Chương 1: Biểu diễn

- ĐIỂM
- ĐƯỜNG THẲNG
- MẶT PHẲNG

1.2 BIỂU DIỄN ĐƯỜNG THẲNG

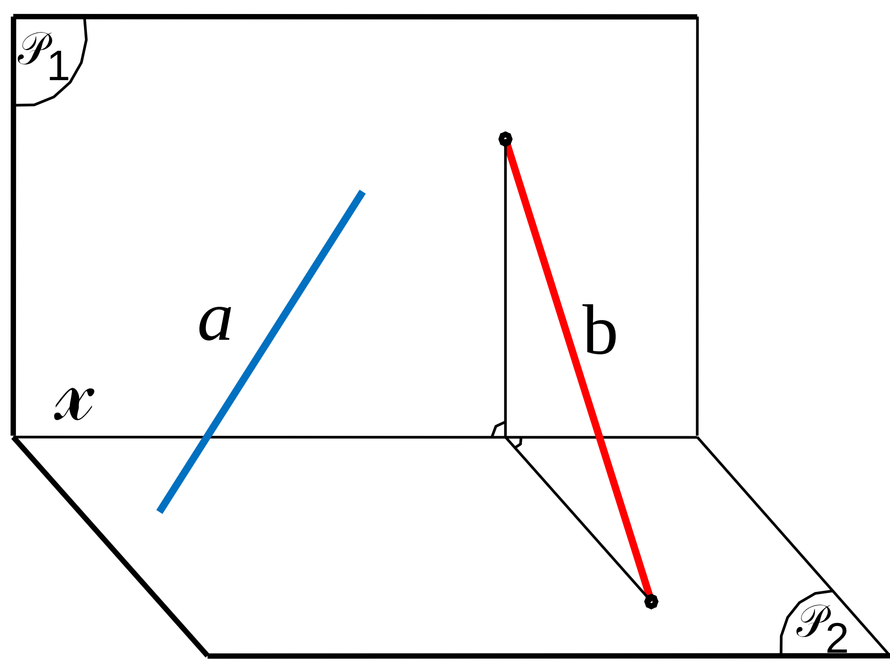
- 1.2.1.Biểu diễn đường thẳng
- 1.2.2.Các đường thẳng có vị trí đặc biệt
- 1.2.3.Vết của đường thẳng
- 1.2.4.Sự liên thuộc của điểm và đường thẳng
- 1.2.5.Vị trí tương đối của hai đường thẳng
- 1.2.6.Tìm độ dài thực của đoạn thẳng bằng phương pháp Δ vuông

1.2.1. Biểu diễn đường thẳng

**** Các khái niệm:***

- ***Đường cạnh***(//$\mathscr{P}_3$) là đường thẳng **song song với MPHC cạnh** nhưng **không vuông góc với hai mặt phẳng hình chiếu còn lại: đứng và bằng.** Ví dụ đường thẳng b.

- ***Đường thẳng thường*** là đường thẳng không thỏa mãn điều kiện của đường cạnh. Ví dụ đường thẳng a.



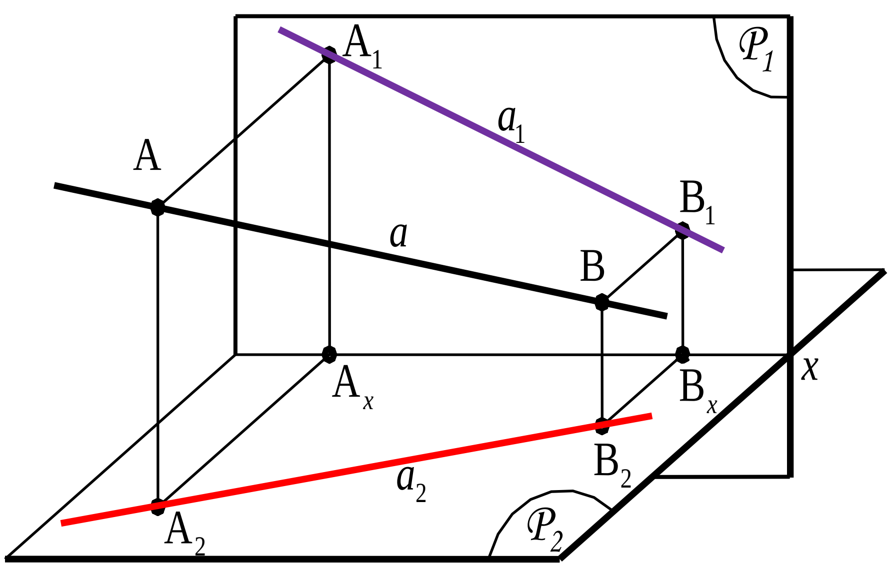
a.Biểu diễn đường thẳng thường

Đường thẳng được xác định bởi hai điểm nên để biểu diễn đường thẳng **chỉ cần biểu diễn hai điểm thuộc đường thẳng đó.**

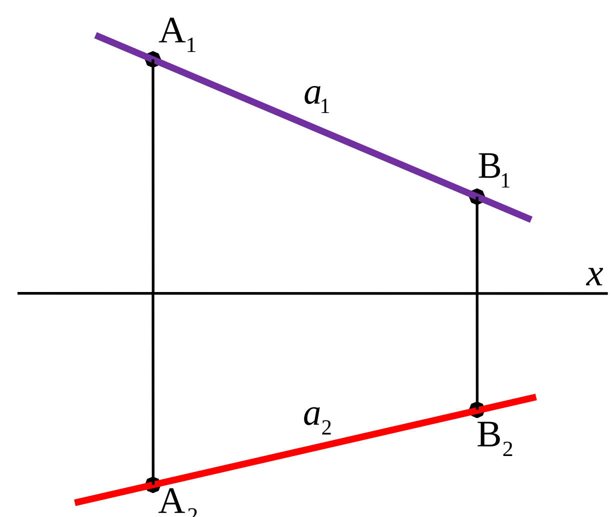
Giả sử ta có đường thẳng a được xác định bởi 2 điểm: A, B; thì:

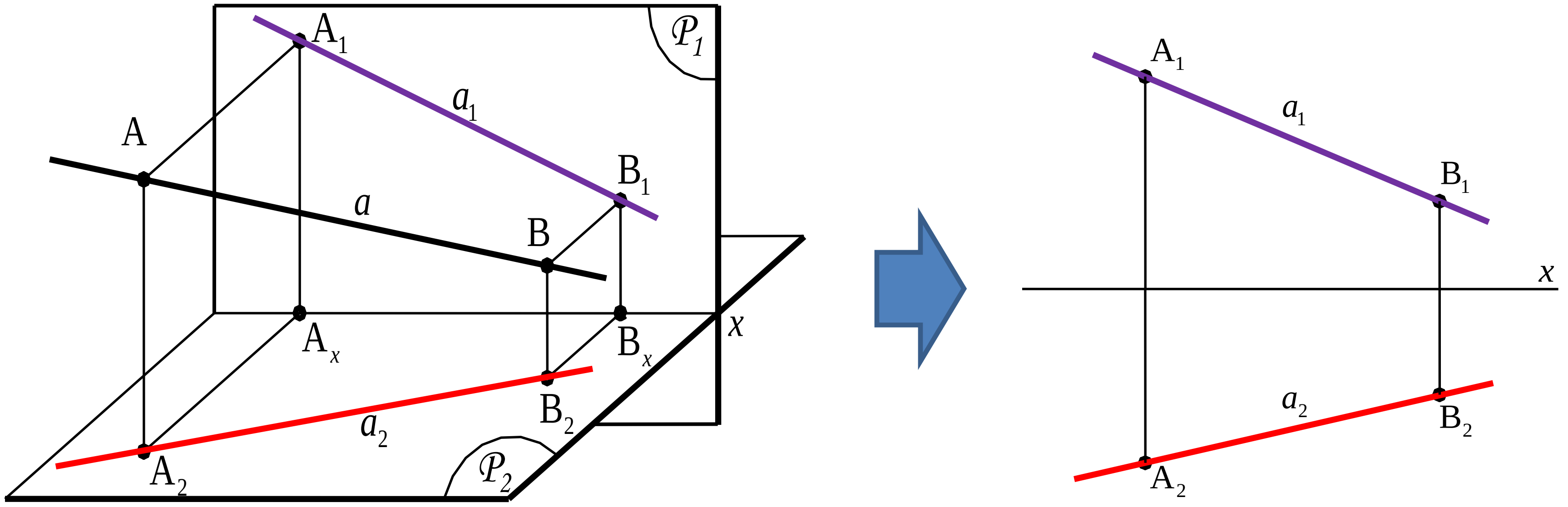
đường thẳng $a_1(A_1,B_1)$ là hình chiếu đứng của a,

a_2 (A_2, B_2) là hình chiếu bằng của a.



Đồ thức hay H.B.D của Đ.thẳng a





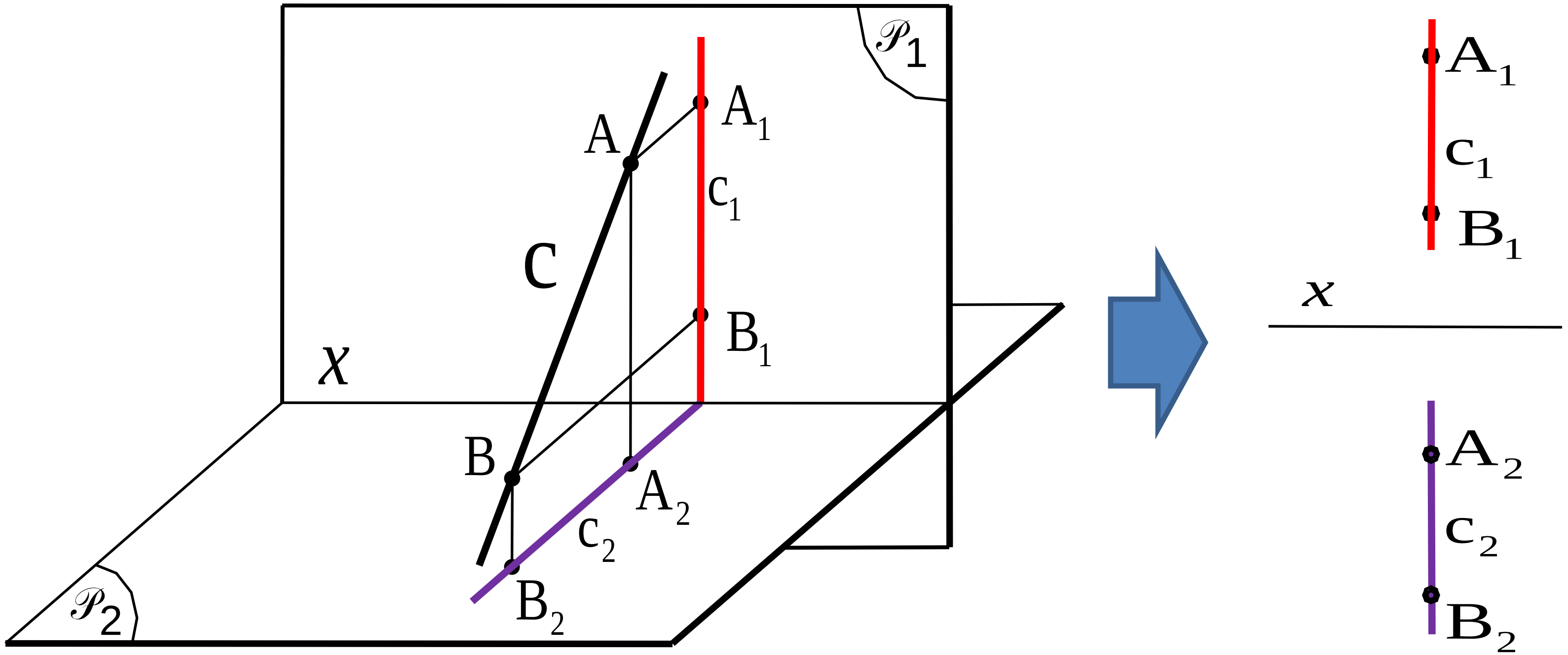
Như vậy, một đường thẳng bất kỳ a(A,B) được biểu diễn bởi một cặp đường thẳng $a_1(A_1,B_1)$ và $a_2(A_2,B_2)$ trên mặt phẳng hình vẽ.

Ngược lại: một cặp đường thẳng (a_1, a_2) của mặt phẳng hình vẽ mà **không vuông góc với trục x, biểu diễn duy nhất một đường thẳng a** (a = $(AA_2B_2B) \cap (AA_1B_1B)$)

b.Biểu diễn đường thẳng đặc biệt(đường cạnh)

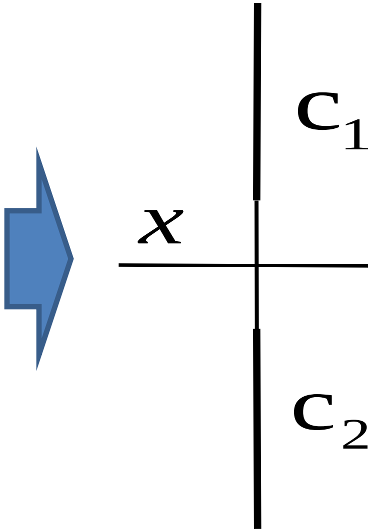
Đường cạnh c(A,B)$\perp$ x nên những mặt phẳng chiếu chiếu c lên $\mathscr{P}_1$ và chiếu c lên $\mathscr{P}_2$ trùng nhau và vuông góc với trục x ($(AA_2B_2B) \equiv (AA_1B_1B) \perp x$).

Do đó: $c_1(A_1,B_1) \equiv c_2(A_2,B_2) \perp x$.

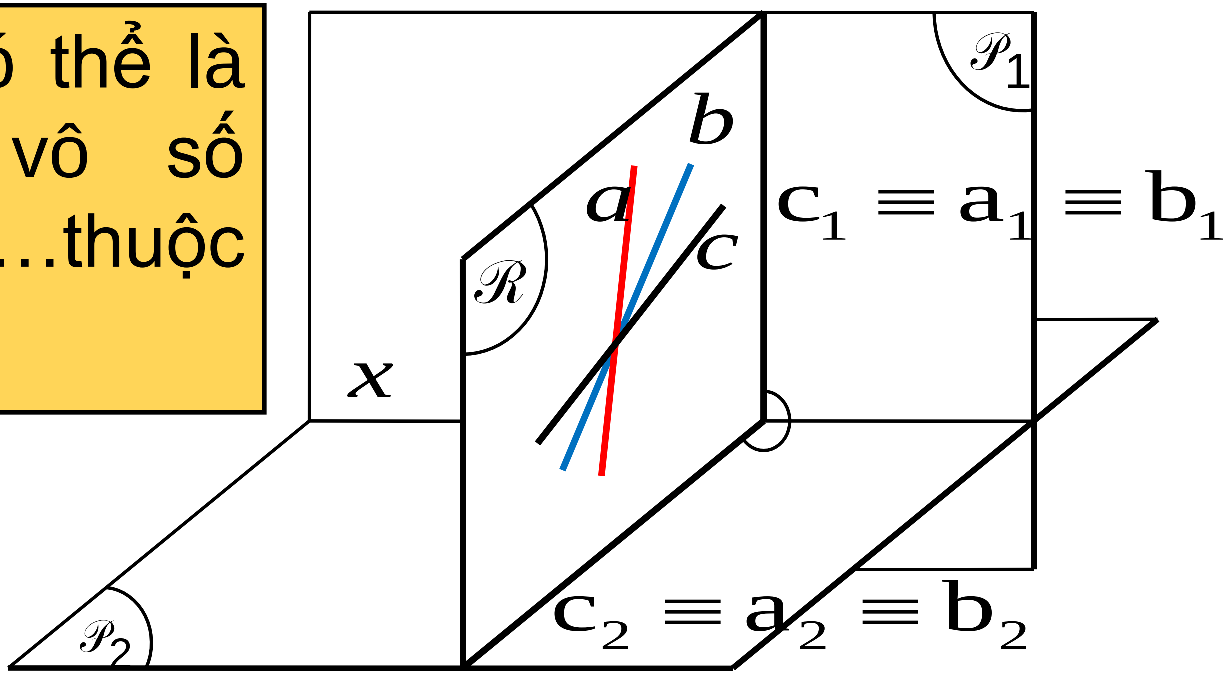


Một đường cạnh c//$\mathscr{P}_3$ được biểu diễn bởi một cặp đường thẳng $c_1 \equiv c_2 \perp x$ trên mặt phẳng hình vẽ.

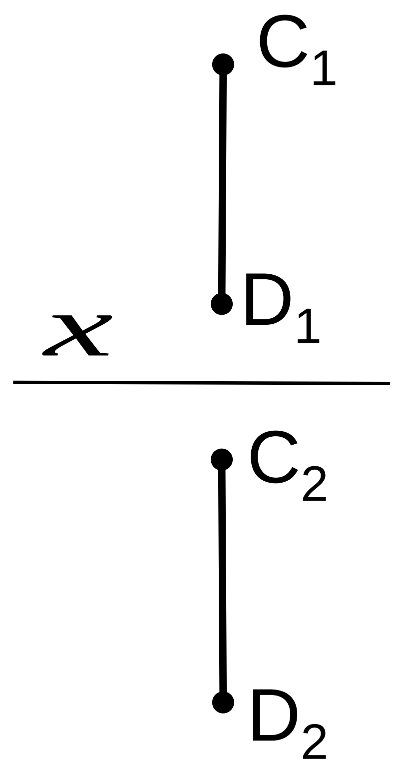
Ngược lại: một cặp đường thẳng $c_1 \equiv c_2 \perp x$ của mặt phẳng hình vẽ **không biểu diễn duy nhất một đường thẳng c//$\mathscr{P}_3$ trong không gian**.



Ví dụ: $c_1 \equiv c_2 \perp x$ có thể là hình chiếu của vô số đường thẳng a,b,c,…thuộc mặt phẳng $\mathscr{R} \perp x$.



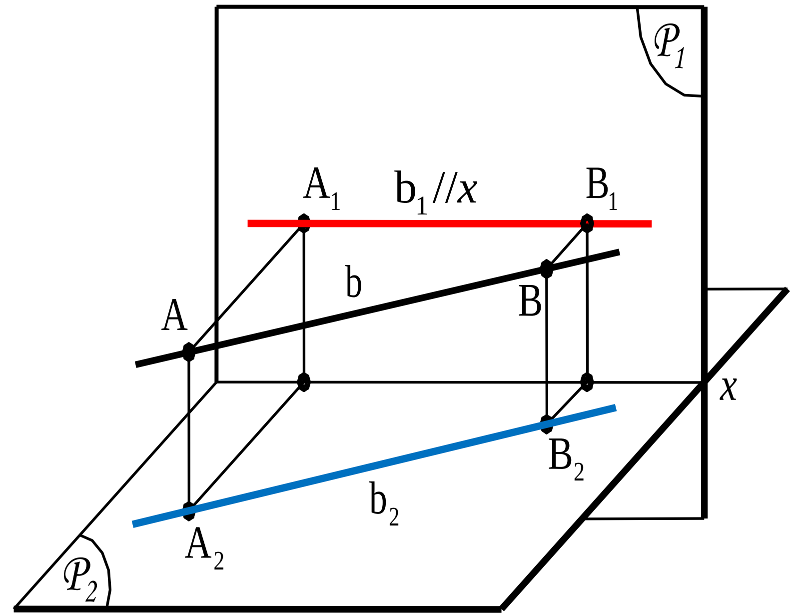
Do vậy để biểu diễn một đường cạnh ta phải **chỉ rõ hai điểm xác định (C, D) của đường thẳng ấy, và thường được biểu diễn như sau:**



1.2.2.Các đường thẳng có vị trí đặc biệt

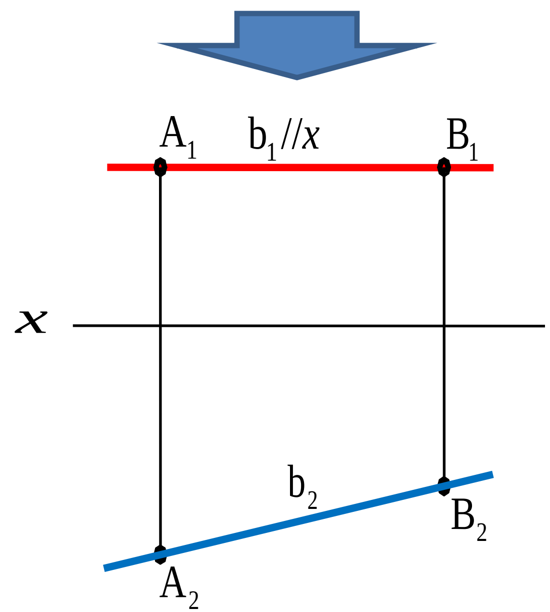
1. Đường bằng

a.Định nghĩa: b // $\mathscr{P}_2$.



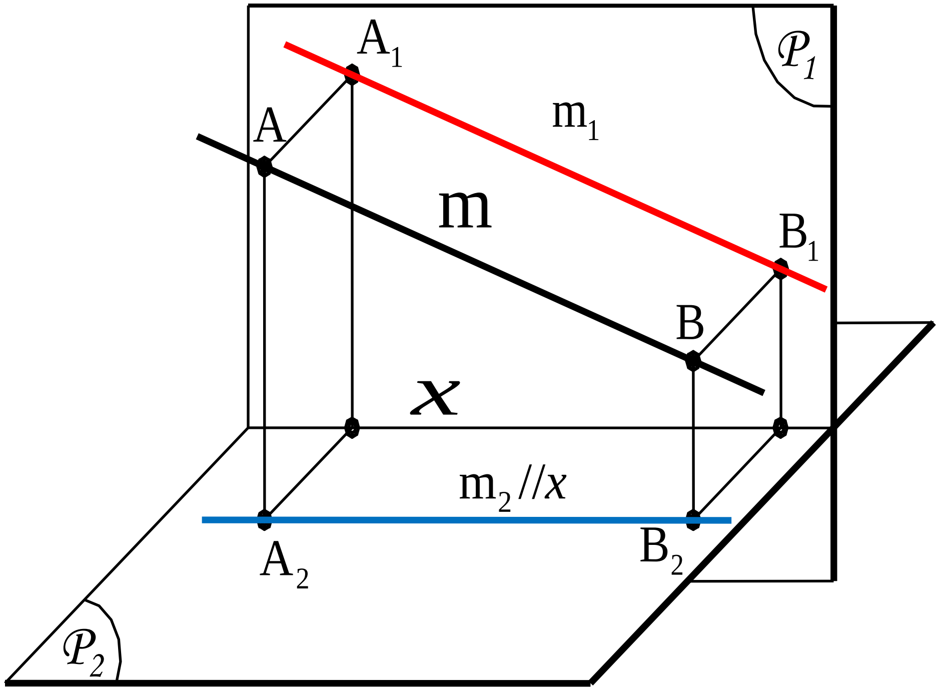
b.Tính chất:

- b_1 // x
- A_2B_2=AB
- Đ(b_2, x)=Đ(b, P_1)



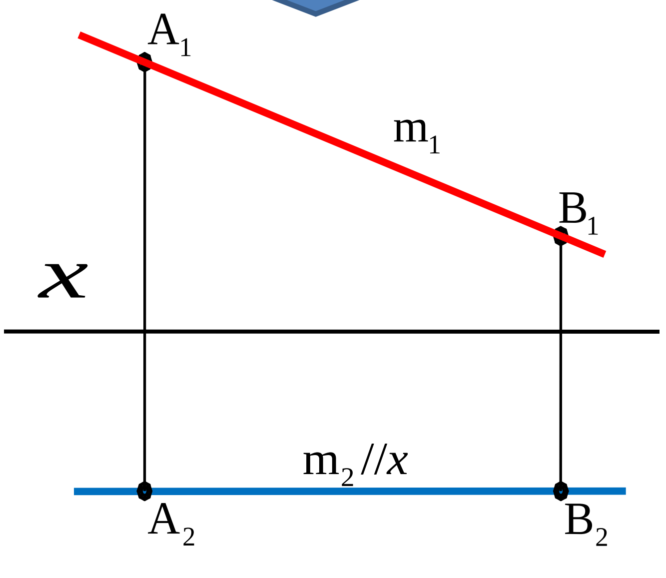
2. Đường mặt

a.Định nghĩa: m // $\mathscr{P}_1$



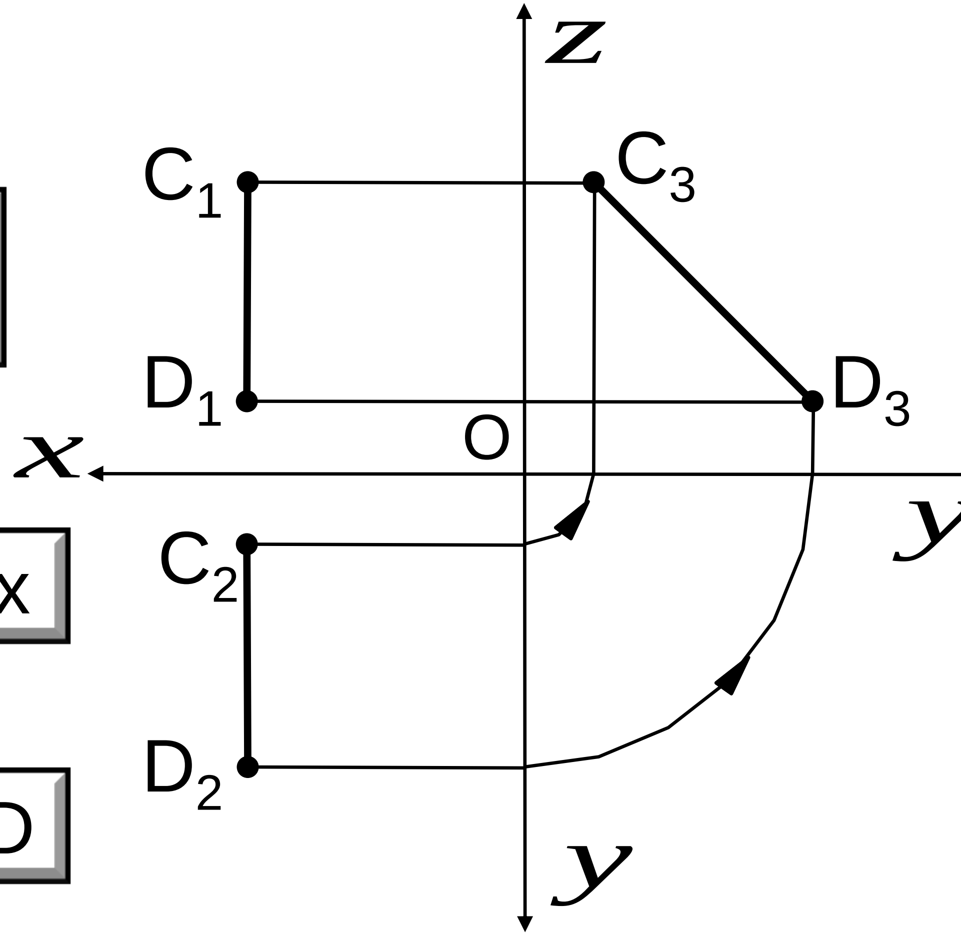
b.Tính chất:

- m_2 // x
- A_1B_1=AB
- $\angle(m_1, x)=\angle(m, P_2)$



3. Đường cạnh

a.Định nghĩa: CD // $\mathscr{P}_3$



b.Tính chất:

$C_1D_1 \equiv C_2D_2 \perp x$

$C_3D_3 = CD$

$\angle(C_3D_3, z) = \angle(CD, P_1)$

$\angle(C_3D_3, y) = \angle(CD, P_2)$

4. Đường thẳng chiếu bằng

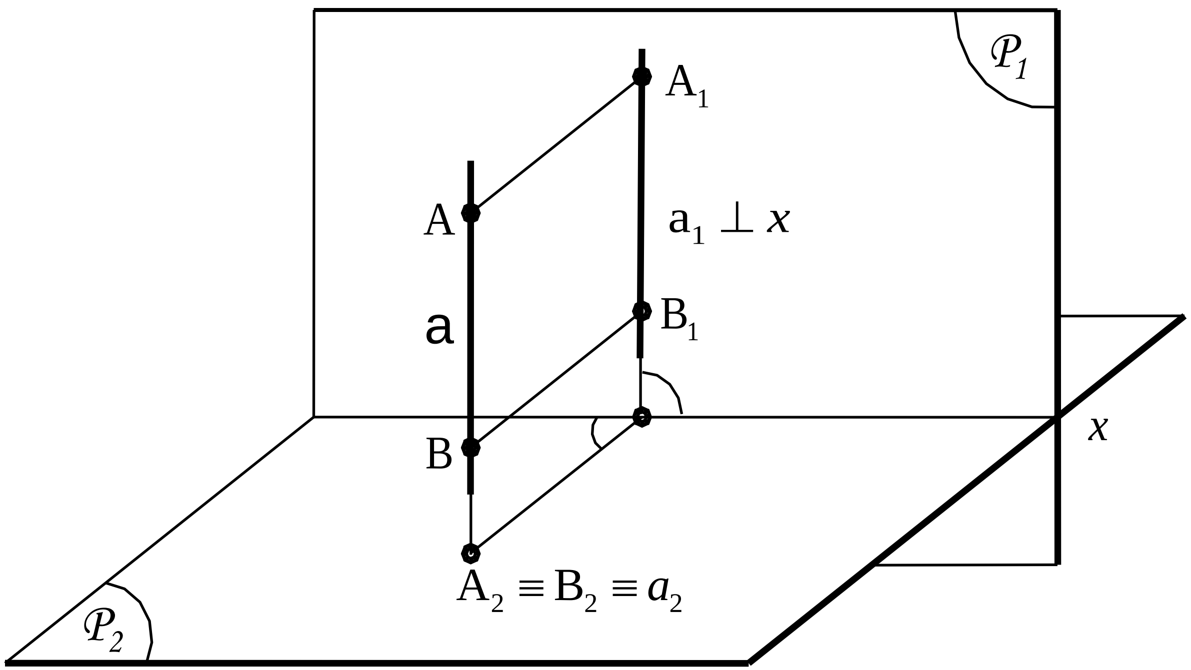
a.Định nghĩa: $a \perp \mathscr{P}_2$

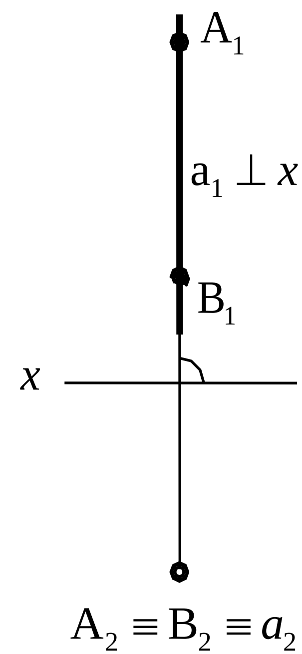
b.Tính chất:

Như đường mặt

$a_2 \equiv A_2 \equiv B_2$

$a_1 \equiv A_1B_1 \perp x$





5. Đường thẳng chiếu đứng

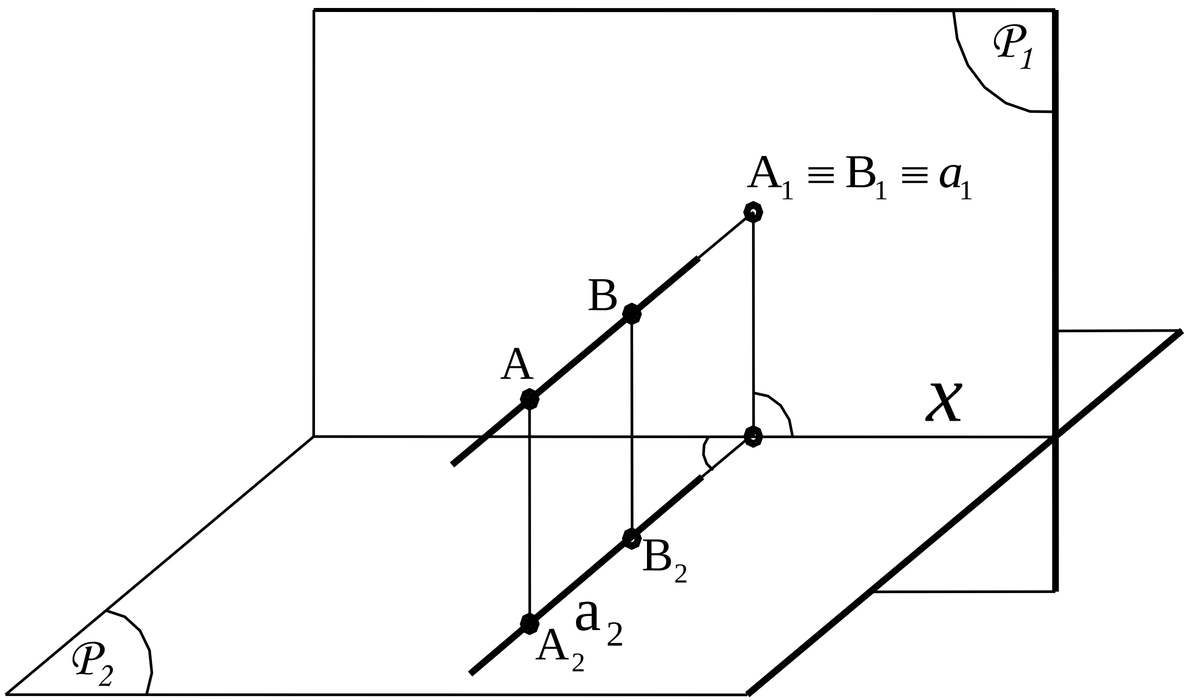
a.Định nghĩa: $a \perp \mathscr{P}_1$

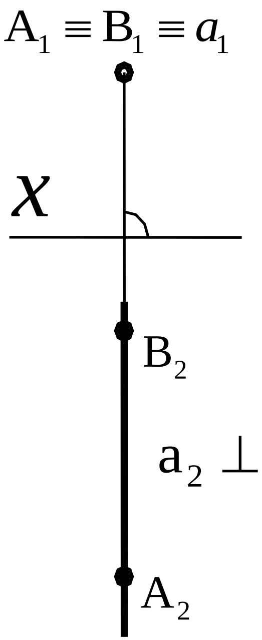
b.Tính chất:

Như đường bằng

$a_1 \equiv A_1 \equiv B_1$

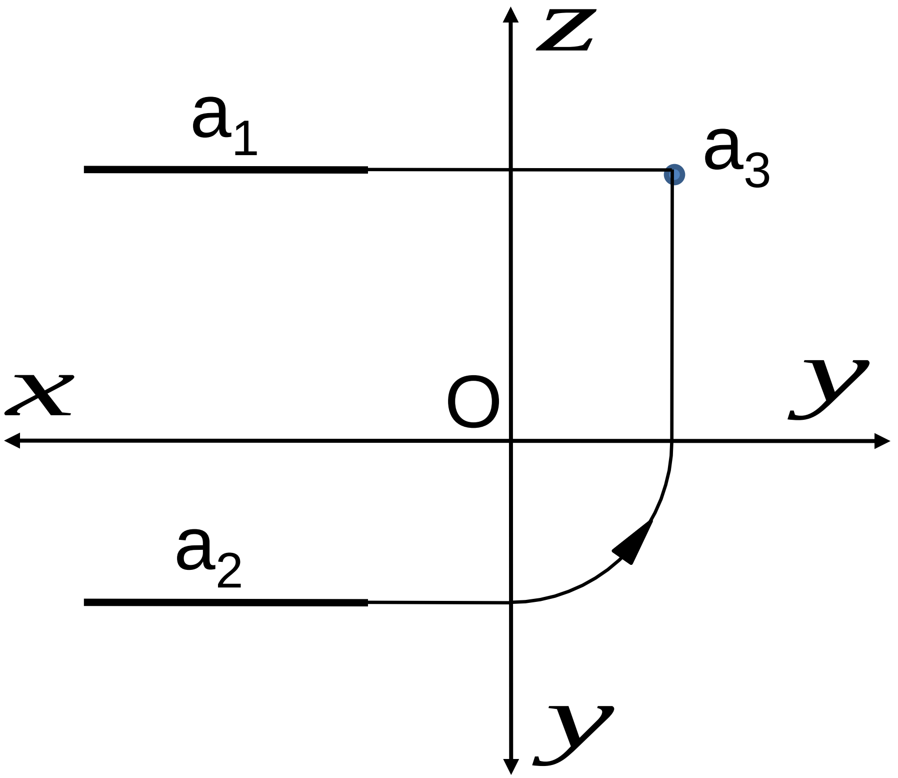
$a_2 \equiv A_2B_2 \perp x$





6. Đường thẳng chiếu cạnh

a.Định nghĩa: a $\perp \mathscr{P}_3$



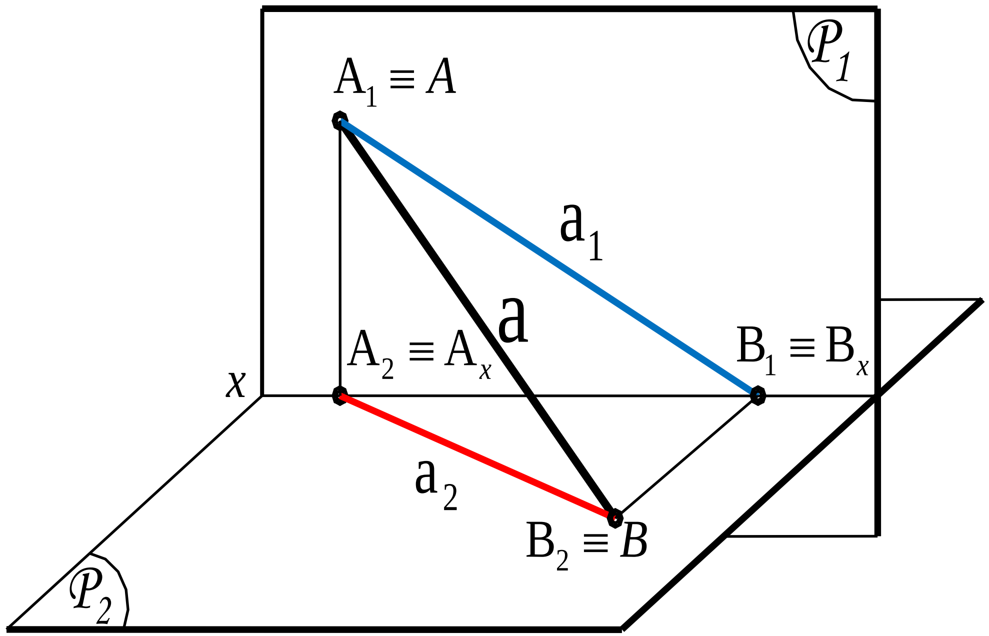
b.Tính chất:

$a_1 // a_2 // x$

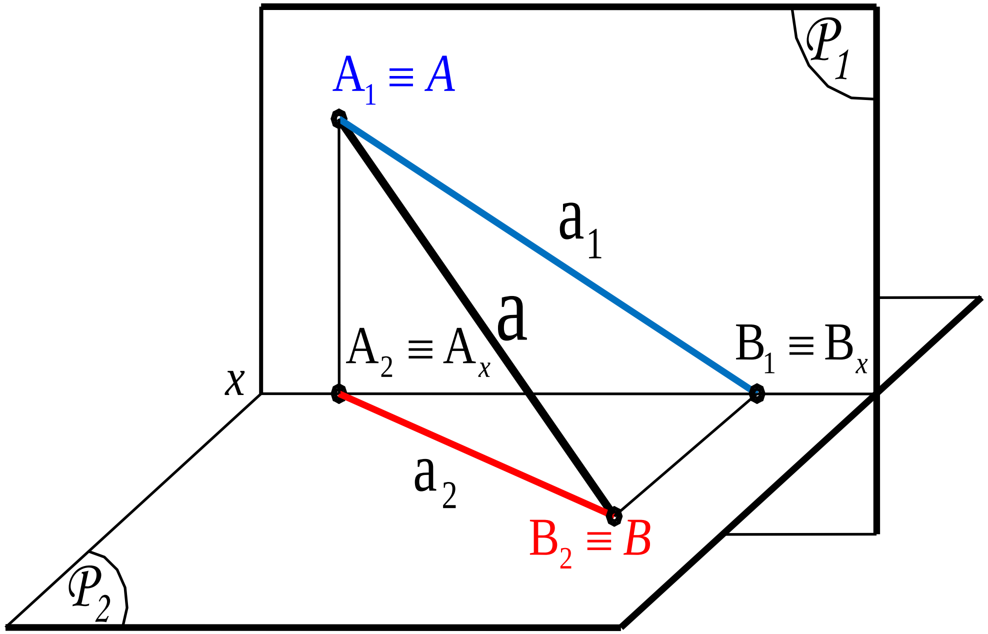
a_3 suy biến thành điểm

1.2.3. Vết của đường thẳng

Định nghĩa: Vết là giao điểm của đường thẳng với các mặt phẳng hình chiếu



Như vậy, trong không gian 2 mphc ta có hai vết:



Trong không gian 2 mphc ta có hai vết:

a.Vết đứng

Định nghĩa:
$A = a \cap \mathcal{P}_1$

Tính chất:
$A_1 \equiv A,$
$A_2 \in x$

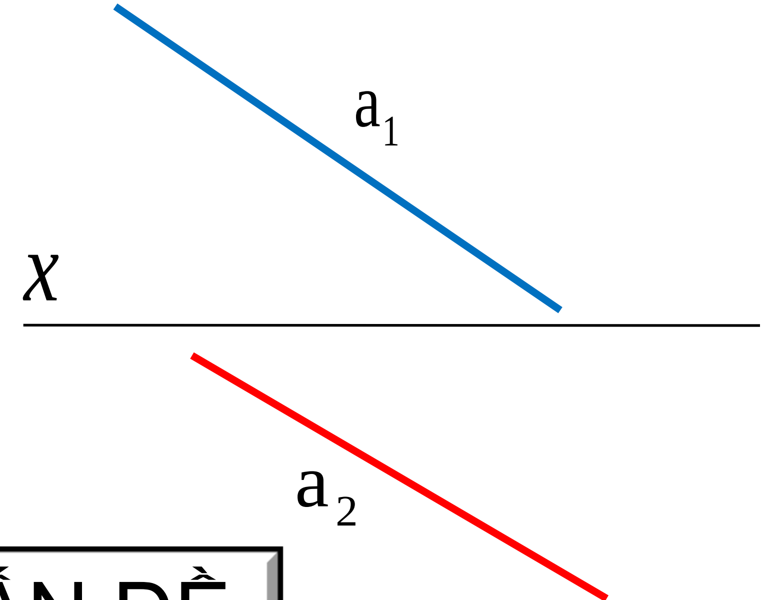
b.Vết bằng

Định nghĩa:
$B = a \cap \mathcal{P}_2$

Tính chất:
$B_2 \equiv B,$
$B_1 \in x$

c.Cách tìm vết:

Cho một đường thẳng a có hai hình chiếu a_1 và a_2. Tìm vết của a?



GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ

Gọi vết đứng của a là M = $a \cap P_1$ và vết bằng là N = $a \cap P_2$.

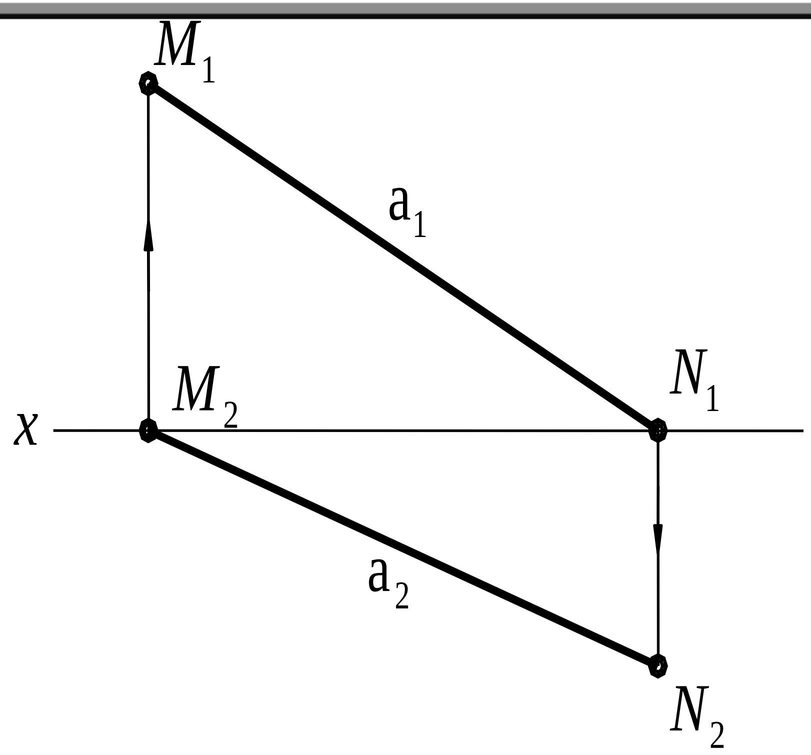
Vết bằng: N

$$\begin{cases} N_1 \in a_1 \\ N_1 \in x \end{cases} \Rightarrow N_1 = a_1 \cap x;$$

$N_2 \in a_2$ ($N_1N_2 \perp x$)

Vết đứng: M

$$\begin{cases} M_2 \in a_2 \\ M_2 \in x \end{cases} \Rightarrow M_2 = a_2 \cap x;$$ ⇨ $M_1 \in a_1$ ($M_1M_2 \perp x$)

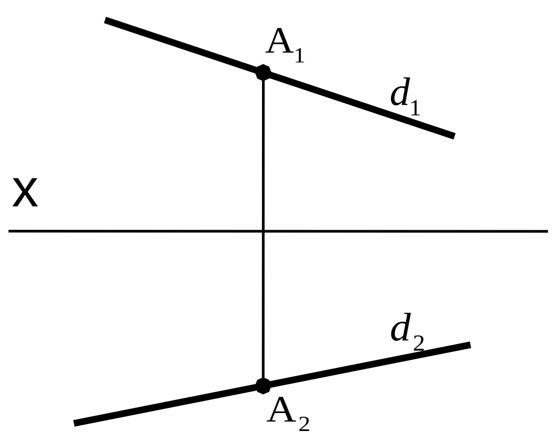


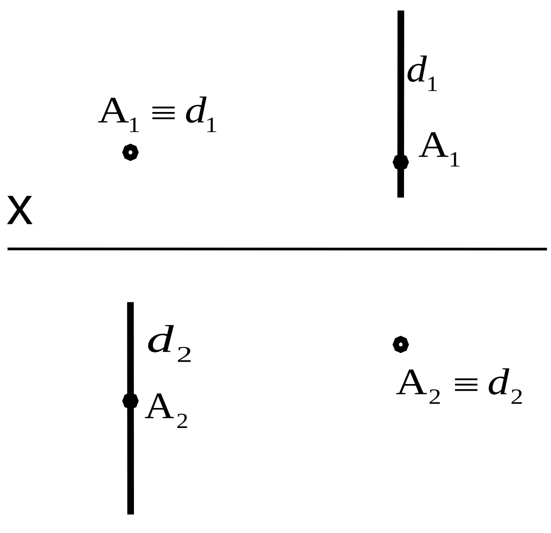
Bài tập: Tìm vết của đường bằng, đường mặt, đường cạnh?

1.2.4. Sự liên thuộc của điểm và đường thẳng

1.Sự liên thuộc của điểm và đường thẳng thường

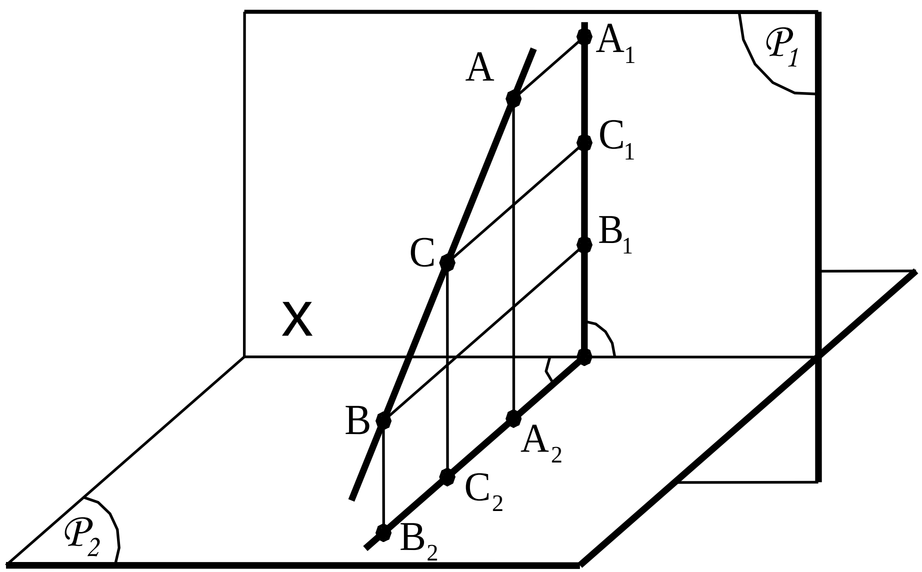
Định lý: Điều kiện cần và đủ để điểm A∈d là các hình chiếu của A thuộc các hình chiếu cùng tên của d.

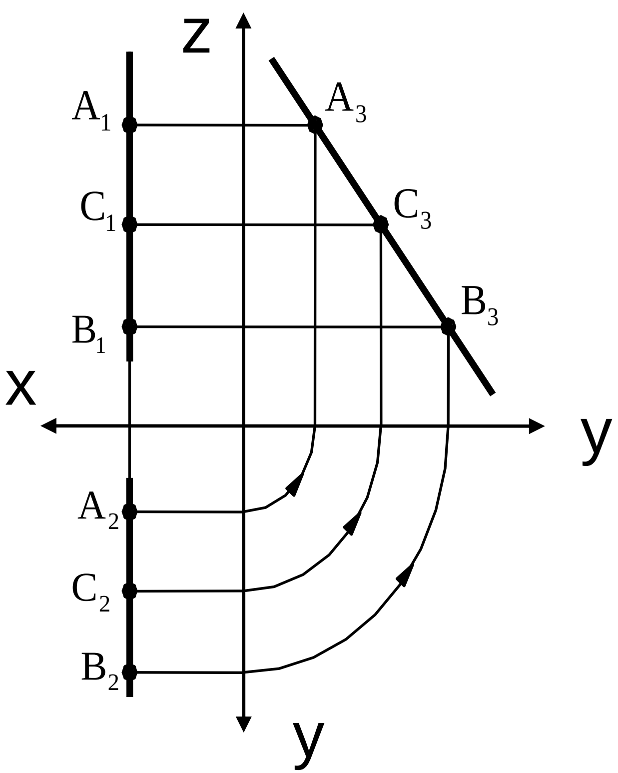




2. Sự liên thuộc của điểm và đường cạnh

Định lý: *Điều kiện cần và đủ để một điểm C thuộc đường cạnh AB là* ***tỷ số đơn của ba điểm hình chiếu đứng của A, B, C bằng tỷ số đơn của ba điểm hình chiếu bằng của chúng****.*

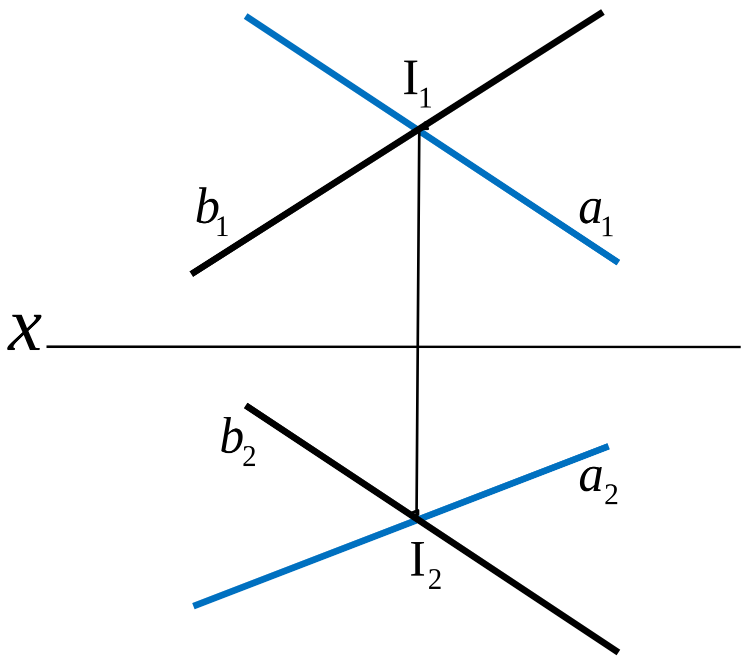


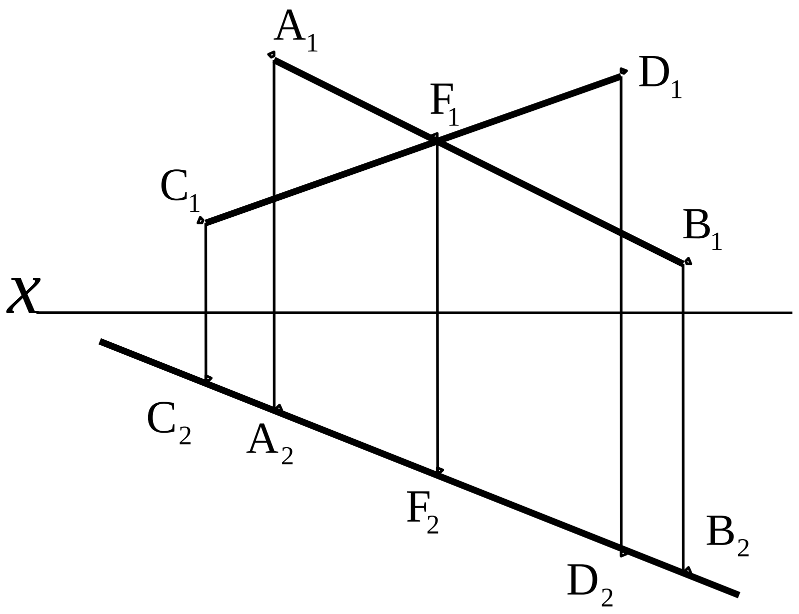


1.2.5. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

1. Hai đường thẳng cắt nhau

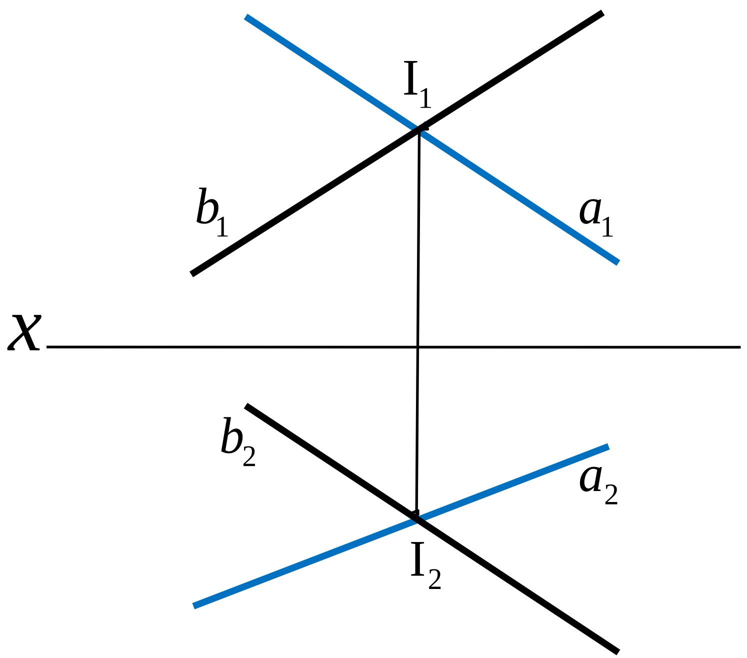
Trường hợp 1: Cả hai đường thẳng không phải là đường cạnh

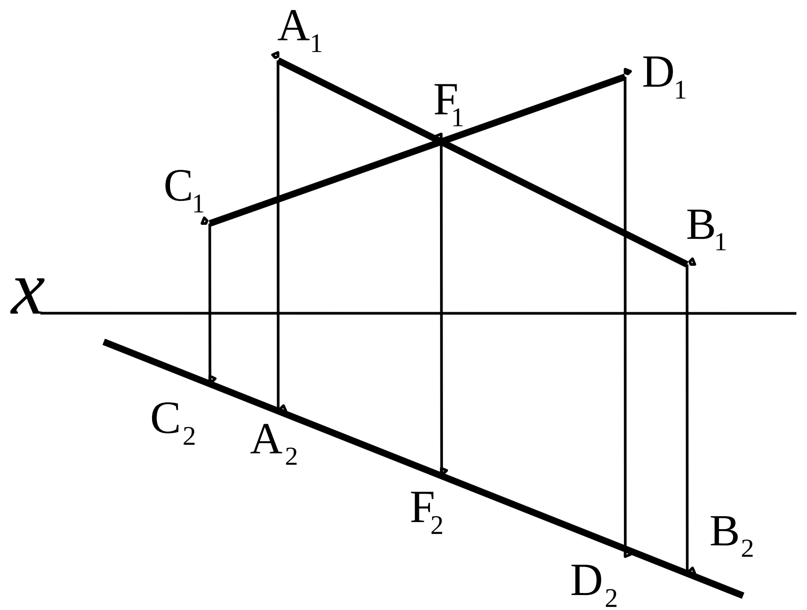




Điều kiện cần và đủ để hai đường thẳng cắt nhau là các cặp hình chiếu cùng tên của chúng cắt nhau tại những điểm trên cùng một đường dóng. Tức là:

$$a \text{ x } \mathrm{b{=}I} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 \mathrm{x} b_1 = I_1 \\ a_2 \mathrm{x} b_2 = I_2 \end{cases} ; I_1 I_2 \perp x$$

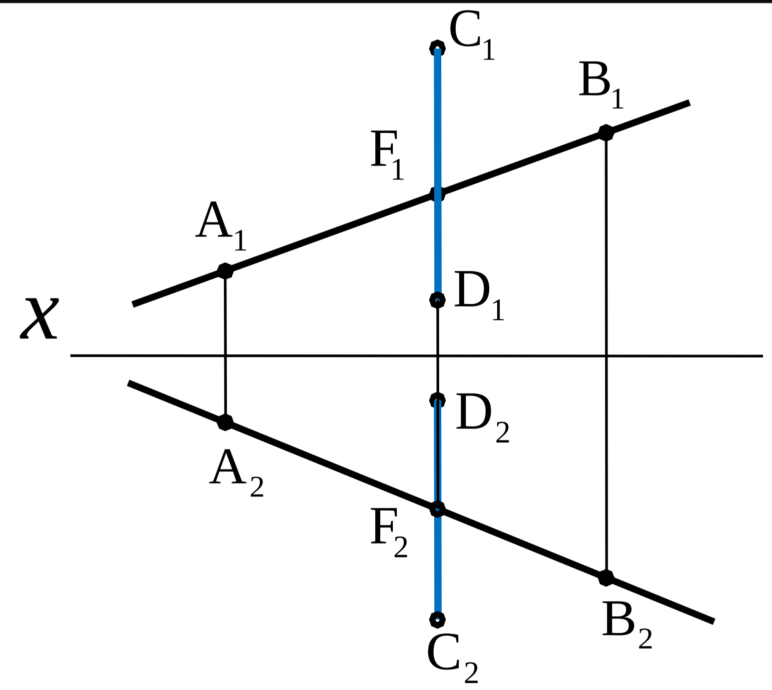




Trường hợp 2: Một trong hai đường thẳng là đường cạnh(CD)

Các cặp hình chiếu cùng tên bao giờ cũng cắt nhau tại những điểm trên cùng một đường dóng. Nhưng muốn biết AB$\cap$CD hay không ta phải kiểm tra xem F có thuộc CD hay không? Tức là phải thỏa mãn điều kiện sau:

$$\frac{\overline{C_1F_1}}{\overline{F_1D_1}} = \frac{\overline{C_2F_2}}{\overline{F_2D_2}}$$

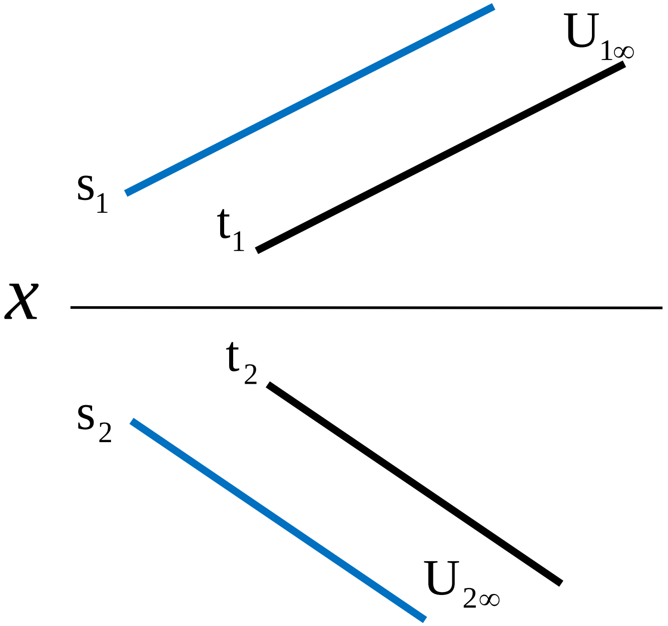


2. Hai đường thẳng song song

T.hợp 1: Hai đường thẳng không phải là đường cạnh

Hai đường thẳng song song với nhau thì các cặp hình chiếu cùng tên của chúng song song với nhau .

$$s // t \Leftrightarrow \begin{cases} s_1 // t_1 \\ s_2 // t_2 \end{cases}$$

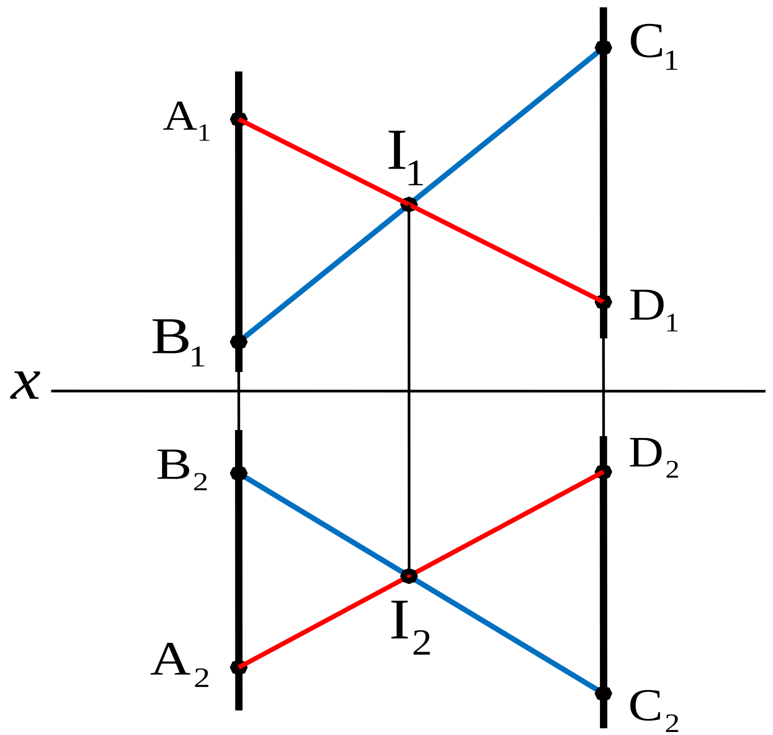


Trường hợp 2: Hai đường thẳng cùng là đường cạnh

Mệnh đề: Điều kiện cần và đủ để hai đường cạnh AB và CD song song nhau là:

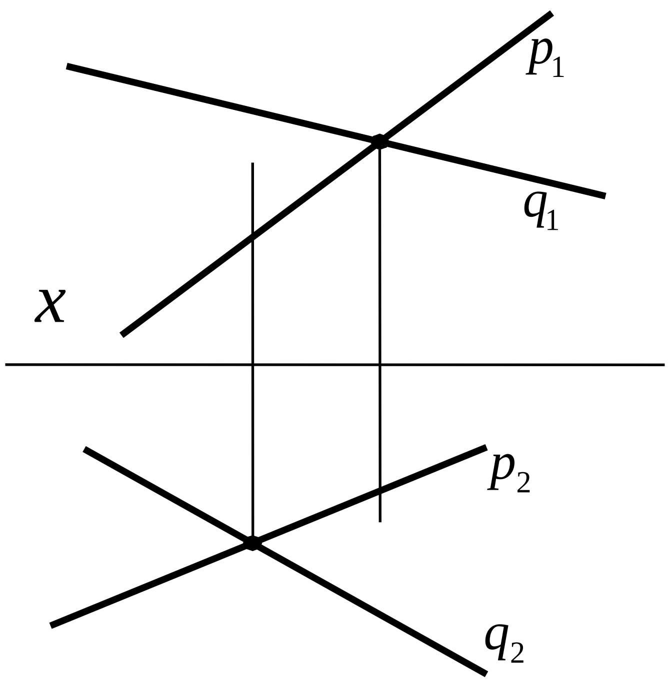
$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{C_1D_1}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{C_2D_2}}$$

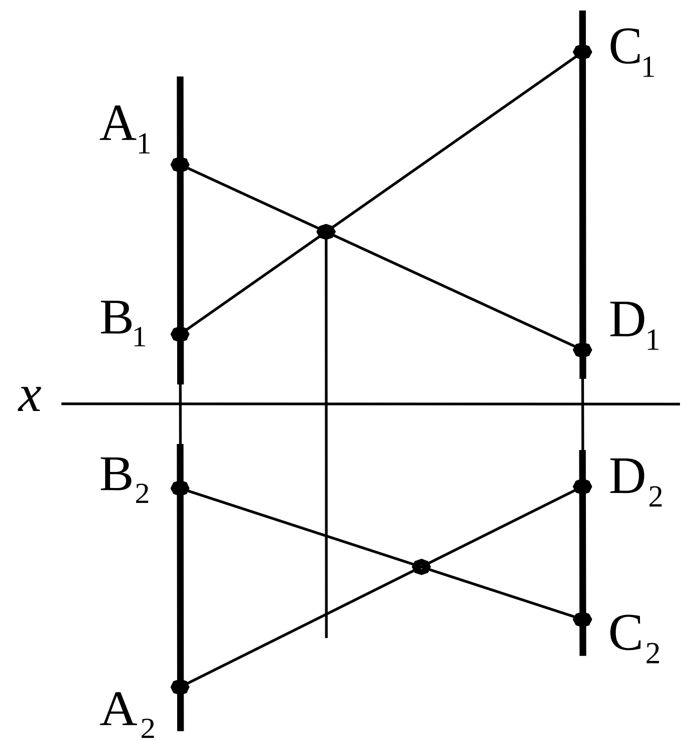
Nói cách khác: hai đoạn thẳng CD và AB song song với nhau (các điểm I_1 và I_2 cùng nằm trên một đường dóng).



1.2.5.3. Hai đường thẳng chéo nhau

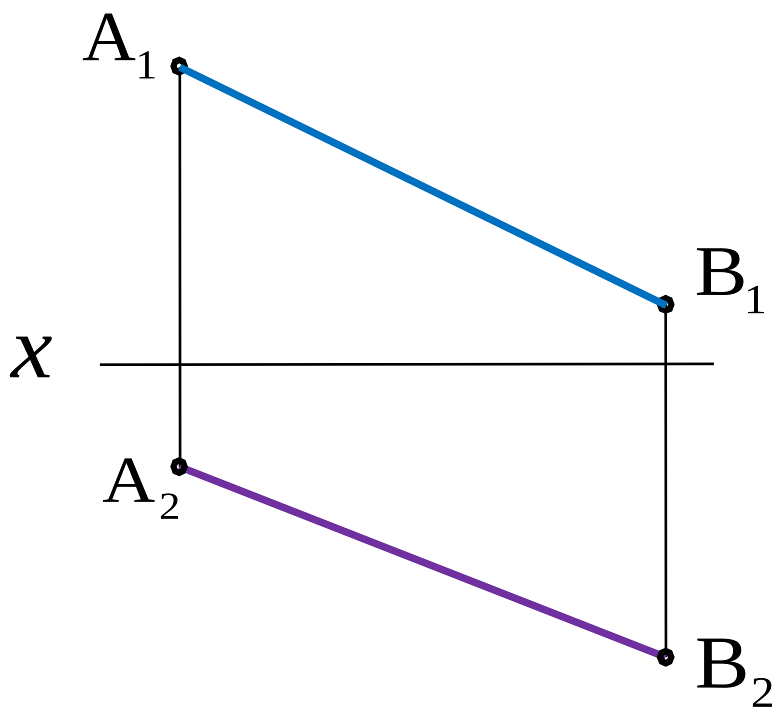
Nếu đồ thức của hai đường thẳng không thỏa mãn những điều kiện cắt nhau, song song nói trên thì hai đường thẳng là chéo nhau



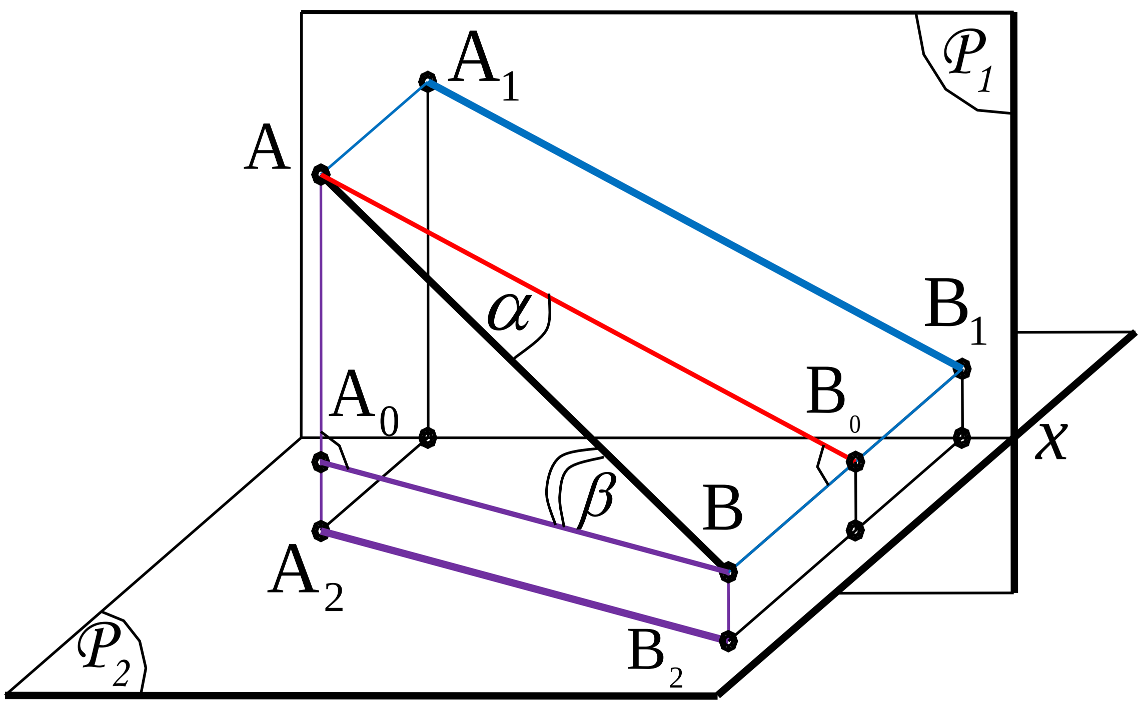


1.2.6. Tìm độ dài của đoạn thẳng bằng phương pháp tam giác vuông

Giả sử có đoạn thẳng AB được biểu diễn bằng hai hình chiếu A_1B_1 và A_2B_2. Xác định độ dài của AB theo các hình chiếu ấy.

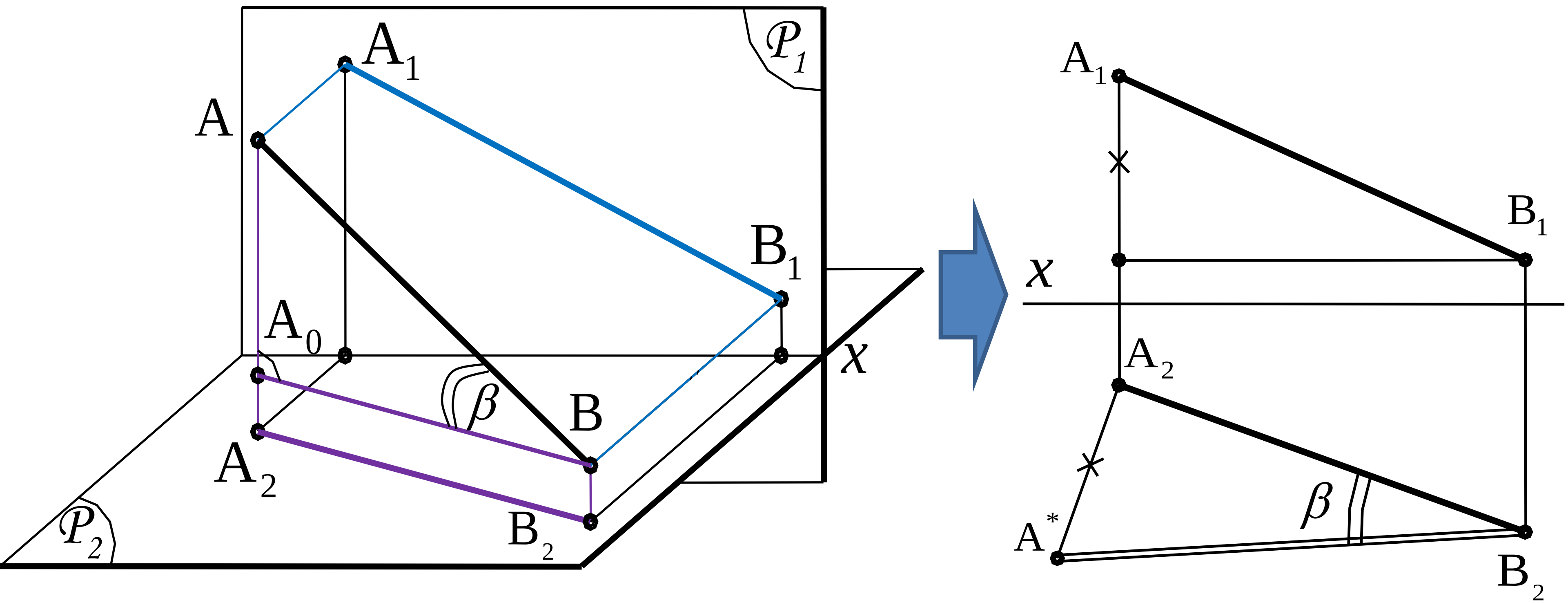


Theo cách xây dựng đồ thức của đoạn thẳng AB ta thấy ngay rằng AB là cạnh huyền của tam giác vuông ABA_0 vuông ở A_0, có cạnh BA_0 song song và bằng A_2B_2 và cạnh AA_0 có độ dài bằng hiệu độ cao của hai điểm A và B.



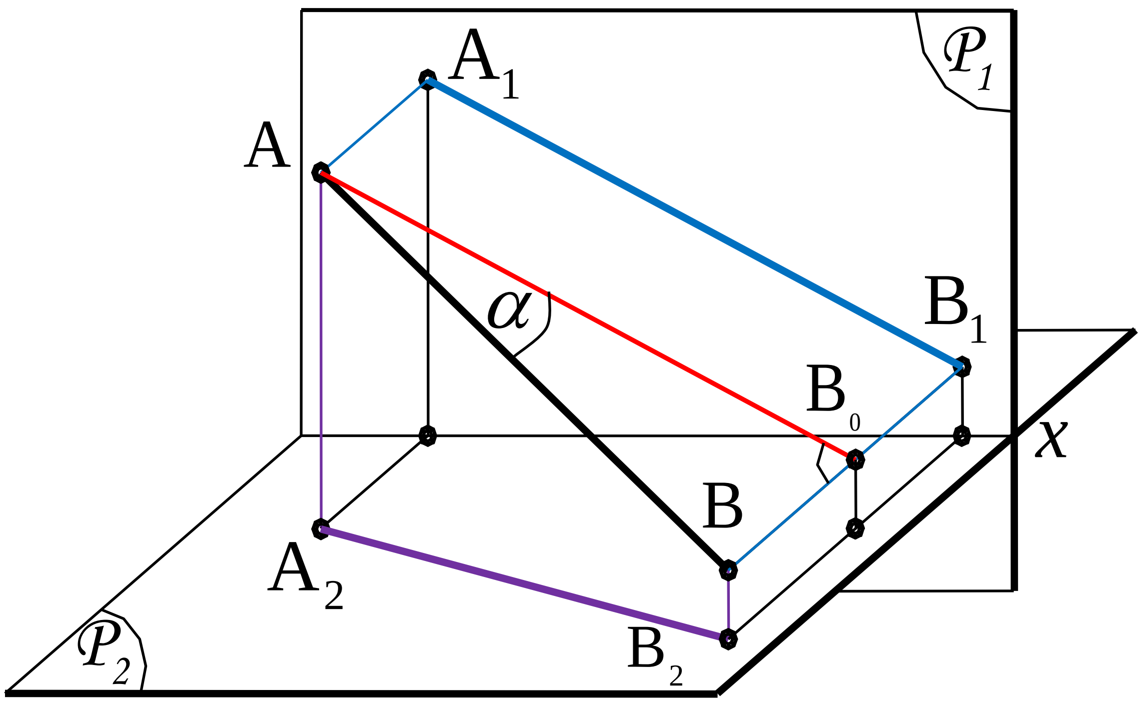
Từ đó ta có cách giải như sau: Dựng tam giác vuông $A_2B_2A^*$ vuông ở A_2 có: A_2A^* là hiệu độ cao của A và B thì cạnh huyền $B_2A^* = AB$.

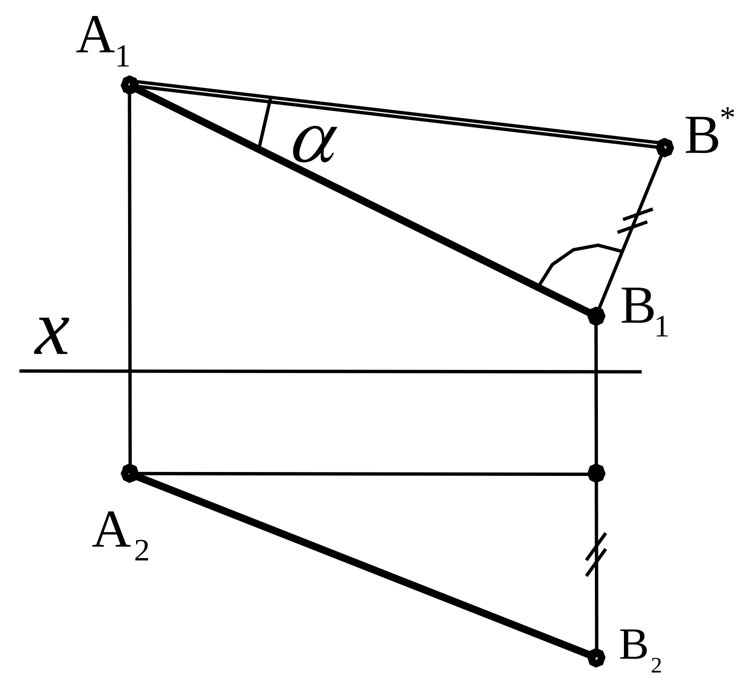
Ở đây góc: $\beta = \angle(AB, \mathscr{P}_2)$



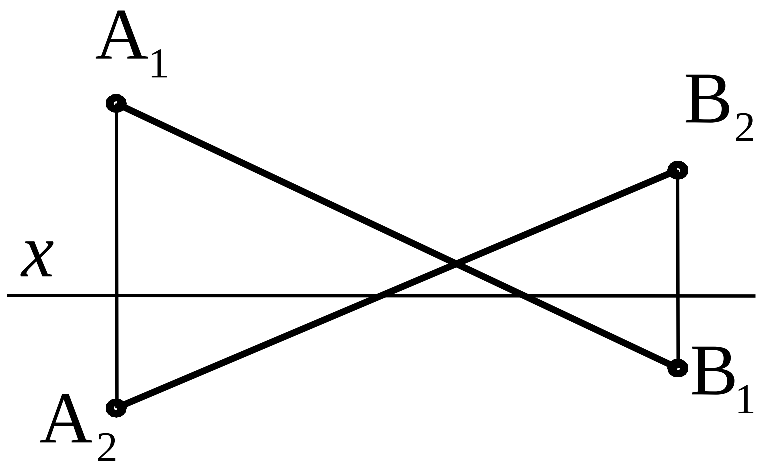
Tương tự, đoạn thẳng AB là cạnh huyền của tam giác vuông ABB_0 vuông ở B_0, có cạnh AB_0 song song và bằng A_1B_1 và cạnh BB_0 có độ dài bằng hiệu độ xa của hai điểm A và B.

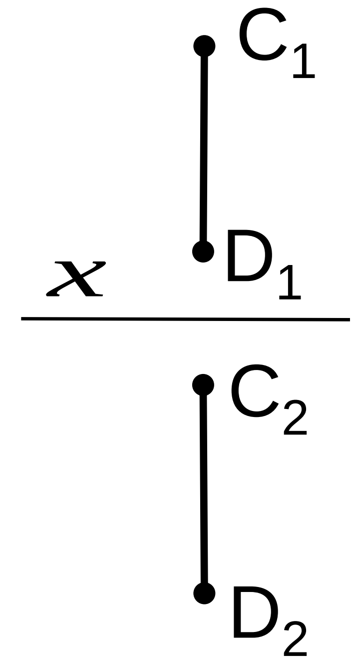
Trên đồ thức của AB ta xác định được độ dài của AB $=A_1B^*$. Ở đây góc: $\alpha = \angle(AB, \mathscr{P}_1)$





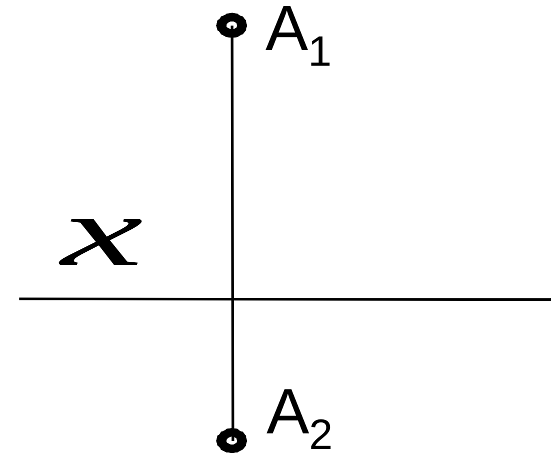
Bài tập 1: Tìm độ dài thật của các đoạn thẳng sau: AB, CD.



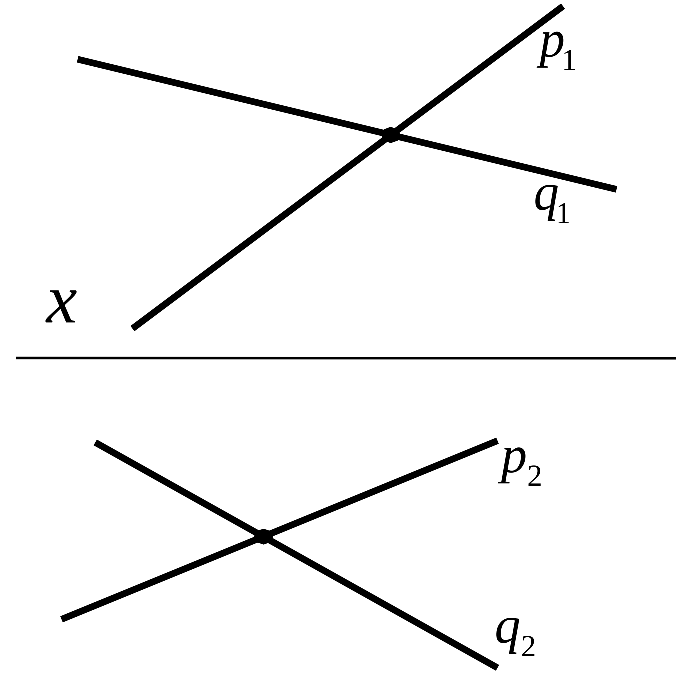


Bài tập 2: Cho điểm A, vẽ đoạn thẳng AB sao cho: AB// $\mathscr{P}_1$,

AB = 3cm và $\angle$(AB, $\mathscr{P}_2$) = 60^0.



Bài tập 3: Cho hai đường thẳng p và q chéo nhau, dựng đường thẳng chiếu đứng d sao cho: $d \cap p = M$, $d \cap q = N$.

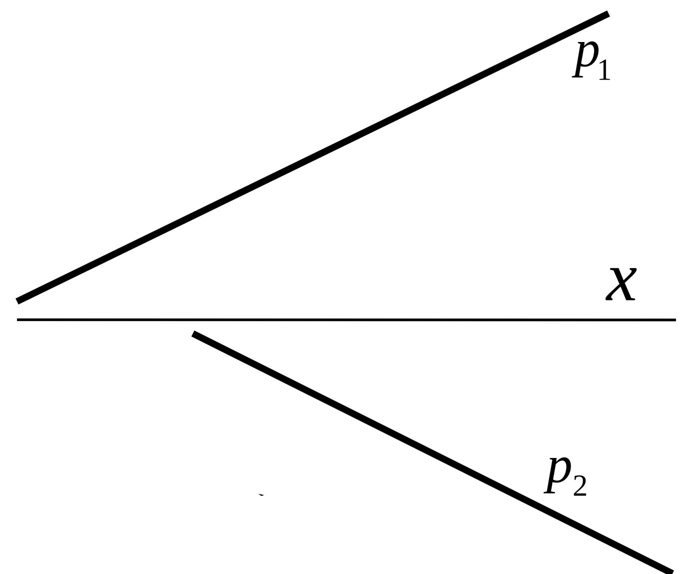


Bài tập 4: Tìm trên đường thẳng p các điểm:

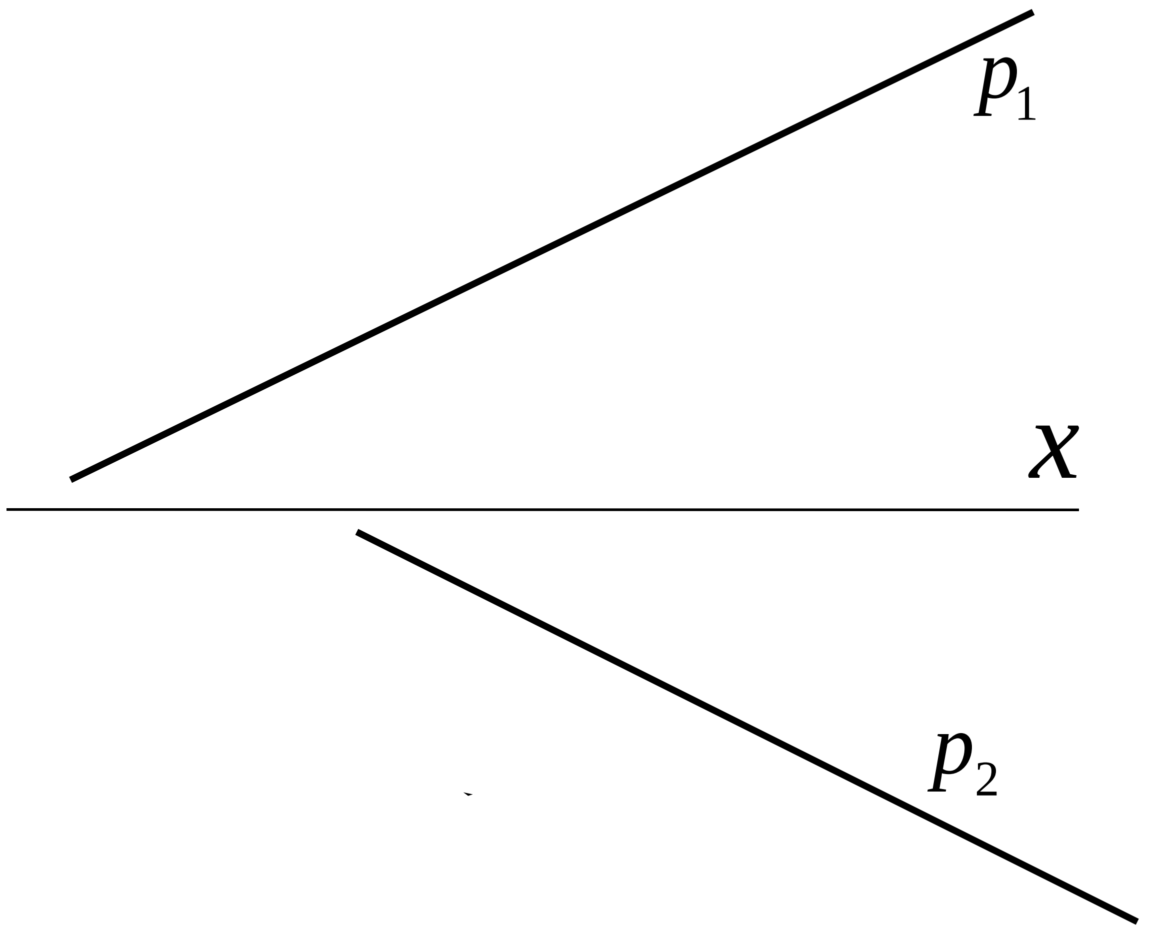
A có độ cao bằng không;

B có độ xa bằng không;

C có hai hình chiếu trùng nhau.



Bài tập 5: Tìm trên đường thẳng p điểm D có hai hình chiếu đối xứng nhau qua trục x.



YÊU CẦU Ở NHÀ

1.ÔN LẠI BÀI, LÀM BÀI TẬP.

2.ĐỌC TIẾP BÀI "BIỂU DIỄN MẶT PHẲNG"