

・ベクトル空間に関する用語の復習

ベクトル空間 和とスカラー倍ができる空間  $\equiv$  まっすぐな空間．数ベクトル空間  $\mathbb{R}^n$  や多項式全体の空間，行列全体のなす空間などを一括して扱うことができる．また，円周や球面などの‘曲がっている空間’はベクトル空間ではない．

基底 ベクトル空間の元を表す座標を与えるベクトルの組のこと．一つ固定すればベクトルを数ベクトルとして扱える．正規直交基底という良い基底がある．

次元 基底を構成するベクトルの本数のこと．

部分空間 ベクトル空間の部分集合で，それ自身がベクトル空間であるもの．

部分空間の例：線形写像の核と像，固有空間など．

・線形写像に関する用語

線形写像 二つのベクトル空間  $V, W$  を結ぶ写像  $T: V \rightarrow W$  で，線形演算に関して展開できるような写像のこと．つまり， $T(\lambda x + \mu y) = \lambda T(x) + \mu T(y)$  ( $\lambda, \mu \in \mathbb{K}$ ,  $x, y \in V$ ) をみたす． $V, W$  の基底をそれぞれ一つ決めたら，線形写像は行列として表現できる (表現行列) ．

線形変換 送り元と行き先が同じ空間であるときには線形変換と呼ぶ．線形変換の表現行列は必ず正方行列となる．

共役 同じ線形変換に関する 2 つの表現行列  $A, B$  は‘共役’という関係で結ばれている．共役は，ある正則行列  $P$  を用いて  $B = P^{-1}AP$  とかけるものである．

対角化 ある線形変換の表現行列の中で，最も簡単なもの (= 対角行列) を探す．

固有値・固有ベクトル どちらも線形変換に関する量であり，固有ベクトルは線形変換で方向が変わらないベクトル，固有値はそのときの (符号付き) 拡大率．

固有空間  $W(\lambda; A)$  線形変換に付随する空間で，その変換を施しても空間として変わらないような部分空間．特に，固有ベクトルがその基底となる．

$\sum \dim W(\lambda_i; A) = \dim V$  のとき， $A$  は対角化可能である．

・内積空間に関する用語

内積空間 ベクトル空間に‘内積’が入ったもの．内積は，ベクトル空間に‘長さ’と‘角度’を定義する．正規直交基底という良い基底を与えるために必要となる．

Gram–Schmidt の直交化法 与えられた基底から，その情報をなるべく損なわないように正規直交基底を構成する手法．

直交変換・行列 ‘長さ’と‘角度’を変えないという良い性質を持つ変換・行列のこと．行列ならば， ${}^tPP = E_n$  という条件をみたすことに注意．また，対称行列は‘直交行列’により対角化できる．