

# 線形代数学・同演習 A

5 月 30 日分 質問への回答

質問 置換と写像は同じと考えていいのですか？

- 置換は写像の特別な例の一つですが、逆は成り立たないので、それはよくないです。置換とは、有限集合  $S$  上の自己同型群、すなわち  $S$  から  $S$  への写像であって、しかも 1 対 1 であるものを指します。これは写像の中の非常に特殊なものです。

質問 授業の途中がよくわからなかった。

- もう少し具体的に指摘してくださると助かります。

質問 この小テストはなんとなく分かったけど写像の入りのところはよく分からなかった。

- 写像の入り...写像の定義のところでしょうか。今まで扱ってきた関数は実数  $x$  に対して実数  $f(x)$  を対応させるものであって、多変数関数とはベクトル  $x \in \mathbb{R}^n$  に対して実数  $f(x)$  を対応させるものです。そして、今日定義した写像はベクトル  $x \in \mathbb{R}^n$  に対してベクトル  $\varphi(x) \in \mathbb{R}^m$  を対応させる、というだけのことです。

質問 高校のときあいまいだった写像が少しわかりました。

- それはよかったです。写像（関数）は、物理学において非常に重要な役割を果たしています。早いうちに写像という概念に慣れておくといいでしょう。

質問 覚えることが多いのがんばりたい。

- 他の講義もあって大変でしょうが、がんばりましょう。

質問 無理です。

- がんばってください。

質問 特になし

- はい。

補足．講義中，板書で

$$\varphi(x) = x \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

と書きました．ここで二番目の等号が不自然だという指摘がありました（行列の積を知らなければできない，という点で）．後で見直してみたところ，どうやら式を一つ飛ばしていたようです：

$$\varphi(x) = x \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}.$$

写像（関数）は [作用素] (変数) のような形で書くことが普通なので（例えば関数  $f(x)$  など）， $\begin{pmatrix} ax+by \\ cx+dy \end{pmatrix}$  において無理やり変数  $x, y$  を右側に持ってきて

$$\boxed{\phantom{A}} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

と書こうとすると， $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  が一番理に適った書き方である，というのが私の個人的な見解です．