

建模背景

在畜牧业中，了解营养物质在动物体内的分布与代谢过程对于优化饲料配方、提升饲养效率具有重要意义。为此，建立了一个简化的数学模型，用于描述某种营养物质在牛体内随时间变化的浓度分布。该模型将营养物质的传输过程近似为一维扩散问题，模拟其在血液或组织中的扩散行为，从而为后续生理动力学研究提供理论基础。

通过将复杂的生物传输过程简化为扩散主导的一维系统，可以有效降低模型复杂度，同时保留其主要动态特征。该模型适用于初步分析营养物质在体内的变化趋势，并可作为进一步构建更复杂生理模型的基础。

建模公式

模型采用一维热传导方程来描述营养物质的扩散过程：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

其中 \$ C(x, t) \$ 表示在位置 \$ x \$ 和时间 \$ t \$

处的营养物质浓度，\$ D \$ 为扩散系数，用于刻画物质在体内扩散的速率。

初始条件设定为：

$$C(x, 0) = C_0 \cdot \sin(\pi x)$$

边界条件为：

$$C(0, t) = C(1, t) = 0$$

该问题的解析解为：

$$C(x, t) = C_0 \cdot e^{-D\pi^2 t} \cdot \sin(\pi x)$$

本模型在固定空间位置 $x = 0.5$

的条件下，研究浓度随时间的变化趋势，从而得到营养物质在体内动态分布的简化描述。