

# 微分積分学・同演習 A

## 演習問題 10

1.<sup>†</sup>  $m, n \geq 1$  を任意の自然数とするととき，次の定積分を計算せよ<sup>\*1</sup>．

$$(1) \int_0^{2\pi} \cos mx \cos nx \, dx \quad (2) \int_0^{2\pi} \cos mx \sin nx \, dx \quad (3) \int_0^{2\pi} \sin mx \sin nx \, dx$$

2. 次の不定積分を計算せよ (部分積分)．

$$(1) \int \operatorname{Arcsin} x \, dx \quad (2) \int \log x \, dx \quad (3) \int x \operatorname{Arctan} x \, dx$$

3. 次の不定積分を計算せよ．ただし， $a$  は正の実数である (置換積分)．

$$(1) \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad (2) \int \frac{dx}{x^2 - 2ax + a^2 + 1} \quad (3) \int \sqrt{a^2 - x^2} \, dx$$

4. 次の不定積分を計算せよ<sup>\*2</sup>．

$$(1) \int \frac{dx}{1+x^2} \quad (2) \int \frac{dx}{(1+x^2)^2} \quad (3) \int \frac{dx}{(1+x^2)^3}$$

5.<sup>†</sup> 次の有理関数を部分分数分解せよ<sup>\*3</sup>．

$$(1) \frac{1}{x^2 - 1} \quad (2) \frac{1}{1 - x^3} \quad (3) \frac{x+1}{x(x^2+1)} \quad (4) \frac{x}{x^3 - 1} \quad (5) \frac{x^3 + 2}{x^2 - 1}$$

6.<sup>†</sup> 問題 5 の有理関数の不定積分を求めよ．

7.  $x^4 + 1 = (x^2 + \sqrt{2}x + 1)(x^2 - \sqrt{2}x + 1)$  であることを利用して，次の有理関数を部分分数分解せよ．

$$(1) \frac{1}{x^4 + 1} \quad (2) \frac{x^2}{x^4 + 1} \quad (3)^* \frac{x^3 + x}{x^4 + 1}$$

8.<sup>†</sup> 次の関数の原始関数を求めよ．ただし， $a$  は正の実数である．

$$(1) x^3 e^{ax} \quad (2) x^3 e^{-x^2} \quad (3) \frac{1}{e^x + 4e^{-x} + 5} \quad (4) \frac{x}{\sqrt{a^4 - x^4}} \\ (5) \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad (6) \frac{1}{(x^2 - 1)^2} \quad (7) x \log x \quad (8) (\operatorname{Arctan} x)^2$$

---

6 月 27 日分 (凡例：無印は基本問題，<sup>†</sup> は特に解いてほしい問題，<sup>\*</sup> は応用問題)

講義用 HP: <http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~h-nakashima/lecture/2017C.html>

<sup>\*1</sup> 三角関数の和積の公式を用いる．また，場合分けも必要である．

<sup>\*2</sup> 教科書 p.96 を参照のこと．

<sup>\*3</sup> (5) はまず分子の多項式の次数を分母のものよりも小さくする．