

建模背景

在城市交通系统中，交通流的动态演化对交通管理和道路规划具有重要意义。为了定量描述道路上车辆密度随时间的变化过程，可以建立基于连续介质假设的交通流模型。该类模型将交通流视为一种具有守恒特性的连续介质流体，通过描述交通密度、流量与速度之间的关系，刻画交通状态的时空演化规律。该方法广泛应用于交通拥堵预测、通行效率分析以及智能交通系统的设计中。

本模型采用经典的Lighthill–Whitham–Richards (LWR) 模型框架，结合线性速度–密度关系，构建一个描述交通密度时间变化率的偏微分方程模型。该建模方法适用于宏观层面的交通流分析，能够有效捕捉交通波的传播行为以及密度在空间上的变化趋势。

建模公式

模型基于交通流守恒原理，其基本控制方程为：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

其中， $\rho(x, t)$ 表示在位置 x 和时间 t 处的交通密度， $q(x, t)$

为交通流量，定义为单位时间内通过某一道路断面的车辆数。

速度-密度关系采用线性形式：

$$v(\rho) = v_{\max} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right)$$

从而流量可表示为：

$$q(\rho) = \rho \cdot v(\rho)$$

将上述关系代入守恒方程，可得交通密度变化率的表达式：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[\rho \cdot v_{\max} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right) \right]$$

该模型揭示了交通密度随时间和空间的变化机制，为后续交通状态预测与控制策略制定提供了理论依据。