

## 建模背景

在建筑工程中，评估结构在长期载荷作用下的稳定性是确保其耐久性和安全性的重要环节。随着时间推移，材料性能会因环境、应力和化学作用等因素发生衰减，从而影响整体结构的稳定性。为此，建立一个能够反映时间累积效应的数学模型，有助于预测结构在长期使用过程中的性能变化，并为设计和维护提供理论依据。

本模型通过引入载荷强度、持续时间和材料衰减系数三个关键参数，构建了一个能够反映时间累积效应的积分方程模型。该模型输出的结构稳定性指标（Stability Index, SI）可用于比较不同结构或材料在相同载荷与时间条件下的稳定性表现，为工程决策提供量化依据。

## 建模公式

模型采用如下积分形式表达结构在时间累积效应下的响应行为：

$$SI = \int_0^T \frac{L}{1 + k \cdot t} dt$$

其中：

- \$ L \$ 表示施加在结构上的载荷强度（单位：kN/m<sup>2</sup>）；
- \$ T \$ 表示载荷持续作用的时间（单位：年）；

- \$ k \$ 为材料衰减系数，反映材料性能随时间退化的速率（单位：1/年）；
- \$ SI \$ 为结构稳定性指标，该值越大表示结构在长期载荷下的稳定性越强。

通过数学推导可得该积分的解析解为：

$$SI = \frac{L}{k} \cdot \ln(1 + k \cdot T)$$

该模型综合考虑了载荷作用的时间累积效应和材料性能的非线性退化过程，能够有效模拟结构在长期服役过程中的稳定性变化趋势。