

建模背景

在文化传媒领域，品牌传播的影响力增长是一个关键的研究与实践方向。为了更好地理解和预测品牌在市场中的认知度变化趋势，构建一个数学模型来刻画其动态演化过程具有重要意义。本模型聚焦于品牌影响力随时间的增长行为，采用连续时间动态系统的方法，构建一个基于微分方程的传播模型。

品牌影响力通常呈现出初期增长缓慢、中期快速扩散、后期趋于饱和的特征。这种增长模式与生物种群在有限资源环境下的增长规律相似。因此，我们引入经典的Logistic增长模型，用于刻画品牌影响力在时间维度上的演变过程。该模型能够有效反映品牌传播过程中的自限性增长机制，适用于广告投放、社交媒体传播、用户口碑扩散等场景下的影响力预测。

建模公式

模型的动态演化由以下常微分方程描述：

$$\frac{dy}{dt} = r \cdot y \cdot \left(1 - \frac{y}{K}\right)$$

其中，\$ y \$ 表示在时间 \$ t \$ 时的品牌影响力强度，\$ r \$ 为增长率参数，反映品牌传播的速度，\$ K \$ 为系统所能承载的最大影响力，代表市场或受众的饱和上限。

该微分方程的解析解如下：

$$y(t) = \frac{K \cdot y_0}{y_0 + (K - y_0) \cdot e^{-rt}}$$

其中 \$y_0\$ 表示初始时刻的品牌影响力。通过该模型，可以预测品牌在不同时间点的影响力水平，为制定传播策略、评估传播效果提供量化依据。