線形代数学・同演習 A

7 月 19 日分　小テスト

学籍番号：　　　　　　　　　　　　　氏名：

次の正方行列 A の余因子行列と逆行列を，掃き出し法を使わずに計算せよ．計算過程も明記すること．

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -8 & 9 \\ 1 & -4 & 5 \\ 4 & -5 & 6 \end{pmatrix}$$

解) 余因子行列の定義に注意して，各 $\widetilde{a}_{ij}$ $(i, j = 1, 2, 3)$ を計算する．

$$\widetilde{a}_{11} = +\begin{vmatrix} -4 & 5 \\ -5 & 6 \end{vmatrix} = 1, \quad \widetilde{a}_{12} = -\begin{vmatrix} -8 & 9 \\ -5 & 6 \end{vmatrix} = 3, \quad \widetilde{a}_{13} = +\begin{vmatrix} -8 & 9 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} = -4,$$

$$\widetilde{a}_{21} = -\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 14, \quad \widetilde{a}_{22} = +\begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 6, \quad \widetilde{a}_{23} = -\begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = -26,$$

$$\widetilde{a}_{31} = +\begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = 11, \quad \widetilde{a}_{32} = -\begin{vmatrix} 7 & -8 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = 3, \quad \widetilde{a}_{33} = +\begin{vmatrix} 7 & -8 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = -20.$$

したがって，

$$\widetilde{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 14 & 6 & -26 \\ 11 & 3 & -20 \end{pmatrix}.$$

また，

$$\begin{vmatrix} 7 & -8 & 9 \\ 1 & -4 & 5 \\ 4 & -5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 20 & -26 \\ 1 & -4 & 5 \\ 0 & 11 & -14 \end{vmatrix} = -\bigl(20 \cdot (-14) - (-26) \cdot 11\bigr) = -6$$

なので，

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \widetilde{A} = -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 14 & 6 & -26 \\ 11 & 3 & -20 \end{pmatrix}.$$

※講義や講義内容に関して，意見・感想・質問等を自由に記述してください．