線形代数学・同演習 B

演習問題 7

1. 計算の仕方は，11 月 21 日分の小テストの解答を参考のこと．

(1) 固有値$\lambda = 5$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

固有値$\lambda = -3$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$

(2) 固有値$\lambda = -1$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

固有値$\lambda = 1$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

(3) 固有値$\lambda = 3$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

固有値$\lambda = 1$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(4) 固有値$\lambda = 2$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

固有値$\lambda = -1$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

2.†

(1) 固有値$\lambda = 3$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$

固有値$\lambda = -2$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

固有値$\lambda = 1$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 6 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix}$

(2) 固有値$\lambda = 1$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

固有値$\lambda = 0$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

(3) 固有値$\lambda = 2$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

固有値$\lambda = -1$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(4) 固有値$\lambda = 3$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

固有値$\lambda = 2$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

固有値$\lambda = 1$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(5) 固有値$\lambda = 2$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

固有値$\lambda = 1$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(6) 固有値$\lambda = -2$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

---

11 月 21 日分 (凡例：無印は基本問題，† は特に解いてほしい問題，∗ は応用問題)

講義用 HP: http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~h-nakashima/lecture/2017LA.html

	固有値$\lambda = 1$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$
(7)	固有値$\lambda = 3$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
	固有値$\lambda = 2$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
	固有値$\lambda = -1$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
(8)	固有値$\lambda = -1$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
	固有値$\lambda = 1$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$
(9)	固有値$\lambda = 2$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
	固有値$\lambda = -1$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

3.†

(1)	固有値$\lambda = i$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}$
	固有値$\lambda = -i$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix}$
(2)	固有値$\lambda = 1+i$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}$
	固有値$\lambda = 1-i$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix}$
(3)	固有値$\lambda = 2$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}$
	固有値$\lambda = 0$ に対応する固有ベクトルは $\begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix}$

4. (1) $t^3 - 21t - 68$, (2) $t^3 + 4t^2 - 4t - 21 = (t+3)(t^2+t-7)$, (3) $t^3 + 2t^2 - 7t - 48$.

5. $g_A(t) = \det(tE_3 - A)$ を地道に計算すればよい．t に関しての次数比較を行うと楽.

6.* $S = A + 2E_2$, $T = (-A + 8E_2)/23$.

$p(t) = 2t^2 - 12t^3 + 19t^2 - 29t + 37$ とおく．$g_A(t) = t^2 - 6t + 7$ であるが，$p(x) = (t^2-6t+7)(5+2t^2) + (2+t)$ であることより．また，S に関しては $S^2 - 10S + 23E_2 = O$ が成り立つので，$-23E_2 = S(S - 10E_2)$, つまり $S^{-1} = -(S - 10E_2)/23 = (-A + 8E_2)/23$.