

線形代数学・同演習 B

小テスト 8 (12 月 12 日分)

学籍番号：

氏名：

次の行列 A の固有値と，対応する固有空間を求めよ．

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 6 \\ 6 & 1 & -6 \\ -3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(考え方) まず固有多項式 $g_A(t)$ を計算し，方程式 $g_A(t) = 0$ を解く．その解が固有値である．固有値を λ と書けば連立一次方程式 $(\lambda E_3 - A)X = 0$ の解空間の基底が，固有値 λ に対応する固有ベクトルである．そして，その固有ベクトルで生成される空間が固有空間である．

解) 与えられた行列は小テスト 7 のものと同じなので，固有値および固有ベクトルの計算はそちらを参照ください．

(i) 固有値 $\lambda = 1$ に対する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ であったので，対応する固有空間は

$$W(1; A) = \text{Span} \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right).$$

(ii) 固有値 $\lambda = -2$ に対する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ であったので，対応する固有空間は

$$W(2; A) = \text{Span} \left(\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right).$$

講義や講義内容に関して，意見・感想・質問等を自由に記述してください．