

線形代数学・同演習 A

7 月 25 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

次の正方行列 A の余因子行列と逆行列を，掃き出し法を使わずに計算せよ．計算過程も省略せずに書くこと．

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

解) 余因子行列の定義に注意して，各 \tilde{a}_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) を計算する．

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{11} &= + \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = -1, & \tilde{a}_{12} &= - \begin{vmatrix} 8 & 9 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = -3, & \tilde{a}_{13} &= + \begin{vmatrix} 8 & 9 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 4, \\ \tilde{a}_{21} &= - \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 14, & \tilde{a}_{22} &= + \begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 6, & \tilde{a}_{23} &= - \begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = -26, \\ \tilde{a}_{31} &= + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -11, & \tilde{a}_{32} &= - \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -3, & \tilde{a}_{33} &= + \begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 20. \end{aligned}$$

したがって，

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 4 \\ 14 & 6 & -26 \\ -11 & -3 & 20 \end{pmatrix}.$$

また，

$$\begin{vmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -20 & -26 \\ 1 & 4 & 5 \\ 0 & -11 & -14 \end{vmatrix} = -(-20 \cdot (-14) - (-26) \cdot (-11)) = 6$$

なので，

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \tilde{A} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -1 & -3 & 4 \\ 14 & 6 & -26 \\ -11 & -3 & 20 \end{pmatrix}.$$

講義や講義内容に関して，意見・感想・質問等を自由に記述してください．