

建模背景

在工程和物理领域，热传导现象广泛存在。为了描述一维细杆中温度随时间和空间的演化过程，我们采用热传导方程作为基础模型。该问题设定初始温度分布为正弦函数形式，并在边界上设定为齐次狄利克雷条件（即两端温度恒为零）。通过解析方法求解该偏微分方程，可以得到温度场的闭合表达式，从而避免复杂的数值计算过程。在此基础上，我们进一步简化模型，固定空间位置为杆的中点 ($x = 0.5$)，仅以时间为输入变量，构建一个面向特定应用场景的函数接口，用于快速预测该点的温度变化行为。

建模公式

$$T(x, t) = e^{-\pi^2 t} \cdot \sin(\pi x)$$

其中， T 表示温度， x 为位置变量， t 为时间。该解析解严格满足热传导方程、初始条件及边界条件，适用于描述具有周期性初始分布的热扩散过程。在实际调用中， x 被固定为 0.5，函数输出即为该点在时间 t 时的温度值。