari persamaan 2.8 kita tahu bahwa,

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial t} \\ &= \frac{u_{i,j,k+1}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{v_{i,j+1,k}^{n+1} - v_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta y} + \frac{w_{i-1,j,k}^{n+1} - w_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta z}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Asumsikan bahwa nilai yang memenuhi persamaan ini adalah  $u_{i,j,k+1}^{n+1} = u_{i,j,k}^{n+1} = 0, v_{i,j+1,k}^{n+1} = v_{i,j,k}^{n+1} = 0, w_{i-1,j,k}^{n+1} = w_{i,j,k}^{n+1} = 0$ . Akibatnya persamaan 2.11 menjadi,

$$\begin{aligned} u_{i,j,k}^* &= \frac{\Delta t}{\rho_o \Delta x} (\Delta q_{i,j,k+1}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}) \\ v_{i,j,k}^* &= \frac{\Delta t}{\rho_o \Delta y} (\Delta q_{i,j+1,k}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}) \\ w_{i,j,k}^* &= \frac{\Delta t}{\rho_o \Delta z} (\Delta q_{i-1,j,k}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Dengan cara yang sama diperoleh,

$$\begin{aligned}
u_{i,j,k-1}^* &= \frac{\Delta t}{\rho_o \Delta x} (\Delta q_{i,j,k}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k-1}^{n+1}) \\
v_{i,j-1,k}^* &= \frac{\Delta t}{\rho_o \Delta y} (\Delta q_{i,j,k}^{n+1} - \Delta q_{i,j-1,k}^{n+1}) \\
w_{i,j,k-1}^* &= \frac{\Delta t}{\rho_o \Delta z} (\Delta q_{i,j,k}^{n+1} - \Delta q_{i+1,j,k}^{n+1}).
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Kalikan  $\frac{\rho_o}{\Delta t}$  pada persamaan 2.13 dan 2.14 lalu kurangkan persamaan 2.13a dengan 2.14a, 2.13b dengan 2.14b, dan 2.13c dengan 2.14c diperoleh

$$\begin{aligned}
\frac{\rho_o}{\Delta t} (u_{i,j,k}^* - u_{i,j,k-1}^*) &= \frac{\Delta q_{i,j,k+1}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{\Delta q_{i,j,k-1}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta x} \\
\frac{\rho_o}{\Delta t} (v_{i,j,k}^* - v_{i,j-1,k}^*) &= \frac{\Delta q_{i,j+1,k}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta y} + \frac{\Delta q_{i,j-1,k}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta y} \\
\frac{\rho_o}{\Delta t} (w_{i,j,k}^* - w_{i+1,j,k}^*) &= \frac{\Delta q_{i-1,j,k}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta z} + \frac{\Delta q_{i+1,j,k}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta z}.
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Kalikan kedua ruas pada persamaan 2.15a dengan  $\frac{1}{\Delta x \Delta y}$ , persamaan 2.15b dengan  $\frac{1}{(\Delta y)^2}$ , dan persamaan 2.15c dengan  $\frac{1}{\Delta y \Delta z}$  lalu jumlahkan hasil ketiga persamaan tersebut diperoleh,

$$\begin{aligned}
\frac{\rho_o}{\Delta t} \left( \frac{u_{i,j,k}^* - u_{i,j,k-1}^*}{\Delta x \Delta y} + \frac{v_{i,j,k}^* - v_{i,j-1,k}^*}{(\Delta y)^2} + \frac{w_{i,j,k}^* - w_{i+1,j,k}^*}{\Delta y \Delta z} \right) &= \\
&= \frac{\Delta q_{i,j,k+1}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}}{(\Delta x)^2 \Delta y} + \frac{\Delta q_{i,j,k-1}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}}{(\Delta x)^2 \Delta y} + \\
&+ \frac{\Delta q_{i,j+1,k}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}}{(\Delta y)^3} + \frac{\Delta q_{i,j-1,k}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}}{(\Delta y)^3} + \\
&+ \frac{\Delta q_{i-1,j,k}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta y (\Delta z)^2} + \frac{\Delta q_{i+1,j,k}^{n+1} - \Delta q_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta y (\Delta z)^2}.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Selanjutnya hasil persamaan 2.16 dikalikan dengan  $\frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta z}$  menghasilkan persamaan poisson untuk  $\Delta q$  yang bersesuaian,

$$\begin{aligned}
a_e \Delta q_{i,j,k+1}^{n+1} + a_w \Delta q_{i,j,k-1}^{n+1} + a_n \Delta q_{i,j+1,k}^{n+1} + a_s \Delta q_{i,j-1,k}^{n+1} + \\
a_t \Delta q_{i-1,j,k}^{n+1} + a_b \Delta q_{i+1,j,k}^{n+1} - a_o \Delta q_{i,j,k}^{n+1} = q_{i,j,k}^*
\end{aligned} \tag{2.17}$$

dengan nilai-nilai koefisien,

$$\begin{aligned}
a_e &= a_w = \frac{\Delta z}{\Delta x} \\
a_n &= a_s = \frac{\Delta z \Delta x}{(\Delta y)^2} \\
a_e &= a_w = \frac{\Delta x}{\Delta z} \\
a_o &= a_e + a_w + a_n + a_s + a_b + a_t.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Ruas kanan dari 2.17 merepresentasikan divergensi nilai tebakan pertama dari kecepatan,

$$q_{i,j,k}^* = \frac{\rho_o}{\Delta t} \left[ (u_{i,j,k}^* - u_{i,j,k-1}^*) \Delta z + (v_{i,j,k}^* - v_{i,j,k-1}^*) \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + (w_{i,j,k}^* - w_{i,j,k-1}^*) \Delta x \right].$$

Selanjutnya, nilai tebakan pertama dari komponen kecepatan dalam persamaan terakhir dihitung dengan cara,

$$\begin{aligned}
u_{i,j,k}^* &= \cos(\alpha) u_{i,j,k}^n + \sin(\alpha) v_u^n - \Delta t \text{adv}(u) + \Delta t F_u^n \\
v_{i,j,k}^* &= \cos(\alpha) v_{i,j,k}^n - \sin(\alpha) u_v^n - \Delta t \text{adv}(v) + \Delta t F_v^n \\
w_{i,j,k}^* &= w_{i,j,k}^n - \Delta t \text{adv}(w) + \Delta t F_w^n
\end{aligned} \tag{2.19}$$

dengan  $\alpha = \Delta t f$ ,  $u_v$  dan  $v_u$  adalah nilai  $u$  dan  $v$  yang diinterpolasi pada titik grid  $v$  dan  $u$ . Perhatikan bahwa, suku  $\cos(\alpha) u_{i,j,k}^n + \sin(\alpha) v_u^n$  dan  $\cos(\alpha) v_{i,j,k}^n - \sin(\alpha) u_v^n$  merupakan hasil transformasi dari koordinat rotasi dan persamaan beda hingga untuk gaya Coriolis. Nilai  $F_u^n$ ,  $F_v^n$ , dan  $F_w^n$  diberikan oleh,

$$\begin{aligned}
F_u^n &= -\frac{1}{\rho_o \Delta x} (p_{i,j,k+1}^n - p_{i,j,k}^n + q_{i,j,k+1}^n - q_{i,j,k}^n) + \text{diff}(u) \\
F_v^n &= -\frac{1}{\rho_o \Delta y} (p_{i,j+1,k}^n - p_{i,j,k}^n + q_{i,j+1,k}^n - q_{i,j,k}^n) + \text{diff}(v) \\
F_w^n &= -\frac{1}{\rho_o \Delta x} (q_{i-1,j,k}^n - q_{i,j,k}^n) + \text{diff}(w)
\end{aligned} \tag{2.20}$$

dengan  $\text{diff}(u)$ ,  $\text{diff}(v)$ , dan  $\text{diff}(w)$  menunjukkan momentum difusi. Setelah iterasi *Successive Over-Relaxation* (SOR) konvergen untuk akurasi tekanan yang ditentukan,

nilai-nilai komponen kecepatan pada tingkat waktu berikutnya ( $n + 1$ ) diberikan oleh,

$$\begin{aligned} u_{i,j,k}^{n+1} &= u_{i,j,k}^* - \frac{\Delta t}{\rho_o \Delta x} (\Delta q_{i,j,k+1}^r - \Delta q_{i,j,k}^r) \\ v_{i,j,k}^{n+1} &= v_{i,j,k}^* - \frac{\Delta t}{\rho_o \Delta y} (\Delta q_{i,j+1,k}^r - \Delta q_{i,j,k}^r) \\ w_{i,j,k}^{n+1} &= w_{i,j,k}^* - \frac{\Delta t}{\rho_o \Delta z} (\Delta q_{i-1,j,k+1}^r - \Delta q_{i,j,k}^r) \end{aligned} \quad (2.21)$$

dengan indeks  $r$  merujuk pada hasil iterasi SOR. Untuk kasus 3-D, iterasi pada SOR mencakup pembaruan nilai permukaan  $\Delta q$  melalui perhitungan divergensi lateral nilai terintegrasi kedalaman  $u$  dan  $v$ .

### 2.2.2. Kriteria Kestabilan

Kriteria stabilitas CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) terkait dengan adveksi dari properti yang diberikan, dirumuskan sebagai

$$\Delta t \leq \min \left( \frac{\Delta x}{u}, \frac{\Delta y}{v}, \frac{\Delta z}{w} \right). \quad (2.22)$$

Terkait dengan perambatan gelombang gravitasi permukaan, kriteria kestabilan diberikan oleh

$$\Delta t \leq \frac{\min(\Delta x, \Delta y)}{\sqrt{2gh_{max}}} \quad (2.23)$$

dengan  $h_{max}$  adalah kedalaman air maksimum dari domain model.

### 2.3. Model Iklim

Aplikasi deret waktu (*time series*) banyak melibatkan data yang menunjukkan siklus musiman. Contoh yang paling umum digunakan adalah data cuaca. Dalam penelitian Haridhi et al., 2016, model nonlinear regresi (Pers. 2.24) digunakan untuk mengkarakterisasi hubungan antara SST (*sea surface temperature*) dan ND (*net deployment*) - penyebaran jaring nelayan pukat cincin tradisional. Untuk menvalidasi temuan ini, mereka menggunakan persamaan siklus musiman Crawley (2012, p. 793) dan mencari korelasi antara data SST dan data meteorologi. Dilain hal, Ikhwan et al., 2022 dalam penelitiannya mengkaji tentang kedalaman lapisan campuran (MLD) di

laut Andaman menggunakan data salinitas (SSS) dari model 3-D CMEMS (*Copernicus Marine Environment Monitoring Service*). Model iklim digunakan untuk mengidentifikasi dan memvalidasi jumlah musim MLD dalam setahun. Persamaan nonregresi linear (Haridhi et al., 2016) diformulasikan dalam bentuk ,

$$y = b_1 + b_2(\sin(b_3x + b_4)) \quad (2.24)$$

dengan  $b_1$  adalah konstanta pergeseran vertikal,  $b_2$  adalah amplitudo gelombang sinus,  $b_3$  adalah frekuensi,  $x$  adalah variabel waktu, dan  $b_4$  adalah fase. Persamaan untuk siklus musiman (Crawley, 2012, p. 793) diberikan oleh,

$$y = \alpha + \beta \sin(2\pi t) + \gamma \cos(2\pi t) + \epsilon \quad (2.25)$$

dengan  $\alpha$  adalah konstanta pergeseran vertikal,  $\beta$  adalah amplitude dari gelombang sinus,  $\gamma$  adalah amplitude dari gelombang kosinus,  $t$  adalah waktu, dan  $\epsilon$  adalah elemen residual yang mungkin mewakili komponen white-noise tidak beraturan dalam proses yang mendasari data.

Misalkan sebuah titik bergerak dengan kecepatan konstan pada suatu lingkaran dengan jari-jari  $\rho$  dan  $t$  adalah waktu yang dihitung saat jari-jari terhubung dengan titik pusat pada sudut  $\theta$  dibawah sumbu horizontal. Jika titik tersebut diproyeksikan pada sumbu horizontal maka jarak proyeksi dari titik pusat adalah

$$x = \rho \cos(\omega t - \theta) \quad (2.26)$$

dengan  $\rho$  adalah amplitudo,  $\omega$  adalah kecepatan sudut atau frekuensi, dan  $\theta$  adalah perpindahan fase. Gerakan proyeksi bolak-balik sepanjang sumbu horizontal digambarkan sebagai gerak harmonik sederhana.

Kecepatan sudut diukur dalam radian per satuan periode, kuantitas  $2\pi/\omega$  adalah periode siklus. Pergerakan fase, juga diukur dalam radian, menunjukkan sejauh mana fungsi kosinus telah berpindah oleh pergeseran sepanjang waktu. Jadi, alih-alih puncak fungsi terjadi pada waktu  $t = 0$ , seperti yang terjadi pada fungsi kosinus biasa, sekarang terjadi pada waktu  $t = \theta/\omega$ . Selanjutnya perhatikan bahwa

$\cos(A - B) = \cos(A) \cos(B) + \sin(A) \sin(B)$ , akibatnya persamaan 2.26 dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos(\theta) \cos(\omega t) + \rho \sin(\theta) \sin(\omega t) \\ &= \alpha \cos(\omega t) + \beta \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (2.27)$$

dengan

$$\alpha = \rho \cos(\theta), \quad \beta = \rho \sin(\theta), \quad \text{dan} \quad \alpha^2 + \beta^2 = \rho^2$$

### 2.3.1. Siklus Teratur

Sebuah komponen siklus yang tersembunyi di bawah gerakan lain dapat diekstraksi dari urutan data dengan aplikasi langsung dari metode regresi linier. Persamaanya dapat dituliskan dalam bentuk

$$y_t = \alpha c_t(\omega) + \beta s_t(\omega) + e_t; \quad t = 0, \dots, T - 1 \quad (2.28)$$

dengan  $c_t(\omega) = \cos(\omega t)$  dan  $s_t(\omega) = \sin(\omega t)$ . Untuk menghindari perlunya istilah intersep, nilai-nilai variabel dependen harus berupa deviasi terhadap nilai rata-rata. Dalam bentuk matriks, persamaan 2.28 ditulis menjadi

$$y = [c \quad s][\alpha \quad \beta]^T + e \quad (2.29)$$

dengan  $c = [c_0, \dots, c_N]^T$ ,  $s = [s_0, \dots, s_N]^T$  dan  $e = [e_0, \dots, e_N]^T$  adalah vektor dengan  $N$  elemen. Parameter  $\alpha, \beta$  dapat dicari dengan menjalankan regresi untuk nilai  $\omega$  yang beragam dan dengan memilih regresi yang memberikan nilai terendah untuk jumlah sisa kuadrat.

Representasi siklus musim ideal dengan fungsi sinusoidal sederhana mungkin tidak masuk akal. Meskipun demikian, bentuk gelombang dengan sifat yang lebih rumit dapat disintesis dengan menggunakan serangkaian fungsi sinus dan kosinus yang frekuensinya merupakan kelipatan bilangan bulat dari frekuensi musiman dasar. Jika terdapat  $s = 2n$  observasi per tahun, maka model umum untuk fluktuasi musiman akan terdiri dari frekuensi

$$\omega_j = \frac{2\pi j}{s}, \quad j = 0, \dots, n = \frac{s}{2}, \quad (2.30)$$



yang mana sama dengan ruang pada interval  $[0, \pi]$ . Deretan frekuensi seperti ini disebut juga sebagai skala harmonik.

Fluktuasi model musiman terdiri dari kumpulan frekuensi harmonis yang berhubungan yang diformulasikan sebagai,

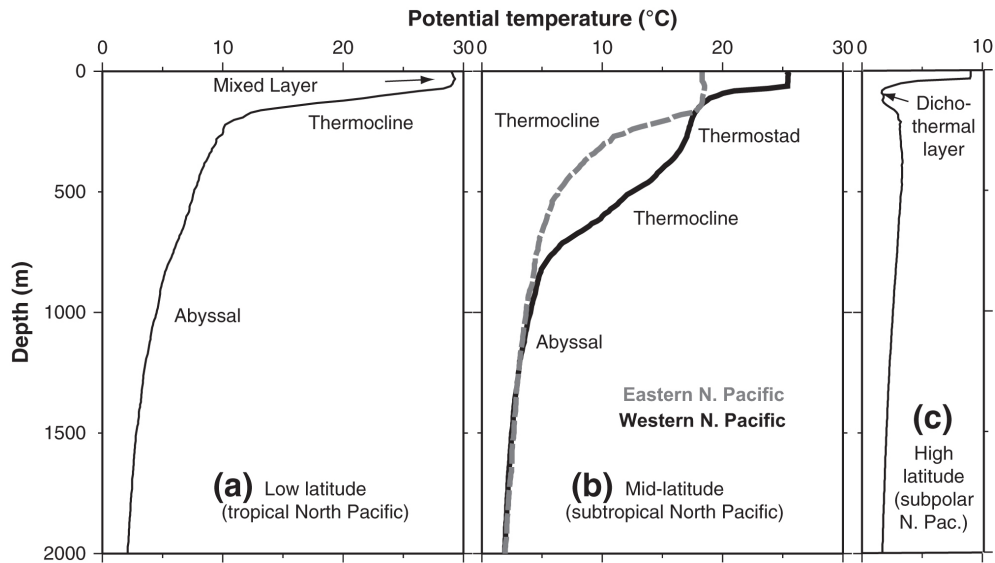
$$y_t = \sum_{j=0}^n \alpha_j \cos(\omega_j t) + \beta_j \sin(\omega_j t) + e_t, \quad (2.31)$$

dengan  $e_t$  adalah elemen residu yang dapat merepresentasikan ketidak beraturan komponen *white-noise* dalam proses yang mendasari data.

### 2.3.2. Siklus Tidak Teratur

## 2.4. Kedalaman Lapisan Campuran

Laut dan atmosfer berinteraksi dengan permukaan lautan. Gaya permukaan dari atmosfer dan matahari menentukan pola keseluruhan dari suhu permukaan laut (SST). SST yang tinggi pada daerah tropis disebabkan oleh pemanasan (sedikit lebih tinggi dari 29°C di daerah tropis yang paling hangat) dan SST yang rendah pada daerah latitude atau lintang tinggi disebabkan oleh pendinginan (sekitar -1.8°C di daerah pembentuk es, dengan variasi musiman terutama terlihat jelas di lintang menengah hingga tinggi). Struktur dari potensial temperatur vertikal dapat dibagi menjadi 3 zona mayor: (1) lapisan campuran (*mixed layer*), (2) lapisan termoklin, dan (3) lapisan abisal. Struktur dari lapisan ini khas untuk daerah lintang rendah dan menengah dengan SST tinggi. Lebih lanjut, 2 zona pertama berada di lapisan paling atas lautan, sedangkan zona temperature yang ketiga berada di lapisan menengah, dalam, dan bawah lautan. Di lintang tinggi di mana SST rendah, struktur ini berbeda, dan dapat memiliki lapisan campuran, suhu minimum vertikal dan maksimum di bawah permukaan laut.



Gambar 2.4. Profil suhu potensial (°C)/kedalaman (m) tipikal untuk laut terbuka di (a) Pasifik Utara bagian barat tropis (5°LU), (b) Pasifik Utara subtropis barat dan timur (24°LU), dan (c) Pasifik Utara subkutub barat (47°LU) (Talley, 2011, p. 71)

Lapisan campuran (*mixed layer* (ML)) adalah lapisan permukaan dengan sifat yang relatif tercampur dengan baik, khususnya di penghujung malam (siklus diurnal) dan di musim dingin (siklus musiman). Pada musim panas di lintang rendah, ML bisa jadi sangat tipis atau bahkan tidak ada sama sekali. Pada musim dingin di lintang menengah hingga tinggi, dan di daerah konveksi dalam yang terisolasi, ML dapat memiliki ketebalan hingga 2000 m. Sebagai tambahan informasi, Lapisan ini bercampur dengan angin dan kehilangan daya apung karena pendinginan atau penguapan (evaporasi) di permukaan laut. ML tidak tercampur oleh pemanasan dan presipitasi di permukaan laut dan oleh sirkulasi di dalam lapisan campuran yang memindahkan air campuran yang berdekatan dengan sifat yang berbeda satu sama lain.

Lapisan termoklin adalah zona vertikal dengan penurunan temperatur yang cepat dengan kedalaman kira-kira 1000 m. Dalam lapisan abisal, antara termoklin dan bawah laut, nilai potensial temperatur menurun secara perlahan. Di lintang tinggi, suhu minimum dekat permukaan (lapisan dikothermal) sering ditemukan, sisa dari lapisan campuran musim dingin yang "tertutup" dengan air yang lebih hangat di musim lain (Gambar 2.4c); suhu maksimum yang mendasari (lapisan mesothermal) dihasilkan dari adveksi air dari lokasi yang agak lebih hangat. Struktur suhu ini stabil karena ada stratifikasi salinitas yang kuat, dengan air tawar di lapisan permukaan. Suhu tipikal

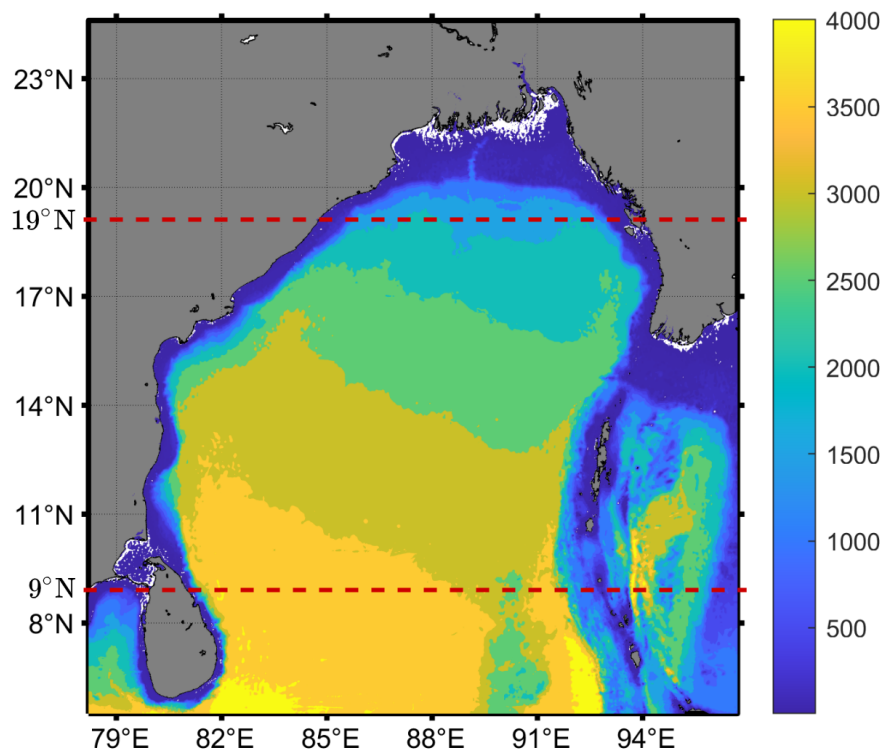
di garis lintang subtropis adalah  $20^{\circ}\text{C}$  di permukaan,  $8^{\circ}\text{C}$  pada 500 m,  $5^{\circ}\text{C}$  pada 1000 m, dan  $1 - 2^{\circ}\text{C}$  pada 4000 m. Semua nilai ini dan bentuk sebenarnya dari profil suhu adalah fungsi dari garis lintang, seperti yang ditunjukkan oleh tiga profil yang berbeda pada Gambar 2.4.

Lebih lanjut, di semua wilayah pemanasan musim semi dan musim panas menghasilkan lapisan hangat tipis yang menutupi lapisan campuran musim dingin. Di daerah subtropis barat serta daerah lain, sering ada dua termoklin dengan lapisan yang kurang berlapis (lebih isothermal) (termostat) di antara keduanya, semuanya di atas 1000 m (Gambar 2.4b). Di beberapa daerah lapisan campuran lain ditemukan di bagian paling bawah ("lapisan batas bawah") dan dapat mencapai ketebalan 100 m.

## BAB III METODOLOGI PENELITIAN

### 3.1. Domain Penelitian

Domain penelitian meliputi wilayah BoB, perairan Andaman, dan samudra Hindia dengan koordinat  $5.5^{\circ} - 24.6^{\circ}$  LU dan  $78.2^{\circ} - 96.7^{\circ}$  BT (lihat Gambar 3.1). Data batimetri untuk domain penelitian diperoleh dari SRTM15+ (<https://topex.ucsd.edu/>) - kisi elevasi global yang diperbarui pada interval pengambilan sampel spasial 15 arc-second (ukuran piksel  $\sim 500 \times 500$  m di ekuator) (Tozer et al., 2019). Penelitian dilakukan dengan mengkaji variabilitas lapisan vertikal berdasarkan data meteorology di dua latitude terpisah yakni, di sebelah selatan domain pada latitude  $9^{\circ}$ N dan di sebelah utara domain pada latitude  $19^{\circ}$ N.



Gambar 3.1. Data batimetri domain model BoB, dicuplik dari SRTM15+

### 3.2. Data Penelitian

#### 3.2.1. Data Oseanografi

Data oseanografi yang digunakan adalah data elevasi dan arus permukaan, serta data temperature dari HYCOM (*HYbrid Coordinate Ocean Model*) yang merupakan salah satu model sirkulasi laut (OGCM) yang menggunakan model numerik tiga dimensi Navier-Stokes dengan input data batimetri dari GEBCO (*General Bathymetric Chart of the Oceans*), data asimilasi hidrografi laut dari NCODA (*Navy Coupled Ocean Data Assimilation*) dan komponen meteorologi dari NCEP (*National Centers for Environmental Prediction*) ataupun NAVGEM (*The NAVy Global Environmental Model*) berupa angin, kecepatan, fluks panas, tekanan permukaan laut, presipitasi, temperature, dan kelembapan (Metzger, J. & Wallcraft, A., 2013). Koordinat vertikal dalam HYCOM adalah isopiknal di lautan terbuka yang terstratifikasi dan memiliki transisi yang mulus dan dinamis serta bergantung terhadap waktu pada medan daerah pesisir yang dangkal dan pada tingkat tekanan tetap di lapisan campuran permukaan atau lautan yang tidak terstratifikasi (Chassignet & Xu, 2017; Park & Xu, 2013).

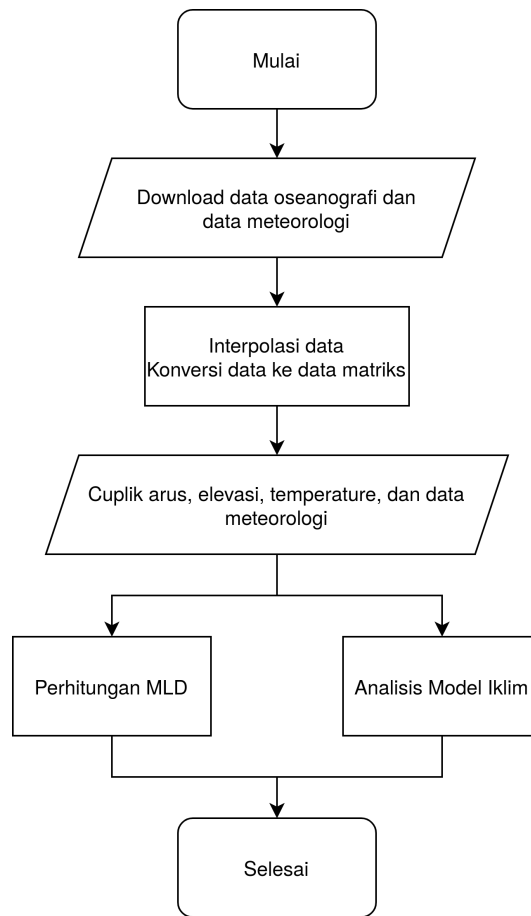
Untuk data temperature HYCOM, data yang digunakan adalah data analisis global dengan resolusi spasial 5 menit untuk longitude dan 2.5 menit untuk latitude selama 12 bulan (Januari - Desember) tahun 2021 dan dengan ketebalan bervariasi pada bidang vertikal, yaitu 40-lapisan ( $k \in [1, 40]$ ):

$$z_k = \{0.0, 2.0, 4.0, 6.0, 8.0, 10.0, 12.0, 15.0, 20.0, 25.0, 30.0, 35.0, 40.0, 45.0, 50.0, 60.0, 70.0, 80.0, 90.0, 100.0, 125.0, 150.0, 200.0, 250.0, 300.0, 350.0, 400.0, 500.0, 600.0, 700.0, 800.0, 900.0, 1000.0, 1250.0, 1500.0, 2000.0, 2500.0, 3000.0, 4000.0, 5000.0\}(m).$$

#### 3.2.2. Data Meteorologi

Data meteorologi yang digunakan adalah data reanalysis NCEP/NCAR per 6 jam (<https://psl.noaa.gov/data/gridded/data.ncep.reanalysis.html>) selama 20 tahun dari tahun 2002 sampai 2021 untuk 6 parameter yaitu: 2m air temperature, 2m specific humidity, convective precipitation rate, sea level pressure, wind stress U, dan wind stress V.

### 3.3. Prosedur Penelitian



Gambar 3.2. Diagram alir penelitian

Prosedur penelitian mengikuti diagram alir pada Gambar 3.2. Data-data terkait penelitian didownload terlebih dahulu kemudian diinterpolasi untuk memenuhi data yang kosong serta untuk memperoleh resolusi spasial yang lebih detail. Selanjutnya data hasil interpolasi kemudian dibaca dan di konversi ke dalam data matriks pada MATLAB. Hasilnya adalah peta arus, elevasi, temperature, dan data meteorologi. Peta temperature kemudian diobservasi untuk menentukan kedalaman lapisan campuran selama 12 bulan. Sebagai verifikasi atas observasi kedalaman lapisan campuran, akan dilakukan analisis model iklim terhadap data meteorologi (2m air temperature, 2m specific humidity, convective precipitation rate, sea level pressure, wind stress U, dan wind stress V) selama 20 tahun dari tahun 2002 sampai 2021.

## DAFTAR PUSTAKA

- Akhter, S., Qiao, F., Wu, K., Yin, X., Chowdhury, K. A., Ahmed, M. K., & Kamal, A. M. (2022, apr). Spatiotemporal variations of the thermohaline structure and cyclonic response in the northern Bay of Bengal: The evaluation of a global ocean forecasting system. *Journal of Sea Research*, 182, 102188. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1385110122000260> doi: 10.1016/j.seares.2022.102188
- Alves, M., Oliveira, P., & Pinho, F. (2021, jan). Numerical Methods for Viscoelastic Fluid Flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 53(1), 509–541. Retrieved from <https://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev-fluid-010719-060107> doi: 10.1146/annurev-fluid-010719-060107
- Ambarita, H., Siregar, M. R., & Kawai, H. (2018, mar). Study on aerodynamics characteristics an urban concept car for energy-efficient race. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 343(1), 012025. Retrieved from <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/343/1/012025> doi: 10.1088/1757-899X/343/1/012025
- Arakawa, A., & Lamb, V. R. (1977). Computational Design of the Basic Dynamical Processes of the UCLA General Circulation Model. In (pp. 173–265). Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9780124608177500094> doi: 10.1016/B978-0-12-460817-7.50009-4
- Barham, W., Bachman, S., & Grooms, I. (2018, may). Some effects of horizontal discretization on linear baroclinic and symmetric instabilities. *Ocean Modelling*, 125, 106–116. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1463500318301008> doi: 10.1016/j.ocemod.2018.03.004
- Buckley, J. M., Mingels, B., & Tandon, A. (2020, feb). The impact of lateral advection on SST and SSS in the northern Bay of Bengal during 2015. *Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography*, 172, 104653. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0967064519300906> doi: 10.1016/j.dsr2.2019.104653
- Chassignet, E. P., & Xu, X. (2017, aug). Impact of Horizontal Resolution ( $1/12^\circ$  to  $1/50^\circ$ ) on Gulf Stream Separation, Penetration, and Variability. *Journal of Physical Oceanography*, 47(8), 1999–2021. Retrieved from <https://journals.ametsoc.org/view/journals/phoc/47/8/jpo-d-17-0031.1.xml> doi: 10.1175/JPO-D-17-0031.1
- Chau, T., & Zingg, D. W. (2021). Aerodynamic Optimization of a Transonic Strut-Braced-Wing Regional Aircraft Based on the Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations. In *Aiaa aviation and aeronautics forum and exposition, aiaa aviation forum 2021*. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, AIAA. Retrieved from <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2021-2526> doi: 10.2514/6.2021-2526
- Chowdhury, K. A., Jiang, W., Liu, G., Ahmed, M. K., & Akhter, S. (2021, nov). Dominant physical-biogeochemical drivers for the seasonal variations in the surface chlorophyll-a and subsurface chlorophyll-a maximum in the

- Bay of Bengal. *Regional Studies in Marine Science*, 48, 102022. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S235248552100414X> doi: 10.1016/j.rsma.2021.102022
- Crawley, M. J. (2012). *The r book*. John Wiley & Sons.
- Croquer, S., Fellouah, H., & Poncet, S. (2020, jul). Aerodynamic Performance of Different Metro Train Geometries through a Straight Tunnel Based on Steady and Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes Modeling. *SAE Technical Papers, 2020-January*, 91–104. Retrieved from <https://www.sae.org/publications/technical-papers/content/2020-01-5068/> doi: 10.4271/2020-01-5068
- Dandapat, S., Gnanaseelan, C., & Parekh, A. (2020, feb). Impact of excess and deficit river runoff on Bay of Bengal upper ocean characteristics using an ocean general circulation model. *Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography*, 172, 104714. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0967064519300888> doi: 10.1016/j.dsr2.2019.104714
- Das, K., Acharya, N., & Kundu, P. K. (2018, may). Influence of Variable Fluid Properties on Nanofluid Flow over a Wedge with Surface Slip. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 43(5), 2119–2131. Retrieved from <http://link.springer.com/10.1007/s13369-017-2499-x> doi: 10.1007/s13369-017-2499-x
- Delandmeter, P., & van Sebille, E. (2019, aug). The Parcels v2.0 Lagrangian framework: new field interpolation schemes. *Geoscientific Model Development*, 12(8), 3571–3584. Retrieved from <https://gmd.copernicus.org/articles/12/3571/2019/> doi: 10.5194/gmd-12-3571-2019
- Gill, H., Fernandes, J., Chehab, O., Prendergast, B., Redwood, S., Chiribiri, A., ... Lamata, P. (2021, dec). Evaluation of aortic stenosis: From Bernoulli and Doppler to Navier-Stokes. *Trends in Cardiovascular Medicine*. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1050173821001468> doi: 10.1016/j.tcm.2021.12.003
- Haditjar, Y., Putri, M. R., Ismail, N., Muchlisin, Z. A., Ikhwan, M., & Rizal, S. (2020, sep). Numerical study of tides in the Malacca Strait with a 3-D model. *Heliyon*, 6(9), e04828. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2405844020316716> doi: 10.1016/j.heliyon.2020.e04828
- Haridhi, H. A., Nanda, M., Wilson, C. R., & Rizal, S. (2016, nov). Preliminary study of the sea surface temperature (SST) at fishing ground locations based on the net deployment of traditional purse-seine boats in the northern waters of Aceh - A community-based data collection approach. *Regional Studies in Marine Science*, 8, 114–121. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2352485516302146> doi: 10.1016/j.rsma.2016.10.002
- Ikhwan, M., Haditjar, Y., Wafdan, R., Ramli, M., Muchlisin, Z. A., & Rizal, S. (2022, feb). Seasonal variability of mixed layer depth in the Andaman Sea. *International Journal of Environmental Science and Technology*, 1–10. Retrieved from <https://link.springer.com/10.1007/s13762-022-03976-5> doi: 10.1007/s13762-022-03976-5



- Issakhov, A., Tursynzhanova, A., & Abylkassymova, A. (2022, may). Numerical study of air pollution exposure in idealized urban street canyons: Porous and solid barriers. *Urban Climate*, 43, 101112. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S221209552200030X> doi: 10.1016/j.uclim.2022.101112
- Jain, V., Shankar, D., Vinayachandran, P., Mukherjee, A., & Amol, P. (2021, dec). Role of ocean dynamics in the evolution of mixed-layer temperature in the Bay of Bengal during the summer monsoon. *Ocean Modelling*, 168, 101895. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1463500321001487> doi: 10.1016/j.ocemod.2021.101895
- Jana, S., Gangopadhyay, A., Lermusiaux, P. F., Chakraborty, A., Sil, S., & Haley, P. J. (2018, nov). Sensitivity of the Bay of Bengal upper ocean to different winds and river input conditions. *Journal of Marine Systems*, 187, 206–222. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0924796318300423> doi: 10.1016/j.jmarsys.2018.08.001
- Jyothibabu, R., Karnan, C., Arunpandi, N., Santhi Krishnan, S., Balachandran, K., & Sahu, K. (2021, feb). Significantly dominant warm-core eddies: An ecological indicator of the basin-scale low biological production in the Bay of Bengal. *Ecological Indicators*, 121, 107016. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1470160X20309559> doi: 10.1016/j.ecolind.2020.107016
- Kantha, L., Weller, R. A., Farrar, J. T., Rahaman, H., & Jampana, V. (2019, oct). A note on modeling mixing in the upper layers of the Bay of Bengal: Importance of water type, water column structure and precipitation. *Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography*, 168, 104643. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0967064519300657> doi: 10.1016/j.dsr2.2019.104643
- Khan, M. I., Hayat, T., Khan, M. I., Waqas, M., & Alsaedi, A. (2019, feb). Numerical simulation of hydromagnetic mixed convective radiative slip flow with variable fluid properties: A mathematical model for entropy generation. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 125, 153–164. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022369718325186> doi: 10.1016/j.jpcs.2018.10.015
- Kumar, B. P., D'Asaro, E., Suresh kumar, N., & Ravichandran, M. (2019, oct). Widespread cooling of the Bay of Bengal by tropical storm Roanu. *Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography*, 168, 104652. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0967064518303163> doi: 10.1016/j.dsr2.2019.104652
- Masud-Ul-Alam, M., Khan, M. A. I., Barrett, B. S., Rivero-Calle, S., Golder, M. R., & Rouf, M. A. (2022, jun). Spatial variability of the winter thermal inversion in the northern Bay of Bengal. *Regional Studies in Marine Science*, 53, 102417. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2352485522001311> doi: 10.1016/j.rsma.2022.102417
- Metzger, J. & Wallcraft, A. (2013). *The Switchover from NOGAPS to NAVGEM 1.1 Atmospheric Forcing in GOFS and ACNFS* (Tech. Rep.). Retrieved from [https://www.hycom.org/attachments/377\\_NRLMR-9486.pdf](https://www.hycom.org/attachments/377_NRLMR-9486.pdf)

- Narvekar, J., & Prasanna Kumar, S. (2006, may). Seasonal variability of the mixed layer in the central Bay of Bengal and associated changes in nutrients and chlorophyll. *Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers*, 53(5), 820–835. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0967063706000513> doi: 10.1016/j.dsr.2006.01.012
- Ouchiha, Z., Loraud, J. C., Ghezal, A., Kessal, M., Benzaoui, A., & Ghiaasiaan, S. M. (2012, apr). An investigation of highly pressurized transient fluid flow in pipelines. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 92, 106–114. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0308016111001645> doi: 10.1016/j.ijpvp.2011.11.006
- Parida, C., Lotliker, A. A., Roy, R., & Vinayachandran, P. (2022, feb). Radiant heating rate associated with chlorophyll dynamics in upper ocean of Southern Bay of Bengal: A case study during Bay of Bengal Boundary Layer Experiment. *Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography*, 196, 105026. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S096706452200011X> doi: 10.1016/j.dsr2.2022.105026
- Park, S. K., & Xu, L. (2013). *Data Assimilation for Atmospheric, Oceanic and Hydrologic Applications (Vol. II)* (Vol. II; S. K. Park & L. Xu, Eds.). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. Retrieved from <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-35088-7> doi: 10.1007/978-3-642-35088-7
- Rafiq, T., Mustafa, M., & Farooq, M. A. (2019, nov). Numerical assessment of Bödewadt flow and heat transfer over a permeable disk with variable fluid properties. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 534, 122138. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378437119312427> doi: 10.1016/j.physa.2019.122138
- Rohli, R. V., & Li, C. (2021). The seven basic equations in weather forecasting models. In *Meteorology for coastal scientists* (pp. 171–185). Cham: Springer International Publishing. Retrieved from [https://doi.org/10.1007/978-3-030-73093-2\\_18](https://doi.org/10.1007/978-3-030-73093-2_18) doi: 10.1007/978-3-030-73093-2\_18
- Sadhukhan, B., Chakraborty, A., & Kumar, A. (2021, mar). Role of external forcing on the seasonal and interannual variability of mixed layer depth over the Bay of Bengal using reanalysis datasets during 1980-2015. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, 93, 101200. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377026520301585> doi: 10.1016/j.dynatmoce.2020.101200
- Seo, H., Subramanian, A. C., Song, H., & Chowdary, J. S. (2019, oct). Coupled effects of ocean current on wind stress in the Bay of Bengal: Eddy energetics and upper ocean stratification. *Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography*, 168, 104617. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S096706451930061X> doi: 10.1016/j.dsr2.2019.07.005
- Shroyer, E. L., Gordon, A. L., Jaeger, G. S., Freilich, M., Waterhouse, A. F., Farrar, J. T., ... Mahadevan, A. (2020, feb). Upper layer thermohaline structure of the Bay of Bengal during the 2013 northeast monsoon. *Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography*, 172, 104630. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0967064519300748> doi: 10.1016/j.dsr2.2019.07.018

- Srivastava, A., Dwivedi, S., & Mishra, A. K. (2018, apr). Investigating the role of air-sea forcing on the variability of hydrography, circulation, and mixed layer depth in the Arabian Sea and Bay of Bengal. *Oceanologia*, 60(2), 169–186. Retrieved from <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0078323417300957> doi: 10.1016/j.oceano.2017.10.001
- Talley, L. D. (2011). *Descriptive physical oceanography: an introduction*. Academic press.
- Torraco, R. J. (2016, jul). Writing Integrative Reviews of the Literature. *International Journal of Adult Vocational Education and Technology*, 7(3), 62–70. Retrieved from <https://services.igi-global.com/resolvedoi/resolve.aspx?doi=10.4018/IJAVET.2016070106> doi: 10.4018/IJAVET.2016070106
- Tozer, B., Sandwell, D. T., Smith, W. H. F., Olson, C., Beale, J. R., & Wessel, P. (2019, oct). Global Bathymetry and Topography at 15 Arc Sec: SRTM15+. *Earth and Space Science*, 6(10), 1847–1864. Retrieved from <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2019EA000658> doi: 10.1029/2019EA000658
- Tulus, Khairani, C., Marpaung, T. J., & Suriati. (2019, nov). Computational Analysis of Fluid Behaviour Around Airfoil with Navier-Stokes Equation. In *Journal of physics: Conference series* (Vol. 1376, p. 012003). IOP Publishing. Retrieved from <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1376/1/012003> doi: 10.1088/1742-6596/1376/1/012003
- Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (2007). *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. Pearson education.
- Yang, D. D., Luo, X. W., Liu, D. M., Huang, R. F., & Zhu, Z. C. (2019, sep). Unstable flow characteristics in a pump-turbine simulated by a modified Partially-Averaged Navier-Stokes method. *Science China Technological Sciences*, 62(3), 406–416. Retrieved from <https://link.springer.com/article/10.1007/s11431-017-9259-3> doi: 10.1007/s11431-017-9259-3