

## 建模背景

在房地产市场中，房价的动态变化受到多种因素的综合影响，其中供需关系和市场发展时间是两个关键变量。随着城市化进程的推进和经济环境的变化，房地产市场呈现出非线性、动态性和时变性的特征。为了更准确地刻画房价增长率的变化趋势，有必要建立一个能够反映时间演化和市场供需影响的数学模型。

本模型旨在通过一阶常微分方程的形式，描述房价增长率随时间演进和供需关系变化的动态行为。增长率被设定为两个驱动因素的函数：一是时间因子，反映市场逐渐趋于稳定的过程；二是供需因子，体现市场中需求与供给之间的相对关系。该模型适用于对房地产市场进行趋势分析、政策评估以及未来房价预测的初步建模。

## 建模公式

房价增长率的变化率由以下微分方程描述：

$$\frac{dP}{dt} = \alpha \cdot (1 - e^{-\beta \cdot t}) \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \text{ratio}}\right)$$

其中：

- $P$  表示房价；
- $t$  是时间变量，单位为年；
- $\text{ratio}$  为市场供需比，定义为需求与供给的比值；

- $\beta$  为最大潜在增长率，反映市场活跃度的上限；
- $\alpha$  为时间衰减系数，控制市场随时间趋于稳定的速率。

该模型通过引入指数衰减形式的时间因子，捕捉市场初期增长较快、后期趋于平稳的特性；同时，通过有界单调递增的供需函数，反映供需失衡对房价增长的推动作用。整体模型具有良好的解释性和可扩展性，可作为进一步构建房价预测系统的基础。