線形代数学・同演習 B

10 月 17 日分 質問への回答

質問 (1) は正しく答えるためにすべて帰納法を使う必要がありますか？「n 階導関数を求めよ」という問題でどう答えれば良いかわかりません。

- n 階導関数を求める際にどこまで記述を行えばよいのでしょうか？

— 試験などでは Leibniz の公式などを用いる場合を除いて帰納ほうなり何なりの方法で証明することが望ましいです．小レポートではそこまでは要求しないことにします (採点の負担の都合です)．ただ，帰納法ならば $n = 1, 2, 3$ 程度までの結果を書いて「よって帰納法より」と一言触れておくと助かります．

質問 偏微分のところはかなり慣れてスムーズに解くことができたが、全微分可能性の部分がとても難しかった。教科書を読んでも理解できなかったのですが、オススメのサイトか書籍かなにかあれば教えて下さい。

— 全微分可能性は，定義に従って確認しようとするとかなり大変です．偏導関数がどちらも連続であることを確かめるのが，万能ではないですが，有効です．全微分可能という概念がわかりにくい原因は，その定義の仕方にあると感じます．1 変数のときは「接線の傾き」として明快に定義できたわけですが，2 変数になると「ある平面との差が $\|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{a}\|$ よりもはやく 0 に収束する」という回りくどい定義になっています．

全微分可能性の定義について調べるよりも，これを導入して何が嬉しいのかということを理解する事が重要です．例えば $\frac{xy}{x^2+y^2}$ の例にもあるように，ある点で偏導関数が存在しても，その点で連続でないような関数が存在します．一般論を展開する上でこの例のような関数は不都合なことが多いので，なにかしらの「よい」条件を付けて排除できれば非常に都合がいいわけです．そうした中で，多変数関数における「全微分可能」という条件は，1 変数関数における微分の一般化になっているという点で非常によい条件になっています．

全微分可能性は教科書によっては書いてなかったりするものもありますし，上の程度の理解で十分と思います．教科書によっては全微分 $dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy$ も導入していて混乱してしまうかもしれません．

質問 小テストの解答はどちらで確認したら良いですか？

— やっぱり用意したほうが良さそうですね．今週は時間が取れないと思いますので，来週中には用意できるよう努めます．

質問 全微分がどういうことかあまり分からなかった。平面で近似するということは分かった。

— そのくらいの理解で十分です．重要なことは，全微分可能な関数は，例えば $\frac{xy}{x^2+y^2}$ の原点での振る舞いのような変なことが起こらないということです．

質問 推理小説を未だ読んだことがないので今度古典部の本を読んでみようと思います．千反田さんほどではないですが先生が普段どのような本を読んでいるか気になります．

— 普段はあまり本を読む法ではありませんが，最近は米澤穂信さんやクリスティーの作品を中心に読んでましたね．まあ，古典部シリーズの影響ですが．

質問 数学的帰納法を書くのが大変だった．

— 単純作業で非常に面倒ですが，重要な作業です．

質問 がんばります！

— がんばってくださいね．

質問 Def.3.9 最後バタバタだったので，もう一回してほしいです．

— 了解です．次回，3 次元空間の曲座標変換から始めます．