

線形代数学・同演習 B

10 月 25 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次のベクトルの組は \mathbb{R}^4 の基底をなすかどうか調べよ．

$$(1) (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 6 & -1 \\ 3 & 6 & 19 & -5 \\ 1 & -1 & -5 & 10 \end{pmatrix} \quad (2) (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

解) 右辺の行列が正則かどうかを調べればよい．その確認方法は簡約化して単位行列になるかどうかを見る方法と行列式を計算して 0 かどうかを見る方法があるが，ここでは行列式を用いて確認する．

(1) 基底をなす．

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 6 & -1 \\ 3 & 6 & 19 & -5 \\ 1 & -1 & -5 & 10 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 3 & 16 & -8 \\ 0 & -2 & -8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 3 & 16 & -8 \\ -2 & -8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 7 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} = 31 \neq 0.$$

(2) 基底にはならない．

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

講義や講義内容に関して，意見・感想・質問等を自由に記述してください．