線形代数学・同演習 A

演習問題 5

1. (1) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

簡約化は (1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2.† (1) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (4) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

簡約化は (1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3.† ◯ (1) $\begin{pmatrix} -1 & -3 & -4 \\ -1 & -4 & -5 \\ -4 & -17 & -22 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} -14 & 10 & -7 \\ -3 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ (3) 逆行列なし

---

5 月 16 日分 (凡例：無印は基本問題，† は特に解いてほしい問題，$*$ は応用問題)

講義用 HP: http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~h-nakashima/lecture/2017LA.html

(4) $\begin{pmatrix} 10 & 27 & -4 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ (5) 逆行列なし (6) $\begin{pmatrix} 34 & 124 & -10 & -7 \\ 10 & 36 & -3 & -2 \\ 2 & 11 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

× (1) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 5 & -9 & -18 \\ 3 & -9 & -1 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} -8 & 16 & -9 \\ -1 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ (3) 逆行列なし

(4) $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 1 & -8 & -1 \\ -2 & 13 & 1 \end{pmatrix}$ (5) 逆行列なし (6) $\begin{pmatrix} 35 & -74 & -6 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ -10 & 21 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

4.† B, C がともに A の逆行列とすると，$AB = BA = E$, $AC = CA = E$ である．さて，行列の積は結合法則を満たすので，$(BA)C = B(AC)$ であるが,

$$(BA)C = EC = C, \quad B(AC) = BE = B$$

なので $B = C$ でなければならない.

5. ならない．例えば $A = E_2$, $B = -E_2$ とすればよい.

6. なる．$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ である.

7.* プログラミングの本を参照のこと.