

建模背景

在新产品进入市场初期，了解和预测其市场渗透率的变化趋势对于制定营销策略、资源配置和销售预期管理具有重要意义。为了捕捉产品在市场中随时间扩散的动态过程，我们构建了一个基于时间步的差分方程模型，用于模拟市场渗透率的增长。该模型综合考虑了产品的自然扩散效应以及广告投入对扩散速度的促进作用。通过调节模型参数，可以适应不同市场环境和产品推广策略，从而为市场推广决策提供定量支持。

建模公式

市场渗透率的演化过程由以下一阶非线性差分方程描述：

$$p_t = p_{t-1} + \alpha \cdot (1 - p_{t-1}) \cdot (1 - e^{-\beta \cdot ad_budget})$$

其中：

- p_t 表示第 t 个时间步的市场渗透率；
- α 为自然扩散系数，反映产品在无广告干预下的扩散能力；
- β 为广告影响系数，衡量广告预算对扩散速度的增强程度；
- ad_budget 表示当前时间步的广告投入预算。

该模型假设市场中尚未采用产品的用户比例（即 $1 - p_{t-1}$ ）是潜在的新增用户池，广告投入能够加速从该潜在用户池中获取新用户的过程。