

## 建模背景

在电子商务平台的运营中，用户增长是衡量平台发展速度的重要指标之一。为了量化广告投入对用户增长的影响，构建一个动态模型来描述用户数量随时间变化的趋势具有重要意义。该模型可用于预测不同广告策略下的用户增长情况，辅助企业优化资源配置，提升市场竞争力。

模型核心思想是：用户增长速率受到当前用户基数、广告投入金额以及市场饱和度的共同影响。在市场未饱和的前提下，广告投入越大，用户增长越快；而随着用户数量接近市场容量上限，增长速率将自然放缓。

## 建模公式

模型采用一阶常微分方程（ODE）形式，描述用户数量  $U(t)$  随时间  $t$  的变化速率：

$$\frac{dU}{dt} = k \cdot A \cdot (U_{max} - U)$$

其中：

- $U(t)$  表示当前时刻的用户数量；
- $A$  表示单位时间内的广告投入；
- $k$  为增长速率系数，反映广告效果的敏感程度；

- $U_{\max}$  表示市场的最大用户容量，即平台潜在用户总数。

该模型假设用户增长与剩余潜在用户数成正比，并受到广告投入的线性驱动，适用于中早期市场增长阶段的模拟与预测。