建模背景

在物理、工程及应用数学领域中，偏微分方程（PDE）被广泛用于描述随空间和时间变化的连续介质系统，如热传导、扩散、流体流动等现象。本模型聚焦于一个简化的稳态扩散过程，其数学形式可归结为一个二阶常微分方程，代表了在均匀介质中物理量（如温度或浓度）的空间分布规律。该问题可视为亥姆霍兹方程的一维特例，适用于周期性边界条件下的波动型解结构。

建模公式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -k \cdot u$$

该方程的解析解具有振荡特性，其通解由三角函数线性组合构成。在本建模中，选取余弦函数作为输出形式，以体现对称边界条件下的典型响应，具体表达为：

$$u(x, k) = \cos(\sqrt{k} \cdot x)$$

其中，$ x $ 表示空间坐标，$ k $
为与扩散或波动特性相关联的正参数。该函数形式能够有效反映在给定参数 $ k $
下，物理量在空间中的周期性变化行为。