

建模背景

在环境科学与工程领域，污染物在空气或水体中的扩散过程是评估环境质量与制定污染控制策略的重要研究内容。为描述此类扩散现象，通常采用连续介质力学中的扩散方程进行建模。该模型基于质量守恒原理和菲克定律，适用于描述在无风或静止介质中，污染物由高浓度区域向低浓度区域扩散的过程。本模型聚焦于二维空间中的瞬时点源扩散问题，假设污染源在初始时刻集中释放，并在后续时间中向周围均匀扩散。

建模公式

描述该扩散过程的基本控制方程为二维扩散方程：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right)$$

其中 \$ C(x, y, t) \$ 表示在空间坐标 \$(x, y)\$ 和时间 \$t\$ 处的污染物浓度，\$ D \$ 为扩散系数，表征介质中污染物扩散的能力。

在初始条件为点源释放、无边界影响的理想条件下，该方程具有解析解，形式如下：

$$C(x, y, t) = \frac{M}{4\pi Dt} e^{-\frac{x^2+y^2}{4Dt}}$$

其中 \$ M \$ 表示初始时刻释放的污染物总量，\$ t \$ 为扩散时间，\$ x \$

x 和 y 为空间坐标变量。该解析解描述了污染物浓度随时间和空间坐标的连续变化规律，呈现出以源点为中心、随时间增长逐渐扩散的高斯分布形态。