

線形代数学・同演習 A

演習問題 1

1. 次の行列の演算を計算をせよ．

$$(1) \begin{pmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 1 & 8 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 9 & -1 \\ -4 & 0 & 7 \end{pmatrix} \quad (2) 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (4) \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} \quad (5) \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(6) \begin{pmatrix} -6 & 7 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

2. 次の行列の積を計算せよ．ただし， a, b, θ_1, θ_2 は任意の実数である．

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{pmatrix}$$

3.[†] 実数 a, b, c, d に対して，次の等式を確認せよ．

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (ad - bc) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. 次の等号が成り立つように， x, y, u, v の値を定めよ．

$$(1) \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ x & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u & v \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} x+y & x-y \\ u-1 & 2v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5.[†] $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ であるとき，次の式を計算せよ．^{*1}

$$(1) A + B \quad (2) A - B \quad (3) AB \quad (4) BA \quad (5) A^2 \quad (6) B^2 \quad (7) (A + B)(A - B)$$

6. 2つの行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$ と $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & x \end{pmatrix}$ において， P は逆行列 P^{-1} を持つとする． $B = P^{-1}AP$ とするとき， $B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ となるように実数 x, a, b の値を定めよ．

4月11日分 (凡例：無印は基本問題，[†] は特に解いてほしい問題，^{*} は応用問題)

講義用 HP: <http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~h-nakashima/lecture/2017LA.html>

^{*1} (3) と (4) から $AB \neq BA$ となることが分かる．さらに，(5) ~ (7) より $(A + B)(A - B) \neq A^2 - B^2$ であることも確認できる．このように，行列での演算は実数のときと同じ感覚で行うと計算間違いをしてしまう．