線形代数学・同演習 B

小テスト 6　(11 月 14 日分)

学籍番号：　　　　　　　　　　　　氏名：

$U=\mathbb{R}[x]_2, V=\mathbb{R}[x]_1$ とし，線形写像 $T\colon U\to V$ を，$T(p(x))=p'(x)+p(0)x$ により定義するとき，次の U,V のそれぞれの基底に関する T の表現行列 B を求めよ．

$$U\colon [x^2+x,\ x^2+2x-1,\ -x+2] \qquad V\colon [2x+5,\ x+3]$$

(考え方) 講義中の定理を用いるのが楽である．そのためにまず，T の標準基底に関する表現行列を求める．

解) T の標準基底 $[x^2,x,1]$ および $[x,1]$ に関する表現行列 A を求める．

$$x^2\longmapsto 2x=[x,1]\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix};\quad x\longmapsto 1=[x,1]\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix};\quad 1\longmapsto x=[x,1]\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$$

なので，$A=\begin{pmatrix}2&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$ である．次に基底の変換行列 P,Q を求める．

$$[x^2+x,\ x^2+2x-1,\ -x+2]=[x^2,x,1]\begin{pmatrix}1&1&0\\1&2&-1\\0&-1&2\end{pmatrix}=[x^2,\ x,\ 1]P,$$

$$[2x+5,\ x+3]=[x,\ 1]\begin{pmatrix}2&1\\5&3\end{pmatrix}=[x,\ 1]Q.$$

このとき求める表現行列 B は $B=Q^{-1}AP$ で与えられるので，

$$B=\begin{pmatrix}3&-1\\-5&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&0\\1&2&-1\\0&-1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&1&7\\-8&-1&-12\end{pmatrix}.\quad\square$$

※講義や講義内容に関して，意見・感想・質問等を自由に記述してください．