

建模背景

在建筑工程中，结构动力学分析是评估建筑物在动态荷载（如风荷载或地震作用）下响应的重要组成部分。位移响应是衡量结构安全性和舒适性的关键指标之一。为简化实际问题并便于教学与初步工程分析，采用差分方程对楼层在时间域内的位移变化进行建模。该模型基于经典的二阶动力学方程，考虑了结构的质量、刚度、阻尼及外部作用力之间的平衡关系，能够反映结构在瞬时外力作用下的动态行为。该建模方法适用于线性系统，便于理解和实现，为后续复杂结构分析打下基础。

建模公式

该模型的核心是一个二阶线性差分方程，描述了结构在连续时间步上的位移变化关系：

$$m(x[t + 1] - 2x[t] + x[t - 1]) + c(x[t] - x[t - 1]) + kx[t] = F$$

其中：

- $x[t]$ 表示时间步 t 的楼层位移；
- m 为结构等效质量；
- c 为阻尼系数；
- k 为结构刚度；
- F 为施加在结构上的外部作用力。

通过该差分方程，可以推导出用于预测下一时间步位移 $x[t+1]$ 的表达式，从而实现对结构动态响应的数值模拟。