

# 線形代数学・同演習 A

5 月 16 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次の連立一次方程式を，拡大係数行列を用いて解け．

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & -9 \\ 1 & 1 & 3 & -3 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & -4 & 6 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & -4 & 8 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$$

解) 係数行列/拡大係数行列を簡約化する．

(1)

$$\begin{pmatrix} \textcircled{1} & 4 & 6 & -9 \\ 1 & 1 & 3 & -3 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & -9 \\ 0 & -3 & -3 & 6 \\ 0 & -5 & -5 & 10 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & -9 \\ 0 & \textcircled{1} & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

よって， $\begin{cases} x + 2z - w = 0 \\ y + z - 2w = 0 \end{cases}$  なので，パラメータ  $s, t$  を導入して， $z = s, w = t$  (主成分と対応していない変数) とすれば，

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2s + t \\ -s + 2w \\ s \\ t \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(2)

$$\begin{pmatrix} \textcircled{1} & -4 & 6 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 5 \\ 2 & -4 & 8 & 2 & 9 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & -4 & 6 & 1 & 7 \\ 0 & 9 & -9 & 0 & -9 \\ 0 & 4 & -4 & 0 & -5 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & -4 & 6 & 1 & 7 \\ 0 & \textcircled{1} & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & -4 & 0 & -5 \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

最下段より，この連立一次方程式は解を持たない．