

微分積分学・同演習 A

演習問題 11

1. 次の関数の原始関数を一つ求めよ.

$$(1) \frac{1}{(5+3\sin x)\cos x} \quad (2) \frac{2-\sin x}{2+\cos x} \quad (3) \frac{1-a\cos x}{1-2a\cos x+a^2} \quad (a \neq 1)$$

2. 次の関数の原始関数を一つ求めよ.

$$(1) \frac{1}{1+\cos x} \quad (2) \frac{1}{2+\cos x} \quad (3) \frac{1}{1+2\cos x} \quad (4) \frac{1}{1-\cos x}$$

3. 次の関数の原始関数を一つ求めよ. ただし a, b は実数で $ab \neq 0$ とする.

$$(1) \frac{1}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} \quad (2) \frac{\sin^2 x}{1+3\cos^2 x} \quad (3) \frac{1}{a+b\tan x} \quad (4) \frac{\sin^2 x}{3+\tan^2 x}$$

4. 次の広義積分を計算せよ.

$$(1) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x(1+x^2)} \quad (2) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+2)} \quad (3) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^4}$$

5.[†] 部分積分を利用して, 次の不定積分を計算せよ. ただし a, b は実数で, $a > 0$ とする.

$$I(a, b) := \int e^{-ax} \cos bx \, dx, \quad J(a, b) := \int e^{-ax} \sin bx \, dx$$

6.[†] 問題 5 を利用して, 次の広義積分を求めよ.

$$(1) \int_0^{+\infty} e^{-ax} \cos bx \, dx \quad (2) \int_0^{+\infty} e^{-ax} \sin bx \, dx$$

7.[†] 次の関数の原始関数を一つ求めよ.^{*1}

$$(1) \frac{1-x^2}{1+x^2} \frac{1}{\sqrt{1+x^4}} \quad (2) \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \quad (3) \frac{1}{x+\sqrt{x-1}} \quad (4) \frac{1}{x+\sqrt{x^2-1}} \\ (5) \frac{1}{x\sqrt{x^2+x+1}} \quad (6) \frac{\cos^3 x}{\sin x} \quad (7) \sqrt{\sin x} \cos^3 x \quad (8) \frac{1}{(e^x + e^{-x})^4}$$

7月4日分 (凡例: 無印は基本問題, † は特に解いてほしい問題, * は応用問題)

講義用 HP: <http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~h-nakashima/lecture/2017C.html>

^{*1} ヒント: (1) $t = x + \frac{1}{x}$ (2) $t = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ (3) $t = \sqrt{x-1}$ (4) 分母の有理化 (5) $t = \frac{1}{x}$ (6) $t = \sin x$
(7) $t = \sqrt{\sin x}$ (8) $t = e^x$