

線形代数学・同演習 B

1 月 10 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

$V = \mathbb{R}[x]_2$ とする．二つの多項式 $p(x) = x^2$, $q(x) = x$ と直交する (零多項式ではない) 多項式 $f(x)$ を一つ求めよ．ただし, V の内積は次で与えられているとする：

$$(f|g) := \int_{-1}^1 f(x)g(x) dx \quad (f, g \in V).$$

解) $f(x) = ax^2 + bx + c$ とおく．条件は $(f|p) = 0$ かつ $(f|q) = 0$ なので,

$$\begin{aligned} 0 = (f|p) &= \int_{-1}^1 (ax^4 + bx^3 + cx^2) dx = \frac{2}{5}a + \frac{2}{3}c, \\ 0 = (f|q) &= \int_{-1}^1 (ax^3 + bx^2 + cx) dx = \frac{2}{3}b. \end{aligned}$$

これより $c = -\frac{3}{5}a$, $b = 0$ となるので $f(x) = ax^2 - \frac{3}{5}a$ ($a \neq 0$) ならばよい．よって例えば $a = 5$ として

$$f(x) = 5x^2 - 3. \quad \square$$

講義や講義内容に関して，意見・感想・質問等を自由に記述してください．