

線形代数学・同演習 A

演習問題 12

1.† 次の n 次正方行列の行列式を計算せよ．

$$(1) \begin{pmatrix} 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ \vdots & & & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 1 & \ddots & & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1+x^2 & -x & 0 & \cdots & 0 \\ -x & 1+x^2 & -x & \ddots & \vdots \\ 0 & -x & 1+x^2 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -x \\ 0 & \cdots & 0 & -x & 1+x^2 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} \lambda & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} \\ b_1 & c_1 & 0 & \cdots & 0 \\ b_2 & 0 & c_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ b_{n-1} & 0 & \cdots & 0 & c_{n-1} \end{pmatrix} \quad (4) \begin{pmatrix} 1+x_1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 1 & 2+x_2 & 3 & \cdots & n \\ 1 & 2 & 3+x_3 & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n+x_n \end{pmatrix}$$

2.† 次の連立方程式を Cramer の公式を用いて解け．

$$(1) \begin{cases} -2x + y - 4z = 4 \\ 4x - 3y + 4z = -3 \\ -x + y - z = -1 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 2x + y + z = -3 \\ x + 2y + z = 1 \\ x + y + 2z = -3 \end{cases}$$

3. 次の空間内の三点を通る平面の方程式の標準形を求めよ．

$$(1) (0, -2, 2), (0, -1, -1), (-2, -1, 5) \quad (2) (-2, 1, 0), (-2, 0, -1), (1, 3, -2)$$

4. (1) 2 次元平面上の同一直線上にない 3 点 (x_i, y_i) ($i = 1, 2, 3$) を通る円の方程式は次で与えられることを示せ．

$$\begin{vmatrix} 1 & x & y & x^2 + y^2 \\ 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 + y_1^2 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2^2 + y_2^2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3^2 + y_3^2 \end{vmatrix} = 0$$

(2) 次の 3 点を通る円の方程式を求めよ．

$$(a) (1, 0), (0, 1), (-1, 0) \quad (b) (4, 5), (4, 4), (3, 3) \\ (b) (3, 0), (5, 0), (2, -3) \quad (c) (2, -4), (1, -5), (5, 2)$$

(3)* 3 点が同一直線上にあるとき, (1) の方程式はどうなるか．