

微分積分学・同演習 A

演習問題 8

1. 次の関数の $x = 0$ における Taylor 多項式を，最初の 3 項目まで求めよ^{*1}．

$$(1) \frac{x}{e^x - 1} \quad (2) \sqrt{1+x} \quad (3) (1+x)^x \quad (4) \sqrt[3]{1+x^2}$$

- 2.[†] 次の関数の $x = 0$ における Taylor 多項式を，最初の 3 項目まで求めよ．

$$(1) \sec x = \frac{1}{\cos x} \quad (2) \frac{x}{\sin x} \quad (3) \frac{x^2}{1 - \cos x} \quad (4) \sin^2 x$$
$$(5) \cos^2 x \quad (6) \frac{1}{\tan x} \quad (7) \operatorname{Arcsin} x \quad (8) \sqrt{1 + \sin x}$$

3. 次の関数の $x = 0$ における 5 次の Taylor 多項式を求めよ．

$$(1) 2 \sin x + \tan x - 3x \quad (2) \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$$

4. $\tan x$ の $x = 0$ における Taylor 多項式を 9 次の項まで計算せよ．

- 5.[†] 次の極限を求めよ．

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x)^{\sin x} \quad (2) \lim_{x \rightarrow +0} x^{\sin x} \quad (3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^3}$$
$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{Arcsin} x + \sin x - 2x}{x^2(x - \operatorname{Arctan} x)} \quad (5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sec x - 2 \cos^2 x - 3 \sin^2 x}{(\sin x - x) \log(1 + 2x)}$$

- 6.* 次の極限を求めよ^{*2}．

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(1/x)}{\sin x} \quad (2) \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x^2 \sin(2 \log x) + x^2 \cos(2 \log x)}{x \sin(\log x)}$$

- 7.* 適当な計算道具を用いて， x が十分小さいときに成立する次の近似式 $(1+x)^\alpha \asymp 1 - \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2$ を用いて，次の値の近似値を求めよ．

$$(1) \sqrt[5]{30} \quad (\text{少数第 3 位まで}) \quad (2) \sqrt[3]{130} \quad (\text{少数第 6 位まで})$$
$$(3) \sqrt[5]{240} \quad (\text{少数第 5 位まで})$$

- 8.* 適当な計算道具を用いて，次の値の少数第 4 位までの近似値を求めよ．

$$(1) \sin \frac{1}{2} \quad (2) \cos \frac{1}{2} \quad (3) \tan \frac{1}{2} \quad (4) \sqrt{e}$$

6 月 6 日分 (凡例：無印は基本問題，[†] は特に解いてほしい問題，* は応用問題)

講義用 HP: <http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~h-nakashima/lecture/2017C.html>

^{*1} たとえば $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + o(x^5)$ など．

^{*2} L'Hôpital の定理を適用できない例．また，(2) においては $\sin x$, $\cos x$ の Taylor 多項式による近似もできないことに注意 ($x \rightarrow +0$ のとき $\log x \rightarrow -\infty$ なので)．