

O Mito de “O Cravo Bem Temperado”

Hidetoshi Arakawa
arakawa@terra.com.br

Em 1722 Johann Sebastian Bach (1685-1850) terminou de compor o conjunto de músicas a que deu título de “Das Wohltemperirte Clavier”,

O Clavier bem Temperado
ou
Prelúdios e Fugas
com todos os tons e semitons
concernentes tando à terça maior or Ut Ré Mi
quanto à terça menor ou Ré Mi Fá
para uso e benefício
do jovem musical que desejar estudar
e também
para passatempo de quem tem prática neste estudo
desenhado e escrito
por
Johann Sebastian Bach
mestre-de-capela de Sua Majestade o Principe de Anhalt-Cöthen
e Diretor de sua Música de Câmara
anno 1722

Em 1744 apresentou outra obra, com o mesmo formato, que veio a constituir, posteriormente, o livro II. Cada uma contém 24 pares de prelúdios e fugas, sendo 12 pares na escala maior e 12 pares na menor. A expressão Ut Ré Mi era usada, no tempo de Bach, para a escala maior e Ré Mi Fá para a escala menor. O termo ‘clavier’ abrangia os instrumentos de teclado em geral, porém, como o próprio Bach distingue o órgão dos outros instrumentos, ‘clavier’ pode referir-se tanto ao clavicórdio quanto ao cravo. Como no primeiro livro as notas não extrapolam a faixa que vai de Dó a Dó de quatro oitavas, que é a faixa do clavicórdio, alguns musicólogos preferem “O Clavicórdio Bem Temperado”. Os dois livros, geralmente chamados “48 Prelúdios e Fugas”, não foram publicados em vida do compositor, tendo sido distribuídas somente cópias manuscritas. No início do século XIX, cinquenta anos após sua morte, começaram a surgir publicações de “O cravo bem Temperado”. A primeira edição anotada foi a de Czerny, em 1837. Em seguida vieram inúmeras edições e livros de interpretação, e com eles alguns equívocos que se perpetuaram, entre os quais: Bach foi o pioneiro na composição com todas as tonalidades, 12 maiores e 12 menores; bem temperado quer dizer igual temperamento.

Não obstante a ampla divulgação dos temperamentos históricos nos últimos trinta anos, é raro encontrar alguém que saiba corretamente em quantas tonalidades se podia tocar com o temperamento em voga na época de Bach. Além do mais, estudos bem fundamentados mostram que ‘bem temperado’ não é o mesmo que ‘igual temperado’.

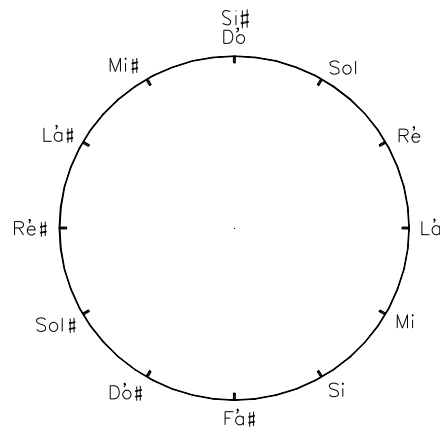
Diversamente do mito, Bach não foi pioneiro na composição em 24 tonalidades. Entre outros precursores, houve um cuja obra teve grande influência sobre as composições de Bach. Trata-se de

Johann Caspar Ferdinand Fischer (c 1670 - 1746). Sua coletânea “Ariadne musica neo-organoedum” (1702) seguramente foi o modelo para os “48 Prelúdios e Fugas” de Bach.

O método convencional empregado no estudo de afinação e temperamento é a notação fracionária, que representa um valor exato mas cujo tamanho é difícil de calcular e de adivinhar. Para se saber a altura de uma nota ou a distância entre notas, converte-se a expressão fracionária a ‘cento’, notação criada pelo físico inglês Ellis no Século XIX. Uma oitava é dividida em 1200 centos, um semitom. do igual temperamento correspondendo a 100 centos. Para tanto é necessário o domínio do cálculo de logaritmos e da calculadora científica. Os valores convertidos à expressão de cento de Ellis nunca são exatos, exceto no igual temperamento; eles são sempre aproximados e não reversíveis à expressão fracionária. Tentamos, a seguir, explicar os temperamentos, com precisão e sem cálculos fracionários ou logaritmos.

Escala pitagórica

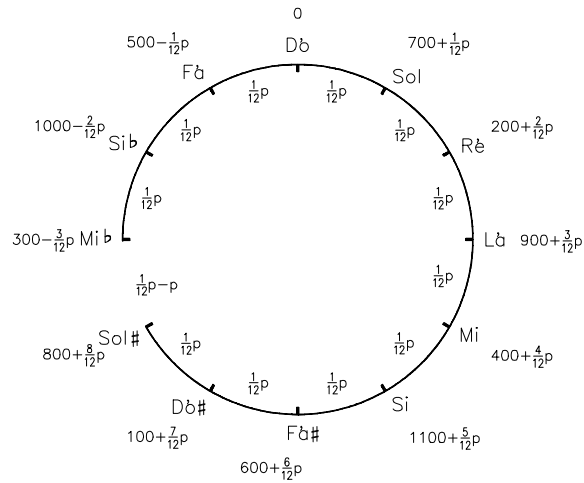
Os gregos descobriram, na antiguidade, que doze passos de quintas dividem uma oitava em doze partes. No teclado do piano, subindo em quintas (7 semitons) a partir de Dó mais grave, volta-se ao Dó da sétima oitava acima com 12 passos de quintas. A sequência das notas é Dó, Sol, Ré, Lá, Mi, Si, Fá#, Dó#, Sol#, Ré#, Lá#, Mi# e Si#. No piano Si# é igual a Dó. Descendo partir de Dó, a sequência das notas fica Fá, Sib, Eb, Láb, Réb, Solb, Dób e Fáb.



Círculo de quintas de Dó a Si#

Na Idade Média optou-se pela escala pitagórica no ritual, litúrgico, permanecendo até hoje o seu padrão no estudo das escalas musicais. Ela se compõe de quintas puras. Na realidade, quinta pura na razão de $3/2$ ultrapassa 7 partes de uma oitava de 12 divisões. Aumentamos sua precisão multiplicando os números por 100, o que permite expressar a quinta pura por 701,955 centos (conforme Ellis), ou $700 + P/12$. 12 quintas puras perfazem 8.423,46 centos, ou $8400 + P$. Como 8400 correspondem a 7 oitavas (7×1200), 12 quintas terão 23,46 centos, ou P , a mais que 7 oitavas. Esta diferença P chama-se ‘coma pitagórica’. Na escala pitagórica a posição de Si# fica acima de Dó. Se não se exige precisão, a quinta pode ser 702 centos e P 24. Para analisar intervalos (distâncias) a sequência de quintas é mais adequada. No sistema convencional a unidade de divisão do círculo de quintas é a quinta pura, notando-se a discrepância relativa a ela. Neste artigo, utilizamos o círculo com unidade de divisão de 700 centos e discrepância relativa a 700 centos.

No círculo de quintas da escala pitagórica, à direita de Dó, a sequência de quintas vai até Sol#, e, à esquerda, até Mib. Este círculo é composto com 11 quintas puras e uma quinta restante para completar 8400.



Círculo de quintas da escala pitagórica

Alguns intervalos da escala pitagórica são expressos da seguinte maneira:

Quinta justa pura

$$V = 700 + \frac{1}{12}P$$

Terça maior

$$\begin{aligned} III_p &= 4V - 2VIII \\ &= 4\left(700 + \frac{1}{12}P\right) - 2 \times 1200 \\ &= 400 + \frac{4}{12}P \end{aligned}$$

Sexta maior

$$\begin{aligned} VI_p &= 3V - VIII \\ &= 3\left(700 + \frac{1}{12}P\right) - 1200 \\ &= 900 + \frac{3}{12}P \end{aligned}$$

Terça menor

$$\begin{aligned} III_{pm} &= VIII - VI_p \\ &= 1200 - \left(900 + \frac{3}{12}P\right) \\ &= 300 - \frac{3}{12}P \end{aligned}$$

A terça maior da escala pitagórica é muito larga, uma ‘coma sintônica’ a mais, comparada à terça maior pura de 5/4 (explicada no médio tom). Em consequência, é muito áspera e difícil de cantar. Pelo contrário, a terça menor é muito estreita, uma coma sintônica menor que a pura. Possui os mesmos inconvenientes da maior. Com quinta pura fica fácil achar a altura da nota, sendo agradável cantar semitom diatônico de 90 centos. A escala pitagórica é adequada para canto monofônico.

Médio Tom

Na Renascença floresceu a polifonia, cujo princípio é a utilização da terça maior pura de 5/4. O temperamento composto com este intervalo chama-se ‘médio tom’ (‘mean tom’ em inglês).

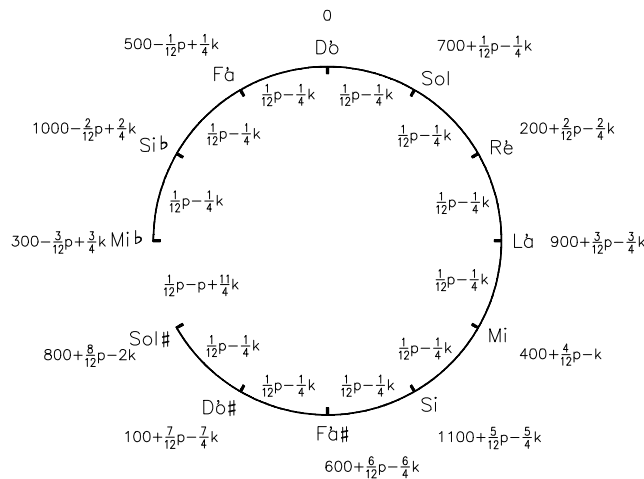
A terça maior pura é uma coma sintônica menor que a terça maior pitagórica. A coma sintônica K tem aproximadamente 21,5063 centos, podendo ser arredondada para 22 centos. O tamanho da terça maior pura é expresso como segue:

$$\begin{aligned} III &= III_p - K \\ &= 400 + \frac{4}{12}P - K \end{aligned}$$

Como a posição de Mi da sequência de quintas Dó-Sol-Ré-Lá-Mi fica duas oitava acima, obtêm-se as quatro quintas do médio tom V_{MT} que formam a terça maior pura III de duas oitavas acima da seguinte forma:

$$\begin{aligned} 4V_{MT} &= III + 2VIII \\ &= \left(400 + \frac{4}{12}P - K \right) + 2 \times 1200 \\ &= 2800 + \frac{4}{12}P - K \\ V_{MT} &= \frac{1}{4} \left(2800 + \frac{4}{12}P - K \right) \\ &= 700 + \frac{1}{12}P - \frac{1}{4}K \end{aligned}$$

O que dá aproximadamente 696,58 centos, 5,38 centos a menos que a pura.



Círculo de quinta do médio tom

Uma quinta Sol#-Mib V_{MTlobo} fica:

$$\begin{aligned} V_{MTlobo} &= 7VIII - 11V_{MT} \\ &= 7 \times 1200 - 11 \left(700 + \frac{1}{12}P - \frac{1}{4}K \right) \\ &= 700 - \frac{11}{12}P + \frac{11}{4}K \\ &= \left(700 + \frac{1}{12}P - \frac{1}{4}K \right) + 3K - P \end{aligned}$$

$3K-P$ é chamado de ‘diese menor’ e corresponde aproximadamente a 41,06 centos. Esta quinta tem cerca de 737,64 centos, portanto 35,68 centos a mais que a pura. Ela é demasiado larga e muito ruidosa. É designada por ‘quinta de lobo’, não sendo utilizada na formação da escala.

As três terças puras do médio tom não chegam a preencher uma oitava, como mostra a fórmula:

$$\begin{aligned} VIII - 3III &= 1200 - 3 \left(400 + \frac{4}{12}P - K \right) \\ &= 3K - P \end{aligned}$$

Para preencher uma oitava com três terças, duas seriam puras e uma seria $3K-P$ maior que a pura. Como se vê no círculo de quintas, esta terça é composta por três quintas normais e uma quinta de lobo. Por exemplo, a terça Sol#-Dó fica $3K-P$ maior que a pura, 427,37 centos. Esta terça não é utilizada, por ser extremamente áspera. No médio tom 8 terças maiores são puras e 4 terças $3K-P$ maiores que puras.

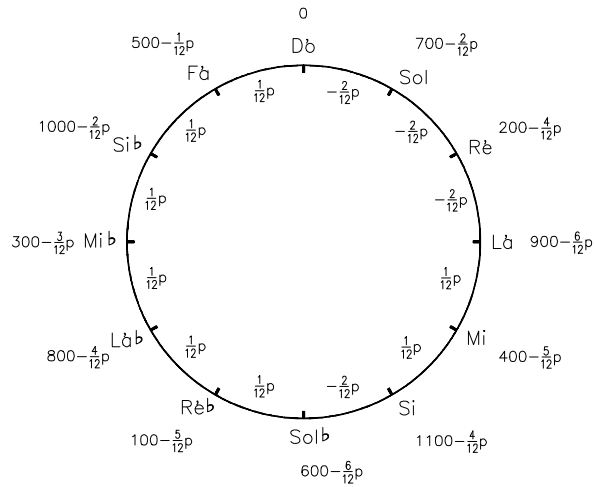
A escala diatônica é composta de uma sequência de sete notas no círculo de quintas. O problema na escala menor é que a ascendente é diferente da descendente. A escala diatônica menor descendente é igual à relativa maior. As alturas da sexta e da sétima nota da escala diatônica menor ascendente são iguais às da escala maior da tônica da mesma nota. As escalas que não incluem uma quinta de lobo são executáveis. Das 5 teclas acidentadas 2 são bemóis e 3 são sustenidos. As escalas diatônicas maiores e menores que utilizam de 2 bemóis a 3 sustenidos são praticáveis. No médio tom, apenas seis escalas maiores e três escalas menores são viáveis. Escala maiores são Sib, Fá, Do, Sol, Ré e Lá. As escalas menores são Sol, Ré e Lá.

Para além deste limite, muda-se o lugar da quinta de lobo. Se a quinta de lobo ficar entre Dó# e Láb (no lugar de Sol#-Mib), as escalas que usam de 3 bemóis a 2 sustenidos serão praticáveis. Com isto Lá maior e Lá menor tornam-se inviáveis, e Mib maior e Dó menor viáveis.

Apesar do número limitado de tonalidades, o médio tom foi apreciado no período barroco. O temperamento de D. Bedos de Celles (A Arte do Fabricante de Órgão, 1770) é o médio tom. Para permitir maior liberdade de tonalidades, foram criados vários temperamentos irregulares sem quinta de lobo. Além de possibilitar a execução em todas as tonalidades, procuravam preservar a beleza da terça maior das tonalidades comumente empregadas no médio tom. Um destes temperamentos é o Werckmeister III.

O temperamento do Werckmeister III

Andreas Werckmeister (1645-1706), organista e estudioso de temperamentos, publicou “Musicalische Temperatur” (Temperamento Musical) em 1691. Nesta obra estão compiladas explicações sobre vários temperamentos, inclusive médio tom e igual temperamento. Por esta razão lhe é erroneamente atribuída a criação do igual temperamento.



Círculo de quintas de Werckmeister III

Um dos temperamentos é conhecido como Werckmeister III, criação dele próprio. Ele simplificou dando a duas comas o mesmo valor. A diferença entre as quintas do médio tom V_{MT} e as menores de Werckmeister III V_W , é obtida da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} V_{MT} &= \left(700 + \frac{1}{12}P - \frac{1}{4}K \right) - \left(700 - \frac{2}{12}P \right) \\ &= \frac{3}{12}P - \frac{1}{4}K \\ &= \frac{1}{4}(P - K) \end{aligned}$$

Tendo duas comas valores iguais, o lado direito da equação fica zero. A diferença entre coma pitagórica P e coma sintônica K é chamada de ‘schisma’ S , representada por:

$$S = P - K$$

E aproximadamente 1,95 centos. A diferença entre duas quintas fica 0,49 centos. As melhores terça maiores III_{W1} são Dó-Mi e Fá-Lá, compostas de três quintas estreitas V_W e uma pura V como segue:

$$\begin{aligned} III_{W1} &= 3V_W + V \\ &= \left(700 - \frac{2}{12}P \right) + \left(700 + \frac{1}{12}P \right) - 2 \times 1200 \\ &= 400 - \frac{5}{12}P \end{aligned}$$

Vale aproximadamente 390,22 centos, sendo 3,91 centos maior que a pura. O lado esquerdo do círculo de quintas é igual ao da pitagórica. Mudando a composição das notas diatônicas do lado direito para o lado esquerdo do círculo de quintas, aumenta-se o número de terça pitagórica. O problema deste temperamento é a variação nos tamanhos dos intervalos. Há quatro tamanhos

diferentes nas terça maiores e quatro nas sexta maiores.

Na época foi muito apreciado. É o temperamento usado em muitas músicas que ultrapassam o limite do médio tom, do fim do século XVII ao século XVIII.

Em 1702, Fischer publicou “Ariadne musica neo-organoedum”, com 19 tonalidades. Em 1719, Mattheson escreveu “As Provas para Organistas Exemplares”, com 24 tonalidades. Apesar da inexistência de documentos que o comprovem, estudiosos do ramo pretendem que Bach empregou o Werckmeister III para “O cravo bem temperado”.

Igual temperamento

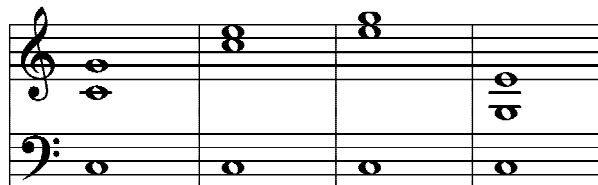
O igual temperamento é composto de 12 semitons de 100 centos. Na Europa continental o seu emprego se generalizou no início do século XIX, ao passo que na Inglaterra apenas em torno do 1850. Sua única vantagem é a facilidade na modulação. Qualquer uma das 12 notas distribuídas equidistantemente pode ser tônica. A desvantagem é que todos os intervalos não são puros, exceto

oitava. A quinta tem discrepância de 1,96 centos, $-\frac{1}{12}P$. A discrepância da terça maior é 13,69

centos, $-\frac{4}{12}P + K$, a da sexta maior é 15,64 centos, $-\frac{3}{12}P + K$.

Em 1930 o violinista Flesch publicou “A Arte de Tocar Violino”. O suplemento desta obra, “Sistema de Escala”, é o exercício diário de muitos violinistas. Aí ele recomenda tocar terças e sextas puras.

Além dos intervalos serem puros, o terceiro tom deve coincidir exatamente com a altura de uma nota da escala. Quando tocados juntos dois tons de frequências diferentes, o desvio em relação aos intervalos puros aparece nos batimentos da série harmônica dos dois tons. Além disso aparece outro fenómeno, ‘tom diferencial’, vulgarmente conhecido como ‘terceiro tom’. A frequência deste tom é a diferença dos primeiros harmônicos. Atribui-se seu descobrimento a Tartini. Nos exemplos



abaixo, os desvios do terceiro tom. Dó, de cada escala e temperamento são:

Escala pitagória	0 cento	105 alto	112 baixo	53 alto
Médio tom	16 baixo	0	33 baixo	8 alto
Werckmeister III	18 baixo	19 alto	56 baixo	18 alto
Igual temperamento	6 baixo	67 alto	82 baixo	37 alto

Quem toca instrumento de cordas é obrigado a treinar para que o terceiro tom fique exato com uma nota da escala. Nos exemplares acima mencionados é a nota Dó. Quando a relação dos dois tons fica certa, os batimentos entre as séries harmônicas desaparecem. Nos instrumentos com alturas fixas das notas isto não é possível. Caso típico é um duo de flautas-doce soprano que apresenta uma abundância de fantasmas de terceiros tons desafinados.

Flesch classifica de pobre violinista aquele com entonação temperada à pianística e que toca Mib e Ré# da mesma maneira.

Ariadne musica

Em 1702, Fischer publicou a coletânea “Ariadne musica neo-organedum”, com vinte pares de prelúdios e fugas em dezenove tonalidades. A sequência das tonalidades é Dó maior, Dó# menor, Ré menor, Ré maior, Mib maior, Mi menor, Mi menor, Mi maior, Fá menor, Fá maior, Fá# menor, Sol menor, Sol maior, Láb maior, Lá menor, Lá maior, Sib maior, Si menor, Si maior e Dó menor, faltando Dó# maior, Mib menor, Fá# maior, Láb menor e Sib menor para completar vinte e quatro. A combinação de prelúdio e fuga não foi sua criação, tendo sido usado por vários compositores antes dele.

A influência de “Ariadne musica” sobre “48 Prelúdios e Fugas” de J. S. Bach pode ser observada em várias partes. A sequência das tonalidades de “48 Prelúdios e Fugas” é Dó maior, Dó menor, Dó# maior, Dó# menor, Ré maior, Ré menor, Mib maior, Mib menor, Mi maior, Mi menor, Fá maior, Fá menor, Fá# maior, Fá# menor, Sol maior, Sol menor, Láb maior, Sol# menor, Lá maior, Lá menor, Sib maior, Sib menor, Si maior e Si menor. Comparando com “Ariadne musica”, observa-se que as tonalidades maiores vêm antes das menores, e Dó menor vem após Dó maior, e não no fim.

Com relação ao número de compassos, a diferença de tamanho entre as músicas das duas coletâneas é significativa.

	Fischer		Bach Livro I		Bach Livro II	
	prelúdio	fuga	prelúdio	fuga	prelúdio	fuga
menor tamanho	7	7	18	27	21	27
maior tamanho	25	50	104	115	108	143
média	13,3	17,7	34	52,9	56,3	68,5

O comprimento reflete na natureza das músicas. A de Fischer é toda leveza e elegância. A de Bach soa pesada e densa.

Em algumas fugas os temas são muito parecidos:

Fischer	Bach
Mí maior	Mi maior do Livro II
Fá maior	Fá maior do Livro I
Míb maior	Sol menor do Livro I



Fuga em Mi maior de Fischer



Fuga em Mi maior de Bach Livro II



Fuga em Fá maior de Fischer



Fuga em Fá maior de Bach Livro I



Fuga em Mib maior de Fischer



Fuga em Sol menor de Bach Livro I

Consta que na cópia de Kirnberger está anotado que a fuga em Mi maior do livro II é originária de Fischer. É interessante notar que Mi maior é a mais longa de Fischer, com 50 compassos, e Fá maior a sua segunda maior, com 34 compassos. Spitta (1873-80) não cita Fischer em seu livro mas transcreve o comentário de Heinichen (1728): ‘Atualmente nós raramente tocamos Si maior e Lá maior, mas nunca Fá# maior ou Dó# maior.’ Uma das razões de se evitarem essas tonalidades, é o aumento do número de terça maior pitagórica.

Bach sempre procurou absorver novas técnicas e também o estilo de outros compositores. Em sua obra aparecem desde simples arranjos dos originais até o aproveitamentos de temas.

Forkel, músico e historiador, escreveu a biografia de Bach em 1802, baseado nas informações recebidas de C.P.Emanuel Bach. Segundo ele, quando Bach era criança, os mais celebrados compositores para cravo eram Froberger, Johann Caspar Fischer, Kerl, Pachelbel, Buxtehude, Bruhns, Böhm, etc. E conta que o livro que Bach copiou durante seis meses, à luz da lua, continha várias obras desses mestres.

Em carta de 13/01/1775, Emanuel Bach, respondendo a questões formuladas por Forkel, expressa-se nos seguintes termos: ‘Além de Froberger, Kerl e Pachelbel, ele escutou e estudou obras de Frescobaldi, de Fischer, mestre-de-capela de Baden, de Strunck, de alguns velhos e bons franceses, de Buxtehude, de Reincken, de Bruhns e de Böhm, organista de Lüneburg.’

Este artigo foi publicado na revista “Caixa Expressiva” da Associação Brasileira de Organistas, Julho de 2002.