微分積分学・同演習 A

7月25日分 小テスト

学籍番号: 氏名:

次の広義積分の計算結果は正しいか、その理由を述べよ、

$$\int_{-1}^{1} \frac{dx}{\sqrt{|x|}} = 4$$

解) 正しい、積分区間に不連続点 x=0 があるが , そこで分割すると

$$\int_{-1}^{1} \frac{dx}{\sqrt{|x|}} = \int_{-1}^{0} \frac{dx}{\sqrt{-x}} + \int_{0}^{1} \frac{dx}{\sqrt{x}}.$$

どちらも被積分関数が $rac{1}{x^{1/2}}$ なので収束する $\left($ 前者は変数変換y=-xをするight) .また,

$$\int_{0}^{1} \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int_{-1}^{0} \frac{dx}{\sqrt{-x}} = 2$$

であるので,問題の等式は正しい.

(注意) 被積分関数は積分区間の中で常に正である関数なので,その広義積分の値は常に正になります $(+\infty)$ になる可能性はありますが).よって計算結果が 0 や負になった場合はどこかで計算ミスをしているということになります.この問題では被積分関数に $\frac{1}{\sqrt{-x}}$ が出てきますが,こうした扱いにくい場合(根号の中にマイナスの記号がある)は変数変換を用いて少しでも扱いやすく変形すべきです.そのまま計算すると,気付かぬうちに計算ミスをしてしまいます.

講義や講義内容に関して、意見・感想・質問等を自由に記述してください。