

Домашнее задание №2
по курсу «Математическая статистика».

ФИО: Фан Минь Хуэй

Группа: ИУ7-625

Вариант 21.

Задача: Общий уровень ~~физ~~ физической подготовки спортсмена оценивается интегральным показателем, выраженным числом баллов. В первый день после прибытия в спортивный лагерь команды из $n = 16$ спортсменов были получены следующие значения баллов, записанные в выборку.

$$\vec{x} = (65, 72, 64, 60, 59, 71, 77, 83, 73, 61, 78, 65, 70, 61, 72, 65)$$

После завершения месячной смены, уровень команды был проверен повторно.

$$\vec{y} = (67, 75, 62, 65, 63, 73, 77, 81, 78, 67, 80, 66, 75, 65, 77, 69)$$

Считая распределение баллов нормальным с неизменной в течение смены дисперсией, при уровне значимости 0.05 проверить гипотезу о том, что общий уровень подготовки команды остался прежним.

Решение

1) Пусть X - случайная величина, принимающая значения, равные числу баллов спортсмена в первый день, после прибытия в спортивный лагерь.

$$X \sim N(m_x, \sigma_x^2) \text{ где } m_x, \sigma_x^2 \text{ неизвестны.}$$

Пусть Y - случайная величина, принимающая значения, равные числу баллов спортсмена после завершения месячной смены.

$$Y \sim N(m_y, \sigma_y^2) \text{ где } m_y, \sigma_y^2 \text{ неизвестны.}$$

$$\sigma_y = \sigma_x$$

2) ~~Н₀~~

$$H_0 = \{ \text{общий уровень подготовки команды остался прежним} \} \Leftrightarrow \{ m_x = m_y \}$$

$$H_1 = \{ m_x \neq m_y \} \text{ (двухсторонний критерий)}$$

3) Рассмотрим статистику.

$$T(\vec{X}_{n_1}, \vec{Y}_{n_2}) = \frac{\bar{X}_{n_1} - \bar{Y}_{n_2}}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \cdot \frac{\sqrt{n_1 + n_2 - 2}}{\sqrt{(n_1 - 1)S^2(\vec{X}_{n_1}) + (n_2 - 1)S^2(\vec{Y}_{n_2})}} \sim St(n_1 + n_2 - 2)$$

↑
при H_0

$$W = \{ (\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2}) : |T(\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2})| > t_{1 - \frac{\alpha}{2}} \}$$

Вычисление: ~~$T(\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2})$~~ $\bar{x}_{n_1} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} x_i = 68,5$, $\bar{y}_{n_2} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} y_i = 71,25$.

$$S^2(\vec{x}_{n_1}) = \frac{1}{16-1} \cdot \sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x}_{n_1})^2 = 50,53$$

$$S^2(\vec{y}_{n_2}) = \frac{1}{16-1} \cdot \sum_{i=1}^{16} (y_i - \bar{y}_{n_2})^2 = 41.$$

$$T(\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2}) = \frac{68,5 - 71,25}{\sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{16}}} \cdot \frac{\sqrt{16 + 16 - 2}}{\sqrt{15 \cdot 50,53 + 15,41}} \approx -1,149$$

$$t_{1-\frac{\alpha}{2}}^{(30)} = t_{0,975}^{(30)} = 2,0423$$

$|-1,149| \geq 2,0423$ - неверно $\Rightarrow (\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2}) \notin W \Rightarrow$ принять H_0

ответ. При уровне значимости 0,05 можно считать, что обильный уровень подготовки команды остался прежним.