微分積分学・同演習 A

演習問題 6

1. (1) $x=-1/\sqrt{3}$ で極大値 $1+2/(3\sqrt{3})$, $x=1/\sqrt{3}$ で極小値 $1-2/(3\sqrt{3})$.

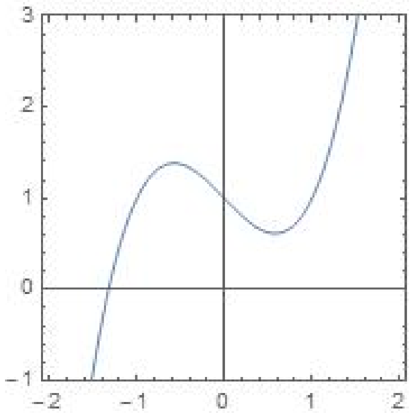
(2) $x=1,2$ で極小値 0, $x=3/2$ で極大値 $1/16$.

(3) $x=-\sqrt{2}-1$ で極小値 $(1-\sqrt{2})/2$, $x=\sqrt{2}-1$ で極大値 $(\sqrt{2}+1)/2$.

(4) $x=\sqrt{2}$ で極大値 $\frac{4+\sqrt{2}}{4-\sqrt{2}}$, $x=\sqrt{2}$ で極小値 $\frac{4-\sqrt{2}}{4+\sqrt{2}}$.

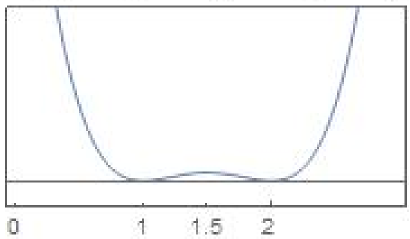
(1)

x		$-1/\sqrt{3}$		$1/\sqrt{3}$	
f'	$+$	0	$-$	0	$+$
f	↗		↘		↗



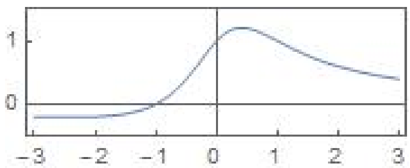
(2)

x		1		$3/2$		2	
f'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
f	↘		↗		↘		↗



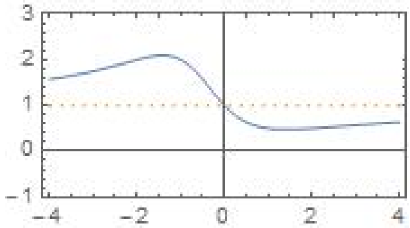
(3)

x		$-\sqrt{2}-1$		$\sqrt{2}-1$	
f'	$-$	0	$+$	0	$-$
f	↘		↗		↘



(4)

x	0	$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$	
f'	$+$	0	$-$	0	$+$
f	↗		↘		↗



2.[†] n は整数とする.

(1) $x=\pi/3+2n\pi$ で極小値 $\pi/3+2n\pi-\sqrt{3}$, $x=-\pi/3+2n\pi$ で極大値 $-\pi/3+$

---

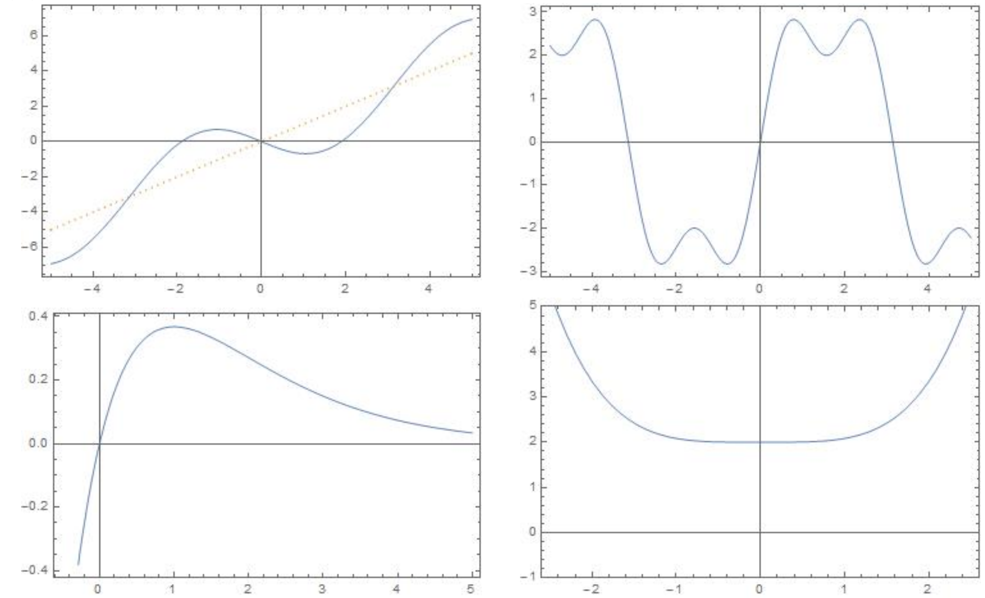
5 月 23 日分 (凡例：無印は基本問題, † は特に解いてほしい問題, $*$ は応用問題)
講義用 HP: http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~h-nakashima/lecture/2017C.html

$2n\pi + \sqrt{3}$.

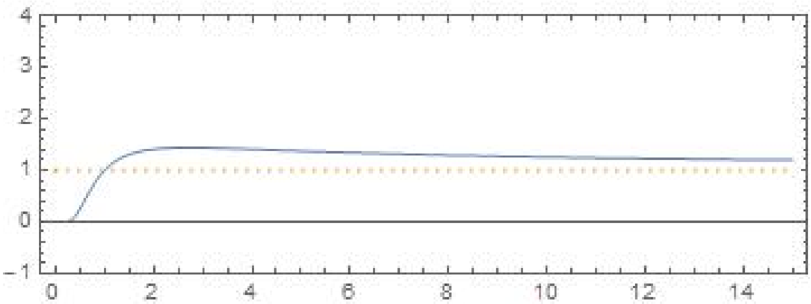
(2) x $x = 2n\pi + \pi/2$ で極小値 2, $x = frm{-}en\pi + \pi/4$, $2n\pi + 3\pi/4$ で極大値 $2\sqrt{2}$, $x = 2n\pi - \pi/2$ で極大値 -2, $x = 2n\pi - pi/4$, $2n\pi - 3\pi/4$ で極小値 $-2\sqrt{2}$ をとる．

(3) $x = 1$ で極小値 $1/e$ をとる．

(4) $x = 0$ で極小値 2 をとる．

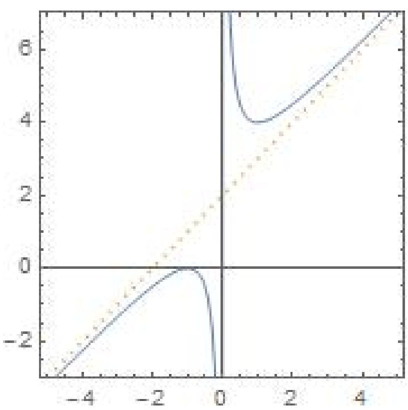


3.† $x = e$ で極大値 $e^{1/e}$ をとる．グラフの形からこれがこの関数の最大値になることも分かるので，特に $e^{1/e} > \pi^{1/\pi}$ が成り立つ．この両辺を $e\pi$ 乗すれば，$e^{\pi} > \pi^{e}$ を得る．



4. 条件は $a = 2\sqrt{b}$, $b > 0$.

x		$-\sqrt{b}$		0		$\sqrt{b}$	
f'	$+$	0		$-$		0	$+$
f	$\nearrow$		$\searrow$	:	$\searrow$		$\nearrow$



5. $g(x) \neq 0$ と仮定する．$F(x) := f(x)/g(x)$ とすれば，$F'(x) = 0$ であるので F は定数関数ゆえ $f(x) = cg(x)$ である．

6.† ヒントにおける λ, μ はそれぞれ $\lambda = f(b) - f(a)$, $\mu = g(b) - g(a)$ となる．あとは平均値の定理を F に適用すればよい．

7.† (1),(2),(5) は双曲線関数の定義にしたがって計算すればよい．(3),(4) は教科書 p.49 の例題や問題を参考のこと．

8. 教科書の解答 p.213 を参照のこと．

9. 教科書の解答 p.213 を参照のこと．

10.* $(a+h)^3 = a^3 + h \cdot 3(a+\theta h)^2$ より式を整理して $a + h/3 = 2a\theta + \theta^2 h$ である．$a \neq 0$ のときは $\theta = 1/2 + h/(ha) - \theta^2 h/(2a) \to 1/2$ $(h \to 0)$．また $a = 0$ のときは $h/3 = \theta^2 h$ より $\theta = 1/\sqrt{3}$ $(0 < \theta < 1$ より$)$.