Taylor 多項式は，なめらかな関数をある点の近傍において多項式で近似するというものです．特にその点に近いときは (たとえば差が 1 未満のとき)，誤差の限界も求めることもできるので，十分に良い精度で近似できます．高木貞治著「解析概論」の 25 節（第 2 章）の最後に，その計算例として自然対数の底 e の少数第 6 位までの計算例が載っています．また，Taylor 級数展開はなめらかな関数を無限次の多項式として記述するものであり，線形代数の言葉でいうと，$1, x, x^2, x^3, \ldots$ という基底に関して関数を表したものであると見なすことができます．しかし，Taylor 展開は無限級数なので，一般には収束するために条件が必要です．例えば $\log(1+x)$ は $|x| < 1$ でなければなりません．したがって，その範囲を超えた場所にある値の近似値を計算する際には工夫が必要です．log の場合は，教科書 p.60 にある問題 4.73 (1) を用いることにより，$\log(1+x)$ $(x > 1)$ の近似値を計算できます．

L'Hôpital（ロピタル）の定理について: L'Hôpital の定理は，$f(x) \to 0$, $g(x) \to 0$ $(x \to a)$ のときに $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ が成り立つというものです．これは無条件に成り立つものではなく，$g'(x) \neq 0$ という条件が必要です．そのことについて教科書に詳しく書いてありますので，ぜひ読んでおきましょう．試験等で用いてよいですが，Taylor 多項式を利用するほうが速いことも多いです．残念ながら講義中で解説する時間はなさそうなので，コラムにて紹介しました．

来週は中間試験です．

場所：1302 教室

試験範囲：数列・関数の極限，1 変数関数の微分（逆三角関数・高階微分・Taylor 展開）