

## 建模背景

在生态学、社会学和经济学中，人口增长的动态变化是一个核心研究问题。为了更准确地描述有限资源环境下的种群增长，Logistic 增长模型被广泛应用于刻画具有环境承载力限制的群体增长过程。该模型相较于简单的指数增长模型，能够更好地反映现实中由于资源竞争导致的增长速率下降现象。本模型以初始人口数量、固有增长率和环境承载力为输入变量，通过解析解的形式对时间  $t$  的人口数量进行预测，适用于中长期人口趋势的模拟与分析。

## 建模公式

模型基于经典的 Logistic 微分方程，其解析解表达式如下：

$$P(t) = \frac{K}{1 + \left(\frac{K-P_0}{P_0}\right) \cdot e^{-r \cdot t}}$$

其中：

- $P(t)$ : 表示在时间  $t$  时的人口数量
- $P_0$ : 初始时刻的人口数量
- $r$ : 种群的固有增长率
- $K$ : 环境承载力，即系统所能支撑的最大人口容量

- $t$ : 时间变量，以年为单位

该公式描述了在资源受限条件下，人口从初始值逐步趋近于环境承载力的动态过程，体现了增长初期的加速、中期的减速以及最终趋于稳定的特征。