

微分積分学・同演習 A

6 月 27 日分 小テスト

学籍番号：

氏名：

有理関数 $P(x) = \frac{1}{x^4 - 1}$ を部分分数分解し，その原始関数を求めよ．

解) $x^4 - 1 = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$ より，

$$P(x) = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 1} + \frac{Cx + D}{x^2 + 1}$$

とおける．両辺に $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$ を掛けると

$$1 = A(x + 1)(x^2 + 1) + B(x - 1)(x^2 + 1) + (Cx + D)(x^2 - 1)$$

なので，

$$\begin{aligned} x = 1 &\Rightarrow 1 = 4A && \therefore A = 1/4 \\ x = -1 &\Rightarrow 1 = -4B && \therefore B = -1/4 \\ x = i &\Rightarrow 1 = -2(Ci + D) && \therefore C = 0, D = -1/2. \end{aligned}$$

これより

$$P(x) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{1}{x + 1} \right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2 + 1}$$

であるので，

$$\begin{aligned} \int P(x) dx &= \frac{1}{4} \left(\log |x - 1| - \log |x + 1| \right) - \frac{1}{2} \operatorname{Arctan} x \\ &= \frac{1}{4} \log \left| \frac{x - 1}{x + 1} \right| - \frac{1}{2} \operatorname{Arctan} x. \end{aligned}$$

講義や講義内容に関して，意見・感想・質問等を自由に記述してください．