

線形代数学・同演習 A

5月9日分 質問への回答

質問 なぜこれで解けるのか不思議です。というか分かりません…。

- 簡約化 (基本変形) は、拡大係数行列に左から正則行列を掛けることと対応していることを思い出してください。例えば連立一次方程式 $Ax = b$ に対して、拡大係数行列が $(A|b) \rightarrow (\tilde{A}|\tilde{b})$ のように簡約化されたとします。これは、ある正則行列 X を用いて

$$X(A|b) = (\tilde{A}|\tilde{b})$$

となることを意味しています (例えば小テストで扱った方程式で考えてみると良いでしょう)。さて、 $X(A|b) = (XA|Xb)$ であったことを思い出すと (行列のブロック分割)、 $XA = \tilde{A}$, $Xb = \tilde{b}$ ですが、この簡約化の操作というのは、元の方程式の世界においては

$$Ax = b \Leftrightarrow XAx = Xb \Leftrightarrow \tilde{A}x = \tilde{b}$$

という式変形と対応しています。ここで特に X は正則であるので、元の連立一次方程式 $Ax = b$ の解と簡約化して得られた連立一次方程式 $\tilde{A}x = \tilde{b}$ の解が一致することがわかります (正則ゆえ逆行列を持つので、それを掛ければ元の方程式に戻ることができる)。これが簡約化で連立一次方程式が解けることのカラクリです。

質問 未知数の数が式の数より大きいときも行列を用いて解けるのは面白いと思いました。

- これも行列に書き換えることの利点の一つですね。方程式をそのまま扱っていたのでは、どの変数をパラメータと思えばよいかはなかなか分かりません。行列に書き換えてしまえば機械的な計算をするだけでよいのです。

質問 (変数の数) - (主成分の数) = (自由度) として良いですか？

- そのようなイメージで良いです。後期には次元公式という形でしっかりと定式化します。

質問 ムズイヨ

質問 ムズイです

- 演習問題等を活用してマスターしましょう。

質問 簡約化がよくわからなかった。

- 要約すると、基本変形でなるべく簡単な形にしましょうということです。線形代数の講義ではずっと使いますので、できるようになりましょう。

質問 少しずつ行列が分かってきました。

- それはいいことです。まだ行列の一側面でしかないですが、行列は大量のデータを一括して扱えるので、いろいろな分野で使われています。

質問 パラメータ表示がよくわかりました。

- パラメータ表示は、一意的な表示ではないという点に欠点がありますが、非常に直感的で扱いやすいというメリットがあります。

質問 まだ基礎が曖昧だから難しい。計算ミスしがち。

質問 計算ミスが多い。落ち着いて計算したい。

- 一つ一つの計算は簡単なものですが、数が多いのでどうしても計算ミスが増えがちです。演習問題を利用しつつ、慣れていきましょう。ちなみに、講義で私自身間違えていたように、問題で与えられた方程式から行列に書き換える段階で間違えることも多いです。この点にも十分に気をつけましょう。

質問 GW でところどころ忘れていたが思い出せてやれてよかった！

- それは良かったです。でも GW でそれだと、後期 (夏休み後) が不安になりますね。

質問 特になし

- はい。