

## 建模背景

在交通运输工程中，交通流建模是理解和预测道路上车辆分布与运动规律的关键手段。Lighthill-Whitham-Richards (LWR) 模型是描述交通密度沿道路空间与时间演化的基本连续性模型。该模型基于质量守恒原理，能够刻画交通密度与流量之间的动态关系，适用于分析交通拥堵形成、传播及缓解过程。本建模工作围绕LWR模型的核心思想，构建了一个简化的流量空间变化率计算函数，用于评估交通流在局部区域的变化趋势，为交通管理和控制策略提供量化依据。

## 建模公式

交通流的基本守恒方程为：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

其中， $\rho(x, t)$  表示位置  $x$  与时间  $t$  处的交通密度， $q(x, t)$  表示对应的交通流量。流量与密度之间通过速度-密度关系建立联系，本文采用线性速度函数：

$$v(\rho) = v_{\max} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right)$$

从而得到流量表达式：

$$q(\rho) = \rho \cdot v_{\max} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right)$$

在此基础上，构建流量空间变化率的简化模型函数，其形式为：

$$\text{flow\_change} = -k \cdot (q(\rho + \Delta\rho) - q(\rho))$$

其中， $k$  为模拟空间梯度影响的系数， $\Delta\rho$  为密度扰动项

。该函数用于近似描述交通流在局部空间范围内的流量变化趋势，为交通状态分析提供快速评估工具。