

# 線形代数学・同演習 A

5 月 10 日分 演習問題

計算問題は解答のみ，証明問題は太極的な道筋を説明するに留めています．

1. 以下のとおり．

- (1)  $(x, y, z) = (5/2, 4, 13/2)$
- (2)  $(x, y, z) = (-9, 6, 4)$
- (3)  $(x, y, z) = (49, 173, -132)$
- (4)  $(x, y, z) = (-1, 2, 3)$
- (5)  $(x, y, z) = (2, -1, 5)$
- (6)  $(x, y, z) = (1, 1, 1)$
- (7)  $(x, y, z, w) = (-2, 2, -2, 1)$
- (8)  $(x, y, z, w) = (-59, 85, 82, -89)$
- (9)  $(x, y, z, w, u) = (-188, -118, 116, -97, 5)$
- (10)  $(x, y, z, w, u) = (1, 0, -1, 0, 1)$

2.  $(i, j)$  成分が 1 でそれ以外は 0 である ( $m$  次の) 正方行列を  $E_{ij}$  で表す．また，対角成分が  $d_1, \dots, d_m$  である対角行列を  $\text{diag}(d_1, \dots, d_m)$  と表す．また， $E_m$  は  $m$  次の単位行列．

$$\begin{aligned} D_i(\lambda) &= \text{diag}(1, \dots, 1, \overset{i}{\lambda}, 1, \dots, 1) \\ F_{ij}(\lambda) &= E_m + \lambda E_{ij} \\ W_{ij} &= E_m + (E_{ij} + E_{ji}) - (E_{ii} + E_{jj}) \end{aligned}$$

3.  $D_i(\lambda)^{-1} = D_i(\frac{1}{\lambda})$ ,  $F_{ij}(\lambda)^{-1} = F_{ij}(-\lambda)$ ,  $W_{ij}^{-1} = W_{ij}$ .

4. (1)  $\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ , (2) 持たない, (3)  $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 9 & 1 & -4 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ .

5.  $a, b, c$  が互いに相異なるとき唯一の解を持ち，その解は

$$(x, y, z) = \left( \frac{(d-b)(d-c)}{(a-b)(a-c)}, \frac{(d-a)(d-c)}{(b-a)(b-c)}, \frac{(d-a)(d-b)}{(c-a)(c-b)} \right).$$