Chương 2
CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI HÌNH CHIẾU

2.1. Đặt vấn đề
2.2. Phép thay mặt phẳng hình chiếu
2.3. Phép quay hình quanh một trục

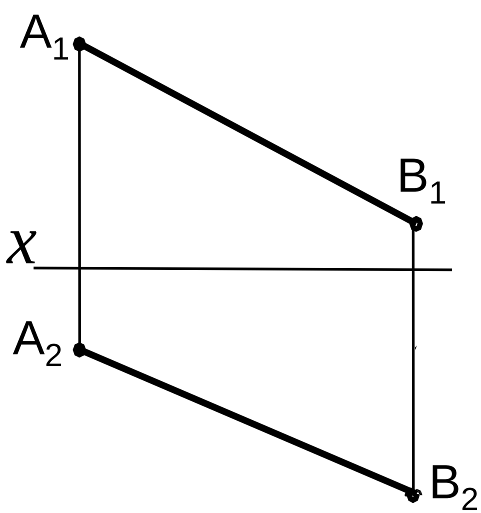
BÀI TẬP LỚN CHƯƠNG 2

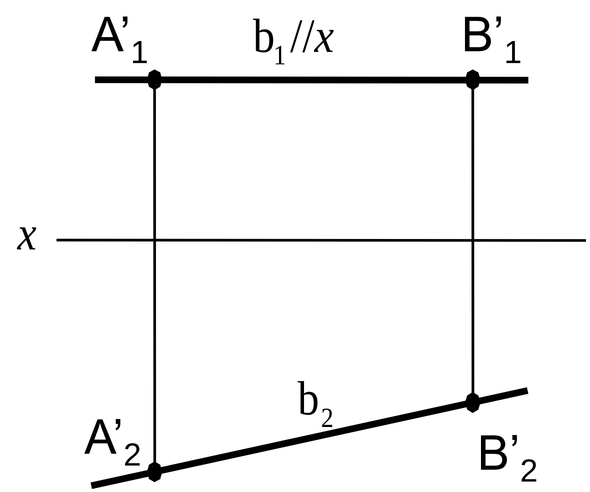
2.1. Đặt vấn đề

Khi giải các bài toán hình họa ở chương 1, ta nhận thấy rằng:

- Nếu các yếu tố của bài toán (đường thẳng, mặt phẳng) ở **vị trí đặc biệt thì việc giải các bài toán đó sẽ đơn giản hơn rất nhiều,** nhờ vận dụng các tính chất của các yếu tố (đường thẳng, mặt phẳng) đặc biệt so với hệ thống MPHC.

Ví dụ tìm độ dài thực của AB và A'B' sau:





Vì vậy, khi mà các yếu tố bài toán được cho ở vị trí bất kỳ, nên **sử dụng các phép biến đổi hình chiếu để đưa các yếu tố** của nó về **vị trí đặc biệt** và tìm lời giải;

Sau đó, nếu cần chúng ta có thể biến đổi ngược lại **kết quả bài toán về hình biểu diễn ban đầu.**

Có hai cách biến đổi hình chiếu:

1.Giữ nguyên vị trí vật thể, **thay đổi 1 trong 2 hoặc cả 2 mặt phẳng hình chiếu**. Đó là "**Phép thay mặt phẳng hình chiếu**".

2.Giữ nguyên vị trí mặt phẳng hình chiếu, **thay đổi vị trí của vật thể**. Đó là "**Phép quay hình quanh một trục**".

2.2. Phép thay mặt phẳng hình chiếu

2.2.1. Thay mặt phẳng hình chiếu đứng ($\mathscr{P}_1$)

a) Định nghĩa:

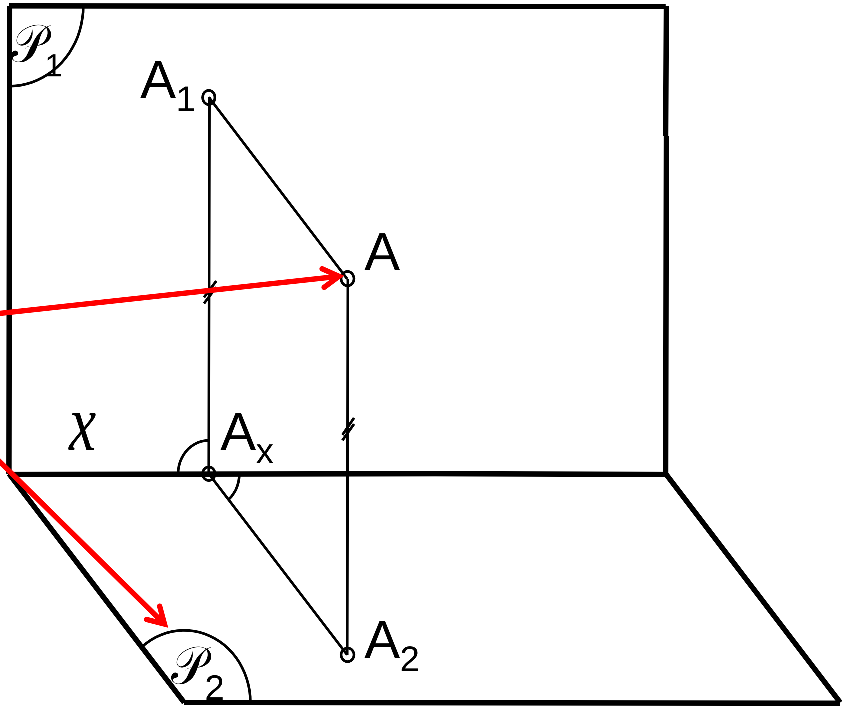
Phép thay mặt phẳng hình chiếu đứng là: **giữ nguyên vật thể** và **mặt phẳng hình chiếu bằng $\mathscr{P}_2$** trong hệ thống mặt phẳng chiếu ban đầu;

Thay mặt phẳng hình chiếu đứng $\mathscr{P}_1$ bởi mặt phẳng $\mathscr{P}_1' \perp \mathscr{P}_2 = x'$ **ở vị trí thích hợp**, rồi **tìm hình chiếu của vật thể trong hệ thống mặt phẳng chiếu mới ($\mathscr{P}_1'$, $\mathscr{P}_2$).**

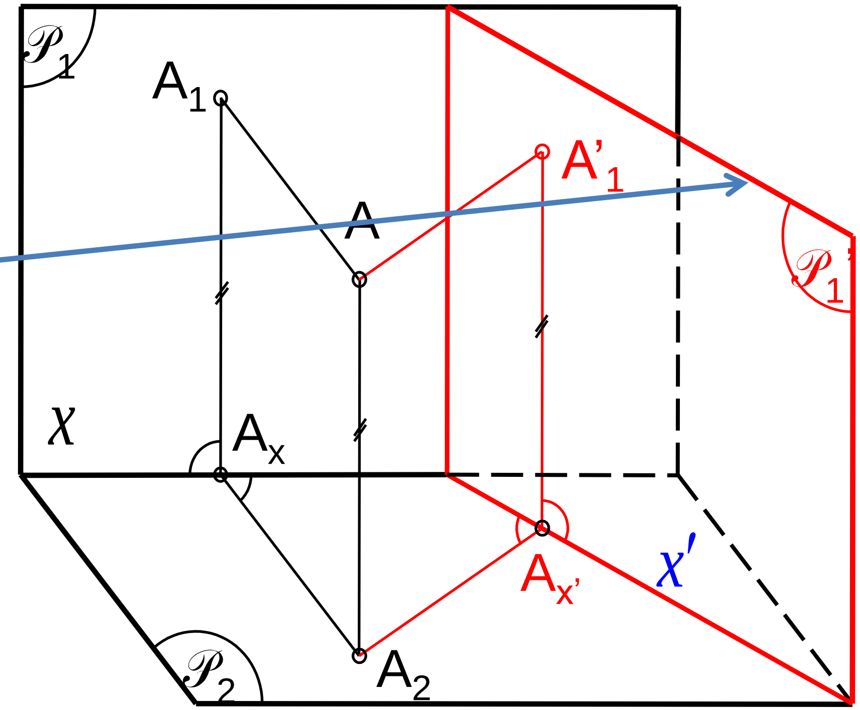
b) Cách thực hiện đối với một điểm:

- Trong không gian của hệ thống hai mặt phẳng hình chiếu **($\mathscr{P}_1$', $\mathscr{P}_2$),** ta lấy điểm A bất kỳ có hai hình chiếu là: A_1, A_2;

- **Giữ nguyên** điểm A và mặt phẳng hình chiếu bằng $\mathscr{P}_2$.



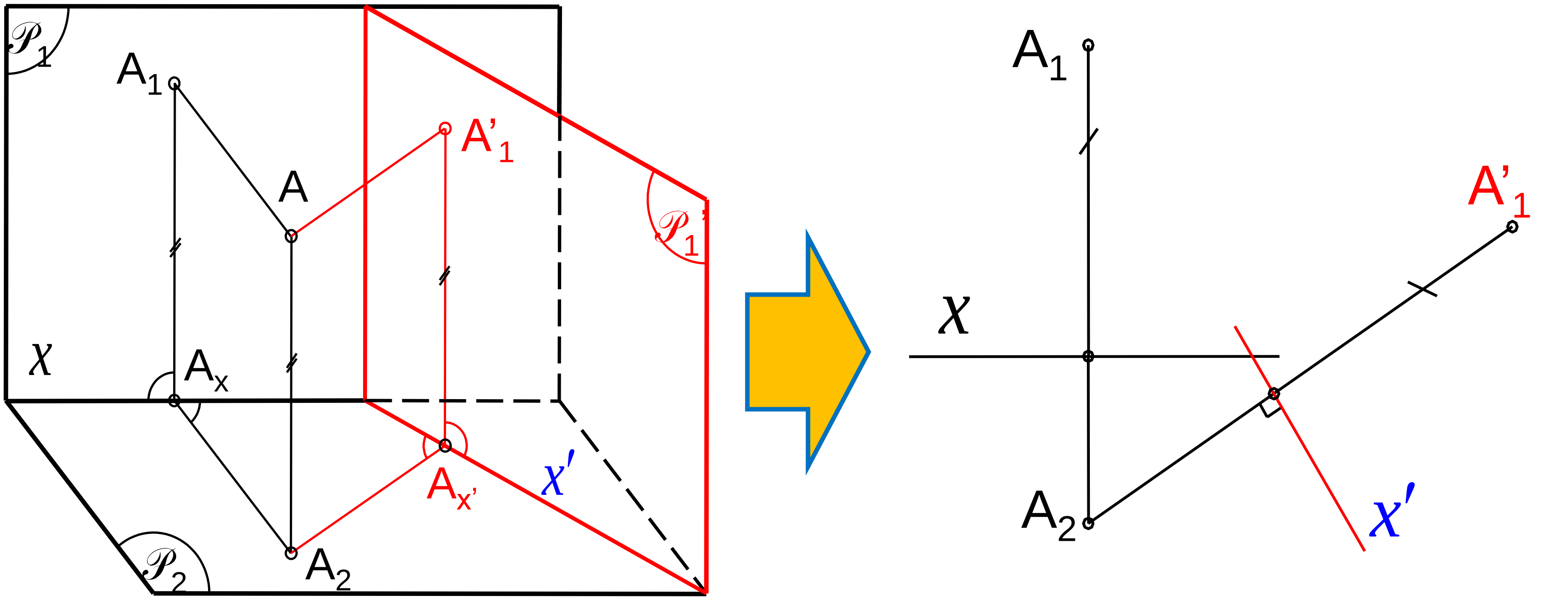
- Thay mặt phẳng hình chiếu đứng $\mathscr{P}_1$ bởi mặt phẳng hình chiếu đứng mới $\mathscr{P}_1' \perp \mathscr{P}_2$ và $\mathscr{P}_1' \cap \mathscr{P}_2$ theo trục chiếu mới x’.



- Tìm hình chiếu của A trong hệ thống M.P.H.C mới $(\mathscr{P}_1', \mathscr{P}_2)$ như sau:

* Chiếu thẳng góc điểm A lên $\mathscr{P}_1'$ ta được hình chiếu đứng mới A'_1;

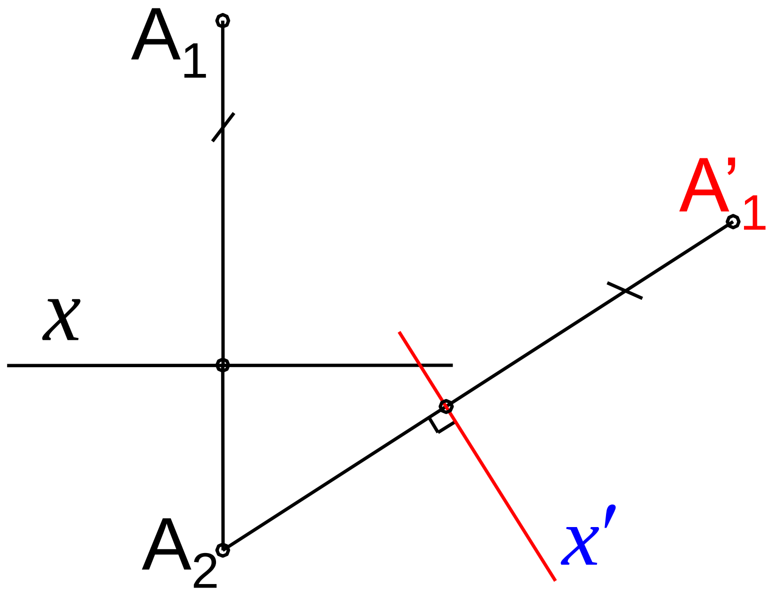
* Hình chiếu bằng vẫn giữ nguyên là $\mathbf{A_2}$ do $\mathscr{P}_2$ không thay đổi.



Ta quay phần phía trước của mặt phẳng $\mathscr{P}_2$ quanh **trục x** và **trục x'** về trùng với phần phía dưới của mặt phẳng $\mathscr{P}_1$ và $\mathscr{P}_1'$ ta có đồ thức điểm A trong 2 hệ thống: **($\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$)** và **($\mathscr{P}_1'$, $\mathscr{P}_2$)** tương ứng là (A_1, A_2) và (A'_1, A_2).

c) Tính chất:

- **Hình chiếu bằng** của một điểm A **giữ nguyên**, **hình chiếu đứng mới A_1’** nằm **trên đường dóng qua A_2** và vuông góc với trục chiếu mới x’



- **Độ cao của điểm A không đổi (cả dấu)**:

$A_1'A_x' = A_1A_x = AA_2$ (vì độ cao của điểm A là khoảng cách từ A đến $\mathscr{P}_2$)

•Từ tính chất độ cao của điểm A không đổi suy ra góc hợp bởi đường thẳng (hay mặt phẳng trên vật thể) với mặt phẳng hình chiếu bằng $\mathscr{P}_2$ cũng không đổi.

•Vận dụng giải bài toán tìm góc của đường thẳng và mặt phẳng so với $\mathscr{P}_2$

d) Các thực hiện đối với đường thẳng, mặt phẳng

- **Đối với đường thẳng:** tìm hình chiếu mới của 2 điểm thuộc đường thẳng.

- **Đối với mặt phẳng:** tìm hình chiếu mới của 3 điểm không thẳng hàng thuộc mặt phẳng.

e) Ứng dụng:

Phép thay mặt phẳng hình chiếu đứng $\mathscr{P}_1$ có thể:

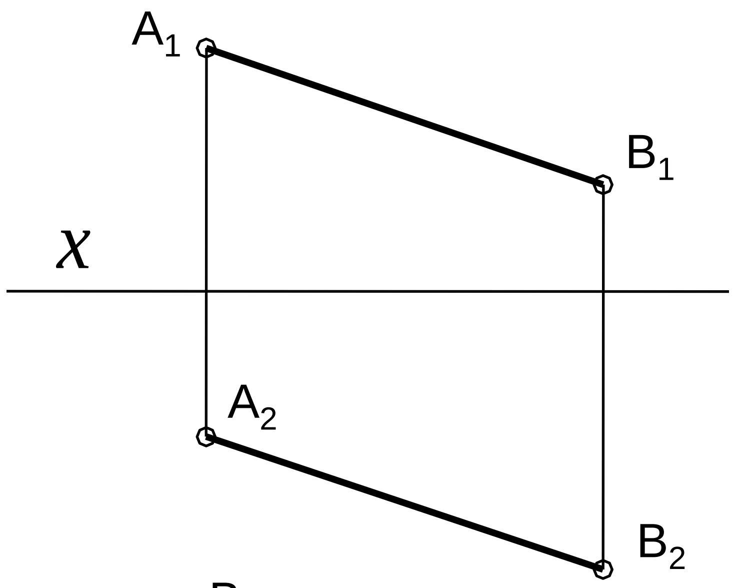
- Biến đường thẳng thường thành đường mặt trong hệ mới (//$\mathscr{P}_1$').

-Biến đường bằng trở thành đường thẳng chiếu đứng trong hệ mới ($\perp\mathscr{P}_1$').

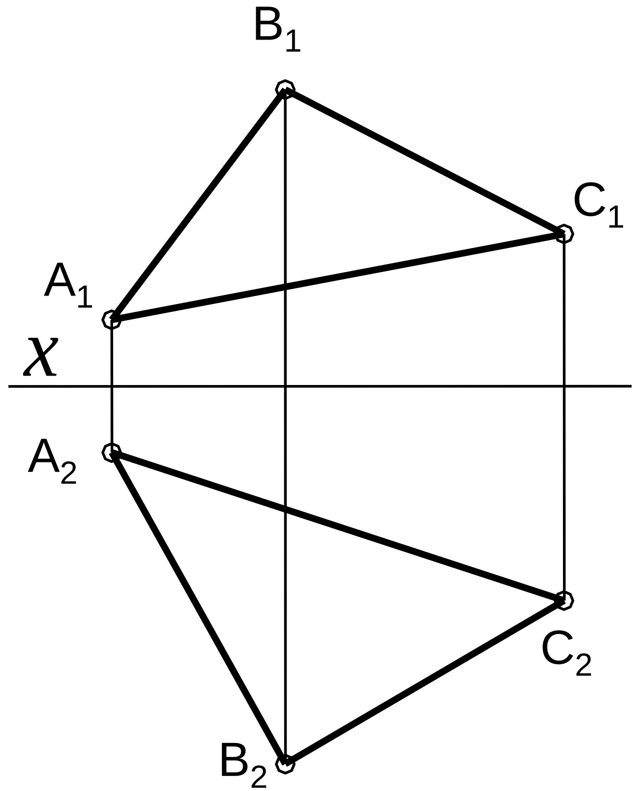
-Biến mặt phẳng thường thành mặt phẳng chiếu đứng trong hệ mới ($\perp\mathscr{P}_1$').

-Biến mặt phẳng chiếu bằng thành mặt phẳng mặt trong hệ mới (//$\mathscr{P}_1$').

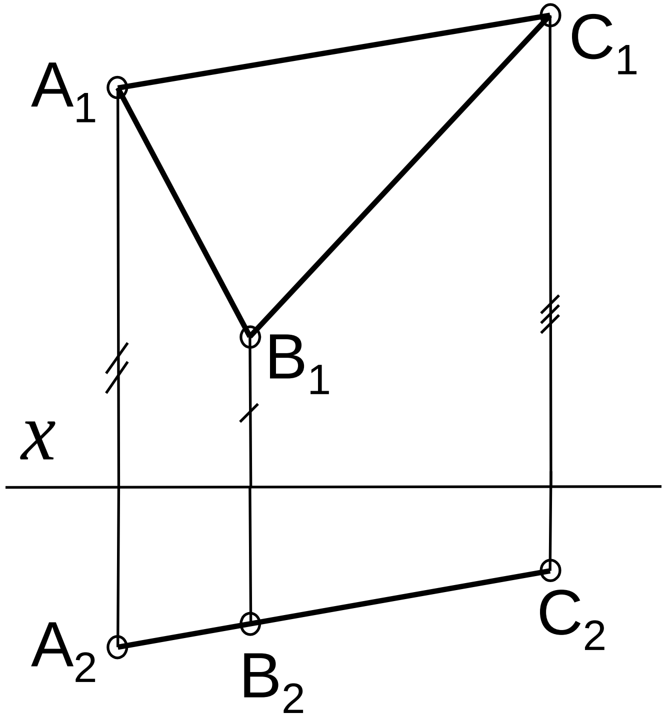
Ví dụ 1: Cho **đoạn thẳng thường** AB. Dùng phép thay $\mathscr{P}_1$ để xác định độ lớn của AB và góc giữa AB và mặt phẳng hình chiếu bằng $\mathscr{P}_2$.

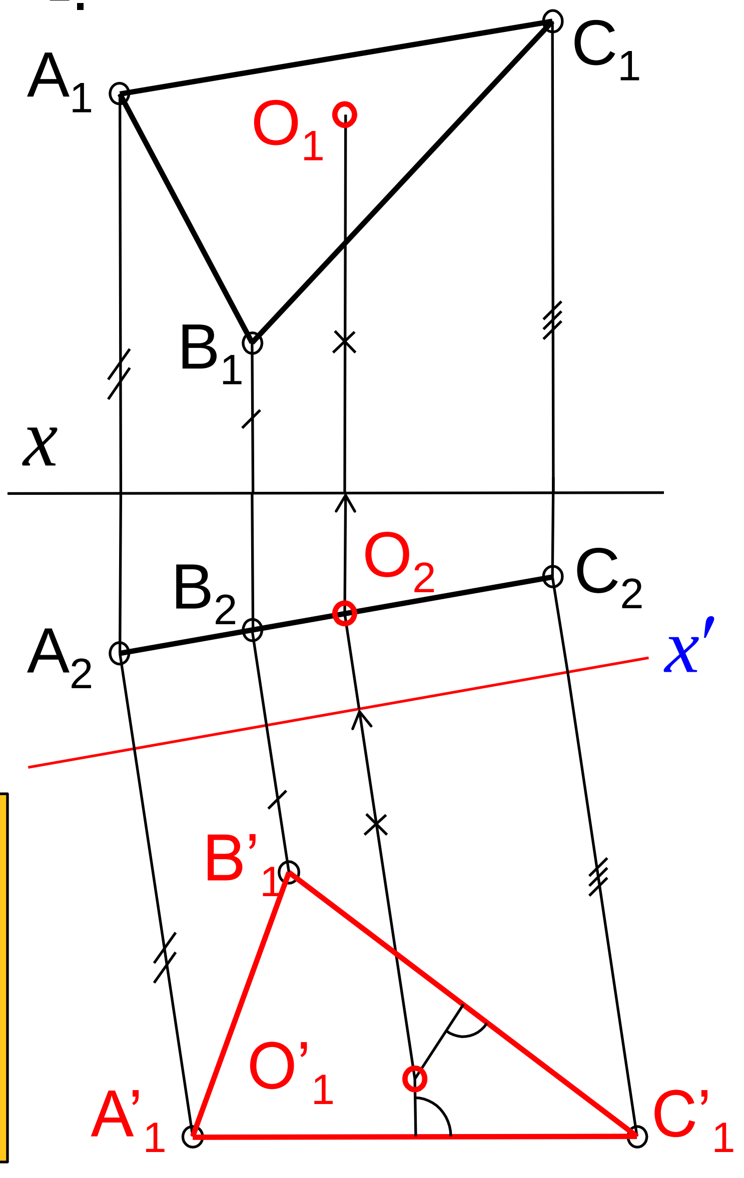


Ví dụ 2: Dùng phép thay $\mathscr{P}_1$ xác định độ lớn góc nhị diện giữa mặt phẳng ABC và mặt phẳng hình chiếu bằng $\mathscr{P}_2$



Ví dụ 3 (VN đọc): Dùng phép thay $\mathscr{P}_1$ để xác định tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC \perp \mathscr{P}_2$.





Thay $\mathscr{P}_1$ để ΔABC trở thành $\Delta A'B'C' // \mathscr{P}_1'$,khi đó $\Delta ABC = \Delta A'_1B'_1C'_1$;
Tìm tâm O'_1 của $\Delta A'_1B'_1C'_1$ sau đó biến đổi ngược lại tìm được O_2 và đến O_1.

2.2.2. Thay mặt phẳng hình chiếu bằng

a) Định nghĩa:

Phép thay $\mathscr{P}_2$ là:

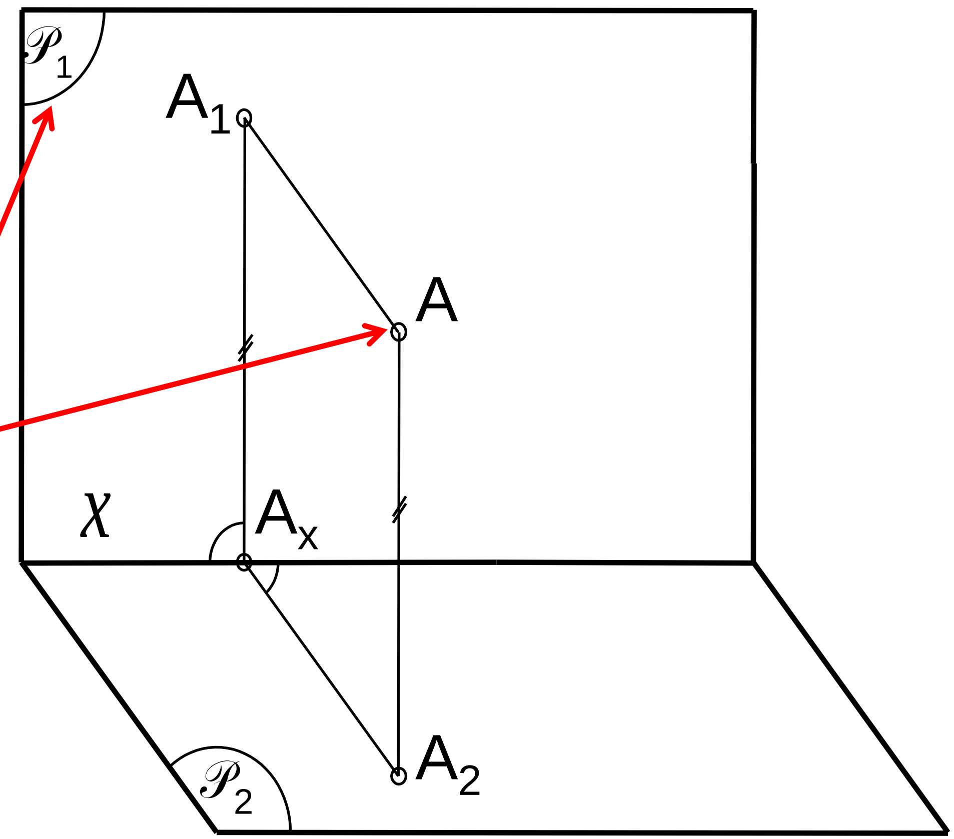
- **Giữ nguyên vật thể và mặt phẳng hình chiếu đứng** $\mathscr{P}_1$ trong hệ thống mặt phẳng chiếu ban đầu;

- Thay $\mathscr{P}_2$ bằng một mặt phẳng hình chiếu bằng mới $\mathscr{P}_2' \perp \mathscr{P}_1 = x'$ ở vị trí thích hợp, rồi tìm hình chiếu của vật thể trong hệ thống mặt phẳng hình chiếu mới $(\mathscr{P}_1, \mathscr{P}_2')$.

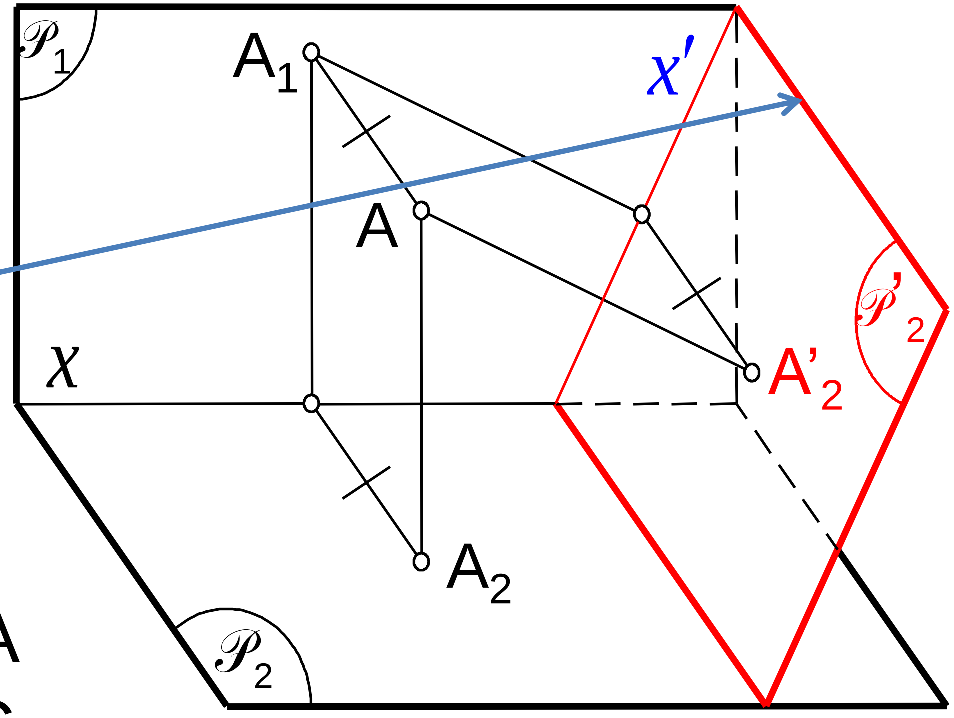
b)Cách thực hiện đối với một điểm

- Trong không gian của hệ thống hai mặt phẳng hình chiếu ($\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$) ta lấy điểm A bất kỳ có hai hình chiếu là: A_1, A_2.

- Giữ nguyên điểm A và mặt phẳng hình chiếu đứng $\mathscr{P}_1$.



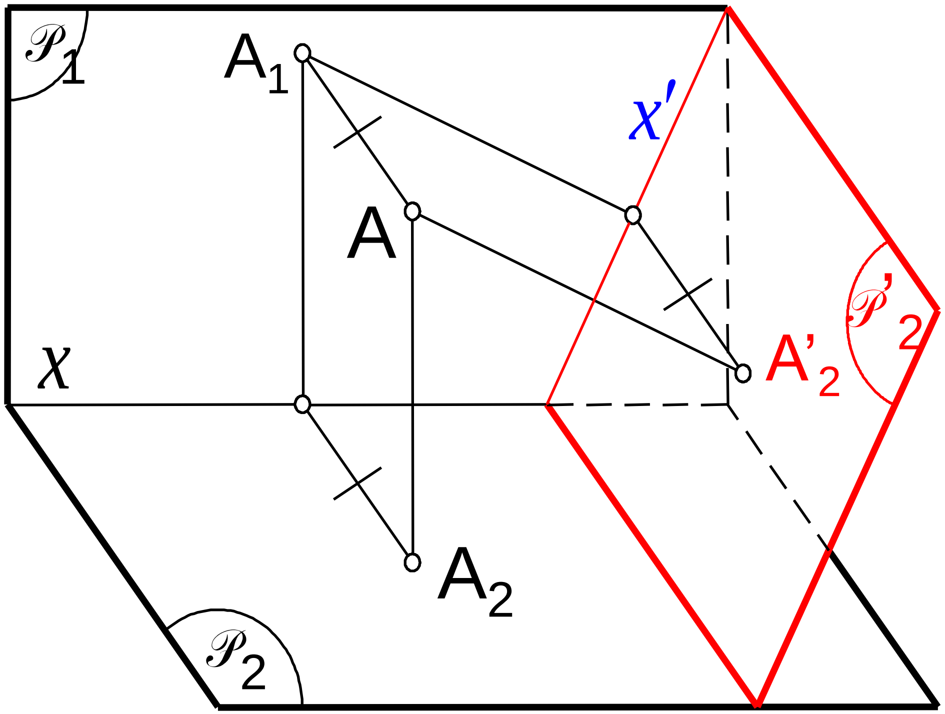
- Thay mặt phẳng hình chiếu bằng $\mathscr{P}_2$ bởi mặt phẳng hình chiếu bằng mới $\mathscr{P}_2' \perp \mathscr{P}_1$ và $\mathscr{P}_2' \cap \mathscr{P}_1$ theo trục chiếu mới x'.

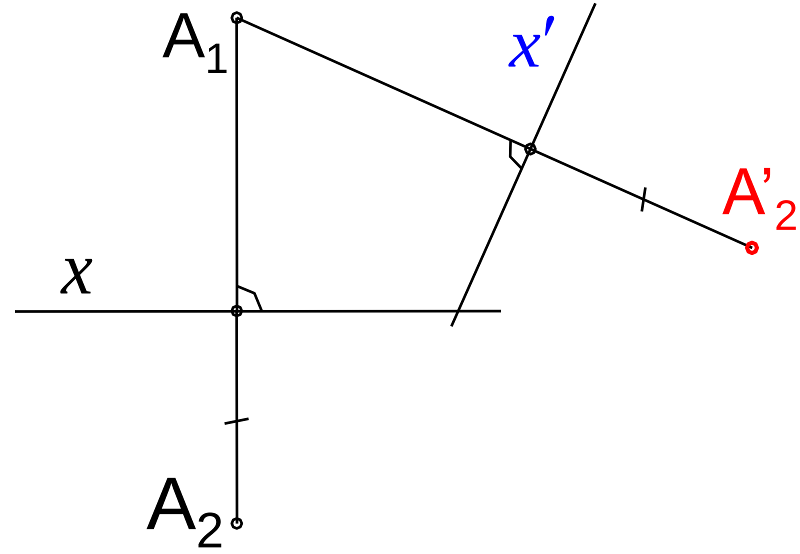


- Tìm hình chiếu của A trong hệ thống M.P.H.C mới $(\mathscr{P}_1, \mathscr{P}_2')$ như sau:

* Chiếu thẳng góc điểm A lên $\mathscr{P}_2'$ ta được hình chiếu bằng mới A'_2;

* Hình chiếu đứng vẫn giữ nguyên là $\mathbf{A_1}$ do $\mathscr{P}_1$ không thay đổi.

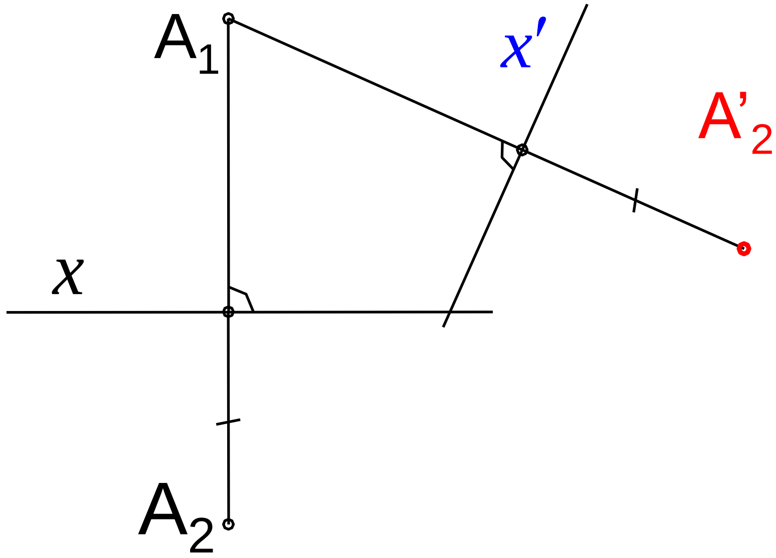




Ta quay phần phía trước của 2 mặt phẳng $\mathscr{P}_2$ và $\mathscr{P}_2'$ quanh **trục x** và **trục x'** về trùng với phần phía dưới của mặt phẳng $\mathscr{P}_1$; ta có đồ thức điểm A trong 2 hệ thống: **($\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$)** và **($\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2'$)** tương ứng là (A_1, A_2) và (A_1, A'_2).

c)Tính chất:

- Hình chiếu đứng A_1 của một điểm A giữ nguyên, hình chiếu bằng mới A_2' nằm trên đường dóng qua A_1 và vuông góc với trục chiếu mới x'



- **Độ xa của điểm A không đổi** (**cả dấu**):

$A_2'A_x' = A_2A_x = AA_1$ (vì độ xa của điểm A là khoảng cách từ A đến $\mathscr{P}_1$, mà $\mathscr{P}_1$ không đổi).

-Từ tính chất độ xa của điểm không đổi ta suy ra góc hợp bởi đường thẳng hay mặt phẳng trên vật thể đối với mặt phẳng hình chiếu đứng không đổi trong hệ thống MP hình chiếu mới.

d) Cách thực hiện đối với đường thẳng, mặt phẳng.

- **Đối với đường thẳng:** tìm hình chiếu mới của 2 điểm thuộc đường thẳng.

- **Đối với mặt phẳng:** tìm hình chiếu mới của 3 điểm không thẳng hàng thuộc mặt phẳng.

e) Ứng dụng:

Phép thay mặt phẳng hình chiếu bằng $\mathscr{P}_2$ có thể:

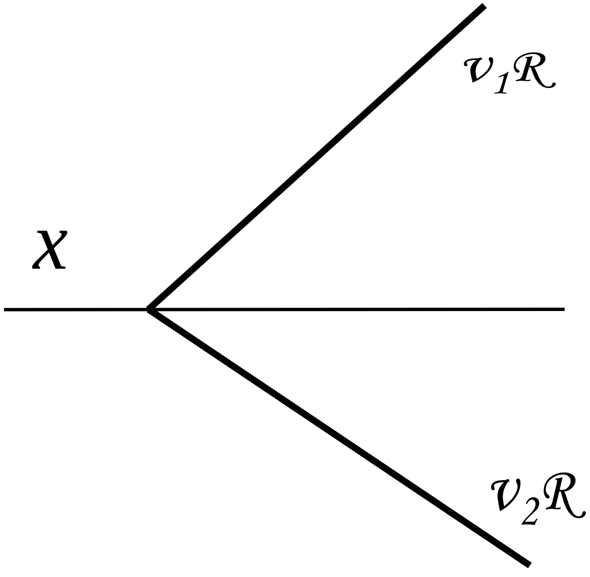
- Biến đường thẳng thường thành đường bằng trong hệ mới (//$\mathscr{P}_2$').

- Biến đường mặt trở thành đường thẳng chiếu bằng trong hệ mới (⊥$\mathscr{P}_2$').

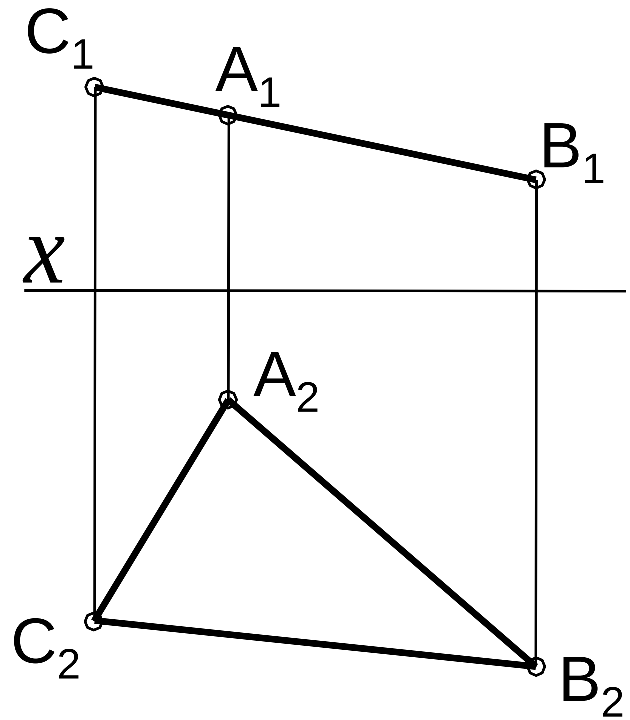
- Biến mặt phẳng thường thành mặt phẳng chiếu bằng trong hệ mới (⊥$\mathscr{P}_2$').

- Biến mặt phẳng chiếu đứng thành mặt phẳng bằng trong hệ mới (//$\mathscr{P}_2$').

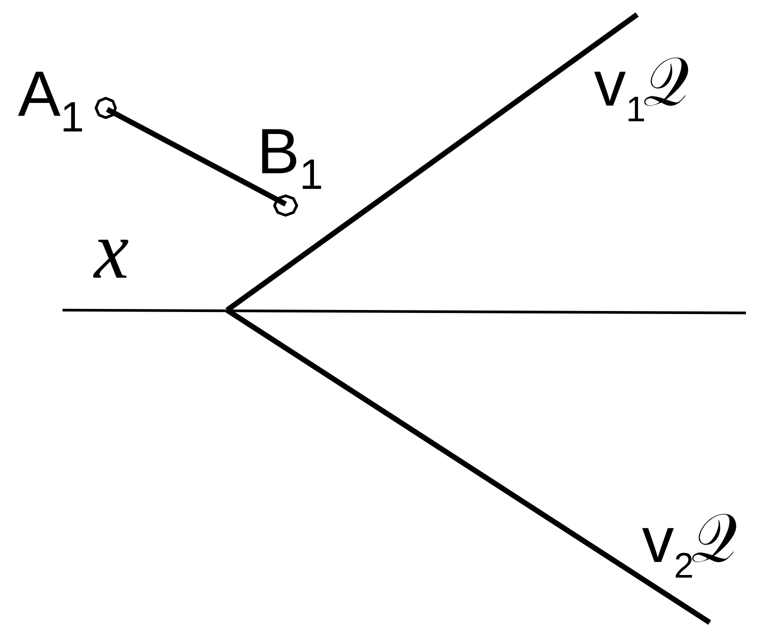
Ví dụ 1: Cho mặt phẳng $\mathscr{R}(v_1\mathscr{R},\ v_2\mathscr{R})$. Tìm độ lớn giữa góc phẳng nhị diện giữa mặt phẳng $\mathscr{R}$ và $\mathscr{P}_1$



Ví dụ 2 (VN): Cho ΔABC thuộc mặt phẳng chiếu đứng. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.



Ví dụ 3 (VN): Cho đoạn thẳng AB song song và cách mặt phẳng $\mathcal{Q}(v_1\mathcal{Q}, v_2\mathcal{Q})$ 4cm, biết A_1B_1. Tìm A_2B_2.



2.2.3. Thay liên tiếp HAI mặt phẳng hình chiếu

Nhiều bài toán nếu chỉ thay mặt phẳng hình chiếu 1 lần, **chưa có được vị trí tương đối cần thiết giữa vật thể và hệ thống mặt phẳng hình chiếu.**

Bởi vì, thay một mặt phẳng hình chiếu chỉ có thể:

- **Biến một đường thẳng bất kỳ** chỉ trở thành **đường bằng hoặc đường mặt** mà chưa trở thành đường thẳng chiếu;

- **Biến một mặt phẳng bất kỳ** chỉ trở thành mặt phẳng chiếu mà chưa trở thành mặt phẳng bằng hoặc mặt phẳng mặt.

Trong trường hợp cần thiết, để đạt được vị trí mong muốn ta phải thực hiện **thay liên tiếp 2 mặt phẳng hình chiếu**.

Thay liên tiếp hai mặt phẳng hình chiếu là gì?

Từ hệ hai mặt phẳng hình chiếu ban đầu ta giữ lại một mặt phẳng, thay một mặt phẳng bằng một mặt phẳng mới và ta có hệ mới. Từ hệ này ta giữ lại mặt phẳng vừa thay, thay mặt phẳng hình chiếu cũ bằng một mặt phẳng mới khác và được hệ gồm hai mặt phẳng hình chiếu hoàn toàn mới so với hệ ban đầu.

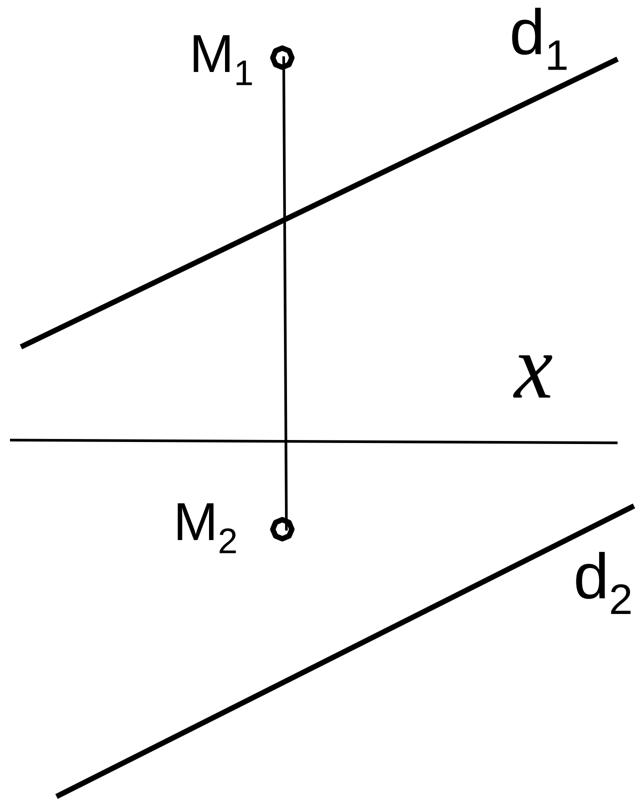
Tại mỗi bước thay một mặt phẳng hình chiếu, tìm hình chiếu mới tương ứng.

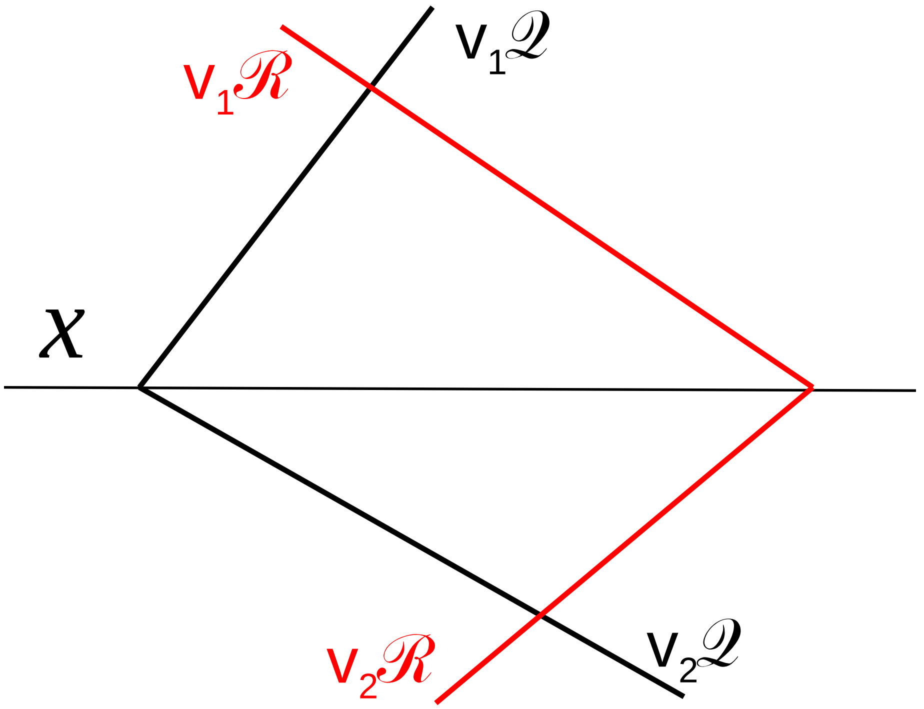
***Ứng dụng:**

1.Thay liên tiếp hai MPHC cho phép ta **biến đường thẳng thường thành đường thẳng chiếu** nên được ứng dụng để giải các BT: **xác định khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d, xác định góc giữa hai mặt phẳng bằng cách biến giao tuyến của hai mặt phẳng thành đường thẳng chiếu,…**

2.Thay liên tiếp hai MPHC cho phép ta **biến mặt phẳng thường thành MP song song với MPHC** nên được ứng dụng để giải các BT liên quan đến độ lớn thật của một hình phẳng, góc phẳng: **Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp, chân đường vuông góc của ∆ABC, góc của hai mặt phẳng, góc của một đường thẳng với một mặt phẳng,…**

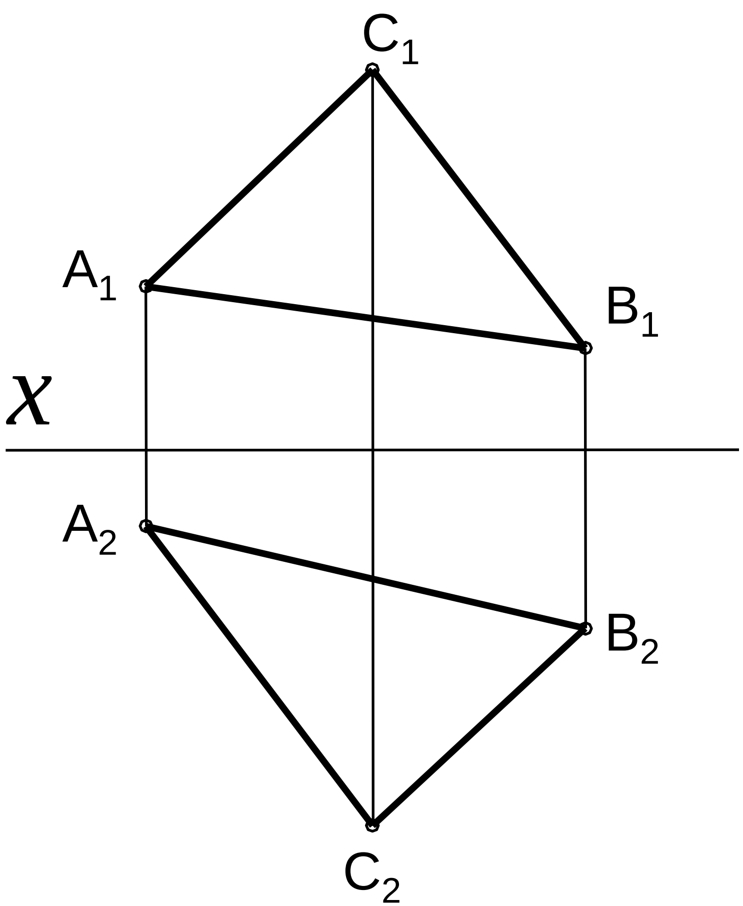
Ví dụ 1: Bằng phép thay liên tiếp 2 MPHC, xác định khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d.





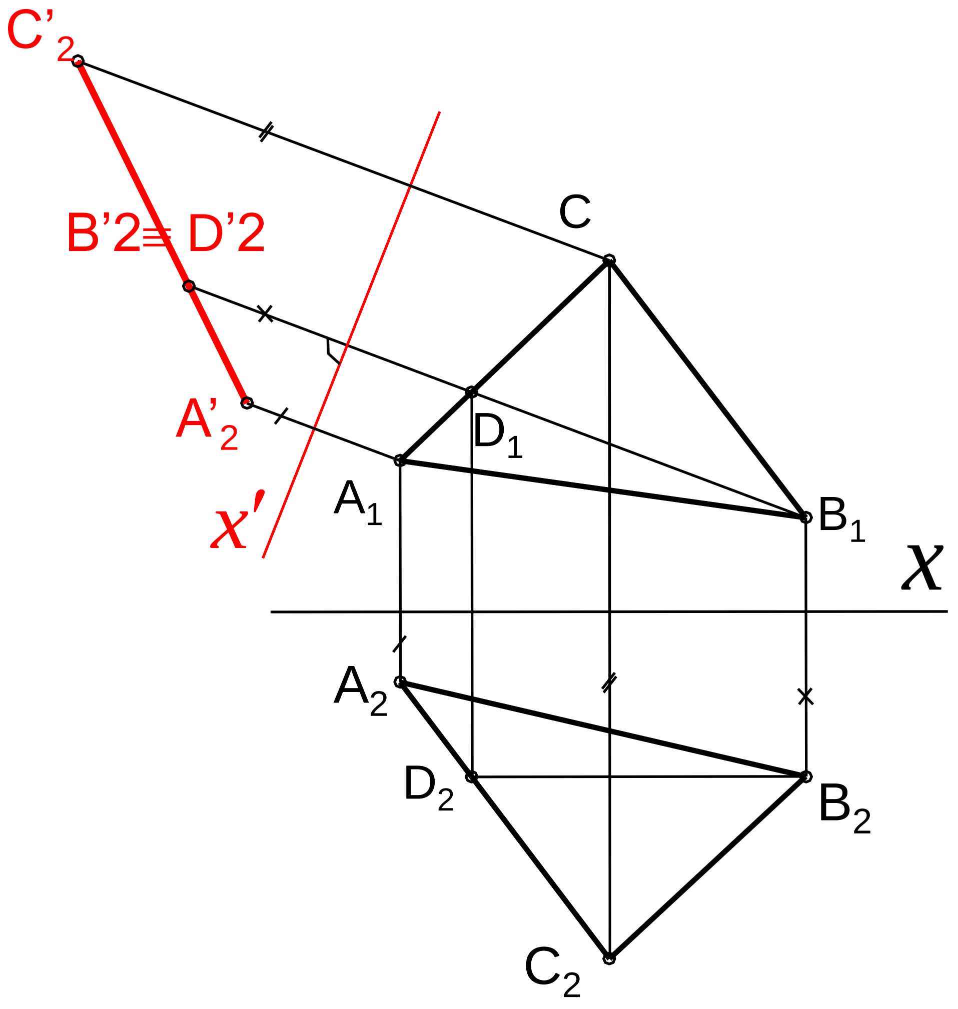
Ví dụ 2 (VN): Bằng phép thay liên tiếp 2 MPHC, tìm độ lớn góc phẳng nhị diện giữa 2 mặt phẳng $\mathscr{R}$ và $\mathscr{Q}$.

Ví dụ 3 (VN): Xác định tâm đường tròn ngọai tiếp ΔABC bằng cách thay liên tiếp 2 MPHC.



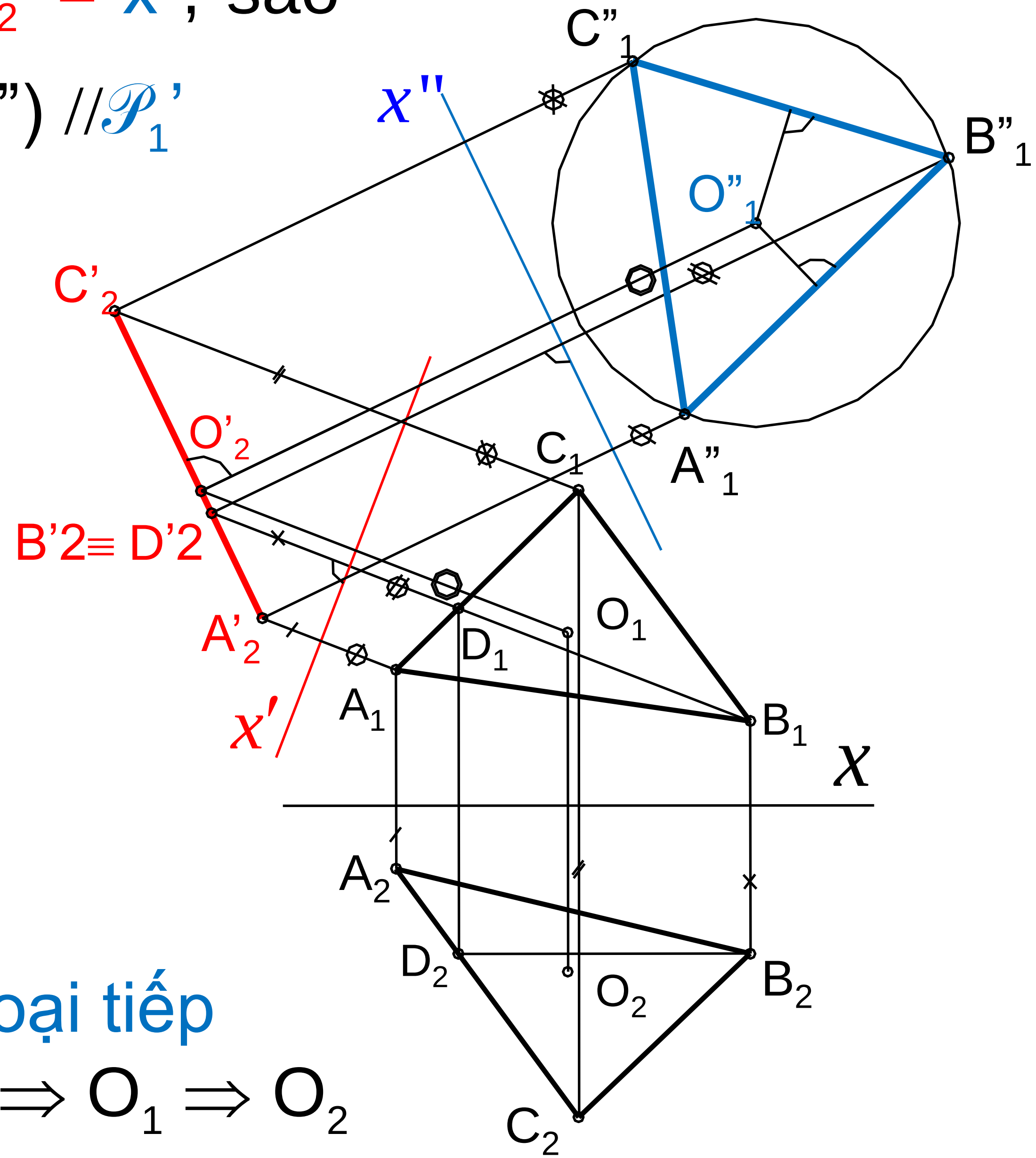
Lần 1:

Thay $\mathscr{P}_2$ bởi $\mathscr{P}_2' \perp \mathscr{P}_1$ = x', sao cho $(\Delta ABC) \Rightarrow (\Delta A'B'C') \perp \mathscr{P}_2'$



Lần 2:

Thay tiếp $\mathscr{P}_1$ bởi $\mathscr{P}_1' \perp \mathscr{P}_2' = x''$, sao cho $(\Delta A'B'C') \Rightarrow (\Delta A''B''C'') // \mathscr{P}_1'$



Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta A_1''B_1''C_1''$ là $O_1'' \Rightarrow O_2' \Rightarrow O_1 \Rightarrow O_2$

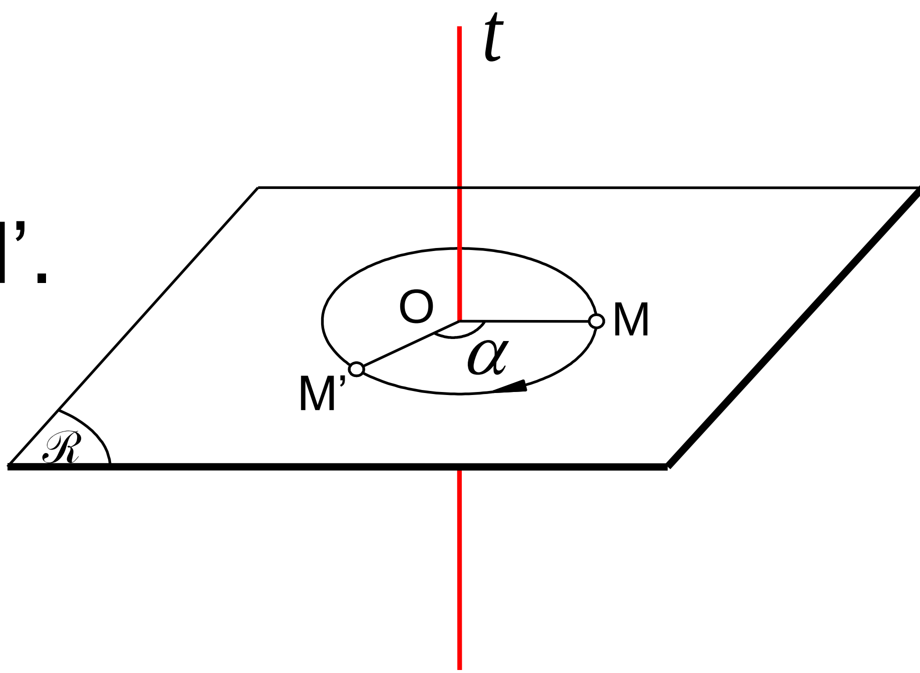
2.3. Phép quay hình quanh một trục

Khi quay một hình **Φ quanh trục t** với **góc quay α** là phép biến đổi mọi điểm ***M∈ Φ đến vị trí mới M '*** thỏa mãn:

- M và M' cùng nằm trên đường tròn quỹ đạo có tâm O = t ∩ $\mathscr{R}$, mặt phẳng quỹ đạo $\mathscr{R}$ ⊥ **t**.

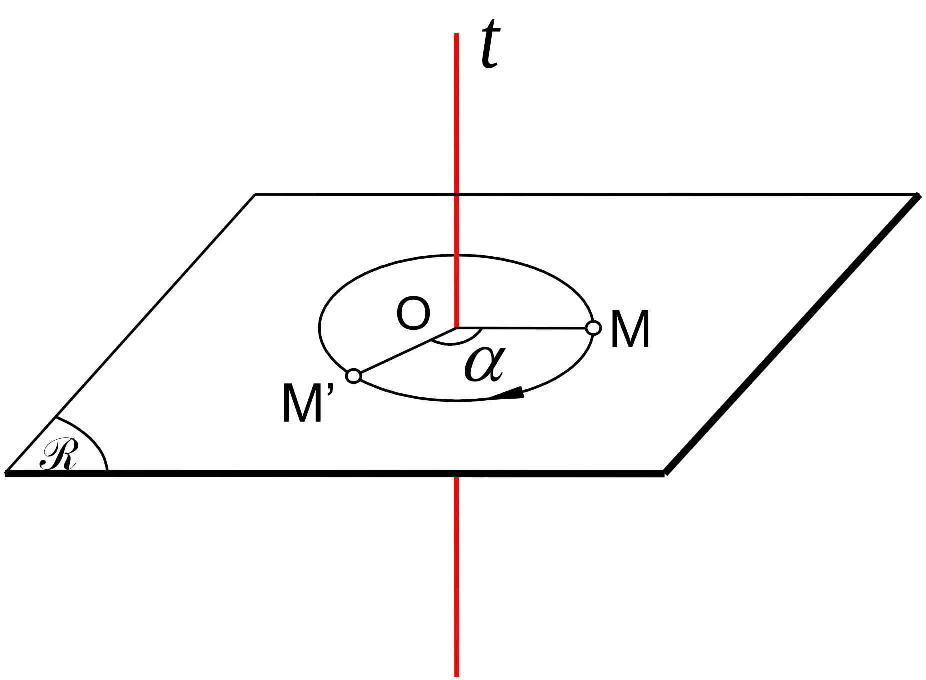
- Góc quay MOM' = α

- Bán kính quay OM = OM'.



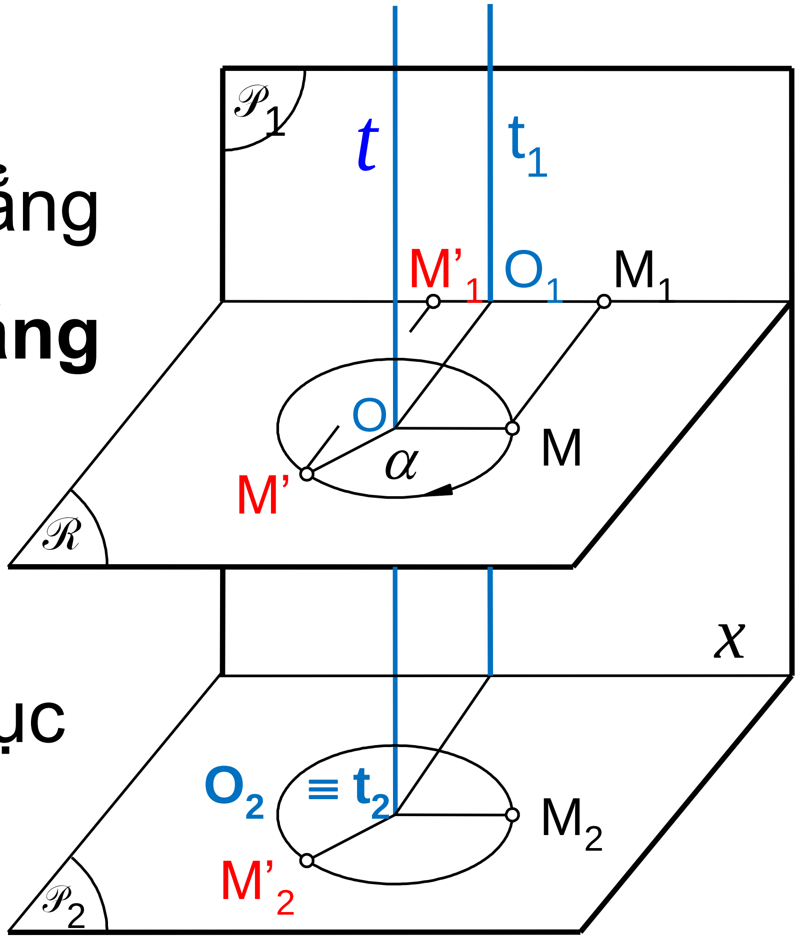
- Mọi điểm thuộc hình Φ **cùng quay một góc α** quanh trục t **theo cùng một chiều** tới vị trí mới.

- Các điểm (A, B, C,..) thuộc trục quay t **không thay đổi** trong quá trình quay (*Ý nghĩa khi chọn trục quay*).



2.3.1. Quay quanh trục vuông góc với mặt phẳng hình chiếu

a) Quay quanh trục $t \perp \mathscr{P}_2$

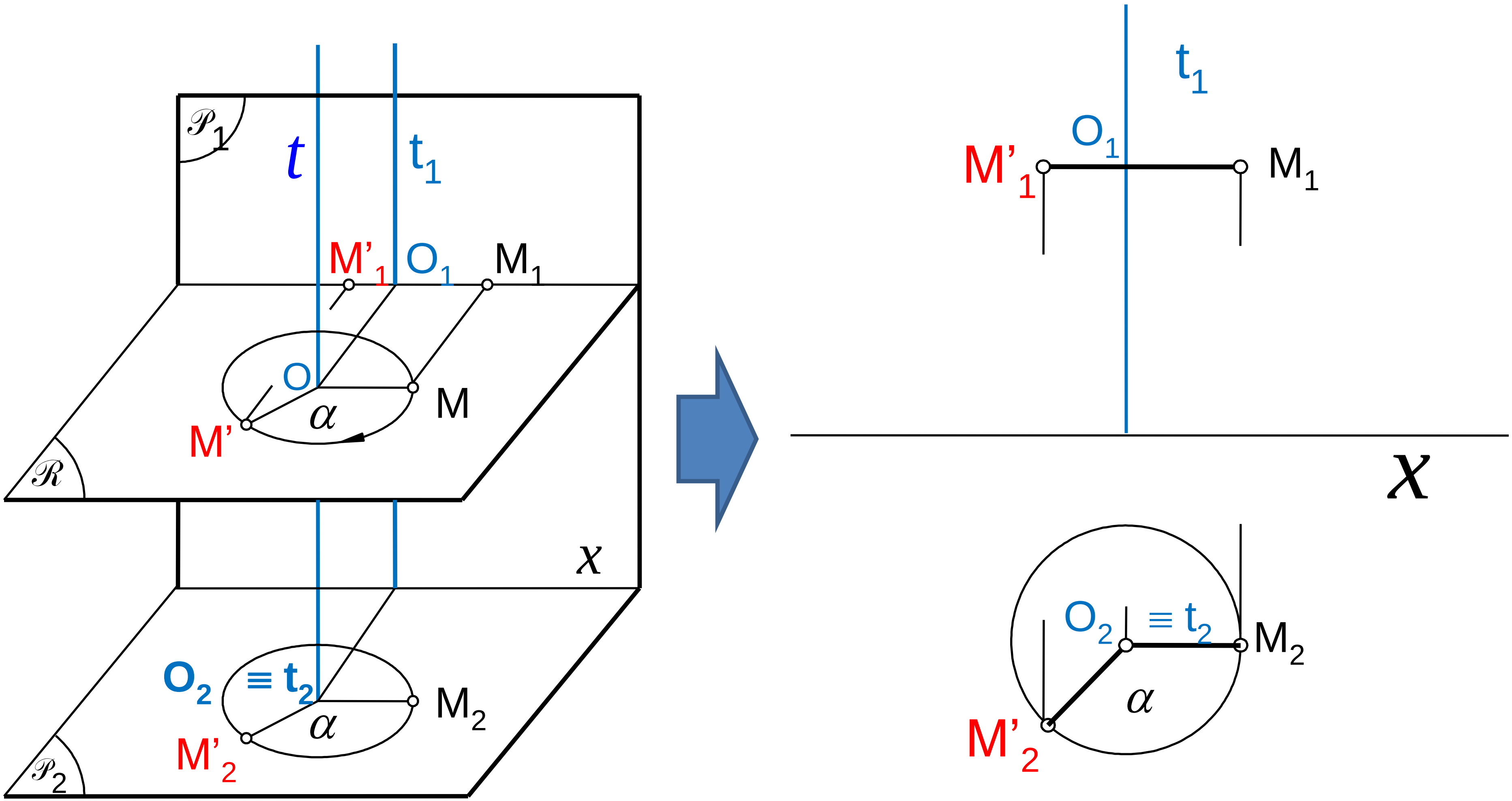


Vì trục quay $t \perp \mathscr{P}_2$ nên mặt phẳng quỹ đạo **$\mathscr{R}$ là mặt phẳng bằng($\mathscr{R} // \mathscr{P}_2$).**

Do đó khi quay điểm M quanh trục t một góc α tới vị trí mới M' thì:

- Hình chiếu đứng $M_1M'_1$ //x (*độ cao của M không đổi).*

+ Hình chiếu bằng M_2 và M'_2 nằm trên đường tròn tâm $O_2 \equiv t_2$, bán kính $O_2M_2 = OM$, với góc $\angle(\mathbf{M'_2O_2M_2}) = \angle(\mathbf{M'OM}) = \alpha$ (Do OM và OM' là những đường bằng)



Như vậy, **độ cao của M không đổi** suy ra góc nghiêng của đường thẳng, mặt phẳng thuộc hình Φ so với $\mathscr{P}_2$ không thay đổi khi quay nó quanh trục $t \perp \mathscr{P}_2$.

***Ứng dụng:**

Phép quay hình quanh trục vuông góc với mặt phẳng hình chiếu bằng có thể đưa:

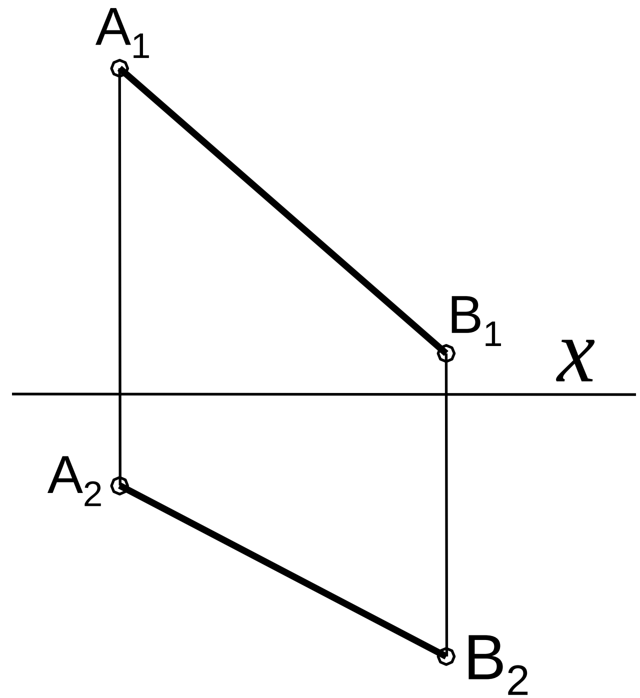
-Một đường thẳng thường trở thành đường mặt.

-Đường bằng trở thành đường thẳng chiếu đứng.

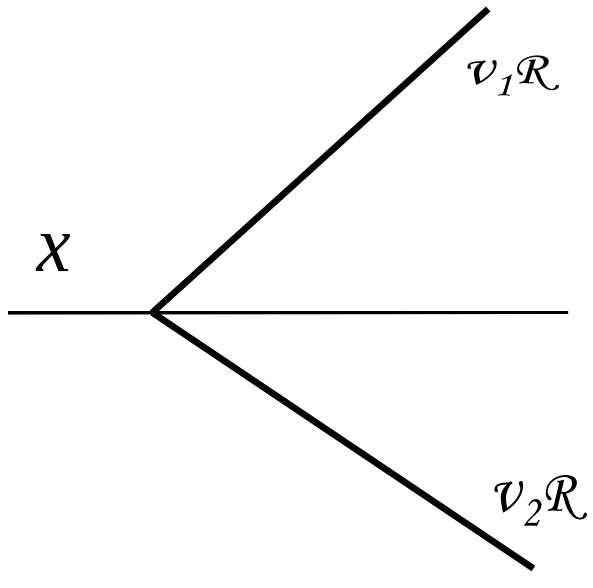
-Mặt phẳng thường trở thành mặt phẳng chiếu đứng.

-Mặt phẳng chiếu bằng trở thành mặt phẳng mặt.

Ví dụ 1: Xác định **độ dài** đoạn thẳng AB và **góc nghiêng** của AB đối với mặt phẳng hình chiếu bằng $\mathscr{P}_2$

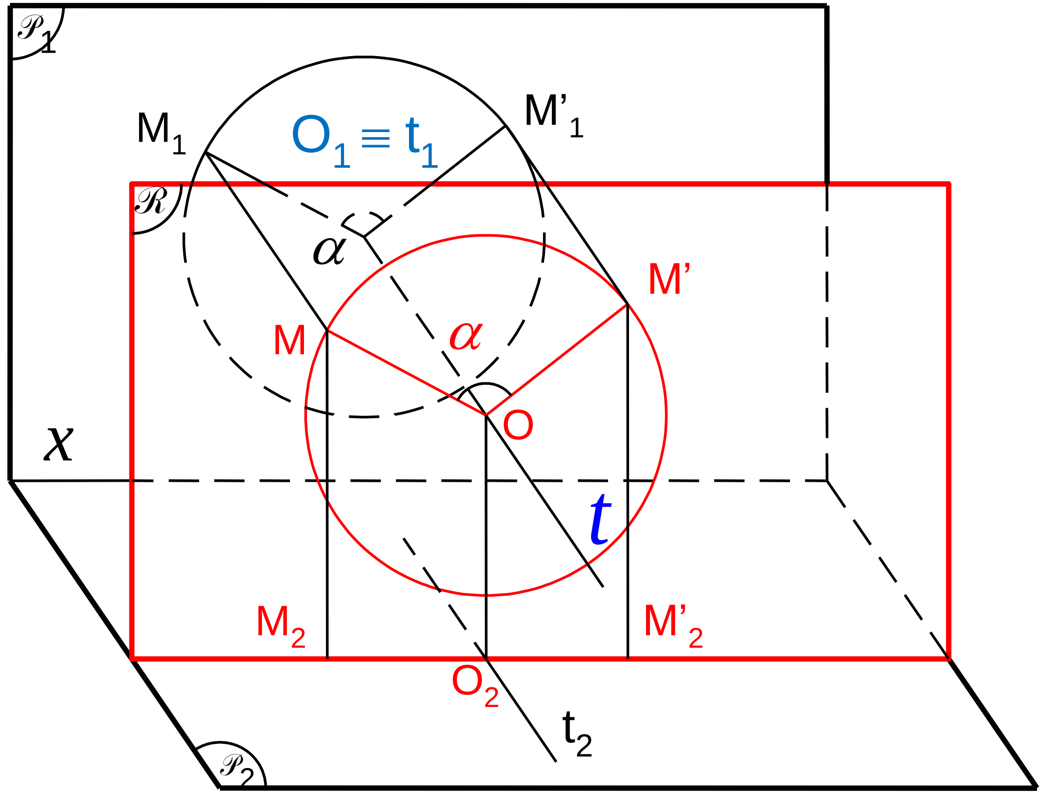


Ví dụ 2: Cho mặt phẳng $\mathscr{R}(v_1\mathscr{R},\ v_2\mathscr{R})$. Tìm góc giữa mặt phẳng $\mathscr{R}$ và $\mathscr{P}_2$

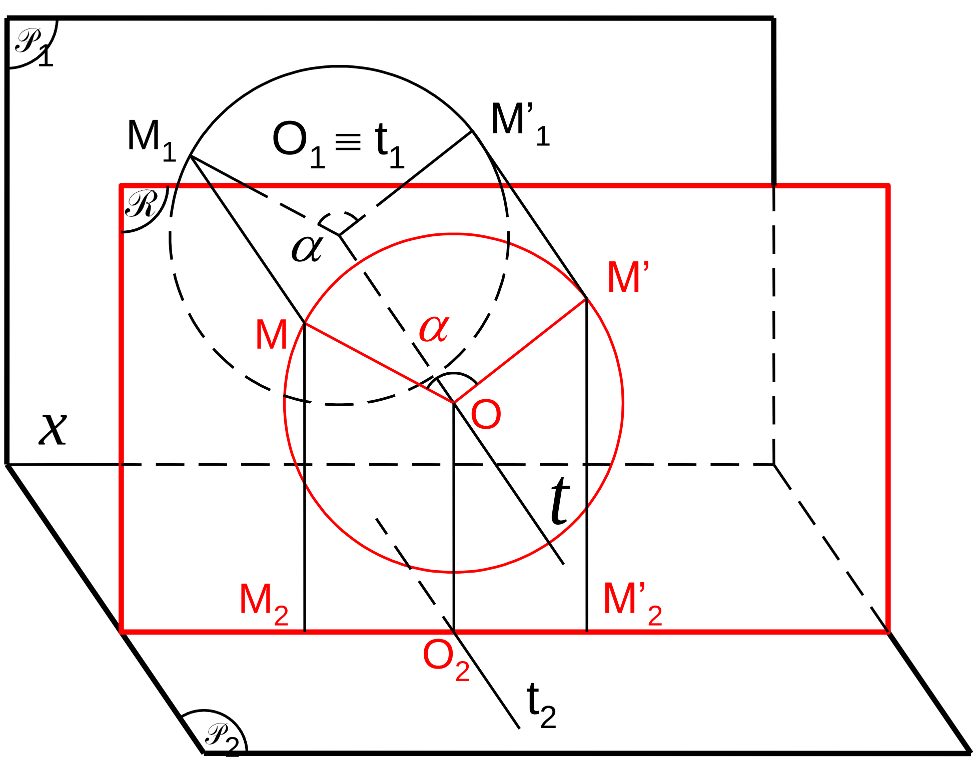


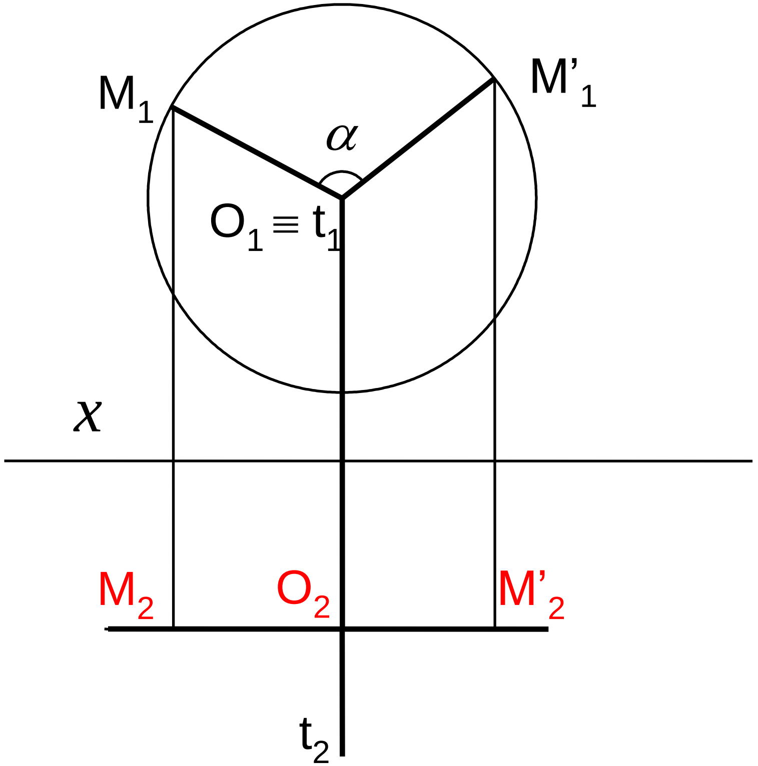
b)Quay quanh trục $t \perp \mathscr{P}_1$

Vì trục quay $t \perp \mathscr{P}_1$ nên mặt phẳng quỹ đạo $\mathscr{R}$ **là mặt phẳng mặt ($\mathscr{R} // \mathscr{P}_1$)**. Do đó khi quay điểm M quanh t một góc α tới vị trí mới M' thì:



+Hình chiếu bằng M_2M_2' // x (thực chất là độ xa của M không đổi).





+Hình chiếu đứng M_1 và M_1' nằm trên đường tròn tâm $O_1 \equiv t_1$, bán kính O_1M_1 = OM, với góc **$\angle(M'_1O_1M_1) = \angle(M'OM) = \alpha$** (Do OM và OM' là những đường mặt)

Như vậy, từ **độ xa của M không đổi** suy ra: Góc nghiêng của đường thẳng, mặt phẳng của hình Φ so với $\mathscr{P}_1$ không thay đổi khi quay quanh trục $\boldsymbol{t} \perp \mathscr{P}_1$.

***Ứng dụng:**

Phép quay hình quanh trục vuông góc với mặt phẳng hình chiếu đứng có thể đưa:

-Một đường thẳng thường trở thành đường bằng.

-Đường mặt trở thành đường thẳng chiếu bằng.

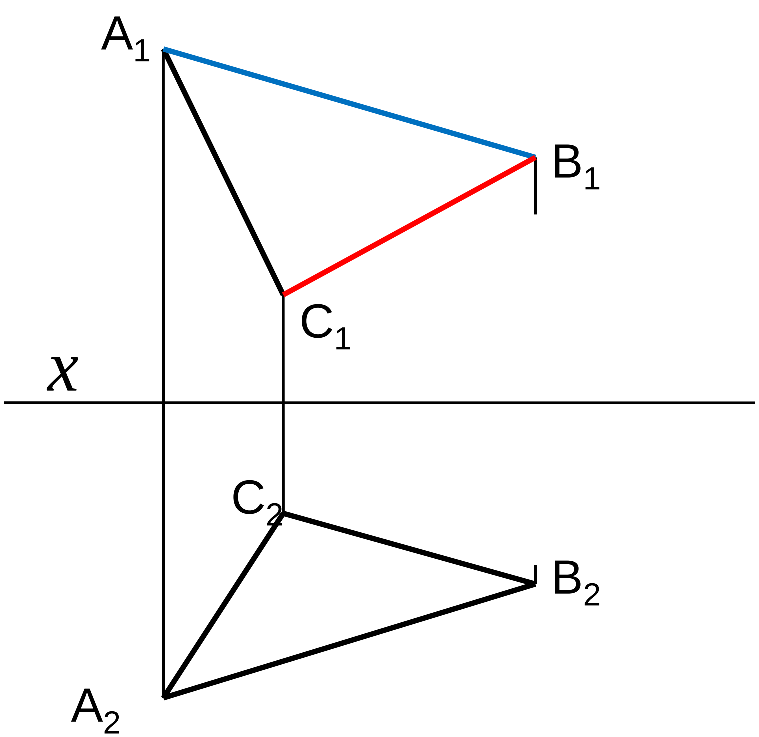
-Mặt phẳng thường trở thành mặt phẳng chiếu bằng.

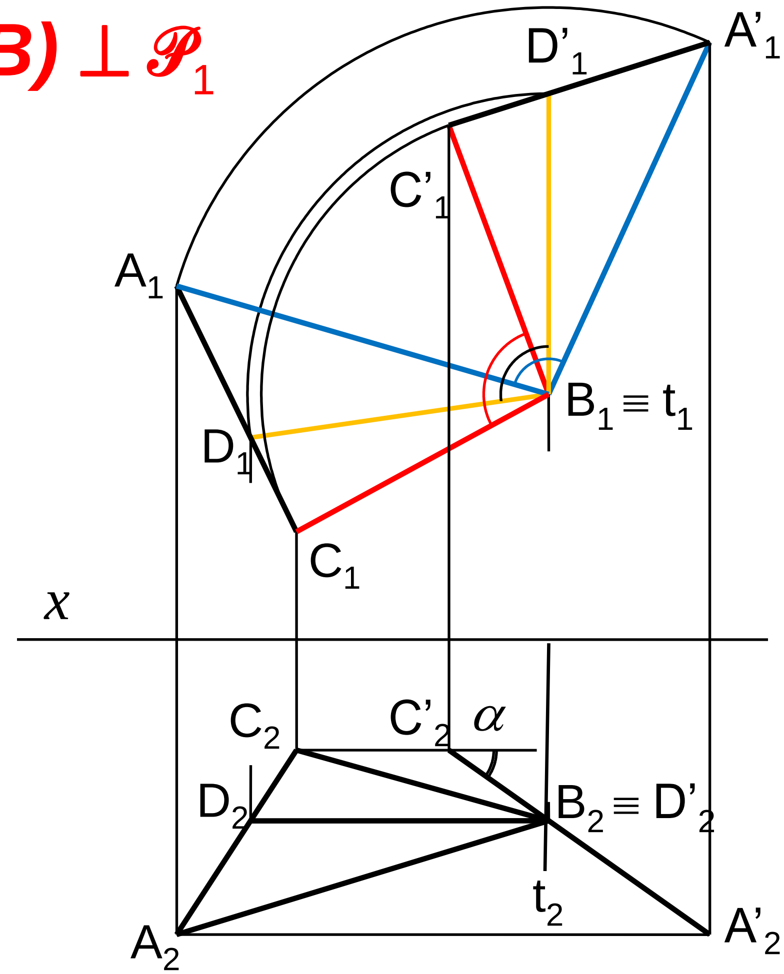
-Mặt phẳng chiếu đứng trở thành mặt phẳng bằng.

Ví dụ 1: Xác định góc nhị diện tạo bởi mặt phẳng (ΔABC) và mặt phẳng hình chiếu đứng $\mathscr{P}_1$.

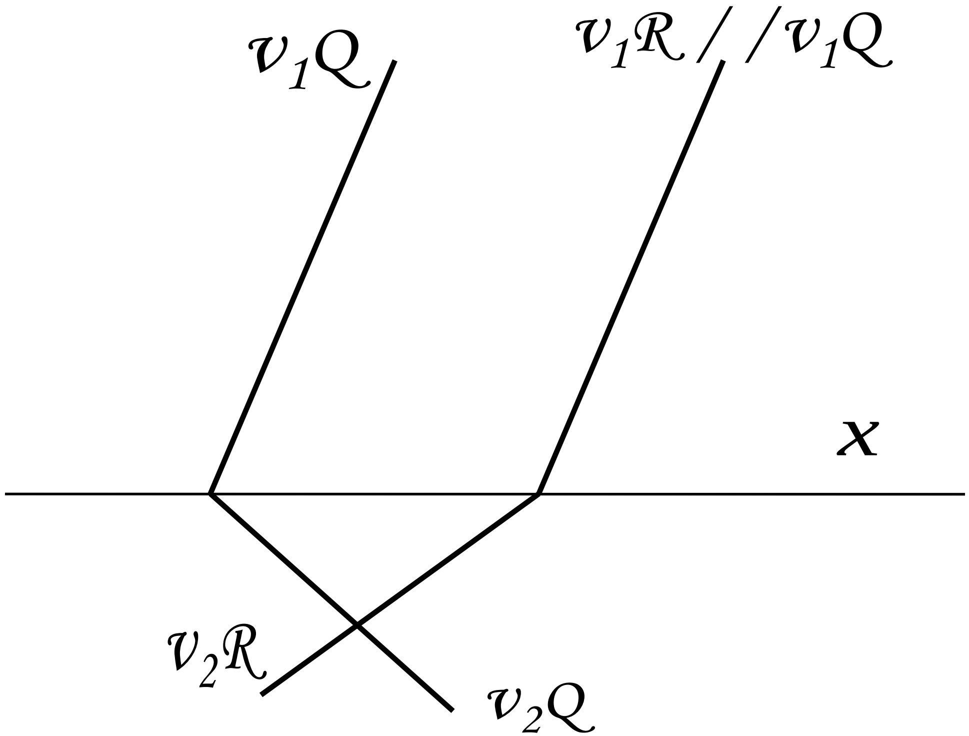
Dựng đường mặt BD;

Chọn trục quay quanh trục ***t(B)*** $\perp \mathscr{P}_1$

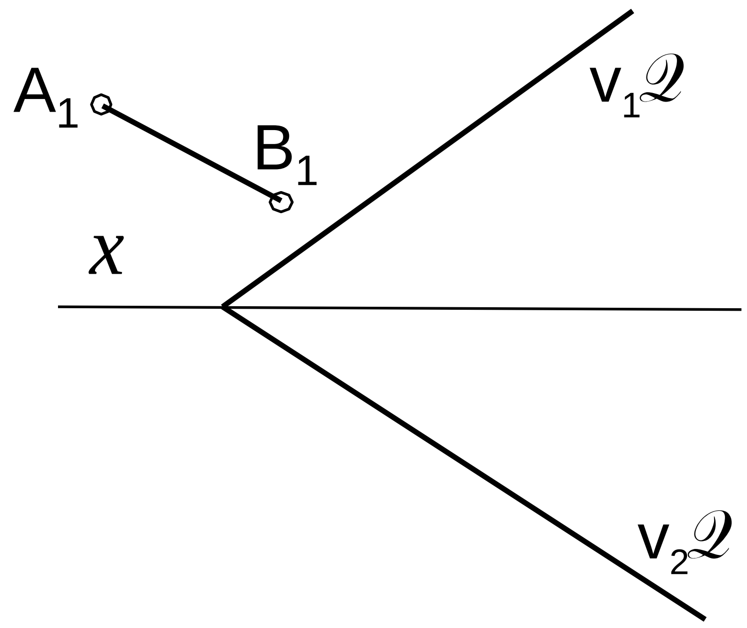




Ví dụ 2 (VN): Cho mặt phẳng $R(v_1R, v_2R)$ và mặt phẳng $Q(v_1Q, v_2Q)$. Xác định góc giữa hai mặt phẳng ấy.



Ví dụ 3 (VN): Cho đoạn thẳng AB song song và cách mặt phẳng $\mathcal{Q}(v_1\mathcal{Q}, v_2\mathcal{Q})$ 4cm, biết A_1B_1. Dùng phép quay quanh trục $t \perp \mathscr{P}_1$ tìm A_2B_2.



c)Quay liên tiêp quanh trục vuông góc với từng mặt phẳng hình chiếu

Thực hiện quay liên tiếp quanh trục lần lượt vuông góc với từng mặt phẳng hình chiếu, ta có thể đưa:

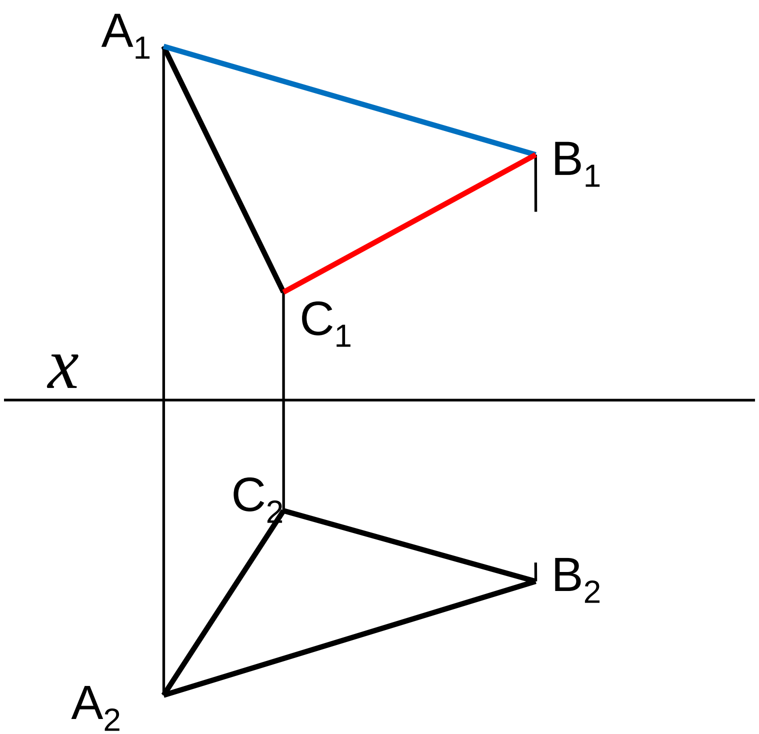
- Một đường thẳng thường thành đường thẳng chiếu đứng hoặc về đường thẳng chiếu bằng tùy thứ tự quay (**Vận dụng để tìm khoảng cách từ một điểm M đến đường thẳng d, góc giữa hai MP,...)**

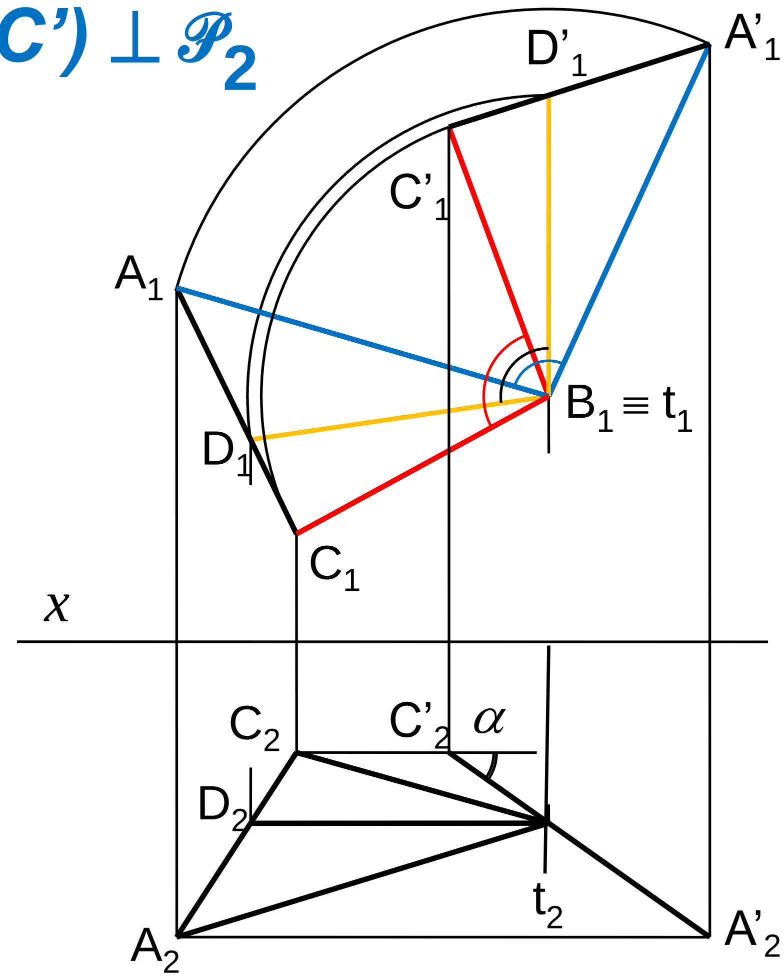
- Một mặt phẳng thường thành mặt phẳng bằng hoặc mặt phẳng mặt tùy theo thứ tự quay (Vận dụng để giải các b**ài toán**: **tìm góc giữa hai mặt phẳng, giữa đường thẳng với mặt phẳng, tìm tâm đường tròn nội, ngoại tiếp tam giác,…**)

Ví dụ (HD học): Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC bằng cách quay liên tiếp quanh trục vuông góc với từng MPHC.

Lần 1: Quay quanh trục ***t(B)*** $\perp \mathscr{P}_1$

Lần 2: Quay tiếp quanh trục ***k(C')*** $\perp \mathscr{P}_2$



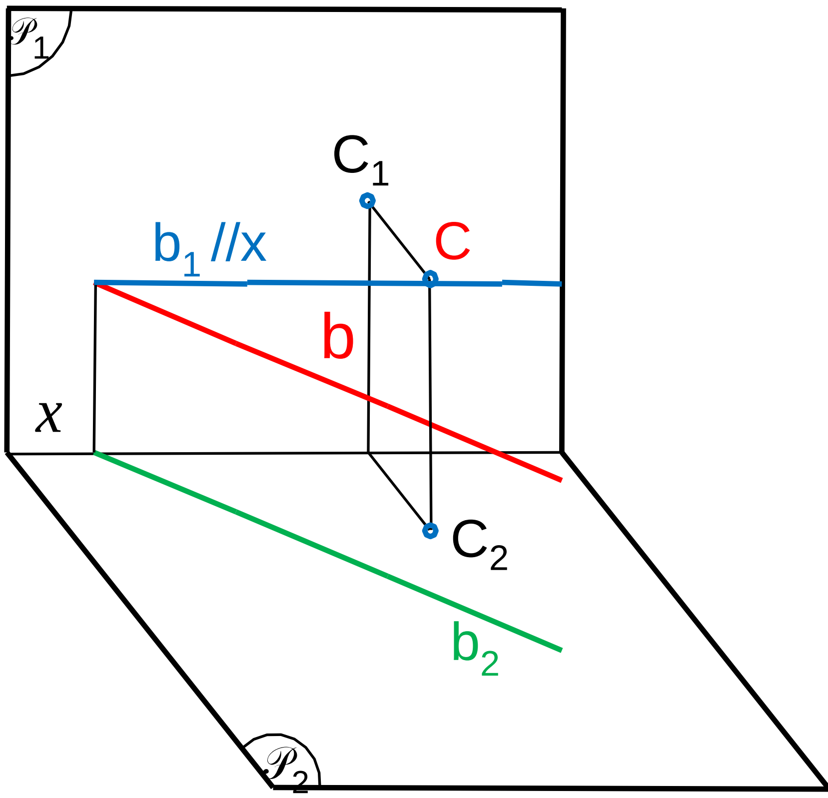


2.3.2. Quay quanh trục song song với mặt phẳng hình chiếu

a) Quay quanh trục là đường bằng

Bài toán: Cho điểm C và đường bằng b $//\mathscr{P}_2$.

Quay C quanh b tới vị trí C’ sao cho mặt phẳng $\mathscr{Q}$(C’,b)$//\mathscr{P}_2$.



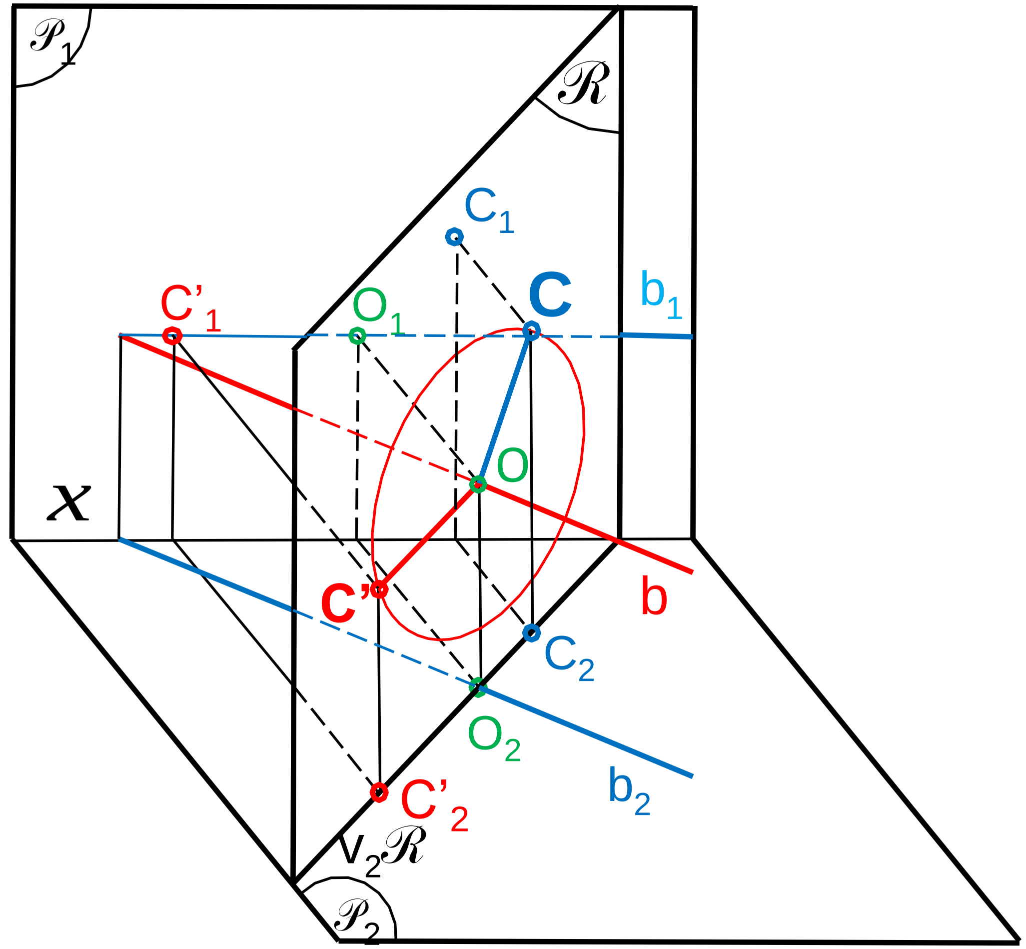
Khi đó, điểm C’ được xác định theo các điều kiện phép quay như sau:

* Điểm C’ và C nằm trên đường tròn quỹ đạo thuộc mặt phẳng $\mathscr{R} \perp$ b; mà b //$\mathscr{P}_2$ nên $\mathscr{R} \perp \mathscr{P}_2$.

Do đó có: $C_2C'_2 \equiv v_2\mathscr{R} \perp b_2$.

* Tâm quay $O = \mathscr{R} \cap b$.

Trong đó: $O_2 = C_2C'_2 \cap b_2$, $O_1 \in b_1$.



* Bán kính quay:

$OC = OC' = O_2C'_2$ (do OC’ là đường bằng).

Từ các nhận xét trên suy ra cách dựng đồ thức:

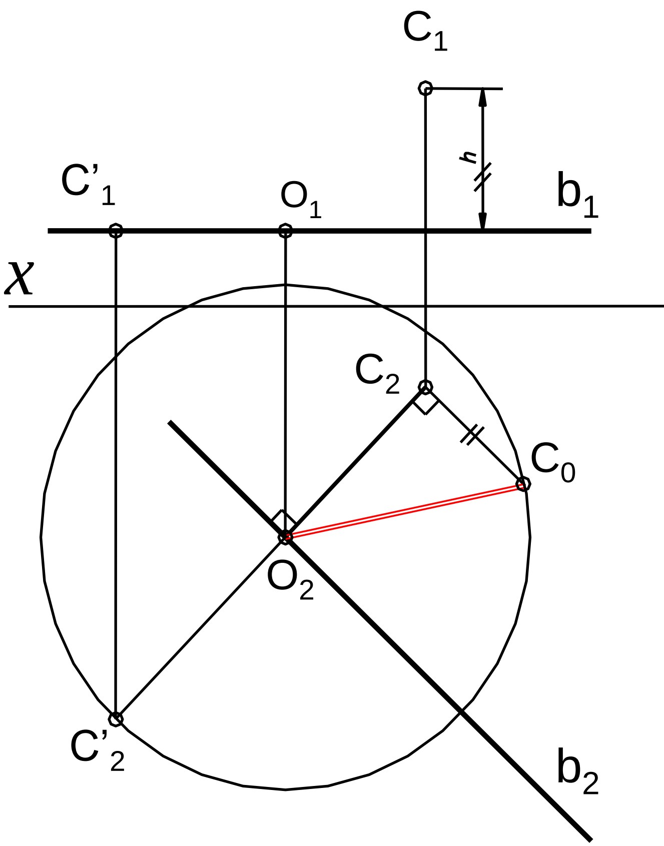
- Qua C_2 kẻ đường thẳng $C_2O_2 \perp b_2$ tại O_2 , $O_1 \in b_1$.

- Xác định bán kính quay OC bằng phương pháp tam giác vuông: $OC = O_2C_0$

- Trên đường thẳng O_2C_2 lấy $O_2C'_2 = O_2C_0$.

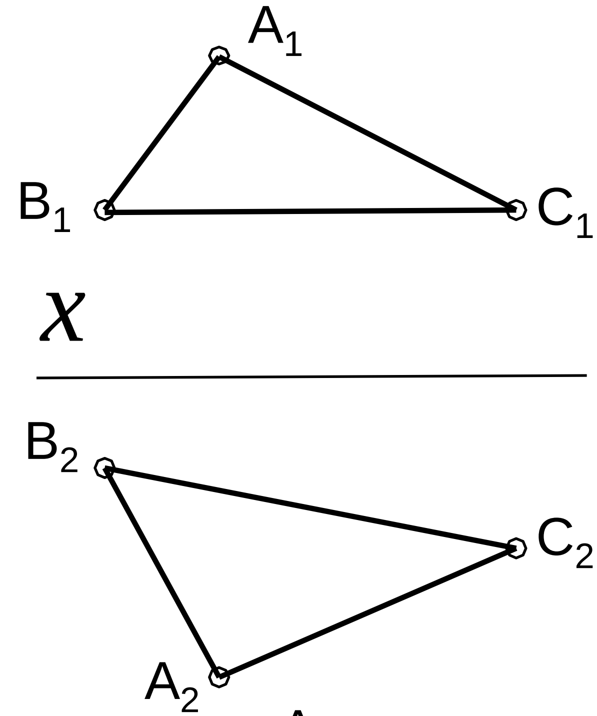
- Điểm $C'_1 \in b_1$

Khi đó ta có mặt phẳng $\mathcal{Q}(C',b) // \mathcal{P}_2$. Có 2 vị trí của C'.

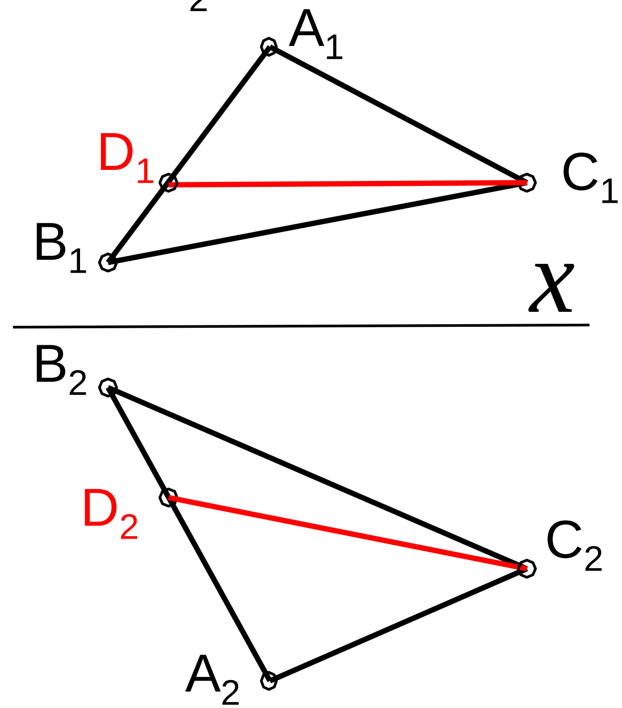


Ứng dụng: dùng để đưa mặt phẳng thường thành mặt phẳng bằng và vận dụng để giải các bài toán liên quan đến độ lớn thật của góc phẳng, hình phẳng.

Ví dụ 1 (VN): Xác định độ lớn thật của ΔABC có BC là đường bằng.



Ví dụ 2: Xác định độ lớn thật của ΔABC.

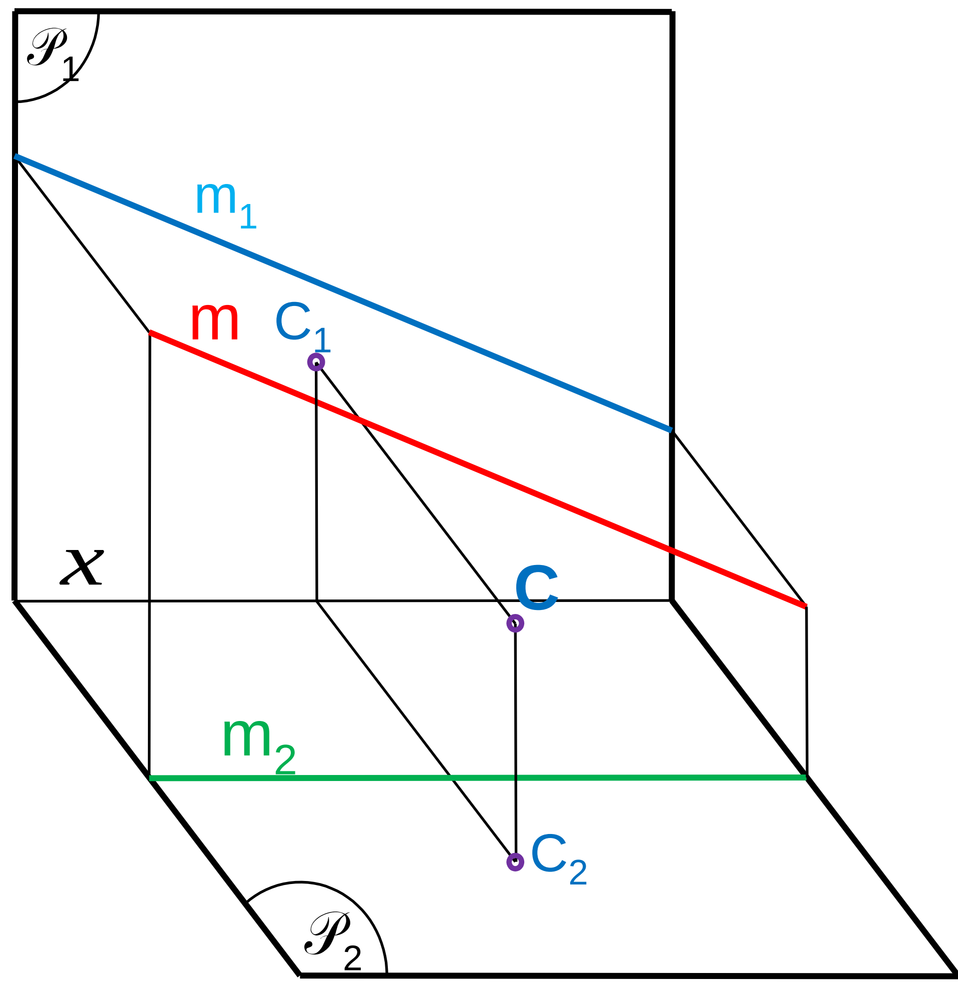


b) Quay quanh trục là đường mặt

Bài toán: Cho điểm C và đường mặt m //$\mathscr{P}_1$.

Quay C quanh m tới vị trí C’ sao cho mặt phẳng $\mathscr{Q}$(C’,m)//$\mathscr{P}_1$.

Khi đó, điểm C’ được xác định theo các điều kiện phép quay như sau:

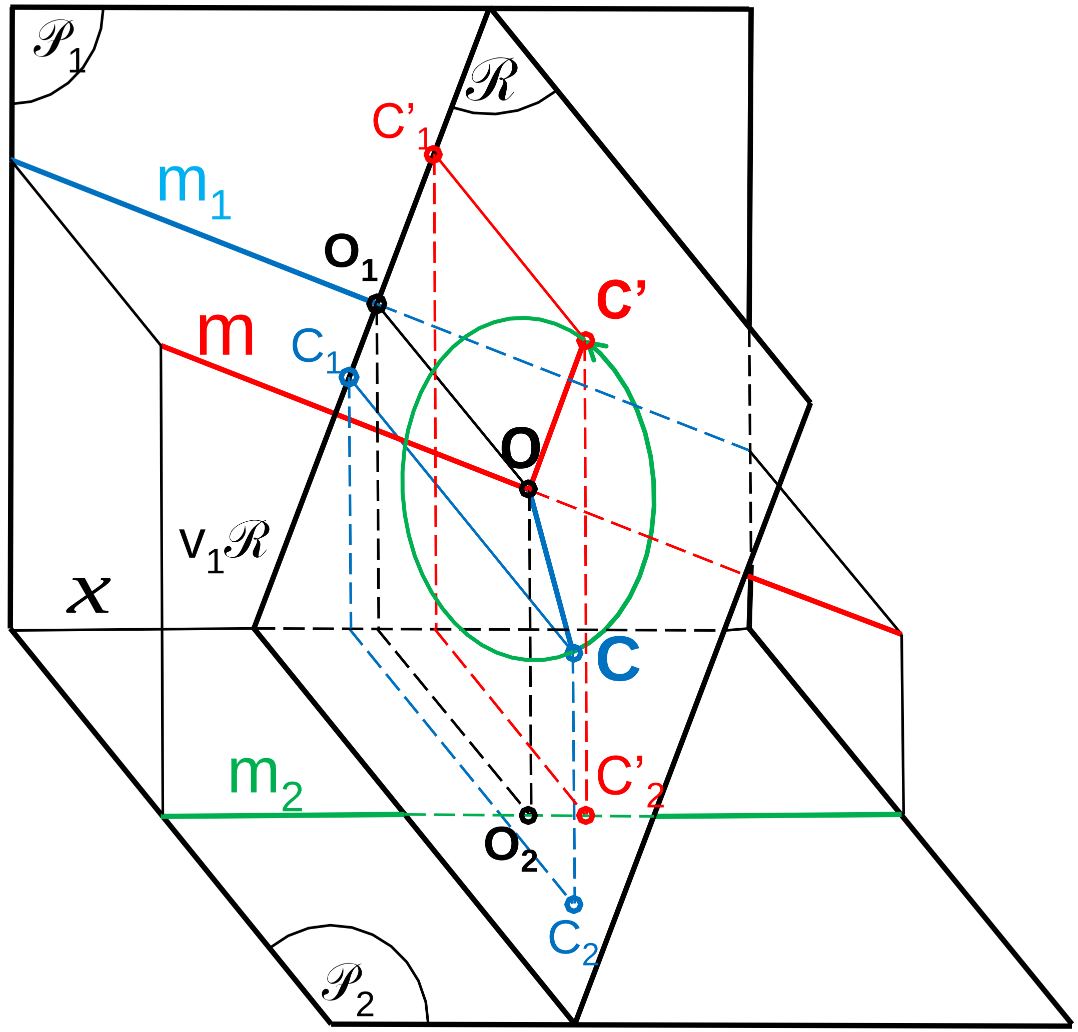


* Điểm C’ và C nằm trên đường tròn thuộc mặt phẳng quỹ đạo $\mathscr{R} \perp$ m mà m //$\mathscr{P}_1$ nên $\mathscr{R} \perp \mathscr{P}_1$.

Do đó có: $C_1C'_1 \equiv v_1\mathscr{R} \perp m_1$.

*Tâm quay:O = $\mathscr{R} \cap$ m.

Trong đó: $O_1 = C_1C'_1 \cap m_1$, $O_2 \in m_2$.



* Bán kính quay:
OC = OC’ = $O_1C'_1$ (do OC’ là đường mặt).

Từ các nhận xét trên suy ra cách dựng đồ thức:

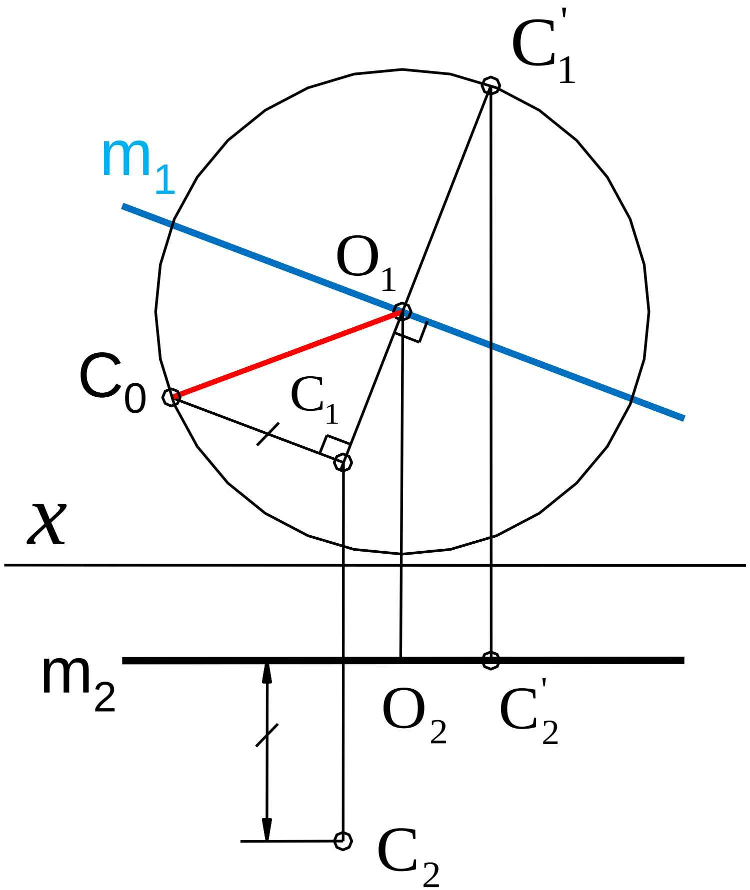
- Qua C_1 kẻ đường thẳng $C_1O_1 \perp m_1$ tại O_1 , $O_2 \in m_2$.

- Xác định bán kính quay OC bằng phương pháp tam giác vuông: $OC = O_1C_0$

- Trên đường thẳng O_1C_1 lấy $O_1C'_1 = O_1C_0$.

- Điểm $C'_2 \in m_2$

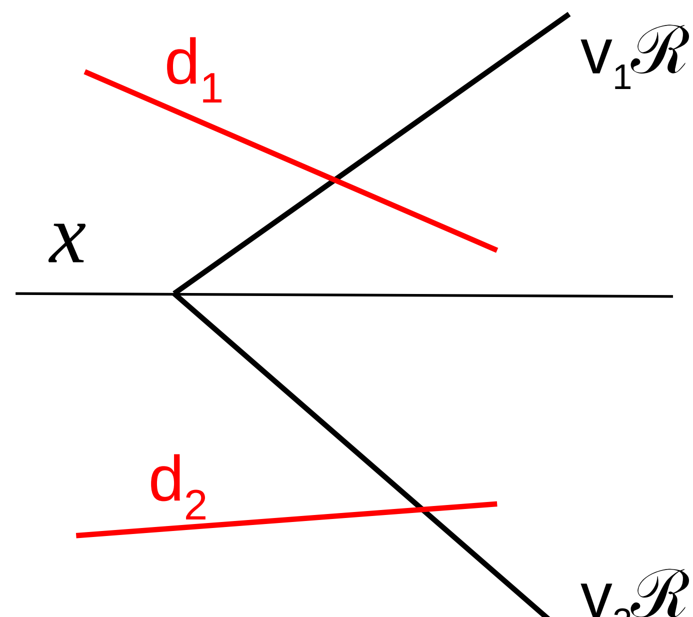
Khi đó ta có mặt phẳng $\mathscr{Q}$(C', m)//$\mathscr{P}_1$. Có 2 vị trí của C' thỏa mãn.



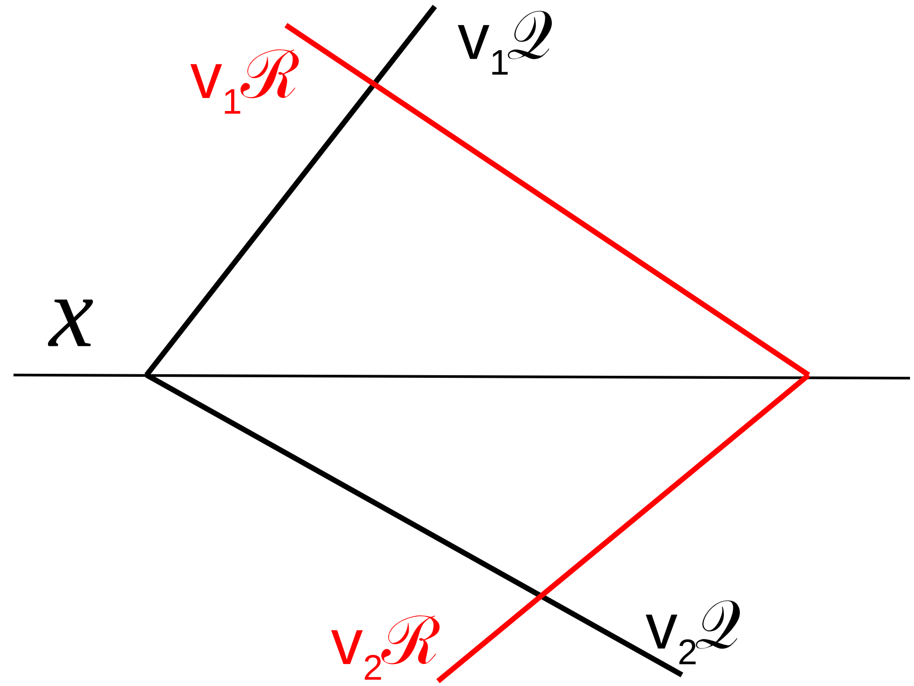
Ứng dụng: Phép quay dùng để **đưa mặt phẳng thường về thành mặt phẳng mặt**, vận dụng để giải quyết các bài toán liên quan đến hình phẳng: tìm tâm đường tròn nội, ngoại tiếp tam giác, chân đường vuông góc, xác định độ lớn thật của góc phẳng, hình phẳng,...

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Ví dụ 1 (VN): Bằng phép quay quanh trục song song với MPHC, tìm góc giữa đường thẳng **d** và mặt phẳng $\mathscr{R}$.



Ví dụ 2 (VN): Bằng phép quay quanh trục song song với MPHC, tìm góc phẳng nhị diện giữa 2 mặt phẳng $\mathscr{R}$ và $\mathscr{Q}$.



BÀI TẬP LỚN CHƯƠNG 2

NHẮC LẠI:

BÀI TẬP LỚN HOÀN THÀNH TOÀN BỘ VÀ **NỘP VÀO BUỔI HỌC THỨ 15**