

微分積分学・同演習 A

7 月 18 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次の広義積分は収束するか．

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^3+1}}$$

(考え方) x が十分大きいとき $\frac{1}{\sqrt[3]{x^3+1}} \approx \frac{1}{\sqrt[3]{x^3}} = \frac{1}{x^1}$ なので、この積分は発散していると予測できる．よって、 $g_m(x) \leq f(x)$ を満たす関数 $g_m(x)$ で広義積分が発散するものを探せばよい．

解) 発散する．実際、 $x > 0$ のとき $0 < x^3 + 1 \leq (x+1)^3$ 、つまり $0 < \sqrt[3]{x^3+1} \leq \sqrt[3]{(x+1)^3} = x+1$ なので、

$$0 < \frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{\sqrt[3]{x^3+1}}$$

である．これより

$$\int_0^R \frac{dx}{\sqrt[3]{x^3+1}} \geq \int_0^R \frac{dx}{x+1} = \log R \xrightarrow{R \rightarrow +\infty} +\infty.$$

講義や講義内容に関して、意見・感想・質問等を自由に記述してください．