

# 線形代数学・同演習 B

## 演習問題 1

1. 次の連立一次方程式を解け．

$$(1) \begin{cases} x + 3y + 5z + w = 2 \\ 3x + y + 7z + 3w = 14 \\ 5x - y + 9z + w = 22 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x - y - 7z + w = -10 \\ 5x - 11y - 23z - 7w = 22 \\ x - 4y - z - 5w = 8 \end{cases}$$

2. 次の行列の行列式を求めよ．

$$(1) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 5 & 3 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} -8 & 1 & -3 \\ -7 & 7 & 8 \\ -1 & 7 & 7 \end{pmatrix}$$

3. 次の多項式の集合の要素を具体的に表せ<sup>\*1</sup>．

- (1)  $X_1 = \{2 \text{ 次以下の実数係数の多項式全体} \}$
- (2)  $X_2 = \{2 \text{ 次以下の実数係数の多項式で, 係数の和が } 0 \text{ となるもの全体} \}$
- (3)  $X_3 = \{3 \text{ 次以下の実数係数多項式で, 微分したら多項式 } x^2 + x \text{ になるもの全体} \}$
- (4)  $X_4 = \{ \text{実数係数の } 2 \text{ 次多項式全体} \}$

4.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  とおくとき, 次の集合は  $\mathbb{R}^3$  の部分空間となるか．

$$(1) W_1 = \{x \in \mathbb{R}^3; Ax = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}\}, \quad (2) W_2 = \{x \in \mathbb{R}^3; Ax = 0\}.$$

5.† ベクトル空間  $V = \mathbb{R}[x]_3$  において, 次のような部分集合は,  $V$  の部分空間となるか．

- (1) 2 次多項式全体
- (2)  $(x - 1)$  で割り切れるような多項式全体
- (3) 定数項が 0 である多項式全体
- (4) 各係数の和が 1 であるような多項式全体

6.†  $V$  をベクトル空間とし,  $W_1, W_2$  をその部分空間とする．このとき, 次の空間は  $V$  の部分空間になるかどうか調べよ．

- (1)  $W_1 \cap W_2 := \{u \in W; u \in W_1 \text{ かつ } u \in W_2\}$
- (2)  $W_1 + W_2 := \{u_1 + u_2 \in W; u_1 \in W_1, u_2 \in W_2\}$
- (3)  $W_1 \cup W_2 := \{u \in W; u \in W_1 \text{ または } u \in W_2\}$

7.† ベクトル空間  $V = M(2, \mathbb{R})$  の以下のような部分集合は,  $V$  の部分空間となるか？

- (1)  $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R}) := \{A \in V; \text{tr}(A) = 0\}$
- (2)  $\mathfrak{so}(2, \mathbb{R}) := \{B \in V; B + {}^tB = O\}$
- (3)  $SL(2, \mathbb{R}) := \{C \in V; \det C = 1\}$
- (4)  $SO(2, \mathbb{R}) := \{D \in V; D {}^tD = E_2\}$

---

10 月 10 日分 (凡例: 無印は基本問題, † は特に解いてほしい問題, \* は応用問題)

講義用 HP: <http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~h-nakashima/lecture/2017LA.html>

<sup>\*1</sup> 少し問題が曖昧であるが, たとえば (1) なら実数  $a, b, c$  を用いて  $ax^2 + bx + c$  と表せる, など．