

BÀI TẬP CHƯƠNG 12. DAO ĐỘNG

Tóm tắt lý thuyết:

1. Dao động điều hòa

Phương trình dao động: $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$, $A > 0$

x – li độ (độ dời);

A – biên độ;

ω_0 – tần số góc;

$\omega_0 t + \varphi$ – pha dao động;

φ – pha ban đầu;

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ – chu kỳ;

$\nu_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi}$ – tần số. (chữ ν được phiên âm /nju:/ - đọc thế nào tùy các bạn)

Vận tốc: $v = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t + \varphi) = \omega_0 A \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$

Gia tốc: $a = \frac{dv}{dt} = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 x = \omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi)$

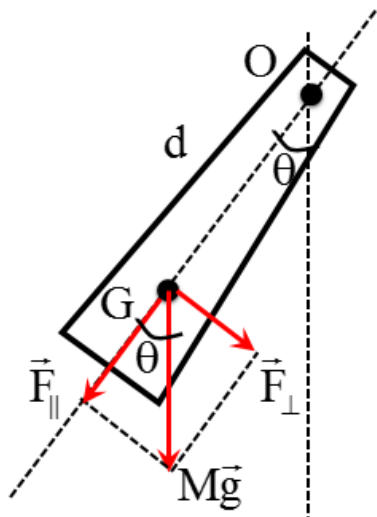
Năng lượng dao động điều hòa:

Cơ năng: $W = W_d + W_t$

Con lắc lò xo:

$$W = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2$$

Con lắc vật lý



Là một vật rắn khối lượng M , quay xung quanh một trục cố định O nằm ngang. G là khối tâm, cách O một đoạn d .

Tần số góc: $\omega_0 = \sqrt{\frac{Mgd}{I}}$

I – là mômen quán tính của con lắc với trục O .

Chu kỳ: $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgd}}$

Trường hợp riêng: con lắc đơn:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Mgd}{I}} = \sqrt{\frac{Mgl}{Ml^2}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

2. Dao động cơ tắt dần

Phương trình dao động: $x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$,

trong đó: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ - tần số góc của dao động tắt dần

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$ - chu kỳ của dao động tắt dần

$A = A_0 e^{-\beta t}$ - là biên độ của dao động tắt dần, giảm dần theo thời gian.

Giảm lượng loga: $\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T} = \beta T$

3. Dao động cơ cưỡng bức

Phương trình: $x = A \cos(\Omega t + \Phi)$

Biên độ: $A = \frac{H}{m\sqrt{(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}$;

Pha ban đầu: $\tan \Phi = \frac{-2\beta\Omega}{\Omega^2 - \omega_0^2}$

Với điều kiện: $\omega_0^2 - 2\beta^2 > 0$

Tần số góc cộng hưởng:

Giá trị: $\Omega_{ch} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ tại đó biên độ dao động cưỡng bức đạt trị số cực đại.

$A_{max} = \frac{H}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$

4. Dao động điện từ điều hòa

Phương trình dao động của dòng điện: $I = I_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$

Tần số góc riêng: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Chu kỳ riêng: $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$

Phương trình dao động của điện tích: $q = \frac{I_0}{\omega_0} \cos\left(\omega_0 t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$

Phương trình dao động của hiệu điện thế giữa 2 bản tụ: $u = \frac{q}{C} = \frac{I_0}{C\omega_0} \cos\left(\omega_0 t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$

5. Dao động điện từ tắt dần

Phương trình dao động của dòng điện: $I = I_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$

Tần số góc: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$

$$\text{Chu kỳ: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}$$

6. Dao động điện từ cưỡng bức

Phương trình dao động của dòng điện: $I = I_0 \cos(\Omega t + \Phi)$

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}} \quad \text{và} \quad \cot \Phi = -\frac{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}{R}$$

Đặt $Z = \sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}$ - gọi là **tổng trở** của mạch dao động.

$Z_L = \Omega L$ - cảm kháng

$Z_C = \frac{1}{\Omega C}$ - dung kháng

Cộng hưởng điện:

$$\Omega L - \frac{1}{\Omega C} = 0 \rightarrow \Omega_{\text{ch}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0 \rightarrow I_{0\text{max}} = \frac{\varepsilon_0}{R}$$

7. Tổng hợp 2 dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số

$$x_1 = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \Delta\varphi}$$

$$\tan \varphi = \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2}$$

8. Tổng hợp hai dao động điều hòa có phương vuông góc với nhau

$$x_1 = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - 2\frac{xy}{a_1a_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Các trường hợp đặc biệt:

a) $\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$

$$\frac{x}{a_1} - \frac{y}{a_2} = 0 \quad \text{đường thẳng trên góc phần tư 1 và 3}$$

b) $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi$

$$\frac{x}{a_1} + \frac{y}{a_2} = 0 \text{ đường thẳng trên góc phần tư 2 và 4}$$

$$c) \varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} = 0 \text{ đường elip vuông}$$

Nếu $a_1 = a_2$ đường tròn

BÀI TẬP

8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.7, 8.8, 8.12, 8.13, 8.14, 8.15, 8.17, 8.18, 8.19, 8.21, 8.23, 8.24, 8.26, 8.27

Bài 8.2. một chất điểm dao động điều hòa với $T = 24$ s, pha ban đầu bằng 0. Hỏi tại những thời điểm nào (trong thời gian một chu kỳ đầu) li độ có giá trị tuyệt đối bằng $1/2$ biên độ dao động.

Bài giải:

Phương trình dao động: $x = A \cos \omega_0 t$

$$\text{Ta có: } \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12} \text{ rad/s}$$

$$x = A \cos \omega_0 t = \pm \frac{A}{2} \Rightarrow \cos \omega_0 t = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \frac{\pi t}{12} = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\pi t}{12} = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \Rightarrow t = \pm 4 + 12k$$

Với điều kiện trong 1 chu kỳ, $0 \leq t \leq T = 24$ s

Dễ thấy các giá trị sau đây thỏa mãn:

$$t = 4 + 0 = 4 \text{ s.}$$

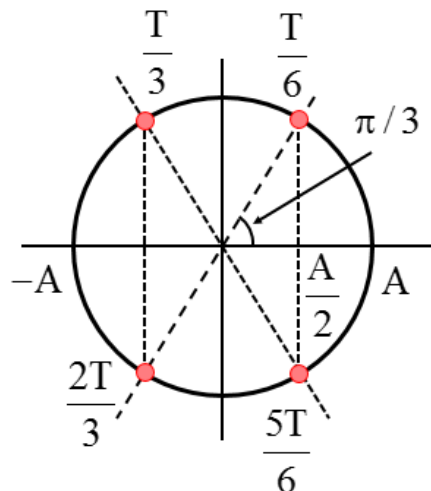
$$t = +4 + 12 = 16 \text{ s.}$$

$$t = -4 + 12 = 8 \text{ s}$$

$$t = -4 + 24 = 20 \text{ s.}$$

Ngoài ra phương pháp đường tròn (hình vẽ). Dễ dàng xác định được góc $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Ta thấy có 4 vị

trí thỏa mãn điều kiện $x = \pm \frac{A}{2}$.



Bài 8.3. một chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ $T = 2$ s, biên độ $a = 50$ mm. Tìm vận tốc của chất điểm tại vị trí của li độ bằng $1/2$ biên độ dao động.

Bài giải:

Sử dụng hệ thức độc lập: $x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2 = A^2$

Suy ra: $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

Với $x = \frac{1}{2}A \Rightarrow v = \omega\sqrt{A^2 - \frac{1}{4}A^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\omega A = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{2\pi}{T} A = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{2\pi}{2} 50 = 136$ mm/s

Bài 8.7. Một chất điểm dao động điều hòa với chu kỳ dao động $T = 2$ s, pha ban đầu $\varphi = \frac{\pi}{3}$. Năng

lượng toàn phần $W = 3.10^{-5}$ J và lực tác dụng lên chất điểm lúc lớn nhất bằng $1,5.10^{-3}$ N. Viết phương trình dao động của chất điểm.

Bài giải:

Phương trình dao động sẽ có dạng: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$$

Ta có: $W = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$

Lực tác dụng: $F = ma = -m\omega^2 x$, lực tác dụng cực đại là $F_{\max} = m\omega^2 A$

Suy ra: $A = \frac{2W}{F_{\max}} = \frac{2.3.10^{-5}}{1,5.10^{-3}} = 4.10^{-2}$ m = 4 cm.

Phương trình dao động: $x = 4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ cm.

Bài 8.12. Biên độ dao động tắt dần sau thời gian $t_1 = 20$ s giảm đi $n_1 = 2$ lần. Hỏi sau thời gian $t_2 = 1$ phút nó giảm đi bao nhiêu lần?

Bài giải:

Ta có: $A = A_0 e^{-\beta t} \Rightarrow e^{-\beta t} = \frac{A}{A_0}$

Suy ra: $e^{-\beta t_1} = \frac{A_1}{A_0} = \frac{1}{2}; e^{-\beta t_2} = \frac{A_2}{A_0}$

Ta có: $t_2 = 60$ s, $t_1 = 20$ s $\Rightarrow t_2 = 3t_1$

$$\frac{A_2}{A_0} = e^{-\beta t_2} = e^{-3\beta t_1} = \left(e^{-\beta t_1}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

Bài 8.13. Phương trình của một dao động tắt dần có dạng: $x = 10.2^{-0,2t} \cdot \cos 8\pi t$ cm

Tìm biên độ dao động sau $N = 10$ dao động toàn phần.

Bài giải:

Chu kỳ: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{8\pi} = 0,25 \text{ s}$

Thời gian 10 dao động: $t = 10T = 2,5 \text{ s}$

Thay vào có: $A = 10.2^{-0,2.2,5} = 7,07 \text{ cm}$.

Bài 8.15. Cho hệ số tắt dần của dao động là $\beta = \frac{1}{100} \text{ s}^{-1}$. Tính thời gian để biên độ giảm đi e lần:

Bài giải:

$$A = A_0 e^{-\beta t} \Rightarrow \frac{A_0}{A} = e^{\beta t} = e \Rightarrow \beta t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{\beta} = 100 \text{ s}$$

Bài 8.17. Biết rằng vận tốc $v = 20 \text{ m/s}$ thì khi chạy qua các chỗ nối của đường ray xe lửa bị rung nhiều nhất. Mỗi lò xo của toa xe chịu một khối lượng nén là $M = 5 \text{ tấn}$. Chiều dài của mỗi thanh ray là $l = 12,5 \text{ m}$. Hãy xác định hệ số đàn hồi của lò xo?

Bài giải:

Đây là một bài liên quan đến dao động cưỡng bức. Trong đó dao động riêng là dao động của lò xo toa xe, lực cưỡng bức là do đường ray tác dụng lên mỗi lúc xe lửa qua chỗ nối. Xe lửa bị rung nhiều nhất tức là xảy ra hiện tượng cộng hưởng, tức là tần số dao động riêng của lò xo toa xe với tần số lực cưỡng bức của đường ray tác dụng lên toa xe là bằng nhau.

Chu kỳ của lực cưỡng bức là: $T = \frac{1}{v} = \frac{12,5}{20} = 0,625 \text{ s}$, khi xảy ra cộng hưởng thì đây là chu kỳ

của dao động riêng:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \sqrt{\frac{k}{M}} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 M}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 5000}{0,625^2} = 512000 \text{ N/m}$$

Bài 8.23. Một mạch dao động điện từ có điện dung $C = 0,25 \mu\text{F}$, hệ số tự cảm $L = 1,015 \text{ H}$ và điện trở $r = 0$. Ban đầu hai cốt của tụ điện được tích điện đến $Q_0 = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

- Viết phương trình dao động điện từ của mạch đối với điện tích Q và dòng điện i ;
- Năng lượng của mạch;
- Tần số dao động của mạch.

Bài giải:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1,015 \cdot 0,25 \cdot 10^{-6}}} \approx 2 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$$

Phương trình dao động của q có dạng:

$$q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Tại thời điểm ban đầu $t = 0$: $q = Q_0$ suy ra: $\cos \varphi = 1 \rightarrow \varphi = 0$

$$q = 2,5 \cos(2 \cdot 10^3 t) (\mu\text{C}) = 2,5 \cdot 10^{-6} \cos(2 \cdot 10^3 t) (\text{F})$$

$$\text{Dòng điện: } i = \frac{dq}{dt} = -2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^3 \sin(2 \cdot 10^3 t) = 5 \cdot 10^{-3} \cos\left(2 \cdot 10^3 t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{A})$$

$$\text{Năng lượng: } W = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{(2,5 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot 0,25 \cdot 10^{-6}} = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ (J)}$$

$$\text{Tần số: } \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2 \cdot 10^3}{2\pi} \approx 318,3 \text{ Hz}$$

Bài 8.24. Một mạch dao động có hệ số tự cảm là 1 H, điện trở của mạch có thể bỏ qua. Điện tích trên cốt của tụ điện biến thiên theo phương trình:

$$q = \left(\frac{5}{\pi} \right) \cdot 10^{-5} \cos 400\pi t \text{ (C)}$$

Tìm:

- a) Chu kỳ dao động của mạch;
- b) Điện dung của mạch;
- c) Cường độ dòng điện trong mạch;
- d) Năng lượng điện từ của mạch.

Bài giải:

$$\text{a) chu kỳ dao động: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{400\pi} = 0,005 \text{ (s)}$$

$$\text{b) điện dung của mạch: } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(400\pi)^2 \cdot 1} = 0,633 \cdot 10^{-6} \text{ (F)} = 0,633 (\mu\text{F})$$

c) Cường độ dòng điện:

$$i = \frac{dq}{dt} = -400\pi \left(\frac{5}{\pi} \right) 10^{-5} \sin 400\pi t = 0,02 \cos \left(400\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ (A)}$$

d) Năng lượng điện từ:

$$W = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{\left(\frac{5}{\pi} \cdot 10^{-5} \right)^2}{2 \cdot 0,633 \cdot 10^{-6}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ (J)}$$

Bài 8.26. Một mạch dao động có điện dung $C = 0,405 \mu\text{F}$, hệ số tự cảm $L = 10^{-2} \text{ H}$ và điện trở $R = 2 \Omega$. Tìm:

- a) Chu kỳ dao động của mạch;
- b) Sau thời gian một chu kỳ, hiệu điện thế giữa 2 cốt của tụ điện giảm bao nhiêu lần?

Bài giải:

a) Chu kỳ dao động của mạch:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L} \right)^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{10^{-2} \cdot 0,405 \cdot 10^{-6}} - \left(\frac{2}{2 \cdot 10^{-2}} \right)^2}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ (s)}$$

b) ta có:

$$U(t) = U_0 e^{-\beta t}; U(t+T) = U_0 e^{-\beta(t+T)}$$

Suy ra: $\frac{U(t)}{U(t+T)} = e^{\beta T} = e^{\frac{RT}{2L}} = e^{\frac{2,4 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-2}}} = 1,04$ (lần)

Bài 8.27. Một mạch dao động có điện dung $C = 1,1 \cdot 10^{-9}$ F, hệ số tự cảm $L = 5 \cdot 10^{-5}$ H và giảm lượng loga $\delta = 0,005$. Hỏi sau thời gian bao lâu thì năng lượng điện từ trong mạch giảm đi 99%.

Bài giải:

Chu kỳ dao động riêng: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{5 \cdot 10^{-5} \cdot 1,1 \cdot 10^{-9}}} = 4,264 \cdot 10^6$ rad/s

Năng lượng: $W(t) = \frac{Q_t^2}{2C} = \frac{Q_0^2 e^{-2\beta t}}{2C}$; $W(t + \Delta t) = \frac{Q_{t+\Delta t}^2}{2C} = \frac{Q_0^2 e^{-2\beta(t+\Delta t)}}{2C}$

Năng lượng giảm đi 99% nghĩa là:

$$\frac{W(t + \Delta t)}{W(t)} = \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{e^{-2\beta(t+\Delta t)}}{e^{-2\beta t}} = \frac{1}{100} \Rightarrow e^{-2\beta \Delta t} = \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow \beta \Delta t = \ln 10 \Rightarrow \Delta t = \frac{\ln 10}{\beta}$$

Việc còn lại là đi tính β :

$$\delta = \beta T = \beta \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \Rightarrow \delta \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = 2\pi\beta \Rightarrow \delta^2 (\omega_0^2 - \beta^2) = 4\pi^2 \beta^2$$

$$\Rightarrow \beta^2 = \frac{\delta^2 \omega_0^2}{4\pi^2 + \delta^2} \Rightarrow \beta = \frac{\delta \omega_0}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} = \frac{0,005 \cdot 4,264 \cdot 10^6}{\sqrt{4\pi^2 + 0,005^2}} = 3393 \text{ (s}^{-1}\text{)}$$

$$\Delta t = \frac{\ln 10}{3393} = 6,79 \cdot 10^{-4} \text{ (s)}$$