

微分積分学・同演習 A

演習問題 5

- 1.† $f(x) = x^\alpha$ (α は任意の実数) とするとき, $f'(x) = \alpha x^{\alpha-1}$ が成立することを示せ*¹.
2. 次の関数の導関数を求めよ. m, n は任意の自然数とし, p, q は任意の実数とする.

$$(1) (1+x)^m(2-x)^n \quad (2) e^{px}(\cos qx + \sin qx) \quad (3) (\sin px)^m(\cos qx)^n$$

3. 次の関数の導関数を求めよ.

$$(1) x\sqrt{\frac{a-x}{a+x}} \quad (2) \sqrt[3]{1-x^2+3x^4} \quad (3) \frac{\sin x}{\sqrt{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}}$$

- 4.† 次の関数の $x=0$ における微分係数を求め, 原点で微分可能かどうかを判定せよ.

$$(1) y = |x| \quad (2) y = x^{1/3} \quad (3) y = \sqrt{x^2 + x^4} \quad (4) y = \begin{cases} x \operatorname{Arctan}(1/x) & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

5. 対数微分法により次の関数を微分せよ.

$$(1) \frac{(x+1)^2}{(x+2)^3(x+3)^4} \quad (2) \sqrt{\frac{(a+x)(b+x)}{(a-x)(b-x)}} \quad (3) e^{\sqrt{x}} \quad (4) x^x$$

- 6.† 次の関数は $x=0$ で連続であるが, 微分係数を持たないことを示せ.

$$(1) f(x) = \begin{cases} x \sin(1/x) & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases} \quad (2) f(x) = \begin{cases} x \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

7. 次の関数の逆関数を求めよ. ただし $ad - bc = 1$ とする.

$$(1) \frac{ax+b}{cx+d} \quad (2) \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad (3) \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

8. 次の逆三角関数の値を求めよ.

$$(1) \operatorname{Arcsin} \frac{1}{2} \quad (2) \operatorname{Arctan} \sqrt{3} \quad (3) \operatorname{Arctan}(2 + \sqrt{3})$$

9. 逆三角関数に関して, 次の恒等式が成り立つことを示せ. ただし $a > b > 0$ とする.

$$(1) \operatorname{Arctan} \frac{1}{2} + \operatorname{Arctan} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{4} \quad (2) \operatorname{Arctan} \frac{b}{a} + \operatorname{Arctan} \frac{a-b}{a+b} = \frac{\pi}{4}$$

5月16日分 (凡例: 無印は基本問題, † は特に解いてほしい問題, * は応用問題)

講義用 HP: <http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~h-nakashima/lecture/2017C.html>

*¹ 対数微分法を用いる.