Теорема - Нека $(P(x,y), Q(x,y))$ е непрекъснато поле в/у G $\subset R^2$ Следните твърдения са еквивалентни:
1) $\int_L Pdx + Qdy = 0$ в/у $\forall$ затворена начупена линия
2) $\int_{L_{AB}} Pdx + Qdy$ не зависи от начупената линия L_{AB}, съединяваща точките A и B
3)Векторното поле (P(x,y),Q(x,y)) е непрекъснато, т.е. $\exists$ непрекъсната диференц ф-я V(x,y): $\frac{\partial V(x,y)}{\partial x} = P(x,y)$; $\frac{\partial V(x,y)}{\partial y} = Q(x,y)$;
$dv(x,y) = P(x,y)dx + Q(x,y)dy$
Доказателство: От 1) => 2) Нека $\int_L Pdx + Qdy = 0$ в/у $\forall$ затвор. начупена линия. Нека $\int_{L1} Pdx + Qdy = \int_{L2} Pdx + Qdy$

$$\int_L Pdx+Qdy = 0 => \int_{L1} Pdx+Qdy+\int_{-L2} Pdx+Qdy = \int_{L1} Pdx+Qdy-\int_{L2} Pdx+Qdy = 0$$

$$=> \int_{L1} Pdx + Qdy = \int_{L2} Pdx + Qdy$$

От 2 към 3:
$A(x_o, y_0); B(x_0, y_0) \in G$
$\int_{AB} Pdx + Qdy = u(x,y)$
$\frac{\partial u(x,y)}{\partial x} = P(x,y) : \frac{\partial u(x,y)}{\partial y} = Q(x,y)$
$\frac{\partial u(x,y)}{\partial x} = \lim_{\Delta x->0} \frac{-u(x,y+u(x+\Delta x,y))}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta X}(\int_{AC} Pdx + Qdy - \int_{AB} Pdx + Qdy) = \frac{1}{\Delta X}(\int_{AB} Pdx+Qdy+\int_{BC} Pdx+Qdy-\int_{AB} Pdx+Qdy) = \frac{1}{\Delta X}\int_{BC} Pdx+Qdy$

$$BC : \begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = y \\ t \in [x; x + \Delta x] \end{cases}$$

$\frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} P(t,y)(t)'+Q(t,y)(y)'dt = \frac{1}{\Delta X}\int_x^{x+\Delta x} P(t,y)dt = \frac{1}{\Delta x}P(x+Q\Delta x, y)\Delta x$
$[u(x,y)]_x' = \lim_{\Delta x->0} \frac{u(x+\Delta x,y)-u(x,y)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x->0} P(x+Q\Delta x, y) = P(x,y) =>$
$\frac{\partial(x,y)}{\partial x} = P(x,y)$ Нека f(x) е непрекъсната в/у [a,b] => $\exists$ a $\leq$ c $\leq$ b
$\int_a^b f(x)dx = f(x)(b-c)$ c=a + Q(b-a) $0 \leq Q = \frac{c-a}{b-a} \leq 1$ $c = a + Q(b-a)$
От 3 към 1:
Neka wektorno pole (P(x,y),Q(x,y)) е потенциално, т.е. $\exists$ непрекъсната диференц. ф-я u(x,y): du(x,y)=P(x,y)dx+Q(x,y)dy=>

$$\frac{\partial u(x,y)}{\partial x} = P(x,y); \frac{\partial u(x,y)}{\partial y} = Q(x,y)$$

$\int_\gamma Pdx + Qdy = 0, \gamma$ е затворена права кр. линия

$$\gamma : \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ t \in [a \\ \quad b] \end{cases}$$

(x()a,y(a))=((x/b),y(b))

$\int_\gamma Pdx+Qdy = \int_a^b [P(x(t), y(t))x'(t)+Q(x(t), y(t))y'(t)]dt = \int_a^b [\frac{\partial u(x(t),y(t))}{\partial x} x'(t)+ \frac{\partial u(x(t),y(t))}{\partial y} y'(t)]dt = \int_a^b \frac{d}{dt} u(x(t), y(t))dt = u(x(b), y(b)) - u(x(a), y(a)) = 0$