線形代数学・同演習 A

5 月 31 日分 質問への回答

質問 今，教科書のどこをやっているか分からないから，教科書にあるならどこか教えてほしい

— 全てではありませんが，教科書の第 1 章を探せばいくつか見つかります．5 月 31 日の講義は，今まで放置していて，後で使うものを紹介するというものでした．それに加えて，総和記号の使い方の復習を合わせて行ったわけです．これは，申し訳ないのですが，教科書には記述はされていません．

質問 中間頑張ります！

— 頑張ってください!

質問 対角成分と対角成分より上にある成分の中に 0 があるときでも上三角行列になりますか?

$$\begin{pmatrix} \circ & \circ & \circ & \circ \\ 0 & \circ & \circ & \circ \\ 0 & 0 & \circ & \circ \\ 0 & 0 & 0 & \circ \end{pmatrix} \quad \text{例えば} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} \text{は上三角行列ですか?}$$

— なります．元々の定義は，“対角成分よりも下にある成分がすべて 0” ですので，対角成分よりも上にある成分については何も条件がありません．大げさな話，零行列や対角行列も上三角行列 (と同時に下三角行列) です．

質問 ① 内積の定義って何ですか?

- 4 次元以上だと角度が定義できるかわからないから $\|\boldsymbol{x}\|\,\|\boldsymbol{y}\|\cos\theta$ は変
- $\boldsymbol{x}$ を $1\times n$ 型，$\boldsymbol{y}$ を $n\times 1$ 型とすると $(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{y})$ の定義はできるが，$\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}$ が定義できないから変.

② $\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{y}$ が同じ次元なら $(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{y})$ はわかるけど，$A\boldsymbol{x}$ が $\boldsymbol{y}$ と同じ次元とは限らないから $(A\boldsymbol{x}|\boldsymbol{y})$ は簡単には定義できないのではないですか?

— 良い質問をありがとうございます．指摘の通り，内積は同じ次元のときに限って定義され，それは $(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{y}) = x_1y_1 + \cdots + x_ny_n$ $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\in\mathbb{R}^n)$ で与えられます．ですので，講義の証明においては，A は正方行列であると仮定しておくべきでした．因みに，k 次元の数ベクトル空間 $\mathbb{R}^k$ の内積を $(\cdot|\cdot)_k$ と書くことにすれば，$m\times n$ 行列 A に対して，

$$(A\boldsymbol{x}|\boldsymbol{y})_m = \left(\boldsymbol{x}\,|\,{}^tA\boldsymbol{y}\right)_n \quad (\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^n,\ \boldsymbol{y}\in\mathbb{R}^m)$$

が成り立ちます (証明は講義のものと全く同様).

質問 なんちゃ中間テストは，そーとがんばるばい!!

— なんちゃ…？

質問 ちばりよります.

— ちばり…？

質問 テスト てげ頑張ります。

— 頑張ってください.

質問 ブラックモンブラン派ですか，ミルクック派ですか，トラキチ君派ですか.

— ブラックモンブラン以外あまり食べませんね．因みに，モンブランはフランスの山 Mont Blanc のことで，“白い山” という意味です．つまり，ブラックモンブランとは…

質問 書き終わった黒板は上にしてくれると助かります.

— 次回から気をつけようと思います.

質問 しょーみテスト頑張んで！ (大阪 ver.)

— 正味って言葉、こちらではあまり使いませんね.

質問 テストぶちがんばるけえの〜。

— 広島？

質問 しょーみ，満点とります!!

ところで $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ こんな分割はなしですよね?

— 計算ミスに注意です.

積をうまく扱えないので，そういった形に分割することは滅多にないと思います．少なくとも，そのような分割で何かしらの意味のあるものは，今まで見たことはありません.

質問 4/19・演習問題の 8 番の解説でなぜ $\boldsymbol{a} \cdot d\frac{\boldsymbol{a}}{||\boldsymbol{a}||} = 1$ となるのかが分からない.

— 平面の方程式 $ax + by + cz = 1$ を，内積を使って書けば $(\boldsymbol{a}|\boldsymbol{x}) = 1 \cdots$ ①となることを利用しています．今，点 $d\frac{\boldsymbol{a}}{||\boldsymbol{a}||}$ がその平面上にあるので，①の $\boldsymbol{x}$ にこのベクトルを代入すれば，その式が得られます．4 月 26 日分演習問題の 4 番についての簡単な補足も参考になるかと思います.