

## 建模背景

在交通运输领域，交通流的动态演化是理解道路拥堵、通行效率以及交通控制策略设计的重要基础。为了描述车辆在道路上的分布及其随时间和空间的变化，采用连续介质模型是一种常见且有效的方法。该模型将交通流视为类似于流体力学中的连续介质，从而可以使用偏微分方程进行建模与分析。

本模型基于Lighthill–Whitham–Richards (LWR) 模型

，它是一个经典的宏观交通流模型，能够描述交通密度在空间与时间上的演化过程。该模型的核心思想是守恒律，即道路上车辆数量的变化率等于流入与流出流量的差值。在本建模中，进一步假设车辆速度是交通密度的线性递减函数，反映了随着道路上车辆密度增加，车辆行驶速度相应下降的实际交通现象。

## 建模公式

模型的基本守恒方程为：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho v_{\max} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right) \right] = 0$$

其中：

- $\rho(x, t)$  表示在位置  $x$  和时间  $t$

处的交通密度；

- $v_{\max}$  是车辆在自由流状态下的最大行驶速度；
- $\rho_{\max}$

是道路上车辆完全拥堵时的密度上限。

该方程描述了交通密度随时间和空间的变化规律，通过求解该偏微分方程，可以预测交通流在不同条件下的演化趋势，为交通管理和调控提供理论依据。