

1 第1回分の演習問題

(1) 次の分数式を約分せよ.

$$(a) \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 3x + 2} \quad (b) \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$$

(2) 次の関数の逆関数を求めよ.

$$(a) y = -\frac{1}{3}x + 4 \quad (b) y = 3x - 1$$

(3) 次の関数の逆関数を求めよ.

$$(a) y = x^2 \quad (b) y = 2^x \quad (c) y = \log_{10} x$$

(4) 次の角を, 度数は弧度に, 弧度は度数に, それぞれ書き直せ.

$$(a) 15^\circ \quad (b) -60^\circ \quad (c) \frac{8}{5}\pi \quad (d) -\frac{5}{12}\pi$$

(5) $f(x) = x + 1$, $g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$, $h(x) = \log_2(x)$ のとき, 次の合成関数を x の式で表せ.

$$(a) f(g(x)) \quad (b) g(f(x)) \quad (c) h(g(x))$$

答. (1) (a) $\frac{x-4}{x+2}$ (b) $\frac{x+1}{x^2+x+1}$

(2) (a) $y = -3x + 12$ (b) $y = \frac{1}{3}(x+1)$

(3) (a) $y = \sqrt{x}^{*1}$ (b) $y = \log_2 x$ (c) $y = 10^x$

(4) (a) $\frac{\pi}{12}$ (b) $-\frac{\pi}{3}$ (c) 288° (d) -75°

(5) (a) $\sqrt{x^2+1} + 1$ (b) $\sqrt{x^2+2x+2}$
(c) $\frac{1}{2} \log_2(x^2+1)$

2 第2回分の演習問題

(1) すべての n に対して $a_n < b_n$ であるが, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ となる数列の組を一例挙げよ.

(2) 一般項が次の式で表される数列の極限を調べよ.

$$(a) \frac{2n-1}{5n+1} \quad (b) \frac{2n^2+n}{n^2-6} \quad (c) \frac{7n-3}{3n^2+4n}$$

(3) 一般項が次の式で表される数列の極限を調べよ.

$$(a) 2n^3 - 4n \quad (b) \sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}$$

(4) 次の無限等比数列の極限を調べよ.

$$(a) 3, 9, 27, 81, \dots \quad (b) -\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, -\frac{8}{27}, \dots$$

$$(c) 8, -12, 18, -27, \dots$$

(5) 一般項が次の式で表される数列の極限を調べよ.

$$(a) \frac{5^n - 2^n}{3^n} \quad (b) \frac{2^{n+1}}{3^n + 2^n} \quad (c) \frac{(-2)^n + 3^n}{3^n - (-2)^n}$$

(6) $r \neq -1$ のとき, 数列 $\frac{r^n}{1+r^n}$ の極限を調べよ.

答. (1) 例えば $a_n = 1 - \frac{1}{n}$, $b_n = 1 + \frac{1}{n}$

(2) $ds(a) \frac{2}{5}$ (b) 2 (c) 0

(3) (a) $+\infty$ (b) 0

(4) (a) $+\infty$ (b) 0 (c) 収束しない

(5) (a) $+\infty$ (b) 0 (c) 1

(6) $|r| > 1$ のとき 1 , $r = 1$ のとき $\frac{1}{2}$,
 $-1 < r < 1$ のとき 0

3 第3回分の演習問題

(1) 次の極限を求めよ.

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x+1} \quad (b) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 1)$$

(2) 次の極限を求めよ.

$$(a) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+3}{(x-1)(x^2+3)} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 4}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) \quad (4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}$$

(3) 次の極限を求めよ.

$$(a) \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x^2 + x}{|x|} \quad (b) \lim_{x \rightarrow -0} \frac{x^2 + x}{|x|} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x}{x-1}$$

(4) 次の極限を求めよ.

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$$

(5) 点 $x = 0$ 以外の点で常に $f(x) < g(x)$ であるが,
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ がともに存在して, さらに

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$$

となるような関数の組の一例を挙げよ.

答. (1) (a) 0 (b) $-\infty$

(2) (a) $-\frac{1}{21}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) 1 (d) $\frac{1}{4}$

(3) (a) 1 (b) -1 (c) $+\infty$

(4) (a) 0 (b) 0

(5) 例えば $f(x) = -x^2$, $g(x) = x^2$

4 レポート用の演習問題

(1) 度数法で表された角度 abc° を, 弧度法で書き直せ.
ここで, abc は 3 つの数の積ではなく, 3 桁の数とみる.

(2) $a_1 = a$, $a_{n+1} = \frac{b}{10}a_n + c$ によって定義される数列 $\{a_n\}$ の極限值は存在するか. 存在するならば, その極限值を求めよ.

(3) 次の極限を求めよ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax})$

答. (1) $abc \times \frac{\pi}{180}$ (rad)

(2) 収束し, 極限值は $\frac{10c}{10-b}$

(3) 収束し, 極限值は $\frac{b}{2\sqrt{a}}$

*1 問題としては若干不適切で, $y = x^2$ ($x \geq 0$) の範囲における逆関数は $y = \sqrt{x}$ で, 全体としては逆関数は持たない.