

微分積分学・同演習 A

演習問題 9

- 1.[†] 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ がそれぞれ実数 α , β に収束するとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \alpha + \beta$ を ε - N 論法を用いて示せ .
2. 次の命題の真偽を調べ, 正しい場合は証明を, 誤っていれば反例を挙げよ .
- (1) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} \text{ s.t. } x + y = 0$
(2) $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} \text{ s.t. } x + y = 0$
(3) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} \text{ s.t. } xy = 1$
(4) $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} \text{ s.t. } xy = 0$
- 3.[†] 区間 $I = [-1, 1]$ 上の関数 $f(x)$ を, $f(x) = x^4 \sin(1/x)$ ($x \neq 0$), $f(0) = 0$ により定義する . このとき, f は C^1 級の関数であるが C^2 級の関数ではないことを示せ .
4. 次の関数の Taylor 級数展開を最初の 3 項目まで求めよ .

$$(1) \cosh x \quad (2) \sinh x \quad (3) \frac{1}{1+x^2} \quad (4) \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

5. 次の関数の n 次導関数を計算せよ . ただし, α は実数の定数である .

$$(1) x^2 \sinh \alpha x \quad (2) (x^2 - 1) \cos \alpha x \quad (3) e^{\alpha x} \sin \alpha x$$

6. 次の逆三角関数を用いた数を, 逆三角関数を用いずに表せ^{*1} .

$$(1) \operatorname{Arctan} 2 + \operatorname{Arctan} 3 \quad (2) \operatorname{Arcsin} \frac{1}{4} + \operatorname{Arcsin} \frac{\sqrt{6}}{4} \\ (3) 2 \operatorname{Arctan} \frac{1}{3} + \operatorname{Arctan} \frac{1}{7} \quad (4) 5 \operatorname{Arctan} \frac{1}{7} + 2 \operatorname{Arctan} \frac{3}{79}$$

7. 区分求積法 (教科書 p.75 参照) を用いて, 次の定積分を計算せよ .

$$(1) \int_0^1 x \, dx \quad (2) \int_0^1 x^2 \, dx \quad (3) \int_0^1 x^m \, dx \quad (m \in \mathbb{N})$$

- 8.[†] 次の関数の原始関数を一つ求めよ .

$$(1) \cosh x \quad (2) \sinh x \quad (3) \frac{1}{1+x^2} \quad (4) \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

6 月 20 日分 (凡例: 無印は基本問題, [†] は特に解いてほしい問題, * は応用問題)

講義用 HP: <http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~h-nakashima/lecture/2017C.html>

^{*1} (1) は注意が必要 .