

# 線形代数学・同演習 A

5 月 17 日分 演習問題

計算問題は解答のみ，証明問題は雑な道筋を説明するに留めています．

1. (a) 階数は主成分の数であるが，主成分は各行各列に一つずつしか存在できないため．  
(b) あとで
2. 階数は (1) 3, (2) 3, (3) 2, (4) 2, (5) 3.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{3}{2} & 5 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 7 & 5 \\ 0 & 1 & -5 & 10 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 2 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. (1)  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -8 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ , (2)  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  
(3)  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ , (4)–(7) 解なし, (8)  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
4.  $(a, b, c) = (6/5, -3, 2)$  or  $(1/2, 1/2, 2)$ .

行列の列を入れ替えても行列の階数は変わらないことを利用すると楽．