

# 線形代数学・同演習 A

5 月 24 日分 演習問題

計算問題は解答のみ，証明問題は雑な道筋を説明するに留めています．

1. (1)  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , (2)  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  
(3)  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ u \\ v \end{pmatrix} = t_1 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t_2 \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t_3 \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ , (4)  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

2.

(1)  $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} -1 & -3 & -4 \\ 0 & -5 & -5 \\ 2 & -19 & -22 \end{pmatrix}$  (2)  $\begin{pmatrix} -14 & 10 & -7 \\ -3 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  (3) 逆行列なし

(4)  $\begin{pmatrix} 10 & 27 & -4 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$  (5) 逆行列なし (6)  $\begin{pmatrix} -363 & 545 & -181 & -35 \\ -72 & 108 & -36 & -7 \\ 42 & -64 & 21 & 4 \\ -10 & 15 & -5 & -1 \end{pmatrix}$

(7)  $\begin{pmatrix} 34 & 124 & -10 & -7 \\ 10 & 36 & -3 & -2 \\ 2 & 11 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  (8) 逆行列なし

3.  $B, C$  が共に  $A$  の逆行列とすると,  $BA = E_n, AC = E_n$  が成り立つ．ここで, これら 3 つの積  $BAC$  を計算してみると, 結合法則より,

$$C = E_n \cdot C = (BA)C = B(AC) = B \cdot E_n = B.$$

したがって,  $B = C$  .

4. (a) 問題 3 の結果と,  $A(A^{-1}) = (A^{-1})A = E_n$  より .

(b) 問題 3 の結果と,  $(B^{-1}A^{-1})AB = B^{-1}(A^{-1}A)B = B^{-1}B = E_n$  より .

(c) ならない . たとえば,  $A = E_n, B = -E_n$  とすれば, いずれも正則であるが,  $A + B = O_n$  は明らかに正則ではない .

5. (1)  $(a, b) = (1, 1)$  のとき 3 次元,  $(a, b) \neq (1, 1)$  のとき 2 次元 .

(2)  $(a, b) = (-1, -1)$  のとき 2 次元,  $(a, b) \neq (-1, -1)$  のとき 1 次元 .

6. 略 . 適当なプログラミングの本を参照してください .