1.1 (1) $(1+i)-(3-2i)$

解: $(1+i)-(3-2i)=(1+i)-3+2i=1+i-3+2i=-2+3i$

(3) $\dfrac{i}{(i-1)(i-2)}$

解: $\dfrac{i}{(i-1)(i-2)}=\dfrac{i}{i^2-2i-i+2}=\dfrac{i}{1-3i}=\dfrac{i(1+3i)}{10}=\dfrac{-3}{10}+\dfrac{i}{10}$

1.6 求下列复数的模与辐角主值.

(1) $\sqrt{3}+i$

解: $|\sqrt{3}+i|=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{4}=2$

$\arg(\sqrt{3}+i)=\arctan\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\pi}{6}$

(2) $-1-i$

解: $|-1-i|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$

$\arg(-1-i)=\arctan\left(\dfrac{-1}{-1}\right)-\pi=\dfrac{\pi}{4}-\pi=-\dfrac{3}{4}\pi$

(3) $2-i$

解: $|2-i|=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$

$\arg(2-i)=\arctan\left(\dfrac{-1}{2}\right)=-\arctan\dfrac{1}{2}$

(4) $-1+3i$

解: $|-1+3i|=\sqrt{(-1)^2+3^2}=\sqrt{10}$

$\arg(-1+3i)=\arctan\dfrac{3}{-1}+\pi=\pi-\arctan 3$

1.8 将下列各复数写成三角表示数

(1) $-3+2i$

解：$|-3+2i|=\sqrt{13}$，$\arg(-3+2i)=\arctan\frac{2}{-3}+\pi$

所以 $-3+2i=\sqrt{13}\left[\cos(\pi-\arctan\frac{2}{3})+i\sin(\pi-\arctan\frac{2}{3})\right]$

(2) $\sin\alpha+i\cos\alpha$

解：$\sin\alpha+i\cos\alpha=\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)+i\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)$

(3) $-\sin\frac{\pi}{6}-i\cos\frac{\pi}{6}$

解：$\arg(-\sin\frac{\pi}{6}-i\cos\frac{\pi}{6})=\arctan(\cot\frac{\pi}{6})-\pi$

$=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}-\pi=-\frac{2}{3}\pi$

所以 $-\sin\frac{\pi}{6}-i\cos\frac{\pi}{6}=\cos(-\frac{2}{3}\pi)+i\sin(-\frac{2}{3}\pi)$

$=\cos\frac{2}{3}\pi-i\sin\frac{2}{3}\pi$

~~(3)~~

1.10 解方程 $z^3+1=0$

解：$z^3+1=0$. 即 $z^3=-1$. 由开方公式得：

$z=[1\cdot(\cos\pi+i\sin\pi)]^{\frac{1}{3}}$

$=\cos\frac{(2k+1)\pi}{3}+i\sin\frac{(2k+1)\pi}{3}$，$k=0,1,2$

即 $z_0=\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$z_1=\cos\pi+i\sin\pi=-1$

$z_2=\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5}{3}\pi=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

1.9 利用复数的三角表示计算下列各式:

(1) $(1+i)(1-i)$

解: $1+i=\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$

$1-i=\sqrt{2}(\cos-\frac{\pi}{4}+i\sin-\frac{\pi}{4})$

所以: $(1+i)(1-i)=2[\cos(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4})+i\sin(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4})]=2$

(3) $(\frac{1-\sqrt{3}i}{2})^3$

解: $(\frac{1-\sqrt{3}i}{2})^3=[\cos(-\frac{\pi}{3})+i\sin(-\frac{\pi}{3})]^3=\cos(-\pi)+i\sin(-\pi)=$

1.11 (1) $2<|z|<3$

解: 圆环, 有界, 多连通区域

(3) $\frac{\pi}{4}<\arg z<\frac{\pi}{3}$ 且 $1<|z|<3$

解: 圆环的一部分, 有界, 单连通区域

1.12 指出满足下列各式的点z的轨迹是什么曲线?

(1) $|z+i|=1$

解: 以$(0,-i)$为圆心, 1为半径的圆周

(3) $|z-a| = Re(z-b)$，其中 a,b 为实常数.

解：设 $z = x+iy$，则 $|(x-a)+iy| = Re(x-b+iy)$

即 $\begin{cases} (x-a)^2+y^2 = (x-b)^2 \\ x-b \geq 0 \end{cases}$

亦即 $\begin{cases} y^2 = 2(a-b)(x-\frac{a+b}{2}) \\ x \geq b \end{cases}$

若 $a=b$，则轨迹为 $y=0$；若 $a>b$，则 $x \geq \frac{a+b}{2} > b$，轨迹为

$$y^2 = 2(a-b)(x-\frac{a+b}{2})$$

若 $a<b$，则 $x \leq \frac{a+b}{2}$，又 $x \geq b$，无意义

1.15 试证：$\lim\limits_{z\to 0} \frac{Re\, z}{z}$ 不存在.

证明：$\lim\limits_{z\to 0} \frac{Re\, z}{z} = \lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ y\to 0}} \frac{x}{x+iy}$，令 $y=kx$，则上述极限为 $\frac{1}{1+ki}$

随 k 变化而变化. 因而极限不存在

1.16 解：证明：$\lim\limits_{z\to 0} f(z) = \lim\limits_{z\to 0} \frac{xy}{x^2+y^2} = \lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ y=kx\to 0}} \frac{kx^2}{x^2+k^2x^2} = \frac{k}{1+k^2}$

即 $\lim\limits_{z\to 0} f(z)$ 不存在. 故 $f(z)$ 在 $z=0$ 处不连续