

## 建模背景

在食品加工过程中，温度分布的动态变化对产品质量和安全性具有重要影响。为了准确预测食品内部的温度变化，需建立合理的物理模型以描述热量在时间和空间上的传递过程。本模型聚焦于一维热传导过程，适用于描述均匀介质在加热或冷却过程中温度场的演化。通过建立偏微分方程模型，可以有效分析不同空间位置和时间点的温度响应，同时考虑材料的热扩散性能。

## 建模公式

描述该过程的基本控制方程为一维非稳态热传导方程：

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

其中  $T(x, t)$  表示在位置  $x$  和时间  $t$

处的温度， $\alpha$

为热扩散系数，表征材料导热能力与热惯性的综合效应。

在此基础上，结合特定初始条件和边界条件，可获得温度场的解析近似解：

$$T(x, t; \alpha) = T_0 \cdot e^{-\alpha\pi^2t} \cdot \cos(\pi x)$$

其中  $T_0$  为初始温度，用于描述初始时刻的温度分布状态。该解析表达式可

用于预测食品材料在不同时间、空间位置及热扩散系数下的温度响应，为食品加工过程中的热控制与优化提供理论支持。