Taylor 級数の名は 18 世紀初頭のイギリスの数学者Brook (ブルック) Taylor に由来します．これは無限級数で表されていますが，無限級数は扱いが難しく，注意が必要です．その例を一つ紹介します:

$$\log 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} - \frac{1}{12} + \cdots \tag{1}$$

ですが，この両辺を 2 で割ると

$$\frac{1}{2}\log 2 = \quad \frac{1}{2} \quad - \frac{1}{4} \quad + \frac{1}{6} \quad - \frac{1}{8} \quad + \frac{1}{10} \quad - \frac{1}{12} + \cdots$$

で，この二つを加えると，

$$\frac{3}{2}\log 2 = 1 \quad + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \quad + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} \quad \frac{1}{11} - \frac{1}{6} + \cdots \tag{2}$$

となります．式 (2) の右辺は，式 (1) の右辺と同じ項から成り，正の項を二つとってから負の項を一つとる，というように足す順番を変えたものです．しかし，その総和の結果はそれぞれ $\log 2$ と $\frac{3}{2}\log 2$ なので，異なっています．このように，**無限個のものを足すときには，有限個のときと同じように勝手に順序を変えたり，括弧で括ったりするのは危険**です．これができるためには，級数の収束性にある種の条件が必要です[1]．さて，無限級数が出てきたので，面白い等式を紹介します．

$$\begin{aligned}
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \cdots &\overset{!}{=} -\frac{1}{12} \\
1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + \cdots &\overset{!}{=} 0 \\
1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + \cdots &\overset{!}{=} -\frac{1}{120}
\end{aligned}$$

ここで $\overset{!}{=}$ と書いたのは，通常の意味では $=$ にならないからですが，多くの数学者を魅了してやまないゼータ関数を経由することで，その意味を理解できます．

[1] この例の記述は「微分積分教科書」(斎藤正彦著，東京図書) の 3 ページからとった．