

線形代数学・同演習 A

演習問題 5

$$1. \quad (1) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{簡約化は} \quad (1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2.^\dagger \quad (1) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{簡約化は} \quad (1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3.^\dagger \quad (1) \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 5 & -9 & -18 \\ 3 & -9 & -1 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} -8 & 16 & -9 \\ -1 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad (3) \text{逆行列なし} \quad (4) \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 1 & -8 & -1 \\ -2 & 13 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(5) \text{ 逆行列なし } (6) \begin{pmatrix} 35 & -74 & -6 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ -10 & 21 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4.[†] B, C がともに A の逆行列とすると, $AB = BA = E, AC = CA = E$ である. さて, 行列の積は結合法則を満たすので, $(BA)C = B(AC)$ であるが,

$$(BA)C = EC = C, \quad B(AC) = BE = B$$

なので $B = C$ でなければならない.

5. ならない. 例えば $A = E_2, B = -E_2$ とすればよい.

6. なる. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ である.

7.* プログラミングの本を参照のこと.