

# 線形代数学・同演習 A

## 演習問題 10

1. 次の 3 次行列の行列式を計算せよ .

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 4 & 3 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix} \quad (3) \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} \quad (5) \begin{vmatrix} 3 & 2 & -2 \\ -4 & 4 & -4 \\ -2 & 0 & 5 \end{vmatrix} \quad (6) \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & -2 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

2.† 次の正方行列の行列式を計算せよ.

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 4 & 2 & 7 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 8 & 3 & 2 & -5 \\ -4 & -1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 2 & 3 \\ 1 & 6 & 2 & 7 \end{vmatrix} \quad (3) \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

3.† 次の行列の行列式を求めよ .

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & -3 & 6 & 0 & 0 \\ -4 & -2 & 2 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -5 & 5 & -8 \\ -3 & 5 & 6 & 4 & -7 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 2 & 0 \\ 2 & -5 & -10 & 3 & -6 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ -5 & 3 & 5 & 4 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ 21 & 22 & 23 & 24 & 25 \end{vmatrix} \quad (4) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

4.  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$ ,  $W = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{pmatrix}$  とする . ただし ,  $\omega = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$  である .

(i)  $\det(A)$ ,  $\det(W)$  を求めよ . また ,  $\det(W) \neq 0$  を確かめよ .

(ii)  $\det(AW) = (a+b+c)(a+b\omega+c\omega^2)(a+b\omega^2+c\omega)\det(W)$  を示し , 次の因数分解の結果を証明せよ\*1 .

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a+b\omega+c\omega^2)(a+b\omega^2+c\omega).$$

6 月 27 日分 (凡例 : 無印は基本問題 , † は特に解いてほしい問題 , \* は応用問題)

講義用 HP: <http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~h-nakashima/lecture/2017LA.html>

\*1 行列式の積公式 (次回の講義で紹介する) を用いる .