

線形代数学・同演習 B

1 月 24 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

実対称行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ が正定値であることを示せ．

解) 対称行列が正定値とはその固有値がすべて正であることなので，まず固有値を求める．

$$\begin{aligned} g_A(t) &= \begin{vmatrix} t-2 & -1 & -1 \\ -1 & t-2 & -1 \\ -1 & -1 & t-2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} t-4 & -1 & -1 \\ t-4 & t-2 & -1 \\ t-4 & -1 & t-2 \end{vmatrix} = (t-4) \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & t-2 & -1 \\ 1 & -1 & t-2 \end{vmatrix} \\ &= (t-4) \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & t-1 & 0 \\ 0 & 0 & t-1 \end{vmatrix} = (t-4)(t-1)^2. \end{aligned}$$

これより A の固有値は $1, 4$ であり，これらはいずれも正の数であるので， A は正定値である．

講義や講義内容に関して，意見・感想・質問等を自由に記述してください．