

(おそらく) 有名な広義積分の値を以下に羅列する．その中には講義の知識だけでは導出できないものも含まれており，それらは後期に扱う多変数関数の積分か，或いは複素関数論の技法を用いる必要がある．

$$(1) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

$$(2) \int_0^{+\infty} e^{-x^2} \frac{\cos ax - \cos bx}{x^2} dx = \frac{\pi}{2}(b-a) \quad (a, b > 0)$$

$$(3) \int_0^{+\infty} \frac{dx}{ax^4 + bx^2 + c} = \frac{\pi}{2\sqrt{c}\sqrt{b+2\sqrt{ac}}} \quad (a, b, c > 0)$$

$$(4) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^{n+1}} = \pi \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^n \cdot n!}$$

$$(5) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^4)^{n+1}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3 \cdot 7 \cdots (4n-1)}{4^n \cdot n!}$$

$$(6) \int_0^{+\infty} \frac{x^{\alpha-1}}{1+x} dx = \frac{\pi}{\sin \alpha x} \quad (0 < \alpha < 1)$$

$$(7) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} = \frac{\pi}{4}, \quad \int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{1-x^4}} dx = \frac{1}{2}$$

$$(8) \int_0^{+\infty} e^{-(x-\frac{a}{x})^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$(9) \int_0^1 \frac{\log x}{1-x} dx = -\frac{\pi^2}{6}, \quad \int_0^1 \frac{\log x}{1+x} dx = -\frac{\pi^2}{12}$$

$$(10) \int_0^{+\infty} \frac{x^\alpha \log x}{x^2-1} dx = \frac{\pi^2}{2(1+\cos \alpha x)} \quad (0 \leq \alpha < 1)$$

$$(11) \int_0^{+\infty} \frac{\log x}{1+x^4} dx = -\frac{\pi^2}{8\sqrt{2}}, \quad \int_0^{+\infty} \frac{x^2 \log x}{1+x^4} dx = \frac{\pi^2}{8\sqrt{2}}$$

$$(12) \int_0^{+\infty} \cos(x^2) dx = \int_0^{+\infty} \sin(x^2) dx = \frac{\sqrt{2\pi}}{4}$$

(1) は教科書にも書いてある．(2)～(9) は解析概論 (高木貞治著) から，(10) 以降は複素関数論講義 (野村隆昭著) から．実数の範囲での積分計算であっても，複素数を用いて計算することが有効である場合が多い．