

# 線形代数学・同演習 A

## 演習問題 5

1. 次の連立一次方程式を解け．

$$(1) \quad \begin{cases} x + 2y + 3z + 5w = 0 \\ 2x + 4y + 7z + 11w = 0 \\ -x - 2y - 2z - w = 0 \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x - y + 2z + 2w = 0 \\ 3x + 2y - 4z - 3w = 0 \end{cases}$$

2.<sup>†</sup> 次の連立一次方程式を解け．

$$(1) \quad \begin{cases} x - y + w = 2 \\ 3x + y + 4z + 3w = 2 \\ -4x + y - z - 4w = -7 \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} 2x + 4y + z + 4w = 5 \\ x + 2y + 3z - 3w = 5 \\ 4x + 8y + 15z - 18w = 23 \end{cases}$$
$$(3) \quad \begin{cases} x + 3y - 2z - 3w = 0 \\ 2x + y + z + 4w = 0 \\ 4x + 2y - z + 5w = 0 \\ -2x - y + z - 2w = 0 \end{cases} \quad (4) \quad \begin{cases} x + 3y + 2z - 4w = -1 \\ 3x - y - 3z - 2w = -8 \\ -2x + y + w = -6 \\ 2x - 2y - 3z = -5 \end{cases}$$

3.<sup>†</sup> 次の行列は正則かどうか調べよ．また正則ならば、その逆行列を求めよ．

$$(1) \quad \begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ 2 & -6 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \end{pmatrix} \quad (2) \quad \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ -2 & 7 & 7 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad (3) \quad \begin{pmatrix} -3 & 6 & -7 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$
$$(4) \quad \begin{pmatrix} -3 & 7 & 12 \\ 1 & -2 & -4 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad (5) \quad \begin{pmatrix} 3 & -9 & -20 \\ -4 & 12 & 21 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix} \quad (6) \quad \begin{pmatrix} -2 & 6 & 2 & 5 \\ 1 & -3 & -1 & -2 \\ 2 & -7 & 0 & 2 \\ 5 & -14 & -8 & -14 \end{pmatrix}$$

4.<sup>†</sup> 正方行列  $A$  に対して、逆行列が存在すれば唯一であることを示せ．<sup>\*1</sup>

5. 二つの正則行列  $A, B$  の和  $A + B$  はまた正則行列となるか．

6. 二つの正則行列  $A, B$  の積  $AB$  あるいは  $BA$  はまた正則行列となるか．

7.<sup>\*</sup> 与えられた整数係数の行列を簡約化するプログラムを作成せよ．<sup>\*2</sup>

---

5月16日分 (凡例：無印は基本問題，<sup>†</sup> は特に解いてほしい問題，<sup>\*</sup> は応用問題)

講義用 HP: <http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~h-nakashima/lecture/2017LA.html>

<sup>\*1</sup> つまり、 $B, C$  が共に  $A$  の逆行列とすれば、 $B = C$  となることを示す．

<sup>\*2</sup> 行列の基本変形はプログラミングと相性がよい．このことが連立一次方程式を拡大係数行列に置き換えて解く大きな理由である．プログラミングに興味がある方はぜひやってみてください．