

微分積分学・同演習 A

5 月 23 日分 質問への回答

質問 双曲線余弦、正弦、(正接) はどのようにしてあのように定義されたのでしょうか。私、気になります！

- 双曲線余弦は、カタナリー (懸垂線) と呼ばれていて、それは紐を吊るしたときにできる曲線です。元々はこのようなところから (双曲線とは無関係のところ) 現れた曲線^{*1}ですが、これが不思議なことに三角関数と類似の性質を多く持っており、さらに双曲線と関係していることも判明していったという歴史があります。その類似を持つ理由は、複素変数で考えると明白になります：三角関数を複素変数で考えると指数関数を用いて

$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}, \quad \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

と表すことができます (Euler の等式)。これより特に

$$\cosh x = \cos(ix), \quad \sinh x = -i \sin(ix)$$

とかける。これが双曲線関数と三角関数が類似の性質を持つ理由になります。

最後のフレーズは古典部シリーズでしょうか。古典部シリーズといえば面白い話が一つ：一反田 A, 二反田 B, 三反田 C, ...と続けていったときに千反田は何になるでしょう^{*2}。

質問 今さらですが Rem, Prop, Thm の意味を教えてください。

- それぞれ次のとおりです：

Rem Remark 注意

Prop Proposition 命題

Thm Theorem 定理

定理・命題・補題は、確固とした線引きがあるわけではないですが、一般的には「定理 \geq 命題 \geq 補題」という重要度です。

質問 高校でやった内容に近くて少し、安心しました。

- 前期で残っているのは、次回の Taylor 級数展開と種々の積分なので、この後の講義内容は高校でやった数学に近いです。安心してください。

質問 (´・　・`)

- しょぼーん

^{*1} 17 世紀後半に Johann Bernoulli(かの有名な Euler の師), Leibniz が (おそらく) 独立に得た。

^{*2} Z の次は A に戻るとする。