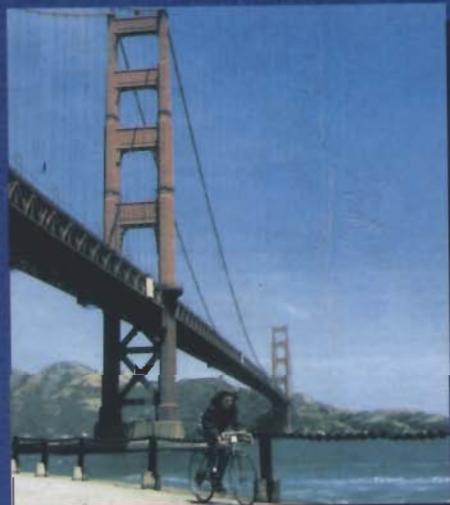


VẬT LÍ ĐẠI CƯƠNG CÁC NGUYỄN LÍ VÀ ỨNG DỤNG

BIÊN KHẢO : TRẦN NGỌC HỢI (CHỦ BIÊN) - PHẠM VĂN THIỀU

Tập một :
Cơ học và nhiệt học



VẬT LÍ ĐẠI CƯƠNG

CÁC NGUYÊN LÍ VÀ ỨNG DỤNG

Tập một : CƠ HỌC VÀ NHIỆT HỌC

Biên khảo : TRẦN NGỌC HỘI (Chủ biên) – PHẠM VĂN THIỀU

LỜI NHÀ XUẤT BẢN

Hướng tới kỉ niệm 50 năm thành lập Nhà xuất bản Giáo dục và thực hiện chiến lược mở rộng, phát triển sản phẩm mới, trong những năm gần đây, bên cạnh việc xuất bản, phát hành kịp thời, đồng bộ, sách giáo khoa và các loại sách tham khảo phục vụ giáo dục phổ thông, Nhà xuất bản Giáo dục còn rất chú trọng tổ chức biên soạn, xuất bản các bộ sách tham khảo lớn, có giá trị khoa học và thực tiễn cao, mang ý nghĩa chính trị, văn hoá, giáo dục sâu sắc, được trình bày và in ấn đẹp, gọi là **sách tham khảo đặc biệt**. Các sách này được xuất bản nhằm đáp ứng nhu cầu học tập, nghiên cứu, giảng dạy của học sinh, sinh viên, nghiên cứu sinh, giáo viên phổ thông, giảng viên đại học, cao đẳng, dạy nghề, cán bộ nghiên cứu, cán bộ quản lý giáo dục và đồng đảo bạn đọc, góp phần nâng cao chất lượng giáo dục, dân trí xã hội trong thời kì mới, giữ gìn, "xây dựng và phát triển nền văn hoá Việt Nam tiên tiến, đậm đà bản sắc dân tộc" theo tinh thần nghị quyết Hội nghị Trung ương 5 của Ban chấp hành Trung ương Đảng khoá VIII, từng bước đưa giáo dục Việt Nam hòa nhập với thế giới. Đây là những cuốn sách nghiên cứu chủ trương, đường lối của Đảng, của Chủ tịch Hồ Chí Minh về văn hoá, giáo dục ; các chuyên khảo phản ánh kết quả nghiên cứu mới ; tuyển tập các công trình nghiên cứu tiêu biểu của các nhà khoa học, nhà giáo đặc biệt là các nhà khoa học, nhà giáo đã được tặng Giải thưởng Nhà nước, Giải thưởng Hồ Chí Minh ; các sách về danh nhân văn hoá Việt Nam và thế giới ; những bộ tư liệu, thư tịch và những pho sử cổ có giá trị lịch sử, văn hoá cao ; các sách tra cứu, những bộ từ điển tường giải tiếng Việt, các từ

diễn chuyên ngành, từ diễn đối dịch tiếng nước ngoài với tiếng Việt, tiếng Việt với tiếng các dân tộc anh em ; các bộ sách dịch có giá trị văn hoá, khoa học, giáo dục đặc sắc có tác dụng làm tăng trưởng nhanh chóng tri thức khoa học hiện đại, thay đổi tư duy quản lí, tư duy công việc, lối sống và cách hưởng thụ văn hoá trong xã hội kinh tế tri thức.

Tham gia biên soạn mang sách tham khảo đặc biệt là các nhà khoa học đầu ngành, các nhà giáo, nhà quản lí giỏi, nhiều kinh nghiệm thuộc các lĩnh vực khác nhau, có uy tín đối với độc giả trong và ngoài nước.

Bộ sách **Vật lí đại cương – Các nguyên lí và ứng dụng** thuộc mang sách **tham khảo đặc biệt** do các tác giả Trần Ngọc Hợi và Phạm Văn Thiều biên khảo. Trong bộ sách này, các tác giả đã trình bày những vấn đề cơ bản và quan trọng của Vật lí đại cương, cũng như một số thành tựu đặc sắc của Vật lí hiện đại. Ngoài ra, nội dung sách cũng rất chú trọng đến các ứng dụng của Vật lí học trong khoa học và công nghệ, giải thích một số hiện tượng Vật lí xảy ra trong thực tiễn cuộc sống. Các kiến thức Vật lí trình bày trong bộ sách phù hợp với chương trình giảng dạy Vật lí đại cương ở các trường Đại học và Cao đẳng Việt Nam. Vì vậy, bộ sách này có thể dùng làm tài liệu tham khảo cho sinh viên các trường Đại học và Cao đẳng khối Khoa học kỹ thuật và Khoa học tự nhiên, cũng như các cán bộ kỹ thuật, cán bộ nghiên cứu có liên quan tới Vật lí và các thầy cô giáo giảng dạy Vật lí ở các trường phổ thông.

Bộ sách được xuất bản lần đầu nên chắc không tránh khỏi một số thiếu sót. Chúng tôi mong nhận được sự góp ý của các thầy cô giáo, các nhà khoa học và đồng đảo bạn đọc để những lần xuất bản sau bộ sách được hoàn thiện hơn. Mọi góp ý xin gửi về : Nhà xuất bản Giáo dục, 187B Giảng Võ – Ba Đình – Hà Nội.

Hà Nội, tháng 7 năm 2005
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

LỜI TÁC GIẢ

Việc viết những cuốn sách vật lí đáp ứng được các yêu cầu cơ bản, hiện đại có tính ứng dụng thực tế cao là một việc làm khó, đòi hỏi nhiều thời gian, công sức và kiến thức sâu rộng. Chính vì vậy, chúng tôi đã tham khảo nhiều sách về Vật lí đại cương dùng cho một số trường Đại học và Cao đẳng ở một số nước Âu – Mĩ và Liên Xô cũ, nhất là cuốn *Physics Classical and Modern*, để biên khảo bộ sách "**Vật lí đại cương – Các nguyên lí và ứng dụng**" cho phù hợp với thực tế ở Việt Nam.

Bộ sách đề cập đến tất cả các vấn đề cơ bản và quan trọng của vật lí, phù hợp với chương trình giảng dạy Vật lí ở các trường Đại học và Cao đẳng Việt Nam. Về mặt hình thức, sách được trình bày dưới dạng giáo trình, các kiến thức được viết cô đọng, rõ ràng nhưng cẩn kẽ, chú trọng đến bản chất vật lí, nhằm giúp cho bạn đọc cách tư duy, lí giải trước các hiện tượng vật lí.

Bộ sách này gồm 41 chương, được chia thành ba tập :

Tập một : Cơ học và Nhiệt học (15 chương)

Tập hai : Điện, Từ, Dao động và Sóng (15 chương)

Tập ba : Quang học và Vật lí lượng tử (11 chương)

Trong mỗi tập sách, ngoài phần trình bày lý thuyết, còn rất chú trọng đến các ứng dụng thực tiễn, có nhiều ví dụ sinh động xảy ra trong tự nhiên và ứng dụng trong khoa học, công nghệ. Sau mỗi chương đều có các câu hỏi, bài tập. Bên cạnh đó còn có nhiều bài đọc thêm về thân thế sự nghiệp của các nhà vật lí lỗi lạc, các vấn đề thời sự và đặc sắc của vật lí.

Bộ sách này nhằm phục vụ cho việc học tập vật lí của sinh viên các trường Đại học và Cao đẳng khối Khoa học kỹ thuật và Khoa học tự nhiên. Các thầy, cô giáo giảng dạy ở các trường

Đại học và Cao đẳng cũng như ở các trường Trung học phổ thông có thể dùng làm tài liệu tham khảo, tìm thấy trong bộ sách nhiều kiến thức bổ ích và nâng cao. Tuỳ theo yêu cầu và thời lượng của môn học tại các trường, bộ sách cũng có thể đáp ứng được ở nhiều mức độ và trình độ thích hợp.

Tham gia biên khảo bộ sách này gồm có :

- TS. Trần Ngọc Hợi – Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội (Biên khảo chính – Chủ biên).

- Ông Phạm Văn Thiều – Hội Vật lí Việt Nam.

Trong tập một của bộ sách này, các tác giả xin trân trọng cảm ơn các nhà giáo, đồng thời cũng là các nhà chuyên môn có nhiều kinh nghiệm và kiến thức sâu rộng dưới đây đã đóng góp một số tư liệu cho tập sách :

- PGS.TS. Đoàn Nhuận – Viện Năng lượng nguyên tử Quốc gia.

- PGS.TS. Ngô Phú An – Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội.

- Ông Lưu Đình Thành – Bộ Giáo dục và Đào tạo

Chúng tôi biên khảo bộ sách này với mong muốn giới thiệu với bạn đọc những kiến thức vật lí ở mức cơ bản, hiện đại, thực tế sinh động nhưng cũng rất sâu sắc, đồng thời cũng muốn góp phần vào việc làm phong phú hơn, chính xác hơn một số nội dung kiến thức vật lí trong chương trình giảng dạy ở bậc Đại học và Trung học phổ thông.

Cuối cùng, chúng tôi xin chân thành cảm ơn Trung tâm nghiên cứu Chiến lược và phát triển Chương trình giáo dục Trung học chuyên nghiệp, Đại học và Sau Đại học (trước đây là Trung tâm nghiên cứu Giáo dục Đại học) và Ban biên tập sách Vật lí, Nhà xuất bản Giáo dục đã nhiệt tình cổ vũ, ủng hộ chúng tôi để hoàn thành bộ sách này.

CÁC TÁC GIẢ

MỤC LỤC TOÀN BỘ

Tập một : CƠ HỌC VÀ NHIỆT HỌC

- Chương 1.** Mở đầu
- Chương 2.** Chuyển động một chiều
- Chương 3.** Chuyển động hai chiều
- Chương 4.** Các định luật chuyển động của Newton
- Chương 5.** Chuyển động tròn và lực hấp dẫn vũ trụ của Newton
- Chương 6.** Công và năng lượng
- Chương 7.** Động lượng và chuyển động của hệ
- Chương 8.** Chuyển động quay
- Chương 9.** Cân bằng tĩnh của một vật rắn
- Chương 10.** Chất rắn và chất lưu
- Chương 11.** Nhiệt độ và sự truyền nhiệt
- Chương 12.** Định luật thứ nhất của nhiệt động lực học
- Chương 13.** Lí thuyết động học của các chất khí
- Chương 14.** Định luật thứ hai của nhiệt động lực học
- Chương 15.** Khí thực và chuyển pha

Tập hai : ĐIỆN, TỪ, DAO ĐỘNG VÀ SÓNG

- Chương 16.** Định luật Coulomb và điện trường tĩnh
- Chương 17.** Định luật Gauss
- Chương 18.** Điện thế
- Chương 19.** Điện dung, điện năng và điện môi
- Chương 20.** Dòng điện và điện trở
- Chương 21.** Từ trường
- Chương 22.** Các nguồn của từ trường
- Chương 23.** Định luật Faraday
- Chương 24.** Độ tự cảm
- Chương 25.** Từ trường trong khối chất
- Chương 26.** Dao động cơ
- Chương 27.** Sóng cơ
- Chương 28.** Sóng âm
- Chương 29.** Dao động điện từ và mạch điện xoay chiều
- Chương 30.** Các phương trình Maxwell và sóng điện từ

Tập ba : QUANG HỌC VÀ VẬT LÍ LƯỢNG TỬ

Chương 31. Quang hình học

Chương 32. Giao thoa ánh sáng

Chương 33. Nhiều xạ ánh sáng

Chương 34. Phân cực ánh sáng

Chương 35. Thuyết tương đối

Chương 36. Lượng tử hoá bức xạ điện từ

Chương 37. Cơ học lượng tử

Chương 38. Nguyên tử và bảng tuần hoàn các nguyên tố

Chương 39. Vật rắn tinh thể và laze

Chương 40. Hạt nhân nguyên tử và hạt cơ bản

Chương 41. Vật lí các sao

MỤC LỤC TẬP 1

Chương 1 : MỞ ĐẦU

	Trang
1.1. Mô hình, lí thuyết và các định luật	14
1.2. Phép đo và độ bất định. Các chuẩn	15
1.3. Các hệ đơn vị	17
1.4. Thứ nguyên, đơn vị và độ chính xác	19
1.5. Phương pháp giải bài toán	21
Bài đọc thêm : Theo sát sự phát triển của Vật lí học	22

Chương 2 : CHUYỂN ĐỘNG MỘT CHIỀU

2.1. Vectơ vị trí và độ dịch chuyển	26
2.2. Vận tốc và tốc độ	28
2.3. Chuyển động đều	32
2.4. Gia tốc	33
2.5. Chuyển động biến đổi đều	35
2.6. Rơi tự do	37
Bài đọc thêm : Vectơ và J. Willard Gibbs	39

Chương 3 : CHUYỂN ĐỘNG HAI CHIỀU

3.1. Vị trí, vận tốc và gia tốc	49
3.2. Gia tốc không đổi ; chuyển động của viên đạn	52
3.3. Chuyển động tròn đều	58
3.4. Chuyển động tương đối	60
Bài đọc thêm : Galileo Galilei	63

Chương 4 : CÁC ĐỊNH LUẬT CHUYỂN ĐỘNG CỦA NEWTON

4.1. Lực và khối lượng	76
4.2. Định luật thứ nhất của Newton	78
4.3. Định luật thứ hai của Newton	83
4.4. Định luật thứ ba của Newton	84
4.5. Trọng lượng và lực hấp dẫn của Trái Đất	88
4.6. Các lực tiếp xúc : lực pháp tuyến và lực ma sát	91
4.7. Các phương pháp giải toán cơ học	99
Bài đọc thêm : Isaac Newton	103

Chương 5 : CHUYỂN ĐỘNG TRÒN VÀ LỰC HẤP DẪN VŨ TRỤ CỦA NEWTON

5.1. Động lực học của chuyển động tròn đều	122
5.2. Chuyển động tròn không đều	126
5.3. Chuyển động quay của Trái Đất	127
5.4. Định luật hấp dẫn vũ trụ	130
5.5. Khối lượng quán tính và khối lượng hấp dẫn	138
5.6. Trường hấp dẫn	140
5.7. Quỹ đạo, tốc độ vệ tinh	143
5.8. Các định luật Kepler và sự phát hiện ra định luật hấp dẫn	145
Bài đọc thêm : Các lực cơ bản và sự thống nhất	147

Chương 6 : CÔNG VÀ NĂNG LƯỢNG

6.1. Công thực hiện bởi một lực không đổi	162
6.2. Công thực hiện bởi một lực biến đổi	164
6.3. Định lí công - động năng	169
6.4. Công suất	173
6.5. Các lực bảo toàn và không bảo toàn	174
6.6. Thế năng	175
6.7. Cơ năng và định luật bảo toàn cơ năng	177
6.8. Các lực không bảo toàn và nội công	182
6.9. Định luật bảo toàn năng lượng	184
6.10. Thế năng của trường hấp dẫn, chuyển động của vệ tinh	186
6.11. Phương pháp giải bài tập	189
Bài đọc thêm : Công và năng lượng	190

Chương 7 : ĐỘNG LƯỢNG VÀ CHUYỂN ĐỘNG CỦA HỆ

7.1. Khối tâm	206
7.2. Chuyển động của khối tâm	208
7.3. Động lượng	210
7.4. Xung lượng của lực	212
7.5. Bảo toàn động lượng	213
7.6. Va chạm	214
7.7. Chuyển động tên lửa	222
Bài đọc thêm : Đối xứng và các nguyên lý bảo toàn	226

Chương 8 : CHUYỂN ĐỘNG QUAY

8.1. Chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay của vật rắn	238
8.2. Toạ độ, vận tốc và gia tốc góc	239
8.3. Động học của chuyển động quay quanh một trục cố định	243
8.4. Momen quán tính	245
8.5. Động năng quay - Vật lăn	250
8.6. Momen lực đối với một trục cố định	254
8.7. Momen động lượng của một hạt	256
8.8. Momen động lượng của hệ hạt	259
8.9. Động lực học của vật rắn quay quanh một trục cố định	260
8.10. Công và công suất của chuyển động quay của vật rắn	265
8.11. Định luật bảo toàn momen động lượng	267
8.12. Chuyển động của con quay hồi chuyển	271
8.13. Hệ quy chiếu quay – Lực Coriolis	273
Bài đọc thêm : Sử dụng các mô hình trong vật lí	275

Chương 9 : CÂN BẰNG TĨNH CỦA MỘT VẬT RẮN

9.1. Cân bằng tĩnh của một vật rắn	294
9.2. Các điều kiện để có cân bằng tĩnh	295
9.3. Các phương pháp giải bài toán	296
9.4. Trọng tâm, momen lực đối với một điểm	301

Chương 10 : CHẤT RẮN VÀ CHẤT LƯU

10.1. Ứng suất và độ biến dạng	311
10.2. Khối lượng riêng	316
10.3. Áp suất trong chất lưu đứng yên (Áp suất tĩnh)	318
10.4. Định luật Archimedes	325
10.5. Phương trình Bernoulli	327
10.6. Độ nhớt	335
10.7. Định luật Stockes	338
Bài đọc thêm : Archimedes	339

Chương 11 : NHIỆT ĐỘ VÀ SỰ TRUYỀN NHIỆT

11.1. Các mô tả vi mô và vĩ mô	350
11.2. Cân bằng nhiệt và định luật thứ không của nhiệt động lực học	352
11.3. Nhiệt biểu và thang nhiệt độ khí lí tưởng	354

11.4. Các thang nhiệt độ khác	358
11.5. Sự nở nhiệt	359
11.6. Sự truyền nhiệt	362

Chương 12 : ĐỊNH LUẬT THỨ NHẤT CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

12.1. Các phương trình trạng thái	376
12.2. Nhiệt dung riêng và ẩn nhiệt (chuyển pha)	379
12.3. Công	384
12.4. Định luật thứ nhất của nhiệt động lực học	387
12.5. Một số ứng dụng của định luật thứ nhất	391
Bài đọc thêm : Benjamin Thompson, Bá tước Rumford	397

Chương 13 : LÍ THUYẾT ĐỘNG HỌC CỦA CÁC CHẤT KHÍ

13.1. Mẫu phân tử của khí lí tưởng	407
13.2. Cách giải thích vi mô của nhiệt độ	412
13.3. Sự phân bố đều năng lượng	414
13.4. Nhiệt dung của các khí lí tưởng và các chất rắn nguyên tố	416
13.5. Quá trình đoạn nhiệt đối với khí lí tưởng	421
13.6. Phân bố tốc độ của các phân tử	424

Chương 14 : ĐỊNH LUẬT THỨ HAI CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

14.1. Các động cơ nhiệt và định luật thứ hai	436
14.2. Các máy làm lạnh và định luật thứ hai	438
14.3. Tính thuận nghịch và chu trình Carnot	443
14.4. Hiệu suất của chu trình Carnot	446
14.5. Entrôpi	449
14.6. Entrôpi và định luật thứ hai	455
Bài đọc thêm : Con quỷ của Maxwell	457

Chương 15 : KHÍ THỰC VÀ CHUYỂN PHA

15.1. Tương tác phân tử	466
15.2. Phương trình Van der Waals	468
15.3. Nội năng khí thực, hiệu ứng Joule – Thomson	472
15.4. Pha và chuyển pha	475
15.5. Cân bằng pha, Phương trình Clapeyron – Clausius	476

CHƯƠNG I

MỞ ĐẦU



Từ vật lí bắt nguồn từ tiếng Hi Lạp, có nghĩa là "hiểu biết về tự nhiên". Vật lí mô tả và giải thích bản chất của các hiện tượng xảy ra trong tự nhiên với một số ít các định luật cơ bản nhất. Chẳng hạn như vì sao bầu trời lại xanh, vì sao cầu vồng có sắc màu ; vì sao các vệ tinh lại chuyển động trên quỹ đạo mà không rơi ; tại sao các

- 1-1. Mô hình, lí thuyết và các định luật
- 1-2. Phép đo và độ bất định. Các chuẩn
- 1-3. Các hệ đơn vị
- 1-4. Thứ nguyên, đơn vị và độ chính xác
- 1-5. Phương pháp giải các bài toán

Bài đọc thêm : Theo sát sự phát triển của Vật lí học

Bức ảnh này gợi cho các bạn khái niệm, hiện tượng vật lí nào ?

Chuyển động, tốc độ, động lượng, công, năng lượng, cấu trúc và lực cùng với nó ; chuyển động quay, momen lực, chất lỏng, lực ma sát, chuyển động của sóng...

con tàu sắt lại nổi trên sông, biển ; các nguyên tử được cấu tạo như thế nào... Vật lí học là một khoa học cơ bản nhất của các khoa học. Phạm vi mà Vật lí nghiên cứu rất rộng lớn và thường được phân chia thành các lĩnh vực của chuyển động, cơ học chất lưu, nhiệt học, âm học, quang học ; điện và từ, lí thuyết tương đối, cấu trúc nguyên tử, vật lí chất rắn, vật lí hạt nhân và các hạt cơ bản, thiên văn học... Chúng ta sẽ đề cập tới tất cả các đề tài đó trong cuốn sách này, nhưng trước khi bắt đầu, chúng ta sẽ bàn luận đôi điệu về Vật lí, các phép đo và phương pháp học tập vật lí.

1-1. MÔ HÌNH, LÍ THUYẾT VÀ CÁC ĐỊNH LUẬT

Để đạt mục đích là giải thích được các hiện tượng tự nhiên khi chỉ sử dụng một số ít các định luật đơn giản, các nhà vật lí phải tạo ra các **mô hình** để diễn tả thế giới xung quanh. Mô hình theo ý nghĩa của nhà khoa học là một cái gì đó tương tự hoặc như một bức tranh tưởng tượng giống với các hiện tượng mà chúng ta quen thuộc. Các mô hình này tạo ra bộ khung cho phép chúng ta đưa các tình huống phức tạp về các dạng đơn giản hơn có thể hiểu được. Ví dụ, mặc dù chúng ta không thể nhìn thấy được nguyên tử nhưng có thể xây dựng các mô hình để có thể hiểu biết được chúng. Ví dụ khác là mô hình sóng của ánh sáng, chúng ta cũng không thể thấy được sóng ánh sáng như sóng nước, nhưng khi đưa ra mô hình sóng thì nhiều hiện tượng thực nghiệm về ánh sáng có thể giải thích được. Nhìn chung, mô hình của các hệ vật lí luôn đi kèm với một dạng toán học. Những mô hình này là không đầy đủ và không hoàn thiện. Chẳng hạn, chúng ta có thể mô tả "khá tốt" việc ném một quả bóng nếu ta sử dụng mô hình trong đó có bỏ qua sức cản của không khí. Tuy nhiên các nhà khoa học thường xuyên cải tiến các mô hình, thậm chí đưa ra một mô hình mới để nó ngày càng phù hợp hơn với các quan sát. Mô hình nguyên tử là một ví dụ. Lúc đầu người ta xem nó như những quả cầu có

"gai", với những cái móng để giải thích các liên kết hoá học, hoặc như những quả bi-a liên tục đẩy các quả bi-a khác. Đầu thế kỉ XX, nguyên tử lại được xem như quả cầu tích điện dương, trong đó các electron tích điện âm tựa như các hạt nho trong quả nho. Sau đó mô hình "hành tinh nguyên tử" ra đời, trong mô hình này, nguyên tử gồm một hạt nhân tích điện dương và các electron tích điện âm chuyển động xung quanh hạt nhân, giống như các hành tinh chuyển động xung quanh Mặt Trời vậy.

Bạn có thể muốn biết sự khác nhau giữa một **lý thuyết** và một mô hình là như thế nào ? Đôi khi các từ này được sử dụng lẩn lộn. Mô hình thường là đơn giản và cung cấp một cái gì đó tương tự về cấu trúc với các hiện tượng nghiên cứu. Còn lý thuyết thì rộng lớn hơn, chi tiết hơn và có ý định giải quyết hàng loạt vấn đề với độ chính xác toán học cao. Việc chấp nhận một lý thuyết vật lí nào đó phụ thuộc vào sự thành công của nó trong việc tiên đoán và giải thích các quan sát thu nhận được. Người ta thường phải gắn kết các mô hình lí thuyết với các quan sát thực nghiệm và sự gắn bó này được hình thành thông qua các phép đo định lượng. Đôi khi một mô hình được phát triển, được cải tiến để ngày càng gần với các kết quả thực nghiệm trên một phạm vi rộng lớn các hiện tượng, khi đó mô hình

trở thành một lí thuyết. Lí thuyết nguyên tử, lí thuyết sóng của ánh sáng là những ví dụ minh họa.

Các nhà khoa học còn đưa ra các **định luật** để chỉ những điều khẳng định ngắn gọn nhưng tổng quát của các hiện tượng tự nhiên. Nhiều khi các điều khẳng định này thể hiện dưới dạng các quan hệ hoặc các phương trình giữa các đại lượng (ví dụ định luật thứ hai của Newton). Định luật được tìm ra bằng thực nghiệm phù hợp đúng một phạm vi nhất định của các hiện tượng quan sát. Theo ý nghĩa đó, định luật đã mang

tính thống nhất cho nhiều người quan sát. Còn đối với những điều khẳng định ít tổng quát hơn, người ta dùng thuật ngữ "**nguyên lí**" (principle), ví dụ nguyên lí Archimede. Cũng giống như lí thuyết, ta không thể chắc chắn rằng định luật là tuyệt đối đúng. Chúng ta dùng thuật ngữ "**định luật**" khi sự đúng đắn của nó đã được kiểm nghiệm trong một phạm vi rộng lớn của các trường hợp. Nhưng một khi có những bằng chứng thực nghiệm mới mà lí thuyết hay định luật không còn giải thích đúng thì chúng lại được thay đổi để phù hợp hơn.

1-2. PHÉP ĐO VÀ ĐỘ BẤT ĐỊNH. CÁC CHUẨN

Để hiểu được thế giới xung quanh ta, các nhà khoa học mong muốn tìm được mối quan hệ giữa các đại lượng vật lí. Chẳng hạn như tốc độ hoặc gia tốc của một vật có quan hệ như thế nào với độ lớn của một lực tác dụng lên nó, hay áp suất của một chất khí trong bình chứa thay đổi ra sao một khi nhiệt độ của bình tăng lên hay hạ xuống. Chúng ta mong muốn biểu thị các quan hệ trên một cách định lượng thông qua một phương trình, để xác định chính xác phương trình đó, chúng ta cần thiết phải tiến hành các phép đo. Ngày nay sự hiểu biết của chúng ta về các phép đo ngày càng sâu sắc và các phép đo chính xác là một phần rất quan trọng của vật lí. Nhưng ta lại biết rằng không thể tạo ra một phép đo mà nó không ảnh hưởng lên hệ đang đo, vì vậy có sự hạn chế về độ chính xác của phép đo, nghĩa là chúng có một độ bất định gắn với mỗi phép đo. Các độ bất định này có thể là nhỏ hoặc không quan trọng trong các đo đặc hàng ngày mà chúng ta đã quen thuộc,

chẳng hạn như chiều dài của một con tàu hoặc tốc độ của một ôtô... Tuy nhiên khi xét các quá trình ở mức nguyên tử hay dưới nguyên tử thì sự ảnh hưởng của dụng cụ quan sát với các đại lượng cần đo là không thể bỏ qua được.

Trong vật lí, các đại lượng cần đo đều được định nghĩa một cách cẩn thận. Không chỉ cần các con số được đo chính xác mà phép đo cũng phải được quy về **một chuẩn chung** (còn gọi là đơn vị cơ bản). Thông thường các phép đo chứa đựng nhiều chuẩn đã được thoả thuận, ví dụ vận tốc thường được đo theo đơn vị mét trên giây (m/s). Các mét và giây này phải được so sánh với mét chuẩn và giây chuẩn.

Trong phần đầu của cuốn sách này, chúng ta chỉ cần xét ba chuẩn : thời gian, độ dài và khối lượng. Ta hãy xét đặc điểm cần có của một chuẩn :

1 – Chuẩn phải bất biến để các phép đo thực hiện hôm nay có thể so sánh được với các phép đo của hàng trăm năm sau.

2 – Chuẩn phải dễ có được, để nhiều phòng thí nghiệm có thể sao lại chúng.

3 – Chuẩn phải chính xác để sẵn sàng có được bất cứ độ chính xác nào mà công nghệ cho phép.

4 – Chuẩn phải được thừa nhận rộng rãi để các kết quả nhận được ở các nước khác nhau có thể so sánh được với nhau.

Chuẩn thời gian Trước hết ta xét định nghĩa của chuẩn thời gian. Lúc đầu giây được định nghĩa qua độ dài của một ngày. Sau này người ta thấy rằng độ dài của một ngày khi được đo bởi đồng hồ chế tạo dựa trên các hiện tượng khác nhau lại thay đổi ngay trong năm, từ năm này đến năm khác. Do đó nếu một giây được định nghĩa bằng $1/86400$ thời gian của một ngày thì sự thay đổi về độ dài của một ngày làm cho định nghĩa đó không thể chấp nhận được. Hội nghị cân đo quốc tế (Conférence Générale des Poids et Mesures, viết tắt là CGPM) là tổ chức có thẩm quyền đưa ra các định nghĩa đơn vị. Tổ chức CGPM lần thứ 13 đã định nghĩa : **Một giây là thời gian của 9192631770 chu kỳ của một bức xạ xác định của nguyên tử xêsi 137.**

Hai chiếc đồng hồ loại này chạy giống nhau đến độ chính xác $1/10^{13}$, tức sai khác nhau một giây trong một triệu năm. Trong chừng mực còn chưa có thay đổi, người ta tin chắc rằng các tính chất nguyên tử là độc lập với thời gian, nhưng đó cũng chỉ là một trong các giả định để đi đến định nghĩa này. Bạn hãy tưởng tượng xem điều gì sẽ xảy ra nếu tính chất của nguyên tử thay đổi theo tuổi của vũ trụ, lúc đó định

nghĩa của chuẩn thời gian sẽ thay đổi như thế nào ?

Chuẩn độ dài Lúc đầu mét chuẩn được tổ chức CGPM thừa nhận lần thứ nhất vào năm 1889 là khoảng cách giữa hai vạch mảnh được khắc gần một đầu của một thanh hợp kim platini–iridi khi thanh được giữ ở 0°C , đặt tại Paris (Pháp). Mét chuẩn này bằng một phần mười triệu khoảng cách từ xích đạo đến Bắc cực dọc theo đường kinh tuyến đi qua Paris. Đến Hội nghị CGPM lần thứ 17 năm 1983, mét chuẩn được định nghĩa theo tốc độ ánh sáng :

Một mét là độ dài mà ánh sáng đi được trong chân không trong một khoảng thời gian bằng $1/299729458$ giây.

Định nghĩa này của mét phụ thuộc vào định nghĩa của giây và phụ thuộc vào giả thiết không đổi của tốc độ ánh sáng.

Chuẩn khối lượng Chuẩn khối lượng được Tổ chức CGPM định nghĩa vào năm 1889 như sau :

Một kilôgam là khối lượng của một khối trụ platini – iridi đặc biệt được cắt giữ ở gần Paris, Pháp.

Một kilôgam này đã được xác định sao cho khối lượng của 10^{-3}m^3 nước ở nhiệt độ 20°C là rất gần với một kilôgam.

Nhờ các chuẩn này mà người ta có thể quy chiều dài của một cái thước mét về phép đo quãng đường đi được của ánh sáng trong $1/299729458$ giây, quy giây về các dao động của nguyên tử xêsi, quy cân trong cửa hàng thực phẩm về kilôgam chuẩn ở Pháp.

1-3. HỆ CÁC ĐƠN VỊ

Bảng 1-1. Các đại lượng và đơn vị cơ bản trong hệ đơn vị SI

Đại lượng	Đơn vị	Kí hiệu
Chiều dài	mét	m
Thời gian	giây	s
Khối lượng	kilôgam	kg
Cường độ dòng điện	ampe	A
Nhiệt độ	kenvin	K
Lượng chất	mole	mol
Cường độ sáng	candela	Cd

Một hệ các đơn vị bao gồm :

- Các chuẩn.
- Một phương pháp để tạo nên các đơn vị lớn hơn và nhỏ hơn.
- Định nghĩa của các đại lượng dẫn xuất, chẳng hạn như năng lượng, công suất và lực...

Trong toàn bộ các môn học vật lí có 7 đơn vị cơ bản làm chuẩn, tương ứng với các đại lượng : thời gian, độ dài, khối lượng, cường độ dòng điện, nhiệt độ, lượng chất, cường độ sáng. Mặc dù có nhiều hệ thống đơn vị khác nhau sử dụng ở các nước khác nhau trong các giai đoạn khác nhau, nhưng nhìn chung các nhà khoa học đều đồng ý một hệ đơn vị quốc tế (International System of Units, viết tắt là SI) được tổ chức CGPM năm 1960 đưa ra (bảng 1-1).

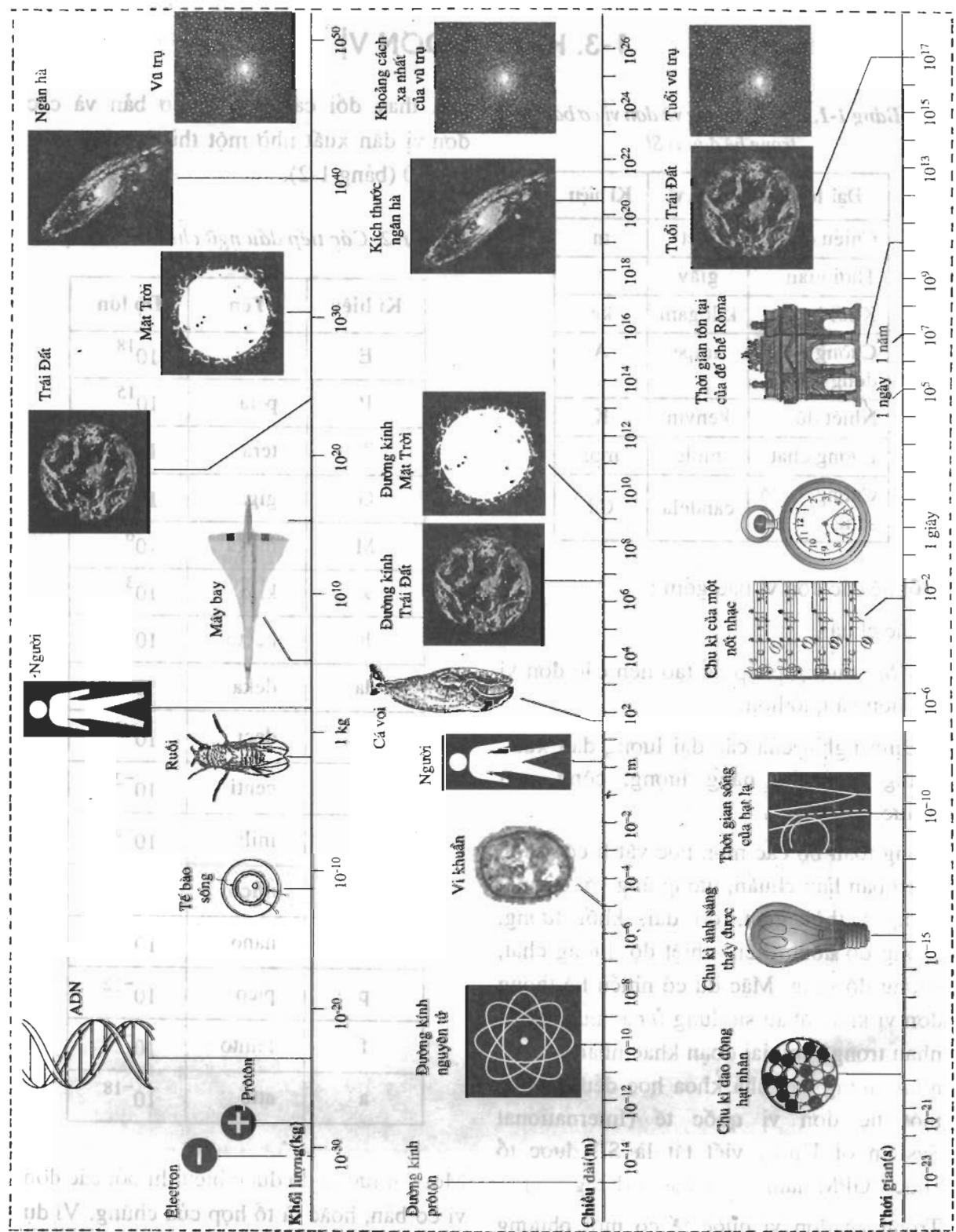
Trong hệ đơn vị quốc tế có một phương pháp chung để thiết lập các đơn vị lớn hơn và nhỏ hơn. Các đơn vị lớn hơn và nhỏ hơn này được tạo nên bằng các tiếp đầu ngữ để

làm thay đổi các đơn vị cơ bản và các đơn vị dẫn xuất nhờ một thừa số luỹ thừa của 10 (bảng 1-2).

Bảng 1-2. Các tiếp đầu ngữ cho các đơn vị SI

Kí hiệu	Tên	Độ lớn
E	exa	10^{18}
P	peta	10^{15}
T	tera	10^{12}
G	giga	10^9
M	mega	10^6
k	kilo	10^3
h	hecto	10^2
da	deka	10^1
d	deci	10^{-1}
c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}
μ	micro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}
p	pico	10^{-12}
f	femto	10^{-15}
a	atto	10^{-18}

Mọi đại lượng đo được biểu thị bởi các đơn vị cơ bản, hoặc là tổ hợp của chúng. Ví dụ đơn vị diện tích là m^2 , đơn vị tốc độ là m/s. Phạm vi kích thước mà Vật lí học nghiên cứu từ rất lớn đến rất nhỏ (hình 1-1).



Hình 1-1. Sơ đồ biểu diễn phạm vi của các phép đo vật lý. Các phép đo về thời gian và độ dài mở rộng trên phạm vi cỡ 10^{40} trong khi đó các phép đo về khối lượng mở rộng trên phạm vi cỡ 10^{80} .

1-4. THÚ NGUYÊN, ĐƠN VỊ VÀ ĐỘ CHÍNH XÁC

Vật lí học là một ngành khoa học định lượng, liên quan đến thế giới hiện thực. Phép đo một đại lượng vật lí như độ dài 5,2m bao gồm một thứ nguyên, một đơn vị và một độ chính xác. Kí hiệu "m" cho ta biết thứ nguyên là độ dài, đơn vị đo là mét. Số 5,2 đặc trưng cho độ chính xác của phép đo.

Thứ nguyên

Thứ nguyên của một đại lượng là một tính chất vật lí mà đại lượng đó mô tả.

Ví dụ, thứ nguyên của các đại lượng chuẩn như thời gian là [T], độ dài là [L], khối lượng là [M]. Thứ nguyên của các đại lượng dẫn xuất là tổ hợp của các đại lượng cơ bản. Chẳng hạn thứ nguyên của vận tốc là độ dài chia cho thời gian :

$$[V] = \frac{[L]}{[T]}$$

Còn thứ nguyên của gia tốc a là độ dài chia cho thời gian bình phương :

$$[a] = \frac{[L]}{[T]^2}.$$

Có một phương pháp gọi là **phân tích thứ nguyên**, dùng để phát hiện ra các sai sót trong một phương trình. Phép phân tích thứ nguyên dựa trên cơ sở là chỉ các đại lượng cùng thứ nguyên mới có thể bằng nhau.

Ví dụ, chiều dài không thể bằng khối lượng. Không thể cộng hoặc trừ các đại lượng có thứ nguyên khác nhau.

Các quy tắc của việc phân tích thứ nguyên là :

– Gán thứ nguyên cho mỗi kí hiệu trong phương trình, phù hợp với tính chất vật lí của nó.

– Nhân và chia thứ nguyên theo nguyên tắc đại số.

– Kiểm tra thứ nguyên cuối cùng của mỗi số hạng xem có phù hợp không.

Chú ý rằng đối số của một hàm siêu việt đều không có thứ nguyên, ví dụ $\sin x$ là không có nghĩa nếu x là khoảng cách.

Nhưng $\sin \frac{x}{d}$ có nghĩa nếu x và d có cùng thứ nguyên.

Đơn vị

Đơn vị là thang đo của thứ nguyên. Ví dụ, đơn vị của độ dài có thể là một mét, một fút (foot) hoặc một dặm (mile). Do nhiều hệ đơn vị khác nhau cùng được sử dụng, nên chúng ta cần phải biết cách chuyển từ một hệ đơn vị này sang một hệ đơn vị khác. Ví dụ, cần chuyển một số giây thành phút, hoặc thành giờ, hoặc chuyển một số inch thành xentimét hoặc mét. Để làm việc này, chúng ta dùng một phương pháp gọi là **chuyển đổi liên hoàn**. Theo phương pháp này, ta viết thừa số **chuyển đổi** như là một thương có giá trị bằng 1, có nghĩa là tử số (theo một đơn vị) bằng mẫu số (theo một đơn vị khác).

Ví dụ : 1 phút và 60 giây là những khoảng thời gian như nhau nên có thể viết :

$$\frac{1 \text{ phút}}{60 \text{ giây}} = \frac{1'}{60s} = 1$$

1 kilômét và 1000 mét là những khoảng cách như nhau, nên có thể viết :

$$\frac{1 \text{ kilômét}}{1000 \text{ mét}} = \frac{1\text{km}}{10^3 \text{ m}} = 1$$

VÍ DỤ 1-1

Một ôtô có tốc độ 30 dặm/giờ. Tính tốc độ của nó theo cm/s.

Sử dụng liên tiếp các thừa số chuyển đổi, ta có :

$$30 \frac{\text{dặm}}{1 \text{ giờ}} = 30 \frac{\text{dặm}}{1 \text{ giờ}} \cdot \frac{1 \text{ giờ}}{60 \text{ phút}} \cdot \frac{1 \text{ phút}}{60 \text{ s}} \cdot \frac{1,6 \text{ km}}{1 \text{ dặm}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 1,3 \cdot 10^3 \text{ cm/s.}$$

Độ chính xác và các chữ số có nghĩa

Độ chính xác của giá trị đo của một **đại lượng vật lí** được phản ánh ở số các **chữ số có nghĩa** dùng để thông báo giá trị này.

Ví dụ : Số 85,2 có ba chữ số có nghĩa, trong khi số 6,5 có hai chữ số có nghĩa. Các số 0 (số "không") đứng đầu trong một số, không được xem là một số có nghĩa ; ví dụ như số 0,065 chỉ có hai chữ số có nghĩa. Số 0 đứng sau là số có nghĩa nếu nó đứng bên phải dấu thập phân, ví dụ số 6,30 có ba chữ số có nghĩa. Nhưng số 0 đứng sau mà nằm ở bên trái dấu thập phân có được xem là chữ số có nghĩa hay không ? Ví dụ, số 6900 thì có hai, ba hay bốn chữ số có nghĩa ? Trong trường hợp này, chúng ta phải định rõ **số các chữ số có nghĩa** ta mới có thể trả lời được.

Định nghĩa một chữ số có nghĩa như sau :

Một chữ số có nghĩa là một con số trong một số, trừ các số 0 đứng đầu là không có nghĩa ; còn các số 0 đứng sau chỉ có nghĩa khi chúng được định rõ.

Chữ số có nghĩa ít nhất trong một số là chữ số có nghĩa ở xa nhất về bên phải. Trong số 8,67 thì số 7 là chữ số có nghĩa ít nhất.

Số các con số có nghĩa là sự phản ánh độ chính xác của một đại lượng. Ví dụ, độ dài theo ý nghĩa cổ điển được xem là có thể chia nhỏ đến vô hạn, vì vậy xác định độ dài "chính xác" đòi hỏi một số vô hạn các con số có nghĩa, tuy nhiên trong thực tế phép đo độ dài chỉ chính xác đến một mức

độ nào đó. Các giá trị đo được thường được dùng để tính các đại lượng khác, chẳng hạn như tính chu vi của một đường tròn từ phép đo bán kính theo công thức $C = 2\pi r$. Giá trị π được xác định tới nhiều con số có nghĩa, ví dụ đến 7 con số có nghĩa $\pi = 3,141593$, nếu đo bán kính $r = 1,60\text{cm}$ thì khi tính C ta có :

$$C = 10,053098 \quad (\text{bằng cách bấm máy tính})$$

Xử lí giá trị này như thế nào, vì máy tính luôn xem chữ số nào cũng đều có nghĩa ? Ta thấy rằng chu vi của vòng tròn chỉ có thể có cùng một độ chính xác như bán kính, trong trường hợp này, độ chính xác có ba chữ số có nghĩa, do vậy giá trị $C = 10,1$. Ta thấy số cuối cùng đã được quy tròn lên. Các quy tắc dùng trong cuốn sách này để quy tròn về một giá trị có các chữ số có nghĩa là như sau :

1. Quy tròn : Nếu chữ số bên phải của chữ số có nghĩa ít nhất trong kết quả cuối cùng là 4 hoặc nhỏ hơn thì giá trị được quy tròn **xuống**, ví dụ để có hai chữ số có nghĩa thì số 7,53 được quy tròn là 7,5. Nếu chữ số bên phải của chữ số có nghĩa ít nhất trong kết quả cuối cùng là 5 hoặc lớn hơn thì giá trị được quy tròn **lên**. Ví dụ, để có hai chữ số có nghĩa thì số 8,57 được quy tròn là 8,6.

2. Phép nhân và phép chia : Kết quả của phép nhân và phép chia phải có cùng một số các chữ số có nghĩa như số ít chính xác nhất trong phép tính.

Ví dụ : $\frac{3,218\text{m}}{0,53\text{s}} = 6,071698\text{ m/s}$ (bằng cách bấm máy tính)

Tuy nhiên số hạng ít chính xác nhất là 0,53 có hai chữ số có nghĩa ; vậy kết quả cuối cùng lấy hai con số có nghĩa, ta phải quy tròn lên, ta có $\frac{3,218\text{m}}{0,53\text{s}} = 6,1\text{ m/s.}$

Một ví dụ khác : Giả sử cần tính diện tích của bìa cuốn sách hình chữ nhật có các cạnh đo được là 10,6cm và 17,9cm. Diện tích

$S = 10,6 \cdot 17,9 = 189,74\text{cm}^2$ (bằng cách bấm máy tính). Tuy nhiên các số hạng trong phép nhân này đều có ba chữ số có nghĩa, vì vậy chúng ta phải quy tròn lên, kết quả $S = 190\text{cm}^2.$

3. Các hàm siêu việt : Giá trị của một hàm siêu việt có cùng một số các chữ số có nghĩa như của đối số của nó.

Ví dụ : $\sin 34^\circ = 0,56$; $\ln 9,356 = 2,236.$

Bài tự kiểm tra 1.1

Hãy tính thể tích của một lon sữa hình trụ có đường kính 10,2cm và chiều cao 18,4cm.

Đáp số : $1,50 \cdot 10^3\text{cm}^3.$

1-5. PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN

Việc học tập vật lí đòi hỏi phải hiểu biết được các khái niệm, các định nghĩa, các định luật. Để hiểu được thực chất, bạn cần học cách áp dụng của các khái niệm, các định luật, đối với các tình huống thực hay giả định. Kinh nghiệm chỉ ra rằng, không thể học tốt được nếu không có thực hành. Vì lí do đó, bạn cần phải mất nhiều thời gian cho các vấn đề luyện tập. Trong quá trình học vật lí, sự tiến bộ của bạn được đánh giá bởi việc bạn có thể giải các bài toán giỏi đến đâu. Các bước sau đây có thể giúp ích cho bạn.

1. **Đọc toàn bộ bài toán một cách kĩ lưỡng** để tìm ra xem bài toán đang nói về vấn đề gì.
2. **Vẽ hình**, mỗi khi có thể bạn hãy vẽ ra sơ đồ của tình huống vật lí đang xét, ghi lại trên hình các dữ liệu thông tin của bài toán.
3. **Lựa chọn định luật**, hãy nghiên cứu những điều kiện đặt ra trong bài toán để tìm ra định luật hoặc các khái niệm có thể áp dụng được. Thường việc áp dụng định luật sẽ dẫn tới một hay nhiều phương trình chứa các ẩn số, nếu có nhiều ẩn số thì bạn phải giải nhiều phương trình.
4. Bước tiếp theo là **giải phương trình**, thực hiện các phép tính đại số để tách ẩn số về phía trái của phương trình. Tránh thay các giá trị số của những đại lượng đã biết vào phương trình chừng nào chưa giải xong phương trình. Hãy tìm ẩn số theo các kí hiệu của đại lượng đã biết, sau khi đã giải xong phương trình,

ta mới thay giá trị số của những đại lượng đã biết và thực hiện phép tính. Bạn hãy nhớ là phải đổi các con số trong cùng một hệ đơn vị, ví dụ như hệ đơn vị SI. Khi viết đáp số, bạn cần ghi lại các con số có nghĩa.

5. **Kiểm tra đáp số.** Hãy kiểm tra thứ nguyên và đơn vị của đáp số. Dùng hình vẽ (nếu có thể) để xem đáp số có hợp lý không. Bạn hãy xem xét kết quả bằng trực giác và những hiểu biết thực tế của mình. Một cách để kiểm tra tính hợp lý của kết quả là thực hiện một phép tính thô hay là **ước lượng**. Việc ước lượng cũng có thể giúp cho sự phát triển trực giác của bạn.

Bài đọc thêm

THEO SÁT SỰ PHÁT TRIỂN CỦA VẬT LÍ HỌC

Một cuốn sách giáo khoa có thể gây ra sự ngộ nhận. Trong cuốn sách này, bạn sẽ được giới thiệu rất nhiều định luật, phương trình và các quy tắc. Cách trình bày như thế được xem là thành công vì nó đã mô tả được một cách chính xác và cô đọng nhiều hiện tượng. Bất kì một lí thuyết hay thực nghiệm nào mà hiện tại được xem là thất bại đều không được bàn bạc tới. Chính sự không bàn bạc tới các thất bại đó có thể gây ra sự ngộ nhận. Điều này sẽ dẫn tới một ấn tượng sai lầm cho rằng các thất bại là hiếm khi xảy ra hoặc thậm chí không bao giờ tồn tại hoặc chúng không có giá trị gì.

Học vật lí theo một cuốn sách như cuốn sách này cũng tương tự như ta đi trên một con đường bằng phẳng. Con đường này đã được san phẳng bởi những người đi trước chúng ta. Khó mà còn một mảnh đất hay một ổ gà nào có thể làm chúng ta vấp ngã. Như nó tồn tại hiện nay thì ở mọi chỗ đều không còn có gì giống như nó vào lúc đầu tiên được khai phá. Khi đó nó còn đầy những cây cối và gai góc rậm rạp. Trong quá khứ cũng đã có nhiều trường hợp người này hoặc người kia đã khai phá một con đường nhưng sau đó mới vỡ lẽ ra rằng nó đã lạc hướng. Các sách giáo khoa đều lảng tránh những chuyện lạc hướng đó.

Vậy con đường bằng phẳng mà chúng ta đã chọn sẽ dẫn đến đâu ? Nó sẽ dẫn tới tuyến tiền tiêu của Vật lí học. Tinh thần của Vật lí học là ở tuyến tiền tiêu đó. Sự bất định và sôi động nhất chính là ở đó. Càng gần tới tuyến tiền tiêu, chúng ta càng thấy con đường trở nên tối tăm hơn. Lúc này sẽ có nhiều mảnh đất và ổ gà, nhiều cây cối và gai góc. Cũng ở đây, hiện đang có nhiều người hăm hở khai phá về phía trước, nhưng sự tiến bộ thực sự lại do những con người biết lùi lại, biết rời con đường bằng phẳng và bắt đầu một cách tiếp cận hoàn toàn mới mẻ. Chẳng hạn, Albert Einstein khi phát triển thuyết tương đối đã quay trở lại những quan điểm cơ bản nhất về không gian và thời gian. Ông đã chỉ ra rằng vượt ra ngoài một điểm nào đó, con đường bằng phẳng sẽ dẫn tới sai lầm.

Khi bạn đọc cuốn sách này, hay bất kì cuốn sách giáo khoa nào khác, bạn nên có ý thức hoài nghi. Tuy nhiên, không nên để óc hoài nghi gây cản trở cho việc học tập kiến thức của bạn. Nếu bạn muốn mở một con đường mới, thì chắc chắn bạn vẫn sẽ phải xuất phát từ đâu đó trên con đường bằng phẳng.



CÂU HỎI

- 1** Hãy xác định thứ nguyên của thể tích một hình lập phương, thể tích một hình cầu. Tìm thứ nguyên của tỉ số giữa thể tích một hình cầu và thể tích một hình lập phương có cạnh bằng đường kính của hình cầu.
- 2** Sự khác nhau giữa thứ nguyên và đơn vị là gì ?
- 3** Nếu ta nhân một vài số có độ chính xác khác nhau thì số nào xác định độ chính xác của kết quả ?
- 4** Tốc độ ánh sáng xấp xỉ $3 \cdot 10^8$ m/s. Nếu ta định nghĩa một đơn vị thời gian mới là một chớp mắt bằng $30\mu s$ thì tốc độ ánh sáng theo đơn vị mét/chớp mắt là bao nhiêu ? Ánh sáng đi được bao xa trong một chớp mắt ?
- 5** Hãy thảo luận sự khác nhau về ý nghĩa của ba đại lượng $10m$; $10,0m$; $10,00m$.
- 6** Số nào sau đây có ba con số có nghĩa $0,003m$; $0,32cm$; $0,320cm$; $3,2mm$; $3,213mm$?
- 7** Một sinh viên dùng một thước đo có sai số $\pm 1mm$ để đo chiều dài và chiều rộng của một hình chữ nhật có các giá trị $37mm$ và $46mm$. Vì sao cô ta báo cáo kết quả diện tích của hình chữ nhật là $1700mm^2$ chứ không phải $1702mm^2$?

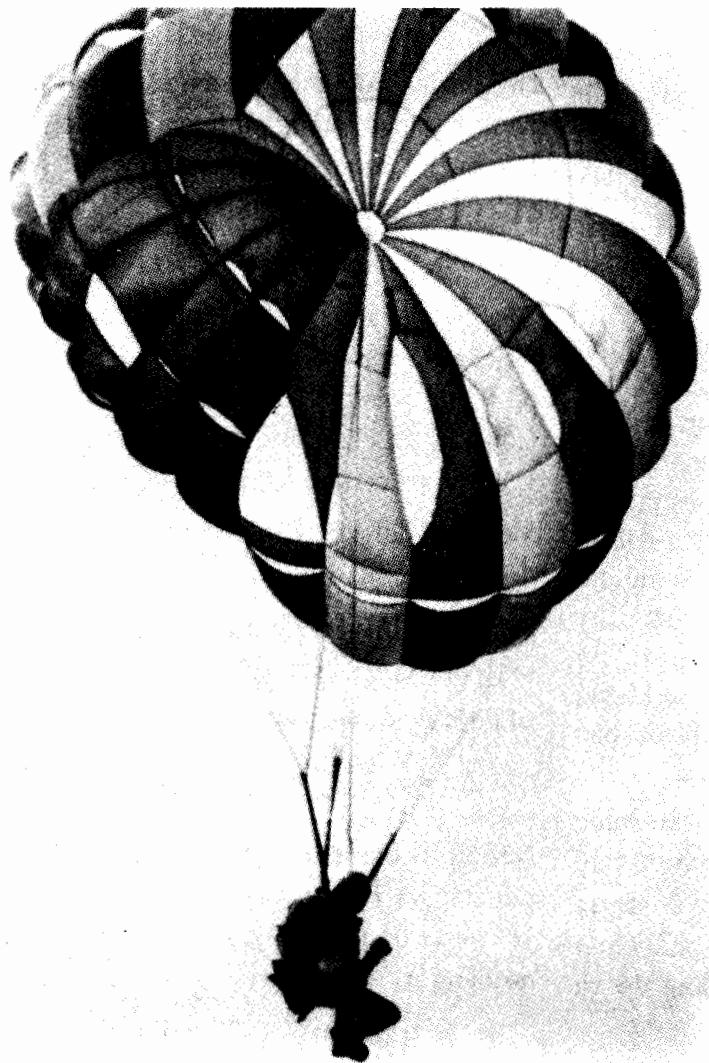


BÀI TẬP

- 1** Xét phương trình : $v^2 = v_0^2 + 2b(x - x_0)$, trong đó b là một đại lượng có thứ nguyên chưa biết. Hãy xác định thứ nguyên của b . Bạn biết đại lượng vật lí nào có thứ nguyên này ?
- 2** Xét biểu thức $K = \frac{1}{2}mv^2$. Thứ nguyên của K là gì ?
- 3** Tìm tích của $21,6m$ và $5,3m$.
- 4** Trái Đất có bán kính là $6,4 \cdot 10^6$ m. Mật độ của đất đá trên bề mặt Trái Đất khoảng ba lần mật độ của nước. Hãy ước lượng khối lượng của Trái Đất.
- 5** Tìm thể tích của một khối gỗ hình chữ nhật, chiều cao $6,5cm$; chiều rộng $31,4cm$; chiều dài $115cm$.
- 6** Diện tích nước Việt Nam khoảng $335000km^2$, dân số xấp xỉ 80 triệu người. Mật độ dân số bằng bao nhiêu ?
- 7** Mặt Trời cách Trái Đất $1,5 \cdot 10^{11}$ m và Mặt Trăng cách Trái Đất $3,84 \cdot 10^8$ m. Khoảng cách giữa Mặt Trời và Trái Đất bằng bao nhiêu lần khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trăng ?

- 8 Tốc độ ánh sáng trong chân không là $3 \cdot 10^8$ m/s. Cần mất bao lâu để ánh sáng đi từ Mặt Trời đến Trái Đất ?
- 9 Một lít là thể tích của 10^3 cm³. Có bao nhiêu cm³ trong 2,5ml ?
- 10 Các hạt "nhạy quang" của một số loại phim có kích thước cỡ $0,8\mu\text{m}$. Giả sử các hạt này có tiết diện vuông và chúng nằm sát nhau trên mặt phẳng của phim. Cần có bao nhiêu hạt để phủ kín hoàn toàn 1cm² trên phim ?
- 11 Góc nhìn Mặt Trăng từ Trái Đất là $9,06 \cdot 10^{-3}$ rad, khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trăng là $3,84 \cdot 10^8$ m. Đường kính Mặt Trăng là bao nhiêu ?
- 12 Tìm diện tích của một tấm gỗ : (a) có dạng chữ nhật một cạnh 1,2m và một cạnh 1,37m ; (b) có dạng nửa hình tròn đường kính 1,37m. (c) Tìm tổng diện tích của hai tấm gỗ trên.

CHUYỂN ĐỘNG MỘT CHIỀU



- 2-1. Vectơ vị trí và độ dịch chuyển
- 2-2. Vận tốc và tốc độ
- 2-3. Chuyển động đều
- 2-4. Gia tốc
- 2-5. Chuyển động biến đổi đều
- 2-6. Rơi tự do

Bài đọc thêm : Vectơ và J. Willard Gibbs

Khi trời lặng gió, chuyển động rơi xuống của người nhảy dù có thể xem như chuyển động một chiều.

Cơ học là một môn học nghiên cứu về chuyển động. Giả sử bạn quan tâm tới chuyển động của một vệ tinh quay quanh Trái Đất. Bạn đã biết vị trí, tốc độ và hướng chuyển động hiện thời của nó và muốn tiên đoán quỹ đạo và thời gian đạt tới một điểm nào đó trên quỹ đạo ấy. Cơ học sẽ giúp bạn trả lời các câu hỏi đại loại như vậy.

Cơ học được chia làm hai phần : động học và động lực học. **Động học** là phần nghiên cứu chuyển động nhưng không chú ý tới nguyên nhân của chuyển động đó. Trong động học, chúng ta sẽ định nghĩa một số đại lượng thường được sử dụng trong cơ học như vận tốc và gia tốc. Sau đó ta sẽ dùng các định nghĩa này để tìm mối liên hệ giữa các đại lượng đó. **Động lực học** – phần bao hàm các định luật về chuyển động – cho phép chúng ta tiên đoán chuyển động của một vật xuất phát từ thông tin về vật đó và môi trường xung quanh nó. Ngoài các đại lượng động học (như vị trí, vận tốc và gia tốc), động lực học còn đưa vào các khái niệm như lực và khối lượng.

2-1. VECTƠ VỊ TRÍ VÀ ĐỘ DỊCH CHUYỂN

Trong các chương mở đầu này, việc xét chuyển động của một vật sẽ được đơn giản hoá bằng cách xem vật đó như một **hạt** hay còn gọi là **chất điểm**.

Hạt là một thực thể lí tưởng hoá không có kích thước và cấu trúc bên trong.

Việc xem một vật quẳng tính như một hạt là một phép gần đúng chỉ dùng được nếu kích thước của vật không liên quan đến bài toán đang xét. Ví dụ, chẳng hạn ta tung một đồng xu lên không trung. Nếu bạn muốn xác định độ cao cực đại mà đồng xu đạt tới hoặc thời gian mà nó ở trên không trung, thì bạn có thể xem đồng xu như một hạt. Tuy nhiên, nếu bạn lại muốn biết đồng xu rơi xuống đất là sấp hay ngửa, thì bạn lại không thể xem nó như một hạt được. Khi đó bạn cần phải tính tới sự quay của đồng xu.

Để mô tả chuyển động của một vật, bước đầu tiên ta phải xác lập một hệ toạ độ hay một **hệ quy chiếu**. Đối với chuyển động thẳng, điều này đòi hỏi trước hết phải chọn gốc tại một điểm trên đường thẳng đó và sau đó chọn một chiều dương.

Các phép đo được làm sau đó là đối với hệ quy chiếu này. Ta hãy xét một xe ôtô chuyển động trên một con đường thẳng theo hướng đông tây. Một điểm có vị trí thuận tiện nào đó đều có thể dùng làm điểm gốc, chẳng hạn như một điểm ở kè ngay một

cây lớn nào đó ở bên đường. Giả sử trục x nằm dọc theo đường và ta chọn hướng đông làm hướng dương với vectơ đơn vị là \mathbf{i} . **Vectơ vị trí \mathbf{r}** của xe được cho bởi :

$$\mathbf{r} = xi \quad (2-1)$$

Toạ độ x của xe là thành phần của vectơ vị trí của nó khi xe ở cách gốc về phía đông 55m, thì vectơ vị trí của nó $\mathbf{r} = (55m)\mathbf{i}$. Còn khi xe cách gốc 25m về phía tây, thì vectơ vị trí của nó bằng $\mathbf{r} = -(25m)\mathbf{i}$.

Vectơ vị trí xác định vị trí của một vật đối với hệ quy chiếu.

Độ dịch chuyển $\Delta\mathbf{r}$ xuất hiện cùng với sự thay đổi vị trí. Nó bằng hiệu giữa vectơ vị trí cuối \mathbf{r}_2 và vectơ vị trí đầu \mathbf{r}_1

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = (x_2 - x_1)\mathbf{i} = \Delta xi \quad (2-2)$$

Nếu vị trí ban đầu của xe cách gốc 25m về phía tây và vị trí cuối của nó cách gốc 55m về phía đông, thì độ dịch chuyển của nó bằng :

$$\Delta\mathbf{r} = [(55m) - (-25m)]\mathbf{i} = (80m)\mathbf{i}$$

Việc sử dụng vectơ đơn vị \mathbf{i} là hơi thừa trong động học một chiều. Bởi vì vật luôn chuyển động dọc theo một đường thẳng – trục x – dấu của x đủ cho chúng ta biết vật đang ở phía nào đối với gốc. Điều này có

nghĩa là chúng ta có thể mô tả chuyển động một chiều bằng cách dùng x hơn là dùng \mathbf{r} , và dùng Δx hơn là dùng $\Delta \mathbf{r}$. Tuy nhiên, sự đơn giản này không thể mở rộng cho trường hợp hai chiều và ba chiều. Vì

vậy, mặc dù là không cần thiết trong động học một chiều, trong chương này ta vẫn dùng kí hiệu vectơ đó để chuẩn bị cho việc xem xét các chuyển động hai chiều và ba chiều ở các chương sau.

VÍ DỤ 2-1

Xe trượt tuyết trượt lên rồi trượt xuống dốc

Giả sử có một xe trượt tuyết trượt lên một dốc thẳng. Khi trượt lên xe sẽ chuyển động chậm dần, rồi dừng lại tức thời, sau đó trượt xuống. Phân tích chuyển động của xe cho thấy toạ độ của nó phụ thuộc thời gian t như sau :

$$x(t) = 18m + (12m/s)t - (1,2m/s^2)t^2$$

trong đó, x được đo dọc theo đường dốc với hướng dương theo chiều di lên dốc. (a) Hãy dựng đồ thị của toạ độ xe theo thời gian từ $t = 0,0s$ đến $t = 8,0s$ với các khoảng thời gian $1,0s$. (b) Xác định độ dịch chuyển của xe trong khoảng thời gian từ $t_1 = 1s$ đến $t_2 = 7s$. (c) Quãng đường mà vật đi được là tổng chiều dài đường đi của nó. Hãy xác định quãng đường mà xe đã đi được trong khoảng thời gian từ $t_1 = 1s$ đến $t_2 = 7s$.

Giải. (a) Toạ độ của xe ở thời điểm nào đó được tìm bằng cách thay giá trị thời gian vào biểu thức của $x(t)$. Chẳng hạn, tại thời điểm $t = 2,0s$ thì

$$x = 18m + (12m/s)(2,0s) - (1,2m/s^2)(2,0s)^2 = 37m.$$

Toạ độ ở những thời điểm khác tìm được bằng cách tương tự và được cho trong bảng 2-1. Hình 2-1 là đồ thị của x theo t .

(b) Dùng các số liệu từ bảng (2-1) ta tìm được độ dịch chuyển giữa $t_1 = 1s$ và $t_2 = 7s$:

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = (x_2 - x_1)\mathbf{i} = (43m - 29m)\mathbf{i} = (14m)\mathbf{i}.$$

(c) Từ đồ thị ta có thể xác định được vị trí tại đó xe đổi hướng chuyển động. Toạ độ của xe tăng cho tới khi $x = 48m$, rồi sau đó bắt đầu giảm. Bắt đầu từ thời điểm $t = 1,0s$; xe đã đi theo hướng $+x$ được một quãng đường bằng $48m - 29m = 19m$. Kết thúc ở $t = 7,0s$; nó đã đi được theo hướng $-x$ một quãng đường bằng $48m - 43m = 5m$. Tổng quãng đường xe đã đi được từ $t = 1,0s$ đến $t = 7,0s$ là $19m + 5m = 24m$. Cần lưu ý sự phân biệt giữa độ dịch chuyển và quãng đường đi được. Độ dịch chuyển là một vectơ, nhưng quãng đường đi lại là một vô hướng. Độ lớn $|\Delta r|$ của độ dịch chuyển bằng quãng đường vật đi được nếu hướng chuyển động của vật không thay đổi.

Bảng 2-1

$t(s)$	$x(m)$
0,0	18
1,0	29
2,0	37
3,0	43
4,0	47
5,0	48
6,0	47
7,0	43
8,0	37

Nếu hướng chuyển động của vật thay đổi thì $|\Delta r|$ sẽ không bằng quãng đường đi được.

Bài tự kiểm tra 2-1

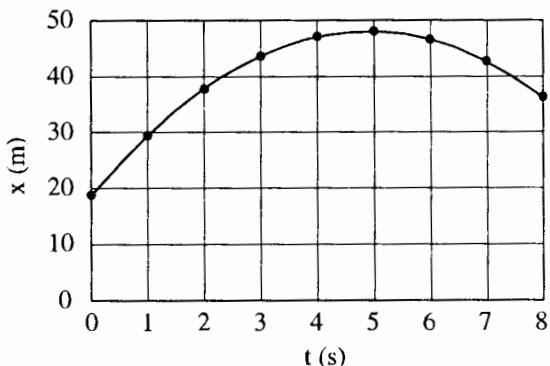
Giả sử tọa độ của vật được cho bởi biểu thức :

$$x(t) = 9,2m - (0,35m/s^3)t^3$$

- (a) Tìm giá trị của x tại $t = 1,4s$.
 (b) Viết vectơ vị trí r của vật tại $t = 1,4s$.

Đáp số : (a) $x(1,4s) = 8,2m$;

(b) $r(1,4s) = (8,2m)\hat{i}$.



Hình 2-1. Ví dụ 2-1 : Đồ thị biểu diễn tọa độ x của xe trượt theo thời gian t . Ban đầu xe trượt lên dốc, dừng lại tức thời ở $t = 5s$ rồi trượt xuống.

2-2. VẬN TỐC VÀ TỐC ĐỘ

Vận tốc v của một vật cho biết vật chuyển động nhanh như thế nào và hướng chuyển động của nó ở một thời điểm nào đó. Cách tốt nhất để hiểu ý nghĩa của vận tốc là trước hết hãy định nghĩa **vận tốc trung bình**, rồi sau đó dùng nó để định nghĩa vận tốc.

Vận tốc trung bình

Vận tốc trung bình \bar{v} của một vật trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 là :

$$\bar{v} = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (2-3)$$

trong đó \mathbf{r}_2 và \mathbf{r}_1 là các vectơ xác định vị trí của vật ở các thời điểm t_2 và t_1 tương ứng. Kí hiệu với gạch ngang trên đầu, chẳng hạn như \bar{v} , là cách thường dùng để biểu diễn trung bình của một đại lượng. Trong trường hợp một chiều, vận tốc trung bình chỉ có một thành phần

$$\bar{v} = \frac{(x_2 - x_1)\hat{i}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \hat{i} = \bar{v}$$

Với

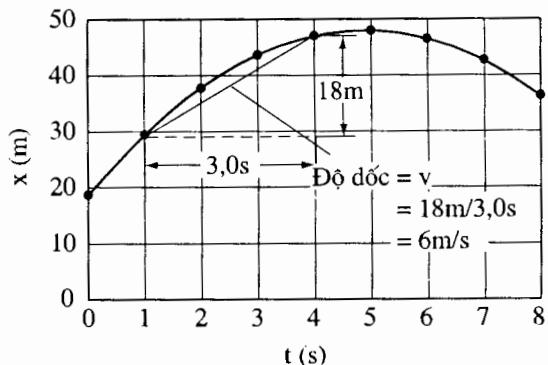
$$\bar{v} = \frac{(x_2 - x_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

là thành phần của vận tốc trung bình.

Để làm ví dụ, bây giờ ta sẽ tính \bar{v} trong hai khoảng thời gian đối với xe trượt tuyết trong ví dụ 2-1. Dùng các giá trị cho trong bảng 2-1, ta thấy rằng \bar{v} trong khoảng thời gian từ $t = 1,0s$ đến $t = 4,0s$ bằng :

$$\bar{v} = \frac{47m - 29m}{4,0s - 1,0s} = \frac{18m}{3,0s} = 6,0m/s.$$

Trên đồ thị biểu diễn x theo t , thành phần vận tốc trung bình đúng bằng độ dốc của đường thẳng nối hai điểm trên đồ thị. Hình 2-2 cho thấy đường thẳng nối hai điểm trong khoảng thời gian từ $t_1 = 1,0s$ đến $t_2 = 4,0s$; độ dốc của đường thẳng đó là $\bar{v} = 6,0m/s$.



Hình 2-2. Đồ thị biểu diễn x theo t

Vận tốc

Bây giờ chúng ta sẽ dùng vận tốc trung bình để định nghĩa khái niệm vận tốc. Vận tốc trung bình đặc trưng cho chuyển động của vật **trong một khoảng thời gian nào đó**, trong khi vận tốc đặc trưng cho chuyển động ở **một thời điểm nào đó**. Để nhấn mạnh rằng vận tốc gắn liền với một thời điểm, đôi khi nó còn được gọi là **vận tốc tức thời**.

Ta lại xét chiếc xe trượt ở ví dụ 2-1. Trong đồ thị của x theo t , hãy hình dung ta dựng nhiều điểm tới mức các điểm đường như tạo nên một đường cong trơn liên tục, như được cho trên hình 2-3. Nhìn lên hình vẽ, bạn có thể thấy rằng khi t_2 tiến gần tới t_1 , độ dốc của mỗi đường thẳng tiếp theo tiến dần tới độ dốc của tiếp tuyến với đường cong tại t_1 . Thành phần của vận tốc được định nghĩa là giá trị giới hạn của \bar{v} khi khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$ tiến dần đến 0. Điều này có nghĩa là v bằng độ dốc của tiếp tuyến với đường cong biểu diễn x theo t hay

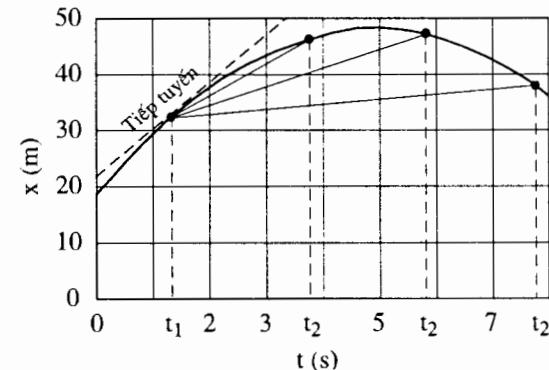
$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Khi Δt tiến tới 0, Δx cũng tiến tới 0. Trong giới hạn khi cả hai đều tiến tới 0, tỉ số của chúng tiến tới v .

Độ dốc của tiếp tuyến với một đường cong tại một điểm cũng thường được xem là **độ dốc của đường cong** tại điểm đó. Độ dốc này được cho bởi đạo hàm của x đối với t :

$$\text{Độ dốc của đường cong} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Vậy v được định nghĩa là đạo hàm của x đối với t : $v = \frac{dx}{dt}$



Hình 2-3. Khi t_2 tiến tới gần t_1 trên đồ thị của x theo t , độ dốc của mỗi đường thẳng nối các điểm tại t_1 và t_2 sẽ tiến dần tới độ dốc của tiếp tuyến với đường cong đó tại t_1 .

Định nghĩa của thành phần vận tốc dẫn tới định nghĩa tổng quát của vận tốc v . Vận tốc là giá trị giới hạn của vận tốc trung bình khi khoảng thời gian tiến tới 0.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v}$$

$$\text{Vì } \bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

$$\text{nên } v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt} \quad (2-4)$$

Vậy **vận tốc của một vật là tốc độ biến thiên của vectơ vị trí**. **Vận tốc** cho biết **vật chuyển động nhanh như thế nào và hướng của chuyển động ở một thời điểm nào đó**.

Vận tốc là một đại lượng vectơ vì nó được định nghĩa là độ dịch chuyển (một vectơ) chia cho khoảng thời gian (một vô hướng). Trong hệ SI đơn vị của vận tốc là mét /giây (m/s).

Tốc độ

Tốc độ của một vật là độ lớn vận tốc của nó:

$$\text{Tốc độ} = |v| = \left| \frac{dr}{dt} \right| \quad (2-5)$$

Trong trường hợp một chiều, tốc độ = $|v|$
 $= |v| = \left| \frac{dr}{dt} \right|$

Vì tốc độ là độ lớn của một vectơ, nên nó là một đại lượng vô hướng không âm.

Chúng ta thường chọn hướng $+i$ sao cho thành phần vận tốc v là dương. Trong những trường hợp như vậy, tốc độ $|v|$ và thành phần tốc độ v là như nhau. Một số tốc độ tiêu biểu được liệt kê trong bảng 2-2.

Bảng 2-2. Một số tốc độ tiêu biểu tính ra m/s (gần đúng)

Bác Mĩ (đối với châu Âu, sự trôi của lục địa)	10^{-9}
Sông băng (đối với mặt đất)	10^{-6}
Người đi bộ (đối với đường)	1
Máy bay phản lực cất cánh (đối với đường băng)	80
Mặt đất ở xích đạo (đối với tâm Trái Đất)	$4,6 \cdot 10^2$
Tâm Trái Đất (đối với Mặt Trời)	$3,0 \cdot 10^3$
Hệ Mặt Trời (đối với tâm Thiên Hà của chúng ta)	$2,5 \cdot 10^5$
Thiên hà chuyển động nhanh nhất được biết (đối với Trái Đất)	$2,4 \cdot 10^8$
Ánh sáng	$3,0 \cdot 10^8$

VÍ DỤ 2-2

Lại nói về chiếc xe trượt. (a) Đối với chiếc xe trượt trong ví dụ 2-1, hãy xác định biểu thức cho thành phần vận tốc $v(t)$ như một hàm của thời gian. (b) Dụng đồ thị của thành phần vận tốc đó theo thời gian từ $t = 0,0s$ đến $t = 8,0s$ với các khoảng thời gian là $1,0s$. (c) Dùng số liệu cho trong bảng 2-1, hãy chỉ vị trí của xe dọc theo đường thẳng quỹ đạo của nó ở các thời điểm $t = 0,0 ; 2,0 ; 5,0$ và $8,0s$. Dùng mũi tên để biểu diễn vận tốc ở mỗi thời điểm đó.

Bảng 2-3

Giải. (a) Từ ví dụ 2-1, ta đã có :

$$x(t) = 18m + (12m/s)t - (1,2m/s^2)t^2$$

Lấy đạo hàm của x theo t , ta có : $v(t) = 12m/s - (2,4m/s^2)t$

(b) Giá trị của v , chẳng hạn tại thời điểm $t = 2,0s$ bằng :

$$v = 12m/s - (2,4m/s^2)(2,0s) = 7,2m/s.$$

Thành phần vận tốc ở những thời điểm khác được tính tương tự và kết quả được cho trong bảng 2-3. Các số liệu này được biểu diễn trên hình 2-4a. Chú ý rằng $v = 0$ tại thời điểm

t(s)	v(m/s)
0,0	12
1,0	10
2,0	7
3,0	5
4,0	2
5,0	0
6,0	-2
7,0	-5
8,0	-7

$t = 5,0\text{s}$. Tại thời điểm đó, xe dừng lại tức thời rồi trượt ngược trở lại.

(c) Vị trí và vận tốc của xe tại bốn thời điểm được cho trên hình 2-4b. Chiều dài của mỗi mũi tên tương ứng với tốc độ của xe ở thời điểm đó. Ta thử so sánh chuyển động ở $t = 2,0\text{s}$ và $t = 8,0\text{s}$ trên hình 2-4b. Vị trí và tốc độ của xe ở các thời điểm đó là hoàn toàn như nhau, nhưng vận tốc thì khác vì hướng của chuyển động là khác nhau. Điều này cho thấy rõ sự khác biệt giữa vận tốc (vectơ) và tốc độ (vô hướng).

Bài tự kiểm tra 2-2

Giả sử toạ độ của một vật được cho bởi biểu thức :

$$x(t) = 2,5\text{m} + (8,9\text{m/s})t - (1,5\text{m/s}^3)t^3$$

(a) Tìm biểu thức của $v(t)$.

(b) Xác định giá trị của v tại $t = 2,0\text{s}$.

(c) Tính tốc độ của vật tại $t = 2,0\text{s}$.

(d) Viết vận tốc v của vật tại $t = 2\text{s}$.

Chú ý, đáp số được viết dưới dạng vectơ.

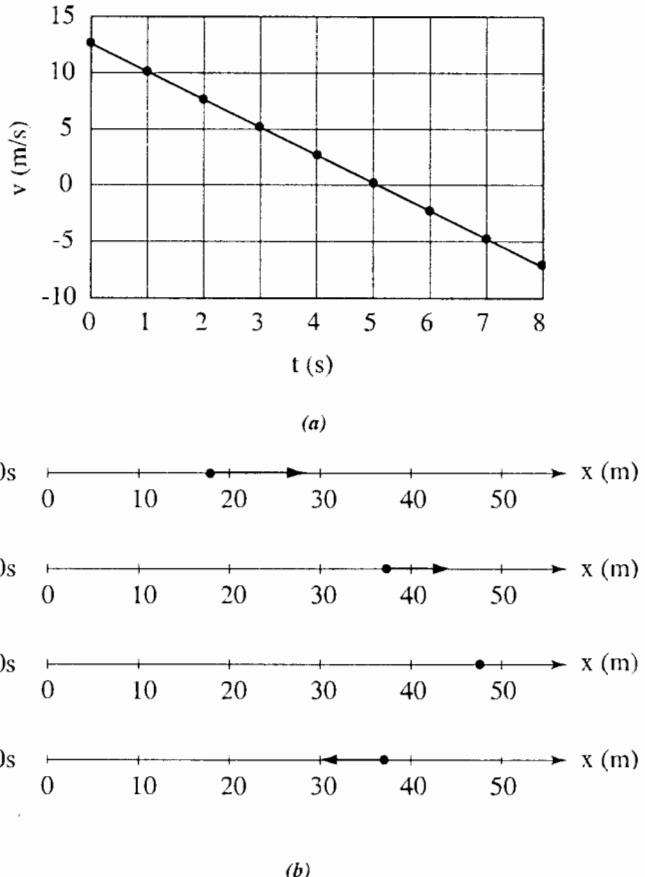
Đáp số : (a) $v(t) = 8,9\text{m/s} - (4,5\text{m/s}^2)t^2$; (b) $v(2,0\text{s}) = -9,1\text{m/s}$;
 (c) $|v(2,0\text{s})| = 9,1\text{m/s}$; (d) $v(2,0\text{s}) = (-9,1\text{m/s})\mathbf{i}$

VÍ DỤ 2-3

Vận tốc và tốc độ trung bình. Một chim bồ câu bay từ Khải hoàn môn dọc theo một đường thẳng Đông-Tây.

1. Tìm vận tốc trung bình khi :

- (a) Chim bay 50km từ cổng về phía Đông trong 1 giờ.
- (b) Chim bay 50km từ cổng về phía Tây trong 1 giờ.



Hình 2-4. Ví dụ 2-2. (a) Đồ thị của thành phần vận tốc v theo thời gian t . (b) Vị trí và vận tốc ở bốn thời điểm khác nhau. Xe trượt đứng yên tức thời ở thời điểm $t = 5,0\text{s}$.

(c) Chim bắt đầu bay từ vị trí cách cổng 10km về phía Đông đến vị trí cách cổng 20km sau đó quay ngược lại đến vị trí cách cổng 30km về phía Tây cũng trong 1 giờ.

2. Tìm tốc độ bay trung bình trong mỗi trường hợp trên.

Giải.

1. Chọn cổng làm gốc toạ độ, hướng về phía Đông là dương, hướng về phía Tây là âm. Trong mỗi trường hợp trên ta đều sử dụng công thức :

$$\bar{v} = \frac{\text{vị trí cuối} - \text{vị trí đầu}}{\text{thời điểm cuối} - \text{thời điểm đầu}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}.$$

Đối với mỗi trường hợp ta có :

$$(a) \bar{v} = \frac{50\text{km}}{1\text{h}} = 50 \text{ km/h.}$$

$$(b) \bar{v} = \frac{-50\text{km}}{1\text{h}} = -50 \text{ km/h.}$$

$$(c) \bar{v} = \frac{-30\text{km} - 10\text{km}}{1\text{h}} = -40 \text{ km/h.}$$

2. Tốc độ trung bình không giống như vận tốc trung bình, nó được định nghĩa :

$$\bar{u} = \frac{\text{quãng đường đã đi}}{\text{khoảng thời gian đã đi}}.$$

Đối với mỗi trường hợp ta có :

$$(a) \bar{u} = \frac{50\text{km}}{1\text{h}} = 50 \text{ km/h.}$$

$$(b) \bar{u} = \frac{50\text{km}}{1\text{h}} = 50 \text{ km/h.}$$

$$(c) \bar{u} = \frac{10\text{km} + 50\text{km}}{1\text{h}} = 60 \text{ km/h.}$$

Tốc độ trung bình luôn là số dương, trong tình huống c) độ lớn của độ dịch chuyển và quãng đường đã đi là không giống nhau, do đó giá trị số học của tốc độ trung bình không giống như vận tốc trung bình.

Bài tự kiểm tra 2-3

(a) Tìm hệ số chuyển đổi đơn vị tốc độ từ kilômét/giờ (km/h) sang mét/giây (m/s). (b) Đổi tốc độ 29km/h ra m/s.

Đáp số : (a) $0,278\text{m/s (km)}^{-1}\text{s}^{-1}$; (b) 8,1m/s.

2-3. CHUYỂN ĐỘNG ĐỀU

Chuyển động đều là chuyển động có vận tốc không đổi. Ví dụ, chuyển động dọc theo con đường thẳng của một ôtô với vận

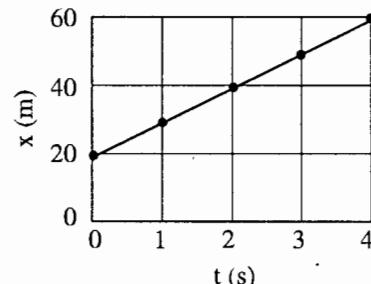
tốc đều. Trong trường hợp đó, toạ độ x như một hàm của thời gian được cho bởi :

$$x(t) = x_0 + vt$$

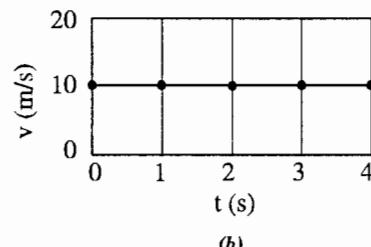
Kí hiệu x_0 biểu diễn giá trị của x tại $t = 0$ và được gọi là tọa độ ban đầu hay vị trí ban đầu. Giả sử chiếc xe nói trên chuyển động dọc theo một đường phố thẳng với vận tốc không đổi bằng 10m/s và ở thời điểm ta chọn là $t = 0$ nó đã vượt qua một ngã tư được 20m . Nếu ta chọn trục x nằm dọc theo đường phố với \mathbf{i} hướng theo hướng chuyển động, và gốc ở ngã tư, thì biểu thức đổi với tọa độ là :

$$x = 20\text{m} + (10\text{m/s})t$$

Hình 2-5 cho đồ thị của x theo t và v theo t trong khoảng thời gian từ $t = 0,0\text{s}$ đến $4,0\text{s}$. Đồ thị của x theo t là đường thẳng có độ dốc là v và đồ thị của v theo t là đường thẳng có độ dốc bằng 0.



(a)



(b)

Hình 2-5. Đồ thị của (a) x theo t và (b) v theo t đối với ôtô chuyển động với vận tốc không đổi.

2-4. GIA TỐC

Gia tốc của một vật đặc trưng cho sự biến thiên cả về độ lớn lẫn hướng của vận tốc. Nói cách khác, gia tốc là tốc độ biến thiên của vận tốc.

Gia tốc trung bình

Tương tự như cách ta dùng vận tốc trung bình để định nghĩa vận tốc, bây giờ ta cũng sẽ dùng gia tốc trung bình để định nghĩa gia tốc. **Gia tốc trung bình** \bar{a} của một vật trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 là :

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (2-6)$$

trong đó v_2 và v_1 là vận tốc tại các thời điểm t_2 và t_1 tương ứng. Trong chuyển động một chiều, gia tốc trung bình chỉ có một thành phần, vì $v_2 - v_1 = v_2\mathbf{i} - v_1\mathbf{i}$, nên

$$\bar{a} = \frac{(v_2 - v_1)\mathbf{i}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}\mathbf{i} = \bar{a}\mathbf{i}$$

Ở đây v_2 và v_1 là thành phần vận tốc ở các thời điểm t_2 và t_1 tương ứng. Đại lượng \bar{a} là thành phần gia tốc trung bình

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Gia tốc

Để định nghĩa gia tốc a , ta tìm giá trị giới hạn của gia tốc trung bình \bar{a} khi khoảng thời gian tiến dần tới 0 :

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\text{Vì } \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Nên gia tốc được định nghĩa như sau :

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (2-7)$$

Gia tốc của một vật là tốc độ biến thiên vận tốc của vật đó.

Đối với chuyển động một chiều dọc theo trục x, $\mathbf{a} = ai$, nên $a = \frac{dv}{dt}$. Cũng vì $v = \frac{dx}{dt}$, ta có :

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Gia tốc là một đại lượng vectơ vì nó bằng độ biến thiên của vận tốc (vectơ) chia cho khoảng thời gian (vô hướng). Thành phần

gia tốc a là thành phần của một vectơ. Đối với chuyển động một chiều dọc theo trục x, hệ thức giữa \mathbf{a} và a là

$$\mathbf{a} = ai$$

Độ lớn của gia tốc là một vô hướng và không bao giờ âm. Trong trường hợp một chiều :

$$\text{Độ lớn gia tốc} = |\mathbf{a}| = |ai| = |a|$$

Trong hệ SI, đơn vị của gia tốc là mét/(giây)² (m/s²).

Một số giá trị gia tốc tiêu biểu được cho trong bảng 2-4.

Bảng 2-4. Một số độ lớn gia tốc tiêu tính ra mét/(giây)²(gần đúng)

Hệ Mặt Trời (đối với tâm Thiên Hà của chúng ta)	$2 \cdot 10^{-10}$
Tâm Trái Đất (đối với Mặt Trời)	$6 \cdot 10^{-2}$
Mặt đất ở xích đạo (đối với tâm Trái Đất)	$3 \cdot 10^{-2}$
Máy bay phản lực trên đường cất cánh (đối với đường băng)	4
Vật rơi ở gần mặt đất (đối với mặt đất)	10
Prôtôn trong máy gia tốc ở phòng thí nghiệm (đối với máy gia tốc)	10^{14}

VÍ DỤ 2-4

Gia tốc biến thiên. Giả sử toạ độ của vật được cho bởi

$$x(t) = (4,0\text{m/s})t + (1,1\text{m/s}^3)t^3$$

Tìm biểu thức của (a) v và (b) a. (c) Dựng đồ thị của v theo t trong khoảng thời gian từ $t = 0,0\text{s}$ đến $t = 4,0\text{s}$. (d) Xác định a ở $t = 1,0\text{s}$ và chứng tỏ rằng tiếp tuyến với đồ thị v theo t có độ dốc đúng bằng giá trị đó của a.

Giải. (a) Vì $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}[(4,0\text{m/s})t + (1,1\text{m/s}^3)t^3] = 4,0\text{m/s} + (3,3\text{m/s}^3)t^2$

$$(b) Vì $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}[4,0\text{m/s} + (3,3\text{m/s}^3)t^2] = (6,6\text{m/s}^3)t$.$$

(c) Để dựng đồ thị, ta dùng biểu thức từ phần (a) tính v ở mỗi một giây từ $t = 0,0\text{s}$ tới $t = 4,0\text{s}$. Giá trị của v ở $t = 2,0\text{s}$ là

$$v(2\text{s}) = 4,0\text{m/s} + (3,3\text{m/s}^3)(2,0\text{s})^2 = 17\text{m/s}.$$

Bảng 2-5

t(s)	v(m/s)
0,0	4,0
1,0	7,3
2,0	17
3,0	34
4,0	57

Các giá trị khác của v được tính tương tự và cho trong bảng 2-5. Đồ thị của v theo t được cho trên hình 2-6.

(d) Dùng biểu thức của a ở phần (b), ta được $a(s) = (6,6\text{m/s}^3)(1,0\text{s}) = 6,6\text{m/s}^2$.

Đường thẳng có độ dốc đúng bằng giá trị trên của a là tiếp tuyến với đường cong v theo t tại $t = 1,0\text{s}$, như được thấy trên hình 2-6.

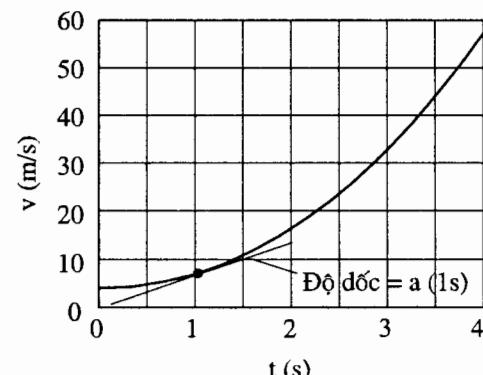
Bài tự kiểm tra 2-4

Biểu thức của toạ độ xe trượt trong ví dụ 2-1 là :

$$x(t) = 18\text{m} + (12\text{m/s})t - (1,2\text{m/s}^2)t^2$$

- (a) Hãy xác định biểu thức gia tốc a của xe trượt. (b) Gia tốc này là không đổi hay biến thiên theo thời gian ? (c) Dựng đồ thị của a theo t từ $t = 0,0\text{s}$ đến $t = 8,0\text{s}$.
 (d) Xác định giá trị của độ lớn gia tốc $|a|$ tại $t = 4,0\text{s}$.

Đáp số : (a) $a = -2,4\text{m/s}$; (b) không đổi; (d) $|a| = 2,4\text{m/s}^2$.



Hình 2-6. Ví dụ 2-4.

2-5. CHUYỂN ĐỘNG BIẾN ĐỔI ĐỀU

Một loại chuyển động quan trọng là chuyển động biến đổi đều, tức là chuyển động có gia tốc không đổi. Chuyển động của chiếc xe trượt mà chúng ta xét trong các ví dụ 2-1 và 2-2 là chuyển động có gia tốc không đổi. Khi một vật chuyển động biến đổi đều, gia tốc bằng gia tốc trung bình. Vậy $a = \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ hay $a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$. Để

tìm biểu thức của $v(t)$, ta cho $t_2 = t$ và $t_1 = 0$, sao cho $v_2 = v(t)$ và $v_1 = v(0) = v_0$. Khi đó, ta có :

$$a = \frac{v(t) - v_0}{t - 0}$$

Giải ra ta được :

$$v(t) = v_0 + at \quad (2-8)$$

Như vậy, vận tốc của vật phụ thuộc tuyến tính vào thời gian t. Ta có thể tìm được biểu thức của $x(t)$ từ định nghĩa của vận tốc và phương trình (2-8). Vì $v(t) = \frac{d}{dt}x(t)$

$$\text{và } v(t) = v_0 + at$$

Ta có :

$$\frac{d}{dt}x(t) = v_0 + at \quad (2-9)$$

Điều này có nghĩa là $x(t)$ là hàm của t sao cho đạo hàm theo thời gian của nó cho $v_0 + at$. Gọi x_0 là vị trí ban đầu (ở $t = 0$) và x là vị trí ở thời điểm t, ta có $x - x_0 = \bar{v}t$. Nếu gọi v_0 là vận tốc ban đầu khi $t = 0$ và \bar{v} là vận tốc ở thời điểm t, thì $\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}$; thay \bar{v} vào, ta có :

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (2-10)$$

Vì x phụ thuộc bậc hai vào t , nên đồ thị của x theo t là đường parabol.

Các phương trình (2-8) và (2-10) mô tả chuyển động theo thời gian t . Có thể đưa ra một phương trình thứ ba bằng cách khử t từ hai phương trình đó. Giải phương trình (2-8)

cho t , ta tìm được $t = \frac{v - v_0}{a}$. Thay kết quả này vào phương trình (2-10), ta được :

$$x = x_0 + v_0 \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

Rút gọn và giải cho v^2 , ta được :

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (2-11)$$

Còn một phương trình nữa đôi khi cũng được dùng để mô tả một vật chuyển động một chiều với gia tốc không đổi là :

VÍ DỤ 2-5

Tính gia tốc của quả bóng tennis. Khi giao bóng, tốc độ của quả bóng tennis có thể tăng từ xấp xỉ 0 tới xấp xỉ 50m/s, trong thời gian vợt tiếp xúc với bóng. Trong thời gian tiếp xúc đó bóng có thể chuyển động được một khoảng cỡ 1m. Hãy dùng thông tin đó để xác định độ lớn gia tốc của bóng trong lúc giao bóng.

Giải. Gia tốc của bóng lúc giao bóng chắc hẳn không phải là không đổi. Để có thể giải được, ta giả thiết gia tốc là không đổi. Bằng cách sử dụng phương trình (2-11) và đặt $v_0 = 0$ và $x - x_0 = d$, ta sẽ tìm được a .

$$\text{Kết quả là : } a = \frac{v^2}{2d} = \frac{(50\text{m/s})^2}{(2\text{m})} = 1.10^3 \text{m/s}^2.$$

Đây chỉ là đánh giá mà thôi, nhưng nó cũng cho ta một ý niệm về độ lớn gia tốc của quả bóng.

Bài tự kiểm tra 2-5

Dùng thông tin cho trong ví dụ trên, hãy xác định khoảng thời gian bóng tiếp xúc với vợt trong lúc giao bóng. Bạn cần phải có giả thiết nào để có câu trả lời ?

Đáp số : 0,02s ; giả thiết gia tốc không đổi.

$$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$

Bảng 2-6. Các phương trình mô tả chuyển động biến đổi đều

$v(t) = v_0 + at$
$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$
$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + vt)$

Bạn có thể tự rút ra công thức này bằng cách dùng phương trình (2-8) để khử a trong phương trình (2-10). Bảng 2-6 tổng kết những phương trình quan trọng của mục này.

2-6. RƠI TỰ DO

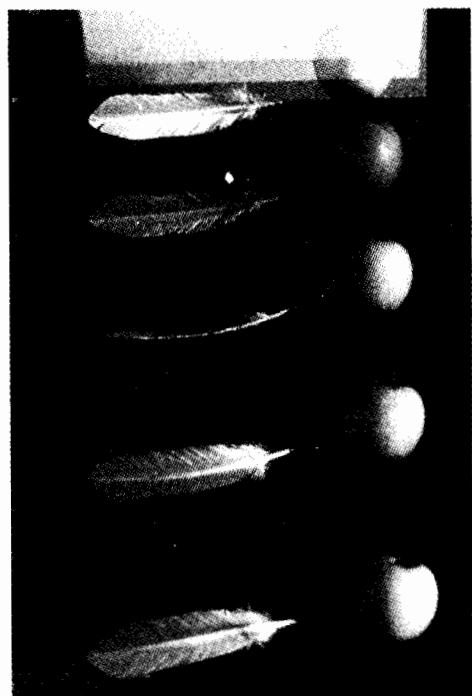
Tất cả chúng ta đều quá quen thuộc với các vật rơi, chẳng hạn như cái chặn giấy bị gạt ra khỏi mép bàn. Thường khi mô tả chuyển động của các vật đó chúng ta bỏ qua sức cản của không khí. Nếu sức cản này có tác dụng không đáng kể lên một vật rơi, thì ta được phép giả thiết rằng gia tốc của vật hoàn toàn do lực hấp dẫn. Trong trường hợp đó, chuyển động được gọi là **rơi tự do**. Xem chuyển động của cái chặn giấy là rơi tự do, đó là một phép gần đúng tốt chừng nào nó không rơi quá xa. Tuy nhiên, đối với các vật như chiếc lông chim hoặc quả cầu lông thì dù có rơi gần, phép gần đúng trên cũng là tồi.

Galileo Galilei (1564 - 1642) đã tiến hành nghiên cứu định lượng sự rơi tự do và đã xác định được rằng gia tốc do lực hấp dẫn gây ra là không đổi. Thực tế, chính Galileo là người đã xác lập tính tiện ích của khái niệm gia tốc như nó được định nghĩa hiện nay. Các phép đo hiện đại xác nhận rằng các vật rơi tự do đều có gia tốc không đổi và hướng xuống dưới ; gia tốc này là như nhau tại mỗi thời điểm trong quá trình rơi. Hơn thế nữa, gia tốc này là **như nhau** đối với các vật **khác nhau** (hình 2-7). Cái kết quả quen thuộc nhưng cũng lạ lùng này sẽ được xem xét một cách chi tiết trong chương 5.

Độ lớn của gia tốc do lực hấp dẫn gây ra (gọi tắt là **gia tốc trọng trường**) được kí hiệu là g . Mặc dù g hơi thay đổi từ nơi này sang nơi khác trên mặt đất, giá trị khá chính xác của nó đủ cho các phép tính của chúng ta là : $g = 9,8\text{m/s}^2$.



Galileo Galilei được xem như cha đẻ của khoa học hiện đại. Tiểu sử vắn tắt của Galileo được giới thiệu ở cuối chương 2.



Hình 2-7. Quả táo và chiếc lông chim cùng rơi trong buồng chân không. Khi tác dụng của lực cản của không khí nhỏ không đáng kể, tất cả các vật đều rơi với cùng một gia tốc.

Khi mô tả chuyển động rơi tự do, ta thường chọn trục y dọc theo hướng chuyển động với vectơ đơn vị \mathbf{j} hướng lên trên. Khi đó, gia tốc của vật rơi tự do là :

$$\mathbf{a} = -g\mathbf{j}$$

Dấu trừ được đặt tường minh vào phép tính trên vì gia tốc hướng xuống dưới và g biểu diễn một số dương. Vì chuyển động rơi tự do có gia tốc không đổi, nên ta có thể dùng các phương trình (2-8) và (2-11) để mô tả chuyển động đó bằng cách đặt $a = -g$ và thay toạ độ x bằng y .

$$v(t) = v_0 - gt \quad (2-12)$$

$$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2-13)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0) \quad (2-14)$$

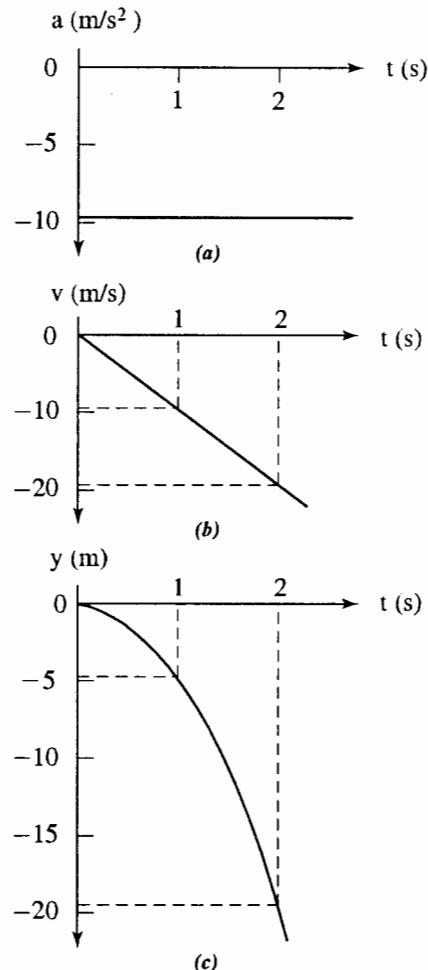
Hình 2-8 cho đồ thị của a , v và y theo t với một vật được thả rơi tự do từ trạng thái đứng yên ở $y = 0$.

Nếu một vật, chẳng hạn như quả bóng chày, được ném lên theo phương thẳng đứng với tốc độ ban đầu v_0 , thì hai đại lượng dễ dàng đo được là thời gian t_m để vật đạt tới độ cao cực đại và độ cao cực đại h_m của quả bóng. Giả sử gốc toạ độ được chọn ở điểm ném và giả sử $t = 0$ tương ứng với thời điểm quả bóng được ném lên, sao cho $y_0 = 0$. Khi quả bóng đạt tới điểm cao nhất, vận tốc của nó bằng 0. Giả sử quả bóng rơi tự do, ta dùng phương trình (2-12) và tìm được $v(t_m) = 0 = v_0 - gt_m$, hay :

$$t_m = \frac{v_0}{g} \quad (2-15)$$

VÍ DỤ 2-6

Sự bay của hòn đá. Một hòn đá được ném lên trên theo phương thẳng đứng sao cho thời gian để nó đạt tới độ cao cực đại là 1,2s. Điểm ném cách mặt đất 1,5m. Giả sử $t = 0$ là thời điểm hòn đá được ném lên và $y = 0$ ứng với mặt đất, hãy xác định biểu thức thành phần vận tốc và toạ độ của hòn đá như là các hàm số của thời gian. Bỏ qua sức cản của không khí.



Hình 2-8. Các đồ thị của (a) a , (b) v và (c) y theo t đối với một vật rơi tự do $v_0 = 0$ và $y_0 = 0$.

Toạ độ tính được ở thời điểm này chính là độ cao cực đại $h_m = y(t_m)$. Thay t_m từ phương trình (2-15) vào phương trình (2-13), ta được :

$$h_m = \frac{v_0^2}{2g} \quad (2-16)$$

Chính phương trình này cũng sẽ nhận được, nếu xuất phát từ phương trình (2-14), khi thay $v = 0$ và $y - y_0 = h_m$, rồi giải ra h_m .

Giải. Để tìm các biểu thức đó, ta cần phải xác định giá trị của y_0 và v_0 rồi thay chúng vào các phương trình (2-12) và (2-13). Giá trị của y_0 đã được cho ($y_0 = 1,5\text{m}$) và v_0 có thể tìm được từ phương trình (2-15).

$$v_0 = t_{mg} = (1,2\text{s})(9,8\text{m/s}^2) = 12\text{m/s.}$$

Như vậy, biểu thức của v và y là :

$$v = 12\text{m/s} - (9,8\text{m/s}^2)t$$

$$y = 1,5\text{m} + (12\text{m/s})t - (4,9\text{m/s}^2)t^2.$$

Bài tự kiểm tra 2-6

- (a) Từ ví dụ trên, hãy xác định tốc độ của hòn đá tại thời điểm nó có toạ độ $y = 6,5\text{m}$.
- (b) Ở thời điểm nào nó có tốc độ đó, khi đang chuyển động đi lên ? (c) Cũng hỏi như phần (b) khi hòn đá đang chuyển động đi xuống ?

Đáp số : (a) $6,3\text{m/s}$; (b) $0,55\text{s}$; (c) $1,8\text{s}$.

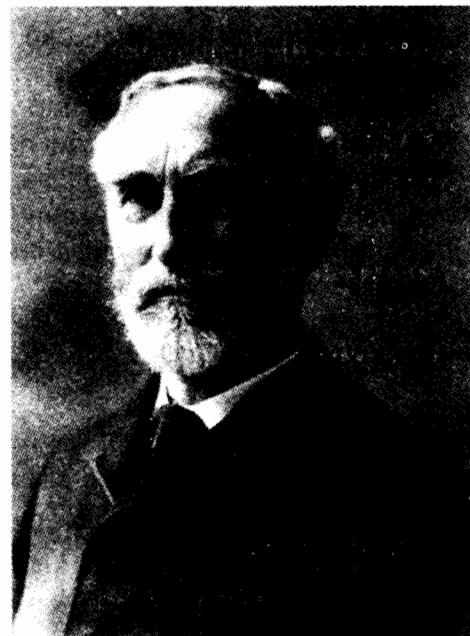
Bài đọc thêm

VECTƠ VÀ J.WILLARD GIBBS

Rất nhiều điều về khái niệm vectơ mà chúng ta dùng hiện nay là do công lao của J.Willard Gibbs (1839 - 1903). Gibbs là người rất giỏi dùng chỉ một kí hiệu để biểu diễn các đối tượng gồm nhiều đại lượng, chẳng hạn như các vectơ. Ví dụ, phương trình vectơ $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}$ là một cách đơn giản và cô đọng để gộp ba phương trình thông thường.

$$A_x + B_x = C_x; A_y + B_y = C_y; A_z + B_z = C_z$$

Willard Gibbs sinh ở New Haven, bang Connecticut và phần lớn thời gian sống ở trường đại học Yale hay gần đó, nơi mà cha ông là giáo sư. Gibbs là sinh viên của trường Yale và đặc biệt xuất sắc ở hai môn toán học và tiếng Latinh. Luận án tốt nghiệp của ông ở đây đã mang lại cho ông học bổng làm tiến sĩ đầu tiên về kỹ thuật ở Hoa Kỳ. Luận án của ông nhan đề “Về một dạng bánh răng trong các hệ truyền động trực thăng”. Sau một số năm



J. Willard Gibbs

chu du và học tập ở châu Âu, Gibbs quay trở về New Haven và vào năm 1871 đã

được bổ nhiệm làm giáo sư vật lí toán ở trường Đại học Yale. Làm việc không có lương ở đây và cho đến tận năm 1875, ông mới nhận được một khoản lương ít ỏi là 2000 đôla một năm.

Gibbs cũng là người rất quan tâm đến các dụng cụ và những phát minh có ý nghĩa thực tiễn ; ông đã có một bằng sáng chế về bộ phanh hơi trên các toa xe lửa. Nhưng những đóng góp của ông cho vật lí chủ yếu là về mặt toán học chứ không phải thực nghiệm. Những bài báo được công bố của ông khá trừu tượng và khó hiểu và do đó ít gây được sự chú ý. Tuy nhiên, công trình của ông đã được nhà vật lí xuất sắc người Scotland, James Clerk Maxwell, (1831 - 1879) phát hiện và đánh giá cao. Đã từng có một bình luận về cái chết của Maxwell nói rằng chỉ có một người duy nhất (tức Maxwell) là hiểu được công trình của Gibbs, nhưng tiếc thay bây giờ ông ấy đã mất rồi.

Công trình chủ yếu của Gibbs là về nhiệt động học và cơ học thống kê. (Cơ học thống kê chính là cơ sở lý thuyết của nhiệt động học). Ông cũng đã mở rộng các lĩnh vực này để áp dụng cho những hỗn hợp của các chất hóa học và ông thường được xem như cha đẻ của môn hoá lí. Một khái niệm quan trọng trong cơ học thống kê là không gian pha - một

không gian tưởng tượng, trong đó các trục bao gồm ba toạ độ không gian và ba thành phần vận tốc đối với một hạt hay một phân tử của hệ như một chất khí chẳng hạn. Do đó, không gian pha đối với một hạt duy nhất có sáu chiều. Không gian pha đối với một hệ gồm N hạt, ví dụ một khối khí có 10^{22} phân tử, sẽ có $6N = 6 \cdot 10^{22}$ chiều. Cũng như chúng ta xét vectơ vị trí định vị một điểm trong không gian ba chiều, Gibbs xét chuyển động của một điểm trong không gian pha $6N$ chiều. Rất nhiều kỹ thuật và khái niệm mà chúng ta dùng cho các vectơ trong không gian ba chiều đã được Gibbs sử dụng cho không gian $6N$ chiều.

Gibbs dùng toán học để mô tả và tìm hiểu các quá trình của tự nhiên. Khi nói về những ứng dụng của đại số vectơ, Gibbs đã nhận xét rằng, vì vị trí trong không gian về cơ bản là một đại lượng vectơ, nên "chính tự nhiên đã dắt tay chúng ta và dẫn dắt chúng ta đi từng bước dễ dàng...". Gibbs kiên trì ý kiến cho rằng toán học được nhà vật lí sử dụng phải luôn hướng tới các kết quả thực nghiệm. Ông cũng đã từng nổi tiếng bởi câu nói sau : "Một nhà toán học có thể nói bất cứ điều gì mà mình thích, còn nhà vật lí thì ít nhất phải có đầu óc phần nào thực tiễn".

?

CÂU HỎI

- 1** Giả sử ta ném một đồng xu lên theo phương thẳng đứng. Nếu ta chỉ quan tâm đến độ cao cực đại mà nó có thể đạt tới thì có thể xem nó như một hạt không ? Nếu ta quan tâm tới nó rơi xuống đất là sấp hay ngửa thì có thể xem nó như một hạt không ?
- 2** Một người đi bộ từ $x = 0$ đến $x = 50\text{m}$ trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 10\text{s}$. Giữa $t = 10\text{s}$ và $t = 15\text{s}$, người này đi từ $x = 50\text{m}$ đến $x = 25\text{m}$. Hỏi quãng đường mà người đó đi được có bằng độ lớn độ dịch chuyển của anh ta trong khoảng thời gian (a) giữa $t = 0$ và $t = 10\text{s}$ không, (b) giữa $t = 0$ và $t = 15\text{s}$ không ? Giải thích.

- 3** Khi mô tả một chiếc xe chạy về phía Tây, ta chọn chiều dương trục x hướng về phía Đông. Hãy xét các mệnh đề sau :
- A. Vận tốc của xe là -32m/s .
 - B. Vận tốc của xe là $(-32\text{m})\mathbf{i}$.
 - C. Vận tốc của xe là $(-32\text{m/s})\mathbf{i}$.
 - D. Tốc độ của xe là -32m/s .
 - E. Tốc độ của xe là 32m/s .
 - F. Thành phần vận tốc của xe là -32m/s .
- Trong các mệnh đề trên, mệnh đề nào là sai ? Giải thích.
- 4** Linh Nga nói rằng tốc độ trung bình của một vật là độ lớn vận tốc trung bình của nó. Mạnh Tuấn nói rằng tốc độ trung bình của một vật bằng quãng đường mà vật đi được trong một khoảng thời gian chia cho khoảng thời gian đó. Tốc độ trung bình hiểu theo Linh Nga và Mạnh Tuấn có luôn cho cùng giá trị không ? Nếu ví dụ về trường hợp có cùng giá trị và trường hợp không cùng giá trị. Về phần mình bạn ưng định nghĩa nào hơn ? Cho biết lí do.
- 5** Tốc độ một vật có thể âm không ? Nếu có, thì cho ví dụ. Nếu không, thì giải thích tại sao.
- 6** Chúng ta định nghĩa tốc độ là độ lớn của vận tốc. Đồng hồ đo tốc độ của xe ôtô có phù hợp với định nghĩa đó không ? Giải thích.
- 7** Đồng hồ chỉ số kilômét trên xe ôtô đo quãng đường hay đo độ dịch chuyển ? Giải thích.
- 8** Một xe ôtô chạy dọc một đường phố nằm theo hướng Đông Tây. Giả sử vectơ đơn vị \mathbf{i} hướng về phía Đông. Xác định dấu của v khi xe đi về (a) phía Đông, (b) về phía Tây ? Xác định dấu của a nếu xe đi về (c) phía Đông và chậm dần ; (d) phía Đông và nhanh dần ; (e) phía Tây và chậm dần ; (f) phía Tây và nhanh dần ?
- 9** Một cô gái ném một quả bóng lên cao theo phương thẳng đứng với tốc độ ban đầu là 10m/s và bắt lại nó ở cùng độ cao khi nó rơi xuống. Bỏ qua sức cản của không khí, hãy xác định độ lớn vận tốc của quả bóng khi cô gái bắt lại nó.
- 10** Từ ban công, bạn ném hòn đá A lên cao theo phương thẳng đứng. Rồi sau đó cũng ở chính chỗ đó, bạn ném hòn đá B theo phương thẳng đứng xuống dưới với cùng tốc độ ban đầu như hòn đá A. Hỏi nếu bỏ qua sức cản của không khí, thì hòn đá nào ngay trước khi chạm đất có tốc độ lớn hơn ?
- 11** Giả sử rằng biểu thức của a theo t là tuyến tính. Tìm biểu thức của v theo t .
- 12** Giả sử rằng biểu thức toạ độ của một vật có dạng : $x(t) = C_0 + C_1 t + C_2 t^2$.



ĐỀ TẬP

Mục 2-1. Vectơ vị trí và độ dịch chuyển

- 1** Một người đi bộ ở cách một biển đỗ xe 16m về phía Tây ở thời điểm t_1 và cách biển đỗ đó 37m về phía Đông ở thời điểm t_2 . Lấy vị trí biển đỗ xe làm gốc toạ độ và cho vectơ đơn vị \hat{i} hướng về phía Đông, hãy xác định x_1 ; x_2 ; \mathbf{r}_1 ; \mathbf{r}_2 ; $\Delta\mathbf{r}$.
- 2** Toạ độ một vật được cho bởi biểu thức : $x(t) = 52\sin[(0,14\text{rad/s})t](\text{mm})$. Hãy nhớ rằng $2\pi\text{rad} = 360^\circ$. (a) Hãy vẽ đồ thị của x theo t từ $t = 0,0\text{s}$ đến $t = 15,0\text{s}$ bằng cách cứ mỗi giây lại dựng một điểm. Vẽ phác đường cong đi qua các điểm đó. Hãy xác định (b) quãng đường mà vật đi được và (c) độ dịch chuyển của vật giữa hai thời điểm $t = 0,0\text{s}$ và $t = 10,0\text{s}$.

Mục 2-2. Vận tốc và tốc độ

- 3** Một xe ôtô chạy về phía tây dọc theo một con đường thẳng. Xe cách một nắp cống về phía Đông 81m ở thời điểm $t_1 = 15\text{s}$ và cách nắp cống đó về phía Tây 13m ở thời điểm $t_2 = 22\text{s}$. (a) Nếu vectơ đơn vị \hat{i} hướng về phía Đông, hãy xác định thành phần vận tốc trung bình của xe. (b) Cũng hỏi như trên với \hat{i} hướng về phía Tây.
- 4** Khoảng cách trung bình giữa Trái Đất và Mặt Trời vào khoảng 100 triệu dặm và tốc độ của ánh sáng là $3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. (a) Hỏi ánh sáng đi từ Mặt Trời đến Trái Đất mất bao lâu? (b) Một phút - ánh sáng là khoảng cách ánh sáng đi được trong một phút. Hãy tính khoảng cách giữa Trái Đất và Mặt Trời ra phút - ánh sáng.
- 5** Tốc độ của âm trong không khí ở nhiệt độ bình thường vào khoảng 340m/s. Giả sử bạn nhìn thấy tia chớp và 6,0s sau bạn mới nghe thấy tiếng sấm. Hãy xác định khoảng cách từ bạn đến chỗ sét đánh, giả sử rằng tốc độ của ánh sáng là vô hạn.
- 6** (a) Một chiếc phà đi ngang qua một con sông rộng 550m từ bờ Đông sang bờ Tây hết 1 phút 9 giây. Tính vận tốc trung bình của phà. (b) Phà quay trở về hết 58s. Hãy tính vận tốc trung bình của phà trên đường trở về. (c) Tính vận tốc trung bình của phà trong cả hành trình. Cần nhớ rằng vận tốc là một đại lượng vectơ.
- 7** Phương trình toạ độ của một vật như một hàm của thời gian là : $x(t) = (2,2\text{m/s}^3)t^3 - 18\text{m}$. (a) Tính thành phần vận tốc trung bình của vật

đó trong khoảng thời gian từ $t_1 = 1,0\text{s}$ đến $t_2 = 3,0\text{s}$. (b) Xác định thành phần vận tốc của vật đó ở $t = 2,0\text{s}$.

Mục 2-3. Chuyển động đều

- 8 Người ném bóng trong đội bóng chày thường ném bóng với tốc độ cỡ 90mi/h . Khoảng cách giữa người ném bóng và người vứt bóng là khoảng 20m . Giả sử bóng bay với tốc độ không đổi. Hãy xác định thời gian bóng bay từ chỗ người ném đến chỗ người vứt bóng.
- 9 Một người chạy với vận tốc không đổi $2,2\text{m/s}$ về phía Bắc. Chọn gốc toạ độ là một cây sồi và cho vectơ đơn vị \hat{i} hướng về phía Bắc. Giả sử $t = 0$ ứng với thời điểm người đó cách cây sồi 15m về phía Bắc. (a) Xác định biểu thức toạ độ của người đó như một hàm của thời gian. (b) Xác định toạ độ của người đó ở thời điểm $t = 28,0\text{s}$. (c) Tại thời điểm nào người đó có toạ độ $x = 51\text{m}$?

Mục 2-4. Gia tốc

- 10 Tốc độ của một xe ôtô giảm từ 23m/s xuống còn 18m/s trong khoảng thời gian $5,8\text{s}$. (a) Giả sử chiều dương trục x nằm dọc theo hướng chuyển động, hãy xác định thành phần gia tốc trung bình. (b) Cũng hỏi như vậy nếu chiều dương trục x nằm ngược hướng chuyển động.
- 11 Biểu thức toạ độ của một vật là $x(t) = - (1,6\text{m/s}^3)t^3 + (2,1\text{m/s}^2)t^2 - 42\text{m}$.
(a) Viết biểu thức của $a(t)$. (b) Xác định $a(4,1\text{s})$. (c) Xác định $a(0) = a_0$.
- 12 Biểu thức của thành phần vận tốc đối với một vật là $v(t) = (3,2\text{m/s}^3)t^2 - 6,1\text{m/s}$.
(a) Viết biểu thức của $a(t)$. (b) Tính $a(2,7\text{s})$. (c) Xác định $a(0) = a_0$.

Mục 2-5. Chuyển động biến đổi đều

- 13 Giả sử một máy bay chạy lấy đà để cất cánh với gia tốc không đổi và có độ lớn bằng $3,6\text{m/s}^2$. (a) Viết biểu thức thành phần vận tốc của máy bay như một hàm của thời gian. (b) Xác định tốc độ của máy bay sau khi xuất phát 24s . (c) Viết biểu thức toạ độ của máy bay như một hàm của thời gian. (d) Tính quãng đường máy bay chạy được trong 24s đầu tiên.
- 14 Chuyển động của một vận động viên chạy đua nước rút có thể xem gần đúng là có gia tốc không đổi với độ lớn bằng $3,4\text{m/s}^2$ trong 40m đầu tiên sau khi người đó rời vạch xuất phát. Hãy xác định tốc độ của vận động viên đó khi cô ta đã chạy được (a) 20m và (b) 40m .
- 15 Một xe ôtô chạy dọc theo một con đường thẳng với vận tốc 22m/s . Ở thời điểm đi qua một biển báo có "biển đỗ phía trước" xe bắt đầu giảm tốc với gia tốc không đổi có độ lớn $2,9\text{m/s}^2$. Tính tốc độ của xe khi đi quá biển báo trên (a) 30m và (b) 60m . (c) Nếu xe tiếp tục chuyển động với gia tốc không

đổi nói trên cho đến khi nó dừng lại ngay sát biển báo đỗ tiếp theo, hỏi hai biển báo đỗ cách nhau bao xa ?

- 16 Một người lái xe cho xe chạy dọc một con đường thẳng tốc độ 18m/s nhìn thấy một biển báo cho giới hạn tốc độ là 25m/s . Ở thời điểm xe bắt đầu tăng tốc thì biển báo ở cách 85m về phía trước. Hãy xác định độ lớn của gia tốc không đổi làm cho xe khi đi qua biển báo đạt tốc độ giới hạn quy định.
- 17 Một tàu thuỷ chạy với tốc độ $6,3\text{m/s}$ ở thời điểm nó đi qua một phao hiệu. Ở chính thời điểm này tàu bắt đầu tăng tốc với gia tốc không đổi có độ lớn bằng $0,20\text{m/s}^2$. Hỏi khi đạt tới tốc độ $8,6\text{m/s}$ nó đã ở cách chiếc phao hiệu bao xa ?
- 18 Chuyển động của một vận động viên chạy đua ở 50m nước rút có thể xem gần đúng là có gia tốc không đổi với độ lớn bằng $3,7\text{m/s}^2$. Giả sử $t = 0$ là thời điểm bắt đầu chạy nước rút, hãy xác định thời điểm mà vận động viên đó chạy được (a) $5,0\text{m}$ và (b) $10,0\text{m}$.
- 19 Một xe đi qua cổng vào khách sạn được 18m với tốc độ 16m/s thì người lái xe đạp phanh. Tốc độ của xe giảm với gia tốc không đổi có độ lớn bằng $2,3\text{m/s}^2$. Hỏi bao lâu sau khi đạp phanh, xe ở cách cổng 65m ?
- 20 Tốc độ điển hình của viên đạn khi rời miệng nòng một khẩu súng trường cỡ 700m/s . Ước lượng gia tốc của viên đạn khi nó chuyển động trong nòng súng.
- 21 Bảng 2-7 cho toạ độ của một vật theo thời gian. Giả sử gia tốc là không đổi, hãy xác định (a) x_0 ; (b) a ; (c) v_0 . (d) Hãy dùng các kết quả trên của bạn để viết biểu thức của $x(t)$. (e) Dùng biểu thức tìm được ở phần (d) chứng tỏ rằng các số liệu cho trong bảng phù hợp với gia tốc không đổi.
- 22 Hai xe đua tăng tốc xuất phát từ trạng thái đứng yên và chạy cùng một quãng đường. Xe A tới đích với thời gian chỉ bằng một nửa của xe B. Giả sử rằng gia tốc của cả hai xe đều không đổi, hãy tính tỉ số gia tốc của xe A và xe B.

Bảng 2-7

t (s)	x (m)
0,0	3,0
1,0	7,5
2,0	15,2
3,0	26,1
4,0	40,2
5,0	57,5

Mục 2-6. Rơi tự do

- 23 Đôi khi cũng thuận tiện nếu ta so sánh một gia tốc với gia tốc trọng trường. Giả sử ta định nghĩa một đơn vị gia tốc mà ta gọi là $g : 1g = 9,8\text{m/s}^2$. Xét một xe ôtô tăng tốc từ 0 đến 25m/s trong 40s . Giả sử gia tốc của xe không đổi, hãy xác định độ lớn của gia tốc đó theo đơn vị g .
- 24 Một nhà du hành vũ trụ đứng trên bậc cửa con tàu vũ trụ đang đậu trên hành tinh X và thả rơi một hòn đá từ độ cao $3,5\text{m}$. Sau $0,83\text{s}$ hòn đá chạm đất. Hãy xác định độ lớn của gia tốc trọng trường ở gần bề mặt hành tinh X.

- 25** Một chậu hoa đang đứng yên rơi xuống từ bệ cửa sổ cách mặt đất 6,2m.
 (a) Xác định tốc độ của chậu hoa lúc chạm đất. (b) Sau bao lâu chậu hoa chạm đất ? (c) Xác định quãng đường mà chậu hoa đi được sau 0,5s.
 (d) Tính tốc độ chậu hoa sau khi rơi 0,5s. (e) Tính gia tốc chậu hoa sau 0,5s.
- 26** Một quả bóng được ném lên theo phương thẳng đứng với tốc độ ban đầu 12m/s từ điểm cách mặt đất 1,8m. Giả sử $t = 0$ tương ứng với thời điểm ném và gốc toạ độ ở mặt đất với vectơ đơn vị \mathbf{j} hướng lên. (a) Xác định h_{\max} và t_{\max} .
 (b) Hỏi ở thời điểm nào trước t_{\max} quả bóng có thành phần vận tốc là +5,0m/s và ở thời điểm nào sau t_{\max} quả bóng có thành phần vận tốc là -5,0m/s.
 (c) Hãy xác định toạ độ tương ứng với hai thành phần vận tốc ở câu (b).
- 27** Một hòn đá được ném lên theo phương thẳng đứng ở thời điểm $t = 0$ s. Hòn đá đạt độ cao cực đại ở trên điểm ném 14m. (a) Tính tốc độ ban đầu của hòn đá. (b) Hỏi ở thời điểm nào lúc rơi xuống hòn đá đi qua điểm ném ?
- 28** Một quả bóng được ném lên theo phương thẳng đứng, chạm vào dây điện thoại với tốc độ 0,70m/s. Hãy xác định vận tốc ban đầu của quả bóng. Biết đường dây điện thoại ở cao so với điểm ném 5,1m.



BÀI TẬP NÂNG CAO

- 1** **Chạy nước rút 100m.** Một vận động viên chạy nước rút 100m trong 10,0s. Giả sử gần đúng rằng gia tốc của người đó trong 15m đầu tiên là không đổi và sau đó trên 85m còn lại vận tốc của người đó là không đổi. Hãy xác định (a) tốc độ cuối cùng của người đó ; (b) thời gian người đó chạy trong 15m đầu tiên ; (c) thời gian người đó chạy 85m cuối cùng ; (d) độ lớn của gia tốc trong 15m đầu tiên.
- 2** **Một xe ôtô đuổi kịp một xe khác.** Xe ôtô A chuyển động với tốc độ không đổi 18m/s đi qua xe ôtô B đang đỗ cạnh một biển đỗ. Vào đúng thời điểm A và B ngang nhau, xe B bắt đầu chuyển động với gia tốc không đổi là $4,6\text{m/s}^2$. Hãy xác định (a) thời gian để B đuổi kịp A ; (b) quãng đường mà B đi được cho tới khi đuổi kịp A ; (c) tốc độ của B khi vượt qua A.
- 3** **Đo thời gian phản ứng của một người.** Ta hãy xét một phương pháp để so sánh thời gian phản ứng của những người khác nhau. Hãy bảo một người bạn để ngón tay cái và ngón trỏ cách xa nhau 20mm, trong khi đó bạn giữ một chiếc thước theo phương thẳng đứng sao cho đầu dưới của nó nằm giữa ngón cái và ngón trỏ nói ở trên. Người bạn sẽ nắm lấy thước khi nó được buông ra. Bằng cách tính khoảng cách mà thước rơi xuống trước khi bị giữ, ta có thể đo được thời gian phản ứng. Hỏi nếu thước rơi xuống được 200mm, thì thời gian phản ứng của người bạn đó bằng bao nhiêu ? Cho rằng thước rơi tự do.

4 **Thiết kế đường băng cho máy bay phản lực.** Giả sử bạn cần phải thiết kế một đường băng để dùng cho một loại máy bay phản lực đặc biệt nào đó. Trên đường chạy lấy đà, tốc độ của máy bay tăng với gia tốc không đổi có độ lớn bằng $4,0 \text{ m/s}^2$ cho tới khi nó được nâng lên không ở tốc độ 85 m/s . Nếu phi công được yêu cầu huỷ cất cánh, thì tốc độ của máy bay sẽ giảm với gia tốc không đổi có độ lớn bằng $5,0 \text{ m/s}^2$. Hãy xác định chiều dài của đường băng cần phải có để phi công có thể ngừng cất cánh vào đúng thời điểm máy bay đã đạt tốc độ bay mà không bị lao ra ngoài đường băng.

5 **Thiết kế phanh của máy bay.** Giả sử bạn cần thiết kế hệ thống phanh cho một máy bay phản lực. Trên đường chạy lấy đà cất cánh, máy bay tăng tốc với gia tốc không đổi có độ lớn bằng $3,5 \text{ m/s}^2$ cho đến khi nó được nâng lên không với tốc độ 95 m/s . Chiều dài đường băng là 2500 m . Hãy xác định độ lớn gia tốc không đổi làm dừng hẳn máy bay ở cuối đường băng, nếu phi công huỷ cất cánh ở thời điểm máy bay đã đạt tốc độ cất cánh.

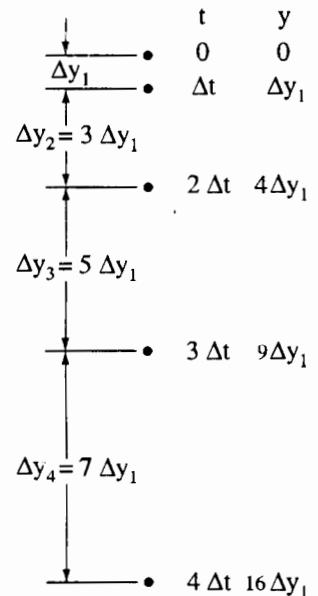
6 **Tốc độ trung bình khi gia tốc là không đổi.** Chứng minh rằng đối với chuyển động biến đổi đều (tức là có gia tốc không đổi) $\bar{v} = \frac{1}{2} [v(t_2) + v(t_1)]$.

Gợi ý : Dùng định nghĩa của thành phần vận tốc trung bình và chú ý rằng $t_2^2 - t_1^2 = (t_2 + t_1)(t_2 - t_1)$.

7 **Gia tốc như một hàm tuyến tính của t.** Xét gia tốc biến thiên tuyến tính theo thời gian $a(t) = a_0 + bt$. Hãy tìm biểu thức của (a) $v(t)$ và (b) $x(t)$. Cho biết ý nghĩa vật lí của b.

8 **Tung đồng xu.** Một đồng xu được tung lên theo phương thẳng đứng và quay từ mặt ngửa sang mặt sấp rồi lại quay lại mặt ngửa 10 lần trong một giây. Đồng xu được tung lên với mặt ngửa ở độ cao $0,49 \text{ m}$ trên mặt đất và độ cao cực đại mà nó đạt được là $1,13 \text{ m}$. Hỏi khi rơi xuống đất đồng xu là ngửa hay sấp ?

9 **Định luật Galileo về các số lẻ.** Một vật rơi tự do sau khi được buông ra từ trạng thái đứng yên. Chúng ta chia thời gian vật rơi thành nhiều khoảng thời gian bằng nhau Δt . Chứng minh rằng độ biến thiên của toạ độ trong mỗi khoảng thời gian liên tiếp thoả mãn các hệ thức sau :
 $\Delta y_2 = 3\Delta y_1 ; \Delta y_3 = 5\Delta y_1 ; \Delta y_4 = 7\Delta y_1 ; \dots ;$
 $\Delta y_n = (2n - 1)\Delta y_1$ (hình 2.9).



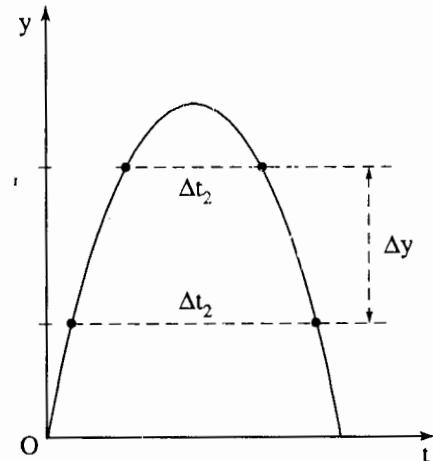
Hình 2.9. BTNC 9

- 10** **Tìm các thông số trong phương trình của $x(t)$.** Trong khoảng thời gian từ $t = 0,0\text{s}$ đến $4,0\text{s}$; toạ độ của vật như một hàm của thời gian được cho bởi biểu thức: $x(t) = bt^2 - ct^3$.

Tại thời điểm $t = 4,0\text{s}$ vật trở về trạng thái đứng yên với $x = 32,0\text{m}$.
 (a) Hãy xác định các giá trị của b và c . Chú ý cho đáp số trong hệ đơn vị SI.
 (b) Hãy xác định thời gian và toạ độ tại đó gia tốc bằng 0.
 (c) Hãy xác định x , v , a ở mỗi giây trong khoảng thời gian từ $t = 0,0\text{s}$ đến $4,0\text{s}$ và dựng trên đồ thị mỗi điểm thu được. Hãy vẽ một đường cong đi qua mỗi tập hợp điểm đó.

- 11** **Báo săn linh dương.** Giả sử một con linh dương có khả năng tăng tốc từ trạng thái đứng yên đến tốc độ tối đa là 25m/s trên một khoảng cách 50m và nó có thể duy trì tốc độ đó trong một khoảng thời gian dài. Cũng giả sử rằng một con báo có khả năng tăng tốc từ trạng thái đứng yên tới tốc độ tối đa là 30m/s trên một đoạn đường 60m sau đó duy trì được vận tốc này chỉ trong $4,0\text{s}$ trước khi nó chịu bỏ con mồi. Hỏi con báo phải ở gần con linh dương đến mức nào để nó có thể đuổi bắt thành công?

- 12** **Một cách để đo g .** Một cách để đo g là phóng một vật, như hòn đá chẳng hạn, lên cao theo phương thẳng đứng trong một buồng chân không, rồi dùng một máy quang học để đo một cách chính xác các khoảng thời gian Δt_1 và Δt_2 trong quá trình bay của hòn đá, như được chỉ trong hình 2-10.
 (a) Chứng minh rằng biểu thức của g biểu diễn qua các giá trị Δt_1 , Δt_2 và Δy đo được là :



Hình 2-10. BTNC 12

$$g = \frac{8\Delta y}{(\Delta t_1)^2 - (\Delta t_2)^2}.$$

- (b) Giả sử phép đo cho $\Delta t_1 = 0,1483\text{s}$; $\Delta t_2 = 0,6554\text{s}$ và $\Delta y = 0,5000\text{m}$. Hãy tính g theo các số liệu đó.

- 13** **Sự phụ thuộc thời gian theo hàm mũ.** Giả sử toạ độ của một vật được cho bởi biểu thức :

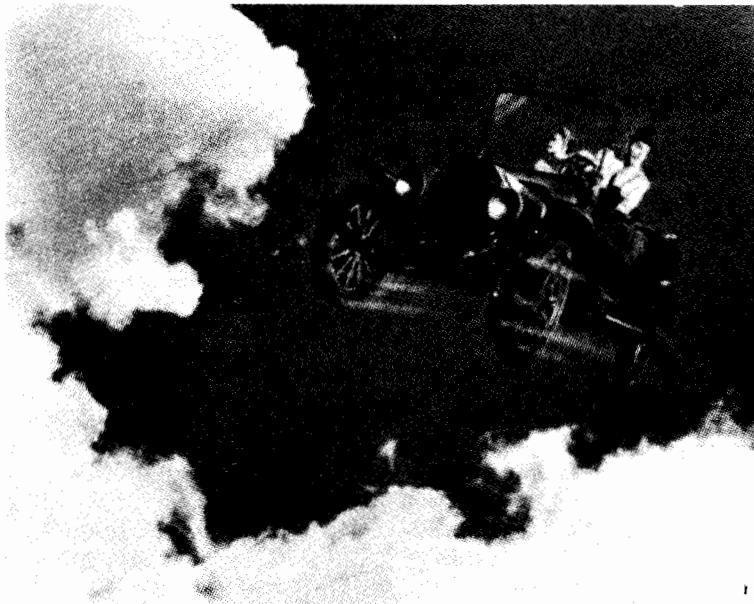
$$x = \lambda [t/\tau - 1 + e^{-t/\tau}]$$

với λ là một nhân tử có thứ nguyên chiều dài và τ là hằng số có thứ nguyên thời gian. Hãy xác định các biểu thức của (a) v và (b) a . (c) Giả sử rằng $\lambda = 133\text{m}$ và $\tau = 5,77\text{s}$; hãy lập bảng các giá trị của x , v và a tại mỗi $2,0\text{s}$ trong khoảng thời gian từ $0,0\text{s}$ đến $10,0\text{s}$. (d) Hãy dựng đồ thị từ bảng số liệu đó. (e) Nêu ý nghĩa vật lí của λ/τ và (f) của λ/τ^2 .

- 14** **Chuyển động của một tên lửa.** Một tên lửa đồ chơi được phóng lên trên theo phương thẳng đứng. Độ lớn của gia tốc tên lửa là không đổi và bằng 14m/s^2 cho tới khi nó hết nhiên liệu vào thời điểm $5,0\text{s}$ sau khi bắn. (a) Tính tốc độ của tên lửa sau khi hết nhiên liệu. (b) Tính độ cao cực đại của tên lửa. (c) Tính tốc độ của tên lửa ngay trước khi chạm đất. Bỏ qua sức cản của không khí.
- 15** **Xác định gia tốc của quả bóng khi nó nảy lên.** Nếu bạn thả rơi một quả bóng từ trạng thái đứng yên ở độ cao $2,0\text{m}$ so với nền nhà thì nó sẽ nảy lên tới độ cao cỡ $1,0\text{m}$. (a) Hãy xác định tốc độ của quả bóng ở thời điểm ngay trước khi nó chạm sàn nhà. (b) Tính tốc độ của quả bóng ngay trước khi nó nảy lên. Giả sử rằng quả bóng bị nén lại tối đa cỡ 2mm trong khi nảy. Hãy xác định gia tốc của quả bóng (kể cả độ lớn và hướng) trong thời gian nó vẫn còn tiếp xúc với sàn nhà, (c) khi nó chuyển động chậm dần xuống dưới và (d) khi nó chuyển động nhanh dần lên trên. Bạn cần phải có những giả thiết gì để nhận được những kết quả trên từ những thông tin đã cho ?

CHƯƠNG 3

CHUYỂN ĐỘNG HAI CHIỀU



- 3-1. Vị trí, vận tốc và gia tốc
 - 3-2. Gia tốc không đổi ; chuyển động của viên đạn
 - 3-3. Chuyển động tròn đều
 - 3-4. Chuyển động tương đối
- Bài đọc thêm : *Galileo Galilei*

Diễn viên Fred Mac Murray bay trên không trên chiếc xe thần diệu của mình.

Trong chương 2 chúng ta đã định nghĩa các đại lượng động học như vị trí, vận tốc, gia tốc và đã dùng chúng để mô tả các chuyển động dọc theo một đường thẳng. Trong chương này chúng ta sẽ áp dụng các định nghĩa nói trên cho các vật chuyển động hai chiều hay nói cách khác là chuyển động trong một mặt phẳng. Trong chuyển động hai chiều, bản chất vectơ của vận tốc và gia tốc sẽ được thể hiện rõ hơn.

3-1. VỊ TRÍ, VẬN TỐC VÀ GIA TỐC

Dưới đây là định nghĩa của ba đại lượng động học trong trường hợp hai chiều.

Vị trí

Vectơ vị trí \mathbf{r} xác định vị trí của một vật so với gốc toạ độ, như được cho trên hình 3-1. Trong trường hợp hai chiều :

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} \quad (3-1)$$

trong đó x và y là toạ độ của vật. Hình 3-1 là loại đồ thị điển hình được dùng trong chương này cho quỹ đạo chuyển động của vật trong mặt phẳng xy .

Thuật ngữ "vị trí của vật" thường được quy về toạ độ của nó và được viết như một cặp có thứ tự (x,y) . Ví dụ ; một vật ở $x = 3,0\text{m}$ và

$y = 4,0\text{m}$ có vectơ vị trí $\mathbf{r} = (3,0\text{m})\mathbf{i} + (4,0\text{m})\mathbf{j}$ và có vị trí $(3,0\text{m}; 4,0\text{m})$. Độ dịch chuyển $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ hướng từ vị trí đầu của vật đến vị trí cuối của nó, như được chỉ ra trên hình 3-2.

Dưới dạng thành phần :

$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{r} &= (x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j}) - (x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j}) \\ &= (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} = \Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j}\end{aligned}$$

Vận tốc

Vectơ trung bình $\bar{\mathbf{v}}$ của một vật trong khoảng thời gian Δt là độ dịch chuyển của nó chia cho khoảng thời gian đó, hay

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\mathbf{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\mathbf{j}$$

Vì $\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}$, nên hướng của vận tốc trung bình cũng chính là hướng của $\Delta\mathbf{r}$ (hình 3-2).

Vận tốc được định nghĩa như giá trị giới hạn của vận tốc trung bình khi khoảng thời gian tiến tới 0 :

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\mathbf{v}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (3-2)$$

Khi Δt tiến tới 0 (hình 3-3), $\Delta\mathbf{r}$ cũng tiến tới 0 và $\bar{\mathbf{v}}$ trở thành \mathbf{v} , với \mathbf{v} song song với tiếp tuyến của quỹ đạo và hướng theo hướng của chuyển động.

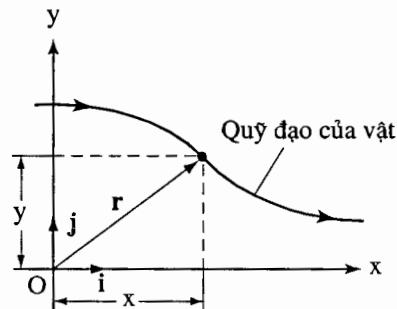
Vậy, vận tốc \mathbf{v} ở một điểm nào đó trên quỹ đạo của vật có phương song song với tiếp tuyến của quỹ đạo và có chiều theo chiều chuyển động của vật.

Thay $\Delta\mathbf{r}$ qua các thành phần của nó vào định nghĩa của vận tốc, ta được :

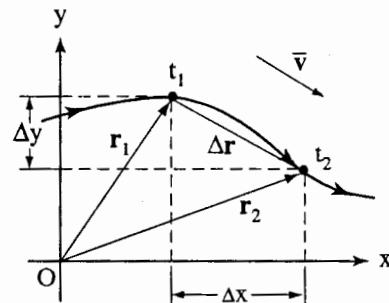
$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \mathbf{j} \right) = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j}$$

Vì $\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j}$, ta có :

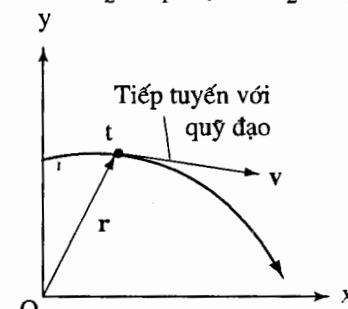
$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad \text{và} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad (3-3)$$



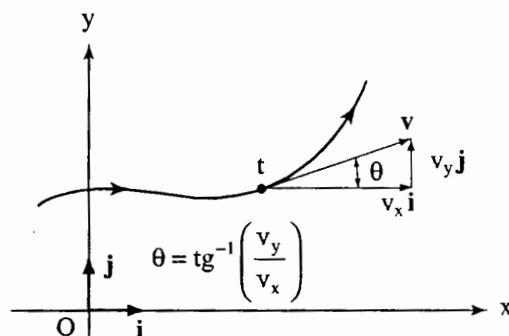
Hình 3-1. Vectơ vị trí \mathbf{r} trong trường hợp hai chiều.



Hình 3-2. Độ dịch chuyển $\Delta\mathbf{r}$ và vận tốc trung bình $\bar{\mathbf{v}}$: $\bar{\mathbf{v}}$ song song với $\Delta\mathbf{r}$. Tam giác vectơ vị trí cho : $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ hay $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1 + \Delta\mathbf{r}$.



Hình 3-3. Khi $\Delta\mathbf{r}$ tiến tới 0 thì $\bar{\mathbf{v}}$ tiến tới \mathbf{v} . Quá trình lấy giới hạn này cho thấy \mathbf{v} song song với tiếp tuyến của quỹ đạo.



Hình 3-4. Sự phân tích vận tốc thành các thành phần cho $v_x = v \cos \theta$ và $v_y = v \sin \theta$

Nếu các toạ độ x và y đã biết như là các hàm của thời gian, thì vận tốc có thể xác định được bằng cách lấy đạo hàm các biểu thức $x(t)$ và $y(t)$.

Độ lớn của vận tốc là tốc độ v :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (3-4)$$

Hướng của v tại một thời điểm bất kì có thể được mô tả thông qua góc θ tạo bởi vectơ vận tốc và trục x. Từ hình 3-4 ta thấy :

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} \text{ hay } \theta = \arctan \frac{v_y}{v_x} \quad (3-5)$$

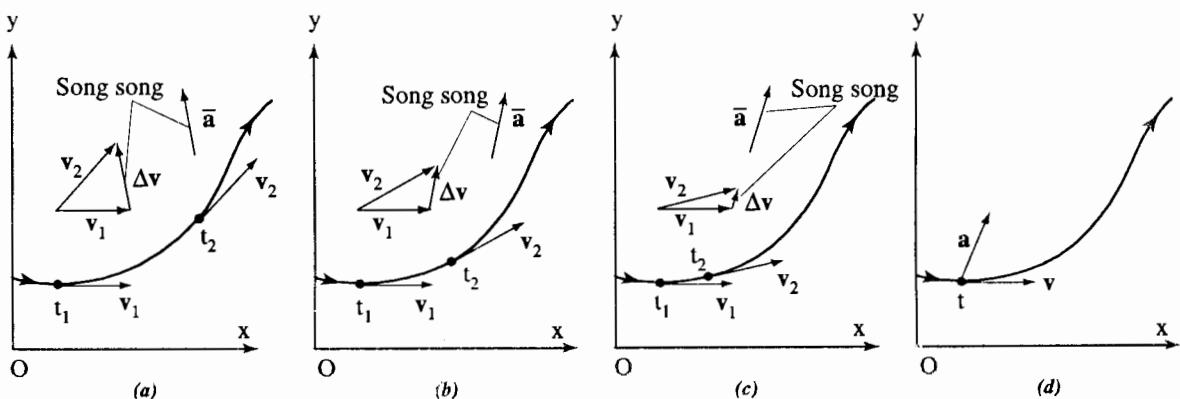
trong đó góc θ là dương khi được đo theo chiều ngược kim đồng hồ từ trục x. Từ hình vẽ đó ta cũng thấy rằng các thành phần của vận tốc là :

$$v_x = v \cos \theta \text{ và } v_y = v \sin \theta \quad (3-6)$$

Gia tốc

Gia tốc trung bình \bar{a} của một vật trong khoảng thời gian Δt là độ biến thiên của vận tốc chia cho khoảng thời gian đó.

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



Hình 3-5. Gia tốc a là giá trị giới hạn của $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ khi $\Delta t \rightarrow 0$.

Gia tốc được định nghĩa là giá trị giới hạn của gia tốc trung bình khi khoảng thời gian tiến tới 0 :

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\mathbf{a}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (3-7)$$

Vì $\Delta \mathbf{v} = \Delta v_x \mathbf{i} + \Delta v_y \mathbf{j}$, ta có :

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v_x}{\Delta t} \mathbf{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \mathbf{j} \right) = \frac{dv_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt} \mathbf{j}$$

Viết $\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j}$, ta thấy rằng :

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \quad \text{và} \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} \quad (3-8)$$

Tiếp theo, vì $v_x = \frac{dx}{dt}$ và $v_y = \frac{dy}{dt}$, nên :

$$a_x = \frac{d^2 x}{dt^2} \quad \text{và} \quad a_y = \frac{d^2 y}{dt^2}$$

Do đó, các thành phần của gia tốc có thể xác định từ đạo hàm của các biểu thức đối với $v_x(t)$ và $v_y(t)$, hay từ đạo hàm bậc hai của các biểu thức đối với $x(t)$ và $y(t)$.

Hình 3-5 cho thấy quá trình lấy giới hạn này trên đồ thị.

Theo định nghĩa, $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, nên \bar{a} có cùng hướng như Δv khi Δt tiến tới 0. Khi giới hạn được đạt tới, \bar{a} trở thành a , t_1 và v_1 được kí hiệu đơn giản là t và v . Hình này cũng chứng tỏ rằng a một phần hướng vào phía trong hay phía lõm của quỹ đạo.

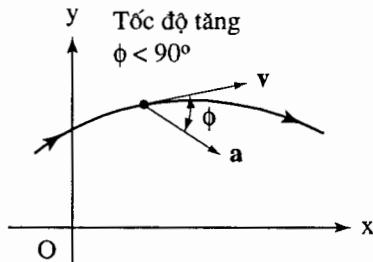
Vậy :

Khi một vật chuyển động theo quỹ đạo cong, gia tốc của vật luôn có thành phần hướng về phía lõm của quỹ đạo.

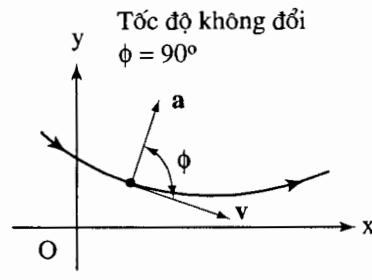
Mặt khác :

Khi tốc độ của một vật tăng, gia tốc của vật luôn luôn có một thành phần cùng hướng với vận tốc của nó. Khi tốc độ của vật giảm, gia tốc của vật luôn có một thành phần ngược hướng với vận tốc của nó.

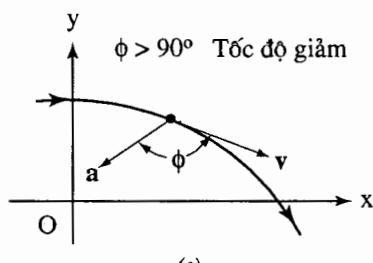
Hình 3-6 cho mối liên hệ giữa hướng của v và hướng của a đối với vật có tốc độ tăng (hình 3-6a), đối với vật có tốc độ không đổi (hình 3-6b), và đối với vật có tốc độ giảm (hình 3-6c).



(a)



(b)



(c)

Hình 3-6. Mối liên hệ giữa v và a đối với vật chuyển động cong. (a) Nếu tốc độ của vật tăng, góc ϕ giữa v và a nhỏ hơn 90° . (b) Nếu tốc độ của vật không đổi, $\phi = 90^\circ$, tức là a và v vuông góc với nhau. (c) Nếu tốc độ của vật giảm, ϕ lớn hơn 90° .

3-2. GIA TỐC KHÔNG ĐỔI ; CHUYỂN ĐỘNG CỦA VIÊN ĐẠT

Bây giờ chúng ta sẽ xét chuyển động có gia tốc không đổi. Để tìm biểu thức cho v và r , chúng ta sẽ làm như đối với gia tốc không đổi trong trường hợp một chiều (mục 2-4). Khi gia tốc là không đổi, nó sẽ bằng gia tốc trung

bình $\bar{a} = \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Nếu đặt $v_2 = v$, $v_1 = v_0$,

$t_2 = t$ và $t_1 = 0$, thì $a = \frac{v - v_0}{t - 0}$ hay :

$$v = v_0 + at \quad (3-9)$$

Biểu diễn qua các thành phần, ta có :

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= (v_{x0}\mathbf{i} + v_{y0}\mathbf{j}) + (a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j})t \\ &= (v_{x0} + a_xt)\mathbf{i} + (v_{y0} + a_yt)\mathbf{j} \end{aligned}$$

sao cho

$$v_x = v_{x0} + a_x t \quad \text{và} \quad v_y = v_{y0} + a_y t \quad (3-10)$$

Phương trình đối với \mathbf{r} có thể tìm được bằng cách tìm một biểu thức có đạo hàm cho phương trình (3-9) :

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2 \quad (3-11)$$

Tách phương trình (3-11) thành các thành phần, ta được :

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y &= y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{aligned} \quad (3-12)$$

Các phương trình này chứng tỏ rằng các chuyển động theo phương x và phương y là độc lập với nhau. Điều này có nghĩa là chuyển động có thể được khảo sát như hai chuyển động đồng thời và tách rời nhau với gia tốc không đổi dọc theo hai phương vuông góc. Đặc điểm này của chuyển động với gia tốc không đổi có thể được minh họa bằng chuyển động của viên đạn mà ta sẽ xét dưới đây.

Chuyển động của viên đạn

Thuật ngữ "viên đạn" được dùng ở đây để chỉ chung các vật được bắn ra hoặc phóng lên. Chẳng hạn như quả bóng chày được ném lên. Nếu ta dùng hai phép gán đúng thì ta có thể xem chuyển động của viên đạn là có gia tốc không đổi. Thứ nhất, ta giả thiết rằng quãng đường đi được của viên đạn là rất nhỏ so với bán kính Trái Đất, để gia tốc trọng trường về cơ bản vẫn là cố định. Hiển nhiên, phép gán đúng này là chấp nhận được đối với chuyển động của quả bóng chày hoặc quả bóng gôn.

Thứ hai, chúng ta giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể. Thường thì phép gán đúng này là **không** đúng được. Bởi vì, các tác dụng của sức cản không khí tăng theo tốc độ của vật, nên việc bỏ qua sức cản không khí là không thể chấp nhận được đối với các tốc độ lớn. Nay ta sẽ dùng cả hai phép gán đúng trên và giả sử rằng gia tốc của viên đạn là không đổi. Ta giả sử rằng trực y trong hệ toạ độ của ta nằm theo phương thẳng đứng với \mathbf{j} hướng lên trên. Khi đó :

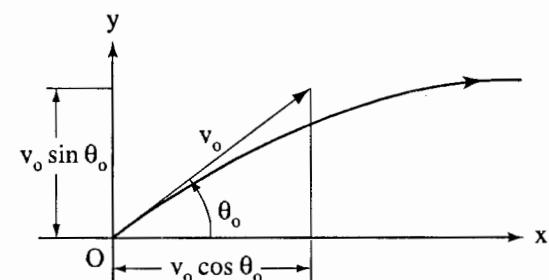
$$a_x = 0 \quad \text{và} \quad a_y = -g$$

trong đó $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Giả sử viên đạn được bắn lên với vận tốc ban đầu v_0 lập với trực x một góc θ_0 , như được cho trên hình 3-7. Ta gọi θ_0 là **góc phóng**. Bằng cách phân tích vận tốc ban đầu, ta nhận được các thành phần của vận tốc ban đầu :

$$v_{x0} = v_0 \cos \theta_0 \quad \text{và} \quad v_{y0} = v_0 \sin \theta_0$$

Với v_0 là tốc độ ban đầu. Thay các biểu thức trên vào phương trình (3-10), ta được :

$$v_x = v_0 \cos \theta_0 \quad \text{và} \quad v_y = v_0 \sin \theta_0 - gt \quad (3-13)$$



Hình 3-7. Phân tích vận tốc ban đầu của viên đạn thành các thành phần : $v_{x0} = v_0 \cos \theta_0$ và $v_{y0} = v_0 \sin \theta_0$ với v_0 là tốc độ ban đầu và θ_0 là góc bắn.

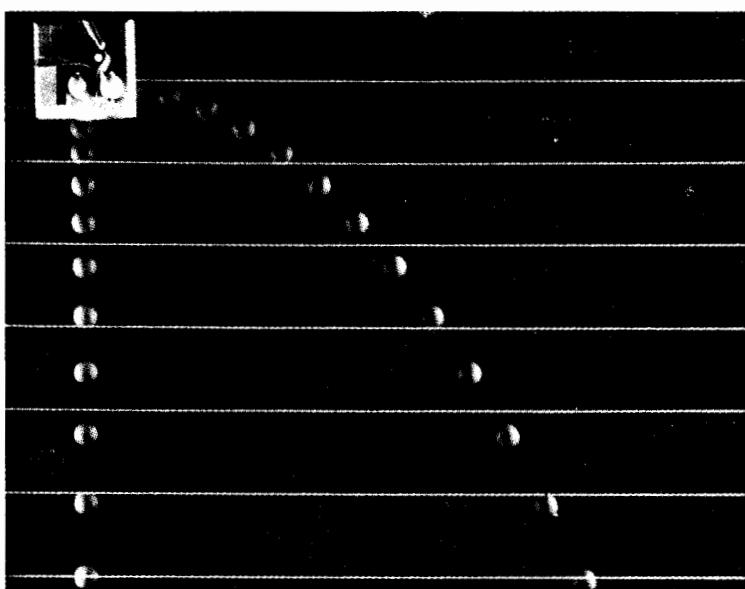
Nếu gốc của hệ quy chiếu được chọn ở điểm phóng (vị trí ban đầu), $x_0 = y_0 = 0$ thì các phương trình 3-12 cho :

$$x = (v_0 \cos \theta_0)t \text{ và } y = (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{1}{2} gt^2 \quad (3-14)$$

Do đó, chuyển động x có thể xem như chuyển động một chiều với vận tốc không đổi và chuyển động y là chuyển động một chiều có gia tốc không đổi.

Hình 3-8 minh họa sự độc lập của các phần theo x và theo y của chuyển động. Hình này là ảnh hoạt nghiệm chuyển động đồng thời của hai quả bóng gôn ; một được thả rơi từ

trạng thái đứng yên ở đúng thời điểm quả bóng thứ hai được phỏng ra theo phương nằm ngang. Chuyển động của quả bóng thả rơi được mô tả bởi các phương trình (3-14) với $v_0 = 0$. Kết quả ta được $x = 0$ với mọi t và $y = -\frac{1}{2} gt^2$. Như vậy, các phương trình (3-14) cho toạ độ y như nhau đối với cả hai quả bóng ở mọi thời điểm và kết quả này được kiểm chứng bởi hình 3-8.



Hình 3-8. Ảnh hoạt nghiệm của hai quả bóng gôn. Một quả được thả rơi từ trạng thái đứng yên ở thời điểm quả bóng thứ hai được phỏng ra với vận tốc nằm ngang. Bức ảnh cho thấy toạ độ theo phương thẳng đứng đồng thời của cả hai bóng là như nhau, điều này phù hợp với quan sát của Galileo.

Quan sát này đã được giải thích lần đầu tiên bởi Galileo.

Phương trình quỹ đạo của viên đạn có thể tìm được bằng cách khử thời gian giữa các biểu thức đối với x và y trong các phương trình (3-14). Giải phương trình $x = (v_0 \cos \theta_0)t$ cho thời gian, ta được $t = \frac{x}{v_0 \cos \theta_0}$. Thay kết quả này vào biểu thức của y , sau khi rút gọn ta được :

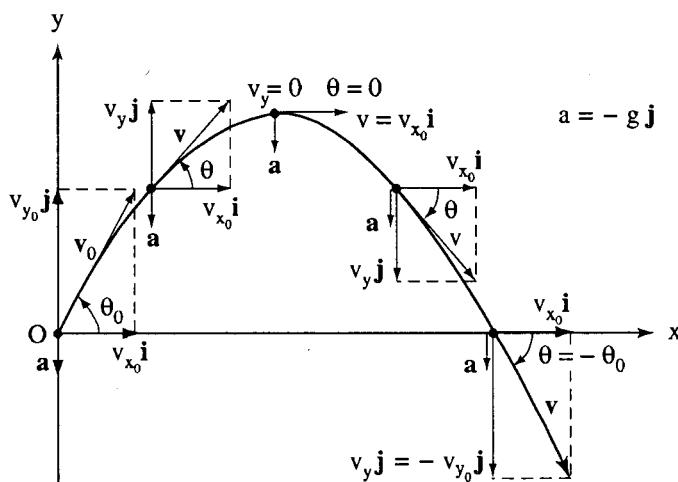
$$y = (\tan \theta_0)x - \frac{g}{2(v_0 \cos \theta_0)^2} x^2 \quad (3-15)$$

Như vậy, chúng ta thấy rằng nếu bỏ qua sức cản của không khí, thì quỹ đạo của đạn là một đường parabol. Hình 3-9 biểu diễn quỹ đạo parabol đó với vectơ vận tốc ở một số điểm. Chú ý rằng v_x là cố định trong suốt chuyển động, trong khi v_y có độ

lớn giảm khi viên đạn đi lên và tăng khi viên đạn đi xuống. Điều này có nghĩa là v_y luôn luôn giảm do a_y âm. Vào thời điểm đạn đạt độ cao cực đại, $v_y = 0$.

Chuyển động của đạn được cho trên hình 3-9 phù hợp với các kết luận của mục trước về hướng của \mathbf{a} . Ở đó, chúng ta đã chỉ ra rằng \mathbf{a} luôn có một thành phần hướng về phía lõm của quỹ đạo parabol. Khi viên đạn bay lên, tốc độ của nó giảm và $\phi > 90^\circ$. Khi viên đạn rơi xuống, tốc độ của nó tăng và $\phi < 90^\circ$. Tất cả các kết luận đó đều được xác nhận bởi hình 3-9.

ϕ giữa \mathbf{a} và \mathbf{v} lớn hơn 90° khi tốc độ giảm và nhỏ hơn 90° khi tốc độ tăng. Trong chuyển động của viên đạn, \mathbf{a} có phương thẳng đứng và hướng xuống dưới, nên nó hướng về phía lõm của quỹ đạo parabol. Khi viên đạn bay lên, tốc độ của nó giảm và $\phi > 90^\circ$. Khi viên đạn rơi xuống, tốc độ của nó tăng và $\phi < 90^\circ$. Tất cả các kết luận đó đều được xác nhận bởi hình 3-9.



Hình 3-9. Nếu bỏ qua sức cản không khí, quỹ đạo của hạt là một parabol. Chú ý rằng thành phần x của vận tốc luôn cố định trong khi thành phần y biến thiên liên tục.

VÍ DỤ 3-1

Thời gian đạt tối độ cao cực đại. Một hòn đá được ném lên với tốc độ ban đầu $v_0 = 17\text{m/s}$ với góc phun bằng 58° . (a) Hãy tìm biểu thức xác định thời gian t_m để hòn đá đạt tối độ cao cực đại h_m . (b) Tính t_m trong trường hợp đã cho.

Giải. (a) Vì $v_y = 0$ khi $t = t_m$, nên theo phương trình (3-13) ta có :

$$0 = v_0 \sin \theta_0 - gt_m$$

hay $t_m = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g}$

(b) Trong trường hợp đã cho $t_m = \frac{(17\text{m/s})(\sin 58^\circ)}{9,8\text{m/s}^2} = 1,5\text{s}$.

Bài tự kiểm tra 3-1

(a) Chứng minh rằng biểu thức xác định độ cao cực đại h_m của hòn đá trong ví dụ trên là $h_m = \frac{(v_0 \sin \theta_0)^2}{2g}$, với h_m được đo đối với điểm ném lên. (b) Tính h_m trong trường hợp đã cho.

Đáp số : (b) 4,1m.

VÍ DỤ 3-2

Tầm bay. Tầm bay R của viên đạn là khoảng cách theo phương nằm ngang mà viên đạn di được tính từ điểm phóng tới điểm đạn đi qua có $y = 0$ trên đường rơi xuống của nó. Hãy xác định biểu thức tầm bay của viên đạn.

Giải. Phương trình (3-15) cho quỹ đạo của viên đạn là :

$$y = (\tan \theta_0)x - \frac{g}{2(v_0 \cos \theta_0)^2} x^2$$

Chú ý rằng $y = 0$ tại $x = 0$ do cách chọn gốc toạ độ của chúng ta. Cũng như vậy, theo định nghĩa của tầm bay R cho ở trên, $y = 0$ cả ở $x = R$ (xem hình 3-9). Thay $y = 0$ và $x = R$ vào phương trình quỹ đạo và giải ra R, ta được :

$$R = 2 \frac{v_0^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

Bài tự kiểm tra 3-2

Một quả bóng gôn được vứt sao cho nó có tốc độ ban đầu là 14m/s với góc phóng $\theta_0 = 49^\circ$. Hỏi quả bóng rơi cách chỗ đánh bao xa ? Biết rằng nơi đánh và nơi quả bóng rơi ở cùng bình độ và bỏ qua sức cản của không khí.

Đáp số : 20m.

Nói thêm về tầm bay

Việc khảo sát biểu thức xác định tầm bay được cho trong ví dụ 3-2 cho phép ta trả lời được một câu hỏi lí thú. Đó là, đối với tốc độ ban đầu v_0 đã cho, hỏi chúng ta phải phỏng viên đạn với góc phóng nào để tầm bay của nó đạt cực đại ? Nghĩa là, góc θ_0 phải bằng bao nhiêu để R là cực đại khi v_0 cố định ?

Vì $\sin 2\theta_0$ có giá trị cực đại là 1 khi $2\theta_0 = 90^\circ$, nên R là cực đại khi $\theta_0 = 45^\circ$. Như vậy, tầm bay cực đại là $R_m = \frac{v_0^2}{g}$ và giá trị cực đại này đạt được khi góc phỏng $\theta_0 = 45^\circ$. Hơn nữa, cực đại này là đối xứng với $\theta_0 = 45^\circ$, như được chỉ ra trên hình 3-10.

Chẳng hạn, giả sử $v_0 = 10\text{m/s}$ và $\theta_0 = 45^\circ + 6^\circ = 51^\circ$. Khi đó t菑m bay

$$R = \frac{(10\text{m/s})^2 \sin 102^\circ}{9,8\text{m/s}^2} = 10\text{m.}$$

Bây giờ ta lại giả sử $v_0 = 10\text{m/s}$ và $\theta_0 = 45^\circ - 6^\circ = 39^\circ$. Khi đó,

$$R = \frac{(10\text{m/s})^2 \sin 78^\circ}{9,8\text{m/s}^2} = 10\text{m.}$$

Bảng 3-1 tổng kết những phương trình quan trọng mô tả chuyển động của viên đạn.

Những phương trình này là tổng quát hơn những phương trình được xét ở trên vì có tọa độ ban đầu (x_0, y_0) khác không.

Bảng 3-1 : Chuyển động của viên đạn

$a_x = 0$	$a_y = -g$
$v_x = v_0 \cos \theta_0$	$v_y = v_0 \sin \theta_0 - gt$
$x = x_0 + (v_0 \cos \theta_0)t$	$y = y_0 + (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2$
$y = y_0 + (\tan \theta_0)(x - x_0) - \frac{g}{2(v_0 \cos \theta_0)^2}(x - x_0)^2$	

VÍ DỤ 3-3

Bóng có bay qua hàng rào không? Quả bóng chày được đánh đi với tốc độ 35m/s và góc phónց bằng 42° . Hàng rào ngoài sân cách chỗ đánh 115m và cao 4m . Bỏ qua sức cản của không khí, hãy xác định xem quả bóng có bay qua hàng rào ra ngoài không? Biết rằng quả bóng được đánh ở độ cao 1m so với mặt sân phẳng ở chỗ vứt bóng.

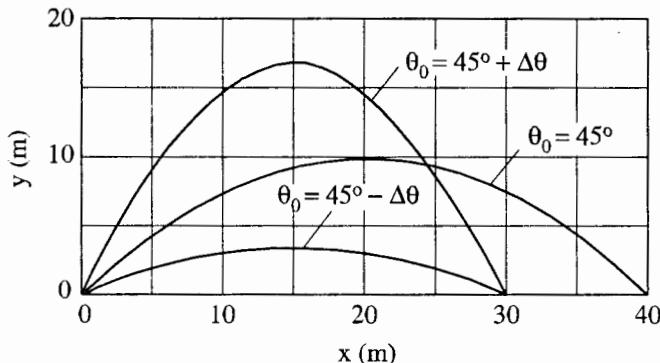
Giải. Giả sử gốc toạ độ được chọn ở chỗ vứt bóng có $x_0 = 0$ và $y_0 = 1$. Dùng phương trình quỹ đạo cho trong bảng 3-1, ta tìm được giá trị của y ở $x = 115\text{m}$,

$$y = 1\text{m} + (\tan 42^\circ)(115\text{m}) - \frac{9,8\text{m/s}^2}{2(35\text{m/s})(\cos 42^\circ)}(115\text{m})^2 = 9\text{m.}$$

Vì hàng rào cao 4m nên quả bóng bay qua trên hàng rào 5m .

Bài tự kiểm tra 3-3

Xét một viên đạn được bắn lên trên mặt đất phẳng với vận tốc ban đầu $v_0 = (6,0\text{m/s})\mathbf{i} + (8,0\text{m/s})\mathbf{j}$. Lấy vị trí phónց làm gốc toạ độ và bỏ qua sức cản của không khí, đồng thời lấy



Hình 3-10. T菑m bay R là đối xứng với độ biến thiên $\Delta\theta$ của góc phónց ở hai phía góc $\theta_0 = 45^\circ$. Tức là, t菑m bay là như nhau khi $\theta_0 = 45^\circ + \Delta\theta$ cũng như khi $\theta_0 = 45^\circ - \Delta\theta$.

$g = 10\text{m/s}^2$ cho dễ tính toán. Hãy xác định (a) góc phỏng θ_0 ; (b) tốc độ ban đầu v_0 ; (c) thời gian t_m để đạn đạt tới độ cao cực đại; (d) vectơ vị trí r , vận tốc v và gia tốc a của đạn tại $t = t_m$.

Đáp số: (a) 53° ; (b) $10,0\text{m/s}$; (c) 80s ;
 (d) $r = (4,8\text{m})\mathbf{i} + (3,2\text{m})\mathbf{j}$,
 $v = (6,0\text{m/s})\mathbf{i} - (10\text{m/s}^2)\mathbf{j}$.

3-3. CHUYỂN ĐỘNG TRÒN ĐỀU

Một vật thực hiện **chuyển động tròn đều** khi nó di chuyển trên một vòng tròn với tốc độ không đổi. Chú ý rằng, mặc dù tốc độ của vật là không đổi, nhưng vận tốc của nó **không phải** là không đổi. Vận tốc là vectơ tiếp tuyến với quỹ đạo ở mỗi điểm. Do đó, vận tốc liên tục đổi hướng, khi vật chuyển động dọc theo một vòng tròn. Và bởi vì vận tốc liên tục thay đổi, nên chuyển động tròn đều là chuyển động có gia tốc. Mục đích chính của chúng ta trong mục này là xác định độ lớn và hướng của gia tốc đó.

Vận tốc

Để tìm gia tốc của một vật, trước hết ta phải xét vận tốc biến thiên của nó. Vì tốc độ của chuyển động tròn đều là không đổi, nên tốc độ này đơn giản bằng quãng đường cả vòng tròn chia cho thời gian đi hết quãng đường đó hay thời gian vật đi được một vòng. Nếu R là bán kính của vòng tròn và T là thời gian vật đi hết một

vòng, thì quãng đường cả vòng tròn bằng $2\pi R$ và

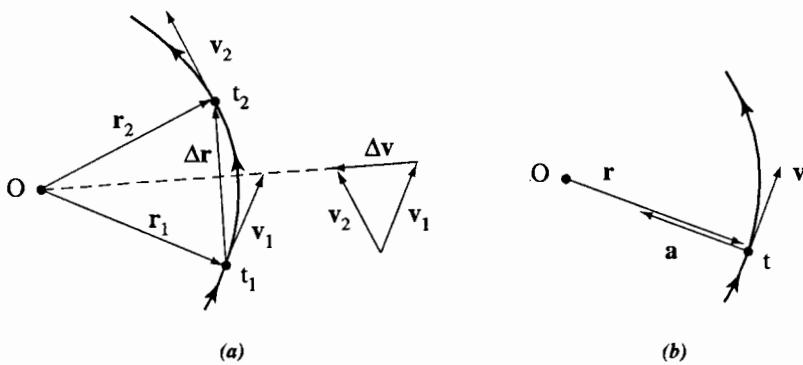
$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad (3-16)$$

Thời gian T được gọi là **chu kỳ** của chuyển động.

Gia tốc

Trong mục 3-1, ta đã tìm được rằng gia tốc của một vật chuyển động cong có một thành phần hướng về phía lõm của quỹ đạo, và nếu tốc độ không đổi thì a vuông góc với v . Ta xét trường hợp đặc biệt của vật chuyển động tròn đều.

Trên hình 3-11a vì v_2 vuông góc với r_2 , v_1 vuông góc với r_1 , nên Δv vuông góc với Δr . Cần nhớ rằng hướng của Δv cũng là hướng của \bar{a} . Khi Δt tiến tới 0, \bar{a} trở thành a và a hướng về tâm vòng tròn.



Hình 3-11. (a) Theo định nghĩa, hướng của \bar{a} cũng là hướng của Δv . Do đó, hướng của a cũng là hướng của Δv khi Δt hướng tới 0. (b) Trong giới hạn Δt tiến tới 0, \bar{a} trở thành a . Vậy, a hướng về tâm vòng tròn.

Độ lớn của gia tốc là giá trị giới hạn của $\frac{|\Delta v|}{\Delta t}$ khi Δt tiến tới 0 :

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta v|}{\Delta t}$$

Ta lại xét hình 3-11a. Vì $r_1 = r_2 = R$ và $v_1 = v_2 = v$, nên hai tam giác các vectơ vị trí tạo bởi \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 , $\Delta \mathbf{r}$ và tam giác các vectơ vận tốc \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 , $\Delta \mathbf{v}$ đều là các tam giác cân và chúng đồng dạng với nhau, do đó tỉ số của cạnh đáy và một cạnh bên của tam giác này cũng bằng tỉ số tương ứng của tam giác kia : $\frac{|\Delta v|}{v} = \frac{|\Delta r|}{R}$ hay $|\Delta v| = v \frac{|\Delta r|}{R}$.

$$\begin{aligned} \text{Vậy : } a &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v |\Delta r|}{R \Delta t} \\ &= \frac{v}{R} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta r|}{\Delta t} \end{aligned}$$

Từ hình 3-12 ta thấy rằng khi $|\Delta r|$ rất nhỏ so với R , thì $|\Delta r| \approx v \cdot \Delta t$ hay $\frac{|\Delta r|}{\Delta t} \approx v$. Trong giới hạn khi Δt tiến tới 0, phép gần đúng đó trở nên chính xác :

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta r|}{\Delta t} = v$$

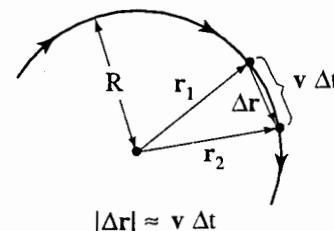
VÍ DỤ 3-4

Gia tốc của xe có tốc độ không đổi trên đoạn đường vòng. Một xe ôtô ban đầu đang chạy về hướng Tây rồi vòng phải theo một cung tròn có bán kính $R = 22m$ và sau khi đi hết đoạn đường vòng, chạy thẳng theo hướng Bắc. Biết tốc độ của xe không đổi và bằng $v = 8,5m/s$ trên cả đoạn đường vòng. Hãy xác định gia tốc của xe (a) ở thời điểm bắt đầu vòng, (b) ở giữa đoạn đường vòng và (c) ở thời điểm ngay trước khi kết thúc đoạn đường vòng.

Giải. (a) Trong khi chạy vòng, xe thực hiện chuyển động tròn đều, do đó độ lớn gia tốc của nó là $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(8,5m/s)^2}{22m} = 3,3m/s^2$. Quỹ đạo của xe được cho trên hình 3-13.

Như vậy, $a = v^2/R$. Vì hướng của gia tốc hướng về phía tâm của vòng tròn, nên gia tốc này được gọi là **gia tốc hướng tâm** và ta sẽ dùng kí hiệu a_n để biểu diễn độ lớn của gia tốc này :

$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad (3-17)$$



Hình 3-12. Khi $|\Delta r|$ nhỏ hơn nhiều so với R thì chiều dài cung $v\Delta t$ gần bằng $|\Delta r|$. Trong giới hạn khi Δt tiến tới 0, thì $v\Delta t = |\Delta r|$.

Vì v và R là không đổi, nên độ lớn của gia tốc hướng tâm cũng không đổi. Tuy nhiên, khi một vật chuyển động tròn thì hướng của gia tốc cũng liên tục thay đổi vì nó luôn hướng từ vật về tâm vòng tròn. Như vậy gia tốc hướng tâm là không đổi về độ lớn nhưng thay đổi về hướng. Vì $v = 2\pi R/T$, nên độ lớn của gia tốc hướng tâm có thể viết dưới dạng :

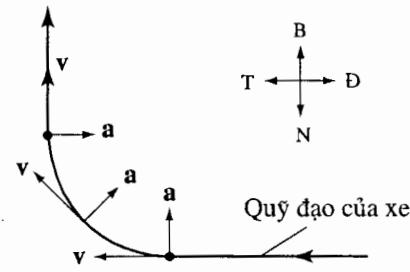
$$a_n = \frac{(2\pi R/T)^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \quad (3-18)$$

Khi xe đi vào đoạn đường vòng, tâm của vòng tròn nằm ở hướng Bắc, do đó gia tốc là $3,3\text{m/s}^2$ và hướng về phía Bắc. (b) Ở chính giữa đoạn đường vòng, tâm của vòng tròn nằm ở hướng Đông Bắc, do đó gia tốc là $3,3\text{m/s}^2$ và có hướng Đông Bắc. (c) Tương tự, ngay trước khi kết thúc đoạn đường vòng, gia tốc là $3,3\text{m/s}^2$ và hướng về phía Đông.

Bài tự kiểm tra 3-4

Một vệ tinh điển hình ở quỹ đạo thấp quanh Trái Đất có độ cao cỡ 300km trên mặt đất và chu kì $T = 1,5\text{h} = 5,4 \cdot 10^3\text{s}$. Cho bán kính Trái Đất $R = 6,37 \cdot 10^6\text{m}$, hãy xác định gia tốc hướng tâm của vệ tinh này.

Đáp số : $9,0\text{m/s}^2$.

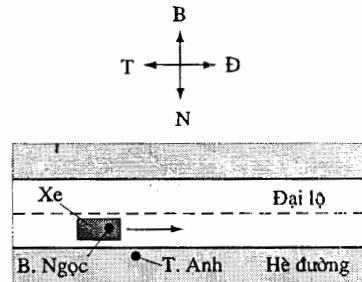


Hình 3-13. Ví dụ 3-4 : Xe ban đầu chuyển động về phía Tây rồi quặt một góc 90° theo một cung tròn. Ngay trước khi vòng v hướng về phía Tây và a hướng về phía Bắc. Ở giữa đoạn đường vòng v có hướng Tây Bắc và a có hướng Đông Bắc. Ngay trước khi kết thúc đoạn đường vòng v hướng về phía Bắc và a về hướng Đông.

3-4. CHUYỂN ĐỘNG TƯƠNG ĐỐI

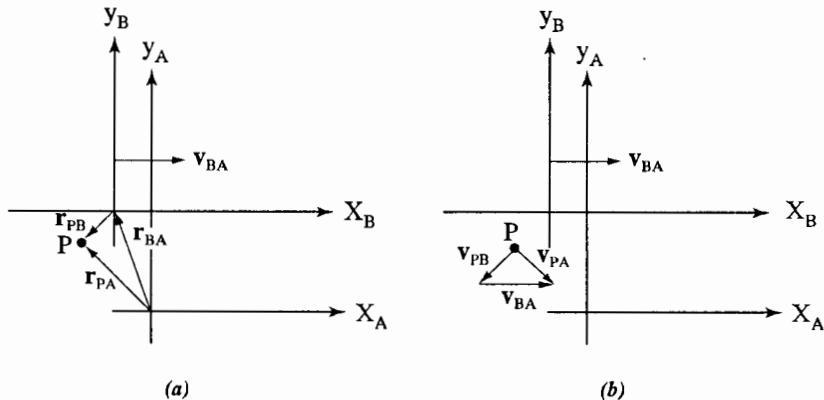
Tuấn Anh đứng trên hè đường phía Nam của đại lộ chạy theo hướng Đông Tây để đợi xe buýt, như được vẽ trên hình 3-14. Bảo Ngọc lái xe đi qua với tốc độ 10m/s về phía Đông. Ngay trước khi xe đi qua chỗ Tuấn Anh đứng, Bảo Ngọc ném qua cửa sổ một chiếc vỏ chuối với các thành phần vận tốc (theo Bảo Ngọc) là 10m/s về phía Nam và 10m/s về phía Tây. Chiếc vỏ chuối đập trúng vào người Tuấn Anh.

Sau này, khi Tuấn Anh và Bảo Ngọc gặp nhau, Tuấn Anh đã trách Bảo Ngọc ném vỏ chuối vào mình. Bảo Ngọc cãi mình không có lỗi và nói thành thật rằng mình ném vỏ chuối về phía **Tây Nam** và ở thời điểm ném Tuấn Anh lại ở phía **Đông Nam** của điểm ném. Câu chuyện này cho thấy rằng hai người quan sát chuyển động với vận tốc không đổi đối với nhau và mỗi người khi do vận tốc của vật sẽ thấy kết quả do của họ là khác nhau.



Hình 3-14. Bảo Ngọc lái xe về phía Đông và Tuấn Anh đứng trên hè đường.

Chúng ta sẽ dùng hình 3-15 để hiểu sự bất đồng này giữa Tuấn Anh và Bảo Ngọc. Hình này cho hai hệ quy chiếu, một hệ người quan sát A (Tuấn Anh) và một hệ cho người quan sát B (Bảo Ngọc). Mỗi người quan sát đều đứng yên trong hệ quy chiếu của mình. Hai hệ quy chiếu trên chuyển động với vận tốc không đổi đối với nhau dọc theo hướng x chung của chúng. (Trong cuộc cãi cọ giữa Tuấn Anh và Bảo Ngọc, vectơ đơn vị \mathbf{i} hướng về phía Đông và \mathbf{j} hướng về phía Bắc).



Hình 3-15. Hai người quan sát trong hệ quy chiếu A và B đo (a) vectơ vị trí và (b) vận tốc của hạt P.

Để phân biệt phép đo của hai người quan sát khác nhau, ta dùng chỉ số dưới kép. Chúng ta kí hiệu r_{PA} là vectơ vị trí của hạt P (vỏ chuỗi) theo người quan sát A. Tương tự, v_{BA} là vận tốc của người quan sát B đối với người quan sát A. Nếu người quan sát B chuyển động theo chiều dương trục x với tốc độ v đối với người quan sát A thì $v_{BA} = vi$. Điều này cũng có nghĩa là A chuyển động theo chiều âm của trục x đối với B : $v_{AB} = -vi$. Trong kí hiệu chỉ số dưới kép này, việc đảo thứ tự các chỉ số sẽ làm đổi dấu đại lượng :

$$v_{AB} = -v_{BA} \quad (3-19)$$

Từ hình 3-15a, ta thấy vectơ vị trí r_{PA} của P đối với A được cho bởi :

$$r_{PA} = r_{PB} + r_{BA} \quad (3-20)$$

Trong đó r_{PB} là vectơ vị trí của P đối với B và r_{BA} là vectơ vị trí của B đối với A. Cần lưu ý sự sắp xếp các chỉ số dưới trong phương trình (3-20). Các chỉ số đầu tiên và các chỉ số cuối cùng ở hai vế của phương trình là như nhau. Còn các chỉ số "ở giữa" của vế phải cũng là như nhau. Quy tắc viết chỉ số này dễ nhớ và rất hữu ích.

Vận tốc của P đối với A tìm được bằng cách lấy đạo hàm của r_{PA} theo t :

$$\frac{d}{dt} r_{PA} = v_{PA}$$

Tương tự :

$$\frac{d}{dt} r_{PB} = v_{PB} \quad \text{và} \quad \frac{d}{dt} r_{BA} = v_{BA}$$

Do đó, nếu lấy đạo hàm hai vế phương trình (3-20), ta được :

$$v_{PA} = v_{PB} + v_{BA} \quad (3-21)$$

Chúng ta cũng thấy rằng các vận tốc tương đối cũng theo quy tắc chỉ số như đối với các vị trí tương đối (phương trình 3-20). Kết quả này được minh họa bằng đồ thị trên hình 3-15b.

Bây giờ chúng ta sẽ áp dụng phương trình 3-21 cho trường hợp có liên quan với Tuấn Anh và Bảo Ngọc. Để đơn giản, ta chỉ xét chuyển động nằm ngang của chiếc vỏ chuỗi và bỏ qua sức cản của không khí. Khi đó vận tốc của chiếc vỏ chuỗi đối với Bảo Ngọc là : $v_{PB} = (-10\text{m/s})\mathbf{i} + (-10\text{m/s})\mathbf{j}$, và vận tốc của Bảo Ngọc đối với Tuấn Anh là $v_{BA} = (20\text{m/s})\mathbf{i}$. Thay các biểu thức này vào phương trình (3-21), ta được :

$$v_{PA} = (-10\text{m/s})\mathbf{i} + (-10\text{m/s})\mathbf{j} + (20\text{m/s})\mathbf{i} = (10\text{m/s})\mathbf{i} + (-10\text{m/s})\mathbf{j}$$

Tức, vận tốc của chiếc vỏ chuối đối với Tuấn Anh có hướng Đông Nam. Vì Tuấn Anh ở phía Đông Nam đối với điểm ném, nên chiếc vỏ chuối sẽ bay thẳng về phía anh ta. Mặc dù Bảo Ngọc không có lỗi, nhưng chiếc vỏ chuối đập trúng vào người Tuấn Anh với tốc độ :

$$\sqrt{(10\text{m/s})^2 + (-10\text{m/s})^2} = 14\text{m/s.}$$

Bây giờ chúng ta xét gia tốc của một vật theo hai người quan sát chuyển động đối với nhau. Gia tốc \mathbf{a}_{PA} của P đối với A tìm được bằng cách lấy đạo hàm của \mathbf{v}_{PA} theo

thời gian : $\frac{d}{dt} \mathbf{v}_{PA} = \mathbf{a}_{PA}$

Tương tự :

$$\frac{d}{dt} \mathbf{v}_{PB} = \mathbf{a}_{PB} \quad \text{và} \quad \frac{d}{dt} \mathbf{v}_{BA} = \mathbf{a}_{BA}$$

Lấy đạo hàm hai vế của phương trình (3-21), ta được :

$$\mathbf{a}_{PA} = \mathbf{a}_{PB} + \mathbf{a}_{BA} \quad (3-22)$$

Các gia tốc tương đối cũng tuân theo quy tắc viết chỉ số như các vectơ vị trí tương đối và vận tốc tương đối. Thêm vào đó cả

ba đại lượng này cũng đều tuân theo quy tắc đảo chỉ số. Trong trường hợp gia tốc :

$$\mathbf{a}_{BA} = -\mathbf{a}_{AB}$$

Việc đảo chỉ số các đại lượng này đều làm đảo dấu của đại lượng đó.

Một áp dụng đơn giản của phương trình (3-22) là tìm mối liên hệ giữa gia tốc của hạt P đối với người quan sát A và đối với người quan sát B khi họ chuyển động với vận tốc không đổi đối với nhau. Nếu hai người quan sát chuyển động với vận tốc tương đối không đổi, thì $\mathbf{a}_{BA} = 0$ và :

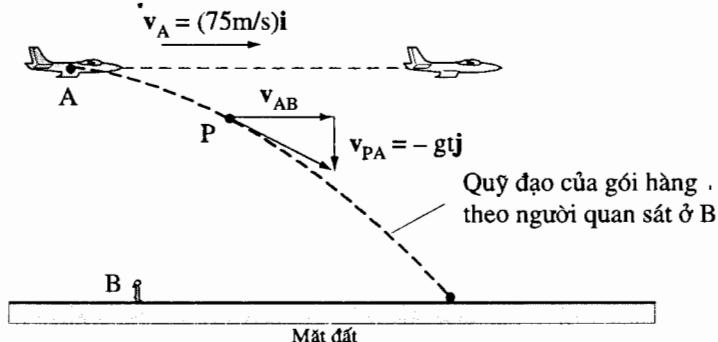
$$\mathbf{a}_{PA} = \mathbf{a}_{PB}$$

Trong trường hợp này hai người quan sát đều đo được gia tốc của hạt P là như nhau.

Nếu giá trị của một đại lượng động học, chẳng hạn như vận tốc hoặc gia tốc, là có nghĩa thì hệ quy chiếu trong đó nó được đo phải được chỉ rõ hoặc được ngầm định rõ, mà thường là được ngầm định rõ.

VÍ DỤ 3-5

Gói hàng được ném xuống từ máy bay. Một người A đang ở trên máy bay bay với vận tốc nằm ngang không đổi đối với mặt đất, có độ lớn bằng 75m/s và hướng về phía Đông. Một người B đang đứng trên mặt đất, quan sát A thả một gói hàng P qua cửa sổ máy bay, như được mô tả trên hình 3-16. Ở thời điểm thả, gói hàng là đứng yên so với A. Hãy mô tả chuyển động của gói hàng theo



Hình 3-16. Ví dụ 3-5 : Người A thả một gói hàng từ máy bay. Theo quan sát của người B thì quỹ đạo của gói hàng là một parabol.

quan sát của (a) A và (b) B. Giả sử gốc toạ độ đối với A và B là điểm thả ở thời điểm thả, và giả sử thời điểm đó $t = 0$.

Chọn vectơ vị trí \mathbf{j} hướng lên trên theo phương thẳng đứng và \mathbf{i} nằm ngang hướng về phía Đông. Bỏ qua sức cản của không khí.

Giải. (a) Theo A, gói hàng P được thả từ trạng thái đứng yên, rồi rơi xuống theo phương thẳng đứng và chạm đất ở ngay phía dưới máy bay. Gia tốc của P đối với A là $\mathbf{a}_{PA} = -g\mathbf{j}$. Thành phần x của vận tốc gói hàng là bằng 0 trong suốt quá trình chuyển động và thành phần y của vận tốc là $-gt$, nên vận tốc của P đối với A là $\mathbf{v}_{PA} = -gt\mathbf{j}$.

(b) Vì vận tốc tương đối của A và B là không đổi ($\mathbf{a}_{AB} = 0$), nên B thấy vận tốc của P như A (tức $\mathbf{a}_{PB} = -g\mathbf{j}$), nhưng họ thấy vận tốc của P là khác nhau. Vận tốc của P đối với B là $\mathbf{v}_{PB} = \mathbf{v}_{PA} + \mathbf{v}_{AB}$ với \mathbf{v}_{AB} là vận tốc của A đối với B, hay cũng chính là vận tốc của máy bay đối với mặt đất : $\mathbf{v}_{AB} = (75\text{m/s})\mathbf{i}$.

Vậy : $\mathbf{v}_{PB} = (75\text{m/s})\mathbf{i} - gt\mathbf{j}$.

Biểu thức vận tốc này tương ứng với chuyển động của viên đạn. Theo B quỹ đạo của gói hàng là một parabol, như được cho trên hình 3-16.

Bài tự kiểm tra 3-5

Trên màn ra đa, người điều khiển không lưu (C) đo vận tốc của hai máy bay phản lực A và B. Anh ta đo được vận tốc của A là 200m/s hướng về phía Bắc và vận tốc của B là 250m/s hướng về phía Đông Nam. Cho \mathbf{i} hướng về phía Đông và \mathbf{j} hướng về phía Bắc.

Hãy viết \mathbf{v}_{AC} , \mathbf{v}_{BC} , \mathbf{v}_{AB} và \mathbf{v}_{BA} theo các vectơ đơn vị đó.

$$\begin{aligned}\text{Đáp số : } \mathbf{v}_{AC} &= (200\text{m/s})\mathbf{j} ; \mathbf{v}_{BC} = (177\text{m/s})\mathbf{i} - (177\text{m/s})\mathbf{j} ; \\ \mathbf{v}_{AB} &= -(177\text{m/s})\mathbf{i} + (377\text{m/s})\mathbf{j} ; \\ \mathbf{v}_{BA} &= (177\text{m/s})\mathbf{i} - (377\text{m/s})\mathbf{j}.\end{aligned}$$

Bài đọc thêm

GALILEO GALILEI

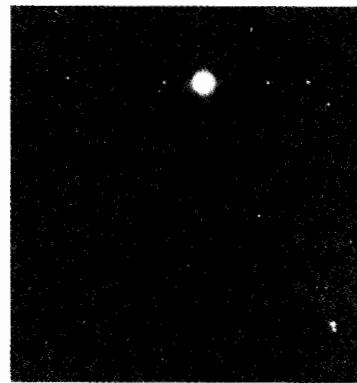
Galileo sinh ở Pisa, xứ Tuscany (một phần của nước Italia hiện nay) vào năm 1564, năm sinh của William Shakespeare và năm mất của Michelangelo. Thân phụ ông, Vencenzio Galilei, là một nhạc sĩ và thương gia rất say mê các hoạt động văn hóa ! Tổ tiên của Vencenzio đều là những

công dân nổi tiếng ở vùng Florence, nhưng vào thời Galileo ra đời, kinh tế gia đình ông khánh kiệt. Năm ông 17 tuổi, thân phụ ông đã gửi ông theo học y khoa ở Trường Đại học Pisa, nhưng chẳng bao lâu ông đã bị cuốn hút vào nỗi đam mê khoa học và toán học. Khi còn là một sinh

viên y khoa, ông đã bộc lộ rõ khả năng thực nghiệm và đo đạc. Ông đã tạo ra một đồng hồ loại con lắc để đo nhịp tim. Những khả năng đặc biệt của ông đã được bộc lộ sớm và ông đã được bổ nhiệm làm giáo sư trường Đại học Pisa ở tuổi 26.

Vì Galileo là con trưởng, nên cái chết của người cha đã để lại cho ông những gánh nặng tài chính của gia đình mà không có một phương tiện gì. Ông đã phải vay những món nợ lớn để làm của hồi môn cho hai cô em gái, rồi lại phải giúp đỡ một phần cho đứa em trai trong nhiều năm. Trong suốt cuộc đời mình, Galileo chưa bao giờ hoàn toàn thoát khỏi nỗi ám ảnh của sự đói nghèo. Ông chưa bao giờ kết hôn, nhưng có ba người con với bà Marina Gamba, người bạn đời yêu dấu của ông trong suốt mười năm. Sự chia tay của họ là thân thiện và sau này Marina đã cưới một người bạn của Galileo. Galileo đã gởi hai cô con gái của ông là Virginia và Livia vào một tu viện ở tuổi 13 và 12 và sau này họ đều là các bà phước. Đối với cậu con trai Vincenzio, Galileo có ưu ái hơn, ông quyết định lo liệu để cậu trở

thành đứa con hợp pháp của ông. Nhưng rồi sau này, chính cô con gái Virginia lại là người gần gũi nhất bên ông. Cái chết của cô ở tuổi 36 là sự kiện cực kì đau đớn trong cuộc đời Galileo.



Sao Mộc và bốn "Mặt Trăng" sáng nhất của nó. Nhìn từ Trái Đất các Mặt Trăng này dường như nằm dọc theo một đường thẳng vì mặt phẳng quỹ đạo của các Mặt Trăng đó gần như là một. Vào thời Galileo, việc đo kinh độ là rất khó khăn và một trong số những công trình thực tiễn của ông là dụng cụ đo kinh độ dựa trên những quan sát các Mặt Trăng của sao Mộc.



Các pha của sao Kim. Khi sao Kim và Trái Đất ở hai phía ngược nhau của Mặt Trời, nó cách Trái Đất xa nhất và quay mặt sáng về phía Trái Đất. Khi sao Kim và Trái Đất ở cùng một phía của Mặt Trời, nó ở gần Trái Đất nhất và quay mặt sáng ra xa Trái Đất.

Do cá tính sôi nổi và nóng nảy, cuộc đời Galileo đầy những xáo trộn và tranh cãi. Có lẽ ông trở thành nổi tiếng do những chuyện rắc rối với nhà thờ Thiên Chúa giáo ở Rôma hơn là do những thành tựu khoa học của ông. Ông đã hai lần bị Giáo hội đưa ra xét xử. Ông đã ủng hộ học thuyết nhật tâm hay còn gọi là học thuyết Copernic về vũ trụ, trong khi đó nhà thờ lại cho rằng Trái Đất đứng yên ở trung tâm của vũ trụ. Tại lần xét xử thứ hai, vào năm 1633, khi ông đã 69 tuổi và sức khoẻ đã suy yếu, Galileo đã buộc phải từ bỏ những niềm tin khoa học của ông để tránh phải tù đầy.

Các lĩnh vực khoa học mà Galileo quan tâm rất rộng lớn, khó có thể kể ra hết ở đây. Ông nghiên cứu cơ học, thiên văn học, quang học và tính chất của các chất lưu. Ông cũng thuộc số những người đầu tiên chế tạo ra kính viễn vọng và dùng nó như một dụng cụ thiên văn. Galileo đã phát hiện ra những Mặt Trăng của sao Mộc, các vành của sao Thổ, các pha của sao Kim và sự tồn tại các đặc điểm bề mặt của Mặt Trăng. (Do độ phân giải hạn chế của các kính thiên văn của ông, Galileo đã tưởng nhầm các vành của sao Thổ là hai vệ tinh, mỗi vệ tinh ở một phía của hành tinh này). Như chúng ta đã thấy trong hai chương về động học này, Galileo là người đã giải thích đúng sự rơi tự do và chuyển động của viên đạn. Sự mô tả của chuyển động tương đối mà chúng ta đã thảo luận ở mục 3-4 cũng là do công lao của Galileo và được gọi là **tính tương đối**

Galileo. Rất nhiều nhà sử học còn cho rằng việc phát hiện ra một trong số ba định luật của chuyển động, cụ thể định luật hiện được gọi là định luật I Newton, hay định luật quán tính (mục 4-2) là thuộc về Galileo.

Với những quan điểm triết học của ông về khoa học, Galileo được xem là cha đẻ của khoa học hiện đại. Quan niệm của ông về tầm quan trọng của toán học trong việc mô tả các hiện tượng vật lí được thể hiện rõ ràng qua đoạn trích sau :

"Triết học – tôi muốn nói là vũ trụ – được viết trong cuốn sách này luôn mở trước mắt chúng ta. Nhưng nó sẽ không thể nào hiểu được nếu người ta không học để hiểu ngôn ngữ và cắt nghĩa những kí tự mà nó được viết ra. Nó được viết bằng ngôn ngữ toán học và những kí tự của nó là các hình tam giác, các vòng tròn và các hình học khác, mà thiếu chúng, con người sẽ không hiểu được một từ nào của nó ; thiếu chúng, người ta sẽ lạc trong một mê lô tối tăm".

Galileo cũng là người đầu tiên xem toán học như "ngôn ngữ" của tự nhiên và ông ít quan tâm tới toán học thuần túy.

Sau lần bị xét xử thứ hai, Galileo sống gần như cô độc trong suốt chín năm cuối đời. Bất chấp đau yếu và mù loà, trong thời gian này ông đã viết được một số công trình vĩ đại nhất. Sự hăng hái của ông không hề mệt mỏi cho đến tận hơi thở cuối cùng. Galileo mất năm 1642, cũng là năm Isaac Newton ra đời.

?

CÂU HỎI

- 1** Đối với một vật, liệu có thể có gia tốc nhưng vẫn có (a) tốc độ không đổi ; (b) quỹ đạo thẳng ; (c) vận tốc không đổi không ? Giải thích.

- 2** Nếu vận tốc của một vật biến thiên và trở nên bằng 0 ở một thời điểm nào đó, hỏi gia tốc có cần phải bằng 0 ở thời điểm đó không ? Gia tốc có thể bằng 0 trên cả một khoảng thời gian chứa thời điểm đó không ? Cho ví dụ minh họa các câu trả lời của bạn.
- 3** Vận tốc của một vật có thể ngược hướng với gia tốc không ? Nếu có thể, thì cho ví dụ, nếu không, thì giải thích tại sao ?
- 4** Chúng ta đã thấy rằng, nếu gia tốc của một vật là không đổi, thì vận tốc sẽ biến thiên tuyến tính theo thời gian và vectơ vị trí biến thiên bậc hai theo thời gian. Giả sử gia tốc biến thiên tuyến tính theo thời gian, hãy xác định sự biến thiên theo thời gian của (a) vận tốc và (b) vectơ vị trí.
- 5** Một vật được tung lên không trung, Minh Tuấn nói rằng vật đang rơi nếu gia tốc của nó hướng xuống. Mai Anh nói rằng vật đang rơi nếu vận tốc của nó hướng xuống. Ý kiến của Minh Tuấn và Mai Anh phù hợp với nhau ở phần nào của quỹ đạo ? Ở phần nào hai ý kiến đó không phù hợp với nhau ? Bạn ưng định nghĩa nào của thuật ngữ "rơi" hơn, định nghĩa của Minh Tuấn hay của Mai Anh ?
- 6** Một viên đạn được phóng lên với vận tốc ban đầu là $(3\text{m/s})\mathbf{i} + (2\text{m/s})\mathbf{j}$. Bỏ qua sức cản của không khí, (a) Xác định vận tốc ở đỉnh cao của quỹ đạo. (b) Xác định gia tốc ở đỉnh của quỹ đạo. Lưu ý viết các đáp số của bạn dưới dạng vectơ.
- 7** Một viên đạn được phóng lên với vận tốc ban đầu $\mathbf{v}_0 = v_{x0}\mathbf{i} + v_{y0}\mathbf{j}$. Bỏ qua sức cản của không khí. Tầm bay của đạn có phụ thuộc vào (a) v_{x0} ; (b) v_{y0} không ? Độ cao cực đại của đạn có phụ thuộc vào (c) v_{x0} ; (d) v_{y0} không ?
- 8** Đối với một vật chuyển động cong, vận tốc của nó có thể là không đổi không ? Tốc độ của nó có thể là không đổi không ? Gia tốc của nó có thể là không đổi không ? Độ lớn của gia tốc có thể là không đổi không ? Nếu trả lời cho các câu hỏi đó là có, thì hãy cho ví dụ.
- 9** Giả sử một vật chuyển động tròn với tốc độ không đổi và gốc toạ độ được chọn ở tâm vòng tròn. Hỏi có mối quan hệ nào, nếu có, giữa các hướng của (a) vectơ vị trí và vận tốc ; (b) vectơ vị trí và gia tốc ; (c) vận tốc và gia tốc của vật ?
- 10** Trong chuyển động tròn đều thì (a) tốc độ là không đổi ? (b) Vận tốc là không đổi ? Độ lớn gia tốc là không đổi ? Gia tốc là không đổi ? Giải thích.
- 11** Một đồng xu đặt trên một mâm quay thực hiện chuyển động tròn đều với tốc độ $0,8\text{m/s}$ và độ lớn gia tốc là 4m/s^2 . Đặt lại đồng xu trên mâm sao cho bán kính quỹ đạo tròn của nó chỉ còn bằng một nửa trước đó. Hãy xác định tốc độ và độ lớn gia tốc của đồng xu ở vị trí mới.

12 Một đồng xu đặt trên mâm quay chuyển động tròn đều với tốc độ $0,4\text{m/s}$ và độ lớn gia tốc là 2m/s^2 . Tăng tốc độ của mâm quay lên gấp đôi sao cho chu kì quay của đồng xu giảm một nửa. Xác định tốc độ và độ lớn gia tốc mới của đồng xu.

13 (a) Giả sử hai người quan sát chuyển động với vận tốc không đổi đối với nhau, mỗi người đều tiến hành đo vận tốc của một vật. Họ có tìm thấy cùng một kết quả không? Nếu có, thì hãy giải thích tại sao. Nếu không, thì hai kết quả đó khác nhau như thế nào? (b) Giả sử hai người quan sát đó cùng đo gia tốc của một vật. Họ có tìm được cùng một kết quả không? Nếu có, thì hãy giải thích tại sao. Nếu không, thì hai kết quả đó khác nhau như thế nào?

ĐỀ TẬP

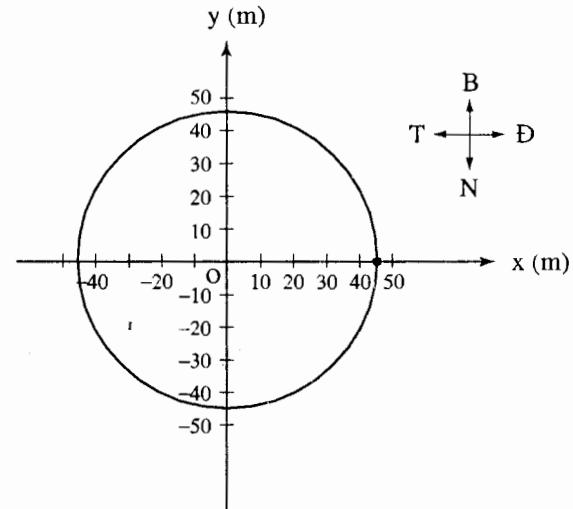
Mục 3-1. Vị trí, vận tốc và gia tốc

1 Một người chạy xung quanh một đường tròn có bán kính $45,0\text{m}$ (hình 3-17). Giả sử gốc của hệ toạ độ xy nằm ở tâm vòng tròn với \mathbf{i} hướng về phía Đông và \mathbf{j} hướng về phía Bắc. Giả sử $t = 0$ ứng với thời điểm người đó có toạ độ (x_0, y_0) là $(45,0\text{m}; 0,0\text{m})$.

- (a) Ở $t = 16,8\text{s}$; người này ở đúng hướng Đông Bắc so với gốc. Xác định vectơ vị trí của người đó. (b) Ở $t = 33,6\text{s}$; người này ở đúng hướng Bắc so với gốc, hãy xác định độ dịch chuyển của người đó trong khoảng thời gian từ $t = 0,0\text{s}$ đến $t = 33,6\text{s}$. (c) Tính quãng đường mà người đó đã chạy được trong khoảng thời gian trên.

2 (a) Xác định vận tốc trung bình của người chạy ở bài tập 1 trong khoảng thời gian từ $t = 0,0\text{s}$ đến $t = 33,6\text{s}$. (b) Tại $t = 8,4\text{s}$ vị trí của người đó có toạ độ là $(41,6\text{m}; 17,2\text{m})$ và ở $t = 25,2\text{s}$ có toạ độ là $(17,2\text{m}; 41,6\text{m})$. Hãy xác định vận tốc trung bình của người đó trong khoảng thời gian trên.

3 Cho vectơ vị trí của một vật là $\mathbf{r} = [(3,5\text{m/s})t + 4,2\text{m}]\mathbf{i} + [(5,1\text{m/s})t]\mathbf{j}$. Hãy xác định \mathbf{v} . Vẽ đồ thị biểu diễn quỹ đạo của vật trong khoảng thời gian từ



Hình 3-17. Bài tập 1

$t = 0,0s$ đến $t = 3,0s$ bằng cách dựng các điểm ở mỗi khoảng $0,5s$ và vẽ phác quỹ đạo đi qua các điểm đó. Vẽ v ở một số điểm trên quỹ đạo để chỉ hướng của chuyển động.

- 4 Các tọa độ của một vật được cho bởi $x = (1,9m/s^2)t^2$ và $y = (0,47m/s^2)t^2 - 5,6m$. Hãy xác định (a) các thành phần của vận tốc và (b) các thành phần gia tốc của vật.
- 5 Tại một điểm trên đường ray uốn lượn trong một khu giải trí, đường ray lập một góc 29° đối với phương nằm ngang. Nếu toa xe đi qua điểm này với tốc độ $16m/s$, hãy xác định (a) thành phần nằm ngang và (b) thành phần thẳng đứng của vận tốc toa xe.
- 6 Một máy bay đang lấy độ cao sau khi cất cánh có thành phần vận tốc nằm ngang và thẳng đứng tương ứng bằng $97m/s$ và $22m/s$. Hãy xác định (a) tốc độ của máy bay và (b) góc tạo bởi vận tốc của máy bay và phương nằm ngang.

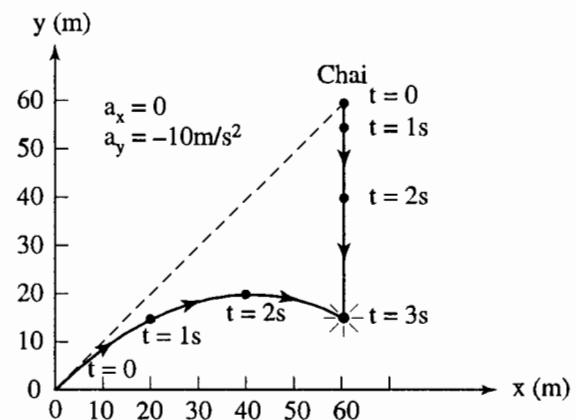
Mục 3-2. Gia tốc không đổi : Chuyển động của viên đạn

(Chú ý : Trong các bài tập ở mục này, sức cản của không khí đều được bỏ qua)

- 7 Một viên bi-a lăn xuống dưới về phía Đông theo một rãnh thẳng lập một góc 15° so với phương nằm ngang. Độ lớn gia tốc của viên bi-a này là $1,81m/s^2$ trong toàn bộ quá trình chuyển động. Giả sử chọn trục x nằm ngang với i hướng về phía Đông và j hướng lên trên theo phương thẳng đứng. Giả sử $t = 0$ ứng với thời điểm viên bi-a được thả ra từ gốc. (a) Hãy viết các biểu thức của a_x , a_y , v_x , v_y , x và y . (b) Làm lại phần (a) nhưng với i hướng dọc theo rãnh và j vuông góc với nó.
- 8 Một hòn đá được ném lên với tốc độ ban đầu $36m/s$ và góc ném bằng 62° . Giả sử chọn gốc tại điểm ném và $t = 0$ ứng với thời điểm ném. Hãy viết biểu thức của v_x , v_y , x và y như các hàm số của t .
- 9 Một quả bóng đá được ném lên và bay được một khoảng cách theo phương ngang trên mặt sân $17m$ trước khi chạm đất. Biết điểm ném ở bên trên mặt sân $1,5m$ và góc ném bằng 16° . Tính tốc độ ban đầu của bóng.
- 10 Một quả bóng gôn được đánh sao cho tốc độ ban đầu là $42m/s$ và góc phóng bằng 34° . Biết mặt sân không cỏ là phẳng. Hãy xác định (a) thời gian đạt độ cao cực đại ; (b) thời gian bay ; (c) độ cao cực đại và (d) tầm bay của bóng.
- 11 Tầm bay của một viên đạn là $48m$ và tốc độ ban đầu bằng $33m/s$. (a) Xác định góc phóng. (b) Liệu có một góc phóng khác cũng phù hợp với các số liệu về R và v_0 cho ở trên không ? Nếu có, thì tìm góc đó. Nếu không thì giải thích tại sao.
- 12 Một khẩu súng hơi bắn một viên đạn với tốc độ ban đầu $52m/s$. Biết rằng nòng súng lập với phương nằm ngang một góc 75° và miệng nòng súng

nằm cách mặt đất 1,9m. Cho mặt đất là bằng phẳng. (a) Hỏi bao lâu sau khi bắn viên đạn đạt tới độ cao cực đại ? (b) Tính độ cao cực đại của viên đạn đối với mặt đất. (c) Xác định khoảng cách nằm ngang mà viên đạn bay được từ nơi bắn đến nơi chạm đất.

- 13** Hình 3-18 biểu diễn quỹ đạo của một hòn đá và một cái chai. Cái chai được thả rơi từ trạng thái đứng yên ở thời điểm hòn đá được ném lên. Giá trị của g được lấy là 10 m/s^2 để tiện dùng với các số làm tròn. Chú ý rằng vận tốc ban đầu của hòn đá hướng thẳng tới chiếc chai. Từ các số liệu cho trên đồ thị, hãy xác định v_0 và θ_0 của hòn đá.



Hình 3-18. Bài tập 13

Mục 3-3. Chuyển động tròn đều

- 14** Một xe ôtô chuyển động trên một khúc quanh tròn, bán kính $R = 63\text{m}$, với tốc độ không đổi bằng $v = 12\text{m/s}$. Hãy xác định độ lớn gia tốc hướng tâm của xe.
- 15** Một đồng xu được đặt trên mâm quay của một máy quay đĩa và ở cách trục quay 130mm. Hãy xác định gia tốc hướng tâm của đồng xu khi mâm quay với tốc độ (a) 33,3 vòng/phút ; (b) 45,0 vòng/phút.
- 16** Một em bé quay sợi dây có buộc hòn đá ở đâu sao cho hòn đá chuyển động trên một vòng tròn nằm ngang. Cho bán kính vòng tròn là $0,96\text{m}$ và chu kì quay là $1,4\text{s}$. Hãy xác định (a) tốc độ của hòn đá ; (b) độ lớn gia tốc của hòn đá.
- 17** Quỹ đạo của Mặt Trăng quay xung quanh Trái Đất có thể xem gần đúng là một vòng tròn với bán kính $3,85 \cdot 10^8\text{m}$ và chu kì quay là 27,3 ngày. Hãy xác định độ lớn gia tốc hướng tâm của Mặt Trăng trong chuyển động đó.
- 18** (a) Bán kính của Trái Đất là $6,37 \cdot 10^6\text{m}$. Hãy xác định gia tốc hướng tâm của một điểm nằm trên đường xích đạo của Trái Đất đối với tâm của nó ra m/s^2 và ra g . (b) Cho bán kính quỹ đạo Trái Đất quay quanh Mặt Trời là $1,5 \cdot 10^{11}\text{m}$. Hãy xác định gia tốc hướng tâm của Trái Đất đối với Mặt Trời ra m/s^2 và g . (c) Các phép đo thiên văn cho biết hệ Mặt Trời của chúng ta chuyển động gần như trên một quỹ đạo tròn xung quanh tâm Thiên Hà của chúng ta với bán kính $2,8 \cdot 10^{20}\text{m}$ và tốc độ $2,5 \cdot 10^5\text{m/s}$. Hãy xác định

gia tốc hướng tâm của hệ Mặt Trời đối với tâm Thiên Hà là m/s^2 và ra g.
 (d) Hãy xác định tỉ số của mỗi cặp gia tốc đó.

- 19** Trong máy gia tốc Fermilab ở Batavia, Illinois, các proton chuyển động với tốc độ gần tốc độ ánh sáng ($3 \cdot 10^8 m/s$) dọc theo một quỹ đạo tròn có bán kính 1 km. Tìm gia tốc hướng tâm của một trong số các proton đó ra
 (a) m/s^2 và (b) ra g.
- 20** (a) Chứng minh rằng đối với một vật chuyển động tròn đều $a_n = \frac{2\pi v}{T}$.
 (b) Một xe chuyển động tròn cứ 5,1s được một vòng với tốc độ 11m/s. Hãy xác định gia tốc hướng tâm của xe đó.

Mục 3-4. Chuyển động tương đối

- 21** Tuấn Minh lái xe về phía Nam theo làn bên phải của đường cao tốc với tốc độ 22m/s. Thu An lái xe ở làn bên trái theo cùng hướng như Tuấn Minh với tốc độ 28m/s. Hãy xác định (a) tốc độ và vận tốc của Thu An đối với Tuấn Minh. Xác định (b) tốc độ và vận tốc của Tuấn Minh đối với Thu An.
- 22** Người quan sát A đo được vận tốc và gia tốc của một hạt P là $(3m/s)\mathbf{j}$ và $(4m/s^2)\mathbf{i}$. Người quan sát B chuyển động với vận tốc không đổi đối với A là $\mathbf{v}_{BA} = (2m/s)\mathbf{i} + (-1m/s)\mathbf{j}$. Hãy xác định (a) vận tốc và (b) gia tốc của P theo người quan sát B.
- 23** Một xe lửa chạy theo hướng Đông với tốc độ 3,4m/s. Với một la bàn trong tay để xác định hướng, một người đi trên sàn toa xe theo hướng Đông Bắc với tốc độ 1,2m/s đối với sàn. Hãy xác định vận tốc của người đó đối với mặt đất.
- 24** Tốc độ của một con phà đối với nước là 7,8m/s. Con phà chạy ngang qua sông tới bến phà bên kia nằm đúng hướng Bắc đối với bến xuất phát. Khoảng cách giữa hai bến là 1,8 km. Biết rằng tốc độ dòng nước là 2,3m/s và nước chảy về hướng Đông. Giả sử \mathbf{i} hướng về phía Đông và \mathbf{j} chỉ hướng Bắc. (a) Hãy xác định vận tốc của phà đối với nước để phà đi thẳng tới bến ở bờ bên kia. (b) Phà tới bến bên kia hết bao nhiêu thời gian? (c) Cũng hỏi như trên với tốc độ dòng nước là 4,6m/s và hướng về phía Đông.



ĐÀI TẬP NÂNG CAO

(Chú ý : Nếu không nói gì khác, thì trong chuyển động của viên đạn ở các bài toán dưới đây đều bỏ qua sức cản của không khí)

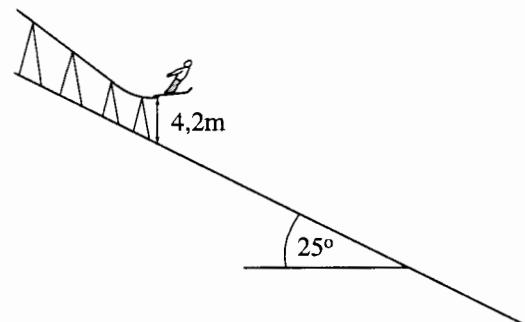
- 1** **Một cách phân tích đối với chuyển động tròn đều.** Toạ độ của một vật là $x = R\cos\omega t$ và $y = R\sin\omega t$, với R và ω là các hằng số. (a) Chứng tỏ rằng các thành phần của vận tốc là $v_x = -R\omega\sin\omega t$ và $v_y = R\omega\cos\omega t$. (b) Chứng tỏ rằng các thành phần của gia tốc là $a_x = -R\omega^2\cos\omega t$ và $a_y = -R\omega^2\sin\omega t$.
 (c) Chứng minh rằng : $\mathbf{a} = -\omega^2\mathbf{r}$.

2 **Tìm θ_0 của đạn từ các phép đo h_m và R .** (a) Chứng minh rằng góc phóng θ_0 đối với viên đạn được phóng lên từ gốc toạ độ được cho bởi $\theta_0 = \arctg\left(\frac{4h_m}{R}\right)$. (b) Tính θ_0 cho trường hợp $h_m = 6,2m$ và $R = 32m$.

(c) Tính góc θ_0 khi $h_m = R$. (d) Tính h_m khi $R = R_m$.

3 **Đối xứng của tầm bay đối với $\theta_0 = 45^\circ$.** Chứng minh rằng, tầm bay của viên đạn với góc phóng nhỏ hơn 45° một lượng $\Delta\theta$ cũng bằng tầm bay của nó với góc phóng lớn hơn 45° một lượng $\Delta\theta$, khi v_0 cố định. Nghĩa là chứng minh rằng tầm bay R đối xứng đối với $\theta_0 = 45^\circ$. (Gợi ý: Xét các đạo hàm của R theo θ_0).

4 **Trượt tuyết từ cầu nhảy.** Một người trượt tuyết rời cầu nhảy với vận tốc $34m/s$ hướng theo phương nằm ngang (hình 3-19). Đầu cầu nhảy cách mặt đất theo phương thẳng đứng $4,2m$ và sườn dốc về phía dưới lập với phương nằm ngang một góc 25° . Bỏ qua sức cản của không khí, hãy xác định khoảng cách từ điểm phóng đến điểm chạm sườn dốc.



Hình 3-19. BTNC 4.

5 **Góc θ của viên đạn như một hàm số của thời gian.** Chứng minh rằng, đối với một viên đạn, góc giữa vận tốc và trục x được cho bởi

$$\theta(t) = \arctg \frac{v_{y0} - gt}{v_{x0}}$$

6 **Quỹ đạo địa tĩnh.** Trong mục 3-3 chúng ta đã chỉ ra rằng độ lớn của gia tốc hướng tâm có thể viết dưới dạng $a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$, với T là chu kì. Gia tốc hướng tâm đối với một vệ tinh của Trái Đất là do lực hấp dẫn của Trái Đất. Một biểu thức của gia tốc này là $a_n = \frac{gR^2}{R_e^2}$, trong đó R là bán kính quỹ đạo và R_e là bán kính Trái Đất ($R_e = 6,37 \cdot 10^6 m$). (a) Hãy chứng minh rằng bán kính quỹ đạo của vệ tinh và chu kì của nó liên hệ với nhau bởi hệ thức :

$$R^3 = \frac{gR_e^2}{4\pi^2} T^2 = (1,0 \cdot 10^{13} m^3/s^2) T^2.$$

(b) Quỹ đạo địa tĩnh là quỹ đạo nằm trên đường xích đạo với chu kì là $24h$. Vệ tinh chuyển động theo quỹ đạo đó luôn luôn ở trên một điểm cố định ở mặt đất. Chứng minh rằng độ cao của quỹ đạo địa tĩnh ở trên một điểm nào đó trên xích đạo là $h = 5,6R_e$

- 7** Một cách chứng minh khác của công thức $a_n = \frac{v^2}{R}$. (a) Dùng tam giác các vectơ vận tốc trong hình 3-11a chứng tỏ rằng độ lớn của gia tốc trung bình đối với một vật chuyển động tròn đều có thể viết dưới dạng :

$$|\bar{a}| = \frac{v^2}{R} \cdot \frac{2[\sin(\Delta\theta/2)]}{\Delta\theta}$$

với $\Delta\theta$ là góc giữa \mathbf{v}_1 và \mathbf{v}_2 , tính bằng radian. Hãy dùng biểu thức trên để xác định $|\bar{a}|$ khi $\Delta\theta$ bằng (b) $\pi/2$; (c) $\pi/4$; (d) $\pi/10$; (e) $\pi/100$. (f) Từ kết quả trên suy ra giá trị của $\lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\sin(\Delta\theta/2)}{\Delta\theta}$. (g) Dùng các kết quả ở câu (a) và (f) chứng minh rằng $a_n = \frac{v^2}{R}$.

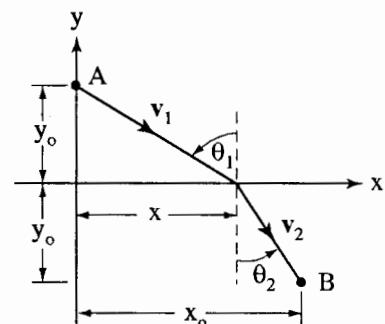
- 8** **Nguyên lí Fermat.** Một vận động viên cần phải chạy từ A đến B, như được chỉ trên hình 3-20. Vì địa hình khác nhau, nên tốc độ của người đó ở hai phía trục x là khác nhau.

Giả sử v_1 là tốc độ của người đó ở phía trên trục x và v_2 là tốc độ của người đó ở phía dưới trục x. Cũng giả sử rằng hai phần thẳng của đường chạy được đặc trưng bởi các góc θ_1 và θ_2 như chỉ trên hình vẽ. Chứng minh rằng, để thời gian chạy là cực tiểu thì các góc đó phải thoả mãn hệ thức $v_1 \sin \theta_1 = v_2 \sin \theta_2$.

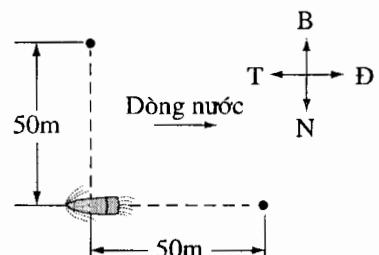
Ghi chú : Cách thức này có thể được dùng để rút ra định luật khúc xạ trong quang học. Trong trường hợp đó, đây là một ứng dụng của một nguyên lí tổng quát có tên là **nguyên lí Fermat**.

- 9** **Chạy bắt bóng.** Cầu thủ cầm chày vùt bóng sao cho bóng có $v_0 = 33\text{m/s}$ và $\theta_0 = 32^\circ$ ở điểm bên trên mặt đất 1m. Hướng nằm ngang của quỹ đạo quả bóng hướng thẳng về phía cầu thủ đứng ở đầu xa của sân cách nơi phát bóng 118m. 0,50s sau khi bóng được đánh đi ; cầu thủ ở đầu xa của sân bắt đầu chạy thẳng về phía chỗ phát bóng với gia tốc không đổi. Xác định độ lớn gia tốc của cầu thủ đó, nếu anh ta bắt được quả bóng khi nó còn ở độ cao 1m so với mặt sân.

- 10** **Thí nghiệm Michelson - Morley.** Một cô gái neo thuyền ở giữa sông (hình 3-21). Vận tốc của dòng nước là $0,85\text{m/s}$ và hướng về phía Đông.



Hình 3-20. BTNC 8.



Hình 3-21. BTNC10

(a) Hãy xác định thời gian để cô gái bơi đến 1 điểm cách thuyền một đoạn 50m về phía Đông rồi bơi trở lại thuyền. Biết tốc độ bơi của cô gái đối với nước là 1,43m/s. (b) Hãy xác định thời gian để cô gái bơi được tới một điểm cách thuyền 50m về phía Bắc rồi bơi trở lại thuyền. (c) Trong hai lần bơi đó, lần nào mất nhiều thời gian hơn và mất bao lâu ? **Ghi chú :** Bài toán này có một quan hệ gần gũi với một thí nghiệm nổi tiếng có tên là thí nghiệm Michelson – Morley.

- 11 Viên đạn được theo dõi bởi những người quan sát khác nhau.** Một em bé đứng trên sàn một toa xe lửa đang chuyển động với tốc độ 8,2m/s đối với mặt đất. Nó ném một hòn đá lên trời theo phương thẳng đứng (theo nó) với tốc độ 12,5m/s. (a) Hãy xác định vận tốc ban đầu của hòn đá theo người đứng trên mặt đất. Đứa bé bắt lại hòn đá khi nó rơi xuống ở đúng độ cao được ném lên. Hãy xác định tầm bay của hòn đá theo (b) đứa bé và (c) theo người đứng ở mặt đất. Xác định thời gian bay của hòn đá (d) theo đứa bé và (e) theo người đứng ở mặt đất.
- 12 Tốc độ giới hạn.** Khi một vật rơi qua không khí (hay một chất lưu khác), nó sẽ tiến một cách tiệm cận tới một tốc độ giới hạn v_t do những hiệu ứng của lực ma sát. Giả sử một vật rơi thẳng đứng với thành phần gia tốc được cho bởi :

$$a_y = -g + bv^2$$

trong đó $b = 0,002\text{m}^{-1}$. Hãy xác định v_t . (*Gợi ý :* Khi tốc độ của vật tiến gần tới tốc độ giới hạn v_t , gia tốc của nó tiến gần tới 0).

- 13 Xác định tầm bắn của pháo.** (a) Bằng một phát bắn gần và một phát bắn xa so với mục tiêu, người pháo thủ có thể chỉnh để phát thứ ba bắn trúng đích. Giả sử phát bắn gần cho đạn rơi trước mục tiêu một đoạn ΔR_1 , khi nòng pháo lập với phương nằm ngang một góc θ_{01} ; trong khi đó phát bắn xa cho đạn rơi vượt quá mục tiêu một đoạn ΔR_2 , khi nòng pháo lập với phương nằm ngang một góc θ_{02} . Chứng minh rằng góc θ_0 để phát thứ ba cho đạn trúng mục tiêu là $\theta_0 = \frac{1}{2} \arcsin \frac{\Delta R_1 \sin 2\theta_{02} + \Delta R_2 \sin 2\theta_{01}}{\Delta R_2 + \Delta R_1}$

(b) Cho $\theta_{01} = 15,20^\circ$; $\Delta R_1 = 130\text{m}$; $\theta_{02} = 15,85^\circ$; $\Delta R_2 = 160\text{m}$. Hãy xác định θ_0 để đạn trúng đích.

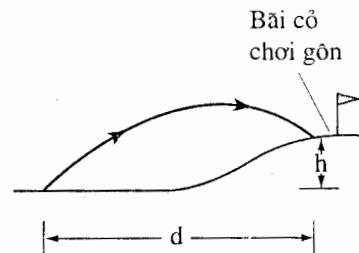
- 14 Làm thế nào để đo được tốc độ của các giọt mưa ?** Trong khoảng thời gian rơi ở gần mặt đất, do tác dụng tổ hợp của lực hấp dẫn và của sức cản không khí, các giọt mưa đạt tới tốc độ đều gọi là **tốc độ giới hạn** của nó. Giả sử mưa rơi đều và thẳng đứng đối với mặt đất (không có gió). Bạn ngồi trong xe chạy với tốc độ 10m/s và đo được góc rơi của mưa so với phương thẳng đứng là 50° . (a) Hãy xác định tốc độ giới hạn của giọt mưa so với mặt đất. (b) Xác định tốc độ giới hạn của giọt mưa đối với xe của bạn.

- 15 Gia tốc của sao Kim đối với Trái Đất.** Các hành tinh đều quay quanh Mặt Trời với quỹ đạo gần như tròn và tất cả các quỹ đạo hành tinh đều gần như nằm trong cùng một mặt phẳng. Bán kính của quỹ đạo Trái Đất là $1,5 \cdot 10^{11}$ m, còn bán kính và chu kỳ của sao Kim tương ứng là $1,1 \cdot 10^{11}$ m và 0,61 năm. Hãy xác định độ lớn gia tốc của sao Kim đối với Trái Đất khi chúng ở (a) cùng một phía Mặt Trời và (b) hai phía ngược nhau của Mặt Trời.
- 16 Đường cycloid.** Nếu một bánh xe lăn không trượt với tốc độ không đổi trong một mặt phẳng, thì toạ độ của một hạt trên bánh xe như các hàm số của thời gian là :

$$x = vt - R \sin \frac{vt}{R} \quad \text{và} \quad y = R - R \cos \frac{vt}{R}$$

với R là bán kính của bánh xe và v là tốc độ của tâm bánh xe. Hệ toạ độ được chọn là cố định trên mặt phẳng, với i nằm dọc theo mặt và theo hướng chuyển động và j hướng thẳng đứng lên trên. (a) Tính x và y ở các thời điểm $t = 0 ; T/4 ; T/2 ; \dots ; 3T/2$, với $T = 2\pi R/v$. Vẽ đồ thị quỹ đạo của hạt. Đường cong thu được gọi là đường cycloid. (b) Xác định v_x và v_y như các hàm của thời gian và biểu diễn v trên đồ thị ở các thời điểm $t = 0 ; T/2 ; T$ và $3T/2$. (c) Xác định a_x và a_y như các hàm số của thời gian và biểu diễn a trên đồ thị ở các thời điểm $t = 0 ; T/2 ; T$ và $3T/2$. (d) Dùng a_x và a_y ở câu (c) để chứng minh rằng $a = \frac{v^2}{R}$.

- 17 Đánh cầu âu quả bóng gôn.** Giả sử bạn muốn đánh cầu âu quả bóng gôn từ vùng sân bằng không cỏ tới vùng gò cao trống cỏ (hình 3-22). Điểm mà bạn muốn quả bóng rơi xuống cách nơi đánh một khoảng d theo phương nằm ngang và khoảng h theo phương thẳng đứng. Gậy đánh mà bạn chọn vút quả bóng đi với góc phóng θ_0 .



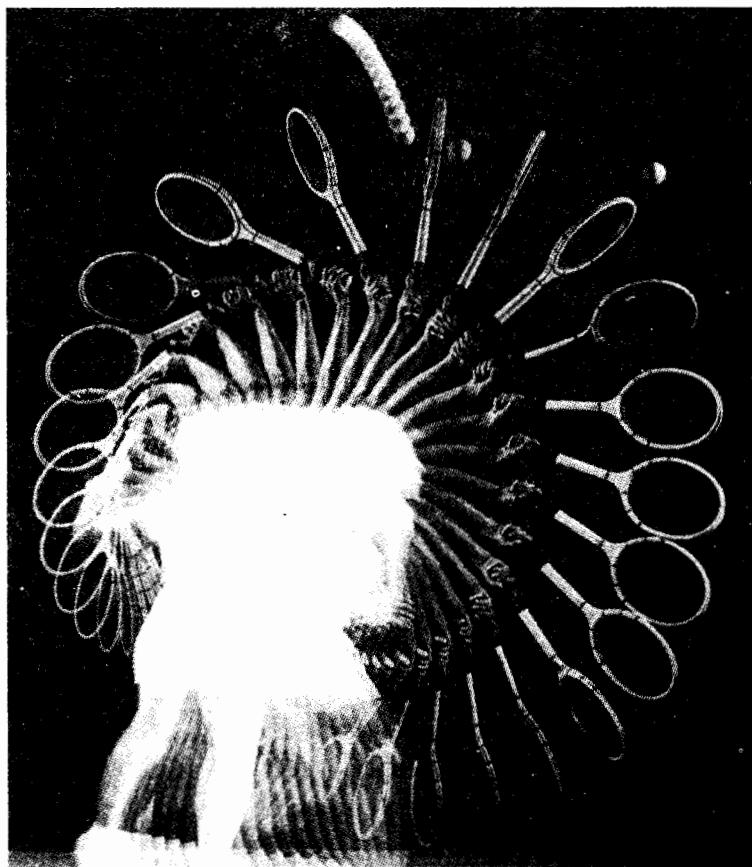
Hình 3-22. BTNC 17.

(a) Chứng minh rằng khi bỏ qua sức cản không khí, vận tốc ban đầu v_0 cần có để đưa quả bóng tới đích được cho bởi $v_0^2 = \frac{d^2 g}{2 \cos^2 \theta_0 (\operatorname{dtg} \theta_0 - h)}$. (b) Xác định giá trị giới hạn của v_0 cho trường hợp $d = 35$ m; $h = 4,0$ m và $\theta_0 = 41^\circ$.

- 18 Gia tốc của Mặt Trăng đối với Mặt Trời.** Một phép gần đúng tốt là xem Mặt Trăng chuyển động tròn có tâm là Trái Đất và Trái Đất chuyển động tròn có tâm là Mặt Trời. Hãy xác định độ lớn gia tốc của Mặt Trăng đối với Mặt Trời (a) khi Mặt Trăng ở giữa Trái Đất và Mặt Trời và (b) khi Trái Đất ở giữa Mặt Trăng và Mặt Trời.

CHƯƠNG 4

CÁC ĐỊNH LUẬT CHUYỂN ĐỘNG CỦA NEWTON



- 4-1. Lực và khối lượng
- 4-2. Định luật thứ nhất
của Newton
- 4-3. Định luật thứ hai
của Newton
- 4-4. Định luật thứ ba
của Newton
- 4-5. Trọng lượng và lực hấp
dẫn của Trái Đất
- 4-6. Các lực tiếp xúc : Lực
pháp tuyến và lực ma sát
- 4-7. Các phương pháp giải
toán cơ học

Bài đọc thêm : Issac Newton

*Bức ảnh chụp quá trình
phát bóng của một cầu
thủ tennis*

Các định luật chuyển động của Newton tạo nên cơ sở của cơ học, đã được Isaac Newton (1642 - 1727) trình bày trong quyển sách của ông - **Philosophiae Naturalis Principia Mathematica** (Những nguyên lý toán học của triết học tự nhiên) - xuất bản vào năm 1686 và thường được nói gọn là **Các nguyên lý**. Chúng ta sẽ giới thiệu các nguyên lý đó trong chương này và sử dụng chúng trong nhiều phần của cuốn sách.

4-1. LỰC VÀ KHỐI LƯỢNG

Các định luật của Newton thường diễn đạt thông qua các đại lượng là lực và khối lượng. Sẽ là tốt hơn nếu chúng ta có một vài hiểu biết về hai khái niệm này trước khi trình bày các định luật. Nhưng vì lực và khối lượng được định nghĩa cùng với các định luật Newton nên chúng ta gặp phải một tình huống khó xử. Một mặt làm thế nào chúng ta có thể thảo luận về các định luật của Newton khi mà chưa biết đến các định nghĩa của lực và khối lượng ? Mặt khác làm thế nào chúng ta có thể định nghĩa được lực và khối lượng mà chưa phát biểu các định luật của Newton ? Chúng ta sẽ giải quyết tình huống này bằng cách mô tả lực và khối lượng một cách định tính theo kinh nghiệm hàng ngày và dùng các khái niệm trực giác trong việc trình bày các định luật. Sau khi đã phát biểu các định luật chúng ta sẽ giới thiệu các định nghĩa chính thức của lực và khối lượng.

Khối lượng

Khối lượng của một vật là số đo sức ỳ của vật đó đối với sự thay đổi về vận tốc của nó. Một chiếc xe nôi đang di dọc theo vỉa hè nằm ngang sẽ khó dừng hơn nếu như xe có nhiều đồ chơi.

Hệ gồm xe và đồ chơi là nặng hơn khi trên xe có nhiều đồ chơi hơn. Khối lượng là một đại lượng vô hướng và cộng được. Điều đó có nghĩa là nếu ta buộc hai vật có khối lượng m_1 và m_2 vào với nhau thì khối lượng m_{12} của hệ ghép là :

$$m_{12} = m_1 + m_2$$

Trong phòng thí nghiệm khối lượng của một vật thường được đo bằng cân thiên bình (cân có cánh tay đòn bằng nhau) dựa vào việc so sánh với các “trọng lượng” (quả cân) chuẩn có khối lượng đã biết. Như

ta sẽ thấy trong mục 4-5 trọng lượng của một vật tỉ lệ với khối lượng của nó.

Lực

Trong khi xây dựng các ý tưởng của mình về cơ học, Newton đã rất trăn trở với khái niệm về lực. Trong các ghi chép của ông, một trong các định nghĩa sớm nhất là “lực là sức ép của một vật này lên một vật khác”, theo ngôn ngữ hiện đại thường ngày thì **lực** là sức đẩy hoặc sức kéo. Nếu như bạn đẩy một vật bằng tay thì bạn đã tác dụng một lực lên vật đó. Như vậy lực là kết quả của sự tiếp xúc trực tiếp giữa tay bạn và vật, đây là một ví dụ của **lực tiếp xúc**. Một lực quen thuộc khác là trọng lượng của một vật. Trọng lượng của một vật có quan hệ chặt chẽ với **lực hấp dẫn** do Trái Đất tác dụng lên vật. Lực hấp dẫn sẽ được khảo sát chi tiết trong chương 5. Khi bạn lấy các bít tất từ máy sấy khô ra trong một ngày khô ráo thì thấy các bít tất dính vào nhau, đó là bạn đang quan sát các tác dụng của **lực điện**. Cũng dễ nhận thấy một **lực từ** khi bạn dùng một nam châm nhỏ để giữ các tờ ghi nhớ hoặc nhẫn nhủ trên cánh cửa của một tủ lạnh. Các lực điện và từ sẽ được nghiên cứu ở các chương sau. Các **lực hạt nhân** nằm ngoài kinh nghiệm trực tiếp của con người. Bài đọc thêm ở cuối chương 5 sẽ cho ta một cái nhìn toàn bộ về các lực trong tự nhiên.

Từ kinh nghiệm thường ngày, ta có thể đưa ra bốn tính chất của lực :

1. Vì sự đẩy hay sự kéo đều có cả độ lớn và hướng nên ta có thể cho rằng lực là một đại lượng vectơ. Trong mục sau chúng ta sẽ chứng minh điều đó.
2. Các lực xuất hiện thành từng cặp. Nếu vật A tác dụng một lực lên vật B thì vật B

cũng tác dụng một lực lên vật A. Ví dụ : Khi bàn chân đá vào quả bóng (hình 4-1) bàn chân đã tác dụng một lực vào quả bóng nhưng quả bóng cũng tác dụng một lực lên bàn chân.

3. Một lực có thể làm gia tốc một vật. Nếu bạn đá một quả bóng thì vận tốc của quả bóng thay đổi chừng nào mà bàn chân của bạn vẫn còn tiếp xúc với nó.

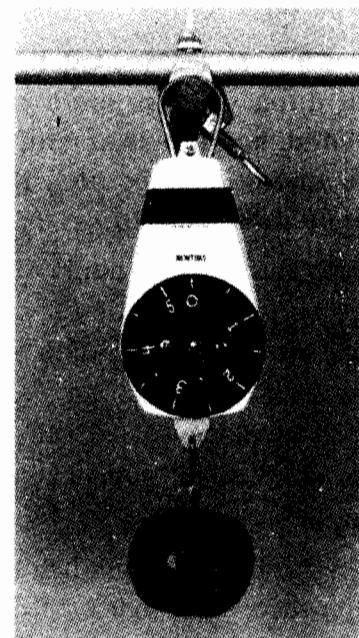
4. Một lực có thể làm biến dạng một vật. Như bạn có thể thấy từ hình 4-1, quả bóng bị biến dạng bởi lực do bàn chân tác dụng lên nó.

Tính chất thứ tư tức là một lực làm biến dạng một vật thường được dùng để đo lực. Đó chính là nguyên lí của một cân lò xo (hình 4-2). Một cân lò xo gồm một lò xo, thường được đựng trong hộp và một cái kim để chỉ độ giãn hay độ nén của lò xo. Độ lớn của lực này tỉ lệ với độ giãn (hay độ nén) của lò xo và hướng của lực dọc theo lò xo. Thang đo có thể được chia độ để đọc theo đơn vị niutơn (N), niutơn là đơn vị của lực trong hệ đơn vị quốc tế SI. Trong bảng 4-1 dưới đây giới thiệu một vài độ lớn của lực.

Cuối cùng chúng ta lưu ý rằng, khối lượng của một vật là một tính chất của chính vật đó. Ngược lại lực tác dụng lên một vật là sự tương tác giữa vật đó và những vật khác. Hơn nữa **môi trường** của một vật gồm các vật khác tác dụng lực lên vật đó. Ví dụ, nếu bạn cầm một quyển sách trong tay thì các phần tử quan trọng của môi trường xung quanh quyển sách ấy là tay bạn, nó tác dụng vào quyển sách một lực hướng lên, và Trái Đất tác dụng vào quyển sách một lực hướng xuống (trọng lượng của quyển sách).



Hình 4-1. Quả bóng khi bị đá, nó bị biến dạng tạm thời và được gia tốc.



Hình 4-2. Cân một quả táo bằng một cân lò xo.

Bảng 4-1. Một vài lực tiêu biểu

Tác dụng bởi	Tác dụng lên	Loại lực	Cỡ độ lớn (N)
Thiên Hà Andromeda (Chòm sao Tiên Nữ)	Dải Ngân Hà	Hấp dẫn	$7 \cdot 10^{28}$
Mặt Trời	Trái Đất	Hấp dẫn	$3,5 \cdot 10^{22}$
Tên lửa Saturn V	Tàu vũ trụ Apollo	Tiếp xúc	$3,3 \cdot 10^7$
Trái Đất	Bạn	Hấp dẫn	600
Hạt nhân nguyên tử hiđrô (prôtôn)	Électron của nguyên tử	Điện	$8 \cdot 10^{-8}$
Hạt nhân nguyên tử hiđrô (prôtôn)	Électron của nguyên tử	Hấp dẫn	$4 \cdot 10^{-47}$

4-2. ĐỊNH LUẬT THỨ NHẤT CỦA NEWTON

Theo tập quán với các công trình khoa học thời Newton, quyển **Principia** (**Các nguyên lý**) được viết bằng tiếng La Tinh. Định luật thứ nhất của Newton được dịch là :

Định luật I Newton : Một vật tiếp tục ở trạng thái đứng yên của mình hay tiếp tục chuyển động đều trên một đường thẳng nếu không bị buộc phải thay đổi trạng thái đó do các lực ép lên nó.

Định luật này thường được gọi là **định luật quán tính**, bởi vì từ “quán tính” có nghĩa là ngăn cản sự thay đổi và định luật này khẳng định rằng một vật có xu hướng duy trì một cách tự nhiên bất cứ vận tốc nào mà nó có được (bao gồm cả vận tốc bằng không).

Bây giờ chúng ta viết lại định luật thứ nhất của Newton theo ngôn ngữ hiện đại. Thứ nhất là nếu một vật ở trạng thái đứng yên hay chuyển động thẳng đều thì gia tốc của nó bằng 0. Thứ hai là chúng ta sử dụng thuật ngữ **hợp lực** để thay cho cách diễn đạt của Newton về “các lực ép lên vật”.

Hợp lực ΣF tác dụng lên một vật là tổng vectơ của tất cả các lực riêng biệt tác dụng lên vật đó từ các vật khác : $\Sigma F = F_1 + F_2 + F_3 + \dots$

ở đây, $F_1, F_2 \dots$ là các lực riêng biệt tác dụng bởi các vật khác. Kí hiệu Σ để chỉ hợp lực bởi vì chữ Hi Lạp, Σ thường biểu thị một phép toán lấy tổng. Hợp lực đôi khi còn được gọi là **lực tổng hợp** hoặc là **lực toàn phần**. Bây giờ định luật thứ nhất của Newton là : **Nếu hợp lực tác dụng lên một vật bằng không ($\Sigma F = 0$) thì gia tốc của vật là bằng không ($a = 0$).**

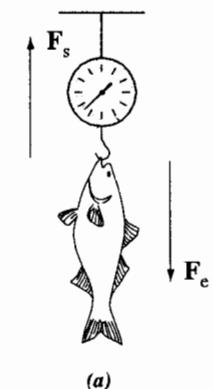
Định luật thứ nhất của Newton và kinh nghiệm thường ngày

Thoạt nhìn, định luật thứ nhất của Newton dường như là trái với kinh nghiệm thường ngày. Chúng ta có khuynh hướng đồng ý với Newton khi ông nói rằng một vật đứng yên có xu hướng đứng yên mãi mãi. Nhưng liệu một vật chuyển động với vận tốc không đổi có xu hướng duy trì vận tốc đó không ? Hãy

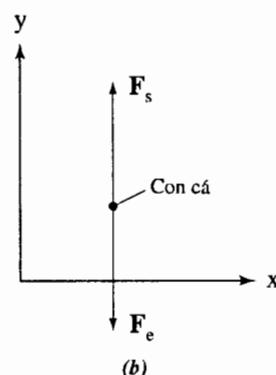
giả sử rằng bạn đang đẩy một xe đựng hàng tạp phẩm (tác dụng một lực lên xe) dọc theo lối đi trong một siêu thị với vận tốc không đổi. Nếu bạn thả xe ra (dừng tác dụng lực) thì nó sẽ chuyển động chậm dần cho đến lúc đứng yên. Điều này矛盾 như là không phù hợp với định luật thứ nhất của Newton. Nhưng thực ra kinh nghiệm của bạn với xe đẩy trên không mâu thuẫn với định luật thứ nhất của Newton khi bạn nhận ra sự có mặt của **lực ma sát** và phân biệt rõ giữa **hợp lực tác dụng lên xe và lực mà bạn tác dụng lên xe**. Khi bạn đẩy xe với vận tốc không đổi thì lực mà bạn tác dụng lên xe là khác không, nhưng hợp lực là bằng không vì lực ma sát tác dụng lên xe bằng và ngược chiều với lực mà bạn tác dụng. Lực ma sát sẽ được thảo luận ở phần sau và ở đó bạn sẽ hiểu được một cách chi tiết hơn. Khi bạn thả xe ra, hợp lực trên xe không còn bằng không vì lực ma sát tiếp tục tác dụng lên xe cho đến khi dừng lại. Như vậy kinh nghiệm của bạn với xe đẩy không mâu thuẫn với định luật thứ nhất của Newton, nó phù hợp với định luật này.

Nguyên lí chồng chập

Một áp dụng thường thấy của định luật thứ nhất của Newton là cân một vật. Hình 4-3a cho thấy một con cá treo trên một cân lò xo. Trên hình vẽ chỉ ra các vectơ lực tác dụng lên con cá. Để chỉ các lực riêng biệt, ta dùng thêm chỉ số dưới đặt cạnh kí hiệu F , chỉ số này dùng để chỉ vật gây ra lực đó. Trọng lượng của con cá bằng lực hấp dẫn F_e do Trái Đất tác dụng lên nó (hướng thẳng xuống dưới) còn F_s là lực do lò xo tác dụng lên con cá (hướng thẳng lên trên). (Trong mục 4-5 ta sẽ thấy trọng lượng được xác định bằng lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng với độ chính xác 0,5%).



(a)



(b)

Hình 4-3. (a) Con cá treo trên cân lò xo. Số chỉ trên cân là độ lớn F_s của lực hướng lên do cân tác dụng lên con cá. (b) Giản đồ vật - tự do đối với con cá. Con cá không có tốc theo định luật thứ nhất của Newton hợp lực trên con cá là bằng không. Như vậy số chỉ cho độ lớn của trọng lượng con cá $F_s = F_e$

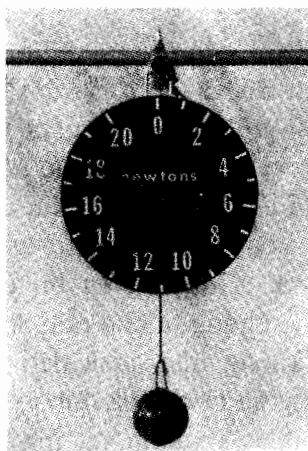
Hình 4-3b là **giản đồ vật - tự do** đối với con cá. Giản đồ vật - tự do giúp ta tìm được hợp lực trên vật. Trong giản đồ vật - tự do này chúng ta biểu thị con cá như một dấu chấm và đặt gốc của các vectơ lực ở dấu chấm đó. Con cá được biểu thị như một dấu chấm là vì chúng ta cho rằng kích thước của nó là không liên quan đến bài toán, điều đó có nghĩa là con cá được xem như là một hạt. (Các tình huống mà giả thiết này không còn đúng sẽ được thảo luận trong chương 8). Sử dụng hệ toạ độ trong giản đồ vật - tự do, chúng ta sẽ tìm được hợp lực tác dụng lên con cá :

$$\Sigma F = F_s + F_e = (F_{sj}) + (-F_{ej}) = (F_s - F_e)\mathbf{j}$$

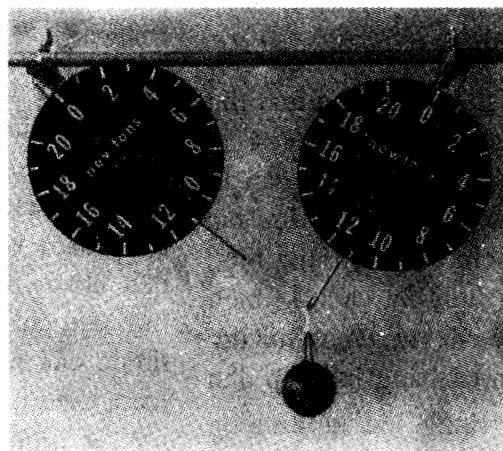
Bởi vì con cá không có gia tốc, định luật thứ nhất của Newton chỉ ra rằng hợp lực tác dụng lên con cá bằng không, như vậy $F_s = F_c$. Điều đó có nghĩa là số chỉ của cân là trọng lượng của con cá (nói một cách chính xác, trọng lượng của một vật là một vectơ nên có cả độ lớn lẫn hướng - trong các SGK ở nước ta, vectơ này được gọi là trọng lực) nhưng bởi vì trọng lượng luôn hướng xuống dưới nên thuật ngữ "trọng lượng" thường được dùng không chặt chẽ, để chỉ độ lớn của trọng lượng.

Chúng ta có thể sử dụng định luật thứ nhất của Newton để kiểm tra bằng thực nghiệm lực là một đại lượng vectơ. Giả sử chúng ta treo một quả cầu kim loại vào một cân lò xo và đo lực F_a do cân tác dụng lên quả cầu (hình 4-4a). Theo định luật thứ nhất của Newton, F_a bằng và ngược chiều với trọng lượng quả cầu. Sau đó chúng ta treo quả cầu bằng hai cân lò xo sao cho các cân này tạo thành các góc θ và ϕ với phương thẳng đứng và đo các lực F_b và F_c (hình 4-4b).

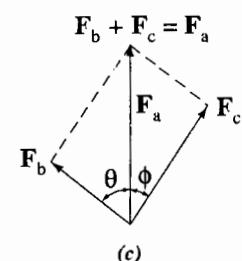
Theo định luật thứ nhất của Newton, F_b và F_c kết hợp lại tạo thành một lực bằng và ngược chiều với trọng lượng của quả cầu. Như vậy hiệu quả của các lực kết hợp F_b và F_c là giống như hiệu quả chỉ của một lực F_a . Giản đồ vectơ chỉ ra rằng tổng vectơ $F_b + F_c$ là bằng F_a (hình 4-4c). Điều đó có nghĩa là kết quả của hai lực đồng thời tác dụng là giống như kết quả của tổng vectơ của chúng. **Tính chất cho rằng các lực được cộng như các vectơ được gọi là nguyên lý chồng chập.** Đồng thời ta cũng nói thêm rằng hình 4-4c không phải là một giản đồ vật - tự do. Giản đồ vật - tự do chỉ ra tất cả các lực tác dụng lên vật trong một tình huống cụ thể, còn hình 4-4c chỉ là một sự so sánh các lực tác dụng trong hai tình huống khác nhau.



(a)



(b)



(c)

Hình 4-4. Trên hình (a) cân lò xo tác dụng một lực F_a lên quả cầu kim loại. Trên hình (b) hai cân lò xo tác dụng các lực F_b và F_c lên quả cầu. (c) Phép đo chỉ ra rằng F_a là tổng vectơ của F_b và F_c . Để kiểm tra các lực cộng theo quy tắc vectơ, hãy đọc các độ lớn của các lực từ các cân và sử dụng thước đo góc để đo hướng của các lực.

VÍ DỤ 4-1

Tìm hợp lực. Một vật chịu tác dụng bởi ba vật khác với các lực tương ứng :

$\mathbf{F}_1 = (2,0\text{N})\mathbf{j}$; $\mathbf{F}_2 = - (3,0\text{N})\mathbf{i}$ và $\mathbf{F}_3 = (5,0\text{N})\mathbf{i} - (6,0\text{N})\mathbf{j}$. Hãy xác định hợp lực $\Sigma \mathbf{F}$ tác dụng lên vật này.

Giải : Hợp lực là $\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3$

$$\begin{aligned} &= (2,0\text{N})\mathbf{j} + [- (3,0\text{N})\mathbf{i}] + [(5,0\text{N})\mathbf{i} - (6,0\text{N})\mathbf{j}] \\ &= (2,0\text{N})\mathbf{i} - (4,0\text{N})\mathbf{j}. \end{aligned}$$

Bài tự kiểm tra 4-1

Xác định độ lớn $|\Sigma \mathbf{F}|$ của hợp lực trong ví dụ trên.

Đáp số : 4,5N.

Các hệ quy chiếu quán tính

Bạn có lẽ sẽ ngạc nhiên với phát hiện sau đây : **Định luật thứ nhất của Newton không đúng trong mọi hệ quy chiếu.**

Hãy xét một cái thùng gỗ đặt trên vỉa hè. Có hai lực tác dụng lên thùng : lực hấp dẫn F_e hướng xuống do Trái Đất tác dụng và một lực F_s bằng và ngược chiều hướng lên do vỉa hè tác dụng. Hợp lực trên thùng là bằng không : $\Sigma \mathbf{F} = 0$. Định luật thứ nhất của Newton khẳng định rằng gia tốc của thùng là bằng không bởi vì hợp lực là bằng không. Nhưng liệu gia tốc có đúng bằng 0 hay không ? Câu trả lời phụ thuộc vào hệ quy chiếu mà ta dùng để đo gia tốc. Trong mục 3-4, chúng ta biết rằng gia tốc của một vật được đo bởi hai người quan sát khác nhau là khác nhau nếu hệ quy chiếu của họ có gia tốc đối với nhau. Nếu bạn lựa chọn hệ quy chiếu cố định gắn với vỉa hè thì thùng gỗ đứng yên và giữ nguyên sự đứng yên đó chừng nào mà gia tốc của nó còn bằng không. Nhưng nếu bạn chọn hệ quy chiếu gắn với một xe ôtô chuyển động có gia tốc đối với vỉa hè thì gia tốc của thùng gỗ là khác 0. Chúng ta kết luận rằng định luật thứ nhất của Newton là đúng

trong hệ quy chiếu gắn với vỉa hè, nhưng lại không đúng trong hệ quy chiếu gắn với xe ôtô. Do định luật thứ nhất của Newton không đúng trong một số hệ quy chiếu, người ta có thể nghi ngờ là liệu định luật này còn hữu ích nữa hay không. Thực ra, chính đặc điểm này đã chỉ cho chúng ta thấy ứng dụng của định luật đó. Bây giờ chúng ta hãy xác định một loại hệ quy chiếu đặc biệt được gọi là **hệ quy chiếu quán tính**.

Hệ quy chiếu quán tính là hệ quy chiếu trong đó định luật thứ nhất của Newton là đúng hoặc là hệ quy chiếu mà đối với nó một vật có hợp lực $\Sigma \mathbf{F} = 0$ thì gia tốc $a = 0$.

Trong phần thảo luận ở trên, hệ quy chiếu gắn với vỉa hè là hệ quy chiếu quán tính, nhưng hệ quy chiếu gắn với xe ôtô không phải là quán tính. Hệ quy chiếu không quán tính được gọi là **hệ quy chiếu phi quán tính**.

Hệ quy chiếu có gia tốc đối với một hệ quy chiếu quán tính là **một hệ quy chiếu phi quán tính**.

Giả sử rằng xe ôtô chuyển động với vận tốc không đổi đối với vỉa hè, như vậy gia

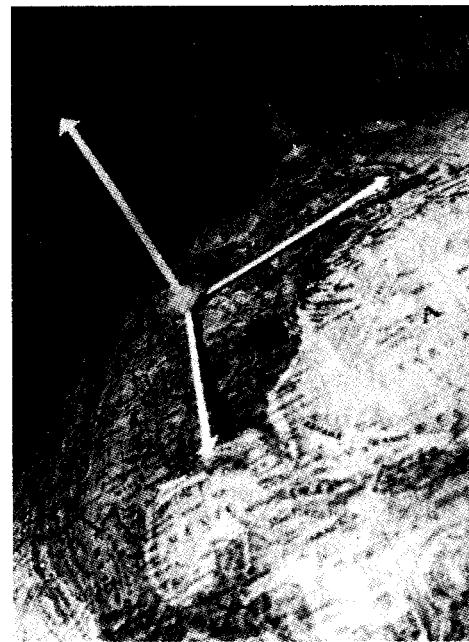
tốc của thùng gỗ được đo với hệ quy chiếu gắn với xe vẫn là bằng không và định luật thứ nhất của Newton vẫn là đúng trong hệ quy chiếu đó.

Hệ quy chiếu chuyển động với vận tốc không đổi đối với một **hệ quy chiếu quán tính** là một hệ quy chiếu quán tính.

Hệ quy chiếu mà ta thường sử dụng cho một vật ở trên hoặc gần bề mặt của Trái Đất là một hệ quy chiếu có gốc cố định với một điểm nằm gần trên bề mặt Trái Đất và các trục của nó cố định với các đường nằm ngang và thẳng đứng (hình 4-5).

Chúng ta gọi hệ quy chiếu đó là **hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất**. Hệ quy chiếu gắn với vỉa hè mà ta thảo luận ở trên là một ví dụ của hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất. Như bạn đã biết, Trái Đất quay xung quanh trục của mình một vòng trong một ngày và nó chuyển động quanh Mặt Trời một vòng trong một năm. Do sự tự quay của Trái Đất, một hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất ở xích đạo có một gia tốc khoảng $0,034\text{m/s}^2$ đối với tâm quả đất và do chuyển động của quả đất mà tâm của nó có một gia tốc khoảng $0,006\text{m/s}^2$ đối với Mặt Trời (xem chương 3, bài tập 18). Bởi vì các gia tốc này là nhỏ nên ảnh hưởng của chúng thường là không đáng kể khi áp dụng các định luật của chuyển động đối với các bài

toán trên mặt đất. Do đó nếu không nói gì khác chúng ta sẽ xem hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất là một hệ quy chiếu quán tính, như ta đã thảo luận ở trên. Tính đúng đắn của giả thiết này sẽ được nghiên cứu ở mục 5-4.



Hình 4-5. Gốc của hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất được cố định đối với một điểm nằm gần trên bề mặt Trái Đất và các trục của nó được cố định đối với các đường nằm ngang và thẳng đứng ở điểm đó.

VÍ DỤ 4-2

Có một định nghĩa khác đối với hệ quy chiếu quán tính không ? Giả sử có người nói với bạn rằng là không cần định luật thứ nhất của Newton để định nghĩa một hệ quy chiếu quán tính. Thay cho điều đó, một định nghĩa khác được đưa ra : Một hệ quy chiếu quán tính là một hệ mà gia tốc của nó bằng 0. Định nghĩa này liệu có thể sử dụng được không ? Nếu không thì vì sao ?

Giải. Mục 3-4 đã chỉ ra rằng các đại lượng động học \mathbf{r} , \mathbf{v} , và \mathbf{a} chỉ có ý nghĩa khi hệ quy chiếu trong đó các đại lượng trên được đo, được chỉ rõ ra hoặc ngụ ý một cách rõ ràng. Trong một bài toán, thường thường hệ quy chiếu được ngầm hiểu trong khi mô tả. Nếu

chúng ta muốn thử xác định một hệ quy chiếu bằng cách nói rằng gia tốc của hệ này là bằng không, thì điều đó ngay lập tức gợi ý cho chúng ta một câu hỏi : Bằng 0 là đối với cái gì ? Điều đó có nghĩa là cần phải có một hệ quy chiếu để xác định gia tốc đó. Vậy là một hệ quy chiếu không thể được xác định khi chỉ nói rằng gia tốc của hệ này là bằng không mà không có một hệ quy chiếu khác để đo gia tốc đó. Do đó định nghĩa khác cho ở trên là không dùng được.

Bài tự kiểm tra 4-2

Giả sử chúng ta đo các lực tác dụng lên một vật và gia tốc của vật này đối với các hệ quy chiếu 1, 2 và 3. Đặt chữ K để chỉ vật. (a) Tại một trường hợp $\Sigma F = 0$ và $a_{K1} \neq 0$, hệ quy chiếu 1 có là quán tính không ? (b) Trong một trường hợp khác $\Sigma F \neq 0$ và $a_{K2} = 0$. Hệ quy chiếu 2 có là quán tính không ? (c) Trường hợp còn lại $\Sigma F = 0$ và $a_{K3} = 0$. Hệ quy chiếu 3 có là quán tính không ? (d) Hệ quy chiếu 4 chuyển động với vận tốc không đổi với hệ quy chiếu 3. Hệ quy chiếu 4 có quán tính không ? (e) Hệ quy chiếu 5 chuyển động với gia tốc không đổi đối với hệ quy chiếu 3. Hệ quy chiếu 5 có quán tính không ?

Đáp số : (a) Không. (b) Không. (c) Có. (d) Có. (e) Không.

4.3. ĐỊNH LUẬT THỨ HAI CỦA NEWTON

Newton đã viết định luật thứ hai như sau :

Định luật II : Độ thay đổi của chuyển động là tỉ lệ thuận với hoạt lực, và nó đã được tạo ra theo hướng của hoạt lực này.

Với thuật ngữ “chuyển động”, Newton muốn nói với đến một đại lượng ngày nay ta gọi là “động lượng”. **Động lượng p** của một vật khối lượng m chuyển động với vận tốc v là : $p = mv$

Còn với thuật ngữ “hoạt lực”, Newton muốn nói đến hợp lực ΣF . Nếu hằng số tỉ lệ giữa “hoạt lực” và “độ thay đổi của chuyển động” là 1 thì định luật thứ hai của Newton là :

$$\Sigma F = \frac{dp}{dt}$$

Hơn nữa nếu chúng ta giả thiết rằng khối lượng của vật là không phụ thuộc vào thời gian thì :

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(mv) = m \frac{dv}{dt} = ma$$

và định luật thứ hai của Newton có thể viết lại :

$$\Sigma F = ma \quad (4-1)$$

Thông thường, phương trình (4-1) gọi là định luật thứ hai của Newton. Phương trình này nói rằng :

Gia tốc của một vật tỉ lệ thuận với hợp lực tác dụng lên vật, và khối lượng của vật là hệ số tỉ lệ giữa hợp lực và gia tốc.

Đối với một hợp lực đã cho, một vật có khối lượng càng lớn thì nó sẽ có gia tốc càng nhỏ. **Khối lượng là một thuộc tính của mỗi vật thể, thuộc tính này làm cho vật thể chống lại bất kì một sự thay đổi nào về vận tốc của nó.** Bởi vì quán tính có nghĩa là sự ngăn cản đối với sự thay đổi, cho nên đôi khi khối lượng được gọi là **khối lượng quán tính**.

Định luật thứ hai của Newton đã cho ta một định nghĩa về khái niệm lực :

Lực là một đại lượng gây ra gia tốc cho một vật. Khi chỉ có một lực tác dụng lên vật thì lực này có cùng một hướng với gia tốc của vật đối với một hệ quy chiếu quán tính, và độ lớn của lực tỉ lệ thuận với độ lớn của gia tốc.

Định luật này đã liên kết đơn vị của lực ở một vế và các đơn vị của khối lượng và của gia tốc ở vế kia. Đơn vị SI của lực là **Niutơn** được định nghĩa theo định luật thứ hai của Newton như sau :

$$1\text{N} = 1\text{kg}\cdot\text{m/s}^2 \quad (\text{Chính xác})$$

Nếu vật khối lượng 1 kilôgam (1kg) có gia tốc một mét trên giây bình phương (1m/s^2) đối với một hệ quy chiếu quán tính thì hợp lực tác dụng lên vật là một niutơn (1N).

Khi so sánh định luật thứ nhất và thứ hai của Newton, ta dễ bị cám dỗ với ý nghĩ cho rằng định luật thứ nhất đơn giản chỉ là trường hợp đặc biệt của định luật thứ hai. Bởi vì $\Sigma\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ nên $\mathbf{a} = 0$ khi $\Sigma\mathbf{F} = 0$. Tuy nhiên chúng ta đã dùng định luật thứ nhất để định nghĩa một loại hệ quy chiếu mà gia tốc trong định luật thứ hai của Newton cần phải được đo đối với nó. Hệ quy chiếu đó gọi là hệ quy chiếu quán tính. Với cách giải thích này thì định luật thứ nhất về bản chất là độc lập đối với định luật thứ hai. Định luật thứ nhất khẳng định có tồn tại các hệ quy chiếu quán tính và nó cho ta một cách thức để xác định xem một hệ quy chiếu có là quán tính hay không.

VÍ DỤ 4-3

Gia tốc của tàu Titanic. Vào lúc hạ thuỷ con tàu Titanic xấu số là con tàu nặng nhất được con người chế tạo ra, nó có khối lượng $6,0 \cdot 10^7 \text{kg}$. Độ lớn của hợp lực cần phải có là bao nhiêu để cho tàu Titanic một gia tốc có độ lớn $0,1\text{m/s}^2$?

Giải. Về độ lớn, định luật thứ hai của Newton có thể viết là $|\Sigma\mathbf{F}| = m\mathbf{a}$. Đối với tàu Titanic để có một gia tốc $0,1\text{m/s}^2$ thì độ lớn của hợp lực cần phải có là $|\Sigma\mathbf{F}| = (6,0 \cdot 10^7 \text{kg}) \cdot (0,1\text{m/s}^2) = 6 \cdot 10^6 \text{N} = 6\text{MN}$.

BÀI TỰ KIỂM TRA 4-3

Hợp lực tác dụng lên một vật có khối lượng 3,0kg là

$\Sigma\mathbf{F} = - (6,0\text{N})\mathbf{i} + (9,0\text{N})\mathbf{j}$. Hãy xác định gia tốc của vật đối với một hệ quy chiếu quán tính.

Đáp số : $- (2,0\text{m/s}^2)\mathbf{i} + (3,0\text{m/s}^2)\mathbf{j}$.

4-4. ĐỊNH LUẬT THỨ BA CỦA NEWTON

Bản dịch của định luật thứ ba của Newton là :

Định luật III : Đối với mỗi tác dụng, luôn luôn có một phản tác dụng bằng và ngược hướng ; hay là tác dụng của hai

vật lên nhau luôn luôn hướng về hai phía ngược nhau.

Các định luật thứ nhất và thứ hai là các phát biểu chỉ đối với một vật, trong khi đó

định luật thứ ba là phát biểu đối với hai vật. Để thảo luận định luật thứ ba, ta cần đưa vào hai chỉ số đặt cạnh kí hiệu lực F , chỉ số thứ nhất chỉ vật tác dụng lực đó và chỉ số thứ hai chỉ vật bị lực đó tác dụng. Giả sử rằng hai vật a và b tác dụng các lực lên nhau (hình 4-6) F_{ab} là lực do vật a tác dụng lên vật b và F_{ba} là lực do vật b tác dụng lên vật a . Định luật thứ ba của Newton khẳng định rằng hai lực này bằng nhau và ngược hướng, chúng ta có thể phát biểu định luật III như sau :

Nếu vật a tác dụng một lực lên vật b thì vật b tác dụng một lực bằng và ngược hướng lên vật a .

$$F_{ab} = -F_{ba} \quad (4-2)$$

Các lực xuất hiện thành từng cặp, không thể tồn tại chỉ một lực. Khi hai vật tác dụng các lực lên nhau chúng ta nói rằng có tồn tại **một tương tác** giữa các vật. Định luật thứ ba của Newton cho mối quan hệ giữa hai lực là kết quả của một tương tác.

Hai lực F_{ab} và F_{ba} thường được gọi là một **cặp tác dụng - phản tác dụng**, một trong hai lực này gọi là lực tác dụng và lực còn

lại là lực phản tác dụng. Lực nào là tác dụng và lực nào là phản tác dụng là tùy ý. Định luật thứ ba của Newton bộc lộ một tính đối xứng cơ bản về lực xuất hiện trong tự nhiên.



Hình 4-6. Định luật thứ ba của Newton. Các vật a và b tác dụng các lực lên nhau. Theo định luật thứ ba của Newton, các lực này bằng nhau và ngược hướng : $F_{ab} = -F_{ba}$. Trên hình vẽ các lực này được chỉ ra như các lực hút : F_{ab} hướng vào a , F_{ba} hướng vào b .

VÍ DỤ 4-4

Chồng sách. Giả sử rằng các quyển sách vật lí (p) và lịch sử (h) đang nằm trên bàn làm việc của bạn, quyển lịch sử nằm trên quyển vật lí (hình 4-7). Trọng lượng của các quyển sách lịch sử và vật lí là 14N và 18N. Hãy chỉ ra từng lực tác dụng trên mỗi quyển sách với các kí hiệu chỉ số kép và xác định giá trị của mỗi lực này.

Giải. Các giản đồ vật - tự do được chỉ ra trên hình 4-7. Vì trọng lượng của quyển sách lịch sử là bằng lực mà Trái Đất tác dụng lên nó nên được biểu thị bằng F_{eh} :

$$F_{eh} = -(14N)\mathbf{j}.$$

Ngoài Trái Đất, quyển sách lịch sử chỉ tương tác với quyển sách vật lí. Bởi vì gia tốc của quyển lịch sử là bằng 0 nên hợp lực tác dụng lên nó bằng 0 theo định luật thứ hai của Newton : $F_{ph} + F_{eh} = 0$.

Ở đây \mathbf{F}_{ph} là lực do quyển vật lí tác dụng lên quyển lịch sử.

Như vậy : $\mathbf{F}_{ph} = -\mathbf{F}_{ch} = (14N)\mathbf{j}$.

Ta thấy rằng quyển vật lí tác dụng lên quyển lịch sử một lực hướng lên trên có độ lớn 14N. Quyển sách vật lí có ba lực tác dụng lên nó. \mathbf{F}_{ep} do Trái Đất, \mathbf{F}_{hp} do quyển lịch sử và \mathbf{F}_{dp} do mặt bàn (d). Vì trọng lượng của quyển vật lí là 18N nên $\mathbf{F}_{ep} = -(18N)\mathbf{j}$.

Từ định luật thứ ba của Newton : $\mathbf{F}_{hp} = -\mathbf{F}_{ph}$, ta có :

$$\mathbf{F}_{hp} = -(14N)\mathbf{j}$$

Áp dụng định luật thứ hai của Newton cho quyển sách vật lí, ta có :

$$\Sigma \mathbf{F} = 0 \text{ hay } \mathbf{F}_{dp} + \mathbf{F}_{ep} + \mathbf{F}_{hp} = 0 \text{ hay là :}$$

$$\mathbf{F}_{dp} = -\mathbf{F}_{ep} - \mathbf{F}_{hp}$$

$$\mathbf{F}_{dp} = -[-(18N)\mathbf{j}] - [-(14N)\mathbf{j}] = (32N)\mathbf{j}$$

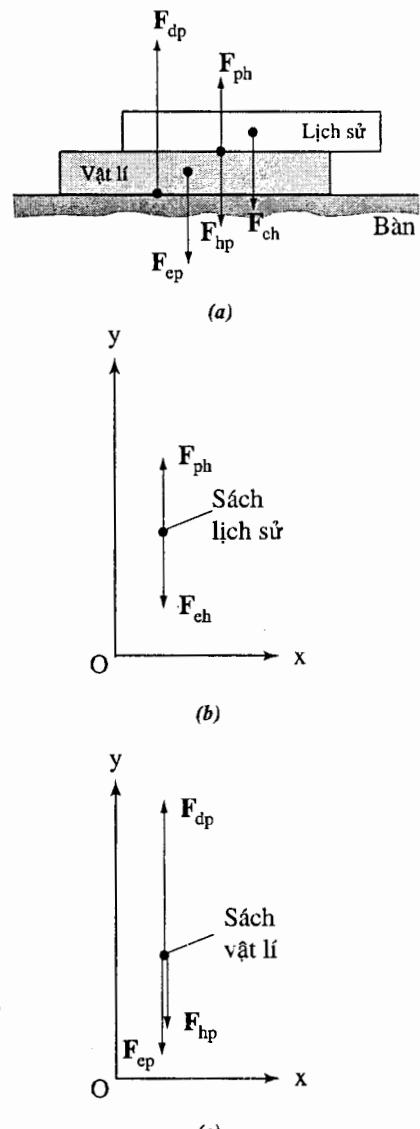
Cái bàn đã tác dụng lên quyển sách vật lí một lực 32N hướng lên trên. Để dẫn tới kết quả này, chúng ta đã áp dụng định luật thứ hai của Newton hai lần và định luật thứ ba của Newton một lần.

Bài tự kiểm tra 4-4

Giả sử rằng có một quyển sách sinh học có trọng lượng 16N đặt ở trên quyển sách lịch sử trong hình 4-7. Xác định (a) \mathbf{F}_{ph} và (b) \mathbf{F}_{dp} . Hãy chỉ ra hướng của mỗi lực bằng các vectơ đơn vị.

Đáp số : (a) $(30N)\mathbf{j}$; (b) $(48N)\mathbf{j}$.

Bây giờ chúng ta kết hợp các định luật thứ hai và thứ ba của Newton để đưa ra một cách xác định khối lượng một vật. Giả sử rằng các vật a và b tác dụng các lực lên nhau \mathbf{F}_{ab} và \mathbf{F}_{ba} . Cũng có thể có các lực khác tác dụng lên hai vật này bên cạnh các lực \mathbf{F}_{ab} và \mathbf{F}_{ba} nhưng chúng ta sẽ sắp đặt để tổng vectơ của các lực này là bằng không,



Hình 4-7. Ví dụ 4-4 : (a) Quyển sách lịch sử và vật lí nằm yên trên bàn. (b) Giản đồ vật - tự do đối với quyển sách lịch sử. (c) Giản đồ vật - tự do đối với quyển sách vật lí.

chỉ còn hợp lực lên vật a là \mathbf{F}_{ba} và hợp lực lên vật b là \mathbf{F}_{ab} . Định luật thứ hai của Newton áp dụng đối với mỗi vật cho ta :

$$\mathbf{F}_{ba} = m_a \mathbf{a}_a \text{ và } \mathbf{F}_{ab} = m_b \mathbf{a}_b$$

Thay các kết quả này vào định luật thứ ba của Newton, $\mathbf{F}_{ba} = -\mathbf{F}_{ab}$ ta có :

$$m_a \mathbf{a}_a = -m_b \mathbf{a}_b$$

hay theo độ lớn của gia tốc :

$$m_a a_a = m_b a_b$$

Bây giờ cho vật b là một kilôgam chuẩn (hay là bản sao của nó) và vật a là vật mà chúng ta muốn xác định khối lượng m của nó.

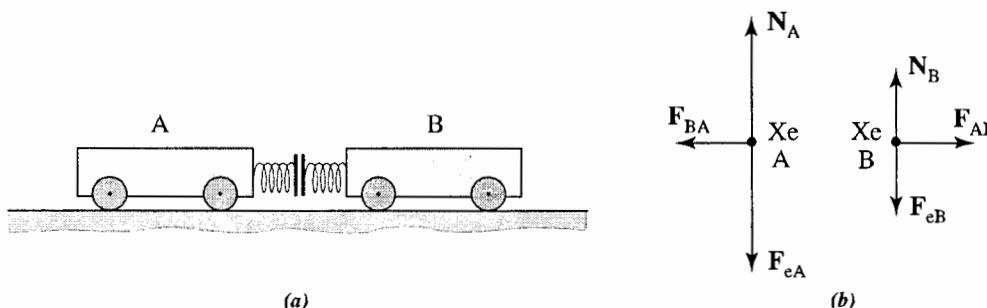
Như vậy $m_b = 1\text{kg}$ (chính xác), $m_a = m$ và :

$$m = 1\text{kg} \frac{a_s}{a}$$

Ở đây a_s và a là độ lớn các gia tốc của kilôgam chuẩn và của vật có khối lượng m.

VÍ DỤ 4-5

Đo khối lượng của xe. Có hai xe A và B, mỗi xe đều được gắn một lò xo (hình 4-8a). Hai xe được đẩy sát nhau sao cho các lò xo bị nén lại. Khi thả ra các lò xo sẽ đẩy hai xe xa nhau với các gia tốc $a_A = 0,87\text{m/s}^2$ và $a_B = 1,42\text{m/s}^2$. Cho biết khối lượng của xe B là $1,0\text{kg}$; hãy xác định khối lượng của xe A. Giả thiết rằng khối lượng của các bánh xe của mỗi xe là rất nhỏ so với khối lượng của xe và các ổ bi được bôi dầu mỡ rất trơn.



Hình 4-8. Ví dụ 4-5 : (a) Các xe A và B mỗi xe đều có lò xo. Hai xe được đẩy sát vào nhau và sau đó thả ra. (b) Giản đồ vật - tự do đối với hai xe ngay sau khi chúng được thả ra.

Giải. Với giả thiết của đâu bài, chúng ta xem mỗi xe như một hạt, không có các lực ma sát tác dụng lên xe, vì vậy giản đồ vật - tự do như trên hình 4-8b. Thành phần gia tốc thẳng đứng của mỗi xe là bằng không, nên lực hướng lên trên do bề mặt tác dụng lên mỗi xe bằng và ngược hướng với trọng lượng của xe.

Như vậy hợp lực tác dụng lên mỗi xe là lực do xe kia tác dụng theo định luật thứ ba của Newton các lực này bằng nhau và ngược hướng. Các sắp xếp thí nghiệm như thế này có thể xem là rất gần với tình huống mà chúng ta đã mô tả ở trên để xác định khối lượng của vật.

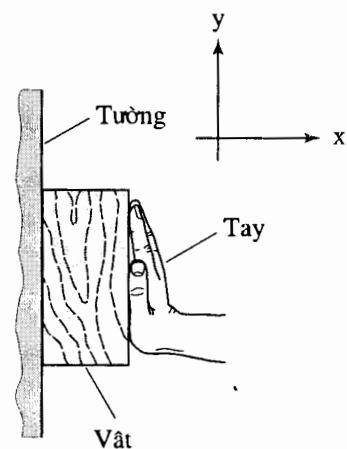
Khối lượng của xe A là : $m_A = m_B \frac{a_B}{a_A} = 1,0\text{kg} \cdot \frac{1,42\text{m/s}^2}{0,87\text{m/s}^2} = 1,6\text{kg}$.

Bài tự kiểm tra 4-5

Một vật b được giữ đứng yên áp vào một bức tường thẳng đứng c (hình 4-9). Trọng lượng \mathbf{P} của vật là 5N hướng xuống dưới, còn bàn tay a tác dụng một lực ngang $\mathbf{F}_{ab} = -(8,0\text{N})\mathbf{i}$ lên vật. Ngoài hai lực trên ra chỉ còn lực \mathbf{F}_{cb} do tường tác dụng lên vật.

(a) Hãy vẽ giản đồ vật - tự do của vật với độ lớn và hướng của ba lực này. (Gợi ý : Trước tiên vẽ \mathbf{F}_{ab} và \mathbf{P} , sau đó ước lượng \mathbf{F}_{cb}). (b) Hãy sử dụng giản đồ vật - tự do và định luật thứ hai của Newton để tìm biểu thức lực \mathbf{F}_{cb} theo các vectơ đơn vị. (c) Hãy sử dụng định luật thứ ba của Newton và đáp số của câu (b) để tìm biểu thức của lực \mathbf{F}_{bc} do vật tác dụng lên tường.

$$\text{Đáp số : (b)} \quad (8,0\text{N})\mathbf{i} + (5,0\text{N})\mathbf{j}; \quad (\text{c}) \quad -(8,0\text{N})\mathbf{i} - (5,0\text{N})\mathbf{j}.$$



Hình 4-9. Bài tự kiểm tra 4-5

4-5. TRỌNG LƯỢNG VÀ LỰC HẤP DẪN CỦA TRÁI ĐẤT

Đối với một vật ở trên hoặc gần bề mặt của Trái Đất, luôn có hai đại lượng liên hệ với nhau rất chặt chẽ, đó là lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên vật và trọng lượng của vật.

Lực hấp dẫn Trái Đất

Khi một vật rơi tự do thì chỉ có một lực đáng kể tác dụng lên vật, đó là lực hấp dẫn của Trái Đất. Các lực khác, chẳng hạn lực cản của không khí là nhỏ có thể bỏ qua. Với một cái lông chim để thực hiện rơi tự do, nó phải rơi trong chân không. Nhưng một viên đá về căn bản khi rơi trong không khí nó sẽ rơi tự do với điều kiện là không rơi quá xa. Nếu tốc độ của viên đá lớn, sức cản của không khí trở nên lớn và viên đá không còn rơi tự do nữa. Như vậy, trong sự rơi tự do, hợp lực bằng lực hấp dẫn : $\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{F}_e$. Áp dụng định luật thứ hai của Newton $\Sigma \mathbf{F} = ma$ đối với vật khi rơi tự do, ta có :

$$\mathbf{F}_e = mg \quad (4-3)$$

Ở đây g là **gia tốc** của vật được đo đối với một hệ quy chiếu quán tính. Thực nghiệm chỉ ra rằng một vật khi rơi tự do ở một nơi nào đó có cùng một gia tốc như một vật khác khi rơi tự do ở cùng nơi đó. Điều đó có nghĩa là g không phụ thuộc vào khối lượng của vật.

Trọng lượng (Weight)

Theo hội nghị đo lường quốc tế, định nghĩa trọng lượng \mathbf{F}_w của một vật là :

$$\mathbf{F}_w = mg \quad (4-4)$$

ở đây g' là **gia tốc rơi tự do** của vật được đo đối với **hệ quy chiếu của người đang tiến hành phép đo**. Điều này có nghĩa là **trọng lượng của một vật tỉ lệ thuận với khối lượng của nó và phụ thuộc vào hệ quy chiếu trong đó phép đo được tiến hành**. Hơn nữa, định nghĩa này cũng tương ứng

với số chỉ trên cân lò xo trong một hệ quy chiếu nào đó dù nó có phải là hệ quy chiếu quán tính hay không. Vậy là, nếu một vật *đứng yên trên cân lò xo đặt cố định trong một hệ quy chiếu* thì số chỉ sẽ là độ lớn F_w của trọng lượng trong hệ quy chiếu này.

Đặc biệt, khi **phép đo trọng lượng** được tiến hành trong một hệ quy chiếu **quán tính** thì $F_w = F_e$, bởi vì g' trong hệ quy chiếu quán tính là bằng g . Như đã nói trong mục 4-2, chúng ta luôn luôn sử dụng một sự gần đúng, coi hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất là hệ quy chiếu quán tính nếu không có phát biểu nào khác. Như vậy $F_w = F_e$ khi phép đo trọng lượng được tiến hành trên hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất. Trong mục 5-4 chúng ta sẽ thấy rằng phép gần đúng này là tốt, độ chính xác đến 0,5%. Để làm ví dụ, chúng ta xét trọng lượng của một người 65kg đo trên hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất.

Vì $g' \approx g = -g\hat{j} = -(9,8m/s^2)\hat{j}$, ta có $F_w = -(65kg).(9,8m/s^2)\hat{j} = -(640N)\hat{j}$.

Ở đây \hat{j} chỉ hướng thẳng đứng lên trên.

So sánh khối lượng và trọng lượng

Khối lượng của một vật là một thuộc tính bên trong của vật đó. Vậy khối lượng của một vật là tính chất chỉ của vật đó. Điều này có nghĩa là vật có thể được đặc trưng bằng khối lượng của nó. Chẳng hạn chúng ta có thể nói một quả bí 9kg. Cũng theo thói quen chúng ta thường coi trọng lượng của một vật như là một thuộc tính bên

trong của vật. Ví dụ chúng ta nói một quả bí 90N. Tuy nhiên trọng lượng của một vật đòi hỏi phải có lực hấp dẫn của Trái Đất, vậy nên trọng lượng cũng là một tính chất của Trái Đất cũng như nó là một tính chất của vật thể. Thêm nữa trọng lượng lại phụ thuộc vào hệ quy chiếu mà nó được đo. Do đó, về nguyên tắc không thể xem trọng lượng của một vật như là một thuộc tính bên trong của vật đó.

Trên thực tế, chúng ta có thể vi phạm nguyên tắc này và có thể đặc trưng cho một vật bởi trọng lượng của nó. Lí do là hệ quy chiếu dùng để đo được ngầm hiểu là hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất và trọng lượng của vật $F_w = mg'$ tỉ lệ thuận với khối lượng của nó. Ở mỗi điểm, g' là như nhau cho mọi vật cho nên khối lượng của vật xác định trọng lượng của nó ở điểm này. Tuy nhiên độ lớn gia tốc g' được đo đối với hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất thay đổi từ vị trí này đến vị trí khác, mặc dù sự thay đổi này là nhỏ. Một quả bí 9,00kg cân nặng $(9,00kg).(9,7926m/s^2) = 88,1334N \approx 88,1N$ ở Hà Nội còn ở thành phố Hồ Chí Minh cân nặng $(9,00kg).(9,7867m/s^2) = 88,0803N \approx 88,1N$. Do đó, nếu chúng ta tiến hành phép đo trong một phạm vi hạn chế ở trên hoặc gần bề mặt Trái Đất, hoặc nếu ta không đòi hỏi độ chính xác cao thì trọng lượng của vật có thể được xem như là một tính chất của chính vật đó.

VÍ DỤ 4-6

Đo trọng lượng trong thang máy. Một người đứng trên cân lò xo trong một thang máy (hình 4-10).

Trước khi thang máy bắt đầu chuyển động, kim của cân chỉ 651N. Khi thang máy có gia tốc hướng lên, số chỉ có thăng giáng một chút nhưng để đơn giản, ta giả sử rằng số chỉ giữ ở giá trị 733N trong khoảng thời gian gia tốc này

(cũng là tình cờ số đọc lớn hơn này tương ứng với cảm giác bị đè xuống khi thang máy gia tốc hướng lên). Sau khi thang máy đạt tới một tốc độ không đổi hướng lên, kim lại chỉ 651N.

Trong khi thang máy đứng yên, hãy xác định (a) trọng lượng của người trong hệ quy chiếu thang máy ; (b) khối lượng của người. (c) Khi thang máy gia tốc hướng lên hãy xác định trọng lượng của người trong hệ quy chiếu thang máy. (d) Tính gia tốc của thang máy đối với mặt đất trong lúc gia tốc hướng lên. (e) Giải thích tại sao, số chỉ của cân lò xo lại giống nhau khi thang máy đứng yên cũng như khi tốc độ của nó là không đổi.

Giải. (a) Độ lớn trọng lượng của người là số chỉ của cân. Đặt \mathbf{j} là vectơ đơn vị hướng lên

$$\mathbf{F}_w = -(651\text{N})\mathbf{j}.$$

(b) Từ phương trình 4-4, khối lượng của người $m = \frac{F_w}{g'}$. Trước

khi thang máy bắt đầu chuyển động, hệ quy chiếu thang máy là hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất, chúng ta giả thiết rằng hệ đó là quan tính : $\mathbf{g}' \approx \mathbf{g} = -(9,8\text{m/s}^2)\mathbf{j}$. Như vậy :

$$m = \frac{651\text{N}}{9,8\text{m/s}^2} = 66\text{kg.}$$

(c) Khi thang máy có gia tốc hướng lên, hệ quy chiếu thang máy không phải là hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất vì có gia tốc đối với Trái Đất. Tuy nhiên số chỉ của cân là độ lớn trọng lượng trong hệ quy chiếu đó, như vậy :

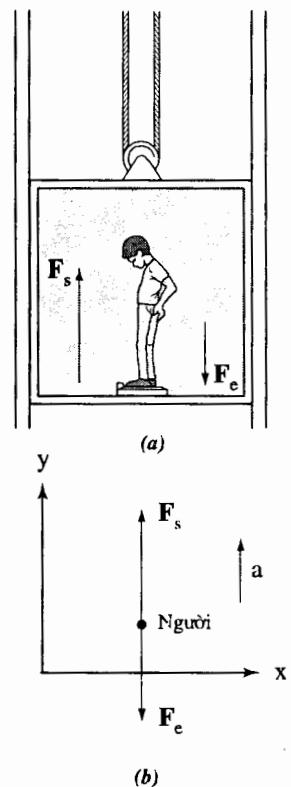
$$\mathbf{F}_w = -(733\text{N})\mathbf{j} \text{ trong hệ quy chiếu thang máy.}$$

Chú ý rằng khối lượng của người vẫn là 66kg bởi vì khối lượng của một vật là thuộc tính bên trong của vật đó và nó được độc lập với các hệ quy chiếu.

(d) Gia tốc của người và thang máy (chúng cùng một gia tốc). Có thể được xác định nhờ áp dụng định luật thứ hai của Newton đối với người. Giản đồ vật - tự do trên hình 4-10 chỉ ra rằng hợp lực lên người là :

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_e = F_s \mathbf{j} - F_e \mathbf{j}$$

Ở đây F_s là lực do cân tác dụng hướng lên và F_e là lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng hướng xuống. Độ lớn F_s của lực do cân tác dụng là bằng độ lớn trọng lượng F_w và nó cho bởi số chỉ của cân : $F_s = 733\text{N}$. Hơn nữa, bởi vì hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất về căn bản



Hình 4-10. Ví dụ 4-6(a)
Một người đứng trên cân lò xo trong một thang máy. (b) Giản đồ vật - tự do khi thang máy có gia tốc hướng lên.

là quán tính nên số chỉ đọc được khi thang máy đứng yên là độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất : $F_e = 651\text{N}$. Áp dụng định luật thứ hai của Newton $\Sigma F = ma$ đối với người, ta có :

$$(733\text{N})\mathbf{j} - (651\text{N})\mathbf{j} = (66\text{kg})\mathbf{a}.$$

Suy ra : $\mathbf{a} = \left(\frac{82\text{N}}{66\text{kg}} \right) \mathbf{j} = (1,2\text{m/s}^2)\mathbf{j}$.

Có một điều thú vị là chúng ta đã xác định được gia tốc mà không cần đo khoảng cách và khoảng thời gian đã đi. Thay cho điều đó, chúng ta phải đo độ giãn của lò xo và sử dụng định luật thứ hai của Newton. Khi được sử dụng theo cách đó, cân là một **gia tốc kế**, dụng cụ dùng để đo gia tốc.

(e) Số chỉ của cân lò xo là giống nhau trong thang máy đứng yên cũng như khi nó chuyển động đều là vì hai hệ quy chiếu này không có gia tốc đối với nhau. Ở mỗi trường hợp, gia tốc của người đối với hệ quy chiếu quán tính về căn bản là bằng 0 ($\mathbf{a} = 0$) cho nên lực hướng lên do cân tác dụng bằng và ngược chiều với lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng hướng xuống ($\Sigma F = 0$).

Bài tự kiểm tra 4-6

Xét một người nặng 66kg trong thang máy ở ví dụ trên tại một thời điểm nào đó có số chỉ của cân là 563N. (a) Trọng lượng của người này trong hệ quy chiếu thang máy là bao nhiêu ? (b) Lực hấp dẫn tác dụng lên người đó là bao nhiêu ? (c) Gia tốc của thang máy đối với hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất là bao nhiêu ?

Đáp số : (a) – (563N) \mathbf{j} ; (b) – (651N) \mathbf{j} ; (c) – (-1,3 m/s 2) \mathbf{j} .

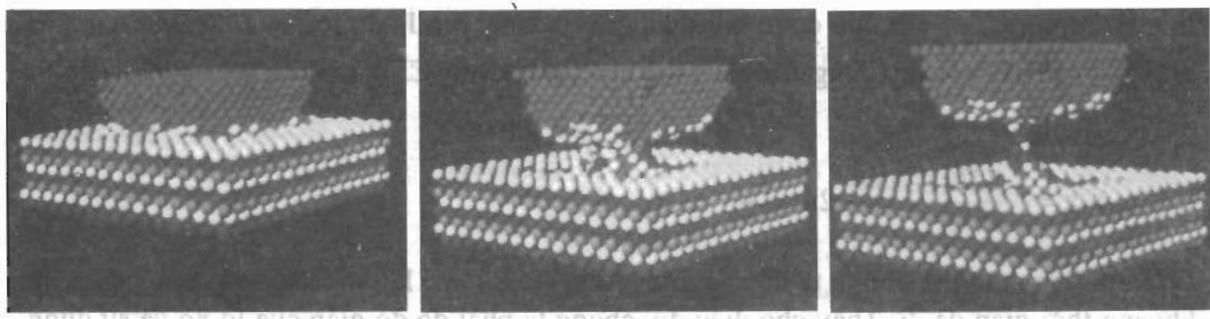
4-6. CÁC LỰC TIẾP XÚC : LỰC PHÁP TUYẾN VÀ LỰC MA SÁT

Các lực tiếp xúc rất phổ biến trong cuộc sống của chúng ta, do đó việc hiểu biết hành vi của nó là rất có ích cho mọi người. Tương tác cơ bản tạo nên các lực tiếp xúc là lực điện từ giữa các nguyên tử và phân tử, lực này tác dụng trong phạm vi của các electron và hạt nhân, những hạt cấu thành nên các nguyên tử và phân tử như hình sau.

Ở mức độ vi mô này các lực tiếp xúc có liên quan tới nhiều hạt và rất phức tạp, không thể hiểu được đầy đủ. Nhưng may mắn thay, đáng diệu vĩ mô của các lực này

thì lại đơn giản hơn nhiều và chúng ta sẽ chỉ xét các lực tiếp xúc ở mức độ vĩ mô này.

Có một cách đặc biệt thuận tiện để mô tả các lực tiếp xúc giữa mặt phẳng của hai vật rắn. Đó là phân tích một lực tiếp xúc thành hai lực, một lực song song với bề mặt tiếp xúc và lực kia thì vuông góc với bề mặt đó. Sau đó, ta coi mỗi lực đó như một lực riêng biệt. Lực song song với bề mặt được gọi là **lực ma sát** và lực vuông góc với bề mặt gọi là **lực pháp tuyến**.



(a)

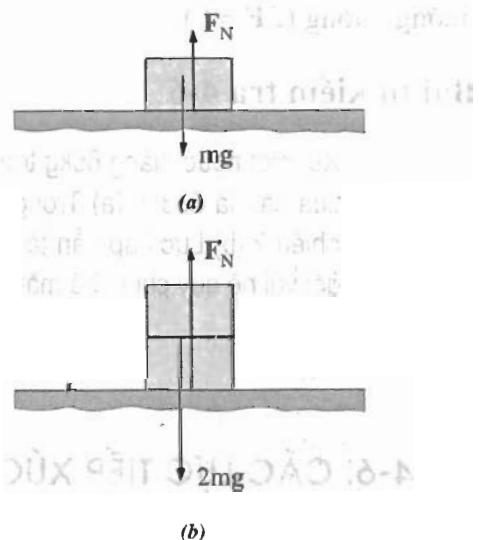
(b)

(c)

Ma sát ở mức độ nguyên tử được mô hình hóa đối với lớp tiếp xúc của đầu niken (trên) và mặt vàng (dưới). (a) Đầu ép lên bề mặt. (b) Đầu được nhắc ra từ từ và một liên kết kim loại được tạo thành. (c) Các nguyên tử vàng tiếp tục bám vào đầu sau khi được nhắc ra lên khỏi bề mặt.

Lực pháp tuyến

Giả sử một vật khối lượng m đứng yên trên một mặt phẳng nằm ngang, trên vật chỉ có trọng lượng của nó và lực tiếp xúc do bề mặt tác dụng lên vật (hình 4-11a). Lực do bề mặt tác dụng đỡ vật giữ nó đứng yên. Vì gia tốc của vật bằng 0 nên hợp lực tác dụng lên vật là bằng 0, điều đó có nghĩa là lực tiếp xúc là bằng và ngược chiều với trọng lượng của vật. Lực tiếp xúc này gọi là **lực pháp tuyến** F_N vì nó hướng vuông góc với bề mặt. Đối với trường hợp như trên hình 4-11a thì $F_N = mg$. Nay giờ giả sử một vật khác có khối lượng m đặt lên trên vật trước và tạo ra một vật ghép có khối lượng $2m$ (hình 4-11b). Trọng lượng bây giờ tăng gấp đôi và để đỡ vật ghép này thì lực pháp tuyến cũng phải tăng gấp đôi: $F_N = 2mg$. Điều này có nghĩa là lực pháp tuyến phải tự điều chỉnh để giữ cho vật đứng yên không bị gia tốc theo phương vuông góc với bề mặt.



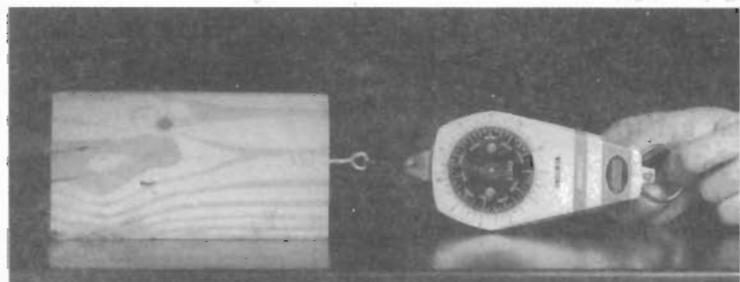
Hình 4-11. (a) Một vật khối lượng m đứng yên trên một mặt phẳng. Lực pháp tuyến F_N tác dụng bởi bề mặt lên vật là $F_N = mg$. (b) Khi đặt một vật khác có khối lượng m lên trên vật thứ nhất thì lực pháp tuyến tăng gấp đôi :

$$F_N = 2mg.$$

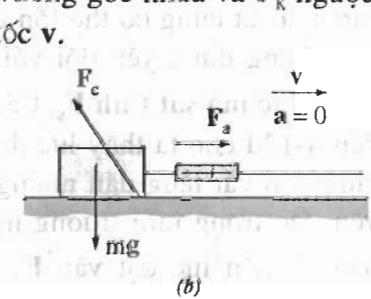
Lực ma sát động

Trên hình 4-12a chúng ta thấy một vật khối lượng m bị kéo bởi một cần lò xo dọc theo mặt phẳng ngang với vận tốc không đổi. Có ba lực tác dụng lên vật

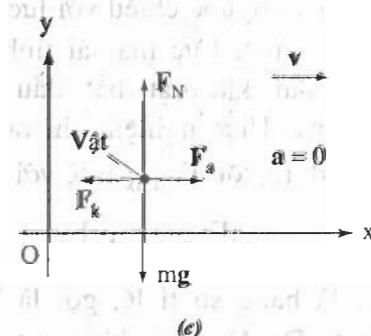
(hình 4-12b) : F_a do lực kế tác động ; $F_c = mg$ là trọng lượng của vật và F_N là lực tiếp xúc do bề mặt. Trong sơ đồ vật - tự do của vật (hình 4-12c) lực tiếp xúc được biểu thị bởi hai lực : F_k là lực ma sát (song song với mặt phẳng và ngược chiều với vận tốc) và F_N là lực pháp tuyến (vuông góc với mặt phẳng). Kí hiệu k của F_k có nghĩa là "động học" và F_k gọi là **lực ma sát động**. Bởi vì giá trị của vật bằng không, áp dụng định luật thứ hai của Newton cho vật, ta có $\Sigma F_x = 0$ và $\Sigma F_y = 0$. Do đó $F_k = F_a$ và $F_N = mg$, như vậy số chỉ của lực kế là giá trị của F_k và F_N bằng trọng lượng của vật. Để nghiên cứu mối quan hệ giữa lực pháp tuyến và



(a)



(b)



(c)

Hình 4-12. (a) Một vật bị kéo bởi một cân lò xo với vận tốc không đổi. (b) Sơ đồ các lực tác động lên vật. (c) Giản đồ vật - tự do của vật. Lực tiếp xúc được biểu thị như là hai lực : lực pháp tuyến F_N vuông góc với mặt phẳng và lực ma sát động F_k song song với mặt phẳng và ngược chiều với vận tốc v .

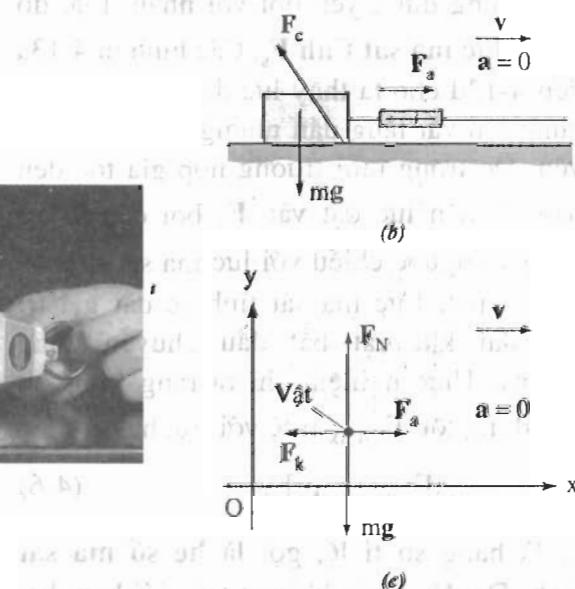
Các thí nghiệm khác chỉ ra rằng :

1. F_k phụ thuộc vào bản chất và điều kiện của hai mặt phẳng ; μ_k thường nằm trong khoảng từ 0,1 đến 1,5 (xem bảng 4-2).

lực ma sát động, chúng ta dùng vật có khối lượng 2m, lực pháp tuyến do mặt phẳng tác dụng bây giờ tăng gấp đôi giá trị trước, $F_N = 2mg$. Từ chỉ số đọc được trên lực kế (cân lò xo), ta thấy lực do lực kế tác dụng cũng tăng gấp đôi, do đó F_k cũng tăng gấp đôi vì $F_k = F_a$. Các thực nghiệm trên chỉ ra rằng với một sự gần đúng tốt, F_k tỉ lệ với F_N hay :

$$F_k = \mu_k F_N \quad (4-5)$$

trong đó hằng số tỉ lệ μ_k là một số không có thứ nguyên và gọi là **hệ số ma sát động**. Chú ý rằng phương trình (4-5) chỉ liên quan đến độ lớn của F_k và F_N . Các lực này có hướng vuông góc nhau và F_k ngược chiều với vận tốc v .



2. F_k (hoặc μ_k) gần như độc lập với tốc độ chạm của các bề mặt, nó giảm chút ít khi tốc độ tăng. Do đó chúng ta sẽ xem rằng F_k là độc lập với tốc độ.

3. F_k (hoặc μ_k) gần như độc lập với diện tích tiếp xúc dù vùng diện tích tiếp xúc rộng hay hẹp.

Bảng 4-2. Một vài giá trị tiêu biểu của hệ số ma sát

Bề mặt	μ_k	μ_s
Đồng trên thép	0,36	0,53
Đồng trên sắt	0,29	1,05
Cao su trên bê tông	0,8	0,9
Gỗ trên da	0,4	0,5
Thép trên băng	0,06	0,10

Lực ma sát tĩnh

Lực ma sát cũng có thể tồn tại giữa hai vật khi chúng đứng yên đối với nhau. Lực đó gọi là **lực ma sát tĩnh** F_s . Các hình từ 4-13a đến 4-13d cho ta thấy lực do cân lò xo tác dụng lên vật tăng dần nhưng vật vẫn đứng yên. Do trong mỗi trường hợp gia tốc đều bằng 0 nên lực đặt vào F_a bởi cân lò xo bằng và ngược chiều với lực ma sát tĩnh F_s do bề mặt. Lực ma sát tĩnh sẽ đạt giá trị cực đại khi vật bắt đầu chuyển động (trượt). Thực nghiệm chỉ ra rằng trong sự gần đúng tốt, $F_{s,\max}$ tỉ lệ với F_N , hay :

$$F_{s,\max} = \mu_s F_N \quad (4-6)$$

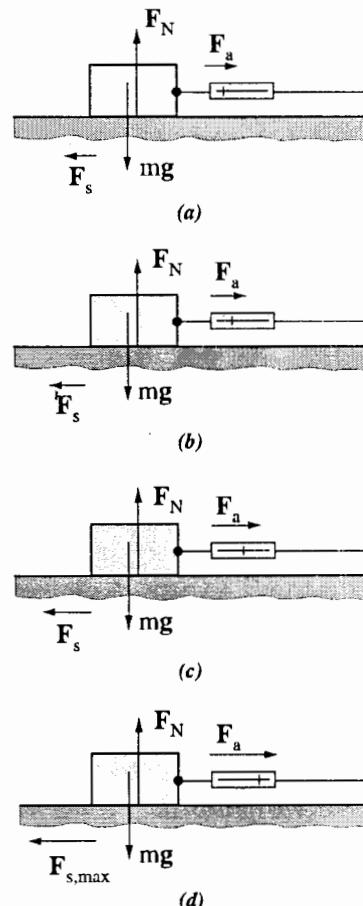
μ_s là hằng số tỉ lệ, gọi là **hệ số ma sát tĩnh**. Do đó, trước khi đạt tới giới hạn, lực ma sát tĩnh vẫn có tác dụng làm vật không bị trượt trên vật khác :

$$F_s \leq \mu_s F_N \quad (4-7)$$

Tương tự như μ_k , hệ số μ_s phụ thuộc vào điều kiện và bản chất của hai bề mặt và gần như độc lập đối với diện tích tiếp xúc. Bảng 4-2 đưa ra các giá trị μ_k và μ_s đối với một vài cặp bề mặt tiếp xúc tiêu biểu.

Thông thường, đối với một cặp bề mặt tiếp xúc, μ_s thường lớn hơn μ_k .

Một cách để làm giảm bớt lực ma sát khi vật chuyển động là sử dụng xe có bánh. Thông thường dịch chuyển vật trên xe có bánh sẽ dễ dàng hơn rất nhiều so với khi kéo trượt nó bởi vì các mặt trượt bây giờ là ở ổ bi của bánh xe và chúng có thể được bôi trơn. Các lực ma sát này cũng có xu hướng làm chậm chuyển động của xe và chúng cũng được khảo sát tương tự như ma sát động bằng cách đưa vào một hệ số gọi là **hệ số ma sát lăn**.



Hình 4-13. Từ (a) đến (c) : Lực đặt vào tăng dần, tương ứng với nó, lực ma sát tĩnh cũng tăng dần. (d) Khi bắt đầu trượt $F_s = F_{s,\max} = \mu_s F_N$.

VÍ DỤ 4-7

Lực đặt vào tăng lên dần dần. Người ta sử dụng một cân lò xo để tác dụng một lực nầm ngang lên một vật như trong hình 4-12 và 4-13. Vật ban đầu đứng yên. Giả sử hệ số ma sát tĩnh $\mu_s = 0,8$; hệ số ma sát động $\mu_k = 0,60$ và khối lượng của vật $m = 0,51\text{kg}$. Trên cùng một đồ thị, hãy vẽ sự phụ thuộc của F_s và F_k (một cách gần đúng) vào F_a khi F_a tăng từ 0,0 đến 7,0N với khoảng tăng là 1,0N. Hãy xác định giá trị của vật (gần đúng) đối với giá trị của F_a .

Giải. Vì mặt phẳng nằm ngang nên $F_N = mg = (0,51\text{kg})(9,8\text{m/s}^2) = 5,0\text{N}$. Do đó $F_{s,\max} = \mu_s F_N = (0,8)(5,0\text{N}) = 4,0\text{N}$. Ở mỗi giá trị của F_a thấp hơn giá trị tới hạn này thì $F_s = F_a$ (hình 4-14), cả vận tốc và giá tốc của vật đều bằng không.

Với các giá trị của F_a lớn hơn 4,0 N, vật sẽ trượt trên mặt phẳng và $F_k = \mu_k F_N = (0,6)(5,0\text{N}) = 3,0\text{N}$. Do $F_a > F_k$ nên có một hợp lực nầm ngang, độ lớn bằng $F_a - F_k$. Khi $F_a = 5,0\text{N}$ độ lớn giá tốc là :

$$a = \frac{F_a - F_k}{m} = \frac{5,0\text{N} - 3,0\text{N}}{0,51\text{kg}} \approx 4 \text{ m/s}^2.$$

Tương tự, khi $F_a = 6,0\text{N}$:

$$a = \frac{6,0\text{N} - 3,0\text{N}}{0,51\text{kg}} \approx 6 \text{ m/s}^2,$$

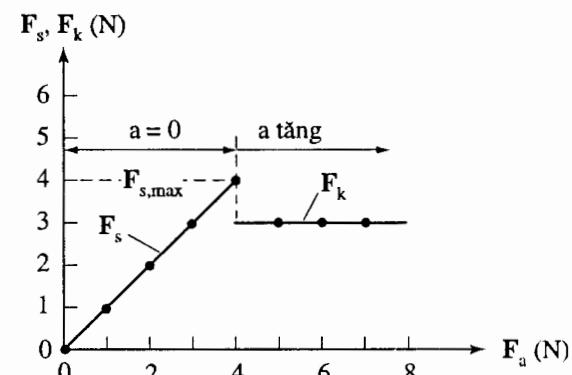
và khi $F_a = 7,0\text{N}$:

$$a = \frac{7,0\text{N} - 3,0\text{N}}{0,51\text{kg}} \approx 8 \text{ m/s}^2.$$

VÍ DỤ 4-8

Xe trượt tới khi dừng. Một cô gái đẩy một xe trượt trên đường nằm ngang đầy tuyết. Khi tốc độ của xe là $v = 2,5 \text{ m/s}$ (hình 4-15a), cô gái thả tay ra và xe tự trượt một khoảng $d = 6,4\text{m}$ trước khi dừng lại. Hãy xác định μ_k giữa xe và mặt tuyết.

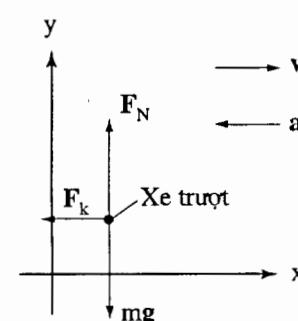
Giải. Giải đồ vật - tự do (hình 4-15b) đã chỉ ra các lực tác dụng lên xe trong khi nó đang trượt (sau khi cô gái thả tay ra). Ta lấy vectơ đơn vị \hat{i} theo hướng của vận tốc v , ngược hướng với lực ma sát : $\mathbf{F}_k = -\mu_k \mathbf{F}_N \hat{i}$.



Hình 4-14. Ví dụ 4-7 : Đồ thị của F_s và F_k theo F_a cho một vật $0,51\text{kg}$ trên mặt phẳng nằm ngang khi $\mu_s = 0,8$ và $\mu_k = 0,6$.



(a)



(b)

Hình 4-15. Ví dụ 4-8 : (a) Cô gái thả xe khi nó đang trượt với tốc độ v . (b) Giải đồ vật - tự do đối với xe trượt sau khi xe được thả ra.

Thành phần gia tốc thẳng đứng của xe là bằng không ($a_y = 0$) do đó $\Sigma F_y = 0$, điều đó có nghĩa là $F_N = mg$. Khi thay giá trị này của F_N vào phương trình (4-5) ta có $F_k = \mu_k F_N = \mu_k mg$. Từ giản đồ vật - tự do, F_k là một lực duy nhất nằm ngang và $\Sigma F_x = -F_k = -\mu_k mg$.

Thành phần x của định luật II Newton

$$\Sigma F_x = ma_x \text{ là : } -\mu_k mg = ma_x$$

Giải ra ta được

$$a_x = -\mu_k g.$$

Dấu âm của a_x chỉ ra rằng gia tốc hướng ngược với vận tốc. Vì a_x không đổi, ta có thể sử dụng phương trình :

$$v_x^2 - v_{x0}^2 = 2a_x(x - x_0)$$

Áp dụng phương trình này từ khi xe trượt cho tới khi dừng lại với vận tốc ban đầu v có $v_x = 0$; $v_{x0} = v$; $a_x = -\mu_k g$ và $x - x_0 = d$, ta có :

$$-v^2 = 2(-\mu_k g).d$$

Giải đối với μ_k ta có : $\mu_k = \frac{v^2}{2gd} = \frac{(2,5 \text{ m/s})^2}{2(9,8 \text{ m/s}^2)(6,4 \text{ m})} \approx 0,050$.

Bài tự kiểm tra 4-7

Giả sử xe trượt được thả ra khi tốc độ của nó là 5m/s dọc theo đường nằm ngang đầy tuyết và μ_k giữa xe và mặt tuyết là 0,050. Xe sẽ trượt một quãng đường bao xa trước khi dừng lại ?

Đáp số : 26m.

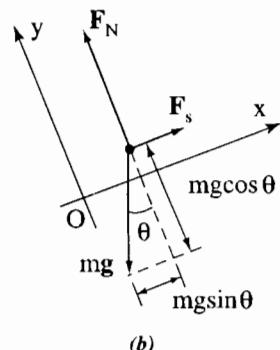
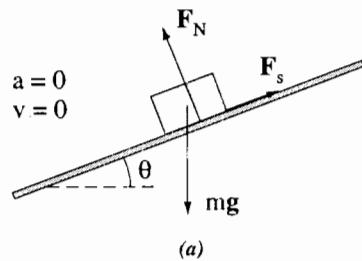
VÍ DỤ 4-9

Góc nghi. Có một cách thuận tiện để đo hệ số ma sát tĩnh giữa một vật và một tấm ván là đặt vật ở trên tấm ván và nghiêng dần tấm ván (hình 4-16). Góc θ_s giữa tấm ván và mặt phẳng nằm ngang ngay trước khi vật bắt đầu trượt được gọi là *góc nghi* hay là *góc tối hạn để vật bắt đầu trượt*. Hãy xác định μ_s theo góc θ_s .

Giải. Xét vật đứng yên trên tấm ván khi tấm ván nghiêng một góc θ với $\theta < \theta_s$ (hình 4-16). Vì vật vẫn đứng yên nên các thành phần của định luật thứ hai của Newton là $\Sigma F_x = 0$ và $\Sigma F_y = 0$ hay :

$$F_x - mgsin\theta = 0 \quad \text{và} \quad F_N - mgcos\theta = 0.$$

Chú ý, trong trường hợp này lực pháp tuyến không bằng và ngược chiều với trọng lượng vì trọng lượng không vuông góc với bề mặt tấm ván. Giải với F_s và F_N ta có :



Hình 4-16. Ví dụ 4-9 : (a) Một vật đặt trên tấm ván nghiêng một góc θ . (b) Giản đồ vật tự do của vật.

$$F_s = mg \sin \theta \quad (A)$$

$$F_N = mg \cos \theta \quad (B)$$

Khi góc θ tăng dần thành phần của trọng lượng dọc theo mặt phẳng $mg \sin \theta$ tăng lên, do đó để giữ vật đứng yên thì F_s cũng tăng. Còn một thành phần của trọng lượng vuông góc với mặt phẳng $mg \cos \theta$ giảm khi θ tăng. Khi $\theta = \theta_s$ lực ma sát tĩnh đạt tới giá trị cực đại $F_s = F_{s,\max} = \mu_s F_N$ do đó các phương trình (A) và (B) trở thành :

$$\mu_s F_N = mg \sin \theta_s \quad (C)$$

$$F_N = mg \cos \theta_s \quad (D)$$

Chia phương trình (C) cho phương trình (D), F_N và mg bị triệt tiêu và ta có :

$$\mu_s = \tan \theta_s$$

Giả sử $\theta_s = 38^\circ$ đối với vật và tấm ván, khi đó :

$$\mu_s = \tan 38^\circ = 0,78$$

Tương tự, bạn có thể chứng minh rằng :

$$\mu_k = \tan \theta_k$$

Góc θ_k là góc giữa tấm ván và mặt phẳng nằm ngang khi vật trượt với vận tốc không đổi.

Bài tự kiểm tra 4-8

Tìm góc nghỉ đối với một vật bằng đồng, đặt trên một tấm thép nghiêng (xem bảng 4-2).

Đáp số : 28° .

VÍ DỤ 4-10

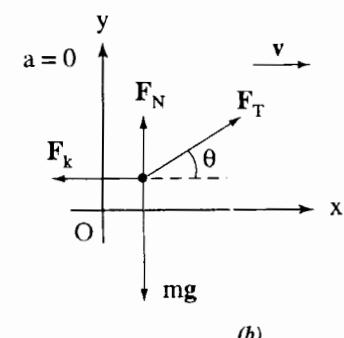
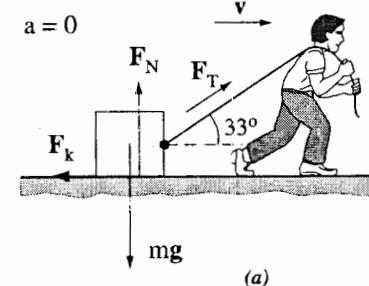
Hòm gỗ trượt. Một người kéo một hòm gỗ 45kg với vận tốc không đổi trên một sàn nằm ngang nhờ một sợi dây nối với hòm gỗ như trên hình 4-17a. Góc θ giữa dây và phương ngang là 33° , hệ số ma sát động giữa hòm gỗ và sàn là 0,63. Hãy xác định lực căng F_T của dây.

Giải. Trên hình 4-17b chỉ ra giản đồ vật - tự do đối với hòm gỗ. Vì giá tốc của hòm bằng 0 nên các thành phần của định luật II Newton áp dụng cho hòm gỗ là $\sum F_x = 0$ và $\sum F_y = 0$. Từ giản đồ vật - tự do và phương trình $\sum F_x = 0$ ta có :

$$F_T \cos \theta - \mu_k F_N = 0 \quad (A)$$

Và từ phương trình $\sum F_y = 0$ ta có :

$$F_T \sin \theta + F_N - mg = 0 \quad (B)$$



Hình 4-17. Ví dụ 4-10 : (a) Một người kéo một hòn gỗ trượt trên sàn. (b) Giản đồ vật tự do đối với hòn gỗ

Từ phương trình (A) suy ra :

$$F_N = \frac{(F_T \cos \theta)}{\mu_k}$$

Thay kết quả này vào phương trình (B) ta tìm được :

$$F_T = \frac{\mu_k mg}{\cos \theta + \mu_k \sin \theta} = \frac{(0,63)(45\text{kg})(9,8\text{m/s}^2)}{\cos 33^\circ + 0,63 \sin 33^\circ} = 240\text{N.}$$

Bài tự kiểm tra 4-9

Giả sử rằng người trong ví dụ trên kéo dây sao cho lực căng $F_T = 280\text{N}$. Hãy xác định độ lớn gia tốc của hòn gỗ.

Đáp số : $1,2\text{m/s}^2$.

Các lực ma sát do chất lưu

Khi một vật rắn, như hòn đá chẳng hạn, chuyển động trong chất lưu, ví dụ như không khí hoặc nước thì chất lưu sẽ tác dụng lên vật một lực ma sát. Dáng điệu của lực này phụ thuộc vào nhiều yếu tố, bao gồm hình dạng của vật, vận tốc của vật đối với chất lưu và bản chất của chất lưu. Tính chất của chất lưu gây ra lực ma sát này gọi là **độ nhớt** và lực này gọi là **lực nhớt**, **lực cản** hoặc **lực hầm**.

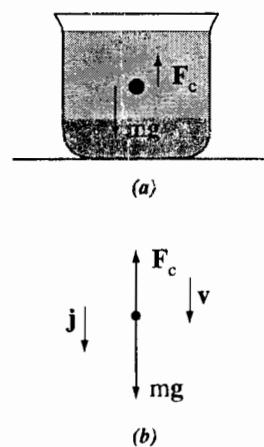
Bởi vì chúng ta muốn chỉ ra một số đặc tính của chuyển động trong chất lưu mà không cần đi sâu vào các yếu tố phức tạp nên chúng ta sẽ giả sử rằng lực cản F_c có một dạng đặc biệt đơn giản như sau :

$$F_c = -bv$$

Ở đây b là một hằng số tỉ lệ. Như vậy chúng ta đã giả sử rằng F_c ngược chiều với vận tốc của vật và độ lớn của lực tỉ lệ thuận với tốc độ. Biểu thức này là gần đúng đối với chất lỏng (ví dụ như nước) hơn là đối với chất khí (ví dụ như không khí) và khi v là không lớn. Nay giờ giả sử chúng ta thả một vật nào đó, chẳng hạn như một hòn bi khối lượng m , từ trạng thái nghỉ trong một chất lưu, ví dụ như dầu (hình 4-18). Để thuận tiện, chúng ta chọn chiều $+y$ hướng xuống (chứ không phải hướng lên) do đó :

$$\Sigma F_y = mg - bv$$

(Để đơn giản chúng ta đã bỏ qua một lực rất có ý nghĩa trong chất lỏng, đó là lực đẩy Archimedes. Bởi vì lực này là không đổi nên nó không làm thay đổi các tính chất định tính của chuyển động mô tả ở đây). Khi bi rơi, trọng lượng của nó tác dụng như là một lực không đổi hướng xuống dưới, còn chất lỏng



Hình 4-18. (a) Một hòn bi rơi trong dầu. (b) Giản đồ vật - tự do đối với bi.

lại tác dụng một lực thay đổi hướng lên. Từ định luật thứ hai của Newton $\Sigma F_y = ma_y = ma$, ta có :

$$a = \frac{mg - bv}{m}$$

Vì $a = \frac{dv}{dt}$ nên : $\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v$

Phương trình này chứa v và đạo hàm của nó $\left(\frac{dv}{dt}\right)$ được gọi là **phương trình vi phân**.

Trong các chương sau chúng ta sẽ còn gặp các phương trình vi phân tương tự như phương trình này và sẽ đưa ra cách giải chúng. Ở đây, chúng ta đơn giản chỉ mô tả nghiệm của nó.

Hình 4-19 chỉ ra đồ thị của tốc độ viên bi v đối với thời gian t khi bi rơi. Hãy nhớ rằng độ dốc của đồ thị này ở một thời điểm bất kỳ cho độ lớn giá tốc a.

Ở thời điểm thả bi ($v = 0$ và $t = 0$) : $a = g - \frac{b}{m}(0) = g$,

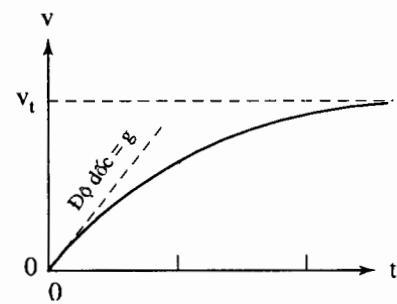
trên đồ thị nó là độ dốc của đường chấm chấm. Khi v tăng lên $F_d = bv$ cũng tăng lên và do đó hợp lực giảm đi. Kết quả là a giảm và tiến dần tới 0 khi t đủ lớn. Khi a tiến dần tới 0, v tiến dần tới một giá trị cực đại gọi là **tốc độ giới hạn v_t** .

Vì ΣF_y bằng 0 khi v tiến dần tới v_t ta có $mg - bv_t = 0$, hay : $bv_t = mg$.

Từ đó suy ra : $v_t = \frac{mg}{b}$

Để làm một ví dụ, giả sử khối lượng viên bi $m = 0,015\text{kg}$ và $b = 8\text{Ns/m}$ thì :

$$v_t = \frac{(0,015\text{kg})(9,8\text{m/s}^2)}{8\text{Ns/m}} \approx 0,02\text{m/s.}$$



Hình 4-19. Đồ thị của v theo t đối với bi. Độ dốc của đồ thị là a. Tại $t=0$, $v=0$ và $a=g$. Khi t đủ lớn, v tiến dần đến v_t và a tiến dần đến 0.

4-7. CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN CƠ HỌC

Trong các mục trước, bạn đã thấy một vài ví dụ về các bài toán cơ học. Nay giờ chúng ta sẽ liệt kê ra một số bước để giải các bài toán và sau đó củng cố các bước này thông qua một vài ví dụ. Định luật thứ hai của Newton $\Sigma F = ma$ cho ta một nguyên tắc cơ bản để giải một bài toán.

Bởi vì định luật thứ hai là một hệ thức vectơ, ta có thể tách nó thành các thành phần :

$$\Sigma F_x = ma_x ; \Sigma F_y = ma_y ; \Sigma F_z = ma_z \quad (4-1)$$

Mỗi thành phần cho ta một phương trình mà ta có thể sử dụng trong một bài toán.

Các bước để giải một bài toán có thể chia thành ba phần :

1. Vẽ phác họa mà ta nghiên cứu và chỉ ra vật (hoặc các vật) sẽ được áp dụng trong định luật thứ hai của Newton. Trên hình vẽ của bạn, hãy chỉ ra các vectơ lực miêu tả các lực tác dụng lên vật. Đưa ra kí hiệu thích hợp cho mỗi đại lượng. Ví dụ, nếu khối lượng của vật đã cho có thể viết $m_b = 2,3\text{kg}$; hoặc là nếu góc đã cho có thể viết $\theta = 25^\circ$. Chúng là những *đại lượng đã biết*. Ta cũng viết ra kí hiệu của các *đại lượng chưa biết* cần phải tìm. Nếu bài toán hỏi về giá tốc của một vật, ta viết $a = ?$ để đại lượng chưa biết được chỉ rõ ngay từ đầu.

2. Vẽ giản đồ vật - tự do (hoặc nhiều giản đồ) với các trục toạ độ trên đó, các trục

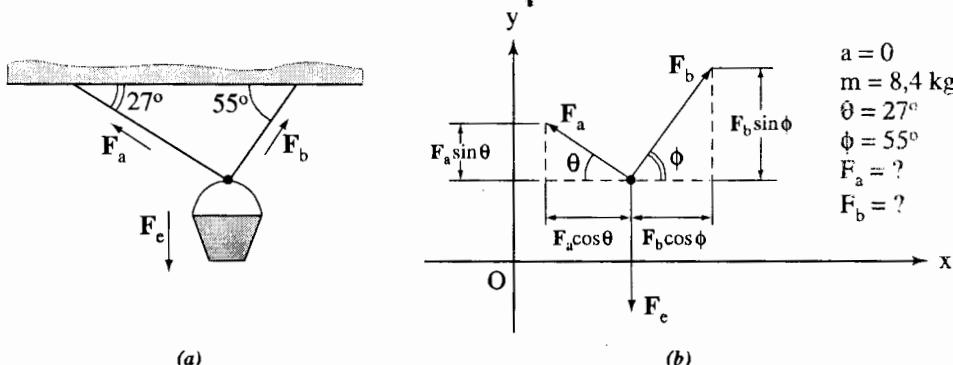
này phải được định hướng sao cho các tính toán được đơn giản. Thông thường hay đặt các trục dọc theo nhiều lực nhất có thể được hoặc đặt một trục dọc theo giá tốc nếu hướng của nó đã biết. Bước này đòi hỏi phải có phán đoán. Làm điều này không có cách nào là đúng hoặc là sai, chỉ có một vài cách là dễ và nhiều cách là khó hơn mà thôi. Chỉ có luyện tập nhiều thì mới có óc phán đoán tốt.

3. Sử dụng giản đồ vật - tự do, viết ra các thành phần của định luật thứ hai của Newton đối với các đại lượng đã biết và chưa biết. Giải các phương trình này đối với mỗi đại lượng chưa biết theo các đại lượng đã biết. Cuối cùng thay các giá trị số của những đại lượng đã biết (kể cả đơn vị) và tính đại lượng chưa biết.

VÍ DỤ 4-11

Lực căng của dây. Một cái xô có khối lượng $m = 8,4\text{kg}$ được treo bằng hai sợi dây mảnh a và b như chỉ ra trên hình 4-20a. Sợi dây "mảnh" có nghĩa là khối lượng của nó là đủ nhỏ để trọng lượng của dây là nhỏ hơn nhiều so với lực tác dụng lên nó. Với sự gần đúng này, ta có thể giả thiết rằng sợi dây là thẳng.

Khi dây (dây thừng hoặc dây cáp) được buộc vào vật, độ lớn của lực do dây tác dụng lên vật gọi là **lực căng** của dây. Hãy xác định lực căng của dây a và b.



Hình 4-20. Ví dụ 4-11 : (a) Một cái xô treo bằng hai sợi dây. (b) Giản đồ vật - tự do đối với cái xô.

Giải. Giản đồ vật - tự do đối với cái xô được trình bày trên hình 4-20b. Các lực do dây tác dụng lên xô là F_a và F_b ; các góc tạo ra giữa các lực này và đường nằm ngang là θ và ϕ . Bởi vì xô đứng yên nên giá tốc là bằng không.

Như vậy định luật II Newton cho ta $\Sigma F_x = 0$ hay :

$$-F_a \cos\theta + F_b \cos\phi = 0 \quad (\text{A})$$

và : $\Sigma F_y = 0$ hay :

$$F_a \sin\theta + F_b \sin\phi - mg = 0 \quad (\text{B})$$

Ở đây F_a và F_b là lực căng của các dây và ta đã sử dụng $F_e = mg$. Các phương trình (A) và (B) biểu diễn hai phương trình với hai đại lượng chưa biết đó là F_a và F_b . Nếu ta giải phương trình (A) với F_b :

$$F_b = \frac{F_a \cos\theta}{\cos\phi} \quad (\text{C})$$

và thế kết quả này vào phương trình B, ta thu được :

$$F_a \sin\theta + \frac{F_a \cos\theta \cdot \sin\phi}{\cos\phi} - mg = 0$$

Bây giờ ta có một phương trình với chỉ một đại lượng chưa biết.

Giải đối với F_a ta có :

$$F_a = \frac{mg}{\sin\theta + \cos\theta \cdot \operatorname{tg}\phi} \quad (\text{D})$$

Để nhận được biểu thức tương tự cho F_b , ta thay F_a từ phương trình (D) vào phương trình (C) :

$$F_b = \frac{mg}{\sin\phi + \cos\phi \cdot \operatorname{tg}\theta} \quad (\text{E})$$

Thay các giá trị bằng số vào ta có :

$$F_a = \frac{(8,4\text{kg})(9,8\text{m/s}^2)}{\sin 27^\circ + \cos 27^\circ \operatorname{tg}55^\circ} = 48\text{N},$$

$$\text{và : } F_b = \frac{(8,4\text{kg})(9,8\text{m/s}^2)}{\sin 55^\circ + \cos 55^\circ \operatorname{tg}27^\circ} = 74\text{N}.$$

Bài tự kiểm tra 4-10

Giả sử rằng hai dây trong ví dụ trên được điều chỉnh sao cho các góc mà hai dây tạo với phương nằm ngang là $\theta = 32^\circ$ và $\phi = 61^\circ$. Hãy xác định lực căng của mỗi dây.

Đáp số : $F_a = 40\text{N}$; $F_b = 70\text{N}$.

VÍ DỤ 4-12

Xe lao xuống dốc. Một xe có bánh nhỏ và các ổ bi trơn mờ được thả ra từ trạng thái đứng yên ở $t = 0$ trên một mặt phẳng nghiêng (hình 4-21a), khối lượng của xe $m = 1,3\text{kg}$. (a) Xác định độ lớn của lực do mặt phẳng tác dụng lên xe. (b) Xác định độ lớn gia tốc của xe. Hãy xác định (c) tốc độ của xe và (d) quãng đường xe đã đi được ở thời điểm $t = 1,5\text{s}$.

Giải.

Chúng ta bỏ qua ảnh hưởng của sự quay của các bánh xe nhỏ và coi xe như là một hạt. Bởi vì các ổ bi trơn mờ nên ta bỏ qua lực ma sát mà nó có xu hướng làm chậm xe. Chúng ta giả thiết rằng lực do mặt phẳng tác dụng lên xe không có thành phần nằm dọc theo mặt phẳng. Do đó lực này là vuông góc với mặt phẳng và được biểu diễn là F_N trong giản đồ vật - tự do (hình 4-21b), ta gọi trục y là trục vuông góc với mặt phẳng. Vì theo hướng này không có chuyển động nên $a_y = 0$ và thành phần y của định luật thứ hai cho ta $\sum F_y = 0$ hay :

$$F_N - mg \cos \theta = 0 \quad (\text{A})$$

Ở đây ta đã sử dụng $F_e = mg$. Thành phần x của định luật thứ hai $\sum F_x = ma_x$ cho ta :

$$mg \sin \theta = ma \quad (\text{B})$$

Ở đây $a = |a_x| = a_x$ là độ lớn của gia tốc.

(a) Từ phương trình (A) ta có :

$$F_N = mg \cos \theta = (1,3\text{kg})(9,8\text{m/s}^2) \cos 32^\circ = 11\text{N}.$$

(b) Giải phương trình (B) đối với a cho ta :

$$a = g \sin \theta = (9,8\text{m/s}^2) \sin 32^\circ = 5,2\text{m/s}^2.$$

(c) Bởi vì gia tốc là không đổi và xe bắt đầu từ trạng thái đứng yên nên tốc độ của nó ở

$t = 1,5\text{s}$ là :

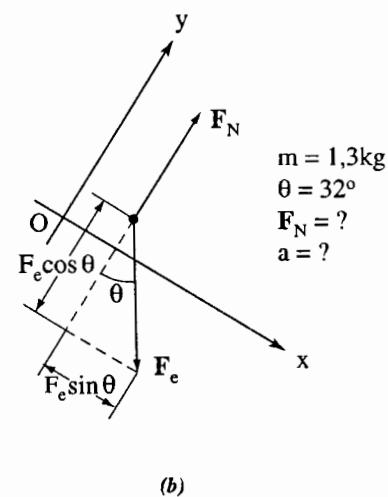
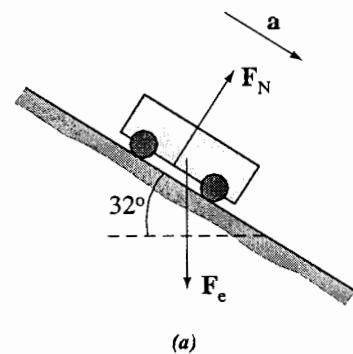
$$v = at = (5,2\text{m/s}^2)(1,5\text{s}) = 7,8\text{m/s}$$

(d) Quãng đường của xe đã đi sau $1,5\text{s}$ là :

$$d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(5,2\text{m/s}^2)(1,5\text{s})^2 = 5,8\text{m}.$$

VÍ DỤ 4-13

Xe được kéo nhờ một vật rơi. Một xe (khối lượng $m_C = 1,8\text{kg}$) có các bánh xe nhỏ và các ổ bi trơn mờ được liên kết với một vật (khối lượng $m_b = 0,50\text{kg}$) nhờ một sợi dây vắt qua ròng rọc (hình 4-22a). Giả sử rằng ròng rọc quay một cách tự do và khối lượng của nó là đủ nhỏ để ảnh hưởng của quay là không đáng kể và tác dụng của ròng rọc chỉ làm đổi hướng của sợi dây. Do đó lực căng tại mọi điểm trên dây là như nhau và độ lớn của lực do dây tác dụng lên xe và lên vật là bằng lực căng này. Hãy xác định (a) độ lớn gia tốc của xe (và của vật) ; (b) lực căng của dây.



Hình 4-21. Ví dụ 4-12 : (a) Xe trên mặt phẳng nghiêng. (b) Giản đồ vật - tự do của xe.

Giải. Các giản đồ vật - tự do đối với xe và vật được chỉ ra trên hình 4-22b và c. Bởi vì xe và vật được nối với nhau nhờ sợi dây nên chúng có cùng độ lớn gia tốc a. Các hệ toạ độ được chọn sao cho gia tốc của mỗi vật là theo hướng +x của mỗi hệ. Thành phần x của định luật thứ hai áp dụng với xe cho ta :

$$F_T = m_C a \quad (A)$$

ở đây F_T là lực căng của dây. Còn đối với vật, thành phần x của định luật thứ hai là :

$$m_B g - F'_T = m_B a \quad (B)$$

(A) và (B) là hai phương trình có hai ẩn, đó là a và F_T .

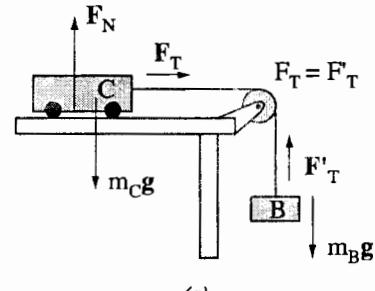
(a) Nếu ta cộng phương trình (A) với phương trình (B) thì F_T bị loại và ta nhận được :

$$m_B g = m_B a + m_C a$$

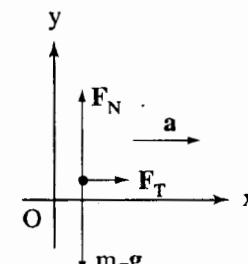
$$\text{Suy ra : } a = \frac{m_B}{m_C + m_B} g = \frac{0,5\text{kg}}{1,8\text{kg} + 0,5\text{kg}} \cdot 9,8\text{m/s}^2 \\ = 2,1\text{m/s}^2$$

(b) Thay biểu thức trên đổi với a vào phương trình (A), ta có :

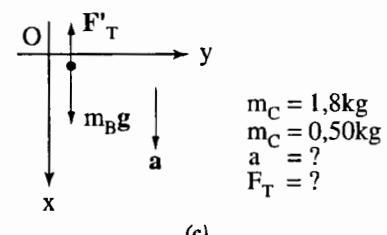
$$F_T = \frac{m_C m_B}{m_C + m_B} g = \frac{(1,8\text{kg})(0,5\text{kg})}{1,8\text{kg} + 0,5\text{kg}} \cdot 9,8\text{m/s}^2 = 3,8\text{N.}$$



(a)



(b)



(c)

Hình 4-22. Ví dụ 4-13 : (a) Xe được kéo dọc theo mặt phẳng nằm ngang nhờ sợi dây buộc vào một vật rơi. (b) Giản đồ vật - tự do của xe. (c) Giản đồ vật - tự do của vật.

Bài đọc thêm

ISAAC NEWTON

Isaac Newton là một nhà khoa học vĩ đại nhất của mọi thời đại. Những phát minh chủ yếu của ông bao gồm các định luật của chuyển động, định luật hấp dẫn và các phép tính vi phân, tích phân. Chỉ cần có một trong những thành tựu này cũng đủ để người khám phá ra nó được tôn vinh như một thiên tài có tầm cỡ lịch sử. Không phải ngẫu nhiên mà ba khám

phá này lại được sáng tạo chỉ bởi một người. Thật là tự nhiên đối với người đã khám phá ra các phép tính vi phân, tích phân cũng lại khám phá ra các định luật của chuyển động và cũng không có gì lạ đối với người đã khám phá ra các định luật của chuyển động lại tìm ra định luật hấp dẫn.

Cha của Newton, cũng tên là Isaac, là một người thợ học nhưng khá giàu có. Một vài thế hệ của dòng họ Newton đã nổi lên và có một địa vị đáng kể trong xã hội và kinh tế khi cha của Newton cưới mẹ ông và cuộc hôn nhân này lại biểu hiện một bước thăng tiến nữa. Mẹ của Newton, bà Hannah Ayscough Newton, là một người biết đọc biết viết, một điều khá bất thường đối với phụ nữ ở thời đó. Tuy nhiên không có dấu hiệu nào cho thấy có một thiên tài tiềm ẩn trong dòng họ Newton.

Newton sinh ra ở Woolsthorpe nước Anh, vào ngày Chúa Giáng sinh năm 1642, đúng trong năm Galileo qua đời. Cha ông đã mất vào tháng 10 trước đó, chỉ sáu tháng sau khi cưới mẹ ông, bà Hannah. Khi Isaac 3 tuổi, mẹ ông tái giá với Barnabas Smith, một mục sư đã đứng tuổi nhưng giàu có ở làng bên. Một trong những thoả thuận khi cưới là cậu bé Isaac sẽ sống với bà ngoại Ayscough ở Woolsthorpe, còn mẹ ông và bố dượng sống cách đó 10 dặm. Không có một ghi chép nào kể về tình yêu thương giữa Isaac và bà ngoại của ông và một số nhà viết sử đã nghi ngờ điều đó. Khi Isaac 10 tuổi, bố dượng của ông chết và mẹ ông đã trở về Woolsthorpe để tiếp tục chăm sóc Isaac. Nhiều người viết tiểu sử Newton đã suy đoán về những mất mát tâm lí của chú bé mất cha do sự thiếu vắng của người mẹ trong những năm đó. Newton thừa nhận rằng khi còn là cậu bé, ông rất bướng và hay cáu kỉnh. Do đó khi lớn lên ông trở thành người sống hướng nội và ít vui đùa. Ông dễ có ác cảm và là người không khoan dung. Năm 18 tuổi, Newton vào học tại trường cao đẳng Trinity thuộc Đại học Cambridge. Cơ cấu xã hội của trường Cambridge phản ánh xã hội Anh đương thời. Các sinh viên nhập học được phân loại : loại có học bổng (pensioner) và loại sinh viên thường không có học bổng hoặc trợ cấp (sizar). Loại có học bổng có những đặc quyền và có điều kiện sống tốt hơn. Còn sinh viên thường phải làm những

công việc thấp kém, gần như một người hầu của sinh viên được học bổng. Newton là một sizar, mặc dù rằng mẹ ông, người cho ông đến trường một cách miễn cưỡng, có đủ khả năng lo liệu để ông trở thành một sinh viên có học bổng. Thật là khó hình dung, một chàng sinh viên trẻ tuổi mà chẳng bao lâu sau sẽ trở thành một người khổng lồ của thời đại đó lại phải làm nhiệm vụ hầu bàn và dọn phòng.



*Isaac Newton
"Hypotheses non fingo"*

Chân dung của Newton ở tuổi 46 do Godfrey Kneller vẽ. Theo lời người viết tiểu sử Richard Westfaull thì Newton là một người "... có khuôn mặt hấp dẫn, có nồng khiếu thông minh, lôi cuốn trong khi mà tài năng của ông đứng ở đỉnh cao. Không khó khăn gì, chúng ta nhận ra tác giả của cuốn sách Các nguyên lí".

Những tiến bộ của Newton ở Đại học Cambridge, từ một sinh viên thường đến khi ông được nhận học bổng, rồi trở thành

nghiên cứu sinh và giáo sư toán học đã đóng một vai trò quan trọng trong những thành tựu sau này của ông. Sống ở Cambridge, có nghĩa là có thu nhập ổn định, ít nghĩa vụ, tuy nhiên sống độc thân là một điều quy định. Những vị thế trên đã cho phép Newton tự do theo đuổi các nghiên cứu về quang học, toán học, thiên văn học, thuật giả kim và thần học. Mặc dù tên tuổi của ông còn được nhớ mãi do những đóng góp của ông đối với toán học và vật lí nhưng phần lớn thời gian và sức lực ông lại dành cho giả kim học và thần học.

Newton là một học giả cô độc. Khả năng tập trung của ông vào một vấn đề thật là kỉ diệu. Ông thường bị cuốn hút vào công việc của mình đến mức mà ông quên đi những nhu cầu con người của mình, nghe đồn ông làm việc nhiều ngày quên ăn quên ngủ. Nhận một cơ hội khi được hỏi ông đã làm ra các phát minh của mình như thế nào, ông đáp : "Tôi luôn luôn nghĩ về chúng". Trong một dịp khác, ông nói : "Tôi thường xuyên đặt các vấn đề đó trước mắt tôi cho tới khi những tia sáng đầu tiên từ từ lộ ra thành sáng tỏ hoàn toàn".

Rõ ràng Newton không chịu được những kẻ xuẩn ngốc tự mãn và ông là người đòi hỏi công việc phải chính xác ngay cả đối với mình. Ông là người quá thận trọng khi nói hoặc viết về bất cứ cái gì, ông luôn luôn sợ mắc các sai lầm. Ông giải thích sự ngại công bố của mình là do "sợ rằng những cuộc bàn cãi và tranh luận có thể bị những kẻ ngu ngốc khác kích động lên để chống lại tôi". Người ta nói rằng các khám phá của Newton có hai giai đoạn, giai đoạn thứ nhất là ông làm ra phát minh và giai đoạn sau là ai đó moi từ ông phát minh đó để chia sẻ với phần còn lại của thế giới. Chính kiệt tác của Newton, tác phẩm *Các nguyên lí* cũng đã được moi từ ông bởi Edmund Halley, một nhà thiên văn học mà tên của ông được dùng để đặt cho một ngôi sao chổi, sao

chổi Halley. Một bài toán lớn mà ở thời đó vẫn chưa giải quyết được, đó là lực do Mặt Trời tác dụng lên các hành tinh. Halley, Christopher Wren (một kiến trúc sư nổi tiếng), Robert Hooke và có thể cả những người khác nữa phỏng đoán rằng lực này thay đổi một cách tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách và gọi nó là lực tỉ lệ nghịch bình phương (chương 5). Tuy nhiên không ai có khả năng chứng minh được điều này. Wren đã ngạo mạn đặt ra một giải thưởng trị giá 40 silinh (shilling) cho ai có thể giải được bài toán này. (Đối với những người tự trọng và thích tranh đua, việc giải được bài toán này còn có giá trị gấp nhiều lần bất cứ giải thưởng nào). Năm 1684, Halley đến thăm Newton và hỏi ông rằng một hành tinh có thể chuyển động theo một quỹ đạo nào nếu lực tác dụng của Mặt Trời lên hành tinh là một lực tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách giữa chúng. Newton trả lời không chút do dự rằng quỹ đạo đó là một elip (ellipse). Halley đã "hết sức kinh ngạc và vui sướng" và ông đã hỏi Newton làm thế nào biết điều đó. Newton đáp lại một cách ngắn gọn : "Tôi đã tính ra nó". Bằng những từ đơn giản đó, Newton đã thông báo rằng ông đã giải quyết được bài toán của nhiều thế kỉ. Thực vậy, Newton có lẽ là người duy nhất của thời đại ông vừa có cái nhìn sâu sắc về vật lí, vừa có sức mạnh toán học để giải quyết các bài toán như vậy. Vài tháng sau Newton đã gửi cho Halley, lúc đó là thư kí của Hội Hoàng gia (một tổ chức khoa học của nước Anh), một luận án về cách giải toán học này. Trong những ngày đó, chỉ có một số ít người có khả năng hiểu được luận án, nhưng quả là may mắn, Halley là một trong số ít người đó. Halley đã nhận ra được ý nghĩa vĩ đại của công trình Newton và ông đã ngay lập tức bắt đầu cho xuất bản cuốn sách về công trình đó. Với sự đỡ đầu của Halley, quyển *Các nguyên lí* đã ra đời năm 1686.

Việc ngại công bố của Newton đã làm cho ông phải chia sẻ công lao của mình

trong một số phát minh, đặc biệt nhất là công trình về các phép tính vi phân. Từ các ghi chép và thư từ của ông, người ta biết rằng Newton đã trình bày và phát triển các phép tính vi tích phân 10 năm trước khi Gottfried Leibniz công bố nó vào năm 1684. Nếu có một người nào đó như Halley giúp đỡ thì có lẽ Newton đã công bố những phát hiện của mình vào năm 1670. Và như vậy, bây giờ Leibniz không phải là người đồng phát minh về các phép tính vi tích phân.

Năm 1696, Newton chuyển đến London để đảm nhận một chức vụ quản lý ở Sở đúc tiền. Ông đã đóng một vai trò quan trọng trong việc giám sát công việc đúc tiền trong nhiệm kì của ông (1696-1699) và năm 1699 ông đã được bổ nhiệm làm Giám đốc Sở đúc tiền. Ông thôi không giữ

chức giáo sư ở Cambridge vào năm 1701 và đã được bầu làm nghị sĩ cùng năm đó. Năm 1703, ông được bầu làm chủ tịch của Hội Khoa học Hoàng gia và giữ chức vụ đó cho đến khi ông mất vào năm 1726. Năm 1705, ông đã được phong tước hầu. Khi ông mất ở tuổi 83, người ta đã làm quốc tang và chôn ông tại Tu viện Westminster. Alexander Pope đã viết những lời thơ ca ngợi :

Nature and Nature's Laws lay hid by night
God said, Let Newton be ! And all
was light.

Tạm dịch :

Tự nhiên và các định luật của tự nhiên
ẩn mình trong bóng tối

Thượng đế nói, hãy để cho Newton ! Và
tất cả bừng sáng.

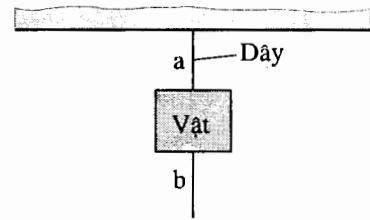
?

CÂU HỎI

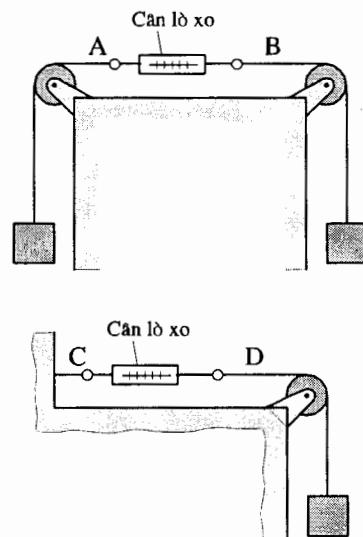
- 1** Liệu có thể có trường hợp một vật chuyển động theo một đường cong mà hợp lực tác dụng lên nó bằng không không ? Giải thích.
- 2** Giả sử rằng bạn đang đi trong xe ôtô với vận tốc không đổi. Đột nhiên người lái xe hãm phanh lại và bạn bị "đẩy" về phía trước. "Lực đẩy" này tác dụng lên bạn là do những vật nào ? Nếu có bạn hãy chỉ ra, còn nếu không có vật nào tác dụng lực đẩy này thì bạn phải giải thích như thế nào về giá tốc của bạn đối với ôtô ?
- 3** Giả sử bạn làm rơi các vật a và b từ một cửa sổ tầng hai, mỗi vật đều rơi từ trạng thái đứng yên và cùng một lúc, $m_a > m_b$. Giả sử rằng ở mỗi thời điểm trong khi rơi, lực cản của không khí lên hai vật là bằng nhau. Hỏi vật nào tới đất trước tiên ? Hãy giải thích.
- 4** Vật nào tác dụng một lực để giữ chè kim của la bàn theo hướng Bắc - Nam ?
- 5** Khi người lái xe hãm phanh thì vật nào tác dụng một lực để làm xe chậm lại ? Khi mặt đường phủ băng thì điều này có xảy ra không ?
- 6** Gia tốc trong định luật thứ hai của Newton có phải được đo đối với một loại hệ quy chiếu đặc biệt nào không ? Nếu phải, thì đó là loại hệ quy chiếu nào ? Có một số hữu hạn những hệ quy chiếu đó không ? Hãy giải thích.
- 7** Giả sử rằng trong khi đứng trên sàn ngựa gỗ đang quay, bạn cầm một đầu dây, còn đầu kia treo một hòn đá. Sợi dây treo có hướng thẳng đứng xuống

dưới không ? Hợp lực tác dụng lên hòn đá có bằng 0 không ? Hệ quy chiếu của bạn có là quán tính không ?

- 8** Nếu sợi dây b ở hình 4-23 bị kéo xuống với một lực tăng lên từ từ thì cuối cùng sợi dây a sẽ đứt. Tuy nhiên nếu sợi dây b bị giật mạnh đột ngột xuống dưới thì sợi dây b lại bị đứt trước. Hãy giải thích hiện tượng này.
- 9** Trọng lượng của dây và cân lò xo trên hình 4-24 là nhỏ có thể bỏ qua, trọng lượng của mỗi vật là 25N và các ròng rọc về cản bản là không có ma sát. Lực căng trên mỗi dây bằng bao nhiêu ? Số trớ trên mỗi cân lò xo như thế nào ?
- 10** Liệu có một mối quan hệ nào về hướng giữa hợp lực tác dụng lên vật và vận tốc của vật đó ? Nếu có thì đó là mối quan hệ nào ?
- 11** Độ lớn và hướng của lực hấp dẫn mà bạn tác dụng lên Trái Đất là như thế nào ?
- 12** Giả sử rằng bạn đang đứng trên một cái cân lò xo đặt trong thang máy. Trong các tình huống nào dưới đây trọng lượng biểu kiến của bạn là lớn nhất và nhỏ nhất ?
- (a) Thang máy đang đi lên với tốc độ không đổi. (b) Thang máy đang đi xuống với tốc độ không đổi. (c) Thang máy đang đi lên với tốc độ tăng dần. (d) Thang máy đang đi lên với tốc độ giảm dần.
- 13** Nếu như bạn đang ở một hành tinh khác, bạn có cho rằng trọng lượng của bạn khác với trọng lượng của bạn trên Trái Đất không ? Bạn có cho rằng khối lượng của bạn cũng khác không ?
- 14** Vì sao việc phân tích lực tiếp xúc thành hai lực pháp tuyến và lực ma sát là có ích lợi. Hãy nêu ra ít nhất hai lí do.
- 15** Một hòn gỗ được đặt chính giữa sàn của một xe tải và khi xe tải tăng tốc thì hòn gỗ cũng vậy. Lực làm hòn tăng tốc là loại lực nào ? Nếu gia tốc của xe tải lớn hơn một giá trị cực đại nào đó thì hòn gỗ sẽ trượt. Gia tốc cực đại này có phụ thuộc vào khối lượng của hòn hay không ? Hãy giải thích.
- 16** Có thể bạn đã được xem một trò ảo thuật trong đó một tấm khăn trải bàn bị giật mạnh bất thình lình mà những cái đĩa trên mặt bàn phủ khăn gần như



Hình 4-23. Câu hỏi 8



Hình 4-24. Câu hỏi 9

giữ nguyên ở vị trí ban đầu của mình. Để thực hiện thành công trò ảo thuật này, liệu tấm khăn phải làm bằng vải thô dày hay lụa mỏng ? Liệu kéo chiếc khăn với một lực mạnh thì cho kết quả tốt hơn hay là kéo bằng một lực đều đẽu và nhẹ nhàng thì cho kết quả tốt hơn ?

- 17** Nếu bạn muốn làm cho xe dừng lại trên một đoạn đường ngắn nhất, vì sao bạn không nên nhấn mạnh phanh đến mức mà các lốp xe trượt đi trên mặt đường ?
- 18** Với cùng một tốc độ ban đầu như nhau, một chiếc xe có trọng lượng nặng hơn có thể dừng lại trên một quãng đường ngắn hơn so với một chiếc xe có trọng lượng nhẹ hơn được không ? Hãy giải thích.
- 19** Khi quyết định lấy góc nghiêng của một đường cong cao tốc so với mặt phẳng nằm ngang, người kỹ sư thiết kế có cần tính đến trọng lượng của các xe hay không ? Hãy giải thích.
- 20** Một máy bay phản lực chở khách tăng tốc nhanh khi cất cánh, các hành khách "bị một lực" bắt phải ngả người vào cái tựa lưng. Có vật nào đó gây ra lực này không ? Nếu không, hãy giải thích sự tồn tại của lực này.



BÀI TẬP

Các giả thiết được dùng trong các bài tập và bài toán dưới đây

- 1** Hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất được xem như một hệ quy chiếu quan tính.
- 2** Lực do một dây tác dụng được hướng dọc theo dây và có độ lớn bằng lực căng.
- 3** Ròng rọc chỉ có tác dụng đổi hướng của dây khi nó vắt qua ròng rọc.
- 4** Mỗi xe có thể được xem như một hạt và lực do bề mặt tác dụng lên xe chuyển động trên bề mặt đó có hướng vuông góc (pháp tuyến) với bề mặt.

Mục 4-2. Định luật thứ nhất của Newton

- 1** Hai lực $\mathbf{F}_1 = -(2,4\text{N})\mathbf{i} + (6,1\text{N})\mathbf{j}$ và $\mathbf{F}_2 = (8,5\text{N})\mathbf{i} - (9,7\text{N})\mathbf{j}$ cùng tác dụng lên một vật. (a) Độ lớn của mỗi lực bằng bao nhiêu ? (b) Tính góc tạo bởi mỗi lực với trục x. (c) Vẽ giản đồ vật - tự do với các lực này. (d) Xác định độ lớn và hướng của hợp lực tác dụng lên vật.
- 2** Tuấn Anh và Xuân Bắc tác dụng các lực nằm ngang \mathbf{F}_A và \mathbf{F}_B lên một hòm gỗ lớn và làm nó trượt trên mặt sàn. Lực \mathbf{F}_A hướng về phía Bắc với độ lớn 130N và lực \mathbf{F}_B theo hướng Đông Bắc và làm với hướng Bắc một góc 32° với độ lớn 180N. Tìm độ lớn và hướng của một lực mà nó cho cùng một hiệu quả như hai lực tác dụng trên.
- 3** Sau một khoảng thời gian ngắn nhảy ra ngoài máy bay, một vận động viên nhảy dù có trọng lượng là 720N đạt được một vận tốc hâu như không đổi.

Trong tình huống đó có hai lực đáng kể tác dụng lên vận động viên. (a) Các lực đó tác dụng như thế nào ? (b) Độ lớn và hướng của mỗi lực là như thế nào ?

- 4** Một cái hòm được kéo lê trên sàn ngang với vận tốc không đổi nhờ một cân lò xo. Có 3 lực đáng kể tác dụng lên hòm : Lực của cân lò xo có độ lớn 15N và nằm ngang, trọng lượng của hòm có độ lớn 25N và lực tác dụng bởi sàn. Xác định độ lớn và hướng của lực tác dụng bởi sàn.

Mục 4-3. Định luật thứ hai của Newton

- 5** Một xe ôtô có khối lượng 900kg bắt đầu chuyển động từ trạng thái đứng yên và đạt được tốc độ 20m/s sau 10s. Giả sử rằng gia tốc này là đều, hãy xác định độ lớn của hợp lực tác dụng lên xe.
- 6** Một ống tia catôt (chẳng hạn một đèn hình tivi) có một bộ phận gọi là súng phóng electron, nó phóng ra một chùm các electron. Giả sử rằng trong một súng phóng electron, một electron được tăng tốc từ trạng thái đứng yên đến tốc độ $2 \cdot 10^7$ m/s trên quãng đường 10mm. Hãy ước lượng độ lớn của hợp lực tác dụng lên electron trong súng phóng electron này.
- 7** Một vận động viên bóng chày đánh một quả bóng 0,15kg sao cho vận tốc của quả bóng từ 48m/s theo phương nằm ngang và hướng sang phía đông thành 81m/s theo phương ngang nhưng hướng sang phía Tây trong một khoảng thời gian ngắn 0,01s. Hãy ước lượng lực mà người vận động viên đã tác dụng lên quả bóng, giả sử lực này là đều và bỏ qua tất cả các lực khác tác dụng lên quả bóng.

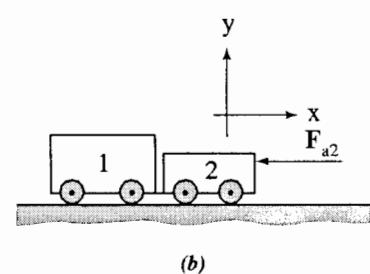
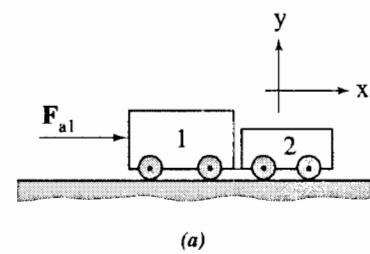
Mục 4-4. Định luật thứ ba của Newton

- 8** Sử dụng bảng 4-1. Hãy xác định độ lớn của
(a) lực hấp dẫn do dải Ngân Hà tác dụng lên
chòm sao Tiên Nữ và (b) lực hấp dẫn do
Trái Đất tác dụng lên Mặt Trời.

- 9** Hai xe 1 và 2, mỗi xe có khối lượng 1,0kg đều được gắn lò xo tương tự như các xe ở hình 4-8 (ví dụ 4-5). Một vật có khối lượng m chưa biết được buộc chặt vào xe 1. Đẩy hai xe vào nhau để nén các lò xo và sau đó thả ra. Độ lớn gia tốc của hai xe là

$a_1 = 0,51\text{m/s}^2$ và $a_2 = 1,14\text{m/s}^2$; các xe này có bánh nhỏ và được bôi trơn. Hãy xác định m và nêu giả thiết mà bạn đã dùng.

- 10** (a) Hai xe 1 và 2 được đẩy về phía trước bởi một ngoại lực F_{al} tác dụng vào xe 1 (hình 4-25a).



Hình 4-25. Bài tập 10.

Hãy xem mỗi xe như một hạt và bỏ qua mọi lực ma sát làm chậm mỗi xe. Cho $F_{a1} = 12N$; $m_1 = 4,0kg$ và $m_2 = 2,0kg$. Hãy xác định độ lớn và hướng của mỗi lực tương tác \mathbf{F}_{12} và \mathbf{F}_{21} . (b) Nay giờ giả sử bỏ lực F_{a1} đi và tác dụng một ngoại lực \mathbf{F}_{a2} vào xe 2 (hình 4-25b) với $\mathbf{F}_{a2} = 12N$. Hãy xác định độ lớn và hướng của mỗi lực tương tác trong trường hợp này. (c) Hãy giải thích vì sao độ lớn của các lực tương tác lại khác nhau trong hai trường hợp này.

Mục 4-5. Trọng lượng và lực hấp dẫn của Trái Đất

- 11) Ở trên sao Hoả độ lớn gia tốc của mỗi vật thể khi rơi tự do đối với hệ quy chiếu bề mặt sao Hoả là $3,8m/s^2$. Hãy xác định trọng lượng của một người 68kg trong hệ quy chiếu bề mặt sao Hoả.
- 12) Khi ở trên bề mặt của hành tinh Illocorb, một nhà thăm dò không gian đứng trên cân lò xo thì số chỉ là 950N. Nếu khối lượng của người đó là 71kg thì gia tốc của mỗi vật khi rơi tự do trên hành tinh Illocorb là bao nhiêu?
- 13) Một người có khối lượng 58kg đứng trên cân lò xo trong thang máy. Xác định độ lớn và hướng của gia tốc thang máy ở thời điểm khi cân lò xo chỉ : (a) 570N ; (b) 420N ; (c) 710N ?
- 14) Một người có khối lượng 77kg đứng trên cân lò xo trong thang máy. Trọng lượng của người đó sẽ như thế nào khi thang máy (a) có gia tốc hướng lên với độ lớn $2,8m/s^2$; (b) có gia tốc hướng xuống với độ lớn $3,1 m/s^2$; (c) đi lên với tốc độ không đổi là $4,4 m/s$?

Mục 4-6. Các lực tiếp xúc : Lực pháp tuyến và lực ma sát

- 15) Một hòm gỗ có khối lượng 37kg đứng yên trên mặt sàn nằm ngang. Một sợi dây thừng buộc vào đỉnh hòm và sợi dây được kéo lên theo phương thẳng đứng. Lực pháp tuyến do mặt sàn tác dụng lên hòm bằng bao nhiêu khi lực căng trên dây là (a) 52N ; (b) 170N ; (c) 360N ?
- 16) Một chiếc xe có khối lượng 940kg đang đỗ trên sườn đồi dốc một góc 16° so với mặt nằm ngang. Hãy xác định lực pháp tuyến và lực ma sát tĩnh tác dụng lên xe.
- 17) Một chiếc ghế sofa có khối lượng 41kg, được di chuyển trong một căn phòng, cho biết $\mu_s = 0,46$; $\mu_k = 0,39$ giữa các chân ghế và mặt sàn. (a) Lực theo phương ngang tối thiểu bằng bao nhiêu để chiếc ghế bắt đầu trượt? (b) Cần phải có một lực theo phương ngang bằng bao nhiêu để chiếc ghế trượt với vận tốc không đổi?
- 18) Một sợi dây buộc vào chiếc hộp có khối lượng 3,9kg được kéo lên hợp với phương nằm ngang một góc 32° . Lực căng của dây là 21N nhưng hộp vẫn

đứng yên trên mặt phẳng nằm ngang. Hãy xác định độ lớn của (a) lực pháp tuyến ; (b) lực ma sát tĩnh và (c) lực tiếp xúc do bề mặt tác dụng lên hộp.

- 19.** Để một vật có khối lượng 2,6kg bắt đầu trượt trên mặt phẳng nằm ngang phải cần đến một lực 28N theo phương ngang. (a) Hệ số ma sát tĩnh μ_s giữa vật và bề mặt bằng bao nhiêu ? (b) Nếu một lực 19N theo phương ngang làm cho vật trượt với tốc độ không đổi thì hệ số ma sát động μ_k giữa vật và bề mặt bằng bao nhiêu ?

- 20.** Tốc độ tối đa cho phép chạy trên một con đường là 25m/s. Để dừng lại khi có đèn đỏ, người lái xe phải đạp mạnh phanh và xe đã trượt đi 57m trước khi dừng lại. Hệ số ma sát μ_k giữa bánh xe và mặt đường là 0,8. Hỏi người lái xe có cho xe chạy quá tốc độ tối đa này không ?

- 21.** Nếu hệ số ma sát động μ_k giữa mặt bàn dài và một cái đĩa là 0,12 thì khi phóng chiếc đĩa trên mặt bàn với tốc độ ban đầu là 5,2m/s ; cái đĩa sẽ trượt đi một khoảng bao xa ?

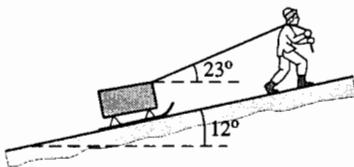
- 22.** (a) Hãy chứng tỏ rằng biểu thức độ lớn của lực pháp tuyến do mặt sàn tác dụng trong ví dụ 4-10 (hình 4-17) là : $F_N = \frac{mg\cos\theta}{\cos\theta + \mu_k\sin\theta}$

- (b) Hãy chứng minh rằng độ lớn của lực tiếp xúc F_c do mặt sàn tác dụng là :

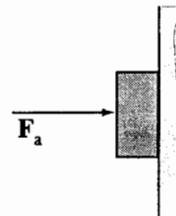
$$F_c = \frac{mg\cos\theta}{\cos\theta + \mu_k\sin\theta} \sqrt{1 + \mu_k^2}$$

- (c) Sử dụng các số liệu từ ví dụ 4-10 ($m = 45\text{kg}$; $\theta = 33^\circ$ và $\mu_k = 0,63$), tìm các giá trị F_N và F_c .

- 23.** Một chàng trai kéo một xe trượt tuyết lên một sườn dốc phủ đầy tuyết (hình 4-26). Khối lượng của xe là $m = 26\text{kg}$ và các hệ số ma sát μ_s và μ_k giữa các thanh trượt và tuyết lần lượt là 0,096 và 0,072. Hãy xác định độ lớn của lực do chàng trai tác dụng để (a) xe bắt đầu trượt và (b) xe trượt với vận tốc không đổi.



Hình 4-26. Bài tập 23.



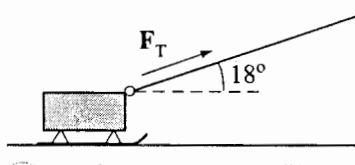
Hình 4-27. Bài tập 24.

- 24.** Trên hình 4-27, độ lớn tối thiểu của lực tác dụng để giữ cho vật không bị trượt xuống trên bức tường thẳng đứng là bao nhiêu ? Khối lượng của vật là $m = 6,4\text{kg}$ và hệ số ma sát tĩnh μ_s giữa vật và bức tường là 0,76.

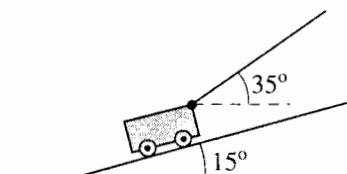
- 25** Một chiếc xe lăn xuống với vận tốc không đổi trên mặt dốc phẳng tạo với phương ngang một góc $3,1^\circ$. Hệ số ma sát lăn μ_r giữa xe và mặt dốc bằng bao nhiêu ?
- 26** Hệ số ma sát lăn μ_r giữa xe và tấm ván là 0,062. Gia tốc của xe bằng bao nhiêu khi xe đặt trên một tấm ván nghiêng góc $5,0^\circ$ đối với phương nằm ngang ?
- 27** Người ta thấy một viên bi có khối lượng 0,012kg khi rơi trong nước sirô trong có tốc độ giới hạn là $0,072\text{m/s}$. Giả sử lực cản có dạng $F_c = -bv$ và bỏ qua lực đẩy Archimedes. (a) Hãy xác định hệ số b. (b) Xác định độ lớn của hợp lực tác dụng lên hòn bi khi tốc độ của nó là $0,050\text{m/s}$.
- 28** Lực cản tác dụng lên hòn đá có khối lượng $0,081\text{kg}$ khi rơi trong dầu được cho bởi biểu thức $F_c = -(13\text{N.s/m})v$. Tốc độ giới hạn của hòn đá là bao nhiêu ? Bỏ qua lực đẩy Archimedes như đã làm trong bài giảng.

Mục 4-7. Các phương pháp giải toán cơ học

- 29** Một cái hòm 24kg đứng yên trên sàn có một sợi dây được buộc chặt vào nắp của nó. Lực căng cực đại của dây có thể chịu được mà không đứt là 310N . Thời gian tối thiểu để nâng hòm lên cao $4,6\text{m}$ bằng dây đó là bao nhiêu ?
- 30** Hãy xác định lực căng của dây cáp treo thang máy có khối lượng 1500kg trong khi thang máy (a) đi lên với gia tốc $2,1\text{m/s}^2$; (b) đi xuống với gia tốc $2,1\text{m/s}^2$. Bỏ qua mọi lực khác, trừ lực căng của dây cáp và trọng lượng của thang máy.
- 31** Một xe trượt 32kg được kéo trên mặt băng nằm ngang nhờ một sợi dây (hình 4-28). Lực căng không đổi trên dây là 140N , bỏ qua các lực ma sát. (a) Hãy vẽ giản đồ vật - tự do đối với xe trượt. (b) Xác định độ lớn và hướng của lực do mặt băng tác dụng lên xe. (c) Độ lớn gia tốc của xe là bao nhiêu ? (d) Nếu xe xuất phát từ trạng thái đứng yên thì nó đi được bao xa sau $1,3\text{s}$?



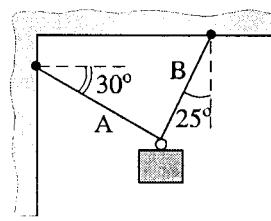
Hình 4-28. Bài tập 31.



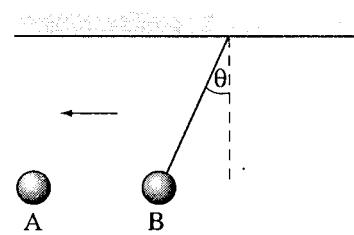
Hình 4-29. Bài tập 32.

- 32** Một xe như trên hình 4-29 có khối lượng $2,4\text{kg}$ và giữ đứng yên. Các trục của xe được bôi trơn để lực do bề mặt tác dụng lên xe có một thành phần lực song song với bề mặt nhỏ không đáng kể. (a) Hãy xác định độ lớn của lực tác dụng bởi bề mặt. (b) Xác định lực căng của dây.

- 33 Khối lượng của vật treo trên hình 4-30 là 45kg. Hãy xác định lực căng của mỗi dây.



Hình 4-30. Bài tập 33.



Hình 4-31. Bài tập 34.

- 34 Trên hình 4-31 nam châm A ở phía Tây của nam châm B và A tác dụng một lực hút nằm ngang lên B. Nam châm B có khối lượng 0,200kg, được treo bằng một sợi dây và ở trạng thái cân bằng với góc $\theta = 27,5^\circ$. (a) Xác định lực căng của dây. (b) Xác định độ lớn và hướng của lực do A tác dụng lên B.

- 35 Một con chim có khối lượng $m = 26g$ đậu ở giữa sợi dây căng (hình 4-32). (a) Hãy chỉ ra rằng lực căng của dây được cho bởi công thức :

$$F_T = \frac{mg}{(2 \sin \theta)} .$$

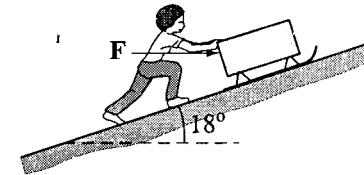
Xác định lực căng khi (b) $\theta = 5^\circ$ và (c) $\theta = 0,5^\circ$.

Giả sử rằng mỗi nửa của sợi dây là thẳng.



Hình 4-32. Bài tập 35.

- 36 Một cô gái đẩy một chiếc xe trượt tuyết nặng 31kg trượt trên một mặt phẳng nghiêng đầy tuyết với tốc độ không đổi bằng một lực nằm ngang (hình 4-33). Bỏ qua lực ma sát giữa xe và bề mặt khi cho rằng lực do bề mặt tác dụng lên xe trượt không có thành phần song song với bề mặt. Hãy xác định độ lớn của lực (a) do cô gái tác dụng và (b) do bề mặt tác dụng.

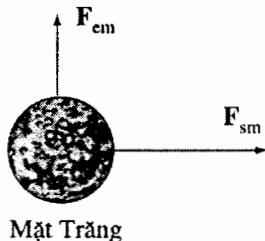


Hình 4-33. Bài tập 36.

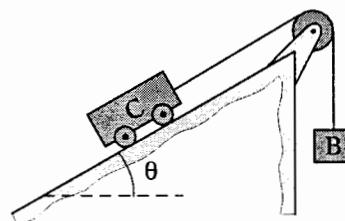
◆ BÀI TẬP NÂNG CAO

- 1 Gia tốc của Mặt Trăng. Khi vị trí Mặt Trăng ở ngay trên đỉnh đầu vào lúc Mặt Trời lặn thì lực F_{em} do Trái Đất tác dụng lên Mặt Trăng là gần như vuông góc với lực F_{sm} do Mặt Trời tác dụng lên Mặt Trăng (hình 4-34). Cho rằng $F_{em} = 1,98 \cdot 10^{20} N$ và $F_{sm} = 4,36 \cdot 10^{20} N$, bỏ qua mọi lực khác tác dụng lên Mặt Trăng, khối lượng của Mặt Trăng là $7,35 \cdot 10^{22} kg$. Hãy xác định độ lớn gia tốc của Mặt Trăng. Gia tốc này của Mặt Trăng có phải là

đối với Trái Đất không ? Nếu không thì gia tốc này được đo trong hệ quy chiếu nào ?



Hình 4-34. BTNC 1.



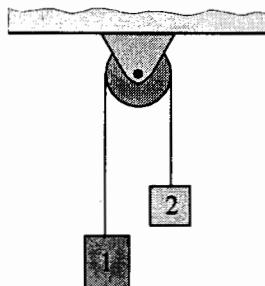
Hình 4-35. BTNC 2.

◆ 2 ◆ **Hệ xe và vật gia tốc theo cách nào ?** Trên hình 4-35 là hệ xe và vật, xe có khối lượng m_C và vật có khối lượng m_B . Hãy xác định biểu thức (a) về độ lớn gia tốc a của xe ; (b) về lực căng F_T của dây ; (c) về lực F_N do bề mặt tác dụng lên xe. Hãy phát biểu các giả thiết mà bạn cho là cần để giải bài toán này. (d) Hãy xác định a , F_T và F_N khi $\theta = 30^\circ$, $m_C = 4,0\text{kg}$ và $m_B = 2,5\text{kg}$. (e) Làm lại như phần (d) với $m_B = 2,0\text{kg}$. (f) Làm lại như phần (d) với $m_B = 1,5\text{kg}$.

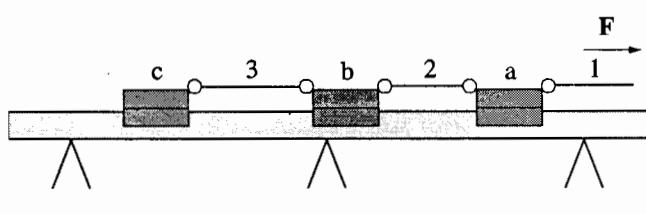
◆ 3 ◆ **Máy Atwood.** Máy Atwood (hình 4-36) có thể dùng để đo gia tốc g . Nếu hai vật có khối lượng gần bằng nhau thì gia tốc của hệ là nhỏ và g có thể được xác định mà không cần phải đo những khoảng thời gian ngắn. Giả sử rằng khối lượng và ma sát của ròng rọc là nhỏ có thể bỏ qua (nên tác dụng của ròng rọc chỉ là đổi chiều chuyển động của dây). (a) Hãy chứng tỏ rằng gia tốc g có thể được xác định từ biểu thức :

$$g = \frac{a(m_2 + m_1)}{m_2 - m_1}$$

trong đó a là độ lớn gia tốc của các vật và chúng ta cho khối lượng m_2 của vật 2 lớn hơn khối lượng m_1 của vật 1. (b) Giả sử rằng bạn được gửi tới hành tinh Norc để đo độ lớn g của gia tốc rơi tự do trên bến mặt của hành tinh đó. Sử dụng máy Atwood với $m_2 = 4,85\text{kg}$ và $m_1 = 4,65\text{kg}$, bạn thả các vật từ trạng thái đứng yên và thấy rằng chúng chuyển động trên quãng đường $0,50\text{m}$ trong $2,5\text{s}$. Gia tốc g trên hành tinh Norc là bao nhiêu ?



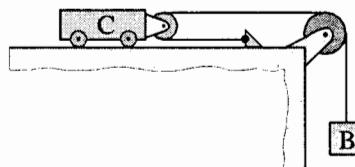
Hình 4-36. BTNC 3 : Máy Atwood



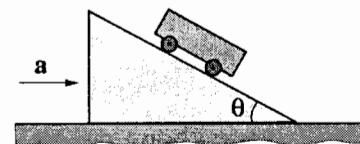
Hình 4-37. BTNC 4.

4 **Một đoàn tàu trượt ba toa.** Có ba tàu trượt theo một đường ray ở trên không. Chúng được nối với nhau bằng các sợi dây và được kéo bằng một lực F nằm ngang dọc theo đường ray sao cho độ lớn gia tốc của hệ là 2m/s^2 (hình 4-37). Bỏ qua ma sát, hãy xác định lực căng của mỗi dây. Khối lượng của các toa là $m_a = 2,0\text{kg}$; $m_b = 1,0\text{kg}$; $m_c = 2,0\text{kg}$.

5 **Xe với ròng rọc.** Hãy xác định biểu thức gia tốc của vật B trong hình 4-38 theo các đại lượng m_C , m_B và g . Giả sử rằng các bánh xe là nhỏ và ổ trục được bôi trơn, bỏ qua khối lượng của dây, khối lượng và ma sát của ròng rọc.



Hình 4-38. BTNC 5.



Hình 4-39. BTNC 6.

6 **Một ném bay.** Một vật hình nêm (hình 4-39) có gia tốc về phía phải sao cho một xe không thể lăn lên hoặc lăn xuống trên mặt phẳng nghiêng của nó. Các bánh xe là nhỏ và ổ trục được bôi trơn. (a) Hãy chứng minh rằng $a = gtg\theta$. (b) Điều gì sẽ xảy ra nếu $a > gtg\theta$?

7 **Hai xe trượt trên băng.** Hai xe trượt A và B đặt đối diện nhau trên mặt hồ đóng băng. Xe A có trang bị một tời cuộn băng điện, nó cuốn dây với một lực căng không đổi $5,0\text{N}$. Đầu kia của dây được nối với xe B. Động cơ của tời quay và hai xe được thả ra từ trạng thái nghỉ, khoảng cách giữa hai đầu xe là $6,0\text{m}$. Khối lượng của hai xe là $m_A = 50\text{kg}$, $m_B = 25\text{kg}$. Giả sử rằng các xe lướt nhẹ trên băng, bỏ qua ma sát. (a) Hãy xác định độ lớn gia tốc của mỗi xe. (b) Tỉ số của tốc độ xe A và tốc độ xe B ở mỗi thời điểm chuyển động là như thế nào ? (c) Khoảng cách đi được của mỗi xe bằng bao nhiêu tính cho đến khi hai đầu của hai xe gặp nhau ? (d) Liệu còn những đáp số như cũ cho các câu (a), (b), (c) không nếu lực căng của dây do tời cuốn không còn là hằng số ?

8 **Lại nói thêm về máy Atwood.** (a) Hãy chứng tỏ rằng lực căng của dây trong máy Atwood (hình 4-36) là :

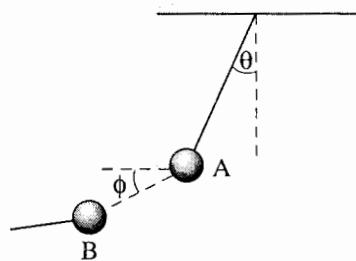
$$F_T = \frac{2m_1m_2g}{m_1 + m_2}$$

Đối với trường hợp $m_2 > m_1$, hãy chứng minh rằng $m_1g < F_T < m_2g$.

9

Xác định một lực điện như thế nào ? Trên hình 4-40 hai quả cầu A, B được tích điện và hút nhau. Khi B đặt dưới A một góc ϕ , A đứng yên, góc giữa dây treo và đường thẳng đứng là θ . (a) Hãy chứng tỏ rằng độ lớn của lực điện do B tác dụng lên A là :

$$F_{BA} = \frac{mg}{(\cos\phi \cdot \cot\theta - \sin\theta)}.$$

**Hình 4-40. BTNC 9.**

(b) Hãy chứng minh rằng lực căng của dây là $F_T = \frac{mg}{(\cos\theta - \sin\theta \cdot \tan\phi)}$.

10

Sự biến thiên lực căng của dây do có gia tốc. Giả sử rằng bạn dùng dây để kéo một xô nước từ giếng lên. Quá trình đi của xô nước từ giếng lên như sau : (a) Tốc độ của xô nước tăng từ 0 đến 0,8m/s với gia tốc không đổi trên quãng đường 0,15m đầu tiên. (b) Sau đó tốc độ của xô nước là không đổi cho đến khi nó cách mặt giếng 0,2m. (c) Tốc độ của xô nước giảm với gia tốc không đổi từ 0,8m/s đến không trên quãng đường 0,2m cuối cùng. Khối lượng của xô nước là 4,9kg. Hãy xác định lực căng của dây trên mỗi quãng đường.

11

Lực tác dụng lên quả bóng khi nó đập vào một bề mặt. Một quả bóng tennis có khối lượng $m = 0,06\text{kg}$ được thả từ trạng thái nghỉ ở độ cao $h = 2\text{m}$ trên sân quần vợt. Khi quả bóng va phải mặt sân, nó bị nén lại một khoảng $d = 1\text{mm}$. Điều đó có nghĩa là tâm của quả bóng đi được một khoảng d trong khoảng thời gian nó tiếp xúc với bề mặt cho đến khi tâm quả bóng dừng lại trước khi nó đảo ngược hướng chuyển động. Giả sử gia tốc này là không đổi trong khoảng thời gian đó. (a) Hãy chỉ ra rằng biểu thức về độ lớn của lực do bề mặt sân tác dụng lên quả bóng là

$$F_s = mg[1 + \frac{h}{d}].$$

(b) Hướng của lực này là như thế nào ? (c) Hãy tính F_s . (d) Bây giờ giả sử rằng một quả bi-a được thả ra ở cùng một độ cao trên sân. Lực do bề mặt sân tác dụng lên quả bi-a sẽ lớn hơn hay nhỏ hơn so với lực tác dụng lên quả bóng tennis ? Thừa số nào trong phương trình của câu (a) tính đến sự khác nhau đó ?

12

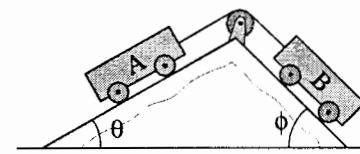
Một hệ quả của định luật III Newton. Có hai tàu trượt trên đám khói, chúng có các nam châm và được đặt sao cho tàu này tác dụng lên tàu kia một lực đẩy. Ban đầu hai tàu tiếp xúc nhau, sau đó chúng được thả ra từ trạng thái nghỉ, do đẩy nhau nên chúng xa nhau và có gia tốc. Bởi vì các tàu trượt trên một đám khói không nén lực nâng do đám khói bằng và ngược chiều với lực hút của Trái Đất. Gọi m_1 là khối lượng của tàu trượt 1 cùng với nam châm và m_2 là khối lượng của tàu trượt 2 cùng với nam châm.

Ở một thời điểm nào đó tàu trượt 1 đi được một khoảng l_1 và tàu trượt 2 đi được một khoảng l_2 . (a) Sử dụng các định luật II và III Newton, hãy chỉ ra rằng $m_1 l_1 = m_2 l_2$. (b) Cho $m_1 = 1,0\text{kg}$; $l_1 = 0,40\text{m}$; $l_2 = 0,20\text{m}$; hãy tính m_2 .

- 13 Xe trên các mặt nghiêng đối diện nhau.** Hai xe A và B nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua ròng rọc và sau đó chúng được thả ra từ trạng thái nghỉ trên các mặt nghiêng (hình 4-41).

(a) Giả sử rằng hệ này được gia tốc về phía phải, hãy chỉ ra rằng độ lớn gia tốc của hệ là :

$$a = \frac{g(m_B \sin \phi - m_A \sin \theta)}{m_A + m_B}$$



Hình 4-41. BTNC 13.

(b) Hãy viết biểu thức của độ lớn gia tốc khi giả thiết rằng hệ được gia tốc về phía trái. (c) Cho $\theta = 30^\circ$, $\phi = 60^\circ$ và $m_A = 2,0\text{kg}$; hãy xác định giá trị của m_B sao cho gia tốc $a = 0$.

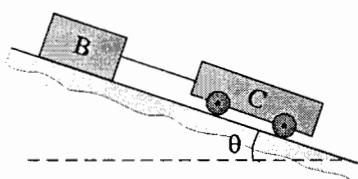
- 14 Lại nói về hai xe trên các mặt nghiêng đối diện nhau.** (a) Xác định biểu thức lực căng của dây nối các xe trong các bài toán trước theo khối lượng hai xe, các góc và g. (b) Hãy chỉ ra rằng đáp số của bạn là giống như đối với đáp số đối với máy Atwood khi $\theta = \phi = 90^\circ$ (xem bài toán 8).

- 15 Nâng một vật bằng dây cáp.** Giả sử rằng bạn muốn nâng vật khối lượng M lên độ cao h bằng một dây cáp có thể chịu được một lực căng tối đa F_{\max} trước khi bị đứt. (a) Hãy chỉ ra rằng thời gian tối thiểu để bạn có thể nâng được vật là :

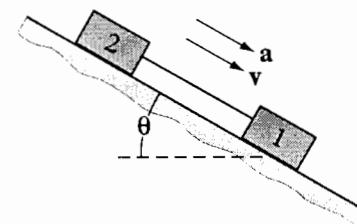
$$t_{\min} = \sqrt{\frac{2hM}{F_{\max} - Mg}}$$

(b) Hãy chỉ ra rằng vật có tốc độ ở độ cao h là : $v = \sqrt{\frac{2h(F_{\max} - Mg)}{M}}$

- 16 Vật giữ xe.** Một xe khối lượng m_C được nối với một vật khối lượng m_B bằng một sợi dây và hệ này sẽ đứng yên sau khi nó được đặt trên mặt phẳng nghiêng góc θ đối với mặt phẳng ngang như hình 4-42. (a) Xác định biểu thức của lực căng F_T của sợi dây theo các đại lượng m_B , m_C , g và θ . Xác định các thành phần (b) song song với bề mặt và (c) vuông góc với bề mặt của lực do bề mặt tác dụng lên vật.



Hình 4-42. BTNC 16.



Hình 4-43. BTNC 17.

- 17** **Hai vật trượt như một.** Hai vật 1 và 2 đang trượt từ trên tấm ván xuống (hình 4-43). Hai vật có cùng khối lượng m nhưng các hệ số ma sát động giữa các vật và bề mặt tấm ván là khác nhau và $\mu_2 > \mu_1$. Hệ gia tốc khi trượt xuống dốc và sợi dây giữa hai vật luôn căng. (a) Hãy chứng tỏ rằng lực căng của sợi dây là :

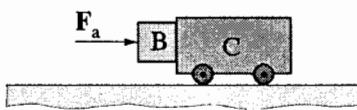
$$F_T = \frac{1}{2} (\mu_2 - \mu_1) mg \cos \theta$$

- (b) Hãy chứng tỏ rằng độ lớn của gia tốc của hệ là :

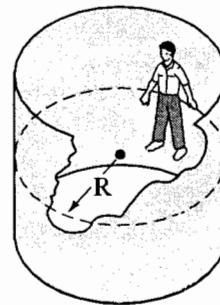
$$a = g [\sin \theta - \frac{1}{2} (\mu_1 + \mu_2) \cos \theta]$$

- (c) Hãy chứng tỏ rằng hệ sẽ trượt xuống dốc với một vận tốc không đổi khi $\theta = \theta_k$ với : $\theta_k = \arctg [\frac{1}{2} (\mu_1 + \mu_2)]$.

- 18** **Một vật bị đẩy sát vào xe.** Trên hình 4-44 vật B có khối lượng m , xe C có khối lượng M và hệ số ma sát tĩnh giữa vật và xe là μ_s . Bỏ qua các tác dụng ma sát làm chậm xe và các ảnh hưởng quay của các bánh xe. Hãy xác định biểu thức của độ lớn tối thiểu của lực F_a để vật không bị trượt.



Hình 4-44. BTNC 18.



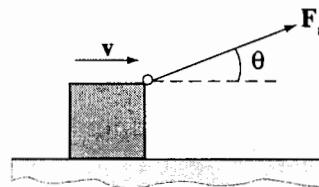
Hình 4-45. BTNC 19.

- 19** **Buồng quay (rotor).** Buồng quay là trò chơi ở khu vui chơi gồm một phòng hình trụ quay xung quanh một trục thẳng đứng (hình 4-45). Những người chơi bước vào phòng, dựa lưng vào tường và phòng bắt đầu quay. Tốc độ quay tăng dần và khi đạt tới một giá trị tối thiểu nào đó thì sàn đứng được rút ra, đặt người chơi vào tình huống nguy hiểm là có thể rơi xuống hố phía dưới. (a) Hãy xác định biểu thức của tốc độ tối thiểu v_m của người chơi trên quỹ đạo tròn theo hệ số ma sát tĩnh μ_s (giữa người chơi và bức tường) và bán kính của căn phòng để người đó không bị trượt xuống hố. (b) Hãy xác định biểu thức chu kỳ cực đại của chuyển động ưng với tốc độ v_m .

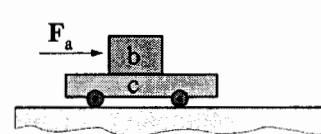
- 20** **Lực tối thiểu để kéo hòm gỗ.** Một hòm gỗ được kéo trên mặt phẳng nằm ngang với vận tốc không đổi bởi một lực F_a làm với phương ngang một góc θ

như trên hình 4-46. Hệ số ma sát động giữa hòm gỗ và bê mặt là μ_k .
 (a) Hãy chứng tỏ rằng độ lớn của lực F_a là tối thiểu khi góc $\theta = \theta_m$ với : $\theta_m = \arctg \mu_k$. (Gợi ý : Tìm biểu thức của lực F_a theo góc θ và lấy đạo hàm của nó để tìm θ_m). (b) Hãy chứng tỏ rằng giá trị tối thiểu của lực F_a là

$$F_{a,\min} = \frac{\mu_k mg}{\sqrt{1 + \mu_k^2}}$$



Hình 4-46. BTNC 20.



Hình 4-47. BTNC 21.

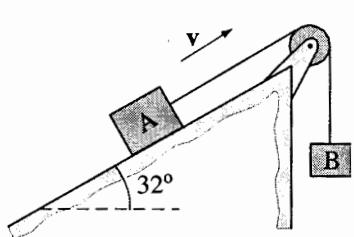
(Gợi ý : Xác định $\cos \theta_m$ và $\sin \theta_m$ bằng cách vẽ một tam giác vuông với các cạnh góc vuông bằng 1 và μ_k sao cho $\tg \theta_m = \mu_k$). (c) Cần tác dụng một lực tối thiểu bằng bao nhiêu để làm cho hòm gỗ có khối lượng 51kg trượt trên mặt sàn nằm ngang với vận tốc không đổi khi $\mu_k = 0,70$? (d) Góc lệch giữa lực tác dụng được tính trong câu (c) và phương ngang là bằng bao nhiêu? (e) So sánh đáp số của bạn trong câu (c) với độ lớn của lực tác dụng nằm ngang mà hòm gỗ trượt đi với vận tốc không đổi.

- 21** **Một vật đặt trên xe.** Trên hình 4-47, khối lượng của vật B là m và khối lượng của xe C là M. Hãy chứng tỏ rằng lực tác dụng cực đại $F_{a,\max}$ để vật không trượt có độ lớn là : $F_{a,\max} = \mu_s mg(1 + \frac{m}{M})$.

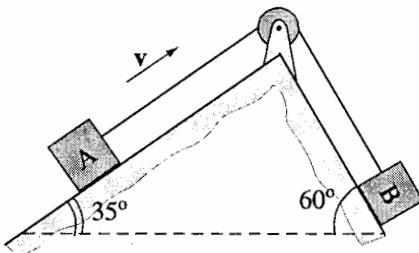
Bỏ qua các lực ma sát làm xe đi chậm lại và bỏ qua ảnh hưởng quay của các bánh xe.

- 22** **Khoảng dừng tối thiểu của xe chở hòm gỗ không buộc chặt.** Một hòm gỗ được đặt ở giữa sàn phẳng của một xe tải và không bị buộc chặt. Hệ số ma sát tĩnh μ_s giữa hòm và sàn xe là 0,75. Nếu xe đang chạy với tốc độ 22m/s trên đường phố nằm ngang thì khoảng dừng ngắn nhất để hòm gỗ không trượt là bằng bao nhiêu?

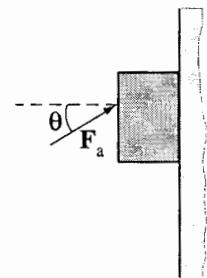
- 23** **Một vật trượt được kéo bởi một vật rơi.** Trên hình 4-48 $m_A = m_B = 5,0\text{kg}$; hệ số ma sát động μ_k giữa vật A và bê mặt là 0,40. Vật A đang trượt lên dốc. Hãy xác định (a) độ lớn gia tốc của hệ và (b) lực căng của dây. Bỏ qua các ảnh hưởng quay và ma sát của ròng rọc.



Hình 4-48. BTNC 23.



Hình 4-49. BTNC 24.



Hình 4-50. BTNC 25.

24 **Các vật trên hai mặt dốc đối diện nhau.** Trên hình 4-49, hệ số ma sát động μ_k như nhau giữa mỗi vật và bề mặt là $\mu_k = 0,25$. Hệ đang trượt như trên hình và $m_A = 7,0\text{kg}$; $m_B = 9,0\text{ kg}$. Hãy xác định (a) gia tốc của hệ và (b) lực căng của dây. Bỏ qua các ảnh hưởng quay và ma sát của ròng rọc.

25 **Góc tốt nhất để dừng sự trượt xuống.** Một vật khối lượng m được ép vào một bức tường thẳng đứng nhờ lực F_a hướng lên tạo với phương ngang một góc θ như trên hình 4-50. (a) Hãy chứng tỏ rằng biểu thức độ lớn tối thiểu của lực F_a để vật không trượt xuống là :

$$F_{a,\min} = \frac{mg}{(\sin \theta + \mu_s \cos \theta)}, \text{ trong đó } \mu_s \text{ là hệ số ma sát tĩnh giữa bức tường}$$

và vật. (b) Hãy chứng tỏ rằng $F_{a,\min}$ còn giảm được nữa nếu $\theta = \arctg \frac{1}{\mu_s}$.

(Gợi ý : Lấy đạo hàm của $F_{a,\min}$ đối với góc θ và cho bằng không để tìm giá trị này của θ). (c) Hãy chứng tỏ rằng với góc θ tìm được trong câu (b) thì :

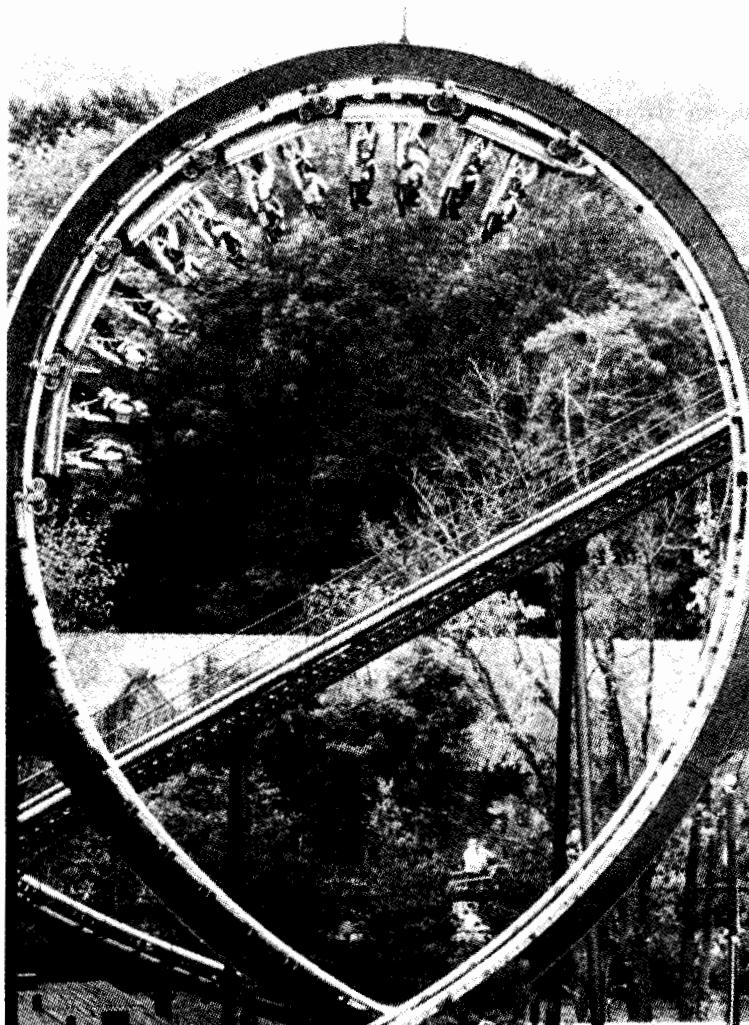
$$F_{a,\min} = \frac{mg}{\sqrt{1 + \mu_s^2}}.$$

26 **Ôtô trên đường cong nghiêng.** Một ôtô có khối lượng 985kg chạy trên đường tròn có bán kính $R = 162\text{m}$, đường này nghiêng một góc 12° so với phương ngang và hướng vào tâm. Hãy xác định độ lớn của lực ma sát do mặt đường tác dụng lên xe khi (a) tốc độ của xe là 24m/s ; (b) tốc độ của xe là 12m/s . Hãy chỉ ra hướng của lực này trong mỗi trường hợp.

27 **Tốc độ giới hạn của quả bóng chày rơi trong không khí.** Độ lớn F_a của lực do không khí tác dụng lên quả bóng chày khi nó rơi trong không khí gần như tỉ lệ với bình phương của tốc độ : $F_a = cv^2$, trong đó c là hệ số tỉ lệ bằng $0,0013\text{Ns}^2/\text{m}^2$. Hãy xác định tốc độ giới hạn của quả bóng trong không khí.

CHƯƠNG 5

CHUYỂN ĐỘNG TRÒN VÀ LỰC HẤP DẪN VŨ TRỤ CỦA NEWTON



- 5-1. Động lực học của chuyển động tròn đều
- 5-2. Chuyển động tròn không đều
- 5-3. Chuyển động quay của Trái Đất
- 5-4. Định luật hấp dẫn vũ trụ
- 5-5. Khối lượng quán tính và khối lượng hấp dẫn
- 5-6. Trường hấp dẫn
- 5-7. Quỹ đạo, tốc độ vệ tinh
- 5-8. Các định luật Kepler và sự phát hiện ra định luật hấp dẫn

Bài đọc thêm : Các lực cơ bản và sự thống nhất

Cầu trượt tròn được thiết kế để người ngồi có cảm giác mạnh khi chuyển động

5-1. ĐỘNG LỰC HỌC CỦA CHUYỂN ĐỘNG TRÒN ĐỀU

Chuyển động tròn hay gần tròn là rất phổ biến trong tự nhiên và trong các dụng cụ cơ khí. Ví dụ, các hành tinh chuyển động trên các quỹ đạo gần tròn xung quanh Mặt Trời ; chuyển động của các bánh răng, ròng rọc, bánh xe cũng là các chuyển động tròn.

Chúng ta hãy nhớ lại trong mục 3-3, một vật chuyển động trên vòng tròn luôn có gia tốc ngay cả khi tốc độ của vật có thể không đổi. Như vậy, phải có một gia tốc trong chuyển động tròn vì vận tốc thay đổi hướng một cách liên tục. Nếu tốc độ v của vật là không đổi thì chuyển động gọi là **chuyển động tròn đều**. Trong chuyển động này, vectơ gia tốc hướng vào tâm của vòng tròn và độ lớn của nó là

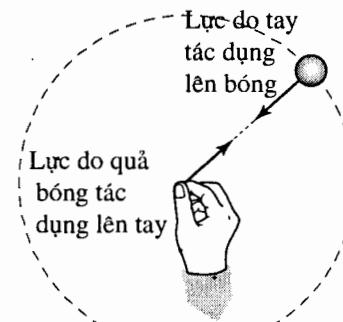
$$a_n = \frac{v^2}{R}$$
, ở đây R là bán kính của vòng tròn. Gia tốc hướng vào tâm của vòng tròn này được gọi là **gia tốc hướng tâm**.

Từ định luật thứ hai của Newton, ta thấy rằng một vật trong chuyển động tròn đều phải có một hợp lực tác dụng lên vật và hướng vào tâm của vòng tròn. Bởi vì $\Sigma F = ma$ và a hướng vào tâm của vòng tròn với độ lớn bằng $\frac{v^2}{R}$, nên ΣF cũng cần phải hướng vào tâm của vòng tròn và :

$$|\Sigma F| = \frac{mv^2}{R}$$

Hợp lực này hướng vào tâm của vòng tròn và được gọi là **lực hướng tâm**. Chú ý rằng thuật ngữ "lực hướng tâm" không nhằm để chỉ một loại tương tác nào cả, không giống như lực hấp dẫn hoặc lực điện. Thuật ngữ này chỉ ra một cách đơn

giản rằng hợp lực hướng vào tâm của chuyển động tròn, không liên quan gì tới việc lực này được tạo nên như thế nào.

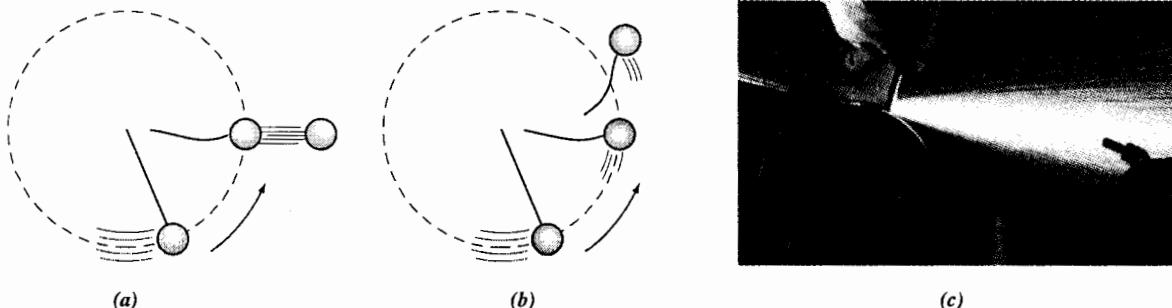


Hình 5-1

Ví dụ khi bạn đang quay một vật buộc vào đầu sợi dây mảnh theo một vòng tròn (hình 5-1) thì lực hướng tâm là lực do tay bạn tác dụng thông qua sợi dây lên vật. Còn khi Mặt Trăng chuyển động xung quanh Trái Đất thì lực hướng tâm chính là lực hấp dẫn của Trái Đất. Có một quan niệm sai lầm cho rằng, khi vật chuyển động tròn có một lực tác dụng lên vật hướng ra phía ngoài, lực này gọi là lực li tâm. Chẳng hạn khi bạn quay tròn một vật xung quanh tay bạn (hình 5-1) thì bạn cảm thấy có một lực kéo tay bạn ra, điều này được giải thích (một cách sai lầm) là do một lực li tâm hướng ra ngoài tác dụng vào vật, lực này truyền qua sợi dây tới tay bạn. Thật ra không phải như vậy, để giữ cho vật chuyển động tròn bạn phải kéo vật vào phía trong (chính xác hơn là kéo sợi dây, sợi dây này truyền một lực đến vật), theo định luật III Newton thì vật sẽ tác dụng lên tay bạn (through qua sợi dây) một lực bằng và ngược chiều với lực của tay bạn. Đó chính là lực mà tay bạn cảm thấy. Để thấy rõ là không có lực li tâm tác dụng lên vật, chúng ta sẽ quan

sát chuyển động tròn của vật khi tay không cầm giữ sợi dây nữa. Nếu như có lực li tâm thì khi bỏ tay ra, vật sẽ bay ra phía ngoài (hình 5-2a), nhưng vật không bay ra ngoài mà bay theo hướng của vận tốc, tức là tiếp tuyến với quỹ đạo

(hình 5-2b). Bạn cũng có thể quan sát thấy các tàn lửa của các hạt đá mài và hạt sắt bay theo phương tiếp tuyến khi ta mài một thanh thép bằng một máy mài (hình 5-2c).



Hình 5-2

VÍ DỤ 5-1

Xe chạy trên đường cong. Một xe ôtô chạy với tốc độ v không đổi trên một đường cong nằm ngang với bán kính là R như trên hình 5-3a và b. (a) Hệ số ma sát tĩnh giữa lốp xe và mặt đường là μ_s . Hãy xác định biểu thức của tốc độ cực đại v_m mà xe có thể đạt được nhưng không trượt. (b) Tính v_m khi $\mu_s = 0,85$ và $R = 150\text{m}$.

Giải. (a) Giải đồ vật - tự do vẽ trên hình 5-3c. Vì gia tốc theo phương thẳng đứng bằng không, nên lực pháp tuyến và lực hấp dẫn là bằng nhau nhưng ngược chiều : $F_N = mg$. Hợp lực là nằm ngang : $\Sigma F = F_s$. Lực ma sát tĩnh F_s (chứ không phải là lực ma sát động F_k) gây ra lực hướng tâm, bởi vì mặt lốp xe không trượt trên đường. Từ định luật thứ hai của Newton, $|\Sigma F| = F_s = ma = \frac{mv^2}{R}$, ta có :

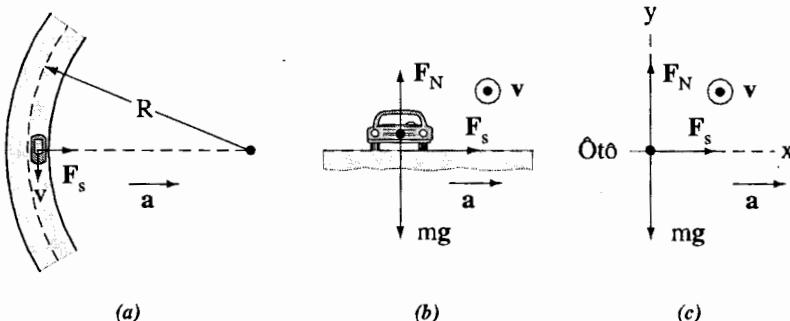
$$F_s = \frac{mv^2}{R}$$

Như vậy F_s sẽ lớn khi v lớn, nhưng F_s không thể vượt quá $F_{s,\max}$. Vậy tốc độ cực đại v_m ứng với $F_s = F_{s,\max}$:

$$\frac{mv^2}{R} = F_{s,\max} = \mu_s F_N = \mu_s mg$$

Ta có :

$$v_m = \sqrt{\mu_s g R}$$



Hình 5-3. Ví dụ 5-1 : Một xe ôtô chạy trên đường cong. (a) Nhìn từ trên xuống ; (b) nhìn từ đầu trước. Vận tốc v của xe hướng ra ngoài trang giấy. Một vectơ hướng ra ngoài trang giấy thường được chỉ bằng một chấm ở tâm của vòng tròn nhỏ. Dấu chấm biểu thị đầu của mũi tên hướng về bạn đọc. (c) Giải đồ vật - tự do của xe.

Nếu xe vượt quá tốc độ này thì nó sẽ bắt đầu trượt và xe không còn chuyển động tròn nữa. Chú ý rằng v_m không phụ thuộc vào khối lượng của xe, nhưng lại phụ thuộc vào hệ số ma sát và bán kính của đường cong.

(b) Khi $\mu_s = 0,85$ và $R = 150\text{m}$ thì :

$$v_m = \sqrt{(0,85)(9,8\text{m/s}^2)(150\text{m})} \approx 35\text{m/s.}$$

Bài tự kiểm tra 5-1

Giả sử mặt đường nằm ngang là mặt băng, hệ số ma sát μ_s giữa lốp xe và đường là 0,10.

- (a) Tốc độ cực đại để xe chạy theo đường cong với bán kính $R = 200\text{m}$ là bao nhiêu ?
 (b) Hãy xác định độ lớn gia tốc của xe khi chạy với tốc độ cực đại này.

Đáp số : (a) 14m/s. (b) $0,98\text{m/s}^2.$

VÍ DỤ 5-2

Độ nghiêng của đường cong trên đường đua. Trong thiết kế của một đường đua, cũng như đường cao tốc, góc nghiêng của đường cong thích hợp là góc mà thành phần nằm ngang của lực pháp tuyến tác dụng bởi mặt đường gây ra lực hướng tâm trên xe để nó chạy với một tốc độ định trước v_d . Với tốc độ này, lực ma sát không còn là cần thiết để tạo ra lực hướng tâm và xe cũng không bị trượt ra ngoài đường đua dù hệ số ma sát có bị giảm do lốp xe mòn hoặc có nước trên mặt đường. (a) Hãy xác định góc nghiêng của đường đua có bán kính R để xe chạy với vận tốc v_d , xem như xe không có lực ma sát vuông góc với vận tốc của nó. (b) Hãy xác định góc nghiêng của đường cong có bán kính 280m và được thiết kế cho tốc độ 35m/s.

Giải. (a) Hình 5-4a cho sơ đồ của hệ trong đó θ_b là góc nghiêng của mặt đường đua đối với mặt nằm ngang. Hình 5-4b là giải đồ vật - tự do của xe chạy với tốc độ v_d . Vì không có lực ma sát nên thành phần nằm ngang của F_N tạo ra lực hướng tâm trên xe, và thành phần nằm ngang của định luật thứ hai là :

$$F_N \sin\theta_b = \frac{mv_d^2}{R}$$

Bởi vì không có thành phần thẳng đứng của gia tốc nên thành phần thẳng đứng của F_N là bằng trọng lượng của xe :

$$F_N \cos\theta_b = mg$$

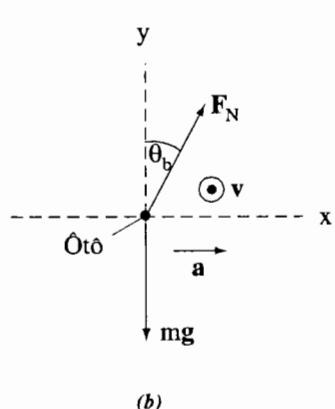
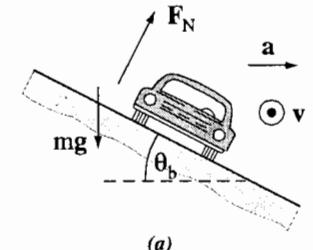
Ta có hai phương trình với hai ẩn số là F_N và θ_b . Ẩn số F_N không cần quan tâm tới bị triệt tiêu bằng cách chia hai phương trình cho nhau :

$$\frac{F_N \sin\theta_b}{F_N \cos\theta_b} = \frac{mv_d^2/R}{mg} \text{ hay } \tan\theta_b = \frac{v_d^2}{Rg}$$

Từ đó : $\theta_b = \arctan \frac{v_d^2}{Rg}$

Biểu thức này phù hợp với dự kiến của ta, nó cho biết trước rằng θ_b sẽ lớn khi v_d tăng và θ_b sẽ nhỏ nếu bán kính cong R là lớn. (b) Với đường cong có bán kính $R = 280m$ và được thiết kế cho $v_d = 35m/s$ thì :

$$\theta_b = \arctan \frac{(35m/s)^2}{(280m)(9,8m/s^2)} = 24^\circ$$



Hình 5-4. Ví dụ 5-2 : Độ nghiêng của đường đua cong.
(a) Xe chạy trên đường với tốc độ định trước v_d . (b) Giản đồ vật - tự do của xe.

Bài tự kiểm tra 5-2

Giả sử bạn đang lái xe chạy trên đường cong nghiêng có $R = 250m$ và $\theta_b = 20^\circ$. Bạn sẽ lái xe với tốc độ bao nhiêu để một hòn bi đặt trên mặt bảng đồng hồ của xe không lăn sang trái hoặc sang phải ?

Đáp số : 30m/s.

VÍ DỤ 5-3

Con lắc hình nón. Một con lắc gồm một vật nặng, chẳng hạn như viên đá khối lượng m được treo bằng một sợi dây dài L . Viên đá được gọi là quả lắc. Nếu quả lắc dao động trên một vòng tròn nằm ngang bán kính R như trên hình 5-5a, thì hệ này được gọi là **con lắc hình nón** bởi vì dây quét thành hình nón. Thời gian cần thiết để quả lắc thực hiện một vòng gọi là **chu kỳ** T . Newton đã sử dụng con lắc hình nón để đo g . Trước đó, ông đã thừa nhận giá trị của g do Galileo xác định, nhưng ông có lí do để tin rằng giá trị mà Galileo xác định không hoàn toàn chính xác. Sau đây chúng ta hãy xem cách thực hiện của Newton để xác định g theo các đại lượng T , L , góc θ giữa sợi dây và trực thăng đứng.

Giải. Chu kì T có liên quan tới tốc độ không đổi v của quả lắc. Vì quả lắc chuyển động trên một quãng đường $2\pi R$ trong một chu kì, nên $v = \frac{2\pi R}{T}$. Áp dụng định luật II Newton, ta có thể tìm được mối quan hệ giữa v và g. Hình 5-5b chỉ ra giản đồ vật - tự do của quả lắc. Do gia tốc theo phương thẳng đứng bằng 0 nên ta có $\Sigma F_y = 0$ hay :

$$F_T \cos \theta = mg \quad (A)$$

Ở đây, F_T là lực căng của dây. Vì quả lắc chuyển động trên đường tròn nằm ngang, nên gia tốc theo phương ngang là $\frac{v^2}{R}$. Lực hướng tâm là thành phần ngang của lực căng của dây, theo định luật II Newton ta có :

$$F_T \sin \theta = \frac{mv^2}{R} \quad (B)$$

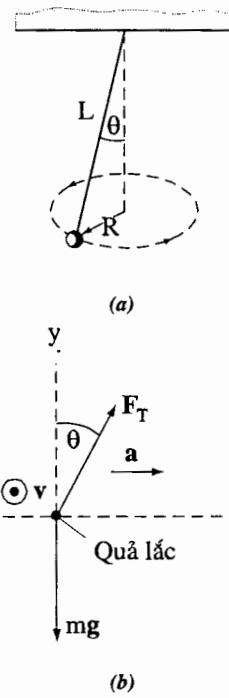
Chia phương trình (B) cho (A) :

$$\tan \theta = \frac{v^2}{Rg}$$

Thay $v = \frac{2\pi R}{T}$ và $R = L \sin \theta$, sau đó tìm g, ta có :

$$g = \frac{4\pi^2 L \cos \theta}{T^2}$$

Newton đã dùng một con lắc có chiều dài $L = 81\text{inch}$ ($= 2,057\text{m}$) và góc $\theta = 45^\circ$ để đo chu kì. Ông đã tính được giá trị của g với độ chính xác khoảng 4%.



Hình 5-5. Ví dụ 5-3 :
 (a) Con lắc hình nón.
 (b) Giản đồ vật - tự do
 của quả lắc.

5-2. CHUYỂN ĐỘNG TRÒN KHÔNG ĐỀU

Trong chuyển động tròn đều, lực tác dụng lên vật luôn hướng vào tâm của đường tròn. Nếu lực tác dụng lên vật không hướng vào tâm như chỉ ra trên hình 5-6a thì lực này có hai thành phần. Một thành phần F_n hướng vào tâm gây ra gia tốc hướng tâm a_n , và một thành phần F_T tiếp tuyến với đường tròn gây ra sự tăng (hay giảm) của tốc độ, như vậy có một gia tốc tiếp tuyến với đường tròn a_T .

Gia tốc hướng tâm a_n có độ lớn tính từ công thức (3.17)

$$a_n = \frac{v^2}{R}.$$

Gia tốc tiếp tuyến a_T có độ lớn bằng tốc độ thay đổi của độ lớn vận tốc

$$a_T = \frac{dv}{dt}.$$

Chiều của a_T sẽ hướng theo chiều của chuyển động (chiều của vận tốc v), nếu

tốc độ của vật tăng (hình 5-6b), còn nếu tốc độ của vật giảm thì \mathbf{a}_T hướng ngược chiều chuyển động. Gia tốc tiếp tuyến \mathbf{a}_T và gia tốc hướng tâm \mathbf{a}_n luôn vuông góc với nhau, vectơ gia tốc toàn phần là tổng của hai vectơ này

VÍ DỤ 5-4

Một ôtô bắt đầu chuyển động trên một cung tròn có bán kính 500m, tốc độ của xe tăng dần từ 0 đến 35m/s trong 11s. Giả sử gia tốc tiếp tuyến là không đổi. Hãy tìm độ lớn của (a) gia tốc tiếp tuyến, (b) gia tốc hướng tâm khi tốc độ bằng 30m/s, (c) gia tốc toàn phần khi đó.

Giải. (a) $a_T = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{35\text{m/s}}{11\text{s}} = 3,2\text{m/s}^2$.

$$(b) a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(30\text{m/s})^2}{500\text{m}} = 1,8\text{m/s}^2$$

$$(c) a = \sqrt{a_T^2 + a_n^2} = 3,67\text{m/s}^2$$

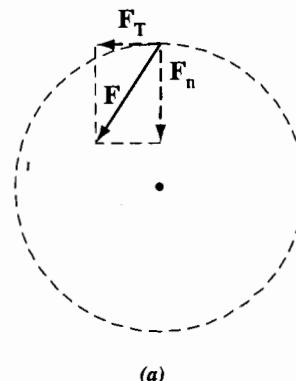
5-3. CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA TRÁI ĐẤT

Cho tới nay chúng ta đã sử dụng một phép gần đúng là hệ quy chiếu bề mặt - Trái Đất là một hệ quy chiếu quán tính, nhưng như bạn đã biết, Trái Đất hàng ngày quay xung quanh trục của mình. Một hệ quả của chuyển động quay của Trái Đất là sự di chuyển của các ngôi sao qua bầu trời về ban đêm. Tuy nhiên, bằng cách theo dõi các ngôi sao, chúng ta không thể nói được hoặc Trái Đất đang quay và các ngôi sao cố định hoặc Trái Đất cố định và các ngôi sao chuyển động theo đường tròn xung quanh Trái Đất. Thí nghiệm đưa ra một bằng chứng có tính thuyết phục rằng Trái Đất quay là một thí nghiệm sử dụng một dụng cụ gọi là con lắc Foucault (Phu-cô).

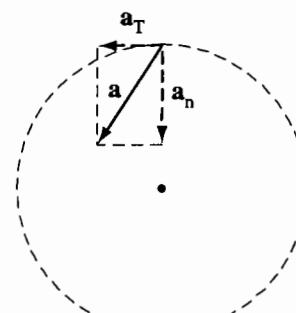
$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_T + \mathbf{a}_n$$

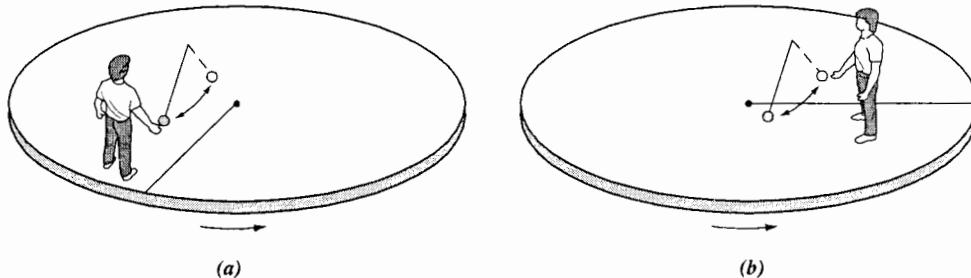
Độ lớn của gia tốc toàn phần tại mỗi thời điểm bằng

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_n^2}$$



(a)

(b)
Hình 5-6



Hình 5-7. Một con lắc đặt trên sàn quay ngựa gỗ. Để đơn giản ta không chỉ ra giá của con lắc. (a) Quả lắc thực hiện dao động trong mặt phẳng dọc theo một đường qua tâm của sàn quay. (b) Sau khi vòng quay ngựa gỗ quay được 90° , quả lắc dao động vuông góc với đường qua tâm này và mặt phẳng dao động đã quay đi 90° khi đứng nhìn trong hệ quy chiếu của sàn quay. Nếu đứng nhìn từ hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất thì mặt phẳng dao động vẫn giữ không đổi. Nếu quả lắc thực hiện dao động theo phương Bắc Nam thì nó vẫn dao động dọc theo phương Bắc Nam dù sàn quay có quay hay không.

Con lắc Foucault

Để hiểu được ý tưởng ẩn sau thí nghiệm con lắc Foucault, trước tiên ta hãy xét một sàn quay ngựa gỗ ở công viên. Giả sử bạn cưỡi một con ngựa gỗ trên sàn quay và bạn muốn xác định xem bạn đang quay, còn các cây và bụi cây trên mặt đất đứng yên, hay là bạn đứng yên còn các cây và bụi cây chuyển động trên đường tròn mà bạn là tâm. Để tìm câu trả lời, bạn cho một con lắc dao động (hình 5-7) và từ chỗ đứng của bạn trên sàn quay bạn thấy rằng mặt phẳng dao động của con lắc quay. Tuy nhiên, một người quan sát đứng trên mặt đất, ở ngoài sàn quay lại thấy mặt phẳng dao động của con lắc không quay. Điều đó có nghĩa là mặt phẳng dao động không quay trong hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất. Từ đó, chúng ta kết luận rằng sàn quay quay, còn các cây và bụi cây thì đứng yên.

Con lắc Foucault sử dụng một nguyên lý tương tự như con lắc trên sàn quay. Tuy nhiên giá đỡ của con lắc Foucault được cố định đối với Trái Đất và con lắc này được thiết kế sao cho ta có thể quan sát được mặt phẳng dao động của nó ở nhiều lúc trong ngày. Để giải thích kết quả của

thí nghiệm con lắc Foucault, trước tiên ta xác định một hệ quy chiếu khác, đó là hệ quy chiếu tâm Trái Đất.

Hệ quy chiếu tâm Trái Đất là hệ quy chiếu có gốc cố định đối với tâm Trái Đất và có các trục cố định đối với các ngôi sao ở xa.

Nếu chuyển động của con lắc Foucault được quan sát từ hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất của chúng ta thì mặt phẳng dao động từ từ quay. Điều đó có nghĩa là kết quả này tương tự như kết quả mà ta nhận được khi đứng trên sàn quay ngựa gỗ. Các phép tính cho thấy tốc độ quay này tương ứng với hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất quay và tương ứng với hệ quy chiếu tâm Trái Đất đứng yên. Nói chính xác hơn thì thí nghiệm con lắc Foucault chỉ ra rằng hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất không phải là quán tính do có sự quay của Trái Đất và trong chừng mực nào đó có thể nói rằng hệ quy chiếu tâm Trái Đất là quán tính. Từ thí nghiệm này chúng ta kết luận rằng các ngôi sao có biểu hiện chuyển động theo đường tròn là do Trái Đất, nơi mà chúng ta đứng, là một quả cầu tự quay.

VÍ DỤ 5-5

Đo g tại một điểm trên xích đạo. Vì hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất không là quán tính, nên trọng lượng $F_w = mg'$ của một vật đo trên hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất không bằng lực hấp dẫn $F_e = mg$ do Trái Đất tác dụng lên vật (trừ ở mỗi cực). Sự khác nhau giữa F_e và F_w là lớn nhất tại các điểm trên đường xích đạo bởi vì các điểm này nằm xa trục quay nhất, do đó chúng có gia tốc hướng tâm lớn nhất đối với trục quay. (a) Hãy tìm biểu thức của F_e theo F_w đối với một vật khối lượng m đặt tại một điểm trên xích đạo. Giả sử rằng hệ tâm Trái Đất về căn bản là quán tính. (b) Cho vật ở trong câu (a) là một kilogram chuẩn ($m = 1\text{kg}$) và giả sử rằng trọng lượng của nó đo được là $9,781\text{N}$. Hãy xác định giá trị của g tại điểm đó chính xác tới bốn chữ số có nghĩa.

Giải. (a) Hình 5-8a chỉ ra một người đứng tại một điểm trên đường xích đạo, tay cầm một cân lò xo có treo một vật. Số chỉ của cân là trọng lượng F_w của vật trong hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất của người đó. Số chỉ này cũng bằng độ lớn F_s của lực do cân tác dụng hướng lên : $F_w = F_s$. Hình 5-8b chỉ ra giản đồ vật - tự do của vật và quỹ đạo tròn của nó trong hệ quy chiếu tâm Trái Đất. Có hai lực tác dụng lên vật, lực hấp dẫn F_e và lực đàn hồi F_s . Hai lực này có chiều ngược nhau và $F_e > F_s$ do đó vật có gia tốc hướng vào tâm Trái Đất. Độ lớn của hợp lực là $|\Sigma F| = F_e - F_s$. Gọi R_e là bán kính của Trái Đất ($R_e = 6,37 \cdot 10^6\text{m} = 6,37\text{Mm}$) và T_e là chu kì quay của Trái Đất ($T_e \approx 8,616 \cdot 10^4\text{s} \approx 24\text{h}$). Độ lớn gia tốc

của vật đối với hệ quy chiếu tâm Trái Đất là $\frac{4\pi^2 R_e}{T_e^2}$

và theo định luật thứ hai của Newton ta có $|\Sigma F| = ma$ hay :

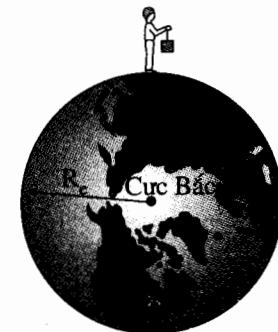
$$F_e - F_s = m \frac{4\pi^2 R_e}{T_e^2}$$

Thay $F_s = F_w$, ta tính được :

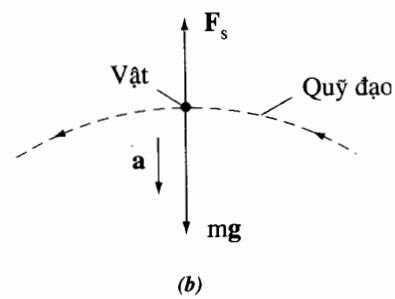
$$F_e = F_w + m \frac{4\pi^2 R_e}{T_e^2}$$

Tính gia tốc hướng tâm, ta thấy :

$$\frac{4\pi^2 R_e}{T_e^2} = 0,0339\text{m/s}^2 \text{ và } F_e = F_w + (0,0339\text{m/s}^2)m.$$



(a)



(b)

Hình 5-8. Ví dụ 5-5 : (a) Một người cầm một cân lò xo có treo một vật ở xích đạo. (b) Giải thích vật tự do của vật. Với mục đích minh họa nên sự khác nhau giữa độ lớn của hai lực được vẽ rõ ra.

Vì $F_w = mg'$ và $g' = 9,8m/s^2$ trong hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất, kết quả này chỉ ra sự sai lệch giữa F_e và F_w đo ở hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất là rất nhỏ. Hiệu này càng nhỏ hơn khi tăng dần vĩ độ và bằng không tại hai cực.

(b) Nay ta thay $F_e = mg$ vào kết quả của câu (a) và sau đó chia cho m , ta có :

$$g = \frac{F_w}{m} + 0,0339m/s^2.$$

Vì trọng lượng đo được của một kilôgam chuẩn tại điểm này là $9,781N$ nên ta tìm được :

$$g = \frac{9,781N}{1,0000kg} + 0,0339m/s^2 = 9,815m/s^2.$$

Sử dụng cách tính tương tự, ta có thể tính được g ở bất cứ vĩ độ nào theo các giá trị đo được của F_w .

Bài tự kiểm tra 5-3

- (a) Với độ chính xác tới 4 chữ số có nghĩa, hãy tìm độ lớn gia tốc đối với hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất của vật rơi tự do tại một điểm trên xích đạo mà trọng lượng một kilôgam chuẩn tại đó là $F_w = 9,781N$. (b) Với độ chính xác tới bốn chữ số có nghĩa, hãy tìm độ lớn gia tốc của vật này đối với hệ quy chiếu quán tính.

Đáp số : (a) $9,781m/s^2$; (b) $9,815m/s^2$.

5-4. ĐỊNH LUẬT HẤP DẪN VŨ TRỤ

Trong cuốn “**Các nguyên lý**”, Issac Newton đã trình bày ba định luật của chuyển động và định luật hấp dẫn vũ trụ. Newton đã nhận ra mối liên hệ giữa vật rơi trên Trái Đất và các hành tinh chuyển động xung quanh Mặt Trời. Chuyển động của các vật này, mặc dù rất khác nhau nhưng đều là kết quả của cùng một loại lực, đó là lực hấp dẫn.

Sức hút hấp dẫn làm cho chúng ta đứng vững trên bề mặt Trái Đất và nó cũng làm cho hành tinh chuyển động xung quanh Mặt Trời. Nó làm cho Mặt Trời và các sao khác cùng cuộn xoắn vào nhau trong một hệ các sao mà ta gọi là dải Ngân Hà.

Nó làm cho các thiên hà quần tụ lại với nhau. Nhờ lực này, mỗi vật trong vũ trụ có xu hướng hút các vật khác. Đây chính là lí do vì sao chúng ta gọi **lực hấp dẫn** là **lực phổ biến** (hay là lực vũ trụ).

Hệ quy chiếu tâm Mặt Trời (hệ Nhật tâm)

Khi mô tả chuyển động của một vật trên Trái Đất, chúng ta thường sử dụng hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất như là một hệ quy chiếu quán tính. Đôi khi, ví dụ trong trường hợp của con lắc Foucault, chúng ta còn sử dụng hệ quy chiếu tâm Trái Đất. Nay nếu chúng ta muốn xem xét

chuyển động của các hành tinh trong hệ Mặt Trời thì cả hai hệ quy chiếu này có thể xem như là quán tính được không? Câu trả lời là không. Chuyển động của các hành tinh sẽ rất phức tạp nếu xem xét chúng hoặc là từ hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất hoặc là từ hệ quy chiếu tâm Trái Đất. Tuy nhiên chuyển động của các hành tinh sẽ rất đơn giản đối với hệ quy chiếu tâm Mặt Trời (hệ Nhật tâm).

Hệ quy chiếu Nhật tâm là hệ quy chiếu mà gốc của nó được cố định đối với tâm Mặt Trời và các trục toạ độ được cố định đối với các ngôi sao ở xa.

Khi mô tả chuyển động của các hành tinh, chúng ta sẽ giả thiết rằng hệ nhật tâm là quán tính. Chúng ta sử dụng giả thiết này vì chuyển động của các hành tinh sẽ đơn giản hơn đối với hệ quy chiếu này so với các hệ quy chiếu khác.

Mô hình của hệ Mặt Trời

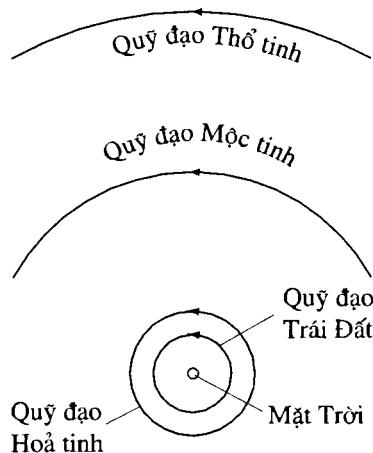
Mô hình của hệ Mặt Trời của chúng ta bao gồm ba sự gần đúng sau đây :

1. Mặt Trời và các hành tinh được xem như là những hạt. Sự gần đúng này được minh chứng vì khoảng cách giữa Mặt Trời và các hành tinh là lớn hơn rất nhiều so với kích thước của chúng.

2. Mỗi hành tinh chuyển động xung quanh Mặt Trời theo các quỹ đạo tròn. Mặc dù các quỹ đạo này thực tế là elip nhưng chúng gần như tròn. Phép gần đúng này cho phép chúng ta sử dụng gia tốc hướng tâm $\frac{v^2}{R}$ đối với Mặt Trời như

là gia tốc đối với một hệ quy chiếu quán tính trong định luật II Newton.

3. Lực chủ yếu tác dụng lên hành tinh là lực hấp dẫn do Mặt Trời tác dụng. Phép gần đúng này được kiểm chứng nhờ một quan sát thấy rằng quỹ đạo của mỗi hành tinh thực tế không bị ảnh hưởng bởi vị trí của các hành tinh khác. Nhờ sự gần đúng này chúng ta xem lực do Mặt Trời tác dụng lên mỗi hành tinh như là một hợp lực tác dụng lên hành tinh đó.



Hình 5-9. Một vài quỹ đạo đại diện của các hành tinh, vẽ theo tỉ lệ. Theo tỉ lệ này, bán kính của Mặt Trời nhỏ hơn một phần mươi bảy của tờ giấy này.

Sự phụ thuộc khoảng cách

Mô hình hệ Mặt Trời nói ở trên có thể sử dụng để tìm sự phụ thuộc của lực hấp dẫn vào khoảng cách. Cột (1) và (2) trong bảng 5-1 chỉ ra chu kỳ T và bán kính R của quỹ đạo các hành tinh quay xung quanh Mặt Trời. Sử dụng các số liệu này, chúng ta có thể tìm được gia tốc của mỗi hành tinh. Bởi vì tốc độ của một vật chuyển động trên một vòng tròn bán kính R với chu kỳ T là $v = 2\pi R/T$ nên gia tốc hướng tâm của vật là

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(2\pi R/T)^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

Bảng 5-1. Các số liệu của hệ Mặt Trời

Vật thể	(1) Chu kì T	(2) Bán kính quỹ đạo trung bình R	(3) Gia tốc quỹ đạo trung bình $a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$	(4) Gia tốc × bình phương bán kính $a_n R^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{T^2}$	(5) Khối lượng
	10^7 s	10^{11} m	10^{-3} m/s	10^{20} m ³ /s ²	10^{24} kg
Mặt Trời					1.990.000
Thuỷ tinh	0,760	0,579	39,6	1,33	0,335
Kim tinh	1,94	1,08	11,3	1,32	4,89
Trái Đất	3,156	1,496	5,929	1,327	5,98
Hoả tinh	5,94	2,28	2,55	1,33	0,646
Mộc tinh	37,4	7,78	0,219	1,33	1900
Thổ tinh	93,5	14,3	0,0646	1,32	569
Thiên vương tinh	264	28,7	0,0163	1,34	87,3
Hải vương tinh	522	45,0	0,00652	1,32	103
Diêm vương tinh	782	59,1	0,00382	1,33	5,4

Thay T và R của mỗi hành tinh, ta có gia tốc ghi lại ở cột (3). Ví dụ gia tốc của Trái Đất đối với Mặt Trời là

$$a_n = \frac{4\pi^2(1,496 \cdot 10^{11} \text{m})}{(3,156 \cdot 10^7 \text{s})^2} = 5,929 \cdot 10^{-3} \text{m/s}^2$$

Cột (4) của bảng 5-1 là các số liệu rất quan trọng cho việc nghiên cứu của chúng ta. Tích số $a_n R^2$ (hay $4\pi^2 R^3 / T^2$) là gần như nhau cho mỗi hành tinh. Sai số của mỗi giá trị này so với giá trị trung bình nằm trong vòng 1% của giá trị trung bình (sai số tương đối cỡ 1%). Với sự gần đúng, chúng ta có thể khẳng định tích số $a_n R^2$ là như nhau cho mọi hành tinh. Điều đó có nghĩa là

$$a_n R^2 = A$$

ở đây A là một hằng số như nhau cho mỗi hành tinh ($A = 1,33 \cdot 10^{20} \text{m}^3/\text{s}^2$). Giải ra với a_n , ta có

$$a_n = \frac{A}{R^2}$$

Nếu ta gọi F_{sp} là độ lớn của lực do Mặt Trời tác dụng lên hành tinh và m_p là khối lượng của hành tinh, thì theo định luật thứ hai của Newton ta có $F_{sp} = m_p a_n$ hay

$$F_{sp} = m_p \frac{A}{R^2} = \frac{Am_p}{R^2} \quad (5-1)$$

Như vậy lực hấp dẫn giảm khi khoảng cách R tăng theo quy luật $1/R^2$. Lực phụ thuộc vào khoảng cách theo cách này gọi là **lực bình phương nghịch đảo**.

Sự phụ thuộc khối lượng

Trong cuốn sách **Các nguyên lí**, Newton đã sử dụng định luật thứ ba của chuyển động để dẫn ra sự phụ thuộc vào khối lượng của lực hấp dẫn, như chỉ ra trong đoạn văn sau đây :

"Vì tác dụng của lực hướng tâm lên vật bị hút, ở cùng khoảng cách, là tỉ lệ với lượng vật chất có trong đó, nên cũng là hợp lý khi cho rằng tác dụng của lực này cũng tỉ lệ với lượng vật chất có trong vật hút. Do tương tác là lẫn nhau và làm cho các vật thể cố gắng (theo định luật III) tiến lại gần nhau, vì vậy tương tác này là như nhau đối với cả hai vật. Một vật có thể xem như là vật hút và vật kia là vật bị hút, nhưng sự phân biệt này chỉ có ý nghĩa toán học nhiều hơn là tự nhiên. Sức hút này thực sự là sức hút của vật này đối với vật kia và như vậy ở mỗi vật nó có cùng một bản chất".

Chúng ta hãy theo dõi từng bước lập luận của Newton. Từ phương trình 5-1, lực hấp dẫn do Mặt Trời tác dụng lên mỗi hành tinh là tỉ lệ với khối lượng của hành tinh đó. Nhưng từ định luật III Newton, nếu Mặt Trời tác dụng lên hành tinh một lực F_{sp} thì hành tinh cũng tác dụng lên Mặt Trời một lực F_{ps} , độ lớn của hai lực là bằng nhau : $F_{sp} = F_{ps}$. Nếu có một biểu thức toán học (hoặc định luật) nào cho các lực này thì cả m_s và m_p cần phải đưa vào biểu thức này theo cùng một cách. Điều đó có nghĩa là nếu $F_{sp} \sim m_p$ thì ta cũng cho rằng $F_{ps} \sim m_s$. Do đó, chúng ta đặt $A = Gm_s$ với G là một hằng số tỉ lệ độc lập với mỗi khối lượng. Phương trình (5-1) trở thành

$$F_{sp} = \frac{Gm_s m_p}{R^2}$$

Biểu thức của F_{ps} cũng tìm được bằng cách đổi các chỉ số s, p cho nhau :

$$F_{ps} = \frac{Gm_p m_s}{R^2}$$

Ta thấy $F_{ps} = F_{sp}$ nên chúng phù hợp với định luật III Newton và khối lượng của mỗi vật được đưa vào biểu thức theo cùng một cách.

Định luật về lực hấp dẫn đối với các hạt

Để tổng quát hoá các kết quả, ta gọi F_{12} là lực hấp dẫn do hạt 1 tác dụng lên hạt 2. Vì đây là lực hút nên nó hướng thẳng từ hạt 2, đến hạt 1. Thông thường ta dùng vectơ đơn vị \hat{r} hướng thẳng từ hạt 1 đến hạt 2 để chỉ ra chiều của lực này như trên hình 5-10. Như vậy ta có

$$F_{12} = -\frac{Gm_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad (5-2)$$

Trong đó m_1, m_2 là các khối lượng của hai hạt, r là khoảng cách giữa chúng. Dấu trừ chứng tỏ chiều của lực là ngược với vectơ đơn vị \hat{r} . Đây là định luật hấp dẫn vũ trụ của Newton. Kí hiệu G để chỉ hằng số phổ biến và khi nói thường gọi là "G lớn". Định luật hấp dẫn vũ trụ được phát biểu như sau :

Hai hạt trong vũ trụ hút nhau bằng một lực tỉ lệ thuận với tích các khối lượng của chúng và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách giữa chúng. Lực hút này hướng dọc theo đường nối giữa hai hạt.

Độ lớn của lực do hạt 1 tác dụng lên hạt 2 bằng độ lớn của lực do hạt 2 tác dụng lên hạt 1 : $F_{12} = F_{21} = \frac{Gm_1 m_2}{r^2}$. Vì lí do đó, chúng ta thường chỉ nói tới lực **giữa** các hạt 1 và 2.

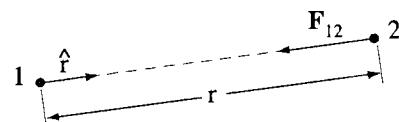
Lực giữa các vật quẩn tính

Phương trình 5-2 áp dụng cho *các vật khá xa nhau* để có thể xem chúng như là các hạt. Đối với các vật có kích thước không còn là nhỏ so với khoảng cách giữa chúng thì chúng ta làm như thế nào để xác định lực hấp dẫn giữa chúng? Ví dụ làm cách nào để tìm được lực hấp dẫn giữa Trái Đất và một cái ghế ở gần bề mặt Trái Đất? Để trả lời câu hỏi này, Newton đã áp dụng phép tính tích phân do ông mới phát minh ra. Chúng ta hãy hình dung hai vật gồm một số lớn các mảnh nhỏ, mỗi mảnh là đủ nhỏ để có thể coi như là một hạt. Sau đó dùng phép tính tích phân chúng ta cộng vectơ các lực do mỗi mảnh tác dụng. Tổng (hoặc tích phân) trên là lực hấp dẫn toàn phần.

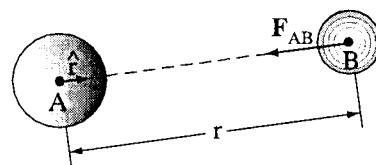
Trình bày phương pháp này vượt ra ngoài ý định hiện nay của chúng ta (xem chương 16 và 17) nhưng đối với các vật **hình cầu đồng chất**, chẳng hạn như quả bi-a hay quả bóng ping-pong thì câu trả lời là rất đơn giản. Xét hai vật đối xứng cầu A và B như trên hình 5-11. Lực hấp dẫn giữa A và B là giống như lực hấp dẫn giữa hai hạt khi xem A và B là các hạt mà khối lượng của mỗi vật tập trung ở tâm của chúng. Nếu bạn muốn tìm lực hấp dẫn giữa hai vật có tính đối xứng cầu, chẳng hạn như quả bi-a và Trái Đất, hoặc quả bi-a và quả bóng rổ, bạn hãy dùng phương trình 5-2 với r là khoảng cách giữa các tâm và \hat{r} là vectơ đơn vị hướng dọc theo đường nối giữa hai tâm. Tuy nhiên hai vật này phải ở bên ngoài đối với nhau. Nếu quả bi-a nằm ở phía trong quả bóng rổ thì phương trình 5-2 không còn đúng nữa.

Đối với các vật đối xứng cầu thì kết quả này là hệ quả của hai tính chất sau của lực hấp dẫn: (1) lực được hướng dọc theo

đường nối giữa hai hạt và (2) lực này là lực bình phương nghịch đảo. Lực điện giữa hai hạt tích điện cũng có hai tính chất này. Chúng ta sẽ quay lại vấn đề này của lực giữa các vật đối xứng cầu khi xem xét các lực điện trong chương 16.



Hình 5-10. Định luật hấp dẫn vũ trụ của Newton. Lực hấp dẫn F_{12} do hạt 1 tác dụng lên hạt 2 hướng thẳng vào hạt 1.



Hình 5-11. Lực hấp dẫn F_{AB} do vật đối xứng cầu A tác dụng lên vật đối xứng cầu B. Về mặt hấp dẫn, mỗi vật xem như là một hạt có khối lượng của vật được đặt tại tâm của vật.

Bây giờ ta xét lực hấp dẫn tác dụng lên cái ghế đặt gần bề mặt Trái Đất. Cái ghế có hình dạng không giống như hình cầu, vậy trong trường hợp này chúng ta sử dụng định luật về lực như thế nào? Ta vẫn dùng phương trình 5-2, cái ghế không có đối xứng cầu, nhưng Trái Đất thì có. Để mô tả tương tác này, ta có thể xem Trái Đất như một hạt có khối lượng m_e đặt tại tâm của Trái Đất. Bởi vì khoảng cách từ ghế đến tâm Trái Đất là $R_e = 6,37 \cdot 10^6 \text{m}$, khoảng cách R này giữa ghế và "Trái Đất xem như một hạt" là lớn so với kích thước của ghế ($\approx 1\text{m}$). Điều này có nghĩa là cái ghế cũng có thể xem như một hạt. Như vậy lực hấp dẫn F_e do

Trái Đất tác dụng lên một vật nào đó có khối lượng m ở trên bề mặt Trái Đất là

$$\mathbf{F}_e = -\frac{Gm m_e}{R_e^2} \hat{\mathbf{r}}$$

Ở đây m_e là khối lượng Trái Đất ; R_e là bán kính của Trái Đất và $\hat{\mathbf{r}}$ là vectơ đơn vị hướng từ tâm Trái Đất ra. Trước đây, chúng ta đã biểu diễn lực này như là

$$\mathbf{F}_e = mg$$

So sánh các phương trình trên, ta dẫn ra một biểu thức của độ lớn g .

Vì $F_e = \frac{Gmm_e}{R_e^2}$ và $F_e = mg$

ta có

$$g = \frac{Gm_e}{R_e^2} \quad (5-3)$$

Định luật hấp dẫn vũ trụ của Newton đã chỉ ra vì sao mọi vật rơi tự do ở gần bề mặt Trái Đất lại có cùng một gia tốc. Gia tốc này phụ thuộc vào các tính chất của Trái Đất (m_e và R_e) và không phụ thuộc vào bất kỳ tính chất nào của vật rơi.

HẰNG SỐ HẤP DẪN G

Trong nhiều năm các nhà khoa học lảng tránh việc đo chính xác hằng số hấp dẫn G . Hằng số này không thể xác định được từ các bán kính và chu kì của quỹ đạo các hành tinh nếu như trước tiên không biết được khối lượng của Mặt Trời. Thật vậy, bằng cách áp dụng định luật thứ hai của Newton, $\Sigma F = ma$, cho một hành tinh :

$$\frac{Gm_s m_p}{R^2} = m_p a_n ; \text{ khi giải để tìm } G \text{ ta có :}$$

$$G = \frac{a_n R^2}{m_s}$$

Như ta thấy $a_n R^2 \approx 1,33 \cdot 10^{20} \text{ m}^3/\text{s}^2$ đối với mỗi hành tinh (bảng 5-1). Tuy nhiên không biết được khối lượng Mặt Trời, ta không thể xác định được G .

Vấn đề tìm giá trị của G có thể được giải quyết nhờ việc đo độ lớn của lực F_{12} giữa

hai vật hình cầu có khối lượng m_1 và m_2 , khoảng cách r giữa chúng đã biết. Khi giải phương trình 5-2 đối với G , ta có :

$$G = \frac{F_{12} r^2}{m_1 m_2} \quad (5-4)$$

Giá trị các phép đo có thể được thay vào phương trình 5-4.

Vào năm 1798, 71 năm sau khi Newton mất, Henry Cavendish (1731-1810) lần đầu tiên đã thực hiện được các phép đo tương đối chính xác và từ đó giá trị của G có thể tính được. Hiện nay giá trị G được chấp nhận là $G = 6,670 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$.

Bên cạnh việc tìm giá trị của G , cân Cavendish (xem BTNC 4 chương 9) cũng còn dùng để xác nhận sự phụ thuộc vào khối lượng và khoảng cách của lực hấp dẫn vũ trụ của Newton.

VÍ DỤ 5-6

Khối lượng Mặt Trời. Sử dụng giá trị của G và các số liệu trong bảng 5-1, xác định khối lượng của Mặt Trời.

Giải. Từ bảng 5-1 ta có $a_n R^2 = 1,33 \cdot 10^{20} \text{m}^3/\text{s}^2$ và trước đây ta đã biết $G = a_n R^2/m_s$, do đó :

$$m_s = \frac{a_n R^2}{G} = \frac{1,33 \cdot 10^{20} \text{m}^3/\text{s}^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{N.m}^2/\text{kg}^2} \approx 1,99 \cdot 10^{30} \text{kg}.$$

Bài tự kiểm tra 5-4

Từ các giá trị số của G , g và bán kính Trái Đất ($R_e = 6,37 \cdot 10^6 \text{m} = 6,37 \text{Mm}$), hãy xác định khối lượng m_e của Trái Đất.

Đáp số : $6,0 \cdot 10^{24} \text{kg}$.

VÍ DỤ 5-7

Sự thay đổi của F_e theo khoảng cách đến tâm Trái Đất. Vẽ đồ thị về sự phụ thuộc vào khoảng cách của độ lớn lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên vật 1,00kg trong khoảng từ R_e đến $4R_e$ tính từ tâm Trái Đất. Xác định độ lớn của lực tại các vị trí ứng với khoảng cách R_e , $2R_e$, $3R_e$ và $4R_e$. Đánh dấu các điểm này và sau đó vẽ đường cong qua các điểm đó.

Giải. Gọi e là Trái Đất và b là vật, ở vị trí R_e ứng với khoảng cách R_e thì

$$F_{eb} = G \frac{m_e m_b}{R_e^2} = \frac{(6,67 \cdot 10^{11} \text{N.m}^2/\text{kg}^2)(5,98 \cdot 10^{24} \text{kg})(1,00 \text{kg})}{(6,37 \text{Mm})^2} \approx 9,83 \text{N}.$$

Ở khoảng cách $2R_e$:

$$F_{eb} = \frac{G m_e m_b}{(2R_e)^2} = \frac{9,83 \text{N}}{2^2} = \frac{9,83 \text{N}}{4} \approx 2,46 \text{N}.$$

Ở khoảng cách $3R_e$:

$$F_{eb} = \frac{G m_e m_b}{(3R_e)^2} = \frac{9,83 \text{N}}{3^2} = \frac{9,83 \text{N}}{9} \approx 1,09 \text{N}.$$

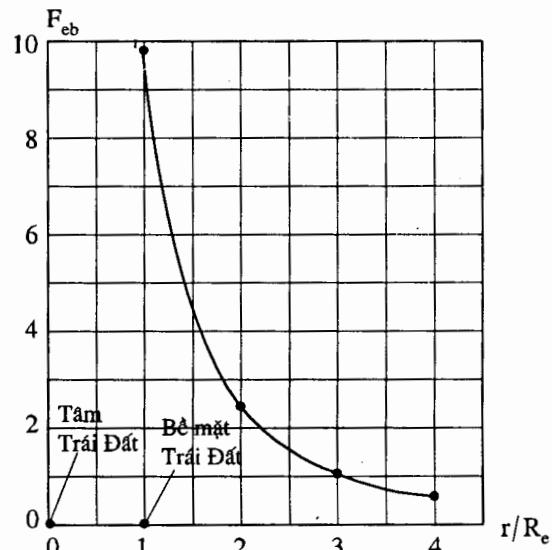
Ở khoảng cách $4R_e$:

$$F_{eb} = \frac{G m_e m_b}{(4R_e)^2} = \frac{9,83 \text{N}}{4^2} = \frac{9,83 \text{N}}{16} \approx 0,614 \text{N}.$$

Đồ thị được chỉ ra trên hình 5-12.

VÍ DỤ 5-8

Một điểm mà tại đó các lực hấp dẫn triệt tiêu. Giống như các lực khác, các lực hấp dẫn có

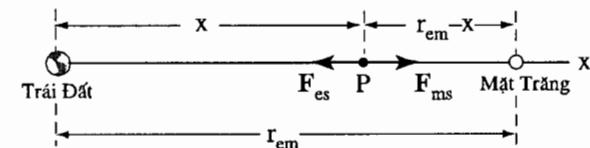


Hình 5-12. Ví dụ 5-7. Đồ thị của độ lớn F_{eb} của lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên vật b ($m_b = 1,00 \text{ kg}$) theo khoảng cách r tính từ tâm Trái Đất.

thể cộng vectơ. Ta hãy xét một con tàu vũ trụ bay từ Trái Đất đến Mặt Trăng theo một đường thẳng nối giữa tâm Trái Đất và tâm Mặt Trăng. Ở khoảng cách nào tính từ tâm Trái Đất thì lực F_{es} do Trái Đất tác dụng lên con tàu bằng và ngược chiều với lực F_{ms} do Mặt Trăng tác dụng lên con tàu? Cho biết khối lượng của Mặt Trăng là $m_m = 7,35 \cdot 10^{22} \text{kg}$ và bán kính của quỹ đạo Mặt Trăng quay xung quanh Trái Đất là $r_{em} = 3,84 \cdot 10^8 \text{m} = 384 \text{Mm}$.

Giải. Hình 5-13 chỉ ra hệ toạ độ mà gốc toạ độ là tâm Trái Đất và trục x theo hướng tới Mặt Trăng. Vì lực hấp dẫn là lực hút nên điểm P mà tại đó F_{es} và F_{ms} bằng và ngược chiều phải nằm trên trục x và ở giữa Trái Đất và Mặt Trăng. Trên hình, điểm này ở cách tâm Trái Đất một khoảng x và cách tâm Mặt Trăng một khoảng $r_{em} - x$. Khi cho độ lớn của hai lực này bằng nhau, ta có :

$$\frac{Gm_e}{x^2} = \frac{Gm_m}{(r_{em} - x)^2}$$



Hình 5-13. Ví dụ 5-8. Tìm khoảng cách x từ tâm Trái Đất đến điểm P mà tại đó các lực hấp dẫn do Trái Đất (F_{es}) và do Mặt Trăng (F_{ms}) tác dụng lên con tàu bằng nhau và ngược chiều.

Ở đây m là khối lượng của con tàu vũ trụ. Sắp xếp lại một chút ta có

$$\left(1 - \frac{m_m}{m_e}\right)x^2 - (2r_{em})x + r_{em}^2 = 0$$

Đây là phương trình bậc hai đối với x. Sử dụng cách giải phương trình bậc hai (xem phụ lục 6), ta tìm được $x = \frac{r_m}{1 \pm \sqrt{m_m/m_e}}$

Dấu dương (+) hay dấu âm (-) chỉ ra rằng có hai điểm trên trục x mà ở đó các độ lớn của lực bằng nhau. Đối với dấu âm (-) thì $x > r_{em}$. Điều này tương ứng với một điểm nằm ở phía sau của Mặt Trăng tính từ Trái Đất. Ở điểm này hai lực bằng nhau về độ lớn và **cùng chiều**. Bởi vì chúng ta cần tìm một điểm mà tại đó các lực này bằng nhau về độ lớn nhưng **ngược chiều**, nên phải loại bỏ điểm với dấu âm (-). Với dấu dương (+) thì $x < r_{em}$. Điều này tương ứng với một điểm nằm giữa Trái Đất và Mặt Trăng và là điểm mà ta quan tâm trong ví dụ này. Tỉ số khối lượng của Mặt Trăng và Trái Đất (xem bảng 5-1) là

$$\frac{m_m}{m_e} = \frac{0,0735 \cdot 10^{24} \text{kg}}{5,97 \cdot 10^{24} \text{kg}} = 0,0123$$

$$\text{vậy } x = \frac{384 \text{Mm}}{1 + \sqrt{0,0123}} = (0,900)(384 \text{Mm}) = 346 \text{Mm}.$$

Vậy điểm nằm giữa Trái Đất và Mặt Trăng mà tại đó hai lực triệt tiêu nhau cách Trái Đất khoảng 90% quãng đường đến Mặt Trăng.

Bài tự kiểm tra 5-5

Xác định khoảng cách từ Trái Đất đến một điểm mà ở đó các lực hấp dẫn do Trái Đất và do Mặt Trăng tác dụng lên một vật có cùng độ lớn và cùng chiều.

Đáp số : 432Mm.

5-5. KHỐI LƯỢNG QUÁN TÍNH VÀ KHỐI LƯỢNG HẤP DẪN

Ở chương 4, khối lượng m của một vật là một hằng số tỉ lệ trong định luật II Newton, $\Sigma F = ma$.

Khối lượng của một vật là thuộc tính của vật đó làm cho nó chống lại sự thay đổi về vận tốc của nó.

Vì lí do đó nên khối lượng có mặt trong định luật thứ hai của Newton thường được gọi là **khối lượng quán tính**. Giả sử một chiếc xe đẩy có hàng hoá đang lăn bánh giữa các lối đi trong một siêu thị. Lực cần thiết để làm xe dừng lại phụ thuộc vào khối lượng quán tính của nó.

Trong chương này chúng ta đã thấy rằng khối lượng của một vật cũng có mặt trong định luật hấp dẫn vũ trụ của Newton.

Độ lớn F của lực hấp dẫn lên một vật có khối lượng m do một vật khác có khối

lượng M tác dụng là $F = \frac{GmM}{r^2}$ (ta giả

thiết rằng hai vật này có thể xem như là các hạt). Trong biểu thức này **khối lượng của một vật là thuộc tính của vật đó, làm cho nó bị hút vào vật khác bởi lực hấp dẫn**.

Vì lí do đó nên khối lượng có mặt trong định luật hấp dẫn vũ trụ của Newton thường được gọi là **khối lượng hấp dẫn**.

Giả sử bạn đang cầm một túi hàng trong lúc chờ bạn của bạn. Lực mà bạn phải tác dụng trong lúc cầm túi phụ thuộc vào khối lượng hấp dẫn của túi hàng.

Khó khăn mà bạn gặp phải khi làm dừng xe không liên quan gì tới khối lượng hấp dẫn của nó. Nỗ lực mà bạn bỏ ra để cầm túi hàng cũng không có liên quan gì tới khối lượng quán tính của nó. Thuật ngữ “khối lượng của một vật” đặc trưng cho hai tính chất khác nhau của vật đó. Một mặt nó là độ đo sức ỳ của vật đối với sự thay đổi của vận tốc (khối lượng quán tính) và mặt khác nó là độ đo sức hút hấp dẫn của vật đối với vật khác bao quanh nó (khối lượng hấp dẫn). Chúng ta sẽ phân biệt khối lượng quán tính và khối lượng hấp dẫn bằng cách dùng các ký hiệu m_I (quán tính) và m_G (hấp dẫn).

Vì sao khối lượng quán tính và khối lượng hấp dẫn là hai tính chất khác nhau của vật chất lại đều được gọi là “khối lượng”? Bởi vì thí nghiệm chỉ ra rằng chúng tỉ lệ với nhau. Một thí nghiệm như vậy là đo gia tốc của các vật khác nhau khi rơi tự do. Trong sự rơi tự do, mọi lực tác dụng lên vật được bỏ qua, trừ lực hấp dẫn; hợp lực tác dụng lên vật là lực hấp dẫn của Trái Đất. Ta xét một quả gôn khi

roi tự do ở gần bề mặt Trái Đất và chọn chiều $+y$ hướng thẳng đứng từ dưới lên.

Như vậy $\Sigma F_y = -\frac{Gm_G m_e}{R_e^2}$, ở đây m_G là

khối lượng hấp dẫn của quả gôn. Thành phần y của định luật thứ hai Newton là :

$$-\frac{Gm_G m_e}{R_e^2} = m_I a_y$$

ở đây m_I là khối lượng quán tính của quả gôn. Giải đối với a_y ta có :

$$a_y = -\frac{Gm_e}{R_e^2} \cdot \frac{m_G}{m_I}$$

Thừa số (Gm_e/R_e^2) không phụ thuộc vào vật mà ta đang mô tả chuyển động của nó, nhưng m_G và m_I phụ thuộc vào vật này. Như ta biết, mọi vật rơi tự do có cùng một giá trị : $a_y = -g$. Nếu thay cho quả gôn, chúng ta làm rơi viên đá thì giá

tốc của nó $a_y = -g$. Như vậy a_y là không phụ thuộc vào vật. Điều này có nghĩa là tỉ số $(\frac{m_G}{m_I})$ phải không phụ thuộc vào vật.

Nói cách khác, thí nghiệm của chúng ta đã chỉ ra rằng đối với mỗi vật m_G phải tỉ lệ với m_I . Bởi vì m_I tỉ lệ với m_G nên chúng ta có thể lựa chọn đơn vị theo cách sao cho hai giá trị này bằng nhau. Điều này đã được thực hiện ngầm khi G được tính từ các kết quả của thí nghiệm Cavendish. Như vậy $m_I = m_G$. Sự khẳng định khối lượng quán tính là giống như khối lượng hấp dẫn là cách khẳng định thực nghiệm. Giá trị của sự khẳng định này phụ thuộc vào tính chính xác của thí nghiệm. Nhiều thí nghiệm hiện đại đã chỉ ra rằng sự khẳng định này là đúng ít nhất tới độ chính xác 3.10^{-11} .

VÍ DỤ 5.9

Ước lượng sự thay đổi trọng lượng của một vật tính tại một cực và tại xích đạo. (a) Phương trình (5-3), $g = \frac{Gm_e}{R_e^2}$, được dựa trên giả thiết Trái Đất

chính xác là hình cầu. Tuy nhiên Trái Đất không hoàn toàn là tròn, nó hơi bẹt ở hai đầu, khoảng cách từ tâm Trái Đất tới mỗi cực khoảng 6,36 Mm và khoảng cách từ tâm Trái Đất tới xích đạo khoảng 6,38Mm. Hãy dùng phương trình (5-3) để tính g ở một cực và tương tự dùng phương trình (5-3) với $R_e = 6,38\text{Mm}$ để tính g ở xích đạo. (b) Hãy sử dụng các tính toán của bạn ở câu (a) và những kết quả từ ví dụ 5-5 để so sánh trọng lượng của một vật tính trong hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất ở một cực và ở xích đạo.

Giải. (a) Sử dụng các giá trị của các khoảng cách ở trên, ta có :

$$g(\text{cực}) = \frac{(6,67 \cdot 10^{-11} \text{N.m}^2/\text{kg}^2)(5,98 \cdot 10^{24} \text{kg})}{(6,36 \text{Mm})^2} = 9,86 \text{m/s}^2.$$

Tương tự thay $R_e = 6,38\text{Mm}$ vào phương trình 5-3 cho ta :

$$g(\text{xích đạo}) = 9,80 \text{m/s}^2.$$

(b) Trong ví dụ 5-5, ta đã tìm thấy rằng, đối với một vật khối lượng m trong hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất ở xích đạo

$$mg = F_W + \frac{4\pi^2 R_e}{T_e^2} m$$

Thay các giá trị bằng số và giải ra đối với F_W , ta có :

$$F_W = m(9,77 \text{m/s}^2) = (0,9965)m.$$

Bởi vì các cực nằm trên trục quay của Trái Đất nên $F_W = mg$ đối với trọng lượng đo được trong hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất ở mỗi cực. Dùng các kết quả tính g từ câu (a), ta có

$$F_W(\text{cực}) = m(9,86 \text{m/s}^2) \text{ và } F_W(\text{xích đạo}) = m(9,77 \text{m/s}^2).$$

Hiệu tỉ phần của các giá trị này là

$$\frac{9,86 - 9,77}{\frac{1}{2}(9,86 + 9,77)} = 0,009$$

Kết quả tính toán của chúng ta về sự thay đổi này cho một giá trị khá lớn, gần gấp đôi. Các phép đo thực tế đã cho $F_W(\text{cực}) = m(9,83 \text{m/s}^2)$ và $F_W(\text{xích đạo}) = m(9,78 \text{m/s}^2)$, do vậy hiệu tỉ phần là 0,005.

5-6. TRƯỜNG HẤP DẪN

Thông thường, một cách thuận tiện để tiếp cận với các lực hấp dẫn là sử dụng khái niệm trường hấp dẫn. **Trường hấp dẫn** g tại một điểm P được định nghĩa như là lực hấp dẫn F tác dụng lên một hạt đặt tại P chia cho khối lượng của hạt đó :

$$g = \frac{F}{m} \quad (5-5)$$

Như vậy trường hấp dẫn là lực hấp dẫn tác dụng lên một đơn vị khối lượng. Trường hấp dẫn tồn tại ở khắp mọi nơi trong vũ trụ và độ lớn của nó ở trên hoặc gần mặt đất là $9,8 \text{m/s}^2$. Nay giờ ta xét trường hợp hấp dẫn do một hạt tạo ra. Từ phương trình (5-2) lực hấp dẫn do hạt 1 tác

dụng lên hạt 2 là $F_{12} = -\left(\frac{Gm_2 m_1}{r^2}\right)\hat{r}$. Ta viết nó dưới dạng như sau

$$F_{12} = m_2 g_1 \quad (5-6)$$

Trong đó

$$g_1 = -\frac{Gm_1}{r^2} \hat{r} \quad (5-7)$$

Đại lượng g_1 là trường hấp dẫn tạo bởi hạt 1 tại điểm P , cách hạt này một khoảng r và vectơ đơn vị \hat{r} hướng từ hạt tới điểm P (hình 5-14).

Các phương trình 5-6 và 5-7 cho cùng một thông tin như phương trình 5-2, chúng ta không thêm bất cứ gì. Nhưng nó

rất thuận tiện vì chúng ta đã chia việc tính lực tác dụng lên hạt 2 thành hai phần.

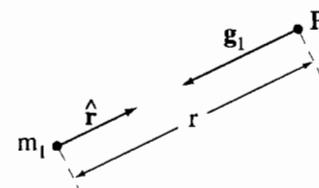
Phương trình 5-6 khẳng định rằng lực tác dụng lên hạt 2 là bằng tích số của khối lượng hạt 2 và trường hấp dẫn do hạt 1 tạo ra. Do đó, trong việc xác định lực do hạt 1 tác dụng lên hạt 2 chúng ta có thể bắt đầu bằng việc tính trường hấp dẫn tạo ra do hạt 1 và tạm quên hạt 2. Sau đó chúng ta tìm lực tác dụng lên hạt 2 bằng cách nhân khối lượng của hạt 2 với giá trị của trường hấp dẫn tại vị trí của hạt 2. Bằng việc đưa vào khái niệm trường hấp dẫn, bài toán được chia thành hai phần và sau đó chúng có thể được giải đồng thời. Nếu chỉ liên quan đến hai hạt thì cách này ít được sử dụng ; nhưng nó sẽ rất thuận lợi khi giải các bài toán phức tạp hơn.

Một vật đối xứng cầu biểu hiện như một hạt tạo ra hấp dẫn tại các điểm ở ngoài vật. Như vậy, trường hấp dẫn tạo ra do một vật đối xứng cầu có khối lượng m và có bán kính R là :

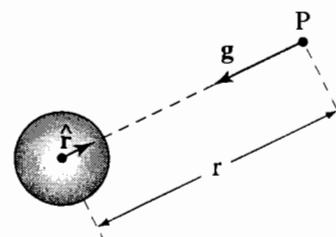
$$\mathbf{g} = -\frac{Gm}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad (r > R) \quad (5-8)$$

trong đó r là khoảng cách từ tâm của vật đến điểm P mà ở đó trường được tính và $\hat{\mathbf{r}}$ là vectơ đơn vị hướng từ tâm của vật đến điểm P (hình 5-15).

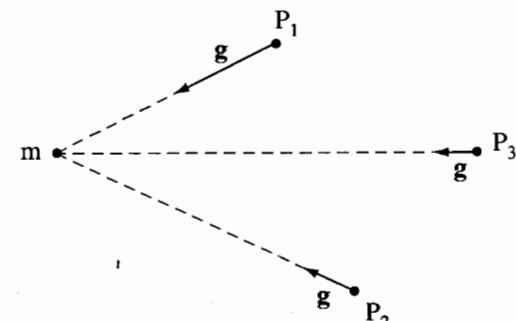
Khái niệm trường hấp dẫn đã đưa ra một cách thức thuận tiện đơn giản hơn để tính các lực hấp dẫn ; nó cũng cho một cách nhìn khác về tương tác hấp dẫn. Bây giờ chúng ta xem không gian như bị biến đổi do sự có mặt của một vật, vật này **tạo ra** một trường hấp dẫn. Một đại lượng vật lí, gọi là trường hấp dẫn, được gắn với mỗi điểm trong không gian (hình 5-16).



Hình 5-14. Trường hấp dẫn g_1 do hạt 1 tạo ra tại điểm P . Trường này có độ lớn $g_1 = \frac{Gm_1}{r^2}$ và hướng tới hạt 1.



Hình 5-15. Trường hấp dẫn tạo ra bởi một vật đối xứng cầu tại điểm P ngoài vật



Hình 5-16. Trường hấp dẫn tạo ra bởi một hạt có khối lượng m tại ba điểm đại diện. Trường này được hướng tới hạt ở mỗi điểm và giảm theo khoảng cách bởi quy luật $1/r^2$: Điểm P_3 cách xa hạt gấp đôi so với điểm P_1 do đó trường hấp dẫn tại P_3 có độ lớn bằng $1/4$ độ lớn của trường hấp dẫn tại P_1

Sau này khi chúng ta nghiên cứu điện học và từ học, khái niệm về một trường sẽ là một vấn đề trọng tâm trong sự tìm hiểu của chúng ta.

Từ phương trình 5-5, $\mathbf{g} = \mathbf{F}/m$, thứ nguyên của \mathbf{g} là lực chia cho khối lượng. Trước đây khi \mathbf{g} được xem như là một

gia tốc, thứ nguyên của nó là độ dài chia cho thời gian bình phương. Từ định luật II Newton, hai thứ nguyên này là như nhau. Khi ta viết thứ nguyên của \mathbf{g} là độ dài/(thời gian)², có nghĩa là ta đang xem

VÍ DỤ 5-10

Trường hấp dẫn ở Mặt Trăng. Bởi vì các lực hấp dẫn có thể cộng vectơ, nên các trường hấp dẫn cũng có thể cộng vectơ. (a) Xác định trường hấp dẫn tổng hợp \mathbf{g} do các trường hấp dẫn riêng của Trái Đất (\mathbf{g}_e) và của Mặt Trời (\mathbf{g}_s) tại một điểm P trên đường thẳng nối giữa chúng (hình 5-17). Cho biết khoảng cách từ Trái Đất đến P là bằng bán kính của quỹ đạo Mặt Trăng xung quanh Trái Đất. Bán kính này vào khoảng $3,84 \cdot 10^8$ m, các số liệu còn lại cho trong bảng 5-1. (b) Xác định lực do cả Trái Đất và Mặt Trời tác dụng lên Mặt Trăng khi Mặt Trăng đang ở vị trí P. Cho biết khối lượng của Mặt Trăng là $7,35 \cdot 10^{22}$ kg.

Giải. (a) Do nằm giữa Trái Đất và Mặt Trời nên phần đóng góp vào trường hấp dẫn do Trái Đất là ngược chiều với phần đóng góp vào trường hấp dẫn do Mặt Trời. Trường tạo ra bởi Trái Đất là hướng về Trái Đất, còn trường tạo ra bởi Mặt Trời là hướng về Mặt Trời. Nếu gọi \mathbf{i} là vectơ đơn vị hướng từ Trái Đất đến Mặt Trời thì trường hấp dẫn tổng hợp là

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}_e + \mathbf{g}_s = -\frac{Gm_e}{r_{eP}^2}\mathbf{i} + \frac{Gm_s}{r_{sP}^2}\mathbf{i}$$

ở đây r_{eP} là khoảng cách từ Trái Đất đến điểm P và r_{sP} là khoảng cách từ Mặt Trời đến điểm P.

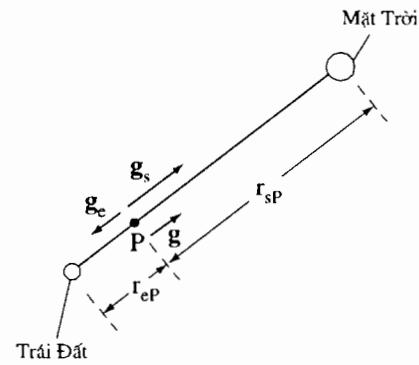
$$r_{eP} = 3,84 \cdot 10^8 \text{m}$$

$$\text{và } r_{sP} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{m} - 3,84 \cdot 10^8 \text{m} = 1,492 \cdot 10^{11} \text{m}$$

Như vậy

$$\begin{aligned} \mathbf{g} &= -\frac{(6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2)(5,97 \cdot 10^{24} \text{kg})}{(3,84 \cdot 10^8 \text{m})^2} \mathbf{i} \\ &+ \frac{(6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2)(1,99 \cdot 10^{30} \text{kg})}{(1,492 \cdot 10^{11} \text{m})^2} \mathbf{i} = (3,26 \cdot 10^{-3} \text{N/kg})\mathbf{i}. \end{aligned}$$

nó như một gia tốc, nhưng khi viết thứ nguyên của \mathbf{g} là lực/khối lượng thì có nghĩa là chúng ta đang xem nó như một trường hấp dẫn.



Hình 5-17. Ví dụ 5-10. Tìm \mathbf{g} tại điểm P giữa Trái Đất và Mặt Trời, với mục đích minh họa khoảng cách r_{eP} đã được cường điệu lên.

Trường hấp dẫn tổng hợp hướng về phía Mặt Trời vì phần đóng góp vào trường này do Mặt Trời là lớn hơn phần đóng góp do Trái Đất. (b) Sử dụng kết quả về trường của câu (a), ta tìm được lực \mathbf{F} tác dụng lên Mặt Trăng là

$$\mathbf{F} = m_m \mathbf{g} = (7,35 \cdot 10^{22} \text{kg})(3,26 \cdot 10^{-3} \text{N/kg})\mathbf{i} = (2,40 \cdot 10^{20} \text{N})\mathbf{i}.$$

Tại điểm P lực do cả Trái Đất và Mặt Trời tác dụng được hướng từ Trái Đất đến Mặt Trời.

Bài tự kiểm tra 5-6

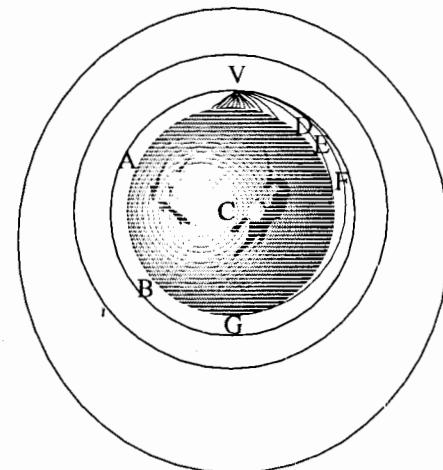
Xác định độ lớn g của trường hấp dẫn tạo ra bởi cả Trái Đất và Mặt Trời tại điểm P nằm ở phía bên kia Trái Đất so với Mặt Trời và cách Trái Đất một khoảng bằng bán kính của quỹ đạo Mặt Trăng.

$$\text{Đáp số : } 8,66 \cdot 10^{-3} \text{N/kg.}$$

5-7. QUỸ ĐẠO, TỐC ĐỘ VỆ TINH

Để hiểu một vệ tinh tiếp tục chuyển động trên quỹ đạo của nó ra sao, ta hãy xét một viên đạn được bắn ra từ đỉnh của một ngọn núi cao theo phương nằm ngang. Bởi vì chúng ta chỉ quan tâm tới chuyển động của vệ tinh nên ta bỏ qua sức cản của không khí. Khoảng cách mà viên đạn bay trước khi chạm phải đất phụ thuộc vào tốc độ bắn, tốc độ càng lớn thì khoảng cách càng xa. Khoảng cách mà viên đạn bay trước khi chạm phải đất cũng còn bị ảnh hưởng bởi độ cong của Trái Đất như được minh họa trên hình 5-18.

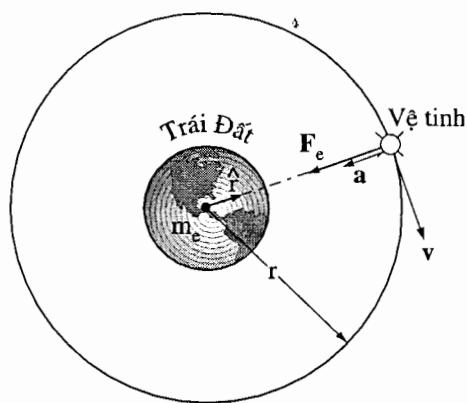
Khi tốc độ bắn của viên đạn đạt tới một giá trị xác định thì đường bay của viên đạn đi theo đường cong của Trái Đất. Đó là tốc độ bắn để đưa viên đạn chuyển động trên quỹ đạo tròn. Như vậy một vật trên quỹ đạo tròn có thể xem như đang rơi, nhưng khi nó rơi thì đường rơi của nó là đường tròn đồng tâm với bề mặt cầu của Trái Đất, và vật cách tâm Trái Đất một khoảng không đổi. Vì chuyển động này có thể tiếp tục mãi mãi, nên ta có thể nói rằng quỹ đạo này là **ổn định**.



Hình 5-18. Hình vẽ sử dụng ở đây là của Newton trong quyển *Các nguyên lí để minh họa quỹ đạo* của viên đạn được bắn ra từ đỉnh của một ngọn núi cao theo phương nằm ngang (V). (Chúng ta bỏ qua ma sát). Khi tốc độ bắn của viên đạn tăng lên thì tầm bay xa của nó cũng tăng lên và điểm chạm đất của nó càng xa đỉnh núi (từ D đến E, từ F đến G). Nếu tốc độ bắn là đủ lớn thì đường bay của viên đạn đi theo đường cong của Trái Đất.

Động lực học của chuyển động tròn giải quyết một nghịch lý xuất phát từ bản chất luôn luôn hút của lực hấp dẫn. Nếu mỗi vật trong vũ trụ hút vật khác bằng lực hấp

dẫn thì vì sao toàn bộ vũ trụ không tự sụp đổ ? Bây giờ chúng ta thấy rằng chuyển động quỹ đạo là câu trả lời cho câu hỏi không dễ chịu này. Chẳng hạn, hệ thống Mặt Trời là ổn định, các hành tinh luôn giữ một khoảng cách đối với Mặt Trời mặc dù lực đáng kể nhất tác dụng lên hành tinh là lực hấp dẫn do sức hút của Mặt Trời. Lí do cho sự ổn định này là mỗi hành tinh ở trong một quỹ đạo chuyển động và lực hút của Mặt Trời tạo ra một lực để duy trì mỗi quỹ đạo ổn định đó. Bây giờ chúng ta tìm tốc độ v của một vệ tinh trên quỹ đạo tròn xung quanh Trái Đất. Ta giả thiết rằng **hệ quy chiếu tâm Trái Đất là quán tính** và cho rằng lực đáng kể nhất tác dụng lên vệ tinh là lực hấp dẫn của Trái Đất. Các giả thiết này là đúng nếu như bán kính của quỹ đạo không quá lớn.



Hình 5-19. Một vệ tinh trên quỹ đạo tròn xung quanh Trái Đất. Hợp lực tác dụng lên vệ tinh là lực hấp dẫn của Trái Đất, $F_e = -\frac{Gmm_e}{r^2} \hat{r}$. Gia tốc a cùng chiều với F_e , có độ lớn $\frac{v^2}{r}$. Vận tốc v vuông góc với F_e và a , có độ lớn $v = \sqrt{\frac{Gm_e}{r}}$.

Áp dụng định luật II Newton cho vệ tinh, ta có :

$$\frac{Gmm_e}{r^2} = m \left(\frac{v^2}{r} \right) \quad (5-9)$$

trong đó v là tốc độ đối với tâm Trái Đất. Hướng của lực và gia tốc là hướng vào tâm Trái Đất (hình 5-19). Giải ra ta có

$$v = \sqrt{\frac{Gm_e}{r}}.$$

Một vệ tinh với tốc độ này sẽ chuyển động liên tục trên quỹ đạo tròn bán kính r . Ví dụ, nếu lấy $m_e = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg và $r = R_e = 6,37 \cdot 10^6$ m thì $v = 7,79$ km/s, còn với $r = 3R_e$ thì $v = 4,56$ km/s.

Sự mất trọng lượng trong tàu vũ trụ trên quỹ đạo

Chúng ta đã quen thấy hình ảnh của các nhà du hành vũ trụ và các đồ dùng của họ lơ lửng bên trong con tàu khi nó đang bay trên quỹ đạo xung quanh Trái Đất. Nếu nhà du hành có ý định cân một vật nào đó bằng cách đặt nó lên cân lò xo thì cân sẽ chỉ số 0. Thực ra, ngay chính cái cân cũng lơ lửng nếu nó không được giữ chặt. Mọi vật trong tàu vũ trụ trên quỹ đạo là không có trọng lượng.



Tycho Brahe

Vì sao lại như vậy ? Bởi vì khi áp dụng định luật thứ hai của Newton cho một vật đang ở trên quỹ đạo, như trong phương trình 5-9, thì khối lượng của vật đều có mặt ở hai vế của phương trình này và nó có thể được giản ước đi. Như vậy các đại

lượng như gia tốc, tốc độ và chu kỳ của vật trên quỹ đạo là không phụ thuộc vào khối lượng của vật đang bay trên quỹ đạo. Điều này đã giải thích vì sao các vật lơ lửng trong con tàu : Mọi vật trong con

tàu đang bay theo cùng quỹ đạo với con tàu. Lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên mỗi vật giữ cho nó ở trên quỹ đạo của mình và mọi vật bay theo cùng một đường quỹ đạo.

5-8. CÁC ĐỊNH LUẬT KEPLER VÀ SỰ PHÁT HIỆN RA ĐỊNH LUẬT HẤP DẪN

Con đường khám phá ra định luật hấp dẫn vũ trụ thường được xem như là một mốc mực của khoa học kỹ thuật hiện đại. Các bước chủ yếu là : (1) Các giả thuyết của Nicolaus Copernicus (1473-1543) về chuyển động của các hành tinh. (2) Các phép đo thực nghiệm kĩ lưỡng của Tycho Brahe (1546-1601) về vị trí của Mặt Trời và các hành tinh. (3) Phân tích các số liệu và đưa ra công thức về các định luật thực nghiệm của Johannes Kepler (1571-1630). (4) Phát triển một lí thuyết tổng quát của Issac Newton.

1. Mặc dù mô hình lấy Mặt Trời làm tâm của hệ Mặt Trời (còn gọi là mô hình nhật tâm) đã được Aristarchus nêu ra từ thế kỉ thứ ba trước công nguyên, nhưng trong nhiều thế kỉ, thế giới phương Tây vẫn tin là Trái Đất đứng yên trong khi Mặt Trời và các hành tinh chuyển động xung quanh nó. Mô hình lấy Trái Đất làm tâm này (còn gọi là mô hình địa tâm) đòi hỏi phải có những sơ đồ hình học phức tạp để giải thích chuyển động của các hành tinh đã được quan sát. Trong cuốn sách “*De Revolutionibus Orbium Coelestium*” (Về chuyển động của các thiên cầu) Copernicus đã khẳng định rằng mô hình địa tâm là “không đủ sức thuyết phục”, ông đã đề nghị một hệ trong đó có sử dụng các giả thiết sau đây :

(a) Trái Đất quay quanh trục của nó mỗi ngày một vòng.

- (b) Trái Đất quay xung quanh Mặt Trời (cùng với các hành tinh khác).
- (c) Khoảng cách từ Trái Đất đến các ngôi sao xa hơn rất nhiều so với khoảng cách từ Trái Đất tới Mặt Trời và các hành tinh khác.



Johannes Kepler

2. Công trình của Tycho Brahe là một ví dụ điển hình về các nền tảng căn bản của nghiên cứu thực nghiệm : *Nếu bạn muốn biết cái gì đó hoạt động như thế nào thì bạn hãy theo dõi một cách cẩn thận hành vi của nó*. Ông đã dùng nửa cuối cuộc đời mình, hơn 20 năm, để đo một cách chính xác vị trí của Mặt Trời và các hành tinh. Các phép đo của ông đã cung cấp số liệu cho những ai muốn làm sáng tỏ những bí ẩn về chuyển động của các thiên thể. Trong những năm cuối của

cuộc đời mình, Brahe đã nhận Johannes Kepler là cộng sự của ông.

3. Kepler có một năng lực tính toán và toán học xuất sắc. Ông đã dùng những kỹ năng này và các số liệu của Brahe để xác định quỹ đạo của các hành tinh, đặc biệt là quỹ đạo của Trái Đất và sao Hỏa. Ông đã đúc kết các kết quả của mình trong **ba định luật** gọi là **các định luật Kepler**:

- **Định luật 1 :** Mọi hành tinh đều chuyển động theo các quỹ đạo elip mà Mặt Trời là một tiêu điểm (Hình 5-20).

- **Định luật 2 :** Đường nối bất kì hành tinh nào với Mặt Trời đều quét những diện tích bằng nhau trong những khoảng thời gian như nhau (hình 5-21).

- **Định luật 3 :** Bình phương chu kỳ của bất cứ hành tinh nào đều tỉ lệ với lập phương khoảng cách trung bình giữa Mặt Trời và hành tinh đó

$$T^2 = \text{const.} R^3$$

Với ba định luật này, Kepler đã đưa ra nhiều đặc điểm chính xác của hệ Mặt Trời.

Ông cũng đã khởi xướng một cách mới để mô tả các hiện tượng tự nhiên. Cách mô tả này dưới dạng phát biểu ngắn gọn, tập trung và có khả năng áp dụng rộng rãi. Ngày nay chúng ta gọi nó là các “định luật”. Kepler đã nuôi dưỡng một giáo lí của khoa học hiện đại là *cách mô tả đúng đắn các hiện tượng tự nhiên là cách mô tả đơn giản nhất nhưng phù hợp với các số liệu thực nghiệm*.

Hiếm thấy trong thời đại của ông, Kepler đã nhấn mạnh rằng một lý thuyết thành công cần phải phù hợp với những kết quả thực nghiệm chính xác. Newton đã đánh giá rất cao những khái quát của Kepler.

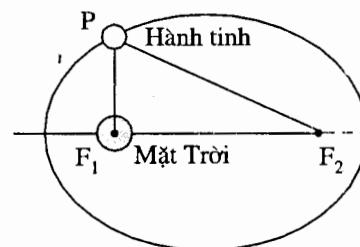
4. Với việc đưa ra những định luật của chuyển động và định luật hấp dẫn vũ trụ, Newton đã cho một lý thuyết tổng quát, hợp nhất các định luật thiên văn của Kepler và các kết quả thực nghiệm trên Trái Đất. Một trong các thử thách của các

định luật Newton là phải chỉ ra được các quỹ đạo elip của các hành tinh và như vậy mới phù hợp với định luật thứ nhất của Kepler. Chúng ta sẽ thấy trong chương 8 rằng định luật thứ hai của Kepler có thể được suy ra từ các định luật của Newton (xem ví dụ 8.19). Nay giờ chúng ta chỉ ra rằng định luật thứ ba của Kepler được suy ra từ định luật thứ hai của Newton và định luật hấp dẫn vũ trụ áp dụng cho một hành tinh chuyển động trên quỹ đạo tròn. Khi áp dụng định luật thứ hai của Niuton cho một hành tinh, ta có $F_{sp} = m_p a_n$ trong đó F_{sp} là độ lớn của lực do Mặt Trời tác dụng lên hành tinh, m_p là khối lượng của hành tinh và a_n là độ lớn của gia tốc hướng tâm của hành tinh chuyển động xung quanh Mặt Trời.

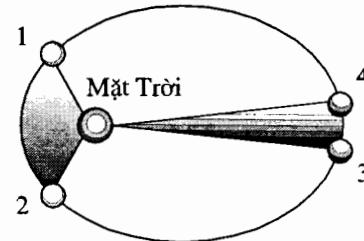
Vì $F_{sp} = \frac{Gm_s m_p}{r^2}$ và $a_n = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$, ta có :

$$\frac{Gm_s m_p}{r^2} = \frac{m_p 4\pi^2 r}{T^2}$$

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{Gm_s} \right) r^3$$



Hình 5-20. Định luật thứ nhất của Kepler. Quỹ đạo của hành tinh là một elip mà Mặt Trời là một tiêu điểm.



Hình 5-21. Định luật thứ hai của Kepler. Đối với hai trường hợp dẫn ra, các khoảng thời gian Δt là như nhau. Định luật thứ hai của Kepler khẳng định rằng $A_1 = A_2$.

Thừa số trong ngoặc đơn là không đổi và độc lập đối với hành tinh, do vậy bình phương của chu kì T tỉ lệ với lập phương của khoảng cách r từ hành tinh đến Mặt Trời. Đây là định luật thứ ba của Kepler cho trường hợp quỹ đạo tròn.

Ba định luật Kepler về chuyển động của hành tinh có thể dẫn ra từ định luật thứ hai của Newton, riêng định luật thứ ba còn có sự kết hợp với định luật hấp dẫn

vũ trụ của Newton. Nhìn lại những cái đã qua ta thấy các định luật thực nghiệm của Kepler là bước đầu tiên trong việc hiểu biết các hiện tượng tự nhiên và bước tiến này là mẫu mực của tiến bộ khoa học. Newton đã thừa nhận điều này khi ông nói “nếu tôi nhìn xa hơn những người khác, chính là vì tôi đứng trên vai những người khổng lồ”.

Bài đọc thêm

CÁC LỰC CƠ BẢN VÀ SỰ THỐNG NHẤT

Trong những năm gần đây, trong vật lí đã có nhiều khám phá kì diệu, những khám phá làm cho chúng ta thay đổi căn bản cách nhìn về vật chất cũng như các lực xác định hành vi của nó. Các nhà vật lí đang nỗ lực tìm một định luật căn bản của lực để có thể giải thích mọi tương tác mà chúng ta đã phát hiện trong tự nhiên. Việc tìm kiếm định luật này để hợp nhất mọi lực thành một lực được dựa trên khái niệm về một lực cơ bản. **Lực cơ bản** là kết quả của tương tác cơ bản giữa các hạt. Một lực như vậy giải thích nhiều hiện tượng mà không thể gán cho một lực khác nào đó. Ví dụ như các lực tiếp xúc giữa các vật vĩ mô không được coi như lực cơ bản. Các lực này là một biểu hiện phức tạp của lực điện từ cơ bản hơn (được thảo luận ở phần sau). Ngược lại lực hấp dẫn không đơn giản là một kết quả mà ta có thể giải thích nó như một ví dụ của một lực khác nào đó. Lực hấp dẫn là một lực cơ bản. Có đúng vậy không ? Liệu chúng ta có thể khẳng định điều đó như thế nào ? Một lực có được xem như là lực cơ bản hay không ở một thời điểm cụ thể phụ thuộc vào

những gì mà ta biết ở thời điểm đó. Để có được ý niệm rõ ràng, chúng ta hãy đặt mình vào năm 1967 và liệt kê những lực cơ bản mà ta biết khi đó. Có bốn lực như vậy :

1. Lực hấp dẫn.
2. Lực điện từ.
3. Lực hạt nhân mạnh.
4. Lực hạt nhân yếu.

Chúng ta đã quen thuộc với lực hấp dẫn. Sau khi chúng ta mô tả ngắn gọn ba lực còn lại và thực hiện việc so sánh bốn lực cơ bản này, chúng ta sẽ xét tới những tiến bộ trong việc hợp nhất các lực cơ bản này.

Xét về nhiều phương diện **lực điện từ** là rất quan trọng. Như đã nhận xét ở trên, nó là nguyên nhân cơ bản của các lực tiếp xúc mà chúng ta đã thấy ở thang bậc vĩ mô, chẳng hạn như ma sát. Tương tác này làm cho bạn cảm thấy như bị điện giật khi bạn chạm tay vào một bộ phận kim loại của xe sau khi tay bạn chà xát vào mặt ghế trong một ngày mùa đông lạnh và khô. Vì lực điện từ tạo ra dòng điện trong

dây dẫn nên lực này là cơ sở của một phần rất lớn các công nghệ hiện đại của chúng ta. Lực điện từ được xem như là một lực cơ bản vì nó chịu trách nhiệm chính về các tương tác của một vài hạt sơ cấp cấu tạo nên vật chất. Ví dụ, lực này tạo ra lực hút để giữ các electron ở gần hạt nhân trong nguyên tử. Như đã ngụ ý trong tên gọi, lực điện từ bao gồm các lực điện và lực từ. Hai lực này liên hệ chặt chẽ với nhau, cả hai đều là kết quả của cùng một tính chất của vật chất, đó là điện tích.

Lực hạt nhân mạnh là lực liên kết các hạt prôtôn và nơtron lại với nhau để thành hạt nhân nguyên tử. Trong hạt nhân, các hạt prôtôn và nơtron bị nhốt lại trong một vùng không gian rất hẹp, vào cỡ $5 \cdot 10^{-15}$ m. Vì các hạt prôtôn mang điện dương nên chúng đẩy nhau bởi lực điện từ. Nếu lực hạt nhân mạnh này không đủ khả năng

chế ngự thì lực đẩy giữa các hạt prôtôn sẽ làm cho hạt nhân không bền vững, các prôtôn sẽ bay ra và không thể tồn tại hạt nhân.

Lực hạt nhân yếu tác dụng giữa các hạt sơ cấp và nó chịu trách nhiệm chính đối với một vài phản ứng hạt nhân. Ví dụ, trong phân rã phóng xạ, một hạt nhân sẽ tự động phân rã thành một vài hạt khác. Lực hạt nhân yếu đã gây ra một phân rã phóng xạ đặc biệt mà ta gọi là **phân rã bêta**. Hơn nữa, lực hạt nhân yếu cũng có vai trò quan trọng trong việc điều khiển tốc độ của một vài phản ứng hạt nhân xảy ra trên các ngôi sao, chẳng hạn như Mặt Trời. Thời gian sống của Mặt Trời được xác định nhờ các tính chất của lực này. Bảng 5-2 cho thấy sự so sánh của các lực cơ bản.

Bảng 5-2. So sánh các lực cơ bản

	Lực hấp dẫn	Lực điện từ	Lực hạt nhân mạnh	Lực hạt nhân yếu
Tương tác điển hình	Liên kết các ngôi sao với nhau để hình thành các thiên hà.	Liên kết các electron với hạt nhân để tạo ra thành nguyên tử.	Liên kết các prôtôn và nơtron với nhau để tạo thành hạt nhân.	Chịu trách nhiệm chính của phân rã bêta trong hạt nhân.
Phạm vi	Vô hạn	Vô hạn	10^{-15} m	$<< 10^{-16}$ m
Độ mạnh tương đối (cường độ)	10^{-39}	10^{-2}	1	10^{-5}

Ta xét khoảng cách tác dụng của mỗi lực hay còn gọi là phạm vi tác dụng của lực. Các lực hấp dẫn và điện từ là các lực bình phương nghịch đảo. Độ lớn của những lực này giảm theo khoảng cách nhưng không bao giờ bằng 0. Phạm vi tác dụng của những lực này là vô hạn. Lực hạt nhân mạnh có một phạm vi tác dụng rất ngắn, tác dụng của nó ở ngoài khoảng cách 10^{-15} m là không thể nhận biết được. Phạm vi tác dụng của lực hạt nhân yếu còn nhỏ hơn nữa, nhỏ hơn 10^{-16} m. Độ

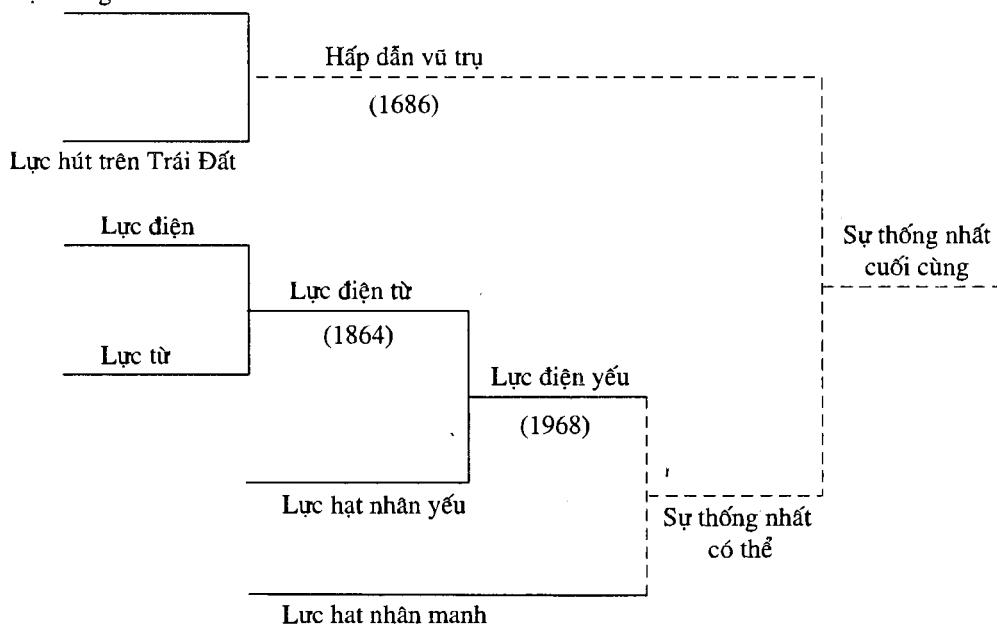
mạnh tương đối của một lực được đánh giá nhờ độ lớn của lực giữa các hạt cơ bản nằm trong phạm vi tác dụng của lực. Trên một thang đo cường độ mà ta coi cường độ của lực hạt nhân mạnh bằng 1 thì cường độ của lực điện từ là 10^{-2} của lực hạt nhân yếu là 10^{-5} và của lực hấp dẫn là 10^{-39} . Lực hấp dẫn là lực yếu nhất trong các lực cơ bản. Vì lực hấp dẫn thường là lực chính tác dụng lên các vật xung quanh chúng ta nên điều đó có thể

làm bạn ngạc nhiên. Còn đối với các lực hạt nhân mạnh và yếu thì các vật vĩ mô mà con người có thể cảm nhận được trực tiếp lại nằm ngoài phạm vi tác dụng của chúng, chúng ta chỉ thấy được các tác dụng trực tiếp của những lực này trong các thí nghiệm có sử dụng các máy gia tốc năng lượng cao để đi sâu vào vật chất. Đối với lực điện từ, điện tích ở các vật thể vĩ mô cũng thường là nhỏ để có thể tạo ra lực điện đáng kể. Các vật vĩ mô bao gồm các hạt cơ bản có cả điện tích dương và âm. Bình thường lượng điện tích âm trong vật thể gần bằng lượng điện tích dương, vì

vậy vật gần như trung hoà về điện và trong thực tế lực điện là không đáng kể.

Trên hình 5-22 chỉ ra xu hướng lịch sử đổi mới sự thống nhất các lực. Như chúng ta đã thấy trong chương này, Newton đã thống nhất được các lực giữa các thiên thể và các lực hút trên Trái Đất khi ông tìm ra định luật hấp dẫn vũ trụ. Các công trình thực nghiệm trong thế kỉ XIX đã thống nhất được các hiện tượng điện và từ, lên tới đỉnh điểm là James Maxwell đã đưa ra được một lí thuyết điện từ.

Lực hút giữa các thiên thể



Hình 5-22. Tiến trình di tới sự thống nhất.

Mới đây, một tiến bộ trong việc thống nhất các lực đã được Steven Weinberg và Abdus Salam thực hiện một cách độc lập, họ đã chỉ ra có sự liên hệ cơ bản giữa lực điện từ và lực hạt nhân yếu. Sự thống nhất này đã đưa đến một tên gọi mới là **lực điện yếu** (electroweak force). Với cùng một cách tiếp cận như Weinberg - Salam đã làm, có thể đạt tới sự thống nhất của lực điện yếu với lực hạt nhân mạnh trong

một tương lai không xa. Ở hình 5-22 chúng ta đã mạnh dạn suy đoán về việc xuất hiện sự thống nhất cuối cùng. Liệu có tồn tại một lực cơ bản nhất không ? Nếu như nó tồn tại, liệu nó có đủ đơn giản để con người nhận biết không ? Việc tìm kiếm sự thống nhất được dựa trên lòng tin của chúng ta là sau khi bóc tấm màn che sự phức tạp đi thì chúng ta sẽ thấy rằng tự nhiên khi để trần là đơn giản nhưng rất đẹp.



CÂU HỎI

- 1** Lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một vật tỉ lệ với khối lượng của vật $F_e = mg$. Nhưng vì hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất không phải là quán tính nên lực hấp dẫn không bằng trọng lượng của vật trong hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất. Trọng lượng của vật trong hệ quy chiếu này có tỉ lệ với khối lượng của nó không ?
- 2** Một sợi dây có gắn một quả dơi và được treo vào một cái giá vẽ ba chân. Liệu sợi dây có nằm dọc theo hướng của lực hấp dẫn tác dụng lên quả dơi hay không, khi quả dơi đặt tại (a) tại đường xích đạo ; (b) tại hai cực ; (c) tại vĩ tuyến 45° . Nếu sợi dây không nằm dọc theo hướng của lực hấp dẫn tại các vĩ tuyến trên thì hãy mô tả mối quan hệ giữa sợi dây và hướng của lực này.
- 3** Trong ví dụ 5-1, chúng ta đã nói rằng lực hướng tâm tác dụng lên xe đang chạy trên đường cong phẳng là do lực ma sát tĩnh F_s gây ra. Ta lưu ý rằng lực ma sát động F_k không thể là lực hướng tâm, bởi vì F_k luôn ngược chiều với vận tốc tương đối của các bề mặt, và trong chuyển động tròn đều thì vận tốc là tiếp tuyến với đường tròn và vuông góc với gia tốc a . Nếu như các bánh xe trượt trên đường thì xe không thể chạy trên đường tròn được nữa vì F_k không thể có thành phần vuông góc với vận tốc. Vậy khi các bánh xe bắt đầu trượt thì đường đi của xe sẽ như thế nào ?
- 4** Hai vật đối xứng cầu, mỗi vật đều có khối lượng m_0 , tác dụng lên nhau một lực hấp dẫn có độ lớn F_0 khi khoảng cách giữa các tâm của chúng bằng r_0 . Độ lớn của các lực này bằng bao nhiêu khi các tâm cách nhau : (a) $2r_0$; (b) $3r_0$; (c) $4r_0$?
- 5** Hai vật đối xứng cầu, mỗi vật đều có khối lượng m_0 , tác dụng lên nhau một lực hấp dẫn có độ lớn F_0 khi khoảng cách giữa các tâm của chúng bằng r_0 . Độ lớn của các lực này sẽ như thế nào nếu mỗi vật có khối lượng : (a) $2m_0$; (b) $3m_0$; (c) $4m_0$?
- 6** Khoảng không bên trong vệ tinh đang bay trên quỹ đạo quanh Trái Đất thường được gọi là **môi trường không trọng lượng**. Lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên vật trong môi trường này có bằng 0 hay không ? Bạn giải thích như thế nào về số 0 đọc được khi nhà du hành cân trọng lượng của mình trên một cân lò xo ?
- 7** Hãy mô tả cách thức thay đổi của khối lượng nhà du hành vũ trụ và lực hấp dẫn tác dụng lên anh ta trong chuyến viễn du từ Trái Đất đến Mặt Trăng ?
- 8** Nếu như bạn đang mua vàng của một thương nhân mà người này lại dùng một cân lò xo để cân lượng vàng này và bạn cũng muốn mua được nhiều

vàng nhất với số tiền bạn có, vậy bạn muốn phép cân này được thực hiện ở xích đạo hay là ở các cực ?

- 9 Hành tinh Egabbac (thuộc một hệ Mặt Trời khác) có bán kính lớn gấp đôi bán kính Trái Đất, nhưng tỉ khối trung bình bằng tỉ khối của Trái Đất. Vậy trọng lượng của một vật trên bề mặt của Egabbac có bằng, lớn hơn hoặc nhỏ hơn trọng lượng của vật đó trên Trái Đất ? Nếu lớn hơn hoặc nhỏ hơn so với Trái Đất thì lớn hơn hoặc nhỏ hơn bao nhiêu ?
- 10 Giả sử một vệ tinh nhân tạo có quỹ đạo tròn xung quanh Trái Đất và chúng ta đo bán kính và chu kì của nó. Liệu chúng ta có thể sử dụng thông tin này và các định luật của Newton để xác định khối lượng của vệ tinh đó được không ? Chúng ta có thể sử dụng nó để tìm khối lượng của Trái Đất được không ?
- 11 Xét hai vệ tinh nhân tạo B và C trên quỹ đạo tròn xung quanh Trái Đất. Bán kính của quỹ đạo vệ tinh C lớn gấp hai lần bán kính của quỹ đạo vệ tinh B, $\frac{r_C}{r_B} = 2$. Hãy tìm tỉ số (a) các gia tốc ; (b) các chu kì ; (c) các tốc độ của hai vệ tinh này.
- 12 Khi chuyển động trên quỹ đạo elip xung quanh Mặt Trời với Mặt Trời là tiêu điểm, một hành tinh đi qua điểm gần Mặt Trời nhất (điểm **cận nhật**) và đi qua điểm xa Mặt Trời nhất (điểm **viễn nhật**). Ở điểm nào tốc độ của hành tinh lớn hơn và ở điểm nào tốc độ của nó nhỏ hơn ?
- 13 Nếu một vệ tinh nhân tạo đang quay quanh Trái Đất, liệu có thể nói là mặt phẳng của quỹ đạo này không qua tâm Trái Đất ? Câu trả lời của bạn dựa trên tính chất nào của lực hấp dẫn ?
- 14 Giữa Trái Đất và Kim tinh thì hành tinh nào rơi nhanh hơn về phía Mặt Trời trong một giây ?
- 15 Một quả táo rơi từ trạng thái đứng yên, một con kiến trên mặt đất nói rằng quả táo tăng tốc hướng về Trái Đất và chạm vào Trái Đất. Một con sâu trên quả táo lại nói rằng Trái Đất tăng tốc hướng về quả táo và chạm vào nó. Câu khẳng định nào bạn cho là đúng hơn xét từ quan điểm động lực học, và vì sao ?

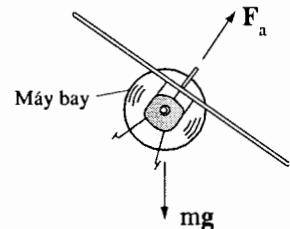
ĐÀI TẬP

Mục 5-1. Động lực học của chuyển động tròn đều

- 1 Tốc độ tối đa của xe ôtô là bao nhiêu khi chạy trên một đường tròn nằm ngang có bán kính là 130m ? Cho biết hệ số ma sát tĩnh μ_s giữa các bánh xe và mặt đường là 0,91.
- 2 Bạn đang thiết kế một con đường cao tốc trong đó có một đoạn đường cong bán kính $R = 310\text{m}$. Nếu các ôtô có dự định chạy với tốc độ 25m/s trên

đoạn cong của đường cao tốc này thì bạn phải tạo ra một góc nghiêng là bao nhiêu ?

- 3** Một máy bay đang bay ngang muốn lượn vòng với tốc độ không đổi thì phải nghiêng cánh một cách thích hợp và lực F_a do không khí tác dụng lên máy bay khi đó sẽ hướng vuông góc với mặt phẳng tạo bởi các cánh và thân máy bay (hình 5-23). Hãy vẽ giản đồ vật - tự do đối với máy bay. (Gợi ý : Chú ý các điểm tương tự với con lắc hình nón trong ví dụ 5-3). Một máy bay đang bay với tốc độ 75m/s để lượn phải nghiêng cánh một góc thích hợp bằng 28° . Bán kính của vòng lượn phải bằng bao nhiêu ?
- 4** Xác định chu kì của con lắc hình nón với chiều dài $L = 1,00\text{m}$ và dao động với góc $\theta = 30^\circ$?
- 5** Một xe ôtô có khối lượng 875kg rẽ ở một góc đường có bán kính cong là $R = 15\text{m}$. Tốc độ của xe là $v = 7,5\text{m/s}$ và mặt đường là nằm ngang. Xác định độ lớn (a) gia tốc của xe ; (b) lực ma sát tác dụng lên xe ; (c) lực pháp tuyến tác dụng lên xe ; (d) lực tiếp xúc tác dụng lên xe. (e) Xác định góc giữa lực tiếp xúc và phương thẳng đứng.
- 6** Chu kì của một máy quay đĩa (khi đặt ở tốc độ $33\frac{1}{3}$ vòng /phút) là $T = 1,8\text{s}$. Đặt một đồng xu lên đĩa hát và bắt máy quay. Nếu đồng xu đặt cách trực quay một khoảng $0,092\text{m}$ hay gần hơn thì nó sẽ ở nguyên trên đĩa và chuyển động theo đường tròn. Nhưng nếu đồng xu được đặt cách trực một khoảng lớn hơn $0,092\text{m}$ thì nó sẽ trượt ra xa trực quay. Hệ số ma sát tĩnh μ_s giữa đồng xu và đĩa hát là bao nhiêu ?
- 7** Một người đi xe đạp đi trên một cung tròn có bán kính là 65m . Mặt đường nghiêng một góc 14° so với phương ngang và tốc độ của xe là 18m/s . Khối lượng của xe và người là 92kg . Hãy xác định độ lớn của (a) lực pháp tuyến ; (b) lực ma sát và (c) lực tiếp xúc.
- 8** Một trò chơi lí thú là quay một xô nước theo một vòng tròn thẳng đứng sao cho nước không đổ ra khỏi xô dù xô bị dốc ngược tại đỉnh của vòng tròn. Để thực hiện thành công trò chơi này, tốc độ của xô nước phải lớn hơn một tốc độ tối thiểu nào đó. (a) Hãy xác định biểu thức của tốc độ tối thiểu v_m của xô nước tại đỉnh của vòng tròn theo bán kính R của nó. (b) Hãy tính v_m khi $R = 1,0\text{m}$.
- 9** Một cô gái 62kg ngồi trên vòng đu quay đang quay đều. Tại đỉnh của quỹ đạo tròn trọng lượng của cô gái là 210N . Khoảng cách giữa trực của vòng đu và các ghế ngồi là $7,1\text{m}$. (a) Trọng lượng của cô gái tại điểm thấp nhất của quỹ đạo tròn là bao nhiêu ? (b) Tốc độ của cô là bao nhiêu ?



Hình 5-23. Bài tập 3

(c) Chu kì của chuyển động là bao nhiêu ? (Gợi ý : Lực hấp dẫn tác dụng lên cô gái vẫn giữ nguyên trong quá trình chuyển động, nhưng trọng lượng cô gái lại thay đổi).

Mục 5-3. Chuyển động quay của Trái Đất

- 10 Trọng lượng F_w của một vật trong hệ quy chiếu nào đó được định nghĩa là $F_w = mg'$, trong đó g' là gia tốc của vật đối với hệ quy chiếu đó. Hãy chứng tỏ rằng đối với hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất, tại một điểm trên đường xích đạo thì $g' = g - (0,0339 \text{m/s}^2)$, trong đó g là độ lớn gia tốc của vật đối với một hệ quy chiếu quán tính.
- 11 Nếu trọng lượng F_w của một con cá trong hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất tại một điểm trên đường xích đạo là 12,75N thì độ lớn của lực hấp dẫn F_e do Trái Đất tác dụng lên con cá bằng bao nhiêu ?
- 12 Trong khi đang thăm hiểm hành tinh Egabbac, bạn sử dụng một cân lò xo để đo trọng lượng F_w của một mẫu kilôgam chuẩn. Tại một cực bạn thấy $F_w = 12,8 \text{N}$, và ở đường xích đạo bạn thấy $F_w = 10,1 \text{N}$. Chu kỳ quay của hành tinh này xung quanh trục của nó là $8,68 \cdot 10^3 \text{s}$. Giả sử rằng giá trị g là như nhau ở mỗi điểm trên bề mặt Egabbac. Hãy xác định (a) giá trị g trên hành tinh Egabbac và (b) bán kính của Egabbac.

Mục 5-4. Định luật hấp dẫn vũ trụ

- 13 Dùng các số liệu trong cột (1) và (2) của bảng 5-1 để tính (a) a_n và (b) $a_n R^2$ đối với Hoả tinh và Hải vương tinh.
- 14 Chúng ta hãy khảo sát định luật hấp dẫn vũ trụ của Newton đã được trình bày với việc sử dụng các số liệu trong bảng 5-3. Bảng này chỉ ra chu kỳ và bán kính quỹ đạo của bốn Mặt Trăng lớn nhất của Mộc tinh. (a) Xác định a_n cho mỗi Mặt Trăng xung quanh Mộc tinh. (b) Xác định $k_z = a_n R^2$ cho mỗi Mặt Trăng này. (c) nếu bạn giả thiết rằng Mộc tinh đứng yên trong một hệ quy chiếu quán tính và lực chủ yếu tác dụng lên mỗi Mặt Trăng là lực hấp dẫn của Mộc tinh thì bạn có thể nói như thế nào về sự phụ thuộc của lực này vào khoảng cách ? (d) Bạn có thể nói như thế nào về sự phụ thuộc của lực này vào khối lượng của Mộc tinh ?

Bảng 5-3. Các Mặt Trăng của Mộc tinh

Tên	Bán kính quỹ đạo (Mm)	Chu kỳ ngày
Io	421,6	1,769
Europa	670,8	3,551
Ganymede	1070	7,155
Callisto	1882	16,689

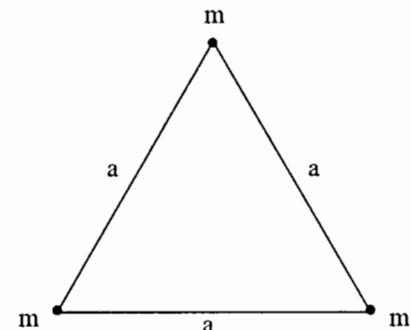
- 15** Bạn đã được đưa vào vũ trụ để làm nhiệm vụ nghiên cứu hệ Mặt Trời của ngôi sao Nikpmup, nó có ba hành tinh chuyển động trên quỹ đạo tròn. Tên của các hành tinh và bán kính quỹ đạo R của chúng xung quanh Nikpmup là như sau : Elppa với $R = 1,22 \cdot 10^{11}$ m ; Mulp với $R = 1,89 \cdot 10^{11}$ m và Hcaepl với $R = 2,45 \cdot 10^{11}$ m. Chu kỳ quỹ đạo của Elppa là $T = 2,00 \cdot 10^7$ s. Xác định chu kỳ quỹ đạo của (a) Mulp và (b) Hcaepl.

Hàng số hấp dẫn G

- 16** Xác định độ lớn của lực hấp dẫn giữa hai quả bi-a có khối lượng $m = 0,16\text{kg}$ khi khoảng cách giữa các tâm của chúng là 450mm.
- 17** Xác định độ lớn của lực hấp dẫn giữa quả bóng bowling có khối lượng 5,2kg và quả bóng chày có khối lượng 0,15kg khi khoảng cách giữa các tâm của chúng là 640mm.
- 18** Xác định độ lớn của lực hấp dẫn tác dụng lên Trái Đất do (a) Mặt Trời (F_{se}) ; (b) Mặt Trăng (F_{me}). (c) Tìm tỉ số $\frac{F_{se}}{F_{me}}$ (xem bảng 5-1 và ví dụ 5-8 để có số liệu).
- 19** Tìm khoảng cách giữa các tâm của quả bóng chày có khối lượng 0,145kg và quả bóng bowling có khối lượng 5,5kg để cho lực hấp dẫn giữa chúng bằng $1,3 \cdot 10^{-10}\text{N}$?
- 20** Một vật có khối lượng 1kg ở khoảng cách nào tính từ tâm Trái Đất có trọng lượng 1N ? Nếu thả vật từ trạng thái đứng yên ở vị trí có khoảng cách này thì gia tốc ban đầu của nó bằng bao nhiêu ?
- 21** Xác định độ lớn của lực hấp dẫn giữa Trái Đất và Hoả tinh khi (a) Hoả tinh ở phía Tây vào lúc rạng đông, (b) Hoả tinh ở phía Đông vào lúc rạng đông, (c) Hoả tinh ở trên đỉnh đầu vào lúc rạng đông (xem bảng 5-1).
- 22** Bán kính của Hoả tinh là 3,4Mm và gia tốc của một vật rơi tự do trên bề mặt của nó là $3,7\text{m/s}^2$. Hãy xác định khối lượng của Hoả tinh. Bỏ qua mọi ảnh hưởng do sự quay của Hoả tinh xung quanh trục của nó.
- 23** Một thiết bị thăm dò Mặt Trời được phóng lên từ Trái Đất và hướng thẳng về Mặt Trời sao cho nó luôn ở khoảng giữa Trái Đất và Mặt Trời. Ở khoảng cách nào tính từ tâm Trái Đất thì lực do Mặt Trời tác dụng lên thiết bị dò này bằng và ngược chiều với lực do Trái Đất tác dụng lên nó ? Khoảng cách này vào khoảng bao nhiêu phần trăm so với khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời ?
- 24** Một thiết bị thăm dò Mặt Trăng có khối lượng 6500kg được phóng lên từ Trái Đất hướng thẳng về Mặt Trăng sao cho nó luôn ở khoảng giữa Trái Đất và Mặt Trăng. Hãy xác định độ lớn của tổng các lực hấp dẫn do Trái Đất và Mặt Trăng tác dụng lên thiết bị thăm dò này khi nó ở vị trí (a)

một phần tư quãng đường đến Mặt Trăng, (b) một nửa quãng đường và (c) ba phần tư quãng đường đến Mặt Trăng.

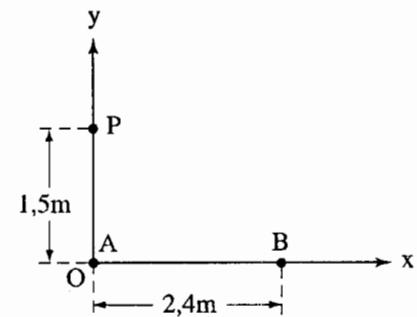
- 25** Trên hình 5-24 có ba hạt cùng khối lượng m ở trên các đỉnh của một tam giác đều cạnh bằng a . Tìm biểu thức độ lớn của lực tác dụng lên mỗi hạt.
- 26** Giả sử rằng Trái Đất có tính đối xứng cầu chính xác với bán kính $R_e = 6,37\text{Mm}$ và $m_e = 5,97 \cdot 10^{24} \text{kg}$. Xác định g ở độ cao $0,02\text{Mm}$ so với mặt đất.



Hình 5-24. Bài tập 25

Mục 5-6. Trường hấp dẫn

- 27** (a) Xác định độ lớn của trường hấp dẫn trên bề mặt của Mặt Trăng. Bán kính Mặt Trăng là $1,74\text{Mm}$ và khối lượng của nó bằng $7,35 \cdot 10^{22}\text{kg}$. (b) Xác định trọng lượng của một nhà du hành có khối lượng 59kg trong một hệ quy chiếu trên bề mặt của Mặt Trăng.
- 28** (a) Xác định độ lớn của trường hấp dẫn trên bề mặt của Hoả tinh. Bán kính của Hoả tinh là $3,4\text{Mm}$ và khối lượng của nó bằng $6,46 \cdot 10^{23} \text{kg}$. (b) Xác định trọng lượng của một nhà du hành có khối lượng 64kg trong một hệ quy chiếu trên bề mặt của Hoả tinh. Bỏ qua mọi ảnh hưởng có thể có do sự quay của Hoả tinh xung quanh trục của nó.
- 29** Trên hình 5-25 hạt A có khối lượng $1,4\text{kg}$ và hạt B có khối lượng $3,1\text{kg}$. Tìm trường hấp dẫn tại điểm P.



Hình 5-25. Bài tập 29

Mục 5-7. Quỹ đạo, tốc độ vệ tinh

- 30** Một vệ tinh của Trái Đất ở trên quỹ đạo tròn bán kính $r = 7,19\text{Mm}$. (a) Tìm tốc độ của vệ tinh. (b) Chu kì của quỹ đạo bằng bao nhiêu ?
- 31** Hãy chứng minh rằng tốc độ một vệ tinh của Trái Đất trên quỹ đạo tròn được biểu thị bằng công thức

$$v = \sqrt{\frac{Gm_e}{R_e + h}}$$

ở đây h là độ cao của vệ tinh so với bề mặt Trái Đất.

- 32** Trong khi đang thám hiểm hành tinh Pilut ở một hệ Mặt Trời khác, bạn đưa một tàu vũ trụ vào quỹ đạo xung quanh hành tinh này ở độ cao

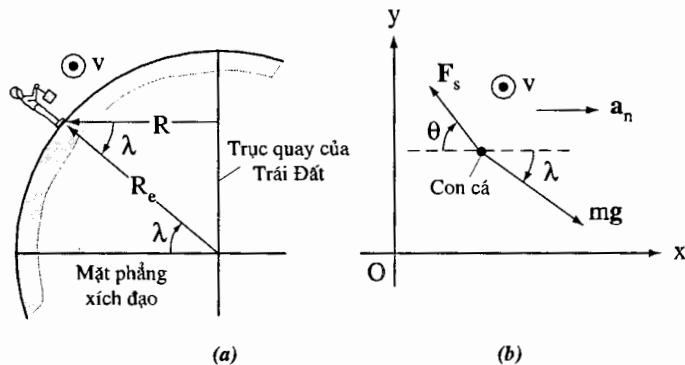
3,54Mm so với bề mặt của nó. Bạn đo được bán kính của hành tinh này là 7,48Mm và chu kì của quỹ đạo là $6,63 \cdot 10^3$ s. Hãy xác định khối lượng của Pilut.

Mục 5-8. Các định luật Kepler và sự phát hiện ra định luật hấp dẫn

- 33 Bốn Mặt Trăng lớn nhất của Mộc tinh có quỹ đạo gần tròn, chu kì và bán kính quỹ đạo của chúng cho trong bảng 5-3. Hãy chỉ ra rằng sự so sánh các quỹ đạo này phù hợp với định luật thứ ba của Kepler.
- 34 Bán kính quỹ đạo Hoả tinh bằng 1,52 lần bán kính quỹ đạo của Trái Đất. Dùng số liệu này trong định luật thứ ba của Kepler để tìm chu kì quỹ đạo của Hoả tinh, tính theo năm.

BÀI TẬP NÂNG CAO

- I** **Trọng lượng con cá ở vĩ độ λ .** Chúng ta hãy khảo sát trọng lượng của một con cá trong hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất ở vĩ độ λ (hình 5-26a). Biết độ lớn F_s của lực do cân tác dụng lên con cá bằng trọng lượng F_w và giả sử rằng hệ quy chiếu tâm Trái Đất thực chất là quán tính. (a) Hãy chứng tỏ rằng gia tốc hướng tâm của cá đối với hệ quy chiếu tâm Trái Đất là :



Hình 5-26. Trọng lượng của một con cá trong hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất ở vĩ độ λ . (a) Con cá được treo trên một cát lò xo. (b) Giản đồ vật - tự do đối với con cá. Vì có gia tốc hướng tâm của con cá đối với hệ quy chiếu tâm Trái Đất (coi là quán tính) nên lực F_s do cân tác dụng không bằng về độ lớn cũng như không ngược chiều với lực hấp dẫn $F_e = mg$ do Trái Đất tác dụng lên cá.

$$a_n = \frac{4\pi^2 R_e \cos \lambda}{T_e^2}$$

trong đó T_e là chu kì quay của Trái Đất đối với trục của nó ($T_e = 8,616 \cdot 10^4$ s) và R_e là bán kính Trái Đất ($R_e = 6,37$ Mm). (b) Trong giản đồ vật - tự do của con cá (hình 5-26b), trục x song song với mặt phẳng xích đạo và hướng tới trục quay của Trái Đất. Lưu ý rằng F_s không ngược hướng với lực hấp dẫn $F_e = mg$ bởi vì gia tốc hướng tâm hướng dọc theo i. Hãy sử dụng giản đồ vật - tự do để chứng tỏ rằng :

$$F_s \cos \theta = mg(1 - \alpha) \cos \lambda$$

$$\text{và } F_s \sin \theta = mg \sin \lambda$$

trong đó $\alpha = \frac{4\pi^2 R_e}{g T_e^2}$. (c) Hãy sử dụng kết quả của câu (b) và $F_s = F_w$ để chứng tỏ rằng :

$$F_w = mg \sqrt{1 - (2\alpha - \alpha^2) \cos^2 \lambda}$$

(Gợi ý : Khử θ bằng cách bình phương mỗi phương trình sau đó cộng chúng lại và sử dụng đẳng thức $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$). (d) Hãy chứng tỏ rằng :

$$\tan \theta = \frac{\tan \lambda}{1 - \alpha}$$

(e) Sử dụng các số liệu đã cho, chứng minh $\alpha = 3,5 \cdot 10^{-3}$.

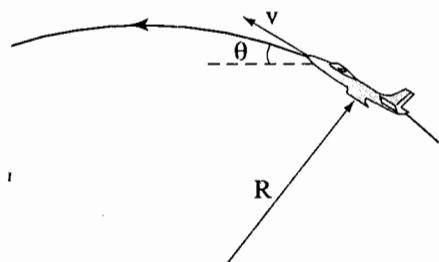
(f) Vì $\alpha \ll 1$ hãy chứng tỏ :

$$F_w \approx mg(1 - \alpha \cos^2 \lambda).$$

(g) Tính F_w và θ khi $\lambda = 45,0^\circ$.

2

Hiện tượng mất trọng lượng trên máy bay. Chúng ta hãy xét một máy bay khi nó đang bay lên, đạt tới độ cao cực đại và sau đó bay xuống sao cho quỹ đạo của nó là một đường tròn thẳng đứng với bán kính R (hình 5-27). Tốc độ không đổi v của máy bay là vừa đủ thích hợp để người phi công mất trọng lượng khi máy bay ở độ cao cực đại. Điều đó có nghĩa là trọng lượng của phi công trong hệ quy chiếu máy bay là bằng 0. Hãy chứng tỏ rằng khi máy bay chuyển động trên vòng tròn này, độ lớn của



Hình 5-27. BTNC 2

lực do máy bay tác dụng lên phi công F_a (chủ yếu do tiếp xúc với ghế) được cho bởi công thức $F_a = 2mg \sin \frac{\theta}{2}$, trong đó m là khối lượng của phi công và θ là góc giữa vận tốc của máy bay và phương ngang. Chú ý rằng $F_a = 0$ khi $\theta = 0$.

3

Hòn đá treo trên sàn quay ngựa gỗ. Trong lúc ở trên sàn quay ngựa gỗ đang quay đều, Lan Anh cầm một sợi dây có treo một hòn đá khối lượng 0,81kg. Khi sợi dây lệch đi so với trực thẳng đứng một góc 15° thì hòn đá đứng yên trong hệ quy chiếu của Lan Anh, cách trực của sàn quay một khoảng là 2,9m. Hãy xác định (a) lực căng của sợi dây, (b) độ lớn gia tốc hướng tâm của hòn đá đối với hệ quy chiếu bề mặt Trái Đất và (c) chu kỳ quay của sàn quay.

4

Lực do Mặt Trời tác dụng lên Trái Đất. Chúng ta hãy xét chuyển động của Trái Đất trong hệ quy chiếu tâm Mặt Trời. **Hệ tâm Mặt Trời** là một hệ quy chiếu mà gốc của nó là cố định đối với tâm Mặt Trời, còn các trục của nó là cố định đối với các ngôi sao ở xa. Bán kính của quỹ đạo Trái Đất xung quanh Mặt Trời là $R = 1,5 \cdot 10^{11}$ m, chu kỳ của quỹ đạo là $T = 1$ năm = $3,16 \cdot 10^7$ s ; khối lượng của Trái Đất $m_e = 5,95 \cdot 10^{24}$ kg. (a) Hãy xác định độ lớn giá tốc hướng tâm của Trái Đất đối với hệ tâm Mặt Trời. (b) Giả sử rằng lực tác dụng chính lên Trái Đất là lực do Mặt Trời, hãy xác định độ lớn của lực này.

5

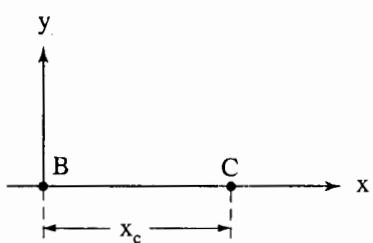
Tính G qua các số liệu của Trái Đất. (a) Hãy tính G với giả thiết là mật độ khối lượng trung bình ρ_e của Trái Đất gần bằng mật độ khối lượng của đá trên bề mặt Trái Đất ($2,7 \cdot 10^3$ kg/m³). Cho $g = 9,8$ m/s² và $R_e = 6,37$ Mm. (b) Cho $m_e = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg, hãy xác định mật độ khối lượng trung bình của Trái Đất.

6

Thám hiểm hành tinh Norc. Khi nghiên cứu hành tinh Norc ở một hệ Mặt Trời khác, chúng ta đã xác định được bán kính của Norc là $9,54 \cdot 10^6$ m và chu kỳ của một vệ tinh trên quỹ đạo tròn xung quanh Norc là $8,09 \cdot 10^3$ s, quỹ đạo tròn này có bán kính $1,476 \cdot 10^7$ m. Hãy xác định (a) khối lượng của hành tinh Norc. (b) mật độ khối lượng trung bình của nó và (c) độ lớn của trường hấp dẫn trên bề mặt Norc. (d) Nếu chu kỳ quay của Norc xung quanh trục của mình là $1,04 \cdot 10^4$ s thì một vật khối lượng 1,0kg ở xích đạo treo vào một cân lò xo sẽ có số chỉ là bao nhiêu ?

7

Trường hấp dẫn dọc theo một trục. Chúng ta xét một trường hấp dẫn tạo bởi hai hạt, hạt B có khối lượng m_B đặt tại gốc toạ độ và hạt C có khối lượng m_C đặt tại vị trí x_C trên trục x (hình 5-28). Tìm phương trình đối với trường hấp dẫn tại các điểm dọc theo trục x ở ba vùng : (a) vùng 1 : $x < 0$; (b) vùng 2 : $0 < x < x_C$; (c) vùng 3 : $x > x_C$. Trong mỗi trường hợp, hãy viết trường hấp dẫn theo vectơ đơn vị \hat{i} .



Hình 5-28. BTNC 7

8

Vị trí 0 đối với g. (a) Với tình huống mô tả trong bài toán trước, hãy tìm phương trình đối với một vị trí mà trường hấp dẫn bằng 0 (vị trí 0). (b) Tìm vị trí 0 cho trường hợp $m_B = 2$ kg ; $m_C = 8$ kg và $x_C = 6$ m. (c) Vẽ đồ thị của trường hấp dẫn trong trường hợp ở trong $-6m < x < +12m$.

9

Tìm chu kỳ của vệ tinh từ các quan sát ở mặt đất. Giả sử bạn đang ở xích đạo và đang quan sát một vệ tinh nhân tạo trên quỹ đạo tròn trong mặt phẳng xích đạo. Vệ tinh này bay trên đầu bạn từ Đông đến Tây và bạn đo

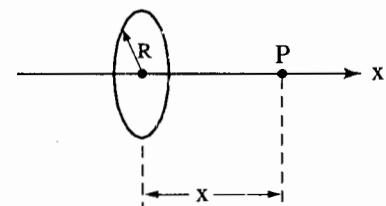
được một khoảng thời gian $1,055 \cdot 10^4$ s giữa hai lần ngắm liên tiếp ngay trên đỉnh đầu bạn. (a) Tính chu kì của vệ tinh. (b) Bán kính của quỹ đạo là bao nhiêu? (c) Tốc độ của vệ tinh bằng bao nhiêu? (d) Tính gia tốc của vệ tinh. (Gợi ý: Chắc chắn phải tính tới sự quay của Trái Đất).

- 10** Một biểu thức gần đúng của g xem như là một hàm của độ cao. Giả sử rằng Trái Đất hoàn toàn có tính đối xứng cầu. Hãy chỉ ra rằng g ở độ cao h so với bề mặt có thể được viết :

$$g \approx \left(\frac{Gm_e}{R_e^2} \right) \left(1 - \frac{2h}{R_e} \right) \text{ ở đây } h \ll R_e$$

- 11** **Quỹ đạo địa tĩnh** (geosynchronous orbit). **Hạ điểm** (subpoint) của một vật thể trên bầu trời là một điểm trên bề mặt Trái Đất nằm trên đường nối giữa vật thể đó và tâm của Trái Đất. Nếu một người quan sát đứng ở hạ điểm này thì vật thể ở ngay trên đỉnh đầu. Các vệ tinh thông tin và dự báo thời tiết thường được đặt trên quỹ đạo tròn sao cho hạ điểm dưới của vệ tinh giữ cố định (gần như không đổi). Theo cách đó, sự định vị của vệ tinh trên bầu trời, nhìn từ Trái Đất, luôn giữ cố định (gần như không đổi). Quỹ đạo như thế được gọi là **quỹ đạo địa tĩnh**, vì chu kì của vệ tinh là đồng bộ với chu kì quay của Trái Đất. Hãy xác định bán kính của quỹ đạo địa tĩnh. Mặt phẳng của quỹ đạo này phải như thế nào?

- 12** **Trường hấp dẫn tạo bởi một vật thể có dạng vành.** Ta hãy xét một trường hấp dẫn g tạo bởi một vành mảnh có khối lượng m và bán kính R . (a) Hãy chứng minh rằng tại một điểm nằm trên trực đối xứng của nó (trên hình 5-29 là một điểm trên trực x) thì trường hấp dẫn có biểu thức : $\mathbf{g} = - \frac{Gmx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \mathbf{i}$



(c) Tính T_{\min} đối với một ngôi sao neutron có $\rho = 3 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3$. Một vài ngôi sao neutron có thể có chu kỳ quay rất nhỏ, cỡ khoảng 1s.

- 14** **Tốc độ quỹ đạo suy ra từ định luật thứ hai của Kepler.** Xét một hành tinh chuyển động trên quỹ đạo elip xung quanh Mặt Trời. Điểm mà hành tinh xa Mặt Trời nhất gọi là **điểm viễn nhật** (aphelion), còn điểm mà hành tinh gần Mặt Trời nhất gọi là **điểm cận nhật** (perihelion). Gọi r_a và r_p là các khoảng cách từ Mặt Trời đến hành tinh ở các điểm viễn nhật và cận nhật.

(a) Sử dụng định luật thứ hai của Kepler hãy chỉ ra rằng :

$$v_a r_a = v_p r_p$$

ở đây v_a và v_p là các tốc độ của hành tinh tại các điểm viễn nhật và cận nhật.

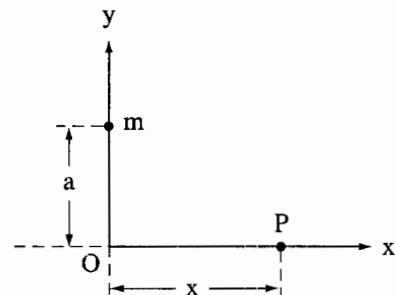
(b) Với sao Thuỷ $r_a = 6,99 \cdot 10^{10} \text{ m}$, $r_p = 4,60 \cdot 10^{10} \text{ m}$ và $v_a = 3,88 \cdot 10^4 \text{ m/s}$, hãy xác định v_p của sao Thuỷ.

- 15** **Trường hấp dẫn g tạo ra bởi một hạt.**

Xét một trường hấp dẫn g tạo ra bởi một hạt có khối lượng m đặt trên trục y ở vị trí $(0, a)$ như trên hình 5-30.

(a) Chứng minh rằng tại các điểm trên trục x thì

$$\mathbf{g} = -\frac{Gmx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \mathbf{i} + \frac{Gma}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \mathbf{j}$$



Hình 5-30. BTNC 15

(b) Chứng minh rằng g_x sẽ cực tiểu tại

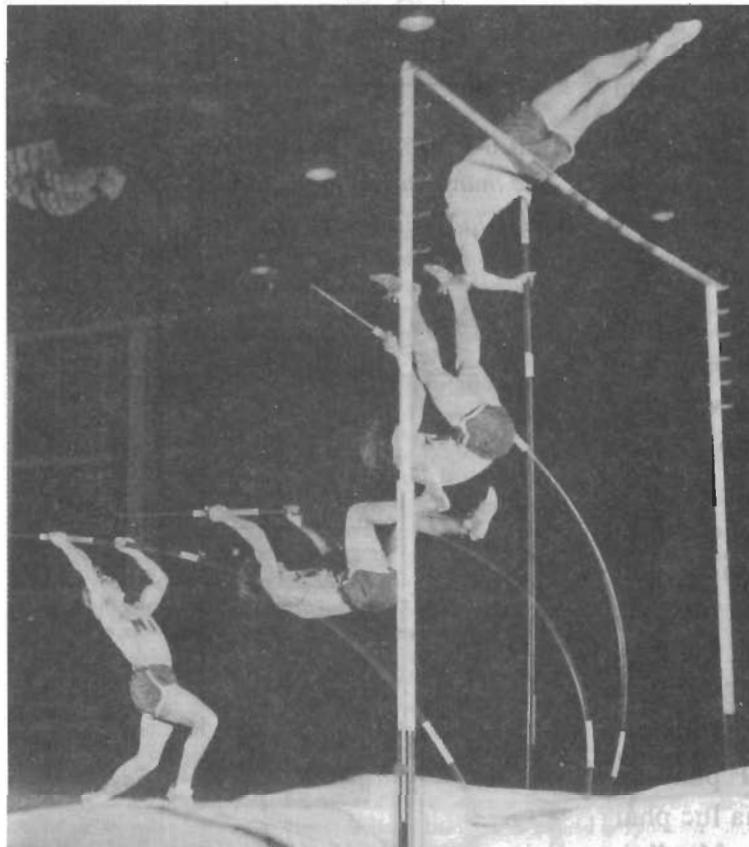
$x = a\sqrt{2}$ và cực đại tại $x = -a\sqrt{2}$.

(c) Vẽ đồ thị của g_x giữa $x = -2a$ và $x = 2a$. (d) Chứng minh rằng g_y cực đại tại $x = 0$. (e) Vẽ đồ thị của g_y giữa $x = -2a$ và $x = 2a$.

CHƯƠNG 6

J. CÔNG THỰC HIỆN BỞI MỘT MÃC KÍCH

CÔNG VÀ NĂNG LƯỢNG



Bức ảnh chụp quá trình nhảy sào của một vận động viên, minh họa các dạng năng lượng khác nhau, bao gồm động năng và thế năng.

Trong các chương trước chúng ta đã trình bày một phương pháp trực tiếp để xác định chuyển động của một hạt. Nếu cho biết vị trí và vận tốc ban đầu của vật thì chúng ta có thể giải bài toán về chuyển động của nó. Về nguyên tắc, cách giải như vậy có thể được áp dụng để tìm chuyển động của mỗi hạt trong một hệ phức tạp gồm nhiều hạt. Tuy nhiên, trong thực tế đó là một nhiệm vụ rất nặng nề và cũng không cần thiết. Thay vào đó ta sẽ tìm một cách mô tả tiến trình của hệ một cách tổng quát hơn. Các khái niệm về công và năng lượng sẽ cung cấp một bức tranh về chuyển động của vật tổng quát hơn và ít chi tiết hơn.

- 6-1. Công thực hiện bởi một lực không đổi
- 6-2. Công thực hiện bởi một lực biến đổi
- 6-3. Định lí về công - động năng
- 6-4. Công suất
- 6-5. Các lực bảo toàn và không bảo toàn
- 6-6. Thế năng
- 6-7. Cơ năng và định luật bảo toàn cơ năng
- 6-8. Các lực không bảo toàn và nội công
- 6-9. Định luật bảo toàn năng lượng
- 6-10. Thế năng của trường hấp dẫn, chuyển động của vệ tinh
- 6-11. Phương pháp giải bài tập

Bài đọc thêm : Công và năng lượng

6-1. CÔNG THỰC HIỆN BỞI MỘT LỰC KHÔNG ĐỔI

Chúng ta sẽ trình bày khái niệm về công bằng việc xét tác dụng của một lực không đổi lên một vật chuyển động trên một đường thẳng. Giả sử bạn kéo một chiếc thùng dọc theo một đường thẳng trên sàn nhà. Gọi F là lực bạn tác dụng lên thùng và $\Delta r = l$ là độ chuyển dịch của thùng (hình 6-1).

Mặc dù còn có các lực khác tác dụng lên thùng ngoài lực F , tạm thời chúng ta chỉ quan tâm tới một lực đó. Công W mà bạn thực hiện lên thùng được định nghĩa bởi :

$$W = Fl\cos\theta = Fl \quad (6-1)$$

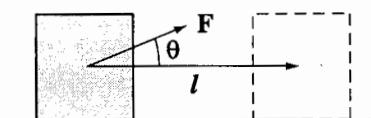
Ở đây F và l là độ lớn của các vectơ F và l .

Công thực hiện bởi một tác nhân khi nó tác dụng một lực F lên một vật bằng giá trị của lực nhân với khoảng cách vật dịch chuyển dọc theo hướng của lực đó.

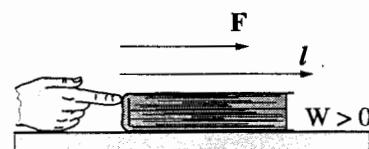
Đơn vị của công trong hệ SI là newton - mét (Nm), chúng ta đặt tên cho nó là "joule" viết tắt là J và phát âm là jun. Đơn vị này được đặt theo tên của nhà bác học James Prescott Joule (1818 - 1899), những công trình của ông đã giúp làm sáng tỏ mối quan hệ giữa công và nhiệt.

Để công được thực hiện thì lực F phải tác dụng lên một vật và điểm đặt của lực phải dịch chuyển. Về một mặt nào đó, định nghĩa này của công phù hợp với ý nghĩa của từ "công" thông dụng hàng ngày. Xét cho cùng thì bạn đã tạo ra một nỗ lực cơ bắp (lực F) để làm chuyển động chiếc thùng. Mặt khác phương trình (6-1) chỉ rõ rằng $W = 0$ nếu $l = 0$. Nếu bạn đẩy một chiếc thùng và nó không chuyển động thì theo định nghĩa của chúng ta bạn không thực hiện công. Về phong diện này định nghĩa công của chúng ta là

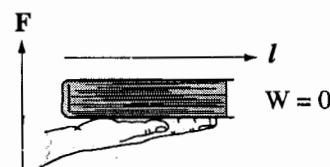
không phù hợp với khái niệm công thông dụng hàng ngày. Điều quan trọng chúng ta cần hiểu là công phụ thuộc vào các hướng tương đối giữa lực và dịch chuyển. Sự phụ thuộc này được chứa đựng trong thừa số $\cos\theta$ trong phương trình (6-1).



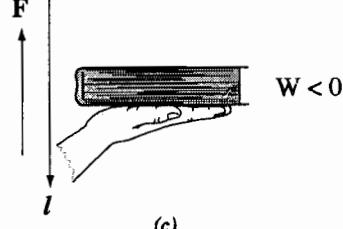
Hình 6-1. Một lực không đổi tác dụng lên một chiếc thùng làm nó dịch chuyển. Công thực hiện bởi lực là $W = Fl\cos\theta$.



(a)



(b)



(c)

Hình 6-2. (a) Một lực thực hiện công dương lên quyển sách. (b) Không có công thực hiện lên quyển sách vì rằng F và l vuông góc với nhau. (c) Lực thực hiện công âm lên quyển sách vì F ngược chiều với l .

Ví dụ, công thực hiện bởi một lực song song với dịch chuyển ($\theta = 0$) đúng bằng tích Fl vì rằng $\cos\theta = \cos 0 = 1$ (hình 6-2a).

Nếu lực tác dụng lên vật vuông góc với dịch chuyển, thừa số $\cos 90^\circ = 0$ và công thực hiện lên vật bằng không. *Công thực hiện bởi một lực hướng vuông góc với dịch chuyển là bằng 0* (hình 6-2b). Nếu góc giữa các vectơ lực và vectơ dịch chuyển lớn hơn 90° thì $\cos\theta$ là âm và công thực hiện bởi lực như vậy cũng âm (hình 6-2c).

VÍ DỤ 6-1

Công thực hiện bởi một sợi dây. Một lực không đổi $17N$ do một sợi dây tác dụng lên một chiếc thùng khi chiếc thùng trượt $2m$ trên sàn theo một đường thẳng. Góc giữa lực tác dụng của sợi dây và đoạn dịch chuyển của thùng là 25° . Công thực hiện bởi sợi dây là bao nhiêu ?

Giải. Áp dụng phương trình (6-1) ta có :

$$W = (17N)(2,0m) \cos 25^\circ = 31J.$$

Trong trường hợp này lực và dịch chuyển cùng hướng về một bên ($\theta < 90^\circ$), vì vậy công thực hiện bởi lực là dương.

VÍ DỤ 6-2

Công thực hiện bởi một số lực. Một chiếc thùng khối lượng $48kg$ được kéo lên $8m$ trên một dốc nghiêng 30° bởi một sợi dây với lực căng không đổi $F_r = 540N$ (hình 6-3). Hệ số ma sát động là $\mu_k = 0,4$. Xác định công thực hiện bởi mỗi lực tác dụng lên thùng. Cho $g = 9,8m/s^2$.

Giải. Chúng ta phân tích các lực dọc theo các trục toạ độ như trên hình 6-3. Lực tác dụng bởi sợi dây có độ lớn $F_r = 540N$, trong khi độ lớn của trọng lượng là $F_e = mg = 470N$. Độ lớn của lực ma sát $F_f = \mu_k F_N = \mu_k F_e \cos 30^\circ = 160N$.

Công thực hiện bởi lực của dây : $W_r = (540N)(8,0m)\cos 0^\circ = 4,3kJ$.

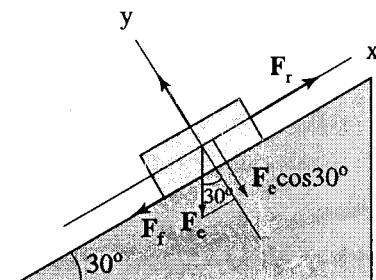
Công thực hiện bởi lực hấp dẫn hoặc trọng lượng bằng :

$$W_e = (470N)(8,0m)\cos 120^\circ = -1,9kJ.$$

Lực pháp tuyến không thực hiện công vì hướng của nó vuông góc với dịch chuyển $W_N = 0J$. Cuối cùng công thực hiện bởi lực ma sát bằng :

$$W_f = (160N)(8,0m)\cos 180^\circ = -1,3kJ.$$

Công thực hiện bởi một lực có thể dương, bằng 0 hoặc âm tùy thuộc vào góc giữa lực và dịch chuyển. Dù công thực hiện bởi lực do bạn tác dụng lên một vật bằng không hoặc âm thì sự mệt mỏi cơ bắp mà bạn chịu đựng cũng giống như khi bạn thực hiện công dương lên vật. Sự mệt mỏi vì cơ bắp không phải là một thước đo đúng đắn về dấu hoặc lượng công mà bạn thực hiện lên vật.



Hình 6-3. Ví dụ 6-2

Bài tự kiểm tra 6-1

Khi thùng trong ví dụ 6-2 lên đến đỉnh dốc thì dây đứt và nó trượt xuống dốc 8,0m. Công thực hiện bởi mỗi lực tác dụng lên thùng bằng bao nhiêu ?

Đáp số : $W_f = -1,3\text{kJ}$; $W_e = 1,9\text{kJ}$; $W_N = 0$.

VÍ DỤ 6-3

Công như là một tích chấm (tích vô hướng). Một vật dịch chuyển theo một đường thẳng với dịch chuyển cho bởi $\vec{l} = (3,0\text{m})\mathbf{i} + (4,0\text{m})\mathbf{j}$. Xác định công thực hiện lên vật bởi một lực không đổi $\mathbf{F} = (8,0\text{N})\mathbf{i} + (8,0\text{N})\mathbf{j}$. Các vectơ này được biểu diễn trên hình 6-4.

Giải. Vì các thành phần của các vectơ đã được cho (chú ý rằng $F_z = 0$ và có $\Delta z = 0$), chúng ta sử dụng phương trình (6-1) để xác định giá trị của công :

$$\begin{aligned} W &= \mathbf{F}\vec{l} = F_x \Delta x + F_y \Delta y \\ &= (8,0\text{N})(3,0\text{m}) + (-8,0\text{N})(4,0\text{m}) = -8,0\text{J}. \end{aligned}$$

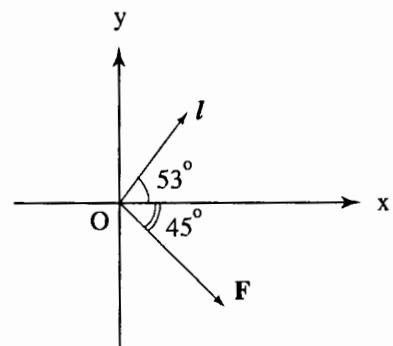
Có thể xác định giá trị của tích chấm bằng cách tìm giá trị của mỗi vectơ và góc của chúng. Sử dụng :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 11\text{N},$$

$$l = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 5,0\text{m}.$$

$$\text{và } \theta = \arctg\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) - \arctg\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = 53^\circ - (-45^\circ) = 98^\circ$$

ta có $W = F l \cos \theta = (11\text{N})(5,0\text{m}) \cos 98^\circ = -8,0\text{J}$.



Hình 6-4. Ví dụ 6-3.

6-2. CÔNG THỰC HIỆN BỞI MỘT LỰC BIẾN ĐỔI

Lực biến đổi một chiều

Để đơn giản chúng ta bắt đầu bằng việc xét trường hợp lực \mathbf{F} hướng dọc theo đường chuyển động thẳng của vật, dọc theo trục x . Như vậy, thành phần của dịch chuyển là Δx và của lực là F_x . Để chứng

tỏ lực biến đổi theo x người ta viết $F_x(x)$. Hình 6-5a biểu diễn một dạng đồ thị của $F_x(x)$ theo x . Công thực hiện bởi một lực như vậy khi vật dịch chuyển từ x_1 đến x_2 bằng bao nhiêu ? Công thực hiện bởi lực biến đổi trên toàn bộ đoạn dịch chuyển từ

x_1 đến x_2 có thể được tính gần đúng bằng cách cộng các công thực hiện trên một số lớn các đoạn dịch chuyển nhỏ. Mỗi khoảng nhỏ được coi là đủ nhỏ để sao cho lực thay đổi không đáng kể khi x thay đổi một lượng bằng Δx . Chúng ta tính gần đúng công ΔW thực hiện bởi lực trên đoạn $\Delta l = \Delta x$ bằng cách tính giá trị của thành phần lực $F_x(x)$ tại điểm giữa \bar{x} của khoảng nhỏ và viết :

$$\Delta W \approx F \Delta l = F_x(\bar{x}) \Delta x$$

Trên hình 6-5a giá trị đó của ΔW bằng diện tích của hình chữ nhật tô đậm chiều cao $F_x(\bar{x})$ và đáy Δx .

Việc cộng các đóng góp do các dịch chuyển nhỏ trong toàn bộ dịch chuyển từ x_1 đến x_2 sẽ cho biểu thức gần đúng của công thực hiện :

$$W \approx \sum F_x(\bar{x}) \Delta x$$

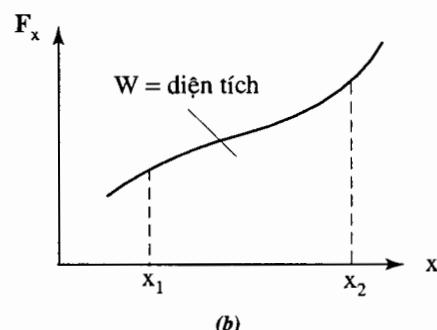
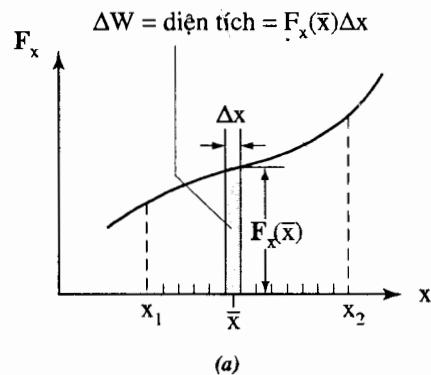
Cho $\Delta x \rightarrow 0$, phép lấy tổng trên trở thành tích phân :

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum F_x(\bar{x}) \Delta x = \int_{x_1}^{x_2} F_x(x) dx$$

Vậy công thực hiện bởi một lực biến đổi khi vật dịch chuyển từ x_1 đến x_2 bằng :

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x(x) dx \quad (6-2)$$

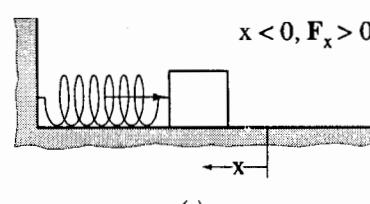
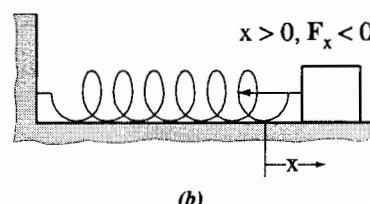
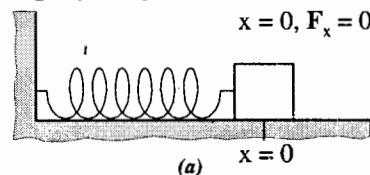
Chúng ta có thể giải thích tích phân trên bằng đồ thị. Giữa các giới hạn x_1 và x_2 công tích phân bằng diện tích phía dưới đồ thị của $F_x(x)$. Đó là diện tích giới hạn bởi đường cong và trục x như biểu diễn trên hình 6-5b. Bảng tóm tắt các phép tính tích phân được trình bày trong phụ lục 5.



Hình 6-5. Diện tích của hình chữ nhật gần đúng bằng công thực hiện trong một dịch chuyển nhỏ.

$\Delta W = F_x(\bar{x}) \Delta x$. (b) Công thực hiện trong dịch chuyển từ x_1 đến x_2 bằng diện tích giới hạn giữa đường cong và trục x .

Lực hồi phục tuyến tính



Hình 6-6. (a), (b), (c). Một lò xo tác dụng một lực hồi phục lên vật.

Bây giờ chúng ta sẽ xét công thực hiện bởi một loại lực quan trọng, **lực hồi phục tuyến tính**. Một lò xo với một độ giãn đúng đắn bảo có thể tác dụng một lực hồi phục tuyến tính. Giả sử một lò xo bị buộc chặt ở một đầu còn đầu kia buộc vào một vật có thể trượt trên mặt phẳng ngang (hình 6-6a). Chúng ta kí hiệu x là vị trí của vật so với vị trí cân bằng. Như vậy x cũng là độ giãn của lò xo như được biểu diễn trên hình 6-6b. Đối với nhiều lò xo, độ lớn của lực tỉ lệ với độ giãn của lò xo như định luật **Hooke** mô tả (Robert Hooke (1635 – 1703), là nhà bác học cùng thời với Newton).

$$F_x(x) = -kx \quad (6-3)$$

Ở đây k là **độ cứng** hay còn gọi là **hằng số lò xo**. Lò xo càng cứng thì hằng số lò xo càng lớn. Đơn vị trong hệ SI của hằng số lò xo là niu-ton trên met (N/m).

Độ lớn của lực tác dụng bởi lò xo tăng tuyến tính với độ giãn hoặc độ nén của lò xo. Nếu lò xo bị giãn (hình 6-6b) thì x dương, F_x âm và F hướng về phía $-i$, như vậy lực có khuynh hướng kéo vật trở lại

VÍ DỤ 6-4

Công thực hiện bởi lực lò xo. Một vật buộc vào một lò xo với hằng số lò xo $k = 2200N/m$ và trượt trên một mặt phẳng ngang. Tính công thực hiện bởi lực lò xo lên vật khi vật chuyển động (a) từ vị trí cân bằng $x_1 = 0$ đến $x_2 = 0,15m$ và (b) từ $x_1 = 0,15m$ đến $x_2 = 0,30m$.

Giải. Từ phương trình (6-4), công thực hiện bởi lò xo bằng $-\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)$. Thay các giá trị bằng số vào ta được :

$$(a) W = -\frac{1}{2}(2200N/m)[(0,15m)^2 - (0m)^2] = -25J.$$

$$(b) W = -\frac{1}{2}(2200N/m)[(0,30m)^2 - (0,15m)^2] = -74J.$$

Chú ý rằng trong các trường hợp (a) và (b) quãng đường vật chuyển động bằng nhau nhưng công thực hiện bởi lò xo lại khác nhau vì lực phụ thuộc vào x .

vị trí cân bằng ($x = 0$). Nếu lò xo bị nén (hình 6-6c) lúc đó x âm, F_x dương và F hướng về phía $+i$. Lực F cũng lại có khuynh hướng kéo vật về vị trí cân bằng. Như vậy lực lò xo là lực hồi phục tuyến tính.

Công thực hiện bởi lực lò xo có thể được tính bằng cách lấy tích phân trong phương trình (6-2). Khi vật chuyển động từ x_1 đến x_2 công thực hiện bởi lực lò xo bằng :

$$\begin{aligned} W &= \int_{x_1}^{x_2} F_x(x)dx = \int_{x_1}^{x_2} (-kx)dx \\ &= -k \int_{x_1}^{x_2} xdx \end{aligned}$$

Ở đây $-k$ được đưa ra ngoài dấu tích phân vì nó là hằng số. Do $\int xdx = \frac{1}{2}x^2$ ta nhận được :

$$W = -\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) \quad (6-4)$$

Chú ý rằng sự xuất hiện của dấu trừ là do lực lò xo ngược chiều với dịch chuyển của vật.

Bài tự kiểm tra 6-2

Công thực hiện bởi lò xo trong ví dụ trên đây bằng bao nhiêu nếu vật chuyển động từ vị trí ban đầu $x_1 = 0,15\text{m}$ đến vị trí cuối x_2 (a) $0,20\text{m}$; (b) $0,00\text{m}$; (c) $-0,15\text{m}$?

Đáp số : (a) -19J ; (b) 25J ; (c) 0J .

Biểu thức tổng quát của công

Bên cạnh việc giải quyết vấn đề lực biến đổi khi vật chuyển động theo một đường thẳng, chúng ta cần nghiên cứu quỹ đạo cong hơn là quỹ đạo thẳng (hình 6-7a). Để tính giá trị của công thực hiện bởi một lực biến đổi cả về giá trị lẫn hướng, chúng ta lại tưởng tượng chia quỹ đạo thành các đoạn nhỏ. Mỗi đoạn có thể được coi gần đúng là một dịch chuyển nhỏ Δl như được biểu diễn trên hình 6-7b. Công thực hiện bởi lực trong mỗi dịch chuyển nhỏ là $\Delta W = F \Delta l$. Chúng ta lấy tổng các công đóng góp bởi các đoạn tạo thành quỹ đạo từ điểm 1 cho đến điểm 2. Tổng đó cho giá trị gần đúng của công $W \approx \sum F \Delta l$. Giới hạn của dây tổng trên khi $\Delta l \rightarrow 0$ được định nghĩa là một **tích phân đường**, $\int F dl$. Tích phân đó cho biểu thức tổng quát của công thực hiện bởi lực tác dụng lên vật khi vật chuyển động dọc theo một quỹ đạo từ 1 đến 2.

$$W = \int_1^2 F \cdot dl \quad (6-5)$$

Việc xác định giá trị của tích phân đường trong phương trình (6-5) không phải bao giờ cũng là một việc dễ dàng. Nếu các thành phần của lực đã biết thì :

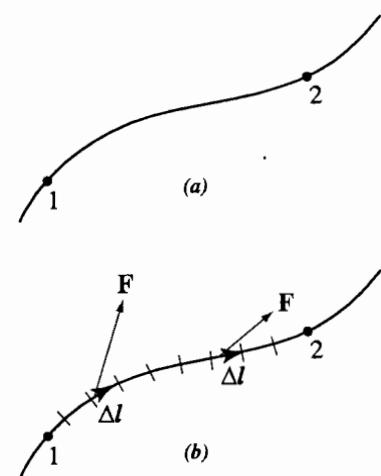
$$F dl = (F_x i + F_y j + F_z k)(dx i + dy j + dz k) = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

và phương trình 6-5 có thể biểu diễn dưới dạng :

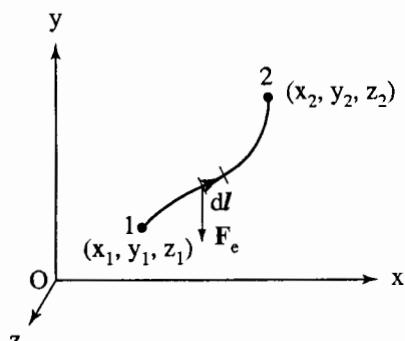
$$W = \int_1^2 (F_x dx + F_y dy + F_z dz) \quad (6-6)$$

Mỗi thành phần của lực có thể phụ thuộc vào các toạ độ (x, y, z) chúng thay đổi khi vật chuyển động trên quỹ đạo.

Một ví dụ đơn giản nhưng quan trọng là công thực hiện bởi **trọng lượng** của một vật F_e khi vật chuyển động theo quỹ đạo bất kì từ điểm (x_1, y_1, z_1) đến điểm (x_2, y_2, z_2) . Cả hai điểm đều ở gần mặt đất và trục y được chọn thẳng đứng hướng lên phía trên. Một quỹ đạo tượng trưng để tính công đó được vẽ trên hình 6-8, trong đó cho thấy trọng lượng



Hình 6-7.



Hình 6-8. Một vật dịch chuyển theo một quỹ đạo bất kì từ 1 đến 2. Công thực hiện bởi trọng lượng đối với một dịch chuyển vô cùng bé là $F_e dl$.

tác dụng lên vật làm vật dịch chuyển một đoạn dl . Vật còn chịu tác dụng của các lực khác nhưng chúng ta chỉ nghiên cứu công thực hiện bởi lực hấp dẫn. Khi áp dụng phương trình (6-6) chúng ta chú ý rằng lực hấp dẫn chỉ có thành phần theo trục y , $F_{ey} = -mg$ và $F_{ex} = F_{ez} = 0$ khi đó $\int \mathbf{F} dl = (0)dx + F_{ey}dy + (0)dz = (-mg)dy$. Vì lực chỉ có một thành phần và nó là hằng số nên tích phân trong phương trình (6-6) trở thành tích phân một chiều đơn giản :

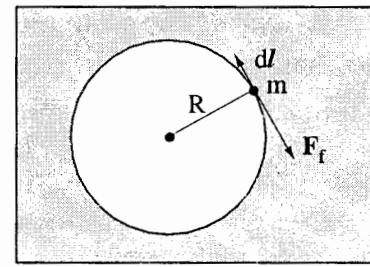
$$W_e = \int_1^2 \mathbf{F}_e dl = \int_{y_1}^{y_2} F_{ey} dy = \int_{y_1}^{y_2} (-mg) dy = -mg(y_2 - y_1) \quad (6-7)$$

Vì lực hấp dẫn hướng xuống dưới nên nó thực hiện một công âm khi vật đi lên ($y_2 > y_1$) và một công dương khi vật đi xuống ($y_2 < y_1$).

Trong việc tính toán trên đây, quỹ đạo của vật không được chỉ rõ một cách chi tiết. Kết quả vẫn được giữ nguyên đối với bất kì quỹ đạo nào nối điểm đầu 1 và điểm cuối 2. Nói cách khác, **công thực hiện bởi lực hấp dẫn là không phụ thuộc vào con đường nối điểm đầu và điểm cuối.**

VÍ DỤ 6-5

Công thực hiện bởi lực ma sát. Một quả hockey khối lượng 0,4kg chuyển động trên một quỹ đạo tròn bán kính 0,5m trên một mặt bàn nằm ngang được biểu diễn trên hình 6-9. Hệ số ma sát động $\mu_k = 0,24$. Xác định công thực hiện bởi lực ma sát khi bóng chuyển động trên một phần tư vòng quay và cả vòng quay.



Hình 6-9. Ví dụ 6-5.

Giải. Lực pháp tuyến mà mặt bàn tác dụng lên bóng cân bằng với trọng lượng của bóng, $F_N = mg$. Độ lớn của lực ma sát là không đổi và có giá trị $F_f = \mu_k F_N = \mu_k mg$. Hướng của lực ma sát thay đổi liên tục và luôn ngược chiều với vận tốc của bóng. Với một dịch chuyển vô cùng bé dl tiếp tuyến với quỹ đạo tròn ta có :

$$F_f dl = F_f dl / \cos 180^\circ = -\mu_k mg dl$$

ở đây dl là độ lớn của dịch chuyển. Chúng ta sử dụng phương trình (6-5) để tính giá trị của công :

$$W = \int_1^2 \mathbf{F} dl = \int_1^2 (-\mu_k mg) dl = -\mu_k mg \int_1^2 dl$$

Tích phân $\int_1^2 dl = \frac{1}{4}(2\pi R)$ là chiều dài cung tròn đối với một phần tư vòng quay.

Do đó :

$$W = -\mu_k mg \frac{1}{2} \pi R = -(0,24)(0,40\text{kg})(9,8\text{m/s}^2) \frac{1}{2} \pi(0,5\text{m}) = -0,74\text{J.}$$

Công thực hiện bởi lực ma sát là âm vì rằng lực ma sát ngược chiều với dịch chuyển trong mỗi dịch chuyển vô cùng bé.

Khi quả hockey dịch chuyển trên cả vòng tròn thì $\int dl = 2\pi R$ và công thực hiện bởi

lực ma sát $W = -\mu_k mg \cdot 2\pi R = -2,96J$. Ta nhận xét là mặc dù quả bóng lại quay về vị trí cũ nhưng công của lực ma sát không bằng không.

Bài tự kiểm tra 6-3

Xác định công của lực hấp dẫn tác dụng lên bạn nếu bạn (a) sử dụng thang máy đi từ một mức lên một mức khác cao hơn 10m, (b) sử dụng thang máy đi từ một mức xuống một mức khác thấp hơn 10m, (c) trèo lên một ngọn đồi cao 30m và xuống một thung lũng thấp 20m ở phía bên kia đồi. Giả sử khối lượng của bạn là 60kg.

Đáp số : (a) $-5,9kJ$; (b) $5,9kJ$; (c) $-5,9kJ$.

6-3. ĐỊNH LÍ CÔNG - ĐỘNG NĂNG

Chúng ta sử dụng công như thế nào? Ý nghĩa của công trong cơ học là gì? Trong mục này chúng ta sẽ trình bày một định lí cho thấy mối liên hệ giữa công và động năng, năng lượng của chuyển động. Định lí công - động năng này cung cấp cho chúng ta một phương pháp hữu hiệu cho thấy mối liên hệ giữa tốc độ của vật và vị trí của nó cho dù chuyển động của vật phức tạp thế nào đi chăng nữa.

Xét một vật chuyển động trong không gian ba chiều với gia tốc biến đổi a . Công vi phân của lực tổng hợp $\sum F$ thực hiện trên đoạn dịch chuyển dl là $dW = (\sum F)dl$. Theo định luật II Newton $\sum F = ma$, ta có :

$$dW = madl = m \frac{dv}{dt} dl = mv dv$$

Công của lực tổng hợp $\sum F$ từ điểm 1 đến điểm cuối 2 là :

$$W = \int_1^2 (\sum F)dl = \int_1^2 mv dv = \int_1^2 d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad (6-8)$$

Chúng ta định nghĩa $\frac{1}{2} mv^2$ là **động năng K** của vật với khối lượng m và vận tốc v :

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \quad (6-9)$$

Động năng là năng lượng của chuyển động. Theo (6-9), một vật đứng yên có động năng bằng không, một vật chuyển động có động năng dương. Động năng có cùng thứ nguyên với công, trong hệ đơn vị SI đơn vị của nó là jun (J).

Kết quả (6-8) gọi là **định lí công - động năng**, chúng ta có thể phát biểu **định lí công - động năng** như sau :

Công thực hiện bởi lực tổng hợp lên một vật bằng độ biến thiên động năng của vật :

$$W = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2 \quad (6-10)$$

Động năng tăng nếu tổng hợp lực thực hiện công dương lên vật, động năng giảm nếu tổng hợp lực thực hiện công âm. Nếu công tổng cộng bằng không, động năng không đổi.

VÍ DỤ 6-6

Dốc núi. Một xe leo núi đang đứng yên bắt đầu chuyển động xuống phía dưới theo một đường cong (hình 6-10). Xác định tốc độ của xe ở chân dốc. Giả sử rằng công của lực ma sát không đáng kể.

Giải. Vì hiệu ứng ma sát không đáng kể chúng ta chỉ xét hai lực tác dụng lên xe. Một lực là lực hấp dẫn của Trái Đất ; lực kia là lực pháp tuyến do đường tác dụng và giữ cho xe chạy dọc theo quỹ đạo. Lực pháp tuyến không thực hiện công vì trong bất kì một chuyển dịch vô cùng bé dl nào của xe tiếp tuyến với mặt dốc lực pháp tuyến đều vuông góc với dịch chuyển đó. $F_N dl = F_N dl / \cos 90^\circ = 0$. Như vậy trong trường hợp này chỉ có lực hấp dẫn thực hiện công. Theo phương trình 6-7, công thực hiện bởi lực hấp dẫn $W_e = -mg(y_2 - y_1)$ độc lập đối với hình dáng của quỹ đạo, nó chỉ phụ thuộc vào khoảng cách thẳng đứng giữa điểm đầu và điểm cuối. Vì lúc đầu xe đứng yên, $v_1 = 0$ và theo định lí công - động năng :

$$-mg(y_2 - y_1) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}m(0)^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

Từ hình vẽ ta thấy chiều cao quỹ đạo là $h = y_1 - y_2$, chúng ta có thể rút ra :

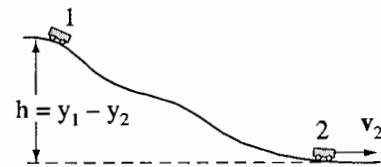
$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

Chú ý rằng tốc độ xe ở chân dốc không phụ thuộc hình dáng của quỹ đạo. Thực ra tốc độ xe cũng vẫn như vậy khi chẳng có quỹ đạo nào cả và xe được thả từ vị trí đứng yên rơi thẳng xuống dưới một độ cao h . Tuy nhiên thời gian cần thiết để xuống dốc và hướng của vận tốc của xe phụ thuộc vào dạng của quỹ đạo.

Bài tự kiểm tra 6-4

Giả sử rằng chiếc xe trong ví dụ trên có tốc độ 5m/s khi nó đi qua điểm cao nhất của quỹ đạo ở độ cao 14m so với mặt đất. Xác định tốc độ của xe khi nó đi qua một điểm ở độ cao 10m so với mặt đất.

Đáp số : 10m/s.



Hình 6-10. Ví dụ 6-6.

VÍ DỤ 6-7

Xe hãm. Một tài xế lái một ôtô khối lượng 1200kg trên một con đường phẳng với tốc độ 18m/s bỗng nhiên phanh lại. Các bánh ôtô bị hãm và ôtô dừng lại sau khi trượt thêm 25m. (a) Công thực hiện lên ôtô bởi lực ma sát của mặt đường bằng bao nhiêu ? (b) Xác định giá trị của lực ma sát, giả sử rằng độ lớn của nó không đổi.

Giải. Từ định lí công - động năng chúng ta có thể xác định ngay công tổng cộng :

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(0)^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \\ &= -\frac{1}{2}(1200\text{kg})(18\text{m/s})^2 = -190\text{kJ}. \end{aligned}$$

Ba lực xuất hiện ở đây là trọng lượng, lực pháp tuyến và lực ma sát. Trong trường hợp này chỉ có lực ma sát là lực thực hiện công.

(a) Công tổng cộng thực hiện bởi lực ma sát là :

$$W_f = W = -190\text{kJ}.$$

(b) Với lực ma sát không đổi và với một dịch chuyển theo một quỹ đạo thẳng, lực ngược chiều với dịch chuyển và công bằng :

$$W_f = F_f \Delta l = F_f(25\text{m})\cos 180^\circ = F_f(25\text{m})(-1).$$

Do đó :

$$F_f = -\frac{W_f}{25\text{m}} = -\frac{-190\text{kJ}}{25\text{m}} = 7,8\text{kN}.$$

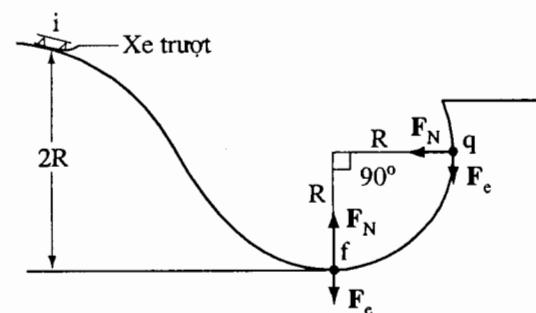
Bài tự kiểm tra 6-5

Xác định công thực hiện bởi lực ma sát tác dụng lên chiếc xe trong ví dụ trên đây khi xe (a) trượt được 12,5m (bằng nửa quãng đường cuối cùng) và (b) bị hãm lại đến 9m/s (bằng nửa tốc độ ban đầu).

Đáp số : (a) – 97kJ ; (b) – 150kJ.

VÍ DỤ 6-8

Xe trượt trên một ngọn đồi. Một xe trượt đang đứng yên bắt đầu trượt từ đỉnh một đồi bằng (hình 6-11). Phần quỹ đạo từ f đến q là một cung tròn bán kính R. Bỏ qua mọi ma sát. (a) Xác định tốc độ xe ở f, điểm thấp nhất của quỹ đạo. (b) Lực pháp tuyến mà đường bằng tác dụng lên xe ở điểm đó bằng bao nhiêu ? (c) Hồi tốc độ và lực pháp tuyến tại điểm q ?



Hình 6-11. Ví dụ 6-8. Một xe trượt chuyển động trên một mặt bằng nhẵn. Các lực ma sát không đáng kể.

Giải. Trước hết ta xét công của lực pháp tuyến tác dụng lên xe. Công này bằng không vì lực pháp tuyến F_N vuông góc với dịch chuyển vô cùng bé dI của xe tiếp tuyến với quỹ đạo. $F_N dI = 0$. Chỉ còn một lực khác là trọng lượng của xe. Công của lực đó cho bởi phương trình (6-7) và không phụ thuộc vào quỹ đạo. Vì lực pháp tuyến không thực hiện công, công tổng cộng bằng công W_e thực hiện bởi lực hấp dẫn.

(a) Đối với chuyển động từ i đến f, $W = W_e = -mg(y_f - y_i)$ và hiệu $y_f - y_i = -2R$. Theo định lí công - động năng :

$$-mg(-2R) = \frac{1}{2}m v_f^2 - \frac{1}{2}m(0)^2 = \frac{1}{2}m v_f^2$$

Giải theo v_f , ta được : $v_f = \sqrt{4gR}$

(b) Từ hình vẽ ta có thể thấy rằng lực tổng hợp tác dụng lên xe ở vị trí f có độ lớn $F_N - F_e = F_N - mg$ và hướng về phía tâm của cung tròn. Lực tổng hợp là lực hướng tâm và theo định luật II Newton, giá trị của nó phải bằng $\frac{mv_f^2}{R}$. Như vậy ta có : $F_N - mg = \frac{mv_f^2}{R}$ hay :

$$F_N = mg + \frac{mv_f^2}{R}$$

Từ phần (a) ở trên, $v_f^2 = 4gR$, do đó $\frac{mv_f^2}{R} = 4mg$. Ở chân đồi, lực pháp tuyến tác dụng lên xe là :

$$F_N = mg + 4mg = 5mg,$$

hay bằng năm lần trọng lượng của xe.

(c) Khi xe chuyển động từ i đến q, công thực hiện bởi lực tổng cộng lại chỉ do lực hấp dẫn và bằng $-mg(y_q - y_i) = mgR$. Áp dụng định lí công - động năng như trước đây, ta được $mgR = \frac{1}{2}m v_q^2$, do đó $v_q = \sqrt{2gR}$. Khi xe đi qua điểm q chỉ có một mình lực pháp tuyến tạo ra lực hướng tâm vì rằng tại đó trọng lượng có phương tiếp tuyến, $F_N = \frac{mv_q^2}{R}$. Vì rằng $v_q = \sqrt{2gR}$ và $v_q^2 = 2gR$, ta có :

$$F_N = \frac{mv_q^2}{R} = \frac{m(2gR)}{R} = 2mg.$$

Bài tự kiểm tra 6-6

Trong phần cuối của ví dụ trên đây, định lí công - động năng được áp dụng cho điểm i và điểm q trong chuyển động của xe. Đáp số của tốc độ xe và lực pháp tuyến tác dụng lên xe tại điểm q sẽ bằng bao nhiêu nếu bạn áp dụng định lí công - động năng cho các điểm f và q ?

$$\text{Đáp số : } v_q = \sqrt{2gR} ; F_N = 2mg.$$

6-4. CÔNG SUẤT

“Công suất” là một từ thông dụng khác mà trong vật lí nó có một ý nghĩa chặt chẽ hơn nhiều so với phát biểu thường ngày. **Công suất là công thực hiện trong một đơn vị thời gian.** Trong một máy, công thường được thực hiện một cách đều đặn, vì vậy sẽ tiện lợi nếu máy được đặc trưng bằng công suất của nó.

Chúng ta định nghĩa công suất trung bình \bar{P} khi công ΔW được thực hiện trong khoảng thời gian Δt bằng :

$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad (6-11)$$

Đơn vị của công suất trong hệ SI là oat (W) với $1W = 1J/s$. Oat được đặt theo tên nhà bác học James Watt (1735-1819), người đã có nhiều đóng góp cải tiến động cơ hơi nước. Watt đã đưa ra khái niệm về mã lực như là một đơn vị công suất để đặc trưng cho tốc độ thực hiện công của các máy. Hiện nay một mã lực (hp) được định nghĩa bằng $1hp = 746W$.

Chúng ta hay sử dụng khái niệm **công suất tức thời** hoặc đơn giản **công suất** hơn là khái niệm công suất trung bình, nó được định nghĩa bằng giới hạn của phương trình (6-11) khi Δt tiến đến 0 :

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad (6-12)$$

Công suất bằng giá trị tức thời của tốc độ thực hiện công. Có thể chứng minh một biểu thức khác của công suất liên quan đến lực thực hiện công và vận tốc của vật. Giả sử một lực F tác dụng lên vật trong một khoảng thời gian nhỏ Δt khi vật chịu một dịch chuyển Δl . Do $\Delta W = F \cdot \Delta l$, công suất trung bình cho bởi :

$$\bar{P} = \frac{F \Delta l}{\Delta t} = F \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

Lấy giới hạn khi Δt tiến tới 0 và chú ý rằng $\frac{\Delta l}{\Delta t} \rightarrow v$, vận tốc của vật. Điều đó chứng tỏ công suất bằng tích của lực và vận tốc :

$$P = Fv. \quad (6-13)$$

VÍ DỤ 6-9

Cấp năng lượng cho thang máy. Một dây cáp thang máy kéo một thang máy chất tải đầy lên cao với tốc độ không đổi $0,75m/s$. Công suất cung cấp bởi dây cáp là $23kW$. Hỏi sức căng của cáp ?

Giải. Lực F_c mà dây cáp tác dụng lên thang máy song song với vận tốc v . Như vậy công suất bằng :

$$P = F_c \cdot v = F_c v \cos 0^\circ = F_c v.$$

Giải theo F_c , ta được :

$$F_c = \frac{P}{v} = \frac{23kW}{0,75m/s} = 31kN.$$

Bài tự kiểm tra 6-7

Tính công dây cáp thực hiện lên thang máy trong ví dụ trên đây trong khoảng thời gian 4,0s.

Đáp số : 42kJ.

VÍ DỤ 6-10

Giá điện năng. Động cơ điện một mã lực ($1\text{hp} = 746\text{W}$) dùng để chạy một bơm liên tục. Hỏi công thực hiện bởi động cơ trong một ngày đêm và tiền điện phải trả bằng bao nhiêu ? Giá điện là 500 đồng cho 1kW.h .

Giải. Vì $1\text{hp} = 0,746\text{kW}$, công thực hiện trong 24 giờ là :

$$\Delta W = (0,746\text{kW})(24 \text{ giờ}) = 18\text{kW.h.}$$

Giá điện cho một ngày đêm vận hành là :

$$(18\text{kW.h}) \left(\frac{500 \text{ đồng}}{\text{kW.h}} \right) = 9000 \text{ đồng.}$$

6-5. CÁC LỰC BẢO TOÀN VÀ KHÔNG BẢO TOÀN

Các lực thực hiện công lên một vật được phân thành các **lực bảo toàn** và **các lực không bảo toàn** với các định nghĩa sau :

Lực bảo toàn là lực mà công thực hiện bởi lực đó bằng không đối với bất kỳ quỹ đạo khép kín nào. Còn lực là **không bảo toàn** khi nó có thực hiện một công lên vật với bất kỳ quỹ đạo khép kín nào.

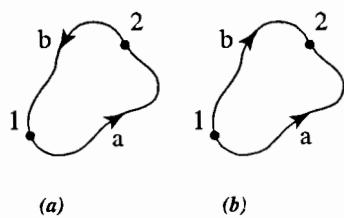
Định nghĩa về lực bảo toàn có thể được biểu diễn dưới dạng một tích phân trên một đường cong khép kín :

$$\oint \mathbf{F} dl = 0 \text{ với quỹ đạo khép kín bất kỳ } (6-14)$$

Chúng ta có thể xét công của lực bảo toàn dọc theo các quỹ đạo bất kỳ nối hai điểm cố định 1 và 2 như trên hình 6-12a thay cho việc sử dụng quỹ đạo khép kín. Do công thực hiện bởi lực bảo toàn dọc theo một quỹ đạo khép kín bằng không

nên công thực hiện dọc theo một quỹ đạo từ 1 đến 2 phải triệt tiêu hoàn toàn công thực hiện dọc theo đường trở lại từ 2 đến 1. Trên hình 6-12b con đường trở lại đã được đổi chiều sao cho cả hai con đường đều xuất phát từ 1 đến 2. Đổi chiều quỹ đạo tương đương với việc thay đổi dl bằng $-dl$ và như vậy sẽ đổi dấu tích phân. Do đó :

$$\int_2^1 \mathbf{F} dl = - \int_1^2 \mathbf{F} dl \text{ hay } \int_{1a2} \mathbf{F} dl = \int_{1b2} \mathbf{F} dl \quad (6-15)$$



Hình 6-12. Công thực hiện bởi lực bảo toàn (a) bằng không đối với quỹ đạo kín, (b) có giá trị như nhau đối với các quỹ đạo cùng điểm đầu 1 và điểm cuối 2.

Như vậy dọc theo bất kì hai quỹ đạo nào nối hai điểm 1 và 2, công thực hiện bởi lực bảo toàn đều như nhau.

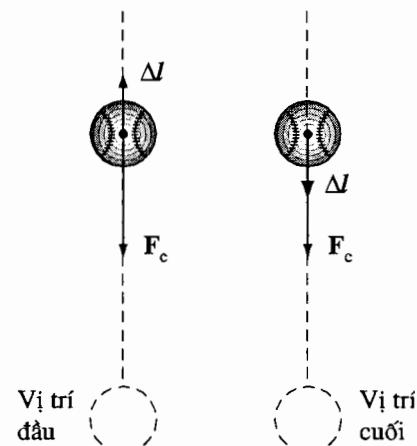
Công thực hiện bởi lực bảo toàn không phụ thuộc vào dạng của các quỹ đạo nối điểm đầu và điểm cuối.

Lực hấp dẫn gần mặt đất là một ví dụ về *lực bảo toàn*. Khi vật chuyển động đi lên như quả bóng trong hình 6-13a, lực hấp dẫn thực hiện công âm (dịch chuyển ngược chiều với lực). Trong hình 6-13b, khi quả bóng đi xuống về lại vị trí ban đầu của nó, lực hấp dẫn thực hiện công dương. Công dương và công âm đó cộng lại bằng không và không một công nào thực hiện đối với chuyển động khép kín. Bạn cũng có thể nhận được kết quả từ phương trình (6-7), $W = -mg(y_2 - y_1)$. Ta có $W = 0$ đối với chuyển động khép kín vì $y_2 = y_1$.

Lực đàn hồi của lò xo $F(x) = -kx$ cũng là một *lực bảo toàn* vì theo phương trình

$$(6-4) : W = -\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2), \text{ với một} \\ \text{chuyển động khép kín } x_2 = x_1 \text{ thì có } W = 0. \text{ Sự triệt tiêu này xảy ra vì lực đàn hồi}$$

của lò xo chỉ phụ thuộc vào vị trí của vật mà không phụ thuộc vào con đường chuyển động. Ngược lại **lực ma sát động** là một *lực không bảo toàn*. Nếu một vật trượt trên bề mặt đứng yên, chiều của lực ma sát luôn ngược chiều với vận tốc của vật. Lực ma sát thực hiện công âm lên vật trong suốt quá trình chuyển động và đối với chuyển động khép kín công không thể bằng không (xem ví dụ 6-5).



Hình 6-13. Lực bảo toàn. Lực hấp dẫn của Trái Đất thực hiện (a) công âm lên quả bóng lúc bóng đi lên và (b) công dương lên quả bóng lúc bóng đi xuống. Công trong chuyển động khép kín bằng 0.

6-6. THẾ NĂNG

Vì công thực hiện bởi lực bảo toàn $W = \int_1^2 F dl$ không phụ thuộc vào con đường nối điểm đầu và điểm cuối, nó chỉ phụ thuộc vào hai điểm đầu và cuối. Điều đó có nghĩa là công thực hiện bởi một lực bảo toàn được viết như là một đại lượng nào đó tính ở điểm đầu trừ đi đại lượng đó tính ở điểm cuối. Đại lượng đó gọi là **thế năng** U . Như vậy độ thay đổi của thế năng bằng công của lực bảo toàn lấy với dấu âm :

$$U_2 - U_1 = - \int_1^2 F dl \quad (6-16)$$

Chúng ta sẽ vận dụng những kết quả trên để khảo sát thế năng của những lực bảo toàn quen thuộc và quan trọng.

Thế năng hấp dẫn ở gần mặt đất : khi một vật có khối lượng m chuyển động từ điểm có độ cao y_1 đến điểm có độ cao y_2 thì độ thay đổi thế năng bằng :

$$U_2 - U_1 = - \int_1^2 F dl, \text{ theo công thức (6-7)} \\ \text{ta có :}$$

$$U_2 - U_1 = mg(y_2 - y_1) = mgy_2 - mgy_1$$

Thế năng có thể lấy bằng 0 tại một điểm do chúng ta chọn, gọi là **gốc thế năng**. Ví dụ chúng ta thường chọn gốc thế năng ở mặt đất $y = 0$, nghĩa là $U = 0$ ở $y = 0$.

Khi đó ta có thể coi thế năng tại một điểm bằng hiệu thế năng giữa điểm đó và điểm gốc. Vậy thế năng của vật ở độ cao y là :

$$U = mgy \quad (6-17)$$

VÍ DỤ 6-11

Độ thay đổi của thế năng hấp dẫn. Tính thế năng hấp dẫn của một quyển sách khối lượng 2,1kg ở trên mặt sàn và ở trên một giá cao 2,0m và xác định độ khác nhau của hai giá trị thế năng đó. Thực hiện các phép tính hai lần : (a) chọn gốc ở mặt sàn và (b) chọn gốc ở giá sách.

Giải. Giả sử y_1 là độ cao của quyển sách trên mặt sàn và y_2 là độ cao của nó trên giá sách.

(a) Nếu gốc ở mặt sàn thì $y_1 = 0$ và $y_2 = 2,0m$. Sử dụng phương trình 6-17 ta có

$$U_1 = mgy_1 = 0$$

$$\text{và } U_2 = mgy_2 = (2,1\text{kg})(9,8\text{m/s}^2)(2,0\text{m}) = 41\text{J}.$$

Độ khác nhau của thế năng là :

$$U_2 - U_1 = 41\text{J} - 0 = 41\text{J}.$$

(b) Khi chọn gốc ở trên giá, toạ độ của sàn là $y_1 = -2,0m$ và của giá là $y_2 = 0$. Các giá trị của thế năng ở hai vị trí đó sẽ khác các giá trị của phần (a) vì rằng gốc các toạ độ đã khác. Ở mặt sàn thế năng của sách bằng :

$$U_1 = mgy_1 = (2,1\text{kg})(9,8\text{m/s}^2)(-2,0\text{m}) = -41\text{J}.$$

Ở trên giá, thế năng của sách $U_2 = mgy_2 = 0$. Độ khác nhau hoặc độ thay đổi của thế năng bằng :

$$U_2 - U_1 = 0 - (-41\text{J}) = 41\text{J},$$

cũng giống như trong trường hợp (a).

Bài tự kiểm tra 6-8

Chọn gốc hệ toạ độ trong ví dụ trên đây ở chính giữa độ cao của sàn và giá sách. Xác định thế năng hấp dẫn của sách ở trên mặt sàn và trên giá. Hỏi độ thay đổi của thế năng giữa sàn và giá sách ?

Đáp số : -21J ; 21J ; 41J .

Thế năng đàn hồi

Định luật Hooke đối với trường hợp lò xo lí tưởng, $F(x) = -kx$, cho chúng ta một ví dụ khác về lực bảo toàn một chiều. Thế năng liên quan đến lực đó được gọi là **thế năng đàn hồi** của lò xo.

Công thực hiện bởi lò xo đã được tính theo phương trình (6-4) :

$W = -\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)$. Từ phương trình $U_2 - U_1 = -W$ ta có :

$$U_2 - U_1 = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 \quad (6-18)$$

Bằng việc chọn gốc thế năng tại $x = 0$, chúng ta có thể lấy U_2 bằng $\frac{1}{2}kx_2^2$ và U_1 bằng $\frac{1}{2}kx_1^2$:

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \quad (6-19)$$

Thế năng không bao giờ âm vì nó tỉ lệ với bình phương của x . Nếu lò xo bị nén, x âm thế năng vẫn lại có giá trị dương. Thế năng chỉ bằng 0 nếu $x = 0$, ứng với lúc lò xo được thả lỏng.

6-7. CƠ NĂNG VÀ ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG

Hệ bảo toàn cơ năng

Một hệ bao gồm vật được nghiên cứu và các vật của môi trường xung quanh tương tác với vật. Trong trường hợp một xe ngựa chạy, hệ quan sát bao gồm xe ngựa, đường dốc và Trái Đất (tương tác với Trái Đất thông qua lực hấp dẫn).

Nếu xe chạy nhanh, sức cản của không khí sẽ đáng kể và không khí xung quanh cũng là một bộ phận của hệ.

Hệ bảo toàn là một hệ mà chỉ có lực bảo toàn thực hiện công lên vật.

Một xe ngựa chạy chậm với các trục được bôi trơn là một ví dụ gần đúng tốt về hệ bảo toàn. Trong trường hợp này lực cản của không khí và ma sát ở các trục là không đáng kể.

Một ví dụ khác về hệ bảo toàn là quả bóng rơi tự do thẳng đứng. Chúng ta bỏ qua sức cản không khí và như vậy chỉ có

lực bảo toàn - lực hấp dẫn của Trái Đất thực hiện công lên quả bóng.

Cơ năng và bảo toàn cơ năng

Theo định lí công - động năng, độ biến đổi động năng của vật bằng công của lực tổng hợp thực hiện lên vật. Công thực hiện bởi lực bảo toàn không phụ thuộc vào quỹ đạo và bằng độ thay đổi của thế năng lấy với dấu âm. Kết hợp các kết quả này, ta có $K_2 - K_1 = W_{tc} = -(U_2 - U_1)$. Sắp xếp lại biểu thức cuối cùng ta được $K_2 + U_2 = K_1 + U_1$, hay :

$$E_2 = E_1 \quad (6-20)$$

ở đây $E = K + U$ là **cơ năng của hệ**. Cơ năng là bảo toàn vì rằng chỉ có các lực bảo toàn thực hiện công và công tổng cộng có thể được viết dưới dạng độ thay đổi của thế năng lấy với dấu âm.

Nếu chỉ có các lực bảo toàn thực hiện công, cơ năng của hệ là bảo toàn.

Phương trình (6-20) biểu diễn bảo toàn cơ năng đối với một hệ. Phương trình đó cho mối liên hệ giữa tốc độ của vật và vị trí của nó. Trong quá trình chuyển động,

VÍ DỤ 6-12

Bảo toàn cơ năng. Một hòn đá khối lượng 2,0kg được ném thẳng đứng lên cao với tốc độ ban đầu $v_1 = 8,0\text{m/s}$ (hình 6-14). Bỏ qua sức cản của không khí để coi hệ chỉ gồm vật và trường hấp dẫn của Trái Đất. (a) Xác định cơ năng của hệ. (b) Hỏi hòn đá lên được đến độ cao nào và thế năng của hòn đá ở độ cao cực đại bằng bao nhiêu? (c) Hỏi tốc độ hòn đá khi nó lên đến nửa độ cao cực đại? (d) Mô tả sự thay đổi động năng và thế năng trong quá trình chuyển động.

Giải. Do chỉ có lực bảo toàn là lực hấp dẫn thực hiện công đáng kể nên cơ năng của hệ được bảo toàn. Để thuận tiện, vị trí của hòn đá được đo từ vị trí ban đầu của nó, do đó $y_1 = 0$.

(a) Ở vị trí ban đầu của chuyển động, $v_1 = 8,0\text{m/s}$ và $y_1 = 0$. Động năng và thế năng bằng :

$$K_1 = \frac{1}{2} (2,0\text{kg})(8,0\text{m/s})^2 = 64\text{J}$$

$$U_1 = mg y_1 = mg(0) = 0.$$

Cơ năng của hệ ở vị trí ban đầu và trong suốt cả quá trình chuyển động bằng :

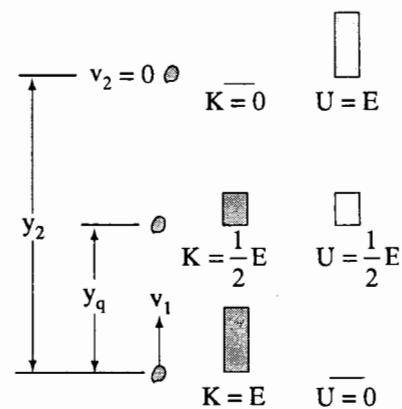
$$E = E_1 = 64\text{J} + 0 = 64\text{J}.$$

(b) Giả sử y_2 là độ cao cực đại của hòn đá. Tại đó tốc độ $v_2 = 0$, do đó động năng $K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 = 0$. Do cơ năng bảo toàn nên bất kì ở đâu $E = E_1 = E_2$ vẫn bằng 64J và :

$$y_2 = \frac{U_2}{mg} = \frac{64\text{J}}{(2,0\text{kg})(9,8\text{m/s}^2)} = 3,3\text{m}.$$

(c) Giả sử $y_q = \frac{1}{2} y_2$ biểu diễn toạ độ ở nửa độ cao cực đại. Tại đó cơ năng gồm một phần động năng và một phần thế năng. Giá trị cơ năng vẫn bằng 64J.

cả động năng và thế năng có thể thay đổi, nhưng tổng của chúng $E = K + U$ là không đổi.



Hình 6-14. Ví dụ 6-12. Một hòn đá được ném lên cao. Khi hòn đá di lên, động năng được biến đổi thành thế năng.

Ta có : $\frac{1}{2} m v_q^2 + mgy_q = 64J$. Thay các giá trị bằng số ta có :

$$\frac{1}{2} (2,0\text{kg}) v_q^2 = 64J - (2,0\text{kg})(9,8\text{m/s}^2) \frac{1}{2} (3,3\text{m})$$

$$v_q^2 = 32\text{m}^2/\text{s}^2 \text{ và } v_q = \pm 5,7\text{m/s.}$$

Sẽ có hai giá trị có thể của vận tốc của hòn đá vì rằng hòn đá đi qua vị trí đó lúc đi lên ($v_{yq} = + 5,7\text{m/s}$) và cả lúc đi xuống ($v_{yq} = - 5,7\text{m/s}$).

(d) Trong chuyển động rơi tự do của hòn đá, cơ năng bảo toàn. Lúc đầu, khi $y_1 = 0$, toàn bộ cơ năng là động năng. Khi hòn đá lên cao, động năng giảm dần và thế năng tăng dần. Tại nửa quãng đường ở điểm q, động năng bằng thế năng. Tại vị trí cao nhất, toàn bộ cơ năng là thế năng vì rằng tại đó $v_2 = 0$.

Bài tự kiểm tra 6-9

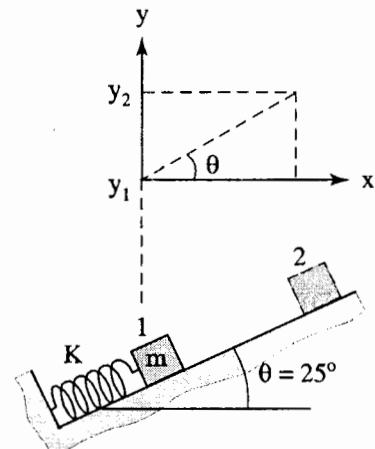
Xác định thế năng, động năng và tốc độ của hòn đá trong ví dụ trên đây khi hòn đá ở vị trí (a) $y_1 = 0,8\text{m}$ và $y_2 = 2,4\text{m}$.

Đáp số : (a) 16J ; 48J ; 7,0m/s ; (b) 47J ; 17J ; 4,1m/s.

VÍ DỤ 6-13

Các biến đổi của thế năng hấp dẫn và thế năng đàn hồi

Một vật có khối lượng 2,1kg được giữ ở đâu một lò xo nhẹ (khối lượng không đáng kể) lò xo bị nén 0,15m, hằng số lò xo $k = 2400\text{N/m}$. Vật được thả ra từ vị trí đứng yên 1 và lò xo bắn vật lên cao trên một mặt phẳng nghiêng 25° như hình 6-15. Vật chuyển động và dừng lại tức thời tại điểm 2. Lực ma sát không đáng kể. Giả sử rằng vật không còn tiếp xúc với lò xo khi lò xo được thả ra. (a) Khoảng cách từ điểm 1 đến điểm 2 trên mặt phẳng nghiêng cách nhau bao nhiêu ? (b) Khi vật chuyển động xuống trên mặt phẳng nghiêng, hỏi tốc độ của vật tại điểm giữa quãng đường 1 và 2 là bao nhiêu ?



Hình 6-15. Ví dụ 6-13. Lò xo bắn vật trên một mặt phẳng nghiêng nhẵn.

Giải. Có ba lực tác dụng lên vật. Trong ba lực đó lực lò xo và trọng lực là các lực bảo toàn. Lực pháp tuyến không thực hiện công vì rằng nó vuông góc với chuyển dịch của vật. Do chỉ có các lực bảo toàn thực hiện công, cơ năng bảo toàn. Có hai phần đóng

góp vào thế năng, thế năng đàn hồi của lò xo và thế năng hấp dẫn. Chúng ta đo toạ độ thẳng đứng y từ vị trí ban đầu 1, do đó $y_1 = 0$. Giá trị ban đầu của thế năng đàn hồi bằng $\frac{1}{2}(2400\text{N/m})(0,15\text{m})^2 = 27\text{J}$.

(a) Giả sử vật thả ra từ vị trí đứng yên tại 1 và chuyển động đến đứng yên tại 2. Động năng ở cả hai điểm đó đều bằng không. Gọi y_2 là độ cao tại điểm 2, thế năng hấp dẫn tại đó là mgy_2 . Thế năng đàn hồi tại 2 bằng không vì rằng lò xo đã được thả tự do và ở lại phía sau. Định luật bảo toàn cơ năng cho $mgy_2 = 27\text{J}$. Thay các giá trị bằng số ta tìm được độ cao tại điểm 2 là $y_2 = 1,3\text{m}$. Nếu s là khoảng cách đo dọc theo mặt phẳng nghiêng, y_2 liên quan với s theo hệ thức $y_2 = ss\sin\theta$, hay :

$$s = \frac{1,3\text{m}}{\sin 25^\circ} = 3,1\text{m}$$

(b) Khi vật quay lại được nửa quãng đường, lò xo vẫn được thả lỏng, cơ năng của vật bằng 27J được phân thành động năng và thế năng hấp dẫn. Giả sử h là kí hiệu điểm giữa đó thì :

$$\frac{1}{2}mv_h^2 + mgy_h = 27\text{J}$$

với $y_h = \frac{1}{2}y_2 = \frac{1}{2}(1,3\text{m})$. Giải ra ta được $v_h = 3,6\text{m/s}$.

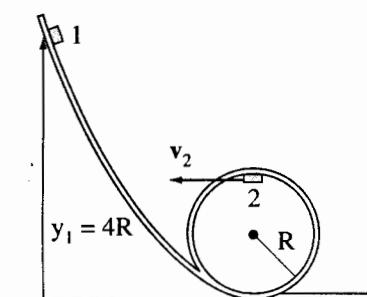
Bài tự kiểm tra 6-10

Giả sử lò xo trong ví dụ trên đây lúc ban đầu bị nén lại $0,30\text{m}$. (a) Vật sẽ trượt trên một mặt phẳng nghiêng được một đoạn bằng bao nhiêu ? (b) Hồi tốc độ của vật khi nó lên được nửa quãng đường ?

Đáp số : (a) 12m ; (b) $7,2\text{m/s}$.

VÍ DỤ 6-14

Quỹ đạo dạng thòng lọng. Một khối băng nhỏ khối lượng m trượt không ma sát trên một quỹ đạo thòng lọng như trên hình 6-16. Khối băng bắt đầu chuyển động từ vị trí đứng yên ở độ cao $y_1 = 4R$. (a) Hồi tốc độ của khối băng tại điểm 2, điểm cao nhất của vòng tròn thòng lọng ? (b) Hồi lực pháp tuyến tác dụng lên khối băng tại điểm đó bằng bao nhiêu ?



Hình 6-16. Ví dụ 6-14

Giải. Trong bất kì chuyển động vô cùng bé nào của khối băng dọc theo quỹ đạo, lực pháp tuyến không thực hiện công vì nó vuông góc với dịch chuyển. Bỏ qua ma sát,

chúng ta thấy rằng chỉ có trọng lượng của khối băng thực hiện công và nó là lực bảo toàn. Trong chuyển động đó cơ năng là bảo toàn.

(a) Tại điểm 1 tốc độ $v_1 = 0$ và $y_1 = 4R$. Tại điểm 2 ta phải xác định v_2 với $y_2 = 2R$. Áp dụng phương trình 6-20, chúng ta cho cơ năng tại hai điểm 1 và 2 bằng nhau :

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

hay

$$\frac{1}{2} m v_2^2 + mg(2R) = \frac{1}{2} m v_1^2 + mg(4R)$$

Do đó động năng của khối băng tại điểm 2 bằng : $\frac{1}{2} mv_2^2 = 2mgR$

và tốc độ của nó : $v_2 = \sqrt{4gR}$.

(b) Tại điểm 2 cả hai lực pháp tuyến tác dụng bởi quỹ đạo và bởi trọng lượng của khối băng đều hướng xuống. Hai lực đó tạo thành lực hướng tâm, có giá trị mv^2/R , cần thiết cho chuyển động tròn.

Theo định luật II Newton, có $\Sigma F = ma$:

$$F_N + mg = \frac{mv^2}{R}$$

Thay giá trị $v_2 = \sqrt{4gR}$ ta tìm được $F_N = 3mg$.

Một câu hỏi thú vị là : Từ độ cao cực tiểu nào khối băng được thả ra mà vẫn giữ tiếp xúc với quỹ đạo tại điểm 2 ?

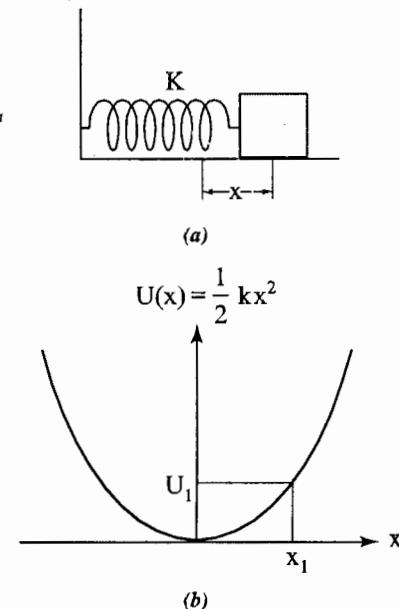
Bài tự kiểm tra 6-11

- (a) Hỏi tốc độ của khối băng trong ví dụ trên đây ở điểm thấp nhất của quỹ đạo tròn ? (b) Hỏi lực pháp tuyến (độ lớn và hướng) tác dụng lên khối băng bởi quỹ đạo tại điểm thấp nhất của vòng tròn.

Đáp số : (a) $\sqrt{8gR}$; (b) $9mg$ hướng lên.

Phân tích bằng đồ thị các hệ bảo toàn

Đối với hệ bảo toàn **một chiều**, việc phân chia cơ năng bảo toàn thành các phần động năng và thế năng có thể được biểu diễn bằng đồ thị. Để đơn giản ví dụ, chúng ta lại xét hệ quen thuộc là con lắc lò xo biểu diễn trên hình 6-17a. Giả sử vật chuyển động không ma sát trên một mặt nằm ngang : vị trí vật được xác định bởi toạ độ x , với lò xo được thả lỏng lúc $x = 0$. Thế năng đàn hồi của lò xo được cho bởi



Hình 6-17. (a) Con lắc lò xo. Toạ độ của vật x biểu diễn độ nén hoặc độ giãn của lò xo. (b) Thế năng đàn hồi của lò xo : $U = \frac{1}{2} kx^2$

phương trình $U = \frac{1}{2}kx^2$. Cơ năng của hệ là bảo toàn vì rằng chỉ có lực lò xo thực hiện công và đó là lực bảo toàn.

Hình 6-17b biểu diễn sự phụ thuộc của thế năng theo x. Giả sử chúng ta cho hệ chuyển động bằng cách kéo vật đến khoảng cách x_m và sau đó thả ra. Giá trị của cơ năng có thể tính được $E = U_m = \frac{1}{2}kx_m^2$. Trong quá trình chuyển động sau đó, cơ năng này được chia thành động năng và thế năng, $E = K + U$.

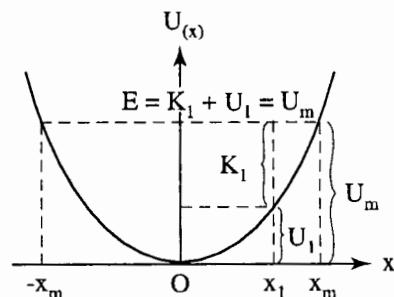
Trong suốt quá trình chuyển động, động năng và thế năng luôn thay đổi nhưng cơ năng được bảo toàn (hình 6-18).

Chúng ta cũng có thể sử dụng đường cong thế năng để nhận được các thông tin về lực bảo toàn tác dụng lên vật. Phương trình 6-16 định nghĩa độ thay đổi thế năng giữa hai điểm bằng tích phân của lực bảo toàn lấy với dấu âm. Do phép tích tích phân là phép tính ngược của phép tính vi phân, chúng ta có :

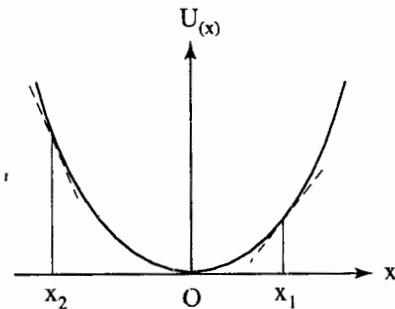
$$F(x) = -\frac{dU}{dx} \quad (6-21)$$

Lực bảo toàn một chiều bằng đạo hàm của thế năng lấy với dấu âm. Để thấy rõ việc sử dụng công thức đó, chúng ta xét hai ví dụ mà lực đã biết. Với một lò xo lí tưởng ; $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$ và $F(x) = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$.

Với thế năng hấp dẫn, $U(y) = mgy$ và $F_y(y) = -\frac{d(mgy)}{dy} = -mg$. Về mặt toán học ý nghĩa của đạo hàm là bằng hệ số góc của tiếp tuyến với đường cong. Vậy lực bằng hệ số góc của tiếp tuyến lấy với dấu âm (hình 6-19).



Hình 6-18. Cơ năng bảo toàn gồm một phần động năng và một phần thế năng : $E = K + U$.



Hình 6-19. Thành phần lực bằng hệ số góc của tiếp tuyến với đường cong lấy với dấu âm : $F(x) = -\frac{dU}{dx}$.

6-8. CÁC LỰC KHÔNG BẢO TOÀN VÀ NỘI CÔNG

Trong mỗi ví dụ của mục trước, chúng ta đã cẩn thận lưu ý rằng chỉ có các lực bảo toàn thực hiện công. Nếu có một lực không bảo toàn, ví dụ lực ma sát, thực

hiện công lên một vật thì cơ năng là không bảo toàn. Trong trường hợp này cơ năng có thể thay đổi trong quá trình chuyển động của vật.

Các lực không bảo toàn

Để thấy rõ cơ năng thay đổi như thế nào chúng ta bắt đầu từ định lí công - động năng $K_2 - K_1 = W_{tc}$, **định lí này đúng đối với mọi loại lực bảo toàn và không bảo toàn.** Chúng ta tách công tổng cộng thực hiện lên vật thành hai loại công :

$W_{tc} = W_{bt} + W_{kbt}$. Phần thứ nhất là công thực hiện bởi lực bảo toàn, nó bằng độ thay đổi của thế năng lấy với dấu âm : $W_{bt} = -(U_2 - U_1)$. Phần thứ hai là công thực hiện bởi các lực không bảo toàn W_{kbt} . Trong trường hợp tổng quát chúng ta không thể tính được công này vì lực không bảo toàn phụ thuộc vào các đặc điểm của chuyển động của vật. Để tính W_{kbt} chúng ta cần biết cả quỹ đạo lăn lực thay đổi như thế nào dọc theo quỹ đạo đó.

Bằng cách phân W_{tc} thành các phần bảo toàn và không bảo toàn, ta có thể viết :

$$K_2 - K_1 = -(U_2 - U_1) + W_{kbt}$$

VÍ DỤ 6-15

Công thực hiện bởi lực ma sát. Một em bé khối lượng 17kg ngồi yên và bắt đầu trượt từ đỉnh một cầu trượt cao 2,0m như trên hình 6-20. Tốc độ em bé lúc xuống chân cầu trượt là 4,2m/s. Hỏi công thực hiện bởi các lực ma sát ?

Giải. Các lực tác dụng lên em bé là trọng lượng, đó là lực bảo toàn, lực pháp tuyến tác dụng bởi bề mặt cầu trượt, lực này không thực hiện công, và các lực ma sát không bảo toàn gây bởi bề mặt cầu trượt và sức cản của không khí. Trong lúc áp dụng phương trình 6-22 ; ta lấy $y_2 = 0$ và $v_2 = 4,2\text{m/s}$; sau đó $y_1 = 2,0\text{m}$ và $v_1 = 0$. Do $U_2 = 0$ và $K_1 = 0$, ta được :

$$\begin{aligned} W_{kbt} &= E_2 - E_1 = K_2 - U_1 \\ &= \frac{1}{2}(17\text{kg})(4,2\text{m/s})^2 - (17\text{kg})(9,8\text{m/s}^2)(2,0\text{m}) \\ &= -180\text{J.} \end{aligned}$$

Ta sắp xếp lại các số hạng của phương trình :

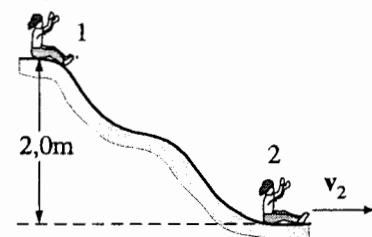
$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1 + W_{kbt}$$

Vì $E_2 = K_2 + U_2$ là cơ năng ở điểm 2 và $E_1 = K_1 + U_1$ là cơ năng ở điểm 1, nên ta có :

$$E_2 = E_1 + W_{kbt} \text{ hay } E_2 - E_1 = \Delta E = W_{kbt} \quad (6-22)$$

Đây là dạng đã được sửa đổi của định lí công - năng lượng. Từ phương trình này chúng ta thấy rằng độ biến thiên của cơ năng, $E_2 - E_1$ bằng công của lực không bảo toàn thực hiện dọc theo quỹ đạo từ 1 đến 2. Chú ý rằng nếu $W_{kbt} = 0$ ta có một trường hợp đặc biệt (không có công thực hiện bởi lực không bảo toàn), lúc đó $E_2 = E_1$ và bảo toàn cơ năng lại có giá trị.

Định lí công - năng lượng được sửa đổi cho phép mô tả chuyển động của vật khi có thêm lực không bảo toàn tham dự.



Hình 6-20. Ví dụ 6-15. Em bé trên cầu trượt.

Dấu trừ của công thực hiện bởi lực ma sát phù hợp với việc cơ năng của hệ giảm.

Bài tự kiểm tra 6-12

Công thực hiện bởi các lực ma sát không bảo toàn trong ví dụ trên đây bằng bao nhiêu nếu em bé bắt đầu trượt từ đỉnh cầu trượt với tốc độ v_1 và có cùng tốc độ đó ở chân cầu ?

Đáp số : – 330J.

Nội công

Trong khi áp dụng các phương pháp liên quan đến công và năng lượng, chúng ta đã giới hạn sự chú ý vào trường hợp của một vật **đơn lẻ**, không thay đổi khi chịu tác dụng của các ngoại lực. Ngoại trừ việc vị trí và tốc độ thay đổi, vật giữ nguyên không đổi, nó hoạt động như một hạt. Tuy nhiên chúng ta cũng có thể nghiên cứu vật phức tạp hơn mà cấu tạo, thành phần hoặc hình dáng của nó chịu những thay đổi. Giả sử một vận động viên leo dây đang leo trên một dây thẳng đứng cố định với một tốc độ không đổi. Thế năng hấp dẫn của vận động viên, $U = mgy$, tăng dần. Do động năng không đổi nên cơ năng, $E = K + U$, cũng tăng dần. Lúc đó sợi dây không thực hiện công lên

vận động viên. Tuy sợi dây có tác dụng lên bàn tay một lực nhưng bàn tay không chuyển động khi nắm lấy sợi dây.

Vậy điều gì đã làm cơ năng của vận động viên tăng ? Công được cung cấp từ đâu ? Trong trường hợp này sự co bóp cơ bắp của vận động viên đã thực hiện công. Như vậy các cánh tay thực hiện công để nâng phần khối lượng còn lại của vận động viên. Đối với vật hay hệ vật, các lực này là các **nội lực** chứ không phải ngoại lực. Công thực hiện bởi các **nội lực** do phần này tác dụng lên phần khác của hệ được gọi là **nội công**. Khi nghiên cứu sự thay đổi cơ năng của hệ chúng ta cần phải xét đến nội công thực hiện bởi các nội lực như vậy.

6-9. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN NĂNG LƯỢNG

Khi xét một số các ví dụ về bảo toàn cơ năng, có thể chúng ta đã quen nghĩ một cách tổng quát rằng năng lượng là một đại lượng bảo toàn. Nếu cơ năng của hệ không bảo toàn do các lực không bảo toàn thực hiện công, chúng ta sẽ tìm cách giải thích sự thay đổi của nó. Ví dụ nếu cơ năng tăng chúng ta sẽ tìm nguồn tăng từ đâu. Nếu cơ năng giảm, chúng ta sẽ tìm phần năng lượng giảm này dưới một dạng khác hoặc ở một chỗ khác.

Giả sử một chiếc thùng bị đẩy trượt ngang qua một mặt sàn với tốc độ ban

đầu v_1 . Cơ năng ban đầu là $E_1 = K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$. Do tác dụng của **ma sát**, chiếc thùng chuyển động chậm dần và dừng lại, cơ năng của nó giảm dần đến 0. Chúng ta suy ra độ mất mát cơ năng đó thông qua công thực hiện bởi lực ma sát không bảo toàn, $E_2 - E_1 = W_{kbt}$ từ phương trình 6-22. Chúng ta cũng giải thích sự giảm cơ năng của chiếc thùng như là một quá trình biến đổi năng lượng, cơ năng đã biến đổi thành một dạng năng lượng khác. Với cách giải thích này thì lượng

năng lượng tổng cộng là không đổi, chỉ có dạng của nó thay đổi. Chúng ta đặt tên cho dạng năng lượng mới này là gì? Từ kinh nghiệm hàng ngày với các lực ma sát, chúng ta có thể cho rằng năng lượng đã được biến đổi đó gắn liền với các thay đổi của chiếc thùng và của sàn nhà. Đặc biệt các đo đạc chứng tỏ rằng nhiệt độ của các bề mặt chúng tăng. Năng lượng đó được gọi là **nội năng** của hệ gồm chiếc thùng và sàn nhà. **Độ tăng của nội năng bằng độ giảm của cơ năng.** Năng lượng tổng cộng của hệ theo cách đó được bảo toàn. Nội năng của một hệ và mối quan hệ của nó với nhiệt độ và “nhiệt” sẽ được xem xét sau này trong chương 13. Trong phần này, chúng ta có thể cho rằng nội năng của hệ gồm động năng và thế năng của các phân tử của hệ đó.

Nội năng, dạng năng lượng ở mức độ **phân tử**, có đặc điểm khác với động năng và thế năng của vật như quả bóng. Việc biến đổi thế năng của quả bóng thành động năng của nó là một việc đơn giản: chúng ta chỉ cần làm rơi quả bóng. Cũng có thể dễ dàng biến đổi cơ năng của hệ bóng - sàn thành nội năng của hệ. Sau khi quả bóng rơi xuống và nảy lên một số ít lần, quả bóng sẽ dừng lại. Cơ năng ban đầu của nó đã biến đổi thành nội năng của bóng và sàn. Tuy nhiên, quá trình ngược lại, biến đổi nội năng thành cơ năng lại không đơn giản. Chúng ta không thể chờ đợi quả bóng lúc đầu nằm yên trên sàn tự động giảm nội năng của nó và từ mặt sàn nảy lên cao. Việc biến đổi cơ năng thành nội năng như mô tả trên đây gắn liền với công thực hiện bởi lực không bảo toàn như lực ma sát. Các quá trình đó có đặc tính diễn ra một chiều và thường được gọi là các **quá trình tiêu tán**, vì rằng cơ năng được biến đổi thành nội năng, dạng năng lượng khó sử dụng hơn của hệ.

Chúng ta sẽ tổng quát hoá các ý tưởng đề xuất trên đây. Xét một hệ kín, hoặc **hệ cô**

lập, đó là hệ mà không có công nào thực hiện bởi các vật ngoài hệ lên nó. Giữa hệ và môi trường xung quanh không xảy ra một sự trao đổi năng lượng nào cả. Chúng ta sẽ nhận dạng **các loại năng lượng khác nhau** của hệ. Đó là động năng chuyển động của các thành phần vĩ mô của hệ. Đó cũng có thể là thế năng tạo bởi các lực đàn hồi lò xo hoặc các lực hấp dẫn. Chúng ta cũng có thể xem xét sự cần thiết phải đưa vào nội năng của các thành phần khác nhau của hệ. Các dạng năng lượng khác như năng lượng sóng âm, điện năng, hoá năng, năng lượng hạt nhân... cũng có thể tham gia đóng góp vào năng lượng tổng cộng. Tóm lại, chúng ta có thể gộp lại tất cả các dạng năng lượng có thể thay đổi theo thời gian. Tổng cộng đóng góp các dạng năng lượng tính ở một thời điểm nào đó được gọi là **năng lượng tổng cộng** của hệ.

Định luật bảo toàn năng lượng của hệ phát biểu rằng năng lượng tổng cộng của một hệ cô lập là bảo toàn.

Các dạng năng lượng khác nhau đóng góp vào năng lượng tổng cộng có thể thay đổi theo thời gian, biến đổi từ dạng này sang dạng khác nhưng tổng của chúng không đổi.

Chúng ta **không chứng minh** định luật bảo toàn năng lượng. Đó là một định luật, cũng như định luật II Newton là một định luật của tự nhiên. Chúng ta chấp nhận sự đúng đắn và giá trị lâu dài của nó khi không có một vi phạm nào bị phát hiện. Với sự hiểu biết của chúng ta chưa có một vi phạm nào xảy ra. Quả thực sự chấp nhận định luật đó mạnh đến mức mà mỗi khi có một vi phạm nào xảy ra, chúng ta sẽ đi tìm một dạng năng lượng trước đây chưa biết để đưa vào cân cân năng lượng. Chính bằng cách đó mà sự tồn tại của hạt nôtrinô, một hạt cơ bản, đã được đề nghị.

VÍ DỤ 6-16

Đất sét nhão và biến đổi năng lượng. Một khối đất sét nhão khối lượng 2,5kg rơi từ độ cao 2m xuống một mặt sàn đứng yên. Khi va chạm, khối đất sét dính vào sàn. Giải thích các biến đổi năng lượng trong chuyển động đó.

Giải. Coi đất sét, sàn, Trái Đất và khí quyển Trái Đất như là hệ cô lập. Do đất sét được thả từ vị trí đứng yên, $K_1 = 0$ và $U_1 = mgy_1$. Ta có :

$$E_1 = U_1 = (2,5\text{kg})(9,8\text{m/s}^2)(2,0\text{m}) = 49\text{J}.$$

Khi dừng lại ($v_2 = 0$) trên mặt sàn ($y_2 = 0$) khối đất sét có **cơ năng** bằng không. Chúng ta phải giải thích rằng 49J cơ năng đã được biến đổi thành các dạng năng lượng khác của hệ. Một phần nhỏ là năng lượng âm thanh vì chúng ta có thể nghe tiếng đất sét đập vào sàn. Do các hiệu ứng tiêu tán của sức cản không khí và của biến dạng của đất sét nên phần lớn của 49J xuất hiện dưới dạng một độ tăng nội năng thể hiện sự tăng nhiệt độ trong các phần của hệ.

Bài tự kiểm tra 6-13

Một quả bóng tennis khối lượng 0,70kg được thả từ vị trí đứng yên ở độ cao 1,24m so với mặt sàn và sau khi nảy một lần trên sàn nó lên đến độ cao 0,61m. Xác định lượng năng lượng tiêu tán.

Đáp số : 0,43J.

6-10. THẾ NĂNG CỦA TRƯỜNG HẤP DẪN, CHUYỂN ĐỘNG CỦA VỆ TINH

Khi một vật ở **gần mặt đất**, ở đó trọng lượng của vật một cách gần đúng có thể coi là không đổi, chúng ta đã sử dụng công thức $U = mgy$ để tính thế năng hấp dẫn. Với các vật ở **xa mặt đất** như các vệ tinh hoặc các con tàu thám hiểm xuyên hành tinh chúng ta phải sử dụng một biểu thức tổng quát hơn để tính thế năng hấp dẫn.

Định luật hấp dẫn của Newton cho biểu thức của lực hấp dẫn tác dụng giữa hai hạt. Với hai vật có kích thước có dạng đối xứng cầu và không cắt nhau khối lượng M và m như trên hình 6-21, lực cũng có dạng tương tự. Từ phương trình 5-2, độ lớn của lực bằng :

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

trong đó r là khoảng cách giữa hai tâm. Để tính thế năng hấp dẫn chúng ta cần phải tính công thực hiện bởi lực này lên một vật khi nó chuyển động đối với vật kia.

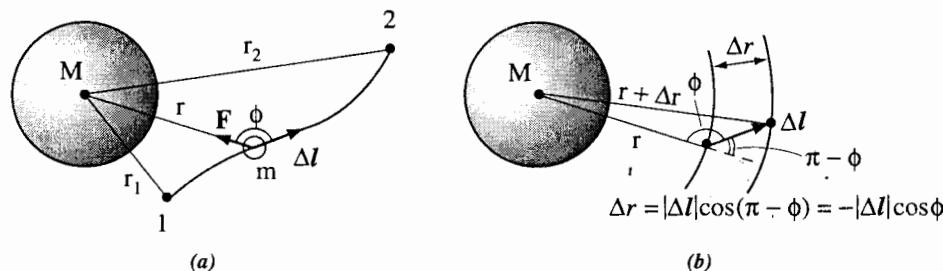
Chúng ta sẽ chỉ ra rằng lực **hấp dẫn** là **lực bảo toàn** và công thực hiện bởi lực đó không phụ thuộc dạng của quỹ đạo. Trên hình 6-22a biểu diễn một dịch chuyển nhỏ Δl (đã được phóng đại cho rõ hơn) cùng với lực tác dụng lên vật khối

lượng m hướng dọc theo đường thẳng nối tâm hai vật. Hình 6-22b cho thấy rằng dịch chuyển Δl làm thay đổi khoảng cách giữa hai vật từ r đến $r + \Delta r$ trong đó : $\Delta r = |\Delta l| \cos(\pi - \phi) = -|\Delta l| \cos\phi$.

Công thực hiện bởi F trong dịch chuyển đó bằng $\int F dl = F |\Delta l| \cos\phi = -F\Delta r$. Công thực hiện trong dịch chuyển như vậy chỉ phụ thuộc khoảng cách r và độ biến thiên Δr ở khoảng cách đó. Với quỹ đạo tổng quát công bằng tích phân :

$$W = \int_1^2 F dl = - \int_{r_1}^{r_2} G \frac{Mm}{r^2} dr \\ = -GMm \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr = GMm \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

Phương trình này cho thấy công thực hiện bởi lực hấp dẫn không phụ thuộc vào hình dạng của quỹ đạo mà chỉ phụ thuộc vào điểm đầu và điểm cuối. Vậy lực hấp



Hình 6-22. (a) Một vật khối lượng m chuyển động dọc theo một quỹ đạo bất kỳ 1 và 2.
(b) Độ biến thiên của khoảng cách r là

$$\Delta r = |\Delta l| \cos(\pi - \phi) = -|\Delta l| \cos\phi.$$

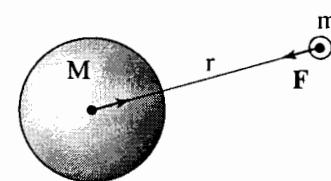
Đồ thị $U(r)$ được biểu diễn trên hình 6-23, ta thấy rằng khi khoảng cách r tăng lên vô cùng thì thế năng $U(r)$ tiến dần đến không. Do thế năng bằng 0 được chọn ở khoảng cách vô cùng của hai vật nên thế năng ở một khoảng cách xác định là nhỏ hơn 0, tức là có giá trị âm. Thế năng $U(r)$ tăng khi khoảng cách r tăng.

dẫn là một lực bảo toàn. Từ phương trình (6-16) ta có :

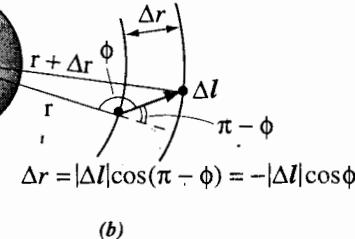
$$U_2 - U_1 = -GMm \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \quad (6-23)$$

Do khoảng cách r giữa hai vật có thể lớn tùy ý, thường người ta quy ước chọn thế năng bằng 0 khi khoảng cách hai vật bằng vô cùng. Với cách chọn như vậy, thế năng hấp dẫn của hai vật cách nhau r bằng :

$$U(r) = - \frac{G Mm}{r} \quad (6-24)$$

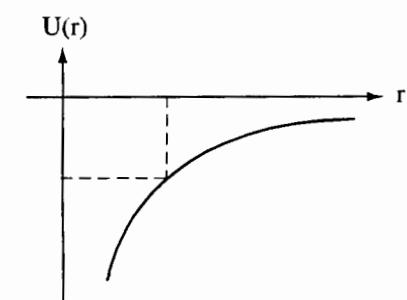


Hình 6-21. Hai vật đối xứng cầu tác dụng các lực hấp dẫn lên nhau.



$$\Delta r = |\Delta l| \cos(\pi - \phi) = -|\Delta l| \cos\phi$$

$$\Delta r = |\Delta l| \cos(\pi - \phi) = -|\Delta l| \cos\phi$$



Hình 6-23. Thế năng hấp dẫn $U = -\frac{GMm}{r}$ là âm và tiến dần tới 0 ở khoảng cách vô hạn.

Xét một vệ tinh khối lượng m trên quỹ đạo quanh Trái Đất. Giả sử rằng vệ tinh được coi như một hạt và Trái Đất có dạng cầu với khối lượng m_e . Thế năng hấp dẫn được tính theo phương trình (6-24) với

$M = m_e$ là : $U(r) = -\frac{Gm_e m}{r}$. Nếu quỹ đạo là elip, lúc đó r và $U(r)$ sẽ thay đổi. Do chỉ có lực hấp dẫn tác dụng lên vệ tinh nên cơ năng là bảo toàn, $K + U = E$, hoặc :

$$\frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{Gm_e m}{r}\right) = E$$

Khi r tăng, thế năng tăng và động năng giảm. Vệ tinh sẽ chuyển động chậm lại khi ra xa Trái Đất và chuyển động nhanh lên khi lại gần Trái Đất.

Với trường hợp đặc biệt của quỹ đạo tròn, thế năng và động năng giữ các giá trị cố định. Chúng ta có thể xác định giá trị động năng và cơ năng đối với chuyển động tròn. Định luật II Newton, $ma = \Sigma F$,

$$\text{cho ta : } \frac{mv^2}{r} = \frac{Gm_e m}{r^2}$$

Nhân phương trình này với $\frac{1}{2}r$, ta có :

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{\frac{1}{2}Gm_e m}{r}$$

Động năng của vệ tinh bằng nửa độ lớn của thế năng : $K = \frac{1}{2}(-U)$. Cơ năng bằng :

$$E = K + U = \frac{1}{2}U = -\frac{\frac{1}{2}Gm_e m}{r} \quad (6-25)$$

Dấu trừ là hệ quả của việc quy ước rằng thế năng bằng 0 lúc hai vật xa nhau vô cùng. Cơ năng của vệ tinh trên quỹ đạo nhỏ hơn 0. Xét giá trị của cơ năng đối với vật không chịu ảnh hưởng của Trái Đất,

lúc $r \rightarrow \infty$. Do $U \rightarrow 0$ và $K \geq 0$ đối với vật tự do nên cơ năng của nó $E = U + K \geq 0$. Như vậy một vệ tinh trên quỹ đạo có năng lượng nhỏ hơn so với vệ tinh tự do và như vậy vệ tinh trên quỹ đạo bị ràng buộc vào Trái Đất. Giá trị tuyệt đối của cơ năng được gọi là **năng lượng liên kết** của vệ tinh. Đó là năng lượng cần cung cấp để giải phóng vệ tinh khỏi sức hút của Trái Đất. Với quỹ đạo tròn, năng

lượng liên kết bằng : $|E| = \frac{1}{2} \frac{Gm_e m}{r}$.

Giả sử chúng ta cung cấp cho vật một năng lượng đủ lớn để nó thoát khỏi Trái Đất. Tuỳ thuộc vào địa điểm ban đầu vật cần có một tốc độ tối thiểu hay **tốc độ thoát**. Chúng ta có thể xác định tốc độ thoát bằng cách sử dụng bảo toàn cơ năng $E_2 = E_1$. Để thoát khỏi Trái Đất, vật có thể chỉ cần tốc độ bằng 0 khi chuyển động đến khoảng cách vô cùng so với Trái Đất ($K_2 = 0$, $U_2 = 0$). Như vậy cơ năng tối thiểu phải bằng không để vượt khỏi sức hút của Trái Đất. Vật

lúc đầu ở khoảng cách r_1 so với tâm Trái Đất ($U_1 = -\frac{Gm_e m}{r_1}$) có tốc độ

thoát v_1 ($K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$), khi đó

$$E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \left(-\frac{Gm_e m}{r_1}\right) = 0.$$

$$\text{Như vậy : } v_1 = \sqrt{\frac{2Gm_e}{r_1}} \quad (6-26)$$

là tốc độ thoát tại vị trí đó. Chú ý rằng tốc độ thoát của vật phụ thuộc khối lượng Trái Đất mà không phụ thuộc khối lượng của vật.

VÍ DỤ 6-17

Năng lượng và các vê tinh. Một vê tinh khói lượng 150kg chuyển động trên quỹ đạo tròn bán kính 7,3Mm quanh Trái Đất. Tính (a) động năng, cơ năng, thế năng và (b) tốc độ quỹ đạo. (c) Hồi tốc độ thoát từ độ cao đó ?

Giải. (a) Thế năng, $U = -\frac{Gm_e m}{r}$, bằng :

$$U = -\frac{(6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{kg}^{-2})(5,98 \cdot 10^{24} \text{kg})(150\text{kg})}{7,3 \cdot 10^6 \text{m}} \approx -8,2 \cdot 10^9 \text{J} = -8,2 \text{GJ}$$

Động năng bằng một nửa độ lớn của thế năng, $K = \frac{1}{2}(-U) = 4,1 \text{GJ}$. Cơ năng bằng :

$$E = K + U = 4,1 \text{GJ} + (-8,2 \text{GJ}) = -4,1 \text{GJ}.$$

(b) Từ giá trị động năng chúng ta có thể tính được tốc độ quỹ đạo :

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} \approx 7,4 \text{km/s}.$$

(c) Tốc độ thoát từ khoảng cách đến tâm Trái Đất đó được tính theo phương trình (6.26) :

$$v_t = \sqrt{\frac{2Gm_e}{r_t}} \approx 10 \text{km/s}.$$

Bài tự kiểm tra 6-14

Một vê tinh quay trên quỹ đạo elíp quanh Trái Đất. Khi ở điểm gần Trái Đất nhất, ở khoảng cách $9,00 \cdot 10^6 \text{m}$ so với tâm Trái Đất, tốc độ của nó bằng 6980m/s . Hồi tốc độ vê tinh khi ở khoảng cách $1,00 \cdot 10^7 \text{m}$ so với tâm Trái Đất ?

Đáp số : 6660m/s .

6-11. PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Các khái niệm về năng lượng và bảo toàn năng lượng cung cấp cho chúng ta các công cụ rất thông dụng và hữu hiệu để giải nhiều bài toán mà chúng ta sẽ gặp trong chương này và các chương sau, cũng như trong khoa học và kỹ thuật nói chung. Tuy nhiên, các công cụ đó không thể được áp dụng một cách tùy tiện. Ví dụ, việc sử dụng phương trình bảo toàn

cơ năng là sai lầm nếu có lực không bảo toàn, như lực ma sát. Các bước liệt kê dưới đây sẽ giúp bạn áp dụng các phương pháp năng lượng một cách có hệ thống khi giải các bài toán.

1. Phân biệt rõ ràng vật hay hệ vật liên quan. Hệ bạn chọn có thể là cô lập - đó là hệ không có công nào (hoặc công không đáng kể) thực hiện lên nó từ các phần của

môi trường ngoài. Ví dụ, một hệ có thể gồm một quả bóng rơi và Trái Đất nếu các hiệu ứng cản của không khí là không đáng kể. Thông thường nên có một bản phác họa giúp phân biệt hệ với môi trường xung quanh.

2. Tìm các lực tác dụng lên các phần khác nhau của hệ và xác định lực nào thực hiện công. Một lần nữa một bản phác họa lại có thể giúp phân loại các lực tác dụng lên hệ. Có hai khả năng :

a) Chỉ có các lực bảo toàn thực hiện công. Khi đó cơ năng của hệ là bảo toàn. Cơ năng là tổng các động năng và thế năng của hệ.

b) Lực không bảo toàn thực hiện công. Khi đó cơ năng của hệ không bảo toàn và một hay nhiều dạng năng lượng khác bị biến đổi. Tìm ra các dạng năng lượng khác như vậy và phụ thêm vào cơ năng để nhận được năng lượng tổng cộng của hệ.

3. Xác định hai thời điểm quan tâm : t_1 và t_2 . Ở các thời điểm đó các số liệu như tốc độ, vị trí đã biết hoặc có thể xác định.

Sử dụng các số liệu đó để xác định biểu thức của năng lượng tổng cộng ở hai thời điểm trên, E_1 và E_2 , và cho chúng bằng nhau : $E_1 = E_2$. Đây là một phương trình mà khi giải có thể tìm được một ẩn số.

4. Nếu có các ẩn số khác, lúc đó hãy xét các nguyên lí khác có thể áp dụng, ví dụ định luật II Newton, để nhận được các phương trình phụ chứa các ẩn số đó.

5. Giải các phương trình với các đại lượng chưa biết. Nếu có thể, hãy giải các phương trình dưới dạng các kí hiệu của các đại lượng đã cho và chờ đến cuối cùng hãy thay giá trị bằng số.

6. Thông thường hãy kiểm tra tính hợp lý của đáp số của bạn. Một cách kiểm tra bổ ích là thay các đại lượng đã biết vào phương trình $E_1 = E_2$ và kiểm tra lại rằng sự bảo toàn được thỏa mãn.

Bài đọc thêm

CÔNG VÀ NĂNG LƯỢNG

Năng lượng là gì ? Công là gì ? Liệu bạn có thể định nghĩa một cách chặt chẽ và ngắn gọn mỗi đại lượng đó không ? Không dễ dàng gì đưa ra các định nghĩa tốt và ít khi một định nghĩa tốt cũng lại cho một sự miêu tả rõ ràng. Đã tồn tại câu chuyện cổ về ý định của Plato định nghĩa con người là “một động vật hai chân không có lông vũ”. Định nghĩa đó rõ ràng không thỏa đáng khi Diogenes đưa ra một con gà con bị vặt lông làm ví dụ con người của Platô.

Trong các sách khoa học cơ bản chúng ta thường thấy năng lượng được định nghĩa như là “khả năng thực hiện công” và công như là “một lực hoạt động qua một khoảng cách”. Cũng như định nghĩa của Platô về con người, các định nghĩa này chỉ có tính chất miêu tả nhưng hầu như không có gì sâu sắc. Chúng ta có thể lập tức nghĩ ngay ra các ví dụ, kiểu con gà vặt lông, khiến ta phải gạt bỏ các định nghĩa đó. Chúng ta không thể hy vọng ở định nghĩa một đại lượng như là công vừa dùng mô tả nó lại vừa cho chúng ta một ý niệm

trực giác của khái niệm. Dĩ nhiên hiểu biết của chúng ta sẽ thu được từ thực tiễn, chúng ta sẽ áp dụng định nghĩa chặt chẽ cho các tình huống khác nhau. Với mỗi lần áp dụng, khái niệm sẽ trở nên rõ ràng hơn, định nghĩa sẽ được hoàn thiện.

Lấy công làm ví dụ. Biểu thức tổng quát của công được biểu diễn bởi tích phân khá nổi tiếng trong phương trình 6-5. Bằng việc theo dõi một số trường hợp đơn giản, ví dụ trường hợp lực không đổi và quỹ đạo thẳng, chúng ta thấy được sự phụ thuộc của công vào hướng tương đối giữa lực và dịch chuyển, giá trị của công có thể dương, âm hoặc bằng không. Chúng ta tìm thấy rằng công thực hiện bởi trọng lượng của một vật sẽ dương nếu vật dịch chuyển xuống dưới, âm nếu vật dịch chuyển lên trên và bằng không nếu vật dịch chuyển ngang. Với các tính toán này và các tính toán tương tự, khái niệm về công, theo kinh nghiệm chúng ta sẽ trở thành quen thuộc hơn.

Sự hiểu biết thực sự về công sẽ có được khi ta xem xét mối liên hệ giữa công và động năng thông qua định lí công - động năng. Trong định lí đó chúng ta liên hệ công thực hiện bởi lực tổng hợp với sự thay đổi động năng của vật. Ví dụ, nếu

động năng của vật giảm thì lực tổng hợp đã thực hiện một công âm lên vật vì vật chuyển động chậm lại, nó có thể thực hiện một công dương lên một vật khác nào đó của môi trường xung quanh. Trong một máy phát thủy điện nước chảy chậm lại vì nó thực hiện công làm quay cánh tuabin. Theo cách hiểu này thì động năng của một khối nước biểu diễn khả năng thực hiện công của nó.

Chúng ta bắt đầu việc nghiên cứu năng lượng bằng việc nhận biết và định nghĩa động năng, dạng năng lượng của chuyển động, sau đó chúng ta lại nhận biết và định nghĩa thế năng, một dạng năng lượng gắn với cấu hình của một hay nhiều vật, nó được xem như một loại năng lượng "dự trữ" vì có khả năng biến đổi thành động năng. Ngoài ra còn có nhiều dạng năng lượng khác nữa và chúng ta sẽ nhận biết chúng trong các chương sau. Chúng ta sẽ phải tốn một số thời gian và công sức để đưa ra một định nghĩa tốt về năng lượng nhưng sẽ được đền bù thích đáng. Khái niệm về năng lượng được mở rộng cho tất cả các ngành khoa học tự nhiên, và giống như mẫu số chung trong các phân số, cho phép chúng ta kết hợp và đơn giản hóa việc mô tả các hiện tượng khác nhau.

CÂU HỎI

- 1** Một vật trượt trên một mặt đứng yên. Công của lực ma sát động thực hiện lên vật là dương, âm, bằng 0 ? Đáp án của bạn có phụ thuộc vào hệ quy chiếu của bạn không ? Giải thích.
- 2** Lực ma sát tĩnh tác dụng lên một vật nào đó có thực hiện công được không? Nếu có thì trong trường hợp nào ? Nếu không thì tại sao ?
- 3** Lực pháp tuyến do một mặt tác dụng lên một vật có thực hiện công lên vật đó được không ? Nếu có thì trong trường hợp nào ?
- 4** Giả sử một chiếc thùng bị đẩy ngang qua sàn một kho hàng từ đầu này đến đầu kia với tốc độ không đổi. Công thực hiện bởi lực ma sát lên thùng sẽ như thế nào nếu thùng chuyển động theo một đường thẳng, so sánh với công thực hiện trong một quỹ đạo cong ?

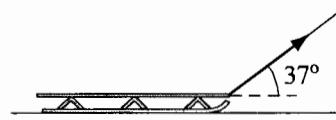
- 5** Một lực có thể thực hiện một công nào đó lên một vật được không nếu lực luôn vuông góc với vận tốc của vật ? Giải thích.
- 6** Một vệ tinh chuyển động trên một quỹ đạo tròn quanh tâm Trái Đất. Lực hấp dẫn của Trái Đất tạo ra lực hướng tâm tác dụng lên vệ tinh. Công thực hiện bởi lực hấp dẫn lên vệ tinh bằng bao nhiêu ?
- 7** Một vệ tinh chuyển động trên một quỹ đạo elip xung quanh Trái Đất. Lực hấp dẫn của Trái Đất lên vệ tinh hướng về tâm Trái Đất. Động năng của vệ tinh có thay đổi không ? Giải thích.
- 8** Bạn có thể từ tầng hai lên tầng ba của một cửa hàng bách hoá bằng cầu thang hoặc bằng thang máy. Hãy so sánh các giá trị của công của lực hấp dẫn thực hiện lên bạn trong hai con đường đó.
- 9** Công của lò xo thực hiện lên vật bị buộc như trên hình 6-6 bằng bao nhiêu nếu vật trở lại vị trí xuất phát ? Giải thích.
- 10** Xét một ôtô chuyển động với tốc độ không đổi trên một mặt đường nằm ngang. Có các loại biến đổi năng lượng nào đã xảy ra ?
- 11** Nếu nhiệt độ 1kg nước thay đổi $1,0^{\circ}\text{C}$ thì nội năng của nó thay đổi khoảng 4,2kJ. Hỏi 1,0kg nước đó phải rơi qua độ cao bao nhiêu để thế năng của nó thay đổi một lượng như vậy ?
- 12** Tại sao thế năng lại được định nghĩa với dấu trừ như trong phương trình 6-16 ? Giả sử thay vào đó là dấu cộng. Hệ quả quan trọng nào có thể xảy ra ?
- 13** Tại sao thế năng hấp dẫn lại (a) dương (mgy) đối với vật ở phía trên nhưng gần mặt đất (b) nhưng lại âm $\left(-\frac{Gm_e m}{r}\right)$ đối với vật ở phía trên mặt đất ?
- 14** Cơ năng là bảo toàn nếu chỉ có các lực bảo toàn thực hiện công. Giả sử không có lực nào thực hiện công. Cơ năng vẫn bảo toàn ? Giải thích.
- 15** Thế năng hấp dẫn và động năng có thể biến đổi lẫn nhau. Thế năng đàn hồi của lò xo và động năng có thể biến đổi lẫn nhau được không ? Thế năng đàn hồi của lò xo có thể biến đổi trực tiếp thành thế năng hấp dẫn không ? Giải thích.
- 16** Tính độ biến thiên thế năng của bạn lúc bạn từ tầng hai lên tầng ba của một cửa hàng bách hoá nếu (a) đi bộ dọc theo cầu thang, (b) sử dụng thang máy, (c) chạy với tốc độ tối đa trên các bậc thang.
- 17** Xét một vệ tinh trên một trong một số quỹ đạo tròn có thể với các bán kính khác nhau. Nếu tốc độ vệ tinh tăng, cơ năng của nó phải tăng hay giảm ? Giải thích.
- 18** Xét hai vệ tinh khối lượng m trên hai quỹ đạo tròn bán kính r_1 và r_2 với $r_1 < r_2$. Vệ tinh nào có (a) động năng, (b) thế năng, (c) cơ năng ; (d) năng lượng liên kết lớn hơn ?

- 19** Biểu thức của thế năng trong phương trình 6-24 dựa trên giả thiết là hai vật có đối xứng cầu. Giả sử rằng Trái Đất là đối xứng cầu. Một vệ tinh tiêu biểu có dạng cầu không? Dạng của Mặt Trăng như thế nào? Giải thích tại sao khi xét thế năng, hình dáng vệ tinh lại không quan trọng.

BÀI TẬP

Mục 6-1. Công thực hiện bởi lực không đổi

- 1** Giả sử bạn nâng một quyển sách 4kg từ mặt sàn lên một giá cao 2m.
(a) Tìm lực mà bạn cần tác dụng để làm quyển sách chuyển động với vận tốc không đổi. (b) Tìm công thực hiện bởi lực đó.
- 2** Một xe trượt tuyết 16kg được một sợi dây kéo qua một lớp tuyết ẩm trên một đoạn nằm ngang dài 3,2m (hình 6-24). Lực căng của dây được giữ không đổi bằng 3,7N và dây hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc 37° . Xác định công thực hiện bởi dây lên xe.
- 3** Giả sử xe trong bài tập trước chuyển động với vận tốc không đổi. Xác định (a) công thực hiện bởi lực ma sát lên xe và (b) hệ số ma sát động ở mặt tiếp xúc giữa tuyết và xe.
- 4** Một vật chuyển động theo một đường thẳng có dịch chuyển $(2m)\mathbf{i} + (3m)\mathbf{j} - (5m)\mathbf{k}$ với tác dụng của một lực không đổi $(7N)\mathbf{i} + (7N)\mathbf{j} - (2N)\mathbf{k}$. Xác định (a) công thực hiện bởi lực đó và (b) góc giữa hai vectơ.



Hình 6-24. Bài tập 2

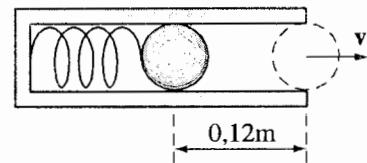
Mục 6-2. Công thực hiện bởi lực biến đổi

- 5** Một vật được buộc vào đầu một lò xo với hằng số lò xo $k = 2100\text{N/m}$ và chuyển động từ vị trí cân bằng đến vị trí $x = 0,14\text{m}$. (a) Hỏi công thực hiện bởi lực lò xo? (b) Xác định giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của lực lò xo tác dụng lên vật trong chuyển động đó.
- 6** Một hạt chuyển động dọc theo trục x chịu tác dụng của một lực có dạng $F_x(x) = F_0(e^{x/a} - 1)$, trong đó F_0 và a là các hằng số. (a) Xác định biểu thức của công thực hiện bởi lực đó khi hạt chuyển động từ gốc đến điểm x_1 . (b) Giả sử $F_0 = 2\text{N}$ và $a = 0,20\text{m}$. Tính công thực hiện nếu $x_1 = 0,50\text{m}$.
- 7** Giả sử rằng một vật chuyển động dọc theo trục z chịu tác dụng bởi một lực có dạng $F_z = -\frac{C}{z^2}$, trong đó C là một hằng số. Giả sử z_1 và z_2 đều dương, tìm biểu thức của công thực hiện bởi lực đó khi vật chuyển động từ z_1 đến z_2 .
- 8** Một quả bóng 1,5kg buộc vào đầu một sợi dây nhẹ và quay tròn theo một vòng tròn thẳng đứng bán kính 0,75m. (a) Tính công thực hiện bởi lực hấp

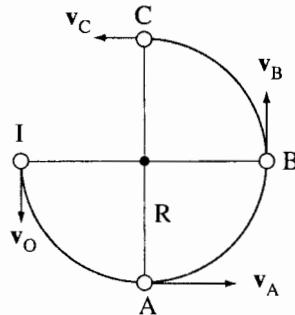
dẫn của Trái Đất khi bóng chuyển động từ điểm cao nhất đến điểm thấp nhất của vòng tròn đó. (b) Lực căng của dây thực hiện một công bằng bao nhiêu ?

Mục 6-3. Định lí công - động năng

- 9.** Động năng của (a) một ôtô có khối lượng 1100kg chuyển động với tốc độ 45km/h, (b) một tàu ngầm có khối lượng 550kg chuyển động với tốc độ 90km/h là bao nhiêu ?
- 10.** Một chiếc thùng khối lượng 95kg tốc độ ban đầu 3,5m/s trượt trên sàn một kho hàng và dừng lại sau khi đi được 2,3m. (a) Xác định công thực hiện bởi lực ma sát. Giả sử lực ma sát không đổi, hãy xác định (b) độ lớn của lực đó và (c) hệ số ma sát động.
- 11.** Một hòn bi có khối lượng 0,015kg được lắp vào trong một súng lò xo (hình 6-25). Lò xo có hằng số lò xo $k = 120\text{N/m}$ và bị nén lại 0,12m. Khi lò xo được thả ra, hòn bi bị bắn ra từ nòng súng. Bỏ qua mọi hiệu ứng của ma sát, xác định tốc độ của bi khi nó rời khỏi nòng súng.
- 12.** Một vận động viên nhảy dù nặng 70kg rơi thẳng đứng trong không khí với tốc độ không đổi 140km/h. Xác định công thực hiện trong 120 giây bởi (a) lực tổng hợp, (b) lực hấp dẫn, (c) lực cản của không khí.
- 13.** Một đầu của một lò xo nhẹ được ngoắc vào một cái móc cố định trên một mặt bàn nằm ngang còn đầu kia được buộc vào một quả hockey 0,5kg. Truyền cho quả bóng một vận tốc ban đầu có độ lớn 3,4m/s sao cho nó chuyển động trên một vòng tròn nằm ngang bán kính 0,75m. Quả bóng dừng lại sau khi quay được 2,5 vòng. (a) Hỏi công thực hiện bởi lực ma sát trong toàn bộ chuyển động ? (b) Giả sử rằng độ lớn của lực ma sát không đổi hãy xác định hệ số ma sát động ở bề mặt bàn - bóng. (c) Xác định lực căng của lò xo tại thời điểm quả bóng quay được một vòng. (d) Công thực hiện bởi lực căng của lò xo bằng bao nhiêu ?
- 14.** Một viên đạn nặng 1,5g có tốc độ 420m/s xuyên sâu 0,14m vào trong một khối gỗ đứng yên. (a) Hỏi công thực hiện bởi khối gỗ trong quá trình viên đạn dừng lại. (b) Xác định giá trị của lực cản của gỗ tác dụng lên viên đạn.
- 15.** Một quả bóng nặng 0,37kg được ném thẳng đứng lên cao với tốc độ ban đầu 14m/s. Bóng lên đến độ cao cực đại 8,4m. (a) Hỏi công thực hiện bởi lực cản của không khí lên bóng ? (b) Giả sử rằng lực cản không khí thực hiện cùng giá trị công cản khi bóng rơi xuống. Xác định tốc độ của bóng khi trở lại điểm xuất phát.



Hình 6-25. Bài tập 11.



- 16** Một quả bóng nặng $0,35\text{kg}$ buộc vào một sợi dây nhẹ ban đầu ở vị trí I trên hình 6-26. Truyền cho bóng một vận tốc ban đầu hướng xuống với độ lớn $5,0\text{m/s}$ và quay theo một cung tròn bán kính $R = 0,80\text{m}$ trong một mặt phẳng thẳng đứng. Bỏ qua mọi hiệu ứng ma sát, xác định tốc độ của bóng và lực căng của dây ở các vị trí (a) A ; (b) B ; (c) C.

- 17** Tốc độ ban đầu tối thiểu của bóng trong bài tập trên phải bằng bao nhiêu để bóng chuyển động được theo vòng tròn ? (Gợi ý : Sợi dây sẽ bị chùng ngay lại khi quả bóng đạt đến điểm cao nhất của vòng tròn).

Mục 6-4. Công suất

- 18** Một khúc gỗ được kéo ngang qua bề mặt một khu rừng với tốc độ không đổi $2,3\text{m/s}$ bằng một dây cáp nằm ngang nối với một tời kéo. Nếu công suất cung cấp bởi dây cáp là 940W , lực căng của cáp bằng bao nhiêu ?
- 19** Giả sử rằng lực cản của nước tác dụng lên một sà lan tỉ lệ với tốc độ của sà lan đối với nước. Một tàu kéo cung cấp một công suất 230 mā lực cho sà lan lúc chúng cùng chuyển động với tốc độ không đổi $0,25\text{m/s}$. (a) Hỏi công suất cần thiết để kéo sà lan với tốc độ $0,75\text{m/s}$? (b) Tàu kéo tác dụng lực như thế nào lên sà lan ở tốc độ chậm hơn ? (c) Tốc độ lớn hơn ?
- 20** Một mẫu đơn giản của lực tác dụng lên một nguyên tử trong một phân tử mạch thẳng có dạng $F_x(x) = -Ax^3$ với hằng số $A = 1 \cdot 10^{26}\text{N/m}^3$. (a) Xác định biểu thức của công thực hiện bởi lực đó lên nguyên tử nếu nguyên tử chuyển động từ x_1 đến x_2 . (b) Tính công nếu $x_1 = 0$ và $x_2 = 2 \cdot 10^{-11}\text{m}$.
- 21** Một hòn đá khối lượng 5kg đứng yên được thả từ độ cao 5m so với mặt đất. Xác định công suất mà lực hấp dẫn thực hiện công lên hòn đá tại các thời điểm khi hòn đá ở các độ cao (a) 5m ; (b) 4m ; (c) 3m ; (d) 2m ; (e) 1m .

Mục 6-5. Lực bảo toàn và lực không bảo toàn

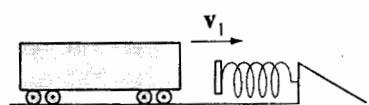
- 22** Một hòn đá khối lượng $0,55\text{kg}$ được ném thẳng đứng lên cao với tốc độ ban đầu $v = 14,0\text{m/s}$. Bỏ qua sức cản của không khí. (a) Xác định cơ năng của hệ. (b) Hỏi thế năng của hòn đá khi chuyển động đến điểm cao nhất ? (c) Độ cao tại điểm đó ?
- 23** Một hòn sỏi khối lượng $0,22\text{kg}$ được ném thẳng đứng xuống dưới với tốc độ ban đầu 12m/s từ một cây cầu cao 15m so với mặt nước. Bỏ qua sức cản của không khí. (a) Xác định cơ năng của hệ. (b) Hỏi tốc độ của hòn sỏi khi chạm nước ?
- 24** Một vật khối lượng $0,75\text{kg}$ được buộc vào một lò xo với hằng số lò xo $k = 2100\text{N/m}$ và vật chuyển động với cơ năng bằng 47J . Bỏ qua các hiệu

Hình 6-26. Bài tập 16.

ứng ma sát, hãy xác định (a) độ dịch chuyển cực đại của vật tính từ vị trí cân bằng, (b) tốc độ cực đại của vật, (c) độ dịch chuyển của vật lúc tốc độ của nó bằng 5,6m/s.

25

Một ôtô ray khối lượng 12000kg chạy với tốc độ 4,3m/s với ma sát không đáng kể trên một đường nằm ngang như trên hình 6-27. Gần cuối quãng đường, ôtô va vào một lò xo cản, nén nó lại 0,23m và dừng lại một lúc. Giả sử rằng chỉ có lực bảo toàn của lò xo thực hiện công lên ôtô, xác định hằng số của lò xo.



Hình 6-27. Bài tập 25.

26

Giả sử rằng lực tác dụng lên một vật trong không gian một chiều cho bởi $F(x) = -\alpha x^3$ với α là một hằng số có đơn vị là niu-ton trên mét khối (N/m^3). Xác định biểu thức của thế năng tương ứng với lực bảo toàn đó. Cho $U = 0$ ở $x = 0$.

27

Một thang máy chở một thùng hàng khối lượng 75kg đặt trên sàn từ vị trí ban đầu đứng yên. Thang máy chuyển động lên cao với gia tốc không đổi $a_y = 2,4m/s^2$. Khi lên đến tầng trên cách 3,8m, thang máy và thùng hàng rơi tự do xuống dưới do cáp thang máy bị đứt. (a) Hồi công thực hiện bởi lực pháp tuyến do thang máy tác dụng lên thùng hàng khi chúng được gia tốc lên cao? Lực pháp tuyến đó có bảo toàn không? Giải thích. Hồi tốc độ của thùng hàng khi nó rơi xuống tại điểm xuất phát?

28

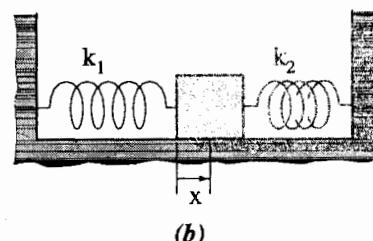
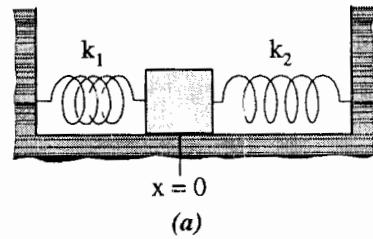
Xét các lò xo và vật bố trí như hình 6-28. Giả sử ở $x = 0$ cả hai lò xo được thả lỏng. Khối lượng của vật bằng 5,0kg và các lò xo có hằng số $k_1 = 1200N/m$ và $k_2 = 1800N/m$. Vật đang đứng yên bị kéo ra khỏi vị trí cân bằng với $x = 0,20m$. (a) Xác định động năng cực đại của vật. Xác định tốc độ của vật lúc (b) $x = 0,0$ và (c) $x = -0,10m$.

29

Vật trong con lắc lò xo nằm ngang đang chuyển động, có tốc độ cực đại v_m . (a) Chứng minh rằng lúc vật ở vị trí x tốc độ của nó :

$$v = \sqrt{v_m^2 - \frac{k}{m}x^2}$$

cho $k = 1100N/m$, $m = 2,5kg$ và $v_m = 3,0m/s$. Xác định (b) khoảng cách cực đại x_m của vật tính từ vị trí cân bằng, (c) tốc độ lúc $x = -\frac{1}{2}x_m$, (d) vị trí vật lúc $v = \frac{v_m}{2}$.



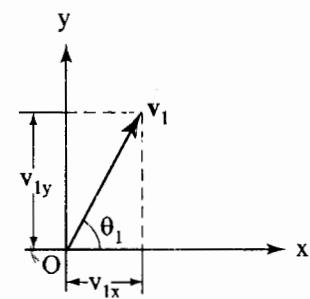
Hình 6-28. Bài tập 28.

Mục 6-6. Các lực bảo toàn và thế năng trong không gian ba chiều

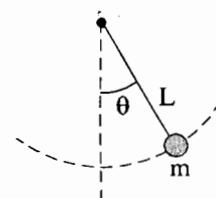
- 30 Xác định công mà lực hấp dẫn thực hiện lên bạn nếu bạn (a) trèo thang từ mặt đất lên một mái nhà cao 3m, (b) nhảy từ mái nhà xuống mặt đất và bước quay trở lại chân thang. (c) Công lực hấp dẫn thực hiện lên bạn bằng bao nhiêu trong chuyển động kín đó?
- 31 Xét một lực không đổi $\mathbf{F} = (3N)\mathbf{i} + (4N)\mathbf{j}$ tác dụng lên một vật chuyển động trong mặt phẳng xy. Chứng minh rằng công thực hiện bởi lực đó khi vật chuyển động từ điểm (x_1, y_1) đến điểm (x_2, y_2) không phụ thuộc vào dạng quỹ đạo. Chú ý rằng $\mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = F_x dx + F_y dy$ và khi tính tích phân không cần chỉ rõ con đường.
- 32 Lực trong bài tập trên đây là bảo toàn. Tại sao? (a) Xác định biểu thức của độ biến thiên thế năng giữa các điểm (x_1, y_1) và (x_2, y_2) . (b) Chọn gốc toạ độ $(0,0)$ là gốc thế năng (ở đó $U = 0$). Hàm thế năng $U(x,y)$ có dạng như thế nào? Tính thế năng tại điểm (c) $(8m, 6m)$ và (d) $(-8m, 6m)$.

Mục 6-7. Bảo toàn cơ năng

- 33 Một quả bóng khối lượng $0,25kg$ được ném sao cho nó bay qua khoảng cách nằm ngang $37m$ trong $20s$ và đạt độ cao cực đại $18m$. Sức cản không khí không đáng kể, như vậy thành phần nằm ngang của vận tốc là hằng số. Xác định (a) cơ năng của bóng, (b) tốc độ ban đầu của bóng, (c) thế năng cực đại của bóng.
- 34 Một đầu đạn khối lượng m được bắn với tốc độ ban đầu v_1 dưới góc bắn θ_1 so với mặt phẳng nằm ngang như trên hình 6-29. Bỏ qua sức cản của không khí và sử dụng bảo toàn cơ năng xác định (a) độ cao cực đại đạt được và (b) tốc độ của đạn lúc nó quay về mặt đất. Nhớ rằng thành phần x của vận tốc không thay đổi trong chuyển động.
- 35 Một con lắc đơn gồm một quả cầu buộc ở đầu một sợi dây nhẹ, đầu kia của dây được giữ cố định và quả cầu có thể dao động trong một mặt phẳng thẳng đứng. Giả sử quả cầu đứng yên được thả từ vị trí biểu diễn trên hình 6-30 với $L = 450mm$ và $\theta = 30^\circ$. Xác định (a) tốc độ của bóng và (b) sức căng của dây lúc bóng đi qua vị trí thấp nhất.
- 36 Một quả bóng khối lượng m buộc vào một sợi dây nhẹ và chuyển động theo một vòng tròn thẳng đứng bán kính R . Bóng được truyền cho một vận



Hình 6-29. Bài tập 34.



Hình 6-30. Bài tập 35.

tốc ban đầu với độ lớn v_0 ở điểm O như trên hình 6-31. Hãy xác định theo m, g, v_0 , R tốc độ của bóng và sức căng của dây ở (a) điểm A và (b) điểm B.

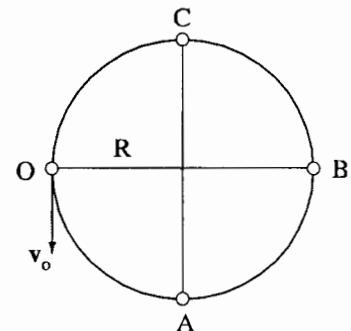
- 37** Phải truyền cho quả bóng trong bài tập trên dây một tốc độ tối thiểu ở điểm O bằng bao nhiêu để sợi dây không bị chùng trước khi quả bóng đến điểm C (hình 6-31) ?

- 38** Một lò xo nhẹ có hằng số $k = 1000\text{N/m}$ bị nén lại 15mm. Một hòn bi khối lượng 75g được đặt áp vào lò xo như trên hình 6-32. Khi lò xo được thả lỏng thì hòn bi bị bắn lên cao. Giả sử rằng hòn bi lìa khỏi lò xo sau khi lò xo ở trạng thái thả lỏng và mọi hiệu ứng ma sát không đáng kể.

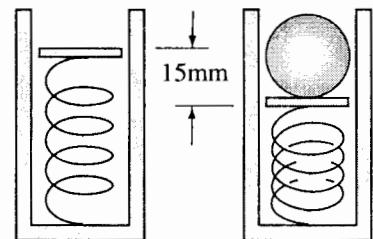
- (a) Hòn bi lên đến độ cao cực đại bằng bao nhiêu ?
 (b) Hỏi tốc độ lúc hòn bi vừa rời khỏi lò xo ?

- 39** Một súng lò xo giống như trong bài tập trên đây được sử dụng để bắn một hòn bi khối lượng 75g theo phương nằm ngang từ mặt một quầy hàng cao 1,2m so với mặt sàn (hình 6-33). Nếu lò xo bị nén lại 25mm, hòn bi sẽ rơi xuống sàn tại điểm cách chân quầy hàng 4,2m. Bỏ qua mọi ma sát. (a) Xác định cơ năng của hòn bi trên quỹ đạo của nó. (b) Xác định hằng số của lò xo. (c) Hòn bi bị bắn xa bao nhiêu theo phương ngang nếu lò xo bị nén lại 37mm ?

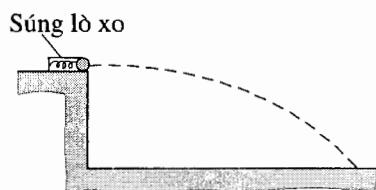
- 40** Một em bé ngồi trên đỉnh một thùng hình trụ bán kính R như hình 6-34. Mặt thùng rất nhẵn và em bé bắt đầu trượt không ma sát. Xác định giá trị của góc tại đó em bé không còn tiếp xúc với mặt trụ.



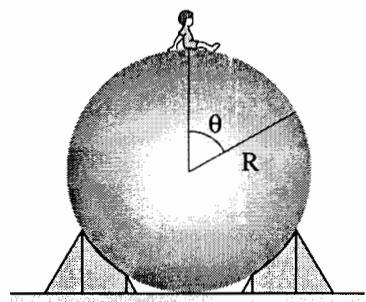
Hình 6-31. Bài tập 36.



Hình 6-32. Bài tập 38.



Hình 6-33. Bài tập 39.



Hình 6-34. Bài tập 40.

Mục 6-8. Các lực không bảo toàn. Nội công

- 41** Xác định công của lực ma sát động thực hiện lên một thùng khối lượng 50kg khi thùng bị đẩy trên một mặt phẳng nằm ngang (a) dọc theo một nửa vòng tròn đường kính 4m và (b) dọc theo một đường kính của vòng tròn đó. Lấy $\mu_k = 0,3$.

- 42** Một quả bóng cao su khối lượng 0,25kg đứng yên được thả từ độ cao 1,5m so với mặt sàn. Sau khi chạm vào sàn, bóng nẩy lên đến độ cao cực đại 0,8m. Tính (a) công do sàn thực hiện lên bóng và (b) tốc độ của bóng ngay trước và ngay sau khi bóng chạm sàn.
- 43** Giả sử bạn có khối lượng 50kg bước lên một cầu thang với tốc độ không đổi trong lúc độ cao của bạn thay đổi 10m. (a) Tính độ biến thiên cơ năng của bạn. (b) Giải thích tại sao lực pháp tuyến mà các bậc thang tác dụng lên đôi giày bạn lại không thực hiện công ? Bạn giải thích cho việc thay đổi cơ năng của bạn như thế nào ? Các lực nào thực hiện công?

Mục 6-9. Định luật bảo toàn năng lượng

- 44** Một ôtô khối lượng 1000kg chạy xuống một dốc 5% với tốc độ không đổi 36km/h. (a) Tính độ lớn của lực hãm tổng cộng gây bởi sức cản không khí, ma sát,... (b) Tính công suất tối thiểu của động cơ cần cung cấp nếu ôtô chạy lên dốc với tốc độ không đổi 36km/h.
- 45** Một quả bóng có khối lượng 0,33kg được phóng lên cao với tốc độ ban đầu $v = 23\text{m/s}$. Khi lên đến độ cao $y_2 = 14\text{m}$ (so với vị trí ban đầu y_1) tốc độ của bóng là $v_2 = 13\text{m/s}$. Cho hệ gồm quả bóng, khí quyển và Trái Đất là cô lập. (a) Giải thích định lượng các quá trình biến đổi năng lượng giữa hai điểm đó thông qua việc xác định các độ biến thiên động năng, thế năng và nội năng. (b) Bạn có thể nói gì về tốc độ của quả bóng khi nó đi xuống đến vị trí cách vị trí ban đầu 14m ?

Mục 6-10. Thế năng của trường hấp dẫn và chuyển động vệ tinh

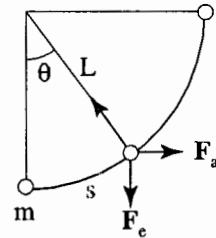
- 46** Tính (a) thế năng, (b) động năng và (c) cơ năng của một phòng thí nghiệm vũ trụ khối lượng 30Mg trên quỹ đạo tròn bán kính 70Mm quanh Trái Đất. (d) Dạng nào, nếu có, trong các năng lượng trên sẽ có thể tăng nếu bán kính quỹ đạo trở nên nhỏ hơn ?
- 47** Một vệ tinh viễn thông khối lượng 125kg lúc đầu được đặt lên một quỹ đạo tròn quanh Trái Đất với bán kính 7000km. Sau đó vệ tinh được chuyển lên một quỹ đạo địa tĩnh với chu kỳ 24 giờ sau cho khi Trái Đất quay quanh trục của nó vệ tinh luôn ở cùng một điểm phía trên xích đạo. (a) Xác định bán kính của quỹ đạo địa tĩnh. (b) Hỏi năng lượng phụ cần cung cấp để chuyển vệ tinh từ quỹ đạo ban đầu sang quỹ đạo địa tĩnh ?
- 48** Thuỷ tinh có khối lượng $3,3 \cdot 10^{23}\text{kg}$ chuyển động trên một quỹ đạo gân tròn bán kính $5,8 \cdot 10^{10}\text{m}$ quanh Mặt Trời với khối lượng $2,0 \cdot 10^{30}\text{kg}$. (a) Xác định cơ năng của hệ Thuỷ tinh - Mặt Trời. (b) Giả sử Thuỷ tinh được chuyển sang một quỹ đạo tròn bán kính $15 \cdot 10^{10}\text{m}$. Năng lượng cần cung cấp cho Thuỷ tinh khi đó là bao nhiêu ?

- 49** Khối lượng Trái Đất bằng 81 lần khối lượng Mặt Trăng. Bán kính Trái Đất bằng 3,7 lần bán kính Mặt Trăng. So sánh tốc độ thoát của một vật từ bề mặt của hai thiên thể đó. Sự so sánh đó có giúp giải thích được tại sao Mặt Trăng không có khí quyển không ?
- 50** Một vệ tinh chuyển động trên một quỹ đạo elip quanh Trái Đất. Khoảng cách từ vệ tinh đến tâm Trái Đất thay đổi từ giá trị cực tiểu 7,2Mm ở cận điểm, tại đó vệ tinh có tốc độ 8,0km/s, đến giá trị cực đại 9,9Mm ở viễn điểm của quỹ đạo. Xác định tốc độ của vệ tinh (a) ở viễn điểm và (b) ở khoảng cách 8,4Mm so với tâm Trái Đất.

ĐÀI TẬP NÂNG CAO

1 **Vật lên dốc.** Một vật 1,5kg được phóng lên một dốc nghiêng 30° với tốc độ ban đầu là 4,6m/s từ chân dốc. Hệ số ma sát động của hai bề mặt dốc và vật là 0,34. Xác định công thực hiện lên vật khi nó chuyển động đến điểm cao nhất trên dốc bởi (a) lực tổng hợp, (b) trọng lượng của vật, (c) lực pháp tuyến, (d) lực ma sát. (e) Vật đi lên được một đoạn bằng bao nhiêu trước khi nó nhất thời dừng lại ?

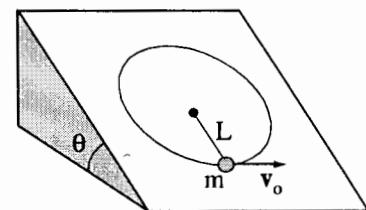
2 **Công thực hiện dọc theo một quỹ đạo tròn.** Một quả bóng khối lượng m buộc vào đầu một dây mảnh dài L và treo thẳng đứng. Một lực nằm ngang không đổi có độ lớn bằng trọng lượng của bóng tác dụng lên bóng như hình 6-35. Xác định tốc độ của bóng khi nó đạt góc giữa L và g bằng 90° . Chú ý rằng bóng chuyển động dọc theo một cung tròn, độ dài chuyển động trên cung tròn là $s = L\theta$ và như vậy có $ds = Ld\theta$. Bỏ qua mọi hiệu ứng ma sát.



Hình 6-35. BTNC 2.

3 **Thang máy có gia tốc.** Giả sử bạn là một hành khách nặng 60,0kg trong một thang máy. Thang máy bắt đầu đi lên với gia tốc $1,0\text{m/s}^2$ trong 2,0s ; chuyển động thẳng đều với vận tốc đó trong 10s và bị hãm lại với gia tốc $-1,0\text{m/s}^2$ trong 2,0s. Trong cả quãng đường, công thực hiện bởi (a) lực pháp tuyến của sàn thang máy lên bạn và bởi (b) trọng lượng của bạn bằng bao nhiêu ? (c) Công suất trung bình thực hiện bởi lực pháp tuyến trong toàn bộ 14s đó bằng bao nhiêu ? (d) Hỏi công suất tức thời mà lực pháp tuyến thực hiện tại thời điểm 7,0s và (e) tại thời điểm 13,0s ?

4 **Chuyển động tròn trên một dốc nghiêng.** Một đầu sợi dây mảnh buộc vào một quả bóng nặng 1,2kg có thể trượt trên mặt phẳng nghiêng 37° . Đầu kia của dây buộc cố định vào một điểm trên mặt dốc và bóng chuyển động theo một quỹ đạo tròn bán kính 0,75m như trên hình 6-36.



Hình 6-36. BTNC 4.

Ở vị trí thấp nhất, lực căng của dây là 110N. Xác định (a) tốc độ bóng ở vị trí thấp nhất và (b) tốc độ bóng ở vị trí cao nhất của vòng tròn. (c) Lực căng của dây ở vị trí cao nhất.

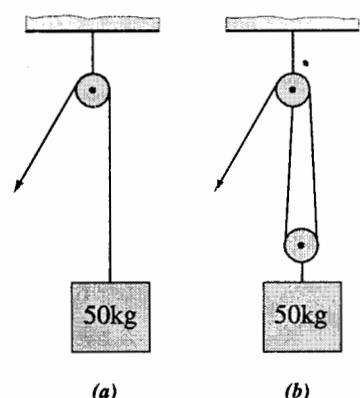
- 5** **Các điều kiện cực tiểu đối với chuyển động tròn.** Giả sử quả bóng trong bài tập trên có tốc độ v_0 ở vị trí thấp nhất. (a) Xác định giá trị cực tiểu của v_0 sao cho bóng có thể thực hiện được quỹ đạo tròn trên. (Gợi ý: Lực căng của dây bằng 0 ở vị trí cao nhất). (b) Trong các điều kiện đó hãy xác định lực căng của dây ở vị trí thấp nhất. (c) Mô tả định tính chuyển động nếu như bóng có giá trị v_0 đó ở vị trí thấp nhất, các hiệu ứng ma sát tuy nhỏ nhưng không thể bỏ qua được.

- 6** **Công suất kim tự tháp.** Các kim tự tháp của Ai cập cổ đại có thể đã được xây dựng bằng cách kéo hay đẩy từ từ các khối đá lên cao trên một dốc nghiêng. Giả sử rằng khối đá được kéo lên dốc với tốc độ không đổi và ma sát được giảm đến tối thiểu bằng cách dùng các con lăn. Tính công cần thiết để kéo một tảng đá 10000kg theo một dốc nghiêng lên một điểm cao hơn điểm xuất phát 100m. (a) Lần đầu giả sử không có lực ma sát tác dụng lên tảng đá. (b) Lần sau giả sử dốc nghiêng 5° và hệ số ma sát trượt bằng 0,2. (c) Công suất kéo ở câu (b) bằng bao nhiêu nếu tảng đá lên dốc với tốc độ 0,1m/s ?

- 7** **Tính công bằng tích phân.** Một hạt chuyển động dọc theo trục x dưới ảnh hưởng của một lực có thành phần $F_x = -\frac{Ax}{(a^2 + x^2)}$, trong đó A và a là các hằng số. Xác định biểu thức của công khi hạt chuyển động từ x_1 đến x_2 .

- 8** **Dây và ròng rọc.** Người ta duy trì một lực căng có giá trị không đổi 600N trên một dây vắt qua một ròng rọc nhỏ quay tự do để nâng một vật 50kg như trên hình 6-37a. (a) Nếu vật bắt đầu chuyển động từ vị trí đứng yên, tính tốc độ của vật ở vị trí cao hơn 2m. (b) Nếu một ròng rọc thứ hai được sử dụng như trên hình 6-37b, lực căng của dây sẽ như thế nào để vật chuyển động như trước ? (c) Hỏi công thực hiện bởi lực căng trong mỗi trường hợp ?

- 9** **Công thực hiện bởi lực cản của không khí.** Một ôtô chuyển động với vận tốc $v = vi$ chịu lực cản của không khí một cách gần đúng tỉ lệ với bình phương của tốc độ $F_{kk} = -Av^2i$. Với một ôtô cho trước, $A = 0,6Ns^2/m^2$. (a) Xác định công thực hiện bởi lực cản không khí nếu ôtô chạy qua 1km



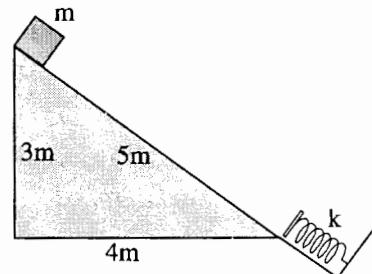
Hình 6-37. BTNC 8.

với tốc độ không đổi 80km/h ; (b) Hỏi phải cung cấp một công suất bằng bao nhiêu để duy trì tốc độ đó chống lại sức cản của không khí?

10. Băng tải. Một băng tải chuyển hành lí theo một mặt phẳng nghiêng 20° lên khoang hành lí ở cao 2m của một máy bay. (a) Nếu băng tải chuyển động với tốc độ không đổi $0,5\text{m/s}$, hỏi công suất tối thiểu cần thiết khi khối lượng của tất cả hành lí bằng 1000kg ? (b) Lực kéo tối thiểu cần thiết tác dụng lên băng tải bằng bao nhiêu?

11. Công thực hiện bởi lực lò xo phụ thuộc hai toạ độ. Lực tác dụng của một lò xo lên một vật có dạng $\mathbf{F} = -kxi - kyj$, trong đó k là hằng số lò xo và vật có thể chuyển động trong mặt phẳng xy . Xác định biểu thức của công thực hiện bởi lực lò xo khi vật chuyển động từ điểm đầu (x_1, y_1) đến điểm cuối (x_2, y_2) . Sử dụng một quỹ đạo bất kì và giải thích tại sao kết quả lại không phụ thuộc vào quỹ đạo nối hai điểm đó.

12. Các biến đổi năng lượng. Một vật khối lượng $7,3\text{kg}$ bắt đầu trượt từ đỉnh một mặt phẳng nghiêng như hình 6-38. Ở chân mặt phẳng nghiêng có một lò xo nhẹ với hằng số $k = 210\text{N/m}$. Bỏ qua các ma sát. (a) Lò xo sẽ bị nén lại bao nhiêu khi vật đã dừng lại? (b) Tốc độ của vật khi sắp sửa chạm lò xo là bao nhiêu?

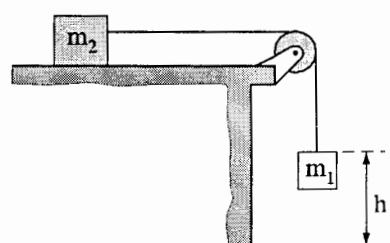


Hình 6-38. BTNC 12 và 18.

13. Các lực xuyên tâm là bảo toàn. Nếu lực tác dụng lên một vật luôn hướng dọc theo một đường thẳng từ vật đến một điểm cố định trước chọn làm gốc trong không gian ba chiều, và độ lớn của lực chỉ phụ thuộc khoảng cách từ vật đến gốc thì lực được gọi là lực xuyên tâm. Chứng minh rằng bất kỳ một lực xuyên tâm nào cũng là bảo toàn.

14. Kết thúc bài toán thông lọng. Trong ví dụ 6-14, một khối băng nhỏ trượt không ma sát trên một quỹ đạo dạng "thông lọng". Xác định độ cao tối thiểu so với điểm thấp nhất của quỹ đạo tròn để có thể thả khối băng từ đó mà nó vẫn giữ tiếp xúc với quỹ đạo tròn ở điểm cao nhất.

15. Sử dụng các phương pháp năng lượng. Hai vật nối với nhau bằng một sợi dây nhẹ luồn qua một ròng rọc nhỏ như hình 6-39. Chúng được thả ra từ vị trí đứng yên và bỏ qua mọi hiệu ứng ma sát. (a) Chứng minh rằng tổng các công thực hiện bởi sợi dây lên các vật bằng không.



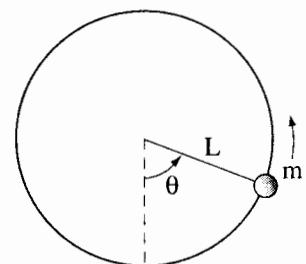
Hình 6-39. BTNC 15.

(b) Sử dụng các phương pháp năng lượng, xác định tốc độ chung của hai vật khi m_1 đã rời được một đoạn h . Biểu diễn đáp số qua m_1, m_2, g và h .

- 16 Chuyển động của Thiên hà.** Khối lượng của Mặt Trời vào khoảng $2 \cdot 10^{30}$ kg. (a) Ước tính thế năng hấp dẫn của Mặt Trời do tương tác với Thiên hà của chúng ta. Giả sử rằng Thiên hà gồm $1 \cdot 10^{11}$ ngôi sao giống Mặt Trời ở phía trong quỹ đạo tròn của Mặt Trời với bán kính $8 \cdot 10^{20}$ m quanh tâm Thiên hà. (b) Ước tính tốc độ quỹ đạo của Mặt Trời.

- 17 Chuyển động trên vòng tròn thẳng đứng.**

Một quả bóng khối lượng m được buộc vào đầu một sợi dây, còn đầu kia được giữ cố định. Sau đó quả bóng chuyển động trên một vòng tròn thẳng đứng như trên hình 6-40. Tốc độ bóng tại điểm thấp nhất của quỹ đạo là v_0 . Xác định các biểu thức đối với (a) tốc độ của bóng và (b) sức căng của dây theo m, g, v_0, L và θ . (c) Hỏi giá trị tối thiểu của v_0 để quỹ đạo vẫn là tròn ?



Hình 6-40. BTNC 17.

- 18 Chuyển động đi lên trên mặt phẳng nghiêng.** Vật khối lượng 7,3kg trong bài tập nâng cao 12 được giữ trên một lò xo hằng số 210N/m và nén nó lại một đoạn s . Vật sau đó được thả ra và lên đến điểm cao nhất trên mặt phẳng nghiêng với tốc độ $3,4\text{m/s}$. Xác định độ nén ban đầu s của lò xo. Bỏ qua ma sát và khối lượng của lò xo.

- 19 Năng lượng vệ tinh.** Hai vệ tinh giống nhau cùng khối lượng m được đặt lên các quỹ đạo quanh Trái Đất có các bán kính R_1 và R_2 tương ứng với $R_2 > R_1$. Vệ tinh nào có giá trị (a) thế năng hấp dẫn, (b) động năng, (c) cơ năng lớn hơn ? (d) Vệ tinh thứ hai sau đó được đưa xuống chuyển động cùng quỹ đạo với vệ tinh thứ nhất. Xác định các biểu thức đối với biến thiên của thế năng, động năng và cơ năng của vệ tinh đó theo G, m_e, m, R_1, R_2 .

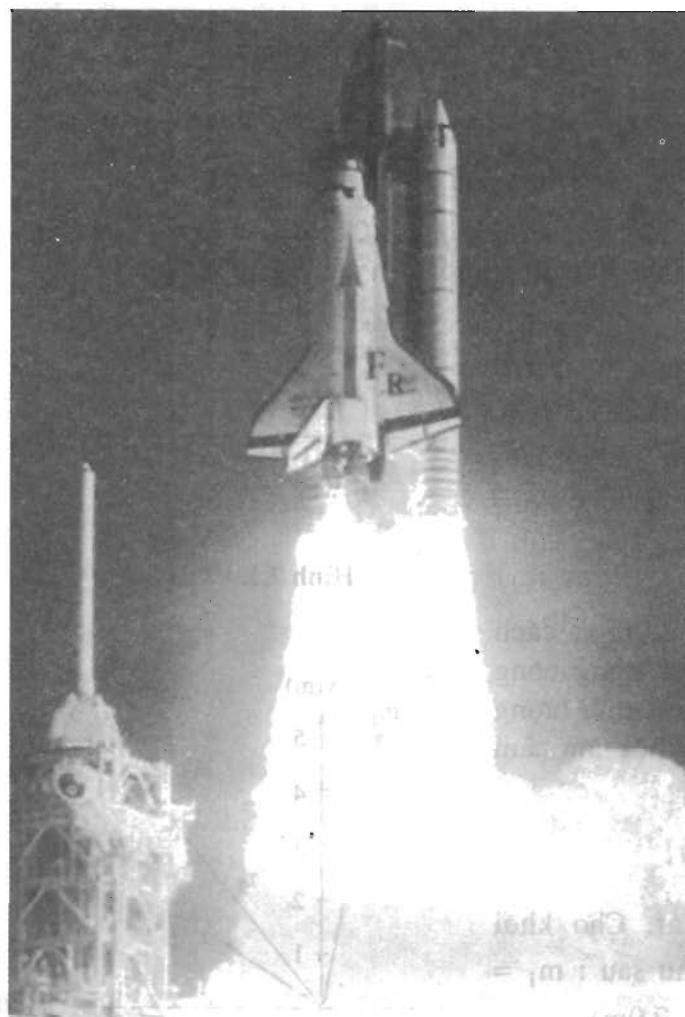
- 20 Phóng một đầu đạn thẳng lên cao.** Một đầu đạn được phóng khỏi mặt đất với tốc độ ban đầu v_0 . Bỏ qua các hiệu ứng cản của không khí, chứng minh rằng đầu đạn lên đến độ cao h so với mặt đất được tính theo công thức :

$$h = \frac{v_0^2 / (2g)}{1 - v_0^2 / (2gR)}$$

trong đó R là bán kính Trái Đất và $g = Gm_e/R^2$. Tại sao v_0 lại phải nhỏ hơn $\sqrt{2gR}$?

- 21 Lực điện trong nguyên tử hidrô.** Một mẫu đơn giản của nguyên tử hidrô gồm một electron chuyển động quanh một protôn (đứng yên) tác dụng một lực hút tĩnh điện lên electron. Lực điện là một lực tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách và có thể coi tương đương với lực hấp dẫn. Độ lớn của lực tác dụng lên electron bằng $F = \frac{k}{r^2}$, trong đó $k = 2,3 \cdot 10^{-28} \text{ Nm}^2$. Xác định các biểu thức của (a) thế năng tĩnh điện, (b) động năng, (c) cơ năng của một electron trên một quỹ đạo tròn bán kính R . (d) Tính giá trị các biểu thức trên với $R = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.
- 22 Thay đổi khối lượng nghỉ.** Một hạt nhân cô lập của nguyên tử Einsteinium (Es) đứng yên và bị phân rã tự phát thành ba hạt - một nhân của nguyên tử Fermium (Fm), một electron và một phản neutrino. Một dạng năng lượng của hệ bị biến đổi, đó là năng lượng của khối lượng nghỉ, nó bị giảm đi $8 \cdot 10^{-14} \text{ J}$. Khi các sản phẩm phân rã đã cách xa nhau (thế năng tương tác của chúng bằng 0), electron và nguyên tử Fm có động năng tổng cộng bằng $6 \cdot 10^{-14} \text{ J}$. Xác định năng lượng của hạt phản neutrino.

ĐỘNG LƯỢNG VÀ CHUYỂN ĐỘNG CỦA HỆ



- 7-1. Khối tâm
- 7-2. Chuyển động của khối tâm
- 7-3. Động lượng
- 7-4. Xung lượng của lực
- 7-5. Bảo toàn động lượng
- 7-6. Va chạm
- 7-7. Chuyển động tên lửa

Bài đọc thêm : Đối xứng và các nguyên lý bảo toàn

Một phi thuyền con thoi vũ trụ được phóng lên quỹ đạo.

Trong chương trước, chúng ta đã thấy cách mà khái niệm năng lượng đã dẫn đến nguyên lý bảo toàn năng lượng. Trong chương này, chúng ta sẽ đưa ra khái niệm động lượng và dẫn đến một định luật hoàn toàn khác, định luật bảo toàn động lượng. Hai định luật bảo toàn này sẽ trở nên, thậm chí hiệu quả hơn, khi chúng cùng được sử dụng.

7-1. KHỐI TÂM

Khối tâm của một hệ hạt

Khối tâm của một hệ hạt là vị trí trung bình của hệ đó. Vị trí trung bình đó được "cân" theo khối lượng của các hạt tạo nên hệ. Vectơ vị trí của khối tâm được xác định bởi :

$$\mathbf{r}_C = \frac{\sum m_i \mathbf{r}_i}{M} \quad (7-1)$$

trong đó m_i là khối lượng và \mathbf{r}_i là vectơ vị trí của hạt thứ i , M là khối lượng của toàn hệ

VÍ DỤ 7-1

Khối tâm của hệ hai hạt. Một hạt khối lượng 1,0kg đặt cách một hạt khối lượng 3,0kg một khoảng 4,0m. Xác định khối tâm của hệ.

Giải. Trên hình 7-1 hệ toạ độ được chọn để hạt 1,0kg ở gốc và hạt 3,0kg nằm trên trục x tại $x = 4,0\text{m}$. Không phải tính toán, rõ ràng là ta có $y_C = 0$ và $z_C = 0$ vì rằng trong phương trình 7-2 với mỗi hạt $y_i = 0$ và $z_i = 0$. Còn đối với x_C thì ta có $x_C = \frac{(1,0\text{kg})(0,0\text{m}) + (3,0\text{kg})(4,0\text{m})}{1,0\text{kg} + 3,0\text{kg}} = 3,0\text{m}$.

Như vậy khối tâm cách hạt 1,0kg là 3,0m và cách hạt 3,0kg là 1,0m. Tổng khối lượng trong công thức khối tâm "thiên vị" về phía hạt có khối lượng lớn hơn. Như vậy so với hạt nhẹ thì khối tâm nằm gần hạt nặng hơn.

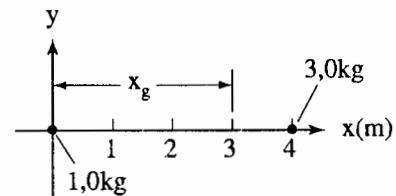
VÍ DỤ 7-2

Khối tâm của hệ ba hạt. Cho khối lượng và toạ độ ba hạt như sau : $m_1 = 2,0\text{kg}$ ở $(-1,0\text{m} ; 5,0\text{m} ; 0,0\text{m})$, $m_2 = 5,0\text{kg}$ ở $(3,0\text{m} ; 4,0\text{m} ; 0,0\text{m})$, $m_3 = 6,0\text{kg}$ ở $(2,0\text{m} ; -2,0\text{m} ; 0,0\text{m})$. Xác định các toạ độ của khối tâm và viết biểu thức của \mathbf{r}_C theo các vectơ đơn vị.

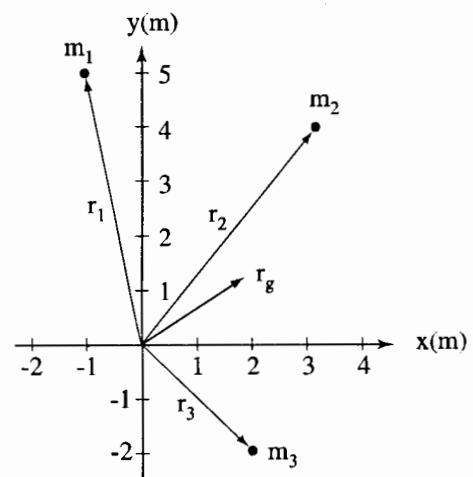
$M = \sum m_i$, còn tổng bao gồm tất cả các hạt của hệ. Phân tích \mathbf{r}_C thành ba thành phần, chúng ta tìm được các toạ độ của khối tâm của hệ :

$$x_C = \frac{\sum m_i x_i}{M}, y_C = \frac{\sum m_i y_i}{M}, z_C = \frac{\sum m_i z_i}{M} \quad (7-2)$$

trong đó x_i, y_i, z_i là các toạ độ của hạt thứ i .



Hình 7.1. Ví dụ 7-1



Hình 7.2. Ví dụ 7.2. Vị trí của ba hạt và khối tâm của chúng.

Giải. Thay khối lượng và toạ độ vào phương trình 7-2, ta được :

$$x_C = \frac{(2,0\text{kg})(-1,0\text{m}) + (5,0\text{kg})(3,0\text{m}) + (6,0\text{kg})(2,0\text{m})}{2,0\text{kg} + 5,0\text{kg} + 6,0\text{kg}} = 1,9\text{m},$$

$$y_C = \frac{(2,0\text{kg})(5,0\text{m}) + (5,0\text{kg})(40\text{m}) + (6,0\text{kg})(-2,0\text{m})}{13,0\text{kg}} = 1,4\text{m}.$$

Không cần tính toán ta có $z_C = 0,0\text{m}$ vì rằng đối với mỗi hạt $z_i = 0,0$; hệ hạt ở trong mặt phẳng xy . Vectơ vị trí của khối tâm có dạng :

$$\mathbf{r}_C = (1,9\text{m})\mathbf{i} + (1,4\text{m})\mathbf{j}.$$

Bài tự kiểm tra 7-1

Thêm vào hệ trọng ví dụ trên hạt sau đây :

$m_4 = 3,0\text{kg}$ ở $(1,0\text{m}; 6,0\text{m}; 0,0\text{m})$. Xác định toạ độ mới của khối tâm và viết biểu thức của \mathbf{r}_C theo các vectơ đơn vị.

$$\text{Đáp số : } (1,8\text{m})\mathbf{i} + (1,4\text{m})\mathbf{j}.$$

Khối tâm của vật có kích thước

Các vật chúng ta gặp hàng ngày không phải là các hạt : đó là các vật có kích thước và chiếm một thể tích trong không gian. Một vật có kích thước được xử lí như là một phân bố liên tục của khối lượng. Chúng ta chia vật thành một số vô cùng lớn các khối lượng vô cùng nhỏ dm và sau đó thực hiện phép tổng với một số vô cùng lớn các số hạng. Chúng ta sử dụng phương pháp tính tích phân vì rằng một tích phân có thể được coi như một tổng vô hạn của các số hạng vô cùng bé. Như vậy các phương trình xác định khối tâm của một vật có kích thước có dạng :

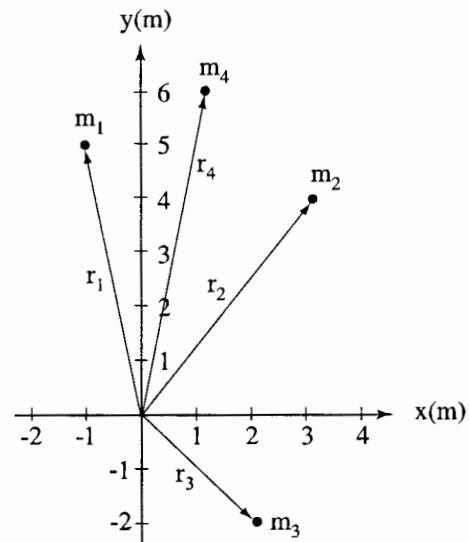
$$\mathbf{r}_C = \frac{1}{M} \int \mathbf{r} dm \quad (7-3)$$

và

$$x_C = \frac{1}{M} \int x dm, \quad y_C = \frac{1}{M} \int y dm, \quad z_C = \frac{1}{M} \int z dm \quad (7-4)$$

Để tính các tích phân trong phương trình 7-4 thường chúng ta biểu diễn dm theo các toạ độ của vật. Khối lượng dm của một thể tích nguyên tố dV bằng ρdV , trong đó ρ là khối lượng riêng của vật liệu cấu tạo nên vật. Lúc đó các phương trình (7-4) trở thành :

$$x_C = \frac{1}{M} \int x \rho dV, \quad y_C = \frac{1}{M} \int y \rho dV, \quad z_C = \frac{1}{M} \int z \rho dV. \quad (7-5)$$



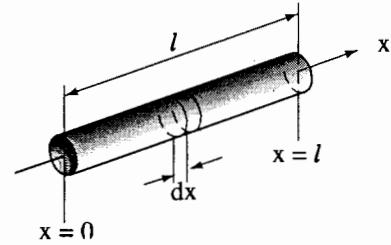
Hình 7-3. Bài tự kiểm tra 7-1.

VÍ DỤ 7-3

Khối tâm của một thanh đồng nhất. Như là một ví dụ minh họa, ta xét một thanh chất rắn đồng nhất như một thước mét chẵng hạn, hãy tìm khối tâm của thanh.

Giải. Chọn gốc tại một đầu thanh và giả sử trục x nằm dọc theo trục thanh (hình 7-4). Gọi chiều dài thanh là l , tiết diện ngang của thanh là A và khối lượng thanh là M . Như vậy thể tích của thanh bằng lA và khối lượng riêng của thanh $\rho = \frac{M}{lA}$. Một phần tử vô cùng bé là một đĩa phẳng (có dạng như một đồng tiền) với đáy bằng A , độ dày dx thì thể tích của nó $dV = Adx$. Thay các giá trị này vào biểu thức của x_C trong phương trình 7-5 :

$$x_C = \frac{1}{M} \int_0^l x \left(\frac{M}{lA} \right) Adx = \frac{l}{2}$$



Hình 7-4. Ví dụ 7.3.

BÀI TỰ KIỂM TRA 7-2

Giả sử xác định khối tâm của thanh khi chọn gốc toạ độ ở chính giữa thanh (thay vì ở một đầu thanh) và chọn trục x dọc theo chiều dài thanh. (a) Trong trường hợp này đâu là các giới hạn tích phân ? (b) Giá trị của x_C bằng bao nhiêu ?

Đáp số : (a) $-\frac{l}{2}$ đến $+\frac{l}{2}$; (b) 0.

7-2. CHUYỂN ĐỘNG CỦA KHỐI TÂM

Khối tâm là một khái niệm quan trọng vì rằng chuyển động của một hệ hạch hoặc một vật có kích thước có thể được biểu diễn một cách đơn giản thông qua chuyển động của khối tâm. Điều này được chứng minh bằng việc kết hợp định luật II và định luật III Newton. Vận tốc của khối tâm bằng đạo hàm theo thời gian của r_C . Sử dụng phương trình 7-1 :

$$\mathbf{v}_C = \frac{d}{dt} \mathbf{r}_C = \frac{1}{M} \sum m_i \frac{d\mathbf{r}_i}{dt}$$

hay :

$$\mathbf{v}_C = \frac{1}{M} \sum m_i \mathbf{v}_i \quad (7-6)$$

Tương tự, gia tốc của khối tâm bằng đạo hàm theo thời gian của vận tốc của khối tâm :

$$\mathbf{a}_C = \frac{d}{dt} \mathbf{v}_C = \frac{1}{M} \sum m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2}$$

$$\mathbf{a}_C = \frac{1}{M} \sum m_i \mathbf{a}_i \quad (7-7)$$

Các định luật của Newton và chuyển động của khối tâm

Hình 7-5 biểu diễn một hệ gồm ba hạt. Trên mỗi hạt có ba lực tác dụng. Ví dụ, trên hạt 1 có các lực \mathbf{F}_{21} tác dụng bởi hạt 2, \mathbf{F}_{31} tác dụng bởi hạt 3 và lực $\mathbf{F}_{\text{ngoại}}$ tác dụng bởi một vật khác ở ngoài hệ ba hạt của chúng ta (có thể có nhiều tác nhân bên ngoài nhưng để đơn giản ta chỉ xét một). Các lực do các hạt trong hệ tác dụng lẫn nhau gọi là các **nội lực**, còn các lực tác dụng bởi các tác nhân bên ngoài gọi là các **ngoại lực** (một ngoại lực có thể là lực hấp dẫn của Trái Đất lên một hạt).

Áp dụng định luật II Newton cho mỗi hạt ta có :

$$\mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{31} + \mathbf{F}_{\text{ngoại}1} = m_1 \mathbf{a}_1$$

$$\mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{32} + \mathbf{F}_{\text{ngoại}2} = m_2 \mathbf{a}_2$$

$$\mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{23} + \mathbf{F}_{\text{ngoại}3} = m_3 \mathbf{a}_3$$

Bây giờ ta cộng ba phương trình này lại và trong khi cộng sử dụng định luật III Newton. Theo định luật III, lực và phản lực bằng nhau và ngược chiều :

$$\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12} \quad \mathbf{F}_{23} = -\mathbf{F}_{32} \quad \mathbf{F}_{31} = -\mathbf{F}_{13}$$

Khi cộng các phương trình trên, các nội lực triệt tiêu nhau từng đôi một và tổng các nội lực bằng không. Điều đó được thể hiện trên hình 7-5, trên đó biểu diễn mỗi cặp lực và phản lực bằng nhau về độ lớn và ngược chiều về hướng. Tổng của ba phương trình bằng :

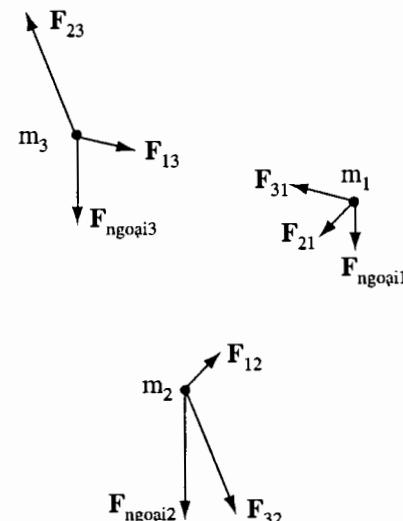
$$\mathbf{F}_{\text{ngoại}1} + \mathbf{F}_{\text{ngoại}2} + \mathbf{F}_{\text{ngoại}3} = m_1 \mathbf{a}_1 + m_2 \mathbf{a}_2 + m_3 \mathbf{a}_3$$

Theo định luật III Newton, vectơ tổng của các nội lực bằng không đối với một hệ với số hạt bất kì. Mở rộng lập luận cho hệ với số hạt bất kì ta có :

$$\Sigma \mathbf{F}_{\text{ngoại}} = \Sigma m_i \mathbf{a}_i \quad (7-8)$$

trong đó $\Sigma \mathbf{F}_{\text{ngoại}}$ biểu diễn tổng của các ngoại lực tác dụng lên các hạt của hệ. Như vậy $\Sigma \mathbf{F}_{\text{ngoại}}$ là **ngoại lực tổng hợp** tác dụng lên hệ. Mặt khác từ phương trình (7-7) ta suy ra :

$$\Sigma \mathbf{F}_{\text{ngoại}} = M \mathbf{a}_C \quad (7-9)$$



Hình 7-5. Hệ gồm ba hạt. Hình vẽ biểu diễn các lực tác dụng lên mỗi hạt.

Ngoại lực tổng hợp tác dụng lên hệ là tỉ lệ với gia tốc của khối tâm của hệ và hệ số tỉ lệ bằng khối lượng tổng cộng của hệ.

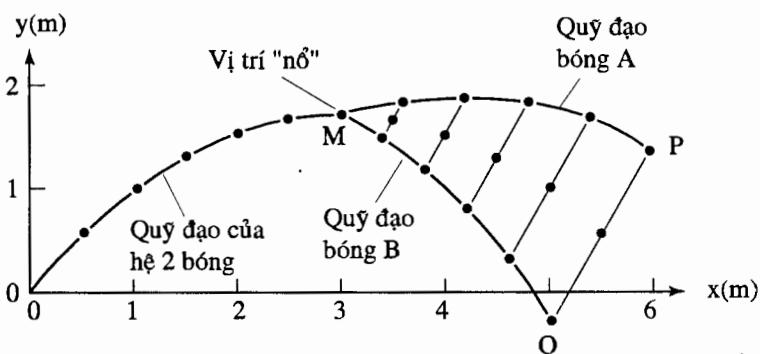
Đó là định luật thứ hai của Newton đối với chuyển động của khối tâm của hệ (hoặc của vật có kích thước). Chuyển động của khối tâm của hệ cũng giống như chuyển động của một hạt đơn với khối lượng M khi lực tổng hợp tác dụng lên nó bằng $\Sigma \mathbf{F}_{\text{ngoại}}$. Mỗi khi chúng ta quan tâm đến chuyển động của khối tâm thì hệ hoạt động như thể toàn bộ khối lượng của nó tập trung tại khối tâm. Các lực ảnh hưởng lên chuyển động chỉ là các ngoại lực. Các nội lực của hệ không ảnh hưởng gì đối với chuyển động của khối tâm của hệ.

VÍ DỤ 7-4

Nổ trong không trung. Hai quả bóng cao su (bóng A và bóng B) cùng khối lượng được buộc chặt vào nhau bởi một số vòng chỉ. Hệ hai quả bóng này được ném lên không trung. Trong phần đầu của quỹ đạo, hệ chuyển động theo một đường parabol biểu diễn bằng đường OM trên hình 7-6 (bỏ qua sức cản của không khí). Vị trí của hệ được đánh dấu bởi các dấu chấm sau từng 0,1s. Ngay khi đạt độ cao cực đại, dây buộc bị đứt và hệ bị "nổ". Quả bóng A vạch nên một quỹ đạo parabol mới MP nằm trong cùng mặt phẳng với quỹ đạo parabol ban đầu. Quỹ đạo của bóng A được biểu diễn bằng các chấm sau từng 0,1s. (a) Đánh dấu vị trí của khối tâm của hệ sau từng 0,1s trong phần hai của chuyển động (sau khi nổ). (b) Đánh dấu vị trí của bóng B sau từng 0,1s trong phần hai của chuyển động và vạch quỹ đạo của nó.

Giải. (a) Khi nổ, mỗi bóng tác dụng một lực lên bóng kia nhưng các lực này là nội lực và không ảnh hưởng đến chuyển động của khối tâm. Do đó khối tâm sẽ tiếp tục chuyển động giống như lúc hệ không bị nổ. Sử dụng tính chất đối xứng đã biết của quỹ đạo của một hạt trong trọng trường đều, chúng ta có thể đánh dấu các vị trí của khối tâm trong phần hai của chuyển động bằng cách vạch tiếp quỹ đạo parabol ban đầu như biểu diễn bởi các chấm đen trên hình 7-6.

(b) Do hai quả bóng có cùng khối lượng nên khối tâm của chúng nằm giữa đường nối hai quả bóng tại mỗi thời điểm. Tại mỗi thời điểm vị trí của bóng A và của khối tâm đã biết, chúng ta vẽ đoạn thẳng nối vị trí bóng A đến vị trí tương ứng của khối tâm tại từng 0,1s một và kéo dài đoạn thẳng đó ra phía bên kia của khối tâm. Sau đó chúng ta đánh dấu vị trí tương ứng của bóng B như đã biểu diễn trên hình vẽ. Đường MQ biểu diễn quỹ đạo của bóng B trong phần hai của chuyển động.



Hình 7-6. Ví dụ 7-4. Hệ hai quả bóng, với các bóng lúc đầu được ép chặt bị nổ khi đạt độ cao cực đại. Từ quỹ đạo đã biết của bóng A sau khi nổ ta có thể xác định được quỹ đạo của bóng B.

7-3. ĐỘNG LƯỢNG

Động lượng có nghĩa thông thường là lượng vận động. Trong vật lí từ động lượng được định nghĩa một cách đơn giản và rõ ràng hơn.

Động lượng của một hạt

Động lượng p của một hạt có khối lượng m và vận tốc v theo định nghĩa bằng tích của khối lượng và vận tốc v của nó :

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \quad (7-10)$$

Động lượng là một đại lượng vectơ. Hướng của động lượng trùng hướng của vận tốc, còn độ lớn $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. Động lượng có thứ nguyên [khối lượng][chiều dài / thời gian] và đơn vị SI của nó là kilôgam nhân mét trên giây ($\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}$).

Newton đầu tiên đã biểu diễn định luật II bằng một công thức mà khi đưa vào khái niệm động lượng sẽ có dạng :

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad (7-11)$$

Dạng biểu thức này tương đương dạng đã sử dụng trong chương 4, $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$:

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\mathbf{a}$$

trong đó chúng ta đã giả sử rằng khối lượng là không đổi. Như vậy động lượng của một hạt là một đại lượng mà đạo hàm của nó bằng lực tổng hợp tác dụng lên hạt.

Động lượng của một hệ hạt

Động lượng \mathcal{P} của một hệ hạt bằng tổng các động lượng của các hạt tạo nên hệ :

$$\mathcal{P} = \sum \mathbf{p}_i = \sum m_i \mathbf{v}_i \quad (7-12)$$

Động lượng của một hệ có thể được biểu diễn thông qua vận tốc của khối tâm của hệ. Phương trình 7-6 rút ra từ định nghĩa

khối tâm của hệ cho ta $\mathbf{v}_C = \frac{\sum m_i \mathbf{v}_i}{M}$ hay

$M\mathbf{v}_C = \sum m_i \mathbf{v}_i$. Thay giá trị này vào phương trình 7-12 ta được :

$$\mathcal{P} = M\mathbf{v}_C \quad (7-13)$$

Động lượng \mathcal{P} của một hệ hay của một vật có kích thước có cùng biểu thức như động lượng của một hạt có khối lượng M và có vận tốc của khối tâm \mathbf{v}_C . Mỗi khi chúng ta quan tâm đến động lượng của hệ thì hệ hoạt động như thể tất cả khối lượng tập trung tại khối tâm và chuyển động với vận tốc \mathbf{v}_C .

Nếu lấy đạo hàm của động lượng của hệ, ta có :

$$\frac{d\mathcal{P}}{dt} = M \frac{d\mathbf{v}_C}{dt} = M\mathbf{a}_C \quad (7-14)$$

so sánh (7-14) với (7-9) ta có phương trình của định luật II Newton như sau :

$$\sum \mathbf{F}_{\text{ngoại}} = \frac{d\mathcal{P}}{dt} \quad (7-15)$$

Đạo hàm của động lượng của hệ theo thời gian bằng ngoại lực tổng hợp tác dụng lên hệ.

Phương trình này là sự tổng quát hoá phương trình $\sum \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$ cho một hạt đơn sang một hệ nhiều hạt. Bảng (7-1) sẽ liệt kê các công thức quan trọng cho một hạt đơn và một hệ hạt.

Bảng 7-1

Định luật hoặc định nghĩa	Hạt đơn	Hệ hạt
Định luật II Newton	$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$	$\sum \mathbf{F}_{\text{ngoại}} = M\mathbf{a}_C$
Động lượng	$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$	$\mathcal{P} = M\mathbf{v}_C$
Định luật II Newton (biểu thị qua động lượng)	$\sum \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$	$\sum \mathbf{F}_{\text{ngoại}} = \frac{d\mathcal{P}}{dt}$
Định lí công - động năng	$W = K_2 - K_1$	

Các hệ quy chiếu

Việc giải các bài toán có động lượng đổi khi trở nên đơn giản với cách chọn đúng đắn hệ quy chiếu. Một hệ quy chiếu bất kì có thể được sử dụng mỗi khi hệ đó là **hệ quán tính** hoặc có thể coi gần đúng là quán tính trong phạm vi độ chính xác của bài toán. Khái niệm về động lượng đã

được phát triển từ định luật thứ hai của Newton, và định luật II Newton chỉ được nghiên cứu đúng nếu gia tốc được đo đối với một hệ quy chiếu quán tính. Thông thường hệ quy chiếu thuận lợi nhất là hệ quy chiếu đứng yên đối với khối tâm vì rằng động lượng của hệ là bằng không trong một hệ quy chiếu như vậy.

7-4. XUNG LƯỢNG CỦA LỰC

Một lực có giá trị lớn tồn tại trong *một khoảng thời gian ngắn* được gọi là **xung lực**. Một ví dụ về xung lực là lực của cây vợt tác dụng lên quả bóng tennis. Khi quả bóng bị đánh, ngoài lực tác dụng bởi cây vợt lên quả bóng còn có tác dụng của các lực khác. Đó là lực hấp dẫn của Trái Đất và lực tác dụng bởi không khí. Tuy nhiên trong lúc quả bóng bị đánh các lực này không đáng kể và lực tác dụng bởi vợt là lực chủ yếu gây ra sự thay đổi đột ngột chuyển động của bóng. Hình 7-7 biểu diễn sự thay đổi theo thời gian của lực do vợt tác dụng lên quả bóng. Khoảng thời gian lực tác dụng là rất ngắn, vào khoảng 10 ms, nhưng giá trị của lực rất lớn với giá trị cực đại vào khoảng 500N.

Đại lượng đặc trưng cho hiệu quả của xung lực gọi là **xung lượng của lực**, được kí hiệu bằng chữ **J** và được tính theo công thức :

$$J = \int_{t_1}^{t_2} F dt$$

Thứ nguyên của xung lượng của lực là [lực][thời gian], do đó đơn vị của nó trong hệ SI là niu-ton.giây (Ns).

Trong khoảng thời gian tác dụng của xung lực **F** lực đó đóng vai trò chủ yếu

còn các lực khác có thể bỏ qua. Như vậy ta có thể sử dụng xung lực **F** như là lực tổng hợp, và theo định luật II Newton :

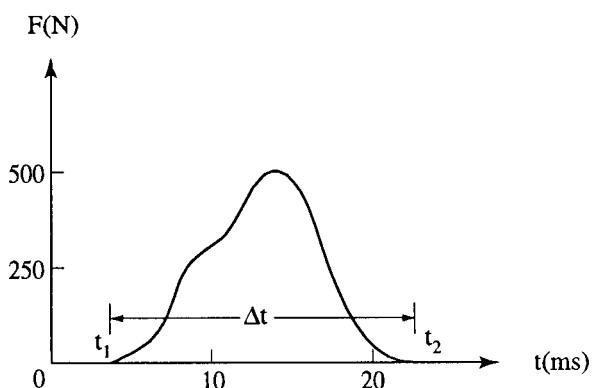
$$\Sigma F = F = \frac{dp}{dt} \text{ hay } dp = F dt$$

Tích phân phương trình này ta được

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \int_{t_1}^{t_2} F dt$$

Như vậy định luật II Newton dẫn đến sự liên hệ giữa xung lượng của lực và động lượng :

$$J = \Delta p \quad (7-16)$$



Hình 7-7. Đồ thị biểu diễn sự thay đổi theo thời gian của xung lực tác dụng lên quả bóng tennis.

Xung lượng của lực tác dụng lên vật trong khoảng thời gian Δt bằng độ biến thiên động lượng của vật trong khoảng thời gian đó. Cần nhớ rằng biểu thức đó chỉ có giá trị nếu xung lực lớn hơn nhiều tổng vectơ của các lực khác trong suốt thời gian Δt . Đôi khi chúng ta có thể đo độ biến thiên động lượng của một vật thông qua một xung lực trung bình. Khi đó xung lực là không đổi với giá trị trung bình \bar{F} trong suốt khoảng thời gian Δt , như biểu diễn đồ thị trên hình 7-8. Như vậy biểu thức liên hệ giữa J và \bar{F} là :

$$J = \int_{t_1}^{t_2} F dt = \bar{F} \Delta t \quad (7-17)$$

Bài tự kiểm tra 7-3

Một quả bóng tennis khối lượng 0,07kg bay ngang về hướng Bắc với tốc độ 30m/s khi nó bị đánh bởi vợt. Sau khi bị đánh trả bóng bay về hướng Nam với tốc độ 40m/s. Hỏi độ lớn và hướng của xung lượng của lực tác dụng lên bóng bởi vợt ?

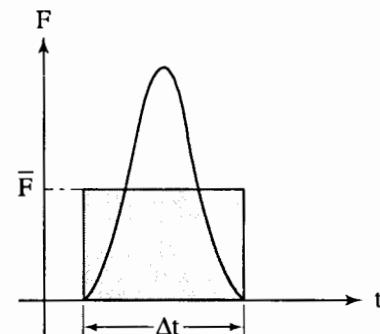
Đáp số : 4,9Ns, hướng về hướng Nam.

7-5. BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG

Bây giờ giả sử ta xét một hệ mà đối với hệ đó ngoại lực tổng hợp $\Sigma F_{\text{ngoại}} = 0$, lúc đó : $\mathcal{P} = \text{const}$ hay $\mathcal{P}_1 = \mathcal{P}_2$.

Như vậy đối với một hệ kín cô lập thì động lượng của hệ đó không đổi : động lượng \mathcal{P}_1 tại một thời điểm t_1 bằng động lượng \mathcal{P}_2 tại một thời điểm t_2 khác. Nói cách khác động lượng của hệ là bảo toàn. Chúng ta có thể tóm tắt **nguyên lí bảo toàn động lượng** :

Xung lượng của lực bằng độ biến thiên của động lượng.



Hình 7-8. Giá trị trung bình của một xung lực \bar{F} được định nghĩa sao cho diện tích dưới đường cong F theo t bằng diện tích $\bar{F} \Delta t$ của hình chữ nhật.

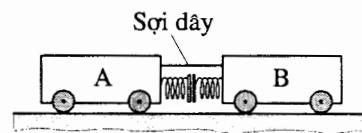
Nếu ngoại lực tổng hợp tác dụng lên một hệ bằng không ($\Sigma F_{\text{ngoại}} = 0$), thì động lượng của hệ là không đổi theo thời gian ($\mathcal{P} = \text{const}$).

Vấn đề mấu chốt để sử dụng nguyên lí bảo toàn động lượng là việc cô lập hệ mà đối với hệ đó $\Sigma F_{\text{ngoại}} = 0$ hoặc nhỏ không đáng kể.

VÍ DỤ 7-5

Hai xe đẩy với bộ phận chống va chạm bằng lò xo.

Hai chiếc xe đẩy mỗi chiếc có gắn một bộ phận chống va chạm bằng lò xo, được đẩy vào sát nhau. Khi các lò xo bị nén, hai xe được buộc vào với nhau bằng một sợi dây (hình 7-9). Khi sợi dây bị cắt đứt, hai lò xo giãn ra và đẩy hai chiếc xe ra xa về hai phía đối diện. Sau khi xa nhau, xe A với khối lượng 1,0kg có tốc độ bằng 3,0m/s, còn xe B với khối lượng 3,0kg có tốc độ chưa biết là v_B . Tìm v_B .



Hình 7-9. Ví dụ 7-5 : Hai chiếc xe đẩy được buộc với nhau bằng một sợi dây sao cho các bộ phận chống va chạm bằng lò xo bị nén lại.

Giải. Mỗi xe xem như một hạt, trên mỗi xe có lực hấp dẫn tác dụng hướng xuống, phản lực do mặt bàn tác dụng hướng lên và trong khoảng thời gian Δt có lực nằm ngang do xe kia tác dụng nên lực tổng hợp là khác 0. Tuy nhiên nếu hệ gồm hai xe thì các lực do hai xe tác dụng lẫn nhau là nội lực, tổng nội lực bằng 0 ; còn tổng ngoại lực cũng bằng 0 $\Sigma F_{\text{ngoại}} = 0$. Vậy ta chọn hệ gồm hai xe và có thể áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ hai xe. Động lượng của hệ lúc đầu bằng 0, $\mathcal{P}_1 = 0$; lúc sau

$$\mathcal{P}_2 = m_A v_A + m_B v_B = 0 \text{ do } \mathcal{P}_1 = \mathcal{P}_2. \text{ Từ đó suy ra : } v_B = -\frac{m_A}{m_B} v_A.$$

$$\text{Độ lớn } v_B = \frac{m_A}{m_B} v_A = \frac{1,0(\text{kg})}{3,0(\text{kg})} (3,0\text{m/s}) = 1,0(\text{m/s}).$$

Bài tự kiểm tra 7-4

Giả sử chúng ta lại thực hiện thí nghiệm với hai chiếc xe có lắp lò xo chống va chạm, nhưng lần này chúng ta khoá các bánh của xe B lại sao cho chúng không quay và hệ số ma sát trượt giữa các bánh xe bị khoá và mặt đường có giá trị sao cho lực ma sát là đáng kể. Hỏi nếu bạn đo v_A bạn có thể xác định v_B bằng bảo toàn động lượng được không ?

Nếu có thể, bạn hãy chỉ ra hệ mà $\Sigma F_{\text{ngoại}} = 0$. Nếu không thể, hãy giải thích tại sao.

Đáp số : Không thể, vì $\Sigma F_{\text{ngoại}}$ là đáng kể.

7-6. VA CHẠM

Va chạm là hiện tượng thường gặp trong tự nhiên cũng như trong cuộc sống thường nhật. Các bài toán va chạm thường có các đặc điểm có thể dẫn đến

việc sử dụng bảo toàn động lượng để giải chúng. Trong va chạm, hai (hoặc nhiều hơn) vật tác dụng lên nhau các xung lực. Điều đó có nghĩa là các lực tương tác

giữa chúng là lớn nhưng tác dụng trong một khoảng thời gian ngắn Δt . Nếu coi các vật va chạm là một hệ thì trong khoảng thời gian Δt các ngoại lực tác dụng lên hệ thường đủ nhỏ để bỏ qua so với lực có giá trị lớn mà các vật va chạm tác dụng lên nhau. Hệ các vật va chạm như vậy thoả mãn các tiêu chuẩn đối với bảo toàn động lượng - ngoại lực tổng hợp $\Sigma F_{\text{ngoại}}$ hoặc bằng 0 hoặc nhỏ không đáng kể.

Các va chạm thường được phân loại bằng việc so sánh động năng của hệ trước và sau va chạm. Nếu động năng sau va chạm bằng động năng trước va chạm ($K' = K$) thì va chạm được gọi là **dàn hồi**. Nếu động năng sau va chạm nhỏ hơn động năng trước va chạm ($K' < K$) thì va chạm gọi là **không dàn hồi**. Va chạm giữa các

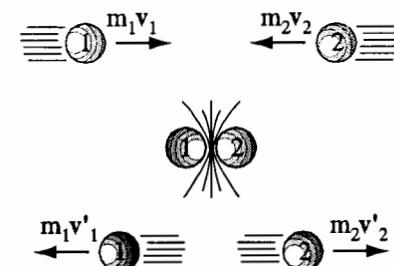
vật vĩ mô là không dàn hồi, nhưng một số va chạm, ví dụ va chạm giữa hai quả bóng bi-a là hầu như dàn hồi. Ngược hẳn với va chạm dàn hồi là **va chạm hoàn toàn không dàn hồi**. Trong một va chạm hoàn toàn không dàn hồi, các vật va chạm **dính lại** với nhau làm một và cùng chuyển động sau khi va chạm. Điều đó chứng tỏ rằng một lượng cực đại động năng đã bị tiêu tốn trong quá trình va chạm không dàn hồi, biến thành năng lượng nhiệt hoặc các dạng năng lượng khác. Chúng ta có thể tóm tắt lại là trong va chạm dàn hồi hệ tuân theo định luật bảo toàn động năng và định luật bảo toàn động lượng. Còn trong va chạm không dàn hồi, hệ chỉ tuân theo định luật bảo toàn động lượng, không thoả mãn định luật bảo toàn động năng.

Bảng 7-2

Loại va chạm	Động năng của hệ	Động lượng của hệ
Dàn hồi	$K_1 + K_2 = K'_1 + K'_2$ (bảo toàn động năng)	$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2$ (bảo toàn động lượng)
Không dàn hồi và không dàn hồi tuyệt đối	$K_1 + K_2 = K'_1 + K'_2 + \text{các dạng năng lượng khác}$ (không bảo toàn động năng)	$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2$ (bảo toàn động lượng)

Va chạm dàn hồi một chiều

Chúng ta xét một va chạm trực diện của hai quả cầu chuyển động dọc theo một đường thẳng nối liền hai tâm của chúng (gọi là va chạm xuyên tâm). Vật m_1 gọi là "đạn"; vật m_2 gọi là "bia" (hình 7-10). Hệ hai hạt này là một hệ kín và cô lập (không có ngoại lực tổng hợp tác dụng lên hệ). Theo các định luật bảo toàn động năng và động lượng của hệ trước và sau va chạm, ta có :



Hình 7-10

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1' + \frac{1}{2} m_2 v_2'$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad (7-18)$$

Để tìm vận tốc các hạt sau va chạm, ta chuyển các số hạng cùng khối lượng về một vế, ta có :

$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2(v_2^2 - v_2'^2)$$

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2^2 - v_2')$$

Áp dụng hằng đẳng thức $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ ta dễ dàng tìm thấy :

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

Sắp xếp lại ta có hệ hai phương trình :

$$v_1 - v_1' = \frac{m_2}{m_1} (v_2' - v_2)$$

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

Giải ra ta có :

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \quad (7-19)$$

Từ các công thức trên ta xét các trường hợp đặc biệt sau :

* Nếu khối lượng của hai quả cầu bằng nhau ($m_1 = m_2$) thì :

$v_1' = v_2$ và $v_2' = v_1$: Hai quả cầu trao đổi vận tốc cho nhau.

VÍ DỤ 7-6.

Tìm các vận tốc cuối. Một hạt prôtôn (p) có khối lượng $m_1 = 1,01u$ (u là đơn vị khối lượng nguyên tử, bằng $1,6606 \cdot 10^{-27}$ kg) chuyển động với vận tốc $3,60 \cdot 10^4$ m/s va chạm đàn hồi với hạt nhân heli đứng yên (khối lượng $m_{He} = 4,00u$). Tìm vận tốc của các hạt prôtôn và hạt nhân heli sau va chạm.

Giải. Hệ hai hạt p và He (kí hiệu hạt 1 và 2) xem là hệ kín và cô lập. Áp dụng các định luật bảo toàn động năng và động lượng, ta có kết quả (công thức 7-19) :

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{1,01 - 4,00}{1,01 + 4,00} \cdot 3,60 \cdot 10^4 \text{ m/s} = -2,15 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

* Nếu ban đầu một quả cầu đứng yên (ví dụ $v_2 = 0$) thì :

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}$$

$$v_2' = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Trong trường hợp $m_1 = m_2$ thì $v_1' = 0$; $v_2' = v_1$ tức là sau va chạm quả cầu m_1 đứng yên còn quả cầu m_2 có vận tốc bằng vận tốc của quả cầu m_1 trước va chạm.

Trong trường hợp $m_1 \gg m_2$ tức là "đạn" nặng hơn còn "bia" nhẹ thì $v_1' \approx v_1$ và $v_2' \approx 2v_1$. Chẳng hạn như bắn một quả bôlinh vào một quả bi-a; quả bôlinh hầu như không thay đổi tốc độ, còn quả bi-a chịu một cú đánh mạnh và làm nó thay đổi tốc độ từ không đến giá trị gần gấp đôi tốc độ của quả bôlinh.

Còn trong trường hợp $m_1 \ll m_2$ tức là "đạn" nhẹ còn "bia" nặng, khi đó $v_1' \approx -v_1$ và $v_2' \approx 0$. Chẳng hạn như bắn một quả bi-a vào quả bôlinh, sau va chạm quả bi-a nảy ngược trở lại với tốc độ hầu như bằng tốc độ của nó trước khi va chạm, còn quả bôlinh hầu như vẫn đứng yên.

$$v_2' = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 1,01}{1,01 + 4,00} \cdot 3,60 \cdot 10^4 \text{ m/s} = 1,45 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

Như vậy sau va chạm hạt prôtôn nẩy ngược trở lại với tốc độ $2,15 \cdot 10^4 \text{ m/s}$, còn hạt nhân heli chuyển động về phía trước với tốc độ $1,45 \cdot 10^4 \text{ m/s}$.

Bài tự kiểm tra 7-5

Vật 1 có khối lượng chưa biết m_1 va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật 2 có khối lượng $m_2 = 5,0 \text{ kg}$. Vật 1 trước va chạm có tốc độ 55 m/s và sau va chạm chuyển động ngược lại với tốc độ 20 m/s , còn vật 2 lúc đầu đứng yên. (a) Xác định tốc độ vật 2 sau va chạm. (b) Xác định m_1 .

Đáp số : (a) 35 m/s ; (b) $2,3 \text{ kg}$.

VÍ DỤ 7-7

Quá trình làm chậm neutron trong lò phản ứng hạt nhân. Trong một lò phản ứng hạt nhân, một neutron sau khi được phát ra từ một nhân phân hạch phải được làm chậm trước khi nó tham gia vào một phản ứng dây chuyền để gây ra các phân hạch khác. Các neutron có thể bị giảm tốc độ do các va chạm với hạt nhân, quá trình giảm tốc độ đó được gọi là **quá trình làm chậm**. Điều này tương tự như cách thức quả bóng bi-a bị đánh giảm tốc độ khi va chạm với các quả bi-a khác. Trong một số lò phản ứng, nhân hiđrô (chứa trong nước) được sử dụng vào mục đích đó, trong một số lò phản ứng hạt nhân khác lại sử dụng nhân cacbon (có trong các thanh graphit). Các va chạm thực chất là đàn hồi, và so với neutron các nhân làm chậm đứng yên khi bị va chạm bởi neutron. Xác định phần tốc độ neutron bị giảm trong một va chạm xuyên tâm với (a) một nhân hiđrô và (b) với một nhân cacbon. Nhân hiđrô chứa một prôtôn có khối lượng gần giống như khối lượng neutron, còn nhân cacbon có khối lượng khoảng 12 lần khối lượng neutron.

Giải. Do va chạm là đàn hồi xuyên tâm, thành phần vận tốc của neutron sau va chạm được tính theo phương trình (7-19) :

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

trong đó neutron là vật 1 còn nhân bị va chạm là vật 2.

(a) Do khối lượng nhân hiđrô gần giống như khối lượng neutron, ($m_1 \approx m_2$) nên $v_1' \approx 0$. Neutron hầu như bị dừng lại, tốc độ của nó hầu như bị giảm đến 0 trong va chạm với một prôtôn.

(b) Trong va chạm với nhân cacbon $m_2 \approx 12m_1$: $v_1' = - \left(\frac{11}{13} \right) v_1$. Như vậy tốc độ neutron bị giảm đi $2/13$ hay 15% bởi va chạm xuyên tâm đó.

Điều đó có nghĩa rằng xét về mặt làm chậm, nước hiệu quả hơn nhiều so với graphit. Tuy nhiên còn nhiều yếu tố khác (không thảo luận ở đây) làm cho graphit được ưa sử dụng hơn.

Bài tự kiểm tra 7-6

Một vật liệu khác thường được dùng như chất làm chậm là "nước nặng". Trong nước nặng nhân hidro là hạt đơteri thay cho prôtôn, và khối lượng của đơteri khoảng hai lần khối lượng nơtron. Xác định phần giảm của tốc độ nơtron khi nó va chạm đàn hồi xuyên tâm với một hạt đơteri đứng yên.

Đáp số : 1/3.

Va chạm hoàn toàn không đàn hồi một chiều

Xét một va chạm trực diện của hai vật chuyển động trên một đường thẳng, vật 1 gọi là "đạn", vật 2 gọi là "bia". Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng chuyển động. Trong trường hợp này hệ 2 vật chỉ thoả mãn định luật bảo toàn động lượng :

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

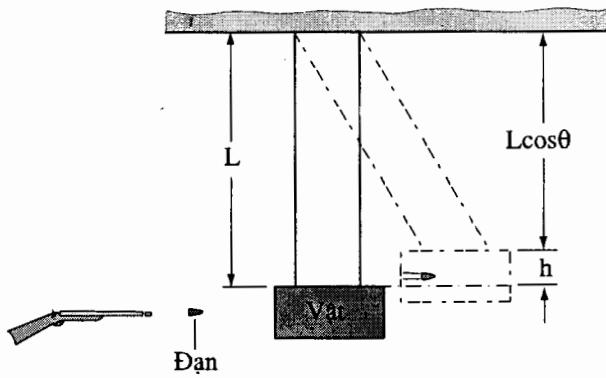
Va chạm không đàn hồi một chiều

Còn nếu sau va chạm hai vật không dính vào nhau thì đó là va chạm không đàn hồi, hệ hai vật cũng chỉ thoả mãn định luật bảo toàn động lượng :

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

VÍ DỤ 7-8

Con lắc thử đạn. Con lắc thử đạn là một thiết bị dùng để đo tốc độ của đạn sau khi được bắn ra khỏi nòng của một khẩu súng trường (hình 7-11). Tốc độ đó được gọi là "vận tốc đầu nòng". Một viên đạn khối lượng m được bắn nằm ngang vào một khối gỗ khối lượng M tạo ra quả nặng của con lắc. Viên đạn bị găm vào trong khối gỗ và độ cao cực đại nâng lên của khối gỗ sẽ được đo. Xác định biểu thức của vận tốc đầu nòng v_m theo M , h và g . Vì rằng viên đạn bị chậm lại rất nhanh trong khối gỗ, có thể giả sử rằng khối gỗ di chuyển một đoạn không đáng kể trong khoảng thời gian từ khi viên đạn bắt đầu xuyên vào cho đến khi nó bị găm trong khối gỗ.



Hình 7-11. Ví dụ 7-8 : Con lắc thử đạn.

Giải. Có hai khoảng thời gian cần quan tâm : khoảng thời gian va chạm Δt_c và khoảng thời gian nâng lên Δt_s . Khoảng thời gian Δt_c bắt đầu từ khi viên đạn bắt đầu xuyên vào con lắc với tốc độ v_m và kết thúc lúc viên đạn bị găm trong đó. Khoảng thời gian Δt_s bắt đầu khi Δt_c kết thúc và kết thúc lúc hệ viên đạn - con lắc dừng lại khi chúng ở độ cao cực đại h.

Hệ là các vật va chạm - viên đạn và con lắc. Trong các khoảng thời gian Δt_c và Δt_s có hai ngoại lực tác dụng lên hệ (bỏ qua sức cản không khí) : đó là lực hấp dẫn hướng xuống và lực căng của các sợi dây hướng lên trên. Trong khoảng thời gian Δt_c các lực này thực chất bằng nhau và ngược chiều nên $\Sigma F_{\text{ngoại}} = 0$. Áp dụng bảo toàn động lượng của hệ ta có :

$$mv_m = (M + m)v'$$

trong đó v' là tốc độ của hệ viên đạn - con lắc tại thời điểm viên đạn trở nên đứng yên đối với con lắc. Giải tìm v' ta được :

$$v' = \frac{mv_m}{M + m}$$

Cơ năng của hệ là không bảo toàn trong khoảng thời gian Δt_c .

Trong khoảng thời gian Δt_s , $\Sigma F_{\text{ngoại}}$ là đáng kể nên động lượng của hệ là không bảo toàn. Tuy nhiên trong khoảng thời gian này chỉ có lực hấp dẫn bảo toàn thực hiện công lên hệ. Bảo toàn cơ năng có thể áp dụng cho hệ trong khoảng thời gian Δt_s . Hệ có động năng $\frac{1}{2}(M + m)v'^2$ vào thời điểm đầu của Δt_s và bằng không vào thời điểm cuối của Δt_s . Theo hình 7-11 độ biến thiên của cơ năng của hệ trong khoảng thời gian Δt_s là $\Delta U = (M + m)gh$. Theo định luật bảo toàn cơ năng $\Delta U = -\Delta K$. Như vậy :

$$(M + m)gh = -[0 - \frac{1}{2}(M + m)v'^2]$$

hay $v' = \sqrt{2gh}$

Bây giờ cho hai giá trị của v' , một từ bảo toàn động lượng trong thời gian Δt_c và một từ bảo toàn năng lượng trong thời gian Δt_s , bằng nhau và giải để tìm v_m . Ta được :

$$v_m = \frac{M + m}{m} \sqrt{2gh}$$

Bài tự kiểm tra 7-7

Trong thí nghiệm con lắc thử đạn, khối lượng viên đạn bằng 25,6g, khối lượng con lắc bằng 5,42kg, độ cao cực đại nâng lên của con lắc bằng 0,040m. Xác định vận tốc đầu nòng.

Đáp số : 188m/s.

VÍ DỤ 7-9

Va chạm hai xe, hao hụt động năng. Một toa xe có khối lượng 10 000kg chuyển động thẳng trên một đường ray với vận tốc 24,0m/s va chạm vào một toa xe khác cùng loại đang đứng yên. Sau va chạm hai toa xe dính vào nhau và cùng chuyển động. (a) Tìm tốc độ sau va chạm của hai toa xe. (b) Có bao nhiêu phần động năng ban đầu đã được chuyển thành nhiệt năng và các dạng năng lượng khác ?

Giải. (a) Hệ hai toa xe xem là một hệ kín và cô lập. Vì là va chạm hoàn toàn không đàn hồi, nên hệ chỉ thoả mãn định luật bảo toàn động lượng, ta có :

$$m_1 v_1 + 0 = (m_1 + m_2)v' = 2m_1 v'$$

Suy ra : $v' = \frac{v_1}{2} = 12,0\text{m/s.}$

(b) Động năng của hệ trước va chạm là :

$$K = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} (10^4\text{kg}) \cdot (24,0\text{m/s})^2 = 2,88 \cdot 10^6\text{J.}$$

Động năng của hệ sau va chạm là :

$$K' = \frac{1}{2} (m_1 + m_2)v'^2 = m_1 v'^2 = (10^4\text{kg})(12,0\text{m/s})^2 = 1,44 \cdot 10^6\text{J.}$$

Vậy phân năng lượng đã chuyển sang dạng khác là :

$$\Delta K = K - K' = 1,44 \cdot 10^6\text{J}$$

Va chạm hai chiều

Động lượng là một đại lượng vectơ, do đó định luật bảo toàn động lượng cũng có thể áp dụng cho va chạm trong không gian hai, ba chiều. Để đơn giản các thảo luận, ta xét sự va chạm của hai hạt trong đó trước va chạm hạt 1 chuyển động (gọi là "đạn") và hạt 2 (gọi là "bia") đứng yên. Sau va chạm hai hạt chuyển động theo hai hướng khác nhau. Nếu ngoại lực tổng hợp $\sum F_{ext}$ bằng 0 hoặc không đáng kể trong thời gian va chạm thì động lượng của hệ bảo toàn :

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{0} = \mathbf{p}'_1 + \mathbf{p}'_2$$

hay : $m_1 \mathbf{v}_1 = m_1 \mathbf{v}'_1 + m_2 \mathbf{v}'_2$

Chúng ta có thể biểu diễn phương trình trên bằng tam giác vectơ động lượng (hình 7-12). Trục toa độ x được chọn

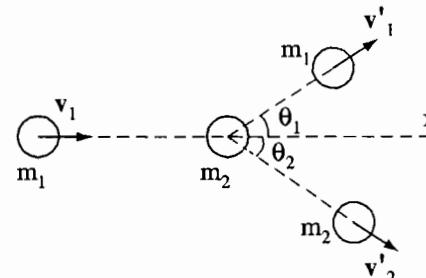
theo hướng của \mathbf{p}_1 , còn trục toạ độ y vuông góc với x. Bảo toàn động lượng theo các thành phần có dạng :

$$p_1 = p'_1 \cos\theta_1 + p'_2 \cos\theta_2$$

hay $m_1 v_1 = m_1 v'_1 \cos\theta_1 + m_2 v'_2 \cos\theta_2$

$$0 = p'_1 \sin\theta_1 + p'_2 \sin\theta_2$$

hay $0 = m_1 v'_1 \sin\theta_1 + m_2 v'_2 \sin\theta_2 \quad (7-20)$



Hình 7-12

Nếu là va chạm đàn hồi ta có thêm một phương trình nữa, đó là định luật bảo toàn động năng

$$\begin{aligned} K_1 &= K'_1 + K'_2 \\ \text{hay } \frac{1}{2} m_1 v_1^2 &= \frac{1}{2} m_1 v'_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v'_2^2 \end{aligned} \quad (7-21)$$

Chúng ta có 3 phương trình, 4 biến số $v'_1, v'_2, \theta_1, \theta_2$. Vậy để giải được cần phải biết một trong các biến số này, khi đó các biến số khác sẽ tìm được.

VÍ DỤ 7-10

Một hạt prôtôn bay với tốc độ $8,2 \cdot 10^5$ m/s va chạm đàn hồi với một hạt prôtôn khác đứng yên. Một trong các hạt prôtôn được quan sát dưới góc tán xạ 60° . Tìm góc tán xạ của hạt prôtôn còn lại và tìm tốc độ của hai hạt prôtôn sau va chạm.

Giải. Vì $m_1 = m_2$ nên các phương trình (7-20) và (7-21) trở thành :

$$\begin{aligned} v_1 &= v'_1 \cos \theta_1 + v'_2 \cos \theta_2 \\ 0 &= v'_1 \sin \theta_1 + v'_2 \sin \theta_2 \\ v_1^2 &= v'_1^2 + v'_2^2 \end{aligned}$$

bằng cách chuyển số hạng rồi bình phương hai vế, ta có :

$$\begin{aligned} (v_1 - v'_1 \cos \theta_1)^2 &= v'_2^2 \cos^2 \theta_2 \\ v'_1^2 \sin^2 \theta_1 &= v'_2^2 \sin^2 \theta_2 \end{aligned}$$

Sau đó cộng lại ta rút ra : $2v'_1(v'_1 - v'_1 \cos \theta_1) = 0$

$$v'_1 = v_1 \cos \theta_1 = (8,2 \cdot 10^5 \text{ m/s}) \cos 60^\circ = 4,1 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$v'_2 = \sqrt{v_1^2 - v'_1^2} = \sqrt{(8,2 \cdot 10^5 \text{ m/s})^2 - (4,1 \cdot 10^5 \text{ m/s})^2} = 7,1 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$\sin \theta_2 = -\frac{v'_1}{v'_2} \sin \theta_1 = -\frac{(4,1 \cdot 10^5 \text{ m/s})}{(7,1 \cdot 10^5 \text{ m/s})} \sin 60^\circ = -0,50$$

$$\text{góc } \theta_2 = -30^\circ$$

Dấu trừ chứng tỏ hạt 2 chuyển động phía dưới trục x nếu hạt 1 chuyển động ở phía trên trục x. Ta thấy góc giữa hai hạt bằng 90° .

Bài tự kiểm tra 7-8

Hai hạt có khối lượng bằng nhau va chạm đàn hồi với nhau, hạt bia ban đầu đứng yên. Hãy chứng minh rằng, sau va chạm hai hạt chuyển động theo hai phương vuông góc với nhau.

VÍ DỤ 7-11

Va chạm hoàn toàn không đàn hồi giữa các vật chuyển động. Vận động viên trượt băng A khối lượng m_A chuyển động về hướng đông với tốc độ v_A và vận động viên trượt băng B khối lượng m_B chuyển động về hướng bắc với tốc độ v_B , lúc gặp nhau họ nắm tay nhau rồi cùng chuyển động. Khi gặp nhau các vận động viên nhanh chóng định hướng lại các lưỡi giày trượt băng của họ theo hướng chuyển động sao cho thành phần nằm ngang của lực tác dụng bởi mặt băng lên hệ hai vận động viên là không đáng kể. Xác định độ lớn và hướng của vận tốc của hai vận động viên sau khi họ gặp nhau.

Giải. Do thành phần nằm ngang của lực mà mặt băng tác dụng lên các vận động viên lúc họ gặp nhau là không đáng kể nên tiêu chuẩn về bảo toàn động lượng được thỏa mãn. Trên hình 7-13 chỉ ra động lượng của các vận động viên trước và sau va chạm. Bảo toàn động lượng cho ta :

$$\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B = \mathbf{p}'$$

Vì \mathbf{p}_A vuông góc với \mathbf{p}_B nên ta có : $p'^2 = p_A^2 + p_B^2$

Từ đó suy ra :

$$v' = \sqrt{\frac{(m_A v_A)^2 + (m_B v_B)^2}{m_A + m_B}}$$

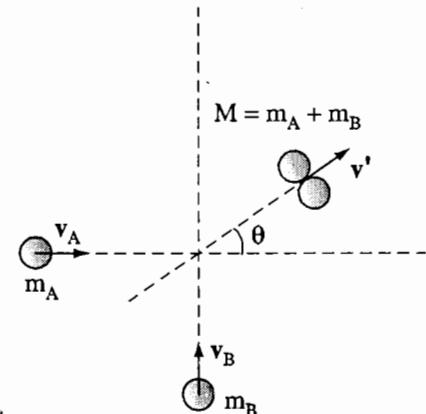
Góc θ giữa v' và trục x được tính : $\tan \theta = \frac{m_B v_B}{m_A v_A}$.

Bài tự kiểm tra 7-9

Trong ví dụ gặp nhau của hai vận động viên trên

đây, $m_A = 71\text{kg}$; $v_A = 1,6\text{m/s}$; $m_B = 52\text{kg}$; $v_B = 3,8\text{m/s}$. Tính v' và θ .

Đáp số : $v' = 1,9\text{m/s}$; $\theta = 60^\circ$.



Hình 7-13. Các vận động viên trước và sau khi gặp nhau.

7-7. CHUYỂN ĐỘNG TÊN LỬA

Chuyển động tên lửa không giống như các phương tiện giao thông khác như ôtô hay tàu hỏa. Khi một ôtô tăng tốc, mặt đường tác dụng một lực ma sát nằm ngang lên các bánh xe và ngoại lực này gây ra gia tốc của xe. Còn tên lửa cần phải có khả năng tăng tốc trong khoảng

không gian chân không, ở đó không có một tác nhân bên ngoài nào cả "để đẩy ngược trở lại". Một tên lửa chuyển động bằng việc phóng ra một bộ phận của chính nó theo hướng ngược với hướng chuyển động dự kiến của nó. Khi một động cơ tên lửa đốt nhiên liệu, vật chất

nhiên liệu bị cháy - khí thải - và bộ phận còn lại của tên lửa tác dụng lên nhau những lực. Lực do khí thải tác dụng lên phần còn lại của tên lửa được gọi là **lực đẩy** của động cơ và lực này đẩy phần còn lại của tên lửa về phía trước. Một đặc điểm nổi bật của tên lửa là khối lượng của nó M thay đổi đáng kể (M giảm) trong khi động cơ của nó hoạt động.

Lực đẩy của động cơ tên lửa

Hai đặc trưng quan trọng của một động cơ tên lửa là tốc độ cháy của nhiên liệu $\left| \frac{dM}{dt} \right|$ và tốc độ v_e của khí thải. Tốc độ cháy của nhiên liệu được biểu diễn giống như $\left| \frac{dM}{dt} \right|$ vì rằng khối lượng M của tên lửa cũng giảm với tốc độ đó. Vì khối lượng M của tên lửa giảm theo thời gian, $\frac{dM}{dt}$ âm nên tốc độ cháy của nhiên liệu

bằng giá trị tuyệt đối của $\frac{dM}{dt}$. Tích

$v_e \left| \frac{dM}{dt} \right|$ là độ lớn của lực đẩy động cơ :

$$F_t = v_e \left| \frac{dM}{dt} \right|$$

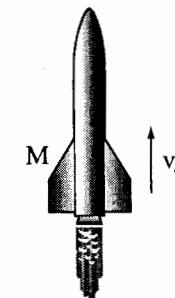
Hướng của lực đẩy ngược với hướng vận tốc của khí thải, nghĩa là hướng về phía trước tên lửa.

Sự phỏng tên lửa

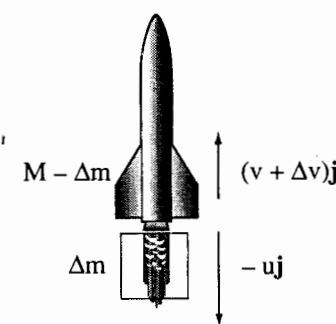
Xét một tên lửa được phỏng lên cao từ bệ phỏng của nó. Tại thời điểm t vận tốc tên lửa là v và khối lượng của nó là M (hình 7-14a). Tại thời điểm $t + \Delta t$, vận tốc của tên lửa là $v + \Delta v$, và khối lượng của nó là $M - \Delta m$, trong đó Δm là khối lượng của khí thải thoát ra trong khoảng thời gian

Δt (hình 7-14b). Trên hình vẽ các trục được chọn sao cho $+j$ hướng thẳng đứng lên trên. Xét định luật II Newton $\Sigma F_{\text{ngoại}} = \frac{dP}{dt}$ áp dụng cho hệ của chúng ta gồm tên lửa cộng với khí thải thoát ra trong thời gian Δt . Như vậy $\Sigma F_{\text{ngoại}} \Delta t = \Delta P$ trong đó $\Sigma F_{\text{ngoại}} = (-Mg)j$ (bỏ qua lực cản của không khí). Từ hình vẽ :

$$\Delta P = [(M - \Delta m)(v + \Delta v) + \Delta m(-u)]j - Mvj$$



(a)



(b)

Hình 7-14. Một tên lửa ngay sau khi phỏng. (a) Tại thời điểm t tên lửa có khối lượng M và vận tốc vj . (b) Tại thời điểm $t + \Delta t$, tên lửa có khối lượng $M - \Delta m$ và vận tốc $(v + \Delta v)j$, còn khí thải có khối lượng Δm và vận tốc $(-u)j$.

trong đó u là tốc độ khí thải đối với bệ phỏng. Tốc độ u liên hệ với tốc độ v_e do đối với tên lửa bởi hệ thức :

$$u = v_e - v$$

Như vậy khí thải chuyển động đối với bệ phỏng chậm hơn so với tên lửa vì rằng

tên lửa chuyển động về phía trước. Thay giá trị này của u và cho $\Sigma F_{\text{ngoại}}$. Δt bằng $\Delta \mathcal{P}$, ta có :

$$(-Mg)\Delta t = (M - \Delta m)(v + \Delta v) + \Delta m(v - v_e) - Mv$$

Một vài số hạng trong vế phải khử lẫn nhau. Khử các số hạng đó và chia cho Δt ta được kết quả :

$$- Mg = M \frac{\Delta v}{\Delta t} - v_e \frac{\Delta m}{\Delta t} - \frac{\Delta m \Delta v}{\Delta t}$$

Bây giờ xét giới hạn khi Δt tiến tới không. Đến giới hạn đó, $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ trở thành

$$\frac{dv}{dt} = a, \quad \frac{\Delta m}{\Delta t} \text{ trở thành tốc độ cháy } \left| \frac{dM}{dt} \right|,$$

còn $\Delta m \frac{\Delta v}{\Delta t}$ trở thành không đáng kể vì rằng tử số của nó chứa tích của hai đại lượng vô cùng bé còn mẫu số chỉ chứa một. Các biến đổi đó cho ta :

$$v_e \left| \frac{dM}{dt} \right| - Mg = Ma$$

hay

$$F_t - Mg = Ma \quad (7-22)$$

Lực đẩy của động cơ trừ trọng lượng của tên lửa bằng khối lượng tên lửa nhân với giá tốc của nó. Phương trình 7-22 chứng tỏ lực đẩy của động cơ là lực do khí thải tác dụng lên tên lửa. Giải phương trình 7-22 để tìm a ta có :

$$a = \frac{F_t}{M} - g$$

Biểu thức này chứng tỏ rằng để tên lửa có thể gia tốc theo hướng của lực đẩy $\frac{F_t}{M}$ phải lớn hơn g . Hoặc để tên lửa được

phóng đi, khối lượng của nó phải nhỏ hơn $\frac{F_t}{g}$.

Phương trình tên lửa

Phương trình 7-22 có thể được mở rộng để mô tả chuyển động của tên lửa một cách tổng quát. Trong trường hợp tổng quát các ngoại lực có thể bao gồm các lực khác ngoài lực hấp dẫn và phương trình là một quan hệ vectơ vì rằng các lực có thể không nằm dọc theo một đường thẳng. Như vậy $-Mg$ được thay bằng $\Sigma F_{\text{ngoại}}$, F_t bằng F_t và a bằng a :

$$F_t + \Sigma F_{\text{ngoại}} = Ma \quad (7-23)$$

Đó là phương trình tên lửa, khi sử dụng phương trình này cần phải nhớ rằng khối lượng M không phải là hằng số, nó giảm theo thời gian.

Có thể sử dụng phương trình tên lửa để tìm sự tăng tốc độ của tên lửa lúc lực đẩy của động cơ cùng hướng với vận tốc ban đầu của tên lửa. Để đơn giản, giả sử tên lửa chuyển động trong khoảng không gian giữa các hành tinh đủ xa Mặt Trời và các hành tinh khác để $\Sigma F_{\text{ngoại}}$ là không đáng kể so với lực đẩy của tên lửa. Vì chúng ta quan tâm đến tốc độ thay đổi của tên lửa, độ lớn của gia tốc được viết dưới dạng $\frac{dv}{dt}$; do khối lượng của tên lửa giảm, $F_t = v_e \left(-\frac{dM}{dt} \right)$. Điều đó cho kết quả :

$$v_e \left(-\frac{dM}{dt} \right) = M \left(\frac{dv}{dt} \right)$$

Tách các biến số v và M , tích phân ta được :

$$\int_{v_1}^{v_2} dv = -v_e \int_{M_1}^{M_2} \frac{dM}{M}$$

Như vậy :

$$v_2 - v_1 = -v_e \ln \frac{M_2}{M_1} = v_e \ln \frac{M_1}{M_2}$$

Độ thay đổi của tốc độ tên lửa là tỉ lệ thuận với tốc độ của khí thải và phụ thuộc vào lôga của số lần khối lượng bị giảm. Giả sử một tên lửa khởi hành từ vị trí đứng yên ($v_1 = 0$) và tiêu tốn nhiên

liệu sao cho khối lượng của nó giảm đi hai lần ($\frac{M_1}{M_2} = 2$), còn tốc độ khí thải v_e giả sử là $2,5 \cdot 10^3 \text{ m/s}$. Tốc độ tên lửa sau khi đốt cháy lượng nhiên liệu đó bằng :

$$v_2 = (2,5 \cdot 10^3 \text{ m/s}) \ln 2 = 1,7 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$$

VÍ DỤ 7-12

Sự khởi hành của tên lửa. Động cơ của một tên lửa có tốc độ đốt cháy nhiên liệu $\left| \frac{dM}{dt} \right| = 3,8 \text{ kg/s}$ và tốc độ khí thải $v_e = 2,3 \cdot 10^3 \text{ m/s}$. Xác định (a) độ lớn của lực đẩy của động cơ, (b) khối lượng cực đại của tên lửa có thể có, lúc phóng từ mặt đất. (c) Nếu khối lượng của tên lửa là 900kg tại thời điểm động cơ đạt đủ công suất, cần bao nhiêu thời gian để tên lửa bắt đầu khởi hành ?

Giải. (a) Độ lớn lực đẩy của động cơ bằng :

$$\begin{aligned} F_t &= v_e \left| \frac{dM}{dt} \right| \\ &= (3,8 \text{ kg/s})(2,3 \cdot 10^3 \text{ m/s}) = 8,7 \text{ kN}. \end{aligned}$$

(b) Khối lượng cực đại lúc phóng bằng

$$M_n = \frac{F_t}{g} = \frac{8,7 \text{ kN}}{9,8 \text{ m/s}^2} \approx 890 \text{ kg}.$$

(c) Vì khối lượng tên lửa là 900kg, lúc động cơ đạt đủ công suất tên lửa cần phải đốt và cho thoát ra 10kg nhiên liệu trước khi tên lửa bắt đầu phóng đi, do tốc độ đốt cháy nhiên liệu là 3,8kg/s, khoảng thời gian từ khi động cơ đủ công suất đến lúc tên lửa phóng đi là :

$$\Delta t = \frac{10 \text{ kg}}{3,8 \text{ kg/s}} \approx 2,6 \text{ s}.$$

Bài tự kiểm tra 7-10

Bạn thiết kế một tên lửa để đi từ bề mặt Hoả tinh ($g = 3,8 \text{ m/s}^2$). Khối lượng tên lửa lúc phóng đi dự định bằng 60 kg, $v_e = 2,5 \cdot 10^3 \text{ m/s}$. Hỏi tốc độ đốt cháy nhiên liệu tối thiểu của động cơ tên lửa ?

Đáp số : 0,99kg/s.

Bài đọc thêm

ĐỔI XỨNG VÀ CÁC NGUYÊN LÍ BẢO TOÀN

Các định luật Newton đã dẫn chúng ta đến hai nguyên lí bảo toàn, bảo toàn năng lượng và bảo toàn động lượng. Cơ học Newton dẫn đến một nguyên lí bảo toàn thứ ba là bảo toàn momen động lượng, sẽ được thảo luận trong chương 8.

Bài đọc thêm ở cuối chương 4 đã thảo luận về việc cơ học Newton không phải luôn luôn đúng. Với các vật nhỏ như nguyên tử, cơ học lượng tử thay thế cơ học cổ điển. Với các vật chuyển động gần bằng tốc độ ánh sáng, lí thuyết tương đối của Einstein được áp dụng. Tuy nhiên ngay cả khi các lí thuyết hiện đại này thay thế cho lí thuyết cổ điển Newton, các nguyên lí bảo toàn vẫn giữ nguyên giá trị. Các nguyên lí bảo toàn hơn hẳn các lí thuyết cơ học.

Có phải các định luật bảo toàn có một nền tảng hơn là các lí thuyết cơ học ? Đúng. Các nguyên lí bảo toàn liên quan đến một số đổi xứng nào đó của vũ trụ. Một trong các đổi xứng như vậy là **đổi xứng không gian**, hay là sự đồng nhất của không gian. Sự phát biểu rằng không gian là đồng nhất có nghĩa là các định luật vật lí không phụ thuộc vào một điểm nào đó trong vũ trụ. Các định luật này có chứa đựng các khoảng cách, nhưng chúng không liên quan đến một điểm được biệt đãi nào cả trong không gian. Khi áp dụng các định luật này có thể chọn một điểm gốc bất kì cho một hệ toạ độ. Do đổi xứng không gian trong vũ trụ, động lượng được bảo toàn.

Một đổi xứng khác là **đổi xứng thời gian** hay là sự đồng nhất của thời gian. Sự đồng nhất của thời gian có nghĩa là bất kì một thời điểm nào cũng có thể chọn là thời điểm ban đầu khi áp dụng một định luật vật lí. Bảo toàn năng lượng là một hệ quả của đổi xứng thời gian.

Một đổi xứng thứ ba trong vũ trụ là **đổi xứng quay** hay là sự đồng hướng của không gian. Không gian là đồng hướng có nghĩa là các trục toạ độ có thể được định hướng theo một cách bất kì khi áp dụng một định luật vật lí. Bảo toàn mô men động lượng rút ra từ tính đồng hướng của không gian.

Nguyên lí bảo toàn điện tích sẽ được giới thiệu trong chương 16. Tính đổi xứng kết hợp với bảo toàn điện tích được gọi là **đổi xứng gauge**.

Tại một thời điểm nào đó người ta đã nghĩ rằng động lực học của một hệ không phụ thuộc vào chẵn lẻ của hệ. **Chẵn lẻ** của một hệ liên quan đến việc một hệ là quay trái hay quay phải. Ví dụ một đinh ốc thông thường được gọi là quay phải khi nó tiến về phía trước hay "được vặn vào" khi quay tuavit theo chiều kim đồng hồ. Một đinh ốc quay trái sẽ tiến lên phía trước khi quay tuavit ngược chiều kim đồng hồ. Một đinh ốc quay trái có dạng giống như ảnh qua gương phẳng của một sự kiện, ảnh của sự kiện đó phải xảy ra với cùng xác suất như chính sự kiện. Một thí nghiệm thực hiện bởi C.S.Wu và các cộng tác viên của bà vào năm 1957 đã chứng tỏ rằng, trong một số phản ứng hạt nhân, chẵn lẻ là không bảo toàn. Như vậy, vũ trụ không có đổi xứng tương ứng với bảo toàn chẵn lẻ.

Các lí thuyết về vũ trụ sớm ở gần thời điểm của Big Bang thường sử dụng các đổi xứng khác, chúng có thể đã là các đặc điểm của vũ trụ khi vũ trụ còn rất trẻ. Các đổi xứng phụ thêm này kết hợp với các nguyên lí bảo toàn đã phát hiện các đặc điểm của vũ trụ sớm tại thời kì đặc biệt đó mà không cần các kiến thức của các định luật vật lí hoàn chỉnh.

?

CÂU HỎI

- 1** Có mối liên hệ nào giữa định luật thứ nhất của Newton và bảo toàn động lượng của một hạt đơn không ? Giải thích.
- 2** Có thể có một hạt ở khối tâm của một hệ hạt không ? Giải thích.
- 3** Khối tâm của một hình cầu đồng nhất ở đâu ? Của một hình lập phương ? Của một khối tứ diện đều ? Của một khối rắn đa diện đều bất kì ?
- 4** Có khả năng động năng bảo toàn nhưng động lượng không bảo toàn không ? Giải thích. Có khả năng động lượng bảo toàn nhưng động năng không bảo toàn không ? Giải thích.
- 5** Trong va chạm đàn hồi, thế năng có bảo toàn không ? Nó được bảo toàn trong suốt quá trình va chạm, hay ở cuối va chạm thế năng có giá trị giống như lúc bắt đầu va chạm ?
- 6** Các lực thực hiện công trong một va chạm đàn hồi có cần thiết phải là các lực bảo toàn không ? Các lực là bảo toàn đã đủ để một va chạm là đàn hồi chưa ?
- 7** Tại sao phải sử dụng máy đóng cọc để đóng các cọc vào đất mà không ấn cọc từ từ vào đất ?
- 8** Bạn đang đứng yên giữa mặt hồ đóng băng phẳng không ma sát. Bây giờ bạn làm thế nào để di chuyển ? Nhớ rằng khi không có ngoại lực tổng hợp nằm ngang, động lượng là bảo toàn.
- 9** Một va chạm hoàn toàn không đàn hồi xuyên tâm giữa hai ôtô có khối lượng và vận tốc bằng nhau nhưng ngược hướng gây ra nhiều hay ít hư hỏng hơn so với va chạm hoàn toàn không đàn hồi giữa một ôtô đó với một bức tường không chuyển động ? Giải thích.
- 10** Xét một tên lửa đứng yên đối với một hệ quy chiếu quán tính tại một điểm trong không gian ở đó $\sum F_{\text{ngoài}}$ không đáng kể. Khi tăng gấp đôi lực đẩy động cơ bằng việc tăng gấp đôi tốc độ của khí thải có làm tăng gấp đôi được tốc độ của tên lửa không ? Chứng minh trả lời của bạn là đúng.
- 11** Xét một tên lửa đứng yên tại một điểm trong không gian ở đó $\sum F_{\text{ngoài}}$ không đáng kể. Tăng gấp đôi lực đẩy động cơ bằng cách tăng gấp đôi tốc độ cháy $\left| \frac{dM}{dt} \right|$ có làm tăng gấp đôi tốc độ tên lửa được không ? Chứng minh trả lời của bạn là đúng.

BÀI TẬP

Mục 7-1. Khối tâm.

- 1 Tìm các tọa độ của khối tâm của các hạt trên hình 7-15.
- 2 Xác định khoảng cách từ tâm Trái Đất đến khối tâm của hệ Trái Đất - Mặt Trăng. Tìm tỉ số của khoảng cách này và bán kính của Trái Đất ?

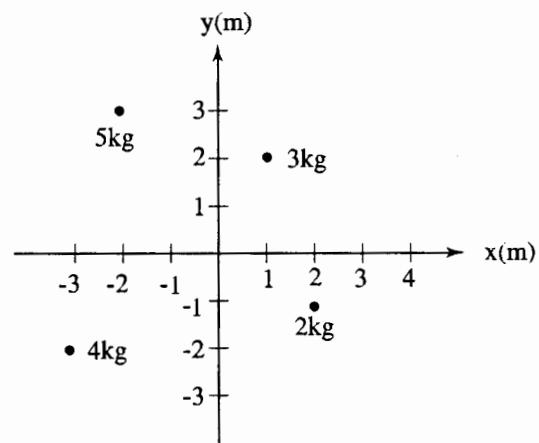
Mục 7-2. Chuyển động của khối tâm.

- 3 Một cô gái khối lượng 42kg bước dọc theo một thanh xà đồng chất đứng im khối lượng 21kg. Tốc độ cô gái bằng $0,75\text{m/s}$. Tìm tốc độ khối tâm của hệ cô gái - thanh xà ?
- 4 Hai ôtô dừng lại trước đèn đỏ ở hai phía đối diện trên một con đường theo hướng Đông - Tây tại chỗ giao nhau. Khi đèn xanh bật sáng, xe A gia tốc về hướng Nam với độ lớn $3,4\text{m/s}^2$ và xe B gia tốc về hướng Bắc với độ lớn $1,7\text{m/s}^2$. (a) Nếu xe A và xe B cùng khối lượng, hỏi độ lớn và hướng của gia tốc của khối tâm của hệ hai xe đó ? (b) Nếu xe A có khối lượng bằng nửa xe B thì độ lớn và hướng của gia tốc của khối tâm như thế nào ?

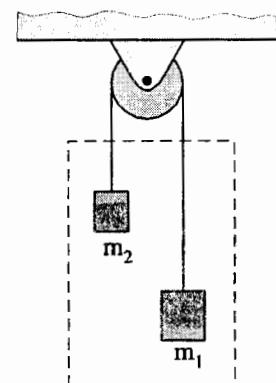
- 5 Nếu khối lượng ròng rọc và dây của một máy Atwood (hình 7-16) không đáng kể so với khối lượng của các vật và ma sát không đáng kể thì

$$\text{độ lớn của gia tốc của mỗi vật bằng } g \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1},$$

trong đó $m_2 > m_1$. (a) Xác định một biểu thức cho độ lớn của gia tốc của khối tâm của hệ hai vật phía trong các đường vạch trên hình vẽ. (b) Xác định biểu thức cho $\sum F_{\text{ngoài}}$ đối với hệ. (c) Các vật bên ngoài nào đã gây ra ngoại lực tổng hợp đó ?



Hình 7-15. Bài tập 1.



Hình 7-16. Bài tập 5.

Mục 7-3. Động lượng.

- 6 Xác định độ lớn của động lượng của Trái Đất đối với hệ tâm Mặt Trời.
- 7 Hỏi độ lớn của động lượng của một ôtô khối lượng 1250kg khi nó chuyển động với tốc độ 25m/s ?

8 Một phân tử nước chuyển động ngang về hướng Bắc với tốc độ 350m/s đến va chạm với một bức tường. Sau va chạm, phân tử chuyển động về hướng Nam với cùng tốc độ trước khi va chạm. Biết khối lượng phân tử nước là $3,0 \cdot 10^{-26}\text{kg}$.

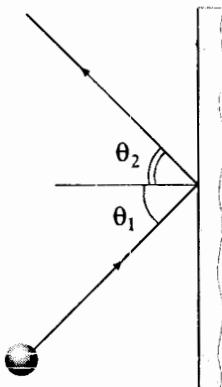
- Độ lớn và hướng của động lượng phân tử trước va chạm là bao nhiêu ?
- Độ lớn và hướng của động lượng phân tử sau va chạm là bao nhiêu ?
- Độ lớn và hướng của độ biến thiên của động lượng phân tử là bao nhiêu ?

Mục 7-4. Xung lượng của lực.

9 Một máy đóng cọc có quả nặng 413kg rơi từ độ cao $1,4\text{m}$ lên đầu một chiếc cọc đang được đóng vào đất. Quả nặng thực sự trở nên đứng yên sau mỗi lần đóng kéo dài 43ms . (a) Giá trị của độ biến thiên động lượng của quả nặng là bao nhiêu ? (b) Giá trị của lực trung bình mà quả nặng tác dụng lên cọc là bao nhiêu ?

10 Một quả bóng tennis khối lượng $0,071\text{kg}$ được thả từ vị trí đứng yên và rơi $1,00\text{m}$ xuống sàn. Bóng nảy lên đến độ cao cực đại $0,48\text{m}$. Bỏ qua sức cản không khí, xác định độ lớn và hướng của xung lượng của lực do sàn tác dụng lên bóng. Hỏi độ lớn và hướng của xung lượng của lực do bóng tác dụng lên sàn ?

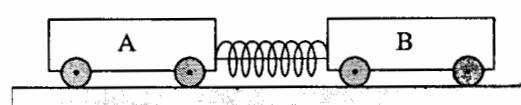
11 Một quả bóng khối lượng m bay đến va chạm và nảy ra khỏi tường như hình 7-17. Góc tới θ_1 hầu như bằng góc phản xạ θ_2 ($\theta_1 = \theta_2 = \theta$) và tốc độ v_1 trước va chạm nhanh hơn không đáng kể so với tốc độ v_2 sau va chạm ($v_1 = v_2 = v$). (a) Viết biểu thức đối với độ lớn Δp của độ biến thiên động lượng của bóng theo v và θ . (b) Nếu va chạm xảy ra trong thời gian Δt , tìm biểu thức đối với độ lớn F của lực trung bình do tường tác dụng lên bóng. Xác định (c) Δp và (d) F cho trường hợp $m = 0,10\text{kg}$, $\theta = 45^\circ$, $v = 22\text{m/s}$ và $\Delta t = 30\text{ms}$.



Hình 7-17. Bài tập 11.

Mục 7-5. Bảo toàn động lượng.

12 Xe A có khối lượng $4,52\text{kg}$, xe B có khối lượng $2,37\text{kg}$. Hai xe được buộc vào nhau và lò xo giữa chúng bị nén lại như hình 7-18. Lúc đầu hai xe



Hình 7-18. Bài tập 12.

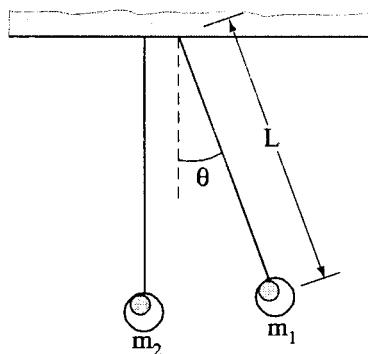
đứng yên. Khi sợi dây giữ hai xe bị đứt và đứt, xe A chuyển động ra xa với tốc độ $2,11\text{m/s}$. (a) Xe B chuyển động với tốc độ bằng bao nhiêu? Coi như chuyển động không có ma sát. (b) Trước khi sợi dây bị đứt cháy, lò xo đã dự trữ một năng lượng bằng bao nhiêu?

- 13 Một cô gái nặng 42kg nhảy ra khỏi chiếc thuyền có khối lượng 1000kg . Cô gái rời thuyền với tốc độ nằm ngang $5,2\text{m/s}$. Giả sử lực đàu thuyền đứng yên. Hỏi chiếc thuyền bắt đầu chuyển động với tốc độ bằng bao nhiêu?
- 14 Việt và Thái cùng nhảy ra khỏi một chiếc bè với tốc độ bằng nhau. Việt có khối lượng 75kg và nhảy về hướng Đông, Thái có khối lượng 52kg và nhảy về hướng Nam. Chiếc bè sẽ chuyển động về hướng nào?
- 15 Một hạt nhân phóng xạ đứng yên phân rã thành hai mảnh. Một mảnh là một nhân nhỏ có tên là hạt α , mảnh lớn hơn gọi là nhân con. Xác định tốc độ giật lùi của nhân con khi tốc độ của hạt α bằng $5,8 \cdot 10^6\text{m/s}$. Khối lượng của nhân con bằng 58 lần khối lượng của hạt α .

Mục 7-6. Va chạm một chiều.

- 16 Một toa chở hàng có khối lượng $14,2\text{Mg}$ với tốc độ $1,8\text{m/s}$ va chạm và ghép với một toa trần khối lượng $23,5\text{Mg}$ đứng yên trên một đường ray thẳng nằm ngang. (a) Mô tả các điều kiện cần thiết của việc sử dụng bảo toàn động lượng để tính tốc độ của hệ hai toa sau va chạm. (b) Sử dụng bảo toàn động lượng để tính tốc độ đó.
- 17 Một cô gái chạy với tốc độ $2,5\text{m/s}$ và nhảy lên một chiếc xe trượt tuyết khối lượng 34kg đang đứng yên trên mặt hồ đóng băng. Cho là hệ cô gái và xe trượt tuyết bắt đầu trượt với tốc độ $1,5\text{m/s}$, hỏi khối lượng của cô gái là bao nhiêu?
- 18 Một vật khối lượng $3,2\text{kg}$ có tốc độ 15m/s va chạm hoàn toàn không đàn hồi với một vật $4,8\text{kg}$ lúc đầu đứng yên. Tìm tốc độ cuối của tổ hợp đó.
- 19 Một cậu con trai ném một quả bóng cát $3,3\text{kg}$ vào một cô gái 48kg đang đứng yên trên đôi giày patanh. Vận tốc bóng có phương nằm ngang tại thời điểm cô gái bắt quả bóng. Sau khi bắt bóng, cô gái chuyển động ngược về phía sau với tốc độ $3,2\text{m/s}$. Hỏi tốc độ bóng ngay trước khi cô gái bắt lấy nó?
- 20 Một vật $3,2\text{kg}$ với tốc độ 15m/s va chạm xuyên tâm đàn hồi với một vật $4,8\text{kg}$ lúc đầu đứng yên. Tìm tốc độ của các vật sau va chạm.
- 21 Một hạt α chuyển động với tốc độ $3,5 \cdot 10^6\text{m/s}$ va chạm xuyên tâm đàn hồi với một hạt nhân uran đứng yên. Khối lượng hạt nhân uran lớn hơn khối lượng hạt α 59,5 lần. Hỏi tốc độ hạt nhân uran sau va chạm là bao nhiêu?

- 22** Trong mỗi con lắc đều có một quả bóng làm quả nặng (hình 7-19). Hai quả bóng vừa đụng nhau lúc đứng yên. Bóng 1 khối lượng m_1 được kéo về phía sau sao cho góc giữa dây treo của nó và đường thẳng đứng là $14,5^\circ$ rồi quả bóng được thả ra. Sau đó bóng 1 va chạm xuyên tâm với bóng 2 khối lượng m_2 đang đứng yên ở vị trí cân bằng. Va chạm là đòn hồi và $m_1 = 2m_2$. Tìm góc cực đại giữa dây treo bóng 2 và đường thẳng đứng?
- 23** Một súng lục bắn một viên đạn 4,5g vào vật có khối lượng 1,5kg của một con lắc thử đạn. Sau đó vật nặng và viên đạn được nâng lên 80mm. Hỏi vận tốc đầu nòng của viên đạn bắn ra từ súng lục đó?
- 24** Một viên đạn nặng 50g bắn xuyên qua một khúc gỗ có khối lượng 1kg treo vào một sợi dây dài 2m. Khối tâm của khúc gỗ được nâng lên một độ cao cực đại là 50mm. Tìm tốc độ của viên đạn khi xuyên qua khối gỗ nếu tốc độ ban đầu của nó bằng 500m/s. Bỏ qua sự mất mát khối lượng của gỗ khi bị viên đạn xuyên thủng.
- 25** Một xe có khối lượng chưa biết chuyển động với vận tốc $(2,8\text{m/s})\mathbf{i}$ và chạm xuyên tâm với một xe đứng yên có khối lượng chưa biết. Sau va chạm xe ban đầu đứng yên chuyển động với tốc độ $(1,4\text{m/s})\mathbf{i}$. Giả sử rằng va chạm là đòn hồi, xác định vận tốc của xe kia sau va chạm. Xe nào có khối lượng lớn hơn?
- 26** Một xe khối lượng 2,00kg chuyển động với tốc độ 3,00m/s va chạm xuyên tâm với một xe khối lượng 1,00kg lúc đầu đứng yên. Sau va chạm, xe khối lượng 2,00kg chuyển động với tốc độ 1,50m/s cùng hướng với trước va chạm. (a) Hỏi tốc độ của xe khối lượng 1,00kg sau va chạm? (b) Hỏi tỉ số các động năng của hệ trước và sau va chạm?
- Va chạm hai chiều.**
- 27** Một ôtô có khối lượng 1Mg chuyển động về hướng đông trên đại lộ Chiến Thắng với tốc độ 30km/h va chạm với một xe tải khối lượng 8Mg đi ngang qua đại lộ trên về hướng nam với tốc độ 20km/h. Giả sử các xe mắc vào nhau, hỏi tốc độ và hướng chuyển động của các xe ngay sau va chạm?
- 28** Một hệ lúc đầu đứng yên nổ làm ba mảnh. Mảnh A có khối lượng 2,0kg, mảnh B là 3,0kg và mảnh C là 1,0kg. Sau khi nổ, vận tốc của A là $(3,0\text{m/s})\mathbf{i}$ và của B là $(-1,0\text{m/s})\mathbf{j}$. Xác định vận tốc của C sau khi nổ.



Hình 7-19. Bài tập 22.

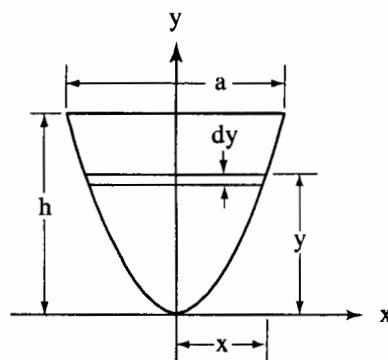
- 29** Vật 1 chuyển động với vận tốc v và chạm với vật 2 lúc đầu đứng yên. Sau va chạm, vật 1 chuyển động với tốc độ $v/2$ theo hướng 90° so với hướng chuyển động ban đầu của nó. Va chạm không là đòn hồi và khối lượng của các vật là chưa biết và có thể không giống nhau. Xác định góc giữa vận tốc cuối của vật 2 và hướng chuyển động lúc đầu.
- 30** Trong va chạm giữa quả bóng bi-a bị đánh và quả bóng bi-a đánh số lúc đầu đứng yên, quả bóng bị đánh có tốc độ ban đầu $0,88\text{m/s}$. Sau va chạm tốc độ bóng bị đánh là $0,23\text{m/s}$. Giả sử va chạm đòn hồi, xác định (a) tốc độ quả bóng đánh số sau va chạm, (b) góc giữa vận tốc của bóng bị đánh sau va chạm và vận tốc của nó trước va chạm, (c) góc giữa vận tốc của bóng có đánh số sau va chạm và vận tốc của bóng bị đánh trước va chạm.

Mục 7-7. Chuyển động tên lửa.

- 31** Chứng minh rằng tích $v_e \left| \frac{dM}{dt} \right|$ có thứ nguyên của lực.
- 32** Hỏi độ lớn gia tốc của một tên lửa khối lượng 5860kg ngay sau khi phóng? Động cơ tên lửa có độ lớn lực đẩy bằng $72,7\text{kN}$.
- 33** Một tên lửa khối lượng 2000kg đứng yên khi động cơ khởi động. Tên lửa ở trong vùng giữa các hành tinh của hệ Mặt Trời, ở đó có $\sum F_{\text{ngoài}}$ không đáng kể. Hỏi khối lượng của tên lửa tại thời điểm tốc độ của nó bằng v_e ?
- 34** Một tàu vũ trụ $10\ 000\text{kg}$ được trang bị một động cơ tên lửa nhỏ để di chuyển trong vũ trụ. Động cơ có tốc độ khí thải $2,0\text{km/s}$ và tốc độ cháy nhiên liệu $0,010\text{kg/s}$. (a) Tìm lực đẩy của động cơ. (b) Khoảng thời gian động cơ phải hoạt động để tăng tốc độ tàu từ 0 đến $2,0\text{m/s}$ là bao nhiêu? (c) Khối lượng thoát ra trong khoảng thời gian đó bằng bao nhiêu?

BÀI TẬP NÂNG CAO

- 1** **Khối tâm của một tấm parabol.** Xét khối tâm của một tấm mỏng biểu diễn trên hình 7-20. M López là một parabol với chiều cao h , cạnh ngang phía trên rộng a , bề dày tấm là τ . (a) Chứng minh rằng quan hệ giữa nửa chiều rộng x của một phần tử và toạ độ y của nó là



Hình 7-20. BTNC 1.

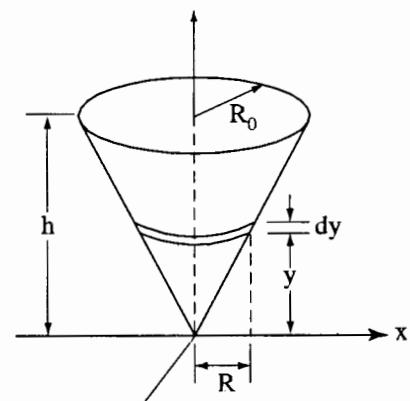
$y = \frac{4h}{a^2}x^2$. (b) Chứng minh rằng thể tích của tám bằng $\frac{2\pi h a^2}{3}$. (c) Chứng minh rằng $y_C = \frac{3h}{5}$.

2 **Khối tâm của một hệ gồm các hệ con.** Một hệ hạt gồm hai hệ con, A và B. Chứng minh rằng khối tâm của hệ đó được xác định bởi :

$$M\mathbf{r}_C = M_A\mathbf{r}_A + M_B\mathbf{r}_B$$

trong đó M là khối lượng của toàn hệ, M_A và M_B là khối lượng của các hệ con, \mathbf{r}_A và \mathbf{r}_B xác định vị trí khối tâm của các hệ con.

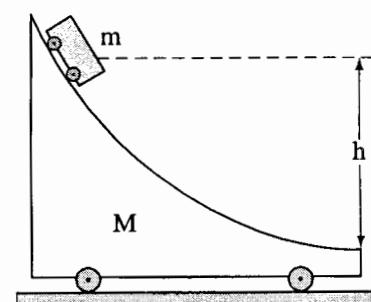
3 **Khối tâm của một hình nón đặc.** Xét khối tâm của một hình nón đặc bằng vật liệu đồng chất khối lượng riêng ρ (hình 7-21). Hình nón có chiều cao h và bán kính đáy R_0 . Một phần tử thể tích mỏng có dạng đồng tiền có bán kính R thể tích $dV = \pi R^2 dy$ và nằm tại toạ độ y . (a) Chứng minh rằng quan hệ giữa R và y là $R = \frac{R_0}{h}y$. (b) Chứng minh rằng thể tích hình nón bằng $\frac{\pi R_0^2 h}{3}$. (c) Chứng minh rằng $y_C = \frac{3h}{4}$.



Hình 7-21. BTNC 3.

4 **Khối tâm của một hình bán cầu đặc.** Xác định khoảng cách từ tâm của mặt phẳng của một bán cầu đặc đến khối tâm của nó. Cho đáp số của bạn theo R_0 (Gợi ý : Dựa theo phương pháp mô tả trong bài toán trước).

5 **Xe giật lùi khi có vật trượt trên một dốc cong.** Một xe kích thước lớn khối lượng M có một dốc cong với đầu cuối nằm ngang (hình 7-22). Xe kích thước lớn đứng yên trên một bàn phẳng trong khi một xe nhỏ khối lượng m được thả trên dốc từ độ cao h so với đầu cuối của xe lớn. Các bánh xe của cả hai xe có khối lượng không đáng kể và bỏ qua ma sát ở ổ trục. (a) Chứng minh



Hình 7-22. BTNC 5.

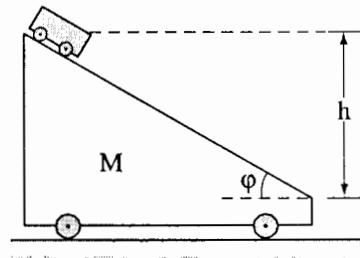
rằng tốc độ của xe lớn tại thời điểm xe nhỏ thoát ra khỏi đầu cuối của nó là :

$$V = \sqrt{\frac{2m^2gh}{M(m+M)}}$$

b) Xác định biểu thức của tốc độ v của xe nhỏ tại thời điểm đó.

6

Xe giật lùi khi có vật trượt trên một dốc thẳng. Một xe lớn khối lượng M có một dốc nghiêng thẳng hợp với mặt ngang một góc φ (hình 7-23). Xe lớn đứng yên trên một mặt bàn phẳng trong khi một xe nhỏ khối lượng m được thả trên mặt phẳng nghiêng từ độ cao h so với đầu cuối dốc của xe lớn. Ở cả hai xe các bánh xe khối lượng không đáng kể và bỏ qua ma sát ở ổ trục. (a) Chứng minh rằng tốc độ của xe lớn tại thời điểm xe nhỏ thoát khỏi đầu cuối của xe lớn là :



Hình 7-23. BTNC 3.

b) Xác định biểu thức của vận tốc v đối với xe nhỏ tại thời điểm đó.

7

Va chạm nhiều lần. Các xe A, B, C được lắp các bánh xe nhỏ với các ổ trục có ma sát không đáng kể, được đặt thành hàng dọc theo một đường thẳng nằm ngang. Xe A và C đều có khối lượng $2m$, còn xe B có khối lượng m . Xe A lúc đầu chuyển động với tốc độ v hướng về phía xe B đứng yên, còn xe C cũng đứng yên và cách B một đoạn l bên phía đối diện với A. Xe A va chạm với B làm B bật về phía trước và làm nó va chạm với C. Nếu mỗi va chạm là đàn hồi, chứng minh rằng các xe A và B va chạm hai lần và khoảng thời gian giữa các va chạm đó là $\frac{12l}{7v}$.

8

Va chạm đàn hồi một chiều. Xét hai hạt chuyển động trên cùng một đường thẳng và va chạm đàn hồi với nhau. Trước va chạm hạt 1 có vận tốc $(2,0\text{m/s})\mathbf{i}$ và hạt 2 có vận tốc $(-1,0\text{m/s})\mathbf{i}$. Xác định vận tốc của hai hạt sau va chạm. Xét ba trường hợp :

(a) $m_1 = m_2$.

(b) $m_1 = 2m_2$.

(c) $m_2 = 2m_1$.

9

Lại xét con lắc thử đạn. Khi nói về con lắc thử đạn trong ví dụ 7-9 ta đã giả sử rằng vật nặng đã chuyển động một đoạn không đáng kể trong thời gian Δt_c (thời gian để viên đạn găm vào trong vật nặng). Một hệ quả của giả thiết đó là trong thời gian đó vật nặng nâng lên một đoạn không đáng kể. Để chứng minh tính xác thực của sự gần đúng đó, hãy ước tính Δt_c với giả thiết rằng viên đạn chuyển động chậm lại từ 200m/s đến giá trị 0 với gia tốc không đổi và rằng viên đạn dừng lại sau khi xuyên vào vật nặng một khoảng 0,010m. Tiếp đó giả sử tốc độ của vật nặng là 1m/s vào lúc cuối của Δt_c và giả sử chiều dài con lắc là 1m. Tính độ nâng thẳng đứng của con lắc trong thời gian Δt_c .

10

Bảo toàn động lượng trong các hệ quy chiếu chuyển động với nhau. Trong hệ quy chiếu A có một hệ gồm n hạt với các khối lượng m_1, m_2, \dots và với các vận tốc v_1, v_2, \dots . Chứng minh rằng nếu động lượng tổng cộng bảo toàn trong hệ A thì nó cũng bảo toàn trong hệ B chuyển động với vận tốc không đổi đối với hệ A.

11

Năng lượng tiêu tổn trong va chạm hoàn toàn không đàn hồi. Trong va chạm hoàn toàn không đàn hồi giữa vật 1 lúc đầu chuyển động với vật 2 lúc đầu đứng yên, một số đo của năng lượng đã tiêu tổn là tỉ số của động năng của hệ sau va chạm với động năng của hệ trước va chạm. Chứng minh rằng tỉ số đó bằng $\frac{m_1}{m_1 + m_2}$.

12

Năng lượng truyền trong va chạm xuyên tâm đàn hồi. Trong một va chạm xuyên tâm đàn hồi giữa vật 1 lúc đầu chuyển động với vật 2 lúc đầu đứng yên, gọi hệ số truyền năng lượng từ vật 1 sang vật 2 là tỉ số của động năng của vật 2 sau va chạm với động năng của vật 1 trước va chạm. Chứng minh rằng tỉ số đó là $\frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$.

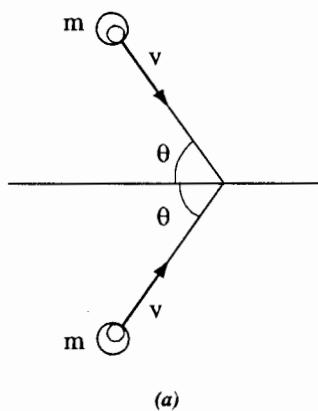
13

Tốc độ của một vật chịu lực hút hấp dẫn. Hai vật một khối lượng m và một khối lượng M lúc đầu đứng yên trong một hệ quy chiếu quan tính và ở khoảng cách r_1 rất lớn đối với nhau. Hai vật hút nhau bằng các lực hấp dẫn và không có lực đáng kể nào khác tác dụng lên chúng. Chứng minh rằng khi chúng lại gần nhau đến khoảng cách r ($r \ll r_1$) tốc độ v của vật khối

lượng m đối với hệ quy chiếu quan tính của chúng ta là $\sqrt{\frac{2GM^2}{(m+M)r}}$.

- 14** **Va chạm không đàn hồi giữa hai vật khối lượng bằng nhau với cùng tốc độ ban đầu.** Hai vật cùng khối lượng m và cùng tốc độ v va chạm không đàn hồi với nhau (hình 7-24). Sau va chạm, hai vật chuyển động với tốc độ $v/2$. Hỏi góc θ giữa đường chuyển động cuối cùng và một trong hai vận tốc ban đầu ?

- 15** **Va chạm đàn hồi giữa nôtron và đoteri.** Chứng minh rằng nếu một hạt nôtron (khối lượng = m_n) va chạm đàn hồi với một hạt đoteri (khối lượng $\approx 2m_n$) sao cho hướng chuyển động của nôtron thay đổi 90° thì hai phân bá năng lượng của nôtron được truyền cho đoteri.



(a)

$$2m \odot \rightarrow \frac{1}{2}v$$

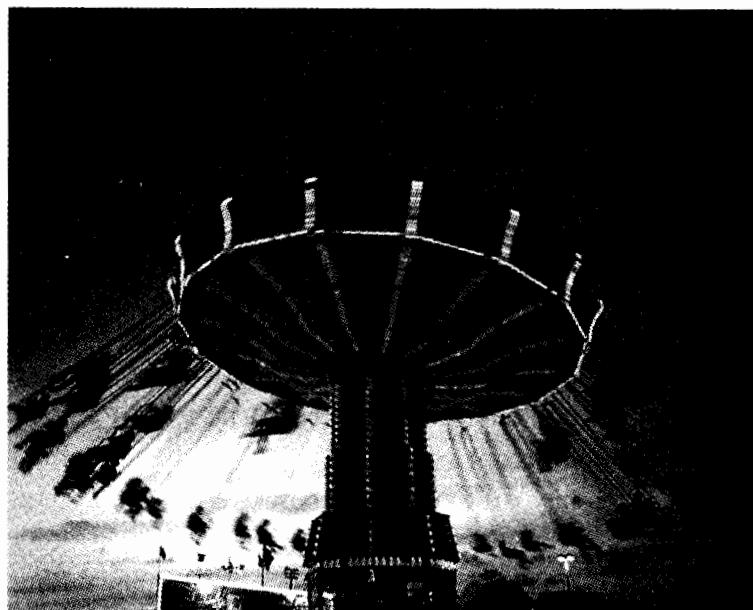
(b)

Hình 7-24. BTNC 14

- (a) Trước va chạm ;
(b) Sau va chạm.

CHƯƠNG 8

CHUYỂN ĐỘNG QUAY



Giây phút thư giãn khi bạn ngồi trên ghế của một du quay khổng lồ đang quay. Chiếc du này có động năng quay cũng như momen động lượng.

- 8-1. Chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay của vật rắn
- 8-2. Toạ độ, vận tốc và gia tốc góc
- 8-3. Động học của chuyển động quay quanh một trục cố định
- 8-4. Momen quán tính
- 8-5. Động năng quay - Vật lăn
- 8-6. Momen lực đối với một trục cố định
- 8-7. Momen động lượng của một hạt
- 8-8. Momen động lượng của hệ hạt
- 8-9. Động lực học của vật rắn quay quanh một trục cố định

8-10. Công và công suất của chuyển động quay của vật rắn

8-11. Định luật bảo toàn momen động lượng

8-12. Chuyển động của con quay hồi chuyển

8-13. Hệ quy chiếu quay. Lực Coriolis

Bài đọc thêm : Sử dụng các mô hình trong vật lí

Các đối tượng quay được gặp khá thường xuyên : cánh cửa quay quanh bản lề, ròng rọc quay xung quanh trục của nó, đĩa compact (CD) quay trong ổ đĩa. Trái Đất có hai chuyển động quay : quay quanh trục của nó một ngày một vòng và quay quanh Mặt Trời một năm một vòng. Ở mức các

nguyên tử và phân tử, cả hai chuyển động là chuyển động spin và chuyển động quỹ đạo đều đóng vai trò quan trọng đối với hành vi của vật chất. Chương này chúng ta sẽ nghiên cứu **Động học và Động lực học của chuyển động quay**.

8-1. CHUYỂN ĐỘNG TỊNH TIẾN VÀ CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA VẬT RẮN

Trước hết chúng ta cần phát biểu một định nghĩa về vật rắn.

Vật rắn là vật mà khoảng cách giữa một cặp điểm bất kì của nó luôn luôn cố định. Một vật rắn luôn giữ nguyên hình dạng hoặc kích thước của nó dưới tác dụng của ngoại lực.

Khái niệm vật rắn là một khái niệm lí tưởng hoá vì mọi vật đều bị biến dạng ở một mức độ nào đó dưới tác dụng của ngoại lực. Nhưng nếu những thay đổi này không đáng kể thì được xem là vật rắn. Khi quan sát chuyển động của một vật rắn, chẳng hạn như quả bowling lăn trên sàn, ta thấy chuyển động của nó là phức tạp, nhưng bao giờ cũng có thể phân tích chuyển động đó thành các chuyển động đơn giản hơn, đó là chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay. Chúng ta có các định nghĩa sau :

Chuyển động tịnh tiến của một vật rắn là chuyển động trong đó mỗi hạt của vật có cùng một độ dịch chuyển trong cùng một khoảng thời gian.

Chuyển động quay của một vật rắn là chuyển động trong đó mỗi hạt của vật chuyển động theo một vòng tròn, trừ

những hạt nằm trên trục quay. Trục quay là đường thẳng kéo dài đi qua tâm tất cả các vòng tròn được vạch bởi chuyển động của các hạt.

Đối với một vật rắn quay, mọi đường vuông góc hạ từ trục quay tới mỗi hạt đều quét được những góc như nhau trong khoảng thời gian như nhau.

Một ví dụ về chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay kết hợp là chuyển động của bánh xe đối với một hệ toạ độ gắn cố định đối với mặt đất. Đối với hệ quy chiếu này, trục quay của bánh xe (nằm dọc theo trục của nó) thực hiện một chuyển động tịnh tiến đối với đường. Nếu đoạn đường là thẳng thì định hướng của trục bánh xe luôn luôn cố định đối với hệ toạ độ đó.

Chuyển động tổng quát nhất của một vật rắn liên quan đến sự thay đổi định hướng của trục quay cũng như chuyển động tịnh tiến của trục đó. Một ví dụ là sự chuyển bóng xoáy. Quả bóng quay xung quanh một trục tức thời, nhưng vì sút xoáy nên sự định hướng của trục cũng như vị trí của nó luôn luôn thay đổi. Trong chương này chúng ta chỉ giới hạn xét chuyển động quay của vật rắn xung quanh **một trục cố định**.

8-2. TOẠ ĐỘ, VẬN TỐC VÀ GIA TỐC GÓC

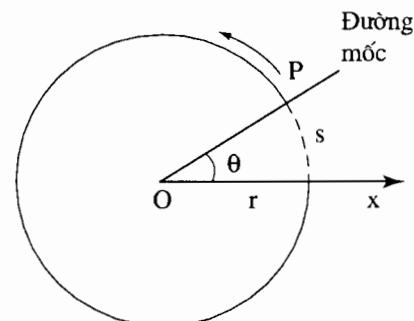
Chúng ta xét một vật rắn quay xung quanh một trục cố định nào đó, mỗi điểm trên vật đều vạch ra một đường tròn có tâm ở trục và có bán kính là r . Có thể mô tả chuyển động quay của vật rắn nhờ khái niệm **toạ độ góc**.

Toạ độ góc

Hình 8-1 mô tả một đường mốc cố định trên vật vuông góc với trục quay và quay cùng với vật. Ta có thể mô tả chuyển động quay của vật bằng cách chỉ rõ vị trí theo góc của đường này đối với một trục cố định, chẳng hạn trục Ox. Toạ độ góc θ đối với trục Ox được cho bởi

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (8-1)$$

trong đó s là độ dài của cung tròn, r là bán kính của nó. Đơn vị của góc trong hệ SI là radian (rad). Đối với cả vòng tròn $s = 2\pi r$ nên $\theta = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$ (rad). Chúng ta có thể đo góc bằng độ, một vòng tròn là 360° , vậy $1\text{rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57,3^\circ$. Ngoài ra cũng có thể đo góc bằng số vòng quay, mỗi vòng bằng 360° hoặc 2π (rad). Mặc dù có ba đơn vị của góc thường dùng nhưng góc là một đại lượng không có thứ nguyên. Nét khác biệt chủ yếu giữa toạ độ góc và toạ độ dài ở chỗ góc θ là tuần hoàn, tức là các toạ độ góc θ và $\theta + 2\pi$ biểu diễn cùng một vị trí góc. Chúng ta quy ước góc được đo ngược chiều kim đồng hồ là dương và góc được đo cùng chiều kim đồng hồ là âm.

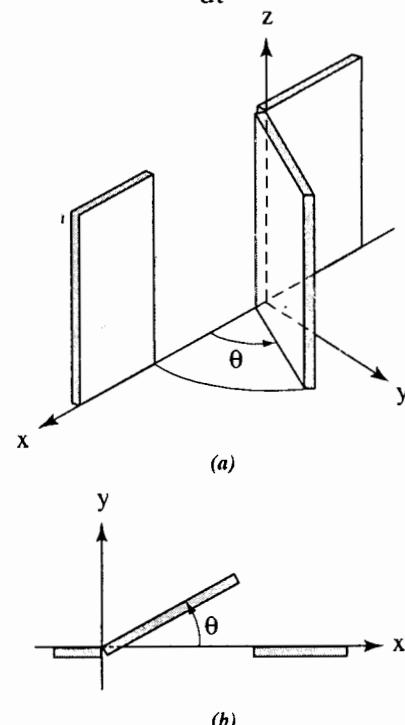


Hình 8-1

Vận tốc góc và tốc độ góc

Chúng ta định nghĩa thành phần vận tốc góc của một vật, như cánh cửa quay trên hình 8-2 là :

$$\omega_z = \frac{d\theta}{dt} \quad (8-2)$$



Hình 8-2. (a) *Toạ độ góc θ của cánh cổng.*
(b) *Nhìn từ phía trên xuống mặt phẳng xy góc θ được đo từ trục x sẽ là dương nếu quay ngược chiều kim đồng hồ và âm nếu quay thuận chiều kim đồng hồ.*

Thành phần vận tốc góc ω_z là tốc độ thay đổi của tọa độ góc theo thời gian.

Nếu θ tăng theo thời gian, ω_z là dương, thì chuyển động quay ngược chiều kim đồng hồ khi nhìn từ trên xuống. Nếu θ giảm theo thời gian, ω_z âm, thì chuyển động quay theo chiều kim đồng hồ. Độ lớn của ω_z được gọi là **tốc độ góc**.

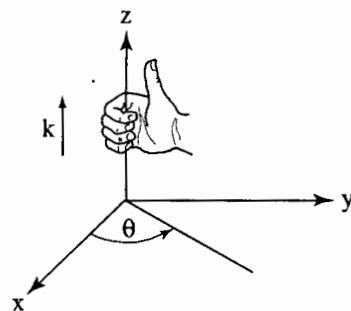
Tốc độ góc $\omega = |\omega_z|$

Nói chung, các vectơ thường được dùng để mô tả chuyển động quay. **Vận tốc góc ω là một vectơ có độ lớn bằng tốc độ góc, có phương song song với trục và chiều được cho bởi quy tắc bàn tay phải** (hình 8-3). Quy tắc bàn tay phải đối với ω như sau : Nắm trục quay bằng tay phải sao cho các ngón tay cong theo chiều quay, khi đó ngón tay cái choai ra chỉ hướng của

ω . Nếu đặt trục z dọc theo trục quay của vật thì khi đó :

$$\omega = \omega_z k$$

Quy tắc bàn tay phải được dùng cho cả hướng của ω và chiều dương của θ .



Hình 8-3. Quy tắc bàn tay phải. Khi bạn nắm lấy trục z sao cho ngón tay cái choai ra chỉ hướng k , các ngón tay của bạn sẽ cong theo chiều dương của góc θ .

VÍ DỤ 8-1

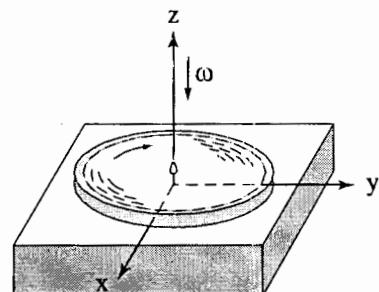
Vận tốc góc của đĩa hát. Hình 8-4 biểu diễn mâm quay của một máy quay đĩa, quay đều với tốc độ 45 vòng/phút theo chiều kim đồng hồ khi nhìn từ trên xuống. Trục z được chọn nằm dọc theo trục quay với $+z$ hướng lên trên. Các trục x và y nằm ngang và cố định đối với bệ máy. Dùng hệ tọa độ này hãy xác định ω_z theo đơn vị rad/s.

Giải. Đổi ω từ vòng/phút sang rad/s ta có :

$$\omega = 45 \frac{\text{vòng}}{\text{phút}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad / vòng}}{60 \text{ s / phút}} = 4,7 \text{ rad/s}$$

Dùng quy tắc bàn tay phải, ta thấy đĩa quay theo chiều sao cho ω hướng xuống dưới, tức là nếu bạn dùng tay phải nắm lấy trục quay sao cho các ngón tay cong theo chiều quay thì ngón cái choai ra chỉ xuống dưới. Vậy ω_z là âm, sao cho

$$\omega_z = -4,7 \text{ rad/s.}$$



Hình 8-4. Ví dụ 8-1. Một mâm quay của máy quay đĩa. Trục z trùng với trục quay của mâm với $+z$ hướng lên trên. Các trục x và y nằm ngang và cố định đối với bệ máy. Nhìn từ trên xuống đĩa quay, theo chiều kim đồng hồ, sao cho ω_z âm.

Gia tốc góc

Ngay sau khi máy quay đĩa bật (hoặc tắt), vận tốc góc của mâm quay thay đổi. Gia tốc góc của mâm quay bằng tốc độ thay đổi của vận tốc góc của nó.

Thành phần gia tốc góc α_z bằng tốc độ thay đổi của thành phần đó của vận tốc góc theo thời gian.

$$\alpha_z = \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (8-3)$$

Như vậy α_z là dương khi ω_z tăng, bằng không khi ω_z không đổi và âm khi ω_z giảm. Độ lớn của gia tốc góc là $\alpha = |\alpha_z|$.

Gia tốc góc α là một vectơ, có hướng được xác định bởi quy tắc bàn tay phải sao cho :

$$\alpha = \alpha_z \mathbf{k}$$

Như vậy, α có phương nằm dọc theo trục, có hướng trùng với hướng của ω khi ω_z tăng, nhưng ngược hướng với ω khi ω_z giảm. Gia tốc góc có thứ nguyên là $[\text{thời gian}]^{-2}$ và đơn vị của nó trong hệ SI là rad/s^2 .

Mặc dù các đại lượng động học về góc (θ , ω và α) được định nghĩa cho các **vật rắn quay**, nhưng các đại lượng đó cũng có thể được dùng để mô tả chuyển động của một hạt trên đường tròn. Trong vật rắn quay, **mỗi hạt của vật** (trừ các hạt ở trên trục quay) **đều chuyển động trên đường tròn**, tất cả các hạt đều có cùng ω và α .

Mối liên hệ giữa các đại lượng chuyển động quay và chuyển động tịnh tiến

Ta biết rằng trong chuyển động quay xung quanh một trục cố định, mọi hạt đều có cùng vận tốc góc ω và cùng gia tốc góc α . Tuy nhiên do các hạt ở cách trục quay

những khoảng khác nhau nên chúng có vận tốc dài v và gia tốc dài a khác nhau. Từ phương trình (8-1) ta có $s = R\theta$. Quy ước dấu của s cũng hợp như đối với θ : nhìn từ trên xuống s là dương nếu đo theo chiều ngược kim đồng hồ, và âm nếu theo chiều kim đồng hồ. *Thành phần tiếp tuyến của vận tốc* được định nghĩa như sau

$$v_t = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = R\omega_z \quad (8-4)$$

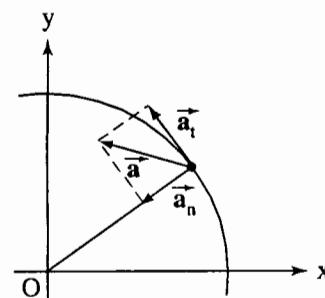
Vì mỗi hạt chuyển động trên vòng tròn, nên vận tốc v của nó chỉ có thành phần tiếp tuyến và độ lớn của v : $v = |v| = |v_t| = R|\omega_z|$, hay

$$v = R\omega \quad (8-5)$$

Với tốc độ góc ω đã cho, tốc độ dài của hạt tỉ lệ thuận với khoảng cách R từ nó đến trục quay.

Bây giờ gia tốc dài a được phân tích thành hai thành phần : thành phần tiếp tuyến và thành phần hướng tâm (hình 8-5). *Thành phần tiếp tuyến của gia tốc chuyển động tròn* được định nghĩa như đạo hàm theo thời gian của thành phần tiếp tuyến của vận tốc dài.

$$a_t = \frac{dv_t}{dt} = \frac{d}{dt}(R\omega_z) = R \frac{d\omega_z}{dt}$$



Hình 8-5. Các thành phần tiếp tuyến và hướng tâm của gia tốc dài.

Vì $\alpha_z = \frac{d\omega_z}{dt}$ suy ra

$$a_t = R\alpha_z \quad (8-6)$$

Cũng tương tự như v_t , đối với hạt a_t tỉ lệ thuận với khoảng cách R từ hạt đến trục quay.

Còn *thành phần hướng tâm của gia tốc*

dài, có độ lớn : $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(R\omega)^2}{R}$

hay $a_n = R\omega^2 \quad (8-7)$

Vì a_t và a_n là các thành phần có hướng vuông góc với nhau (hình 8-5), nên theo định lí Pythagore, ta có :

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

Dùng các phương trình (8-6) và (8-7), ta có

$$a = \sqrt{R^2\alpha^2 + R^2\omega^4} = R\sqrt{\alpha^2 + \omega^4}$$

VÍ DỤ 8-2

Gia tốc của đứa bé cưỡi ngựa gỗ trên sàn quay. Một đứa bé cưỡi ngựa gỗ trên sàn quay, ở cách trục quay 2,1m. Ở một thời điểm nào đó, sàn quay ngược chiều kim đồng hồ khi nhìn từ trên xuống với vận tốc góc là 0,42rad/s. Biết rằng vận tốc này giảm sao cho $\alpha = 0,14\text{rad/s}^2$. Hãy tính (a) v_t ; (b) a_t ; (c) a_n ; và (d) a của đứa bé. Giả sử mặt phẳng xy nằm ngang và trục z nằm dọc theo trục quay và +z hướng lên trên.

Giải. (a) Vì sàn quay ngược chiều kim đồng hồ nên $\omega_z > 0$: $\omega_z = +0,42\text{rad/s}$. Do đó :

$$v_t = R\omega_z = (2,1\text{m})(0,42\text{rad/s}) \approx 0,88\text{m/s.}$$

(b) Để tìm a_t ta cần phải tính α_z . Ta biết rằng $\alpha = |\alpha_z| = 0,14\text{rad/s}^2$, nhưng chúng ta cần phải xác định dấu của α_z . Vì vận tốc ω giảm, và $\omega_z > 0$, nên ω_z giảm. Vậy α_z là âm, tức $\alpha_z = -0,14\text{rad/s}^2$. Từ phương trình (8-6) ta có :

$$a_t = R\alpha_z = (2,1\text{m})(-0,14\text{rad/s}^2) \approx -0,29\text{m/s}^2.$$

(c) Từ phương trình (8-7), ta có :

$$a_n = R\omega^2 = (2,1\text{m})(0,42\text{rad/s})^2 \approx 0,37\text{m/s}^2$$

(d) Độ lớn a của gia tốc của đứa bé là :

$$a = R\sqrt{\alpha^2 + \omega^4} = (2,1\text{m})\sqrt{(0,14\text{rad/s}^2)^2 + (0,42\text{rad/s})^4} \approx 0,47\text{m/s}^2.$$

8-3. ĐỘNG HỌC CỦA CHUYỂN ĐỘNG QUAY QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

Có hai loại chuyển động quay quan trọng, đó là chuyển động với vận tốc góc không đổi và chuyển động với gia tốc góc không đổi.

Vận tốc góc không đổi

Xét một vật quay với vận tốc không đổi. Từ phương trình 8-2

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_z$$

lấy tích phân hai vế từ thời điểm đầu 0 đến thời điểm cuối t , ta được θ là một hàm của t :

$$\theta - \theta_0 = \int_0^t \omega_z dt' = \omega_z \int_0^t dt' = \omega_z t$$

Ở đây ω_z được đưa ra ngoài dấu tích phân vì nó là hằng số. Do đó :

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_z t \quad (8-8)$$

VÍ DỤ 8-3

Mâm quay với vận tốc góc không đổi. (a) Viết phương trình mô tả vị trí góc của mâm quay trong hình 8-4 khi nó quay với tốc độ góc không đổi là 45vòng/phút. Biết toạ độ góc ban đầu là $\theta_0 = 1,2\text{rad}$. (b) Xác định θ ở $t = 2,4\text{s}$.

Giai. (a) Từ ví dụ 8-1, ta đã có $\omega_z = -4,7\text{rad/s}$. Thay giá trị này và giá trị của $\theta_0 = 1,2\text{rad}$ vào phương trình (8-4), ta được :

$$\theta(t) = 1,2\text{rad} - (4,7\text{rad/s})t$$

(b) Tại $t = 2,4\text{s}$

$$\theta = 1,2\text{rad} - (4,7\text{rad/s})(2,4\text{s}) \approx -10\text{rad}.$$

Bài tự kiểm tra 8-1

Viết phương trình mô tả vị trí góc của mâm quay với tốc độ góc 33 vòng/phút và $\theta_0 = 1,5\text{rad}$. Dùng hệ toạ độ cho trên hình 8-4.

$$\text{Đáp số : } \theta = 1,5\text{rad} - (3,5\text{rad/s})t.$$

Gia tốc góc không đổi

Giả sử vật quay với gia tốc góc không đổi, từ phương trình (8-3)

$$\frac{d\omega_z}{dt} = \alpha_z$$

Lấy tích phân từ thời điểm đầu 0 tới thời điểm cuối t, ta được :

$$\omega_z - \omega_{z0} = \int_0^t \alpha_z dt' = \alpha_z \int_0^t dt' = \alpha_z t$$

ở đây α_z được đưa ra ngoài dấu tích phân vì nó là không đổi. Do đó :

$$\omega_z(t) = \omega_{z0} + \alpha_z t \quad (8-9)$$

Thay giá trị của ω_z vào phương trình (8-2) ta được :

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_z = \omega_{z0} + \alpha_z t$$

Lấy tích phân từ thời điểm đầu 0 đến thời điểm cuối t, ta được θ là một hàm của t :

$$\theta - \theta_0 = \int_0^t (\omega_{z0} + \alpha_z t') dt'$$

$$= \omega_{z0} \int_0^t dt' + \alpha_z \int_0^t t' dt'$$

ở đây ω_{z0} và α_z đều đưa ra ngoài dấu tích phân. Lấy các tích phân, ta có $\theta - \theta_0 = \omega_{z0}t + \frac{1}{2}\alpha_z t^2$ hay :

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_{z0}t + \frac{1}{2}\alpha_z t^2 \quad (8-10)$$

Khử t từ hai phương trình (8-9) và (8-10), ta có thể chứng minh được rằng :

$$\omega_z^2 = \omega_{z0}^2 + 2\alpha_z(\theta - \theta_0) \quad (8-11)$$

Bảng 8-1 liệt kê các phương trình mô tả chuyển động quay với vận tốc góc không đổi và gia tốc góc không đổi. Trong bảng cũng cho các biểu thức tương tự đối với hạt chuyển động thẳng. Việc so sánh cho thấy sự tương tự giữa hai loại chuyển động đó.

Bảng 8-1. Sự tương tự giữa chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay

Vận tốc dài không đổi $x = x_0 + v_x t$	Vận tốc góc không đổi $\theta = \theta_0 + \omega_z t$
Gia tốc dài không đổi $v_x = v_{x0} + a_x t$	Gia tốc góc không đổi $\omega_z = \omega_{z0} + \alpha_z t$
$x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$	$\theta = \theta_0 + \omega_{z0}t + \frac{1}{2}\alpha_z t^2$
$v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0)$	$\omega_z^2 = \omega_{z0}^2 + 2\alpha_z(\theta - \theta_0)$

VÍ DỤ 8-4

Mâm quay với tốc độ góc không đổi. Giả sử sau khi tắt máy, mâm quay trong ví dụ 8-1 quay chậm dần rồi dừng lại sau khoảng thời gian 1,7s. (a) Tìm phương trình cho toạ độ góc của mâm quay như một hàm của thời gian trong quá trình nó quay chậm dần rồi dừng lại với giả thiết rằng tốc độ góc là không đổi. Cho $t = 0$ là thời điểm bắt đầu tắt máy và $\theta_0 = 0$. (b) Hỏi mâm đã quay được một góc bằng bao nhiêu trước khi dừng lại?

Giải. (a) Dùng phương trình (8-9) để tìm α_z , ta được

$$\alpha_z = \frac{\omega_z - \omega_{z0}}{t}$$

Vì sau 1,7s mâm quay dừng lại, nên $\omega_z = 0$ khi $t = 1,7s$ và từ ví dụ 8-1 ta đã biết $\omega_{z0} = -4,7\text{rad/s}$. Do đó :

$$\alpha_z = \frac{0 - (-4,7\text{rad/s})}{1,7s} \approx 2,8\text{rad/s}^2$$

Thay vào phương trình 8-10, ta được :

$$\theta(t) = -(4,7\text{rad/s})t + (1,4\text{rad/s}^2)t^2$$

(b) Vì $\theta_0 = 0$ và mâm quay dừng sau 1,7s, nên góc mà mâm quay được trước khi dừng lại bằng :

$$\theta(1,7s) = -(4,7\text{rad/s})(1,7s) + (1,4\text{rad/s}^2)(1,7s)^2 \approx -3,9\text{rad.}$$

8-4. MOMEN QUÁN TÍNH

Trong chuyển động quay, momen quán tính là đại lượng tương tự với khối lượng. Khối lượng là một tính chất của vật làm cho vật chống lại sự thay đổi vận tốc của nó.

Momen quán tính của vật đối với một trục quay là một tính chất của vật làm cho vật chống lại sự thay đổi vận tốc quay quanh trục của nó.

Momen quán tính đôi khi còn được gọi là **quán tính quay**.

Xét hệ gồm n hạt, khoảng cách giữa các hạt được giữ cố định (ví dụ bằng các thanh cứng có khối lượng không đáng kể).

Chúng ta định nghĩa momen quán tính của hệ đối với một trục quay nào đó bởi công thức

$$I = \sum_i m_i R_i^2 \quad (8-12)$$

Trong đó m_i là khối lượng của hạt thứ i , R_i là khoảng cách từ hạt i đến trục quay.

Còn đối với một vật liên tục, chẳng hạn như một bánh xe hay một ròng rọc, ta hãy hình dung vật đó gồm rất nhiều phần tử nhỏ có khối lượng dm , cách trục quay một khoảng R thì momen quán tính của vật liên tục được định nghĩa

$$I = \int dm \cdot R^2 = \int_V \rho R^2 dV \quad (8-13)$$

Ở đây tích phân được lấy trên toàn bộ thể tích của vật.

Momen quán tính có thứ nguyên [khối lượng][chiều dài]², trong hệ SI, đơn vị của

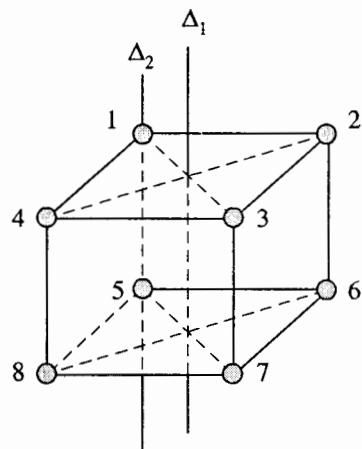
nó là kg.m². Chúng ta nhận xét rằng không giống như khối lượng, momen quán tính không phải là một tính chất nội tại của vật, nó phụ thuộc vào phân bố khối lượng của vật và vào vị trí của trục quay.

VÍ DỤ 8-5

Xét một mạng gồm 8 hạt trên một hình lập phương cạnh a (hình 8-6), các hạt này cùng khối lượng m và giữ cố định trên các đỉnh của hình lập phương.

- a) Tính momen quán tính của mạng đối với trục Δ_1 đi qua tâm của mạng và song song với các cạnh có chiều dài là a.
- b) Tính momen quán tính của mạng đối với trục Δ_2 đi qua hai hạt 1 và 5.

Giải. (a) Khoảng cách từ các hạt đến trục quay Δ_1 đều bằng nhau và bằng $r = \frac{a}{\sqrt{2}}$.



Hình 8-6. Ví dụ 8-5.

$$\text{Momen quán tính của hệ } I = \sum m_i r_i^2 = 8m \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right)^2 = 4ma^2.$$

(b) Khoảng cách từ hạt 3 và 7 đến trục Δ_2 bằng $a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ hạt 2, 4, 6 và 8 đều bằng a. Vậy momen quán tính của hệ

$$I = \sum m_i r_i^2 = 2m(a\sqrt{2})^2 + 4ma^2 = 8ma^2.$$

Chúng ta thấy momen quán tính của mạng phụ thuộc vào vị trí của trục quay.

VÍ DỤ 8-6

Momen quán tính của cánh cửa. Hãy tìm momen quán tính của một cánh cửa có mật độ khối lượng đều ρ đối với trục nằm dọc theo các bản lề. Biết rằng cánh cửa có khối lượng M, chiều cao h, chiều rộng a và bê dày b. Giả thiết bê dày của cánh cửa rất nhỏ so với bê rộng của nó.

Giải. Cánh cửa được vẽ trên hình 8-7. Chúng ta chọn phần tử thể tích là một dải hẹp có chiều cao h, bê dày b và chiều rộng dx vô cùng bé. Sở dĩ chọn phần tử thể tích như thế này là do tất cả các khối lượng trong dải này đều có khoảng cách đến trục quay gần

đúng bằng x. Giải thiết gần đúng này được phép vì bề dày của cánh cửa rất nhỏ so với bề rộng của nó. Thay $dV = hbdx$ và $R^2 = x^2$ vào phương trình (8-13), rồi đưa các hằng số h, b, ρ ra ngoài dấu tích phân, ta có :

$$I = hbp \int_0^a x^2 dx$$

Thực hiện lấy tích phân trên, ta được :

$$I = \frac{\rho hba^3}{3}$$

Vì $\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{hba}$, ta có $\rho hba = M$. Do đó $I = \frac{Ma^2}{3}$

Lưu ý rằng chiều cao h của cánh cửa không có mặt trong công thức cuối cùng. Do đó, công thức trên có thể dùng được cho một cửa có chiều cao bất kỳ. Cũng chính vì thế mà công thức trên cũng là biểu thức để tính momen quán tính của một thanh dài a đối với một trục vuông góc với thanh và đi qua một đầu của thanh.

VÍ DỤ 8-7

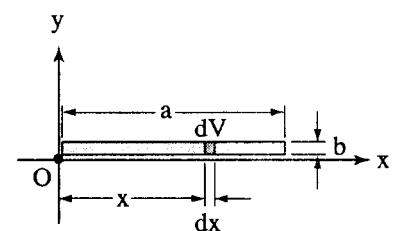
Momen quán tính của một khối trụ rỗng giữa. Tìm biểu thức tính momen quán tính của một khối trụ đứng rỗng giữa đối với trục đối xứng của nó. Cho hình trụ có bán kính trong là R_1 , bán kính ngoài là R_2 , chiều cao h và mật độ khối lượng đều ρ (hình 8-8).

Giải. Chọn yếu tố thể tích là một lớp trụ mỏng có chiều cao h, chu vi $2\pi R$ và độ dày dR vô cùng nhỏ (hình 8-8), $dV = h2\pi R dR$. Sở dĩ chọn yếu tố thể tích như thế là vì toàn bộ khối lượng nằm trong yếu tố đó về cơ bản là cách đều trực quay. Thay giá trị trên của dV vào phương trình (8-13) và đưa các hằng số ra ngoài dấu tích phân, ta được :

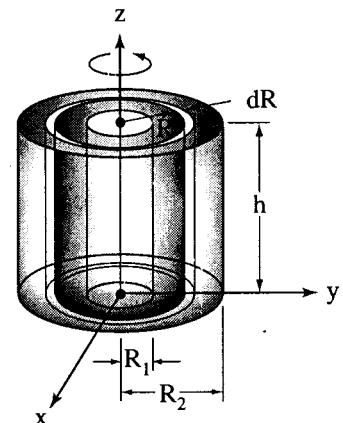
$$I = 2\pi\rho h \int_{R_1}^{R_2} R^3 dR$$

Cận của tích phân được xác định bởi các giá trị R mà trong đó có chứa khối lượng. Thực hiện lấy tích phân trên, ta có :

$$I = \frac{1}{2} \pi \rho h (R_2^4 - R_1^4)$$



Hình 8-7. Ví dụ 8-6.
Cánh cửa nhìn từ trên xuống.
Hướng +z đi ra ngoài trang giấy



Hình 8-8. Ví dụ 8-7. Tính momen quán tính của một khối trụ rỗng ở giữa. Khối lượng của yếu tố thể tích $dV = 2\pi Rh dR$ có thể xem đều cách trục quay một đoạn R. Toàn bộ khối lượng của khối trụ được nằm giữa các giá trị R_1 và R_2 của biến tích phân R.

Để biểu diễn I qua khối lượng của khối trụ, ta viết lại I như sau :

$$I = \frac{1}{2} \pi \rho h (R_2^2 - R_1^2) (R_2^2 + R_1^2)$$

Thể tích V của khối trụ rỗng giữa bằng tích của chiều cao với diện tích đáy :

$$V = h\pi(R_2^2 - R_1^2)$$

Khối lượng M của khối trụ bằng :

$$M = \rho V = \rho h \pi (R_2^2 - R_1^2)$$

$$\text{Do đó : } I = \frac{1}{2} M (R_2^2 + R_1^2).$$

Bài tự kiểm tra 8-2

Một ống trụ có thành dày với bán kính trong là 42mm, bán kính ngoài là 65mm và khối lượng là 0,28kg. Tính momen quán tính của ống đối với trục đối xứng của nó.

$$\text{Đáp số : } 8,4 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2.$$

Từ công thức thu được ở ví dụ trên, ta có thể tính được momen quán tính của vật có hai hình dạng khác nữa.

1. Momen quán tính của một *khối trụ đặc* có bán kính R_0 đối với trục đối xứng của nó có thể tính được bằng cách đặt bán kính trong $R_1 = 0$ và đặt bán kính ngoài $R_2 = R_0$. Khi đó, ta có :

$$I = \frac{1}{2} M R_0^2$$

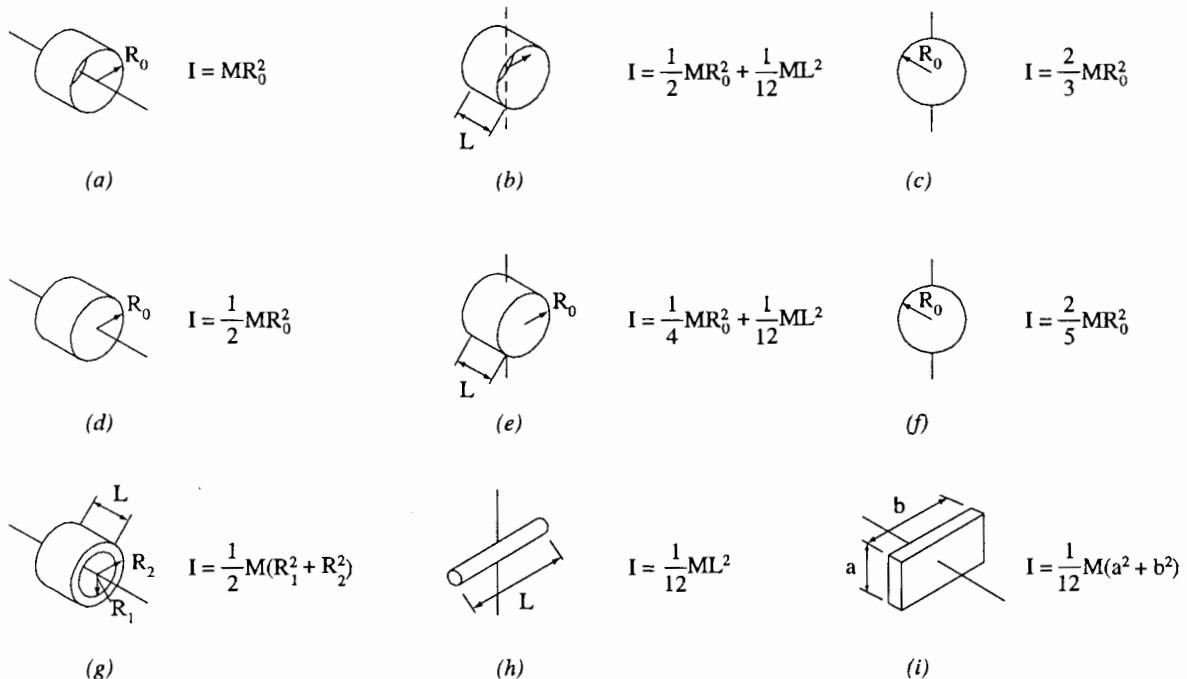
Công thức này cũng dùng được cho những vật có *dạng đĩa*, như một đĩa hát (bỏ qua cái lỗ ở giữa), chẳng hạn. Hoặc cho những vật

dài và mảnh như một khúc gỗ có bán kính đều.

2. Momen quán tính của một *vỏ hình trụ mỏng* bán kính R_0 đối với trục đối xứng của nó có thể tính được bằng cách cho gần đúng $R_1 \approx R_0$, $R_2 \approx R_0$. Khi đó, ta có : $I = MR^2$.

Công thức này có thể dùng cho cả cái vòng lắc (trong rạp xiếc) lăn một ống trụ có thành mỏng. Bảng 8-2 cho momen quán tính của các vật có hình dạng khác nhau đối với các trục đi qua khối tâm của chúng.

Bảng 8-2. Một số momen quán tính tiêu biểu. Trong các trường hợp cho dưới đây mật độ khối lượng là đều, và trục quay đi qua khối tâm. (a) Hình trụ thành mỏng ; (b) Hình trụ thành đặc ; (c) Hình cầu rỗng thành mỏng ; (d) Khối trụ đặc ; (e) Khối trụ đặc ; (f) Khối cầu đặc ; (g) Khối trụ rỗng thành dày ; (h) Thanh mảnh và dài ; (i) Tâm chữ nhật.



Định lí trục song song (định lí Stein-Huyghens)

Việc tính momen quán tính đối với trục không phải là trục đối xứng có thể rất phức tạp. Rất may, có một định lí rất dễ áp dụng để giúp chúng ta làm việc đó, đó là **định lí trục song song**. Định lí này cho ta mối liên hệ giữa momen quán tính I_P đối với một trục đi qua điểm P tuỳ ý và momen quán tính I_C đối với trục song song với trục trên và đi qua khối tâm của vật.

Xét momen quán tính của vật có hình dạng tuỳ ý (hình 8-9), đối với trục đi qua điểm P . Trên hình, trục z đi qua khối tâm của vật và song song với trục đi qua P . Vì trục z đi qua khối tâm nên $x_C = 0$ và $y_C = 0$.

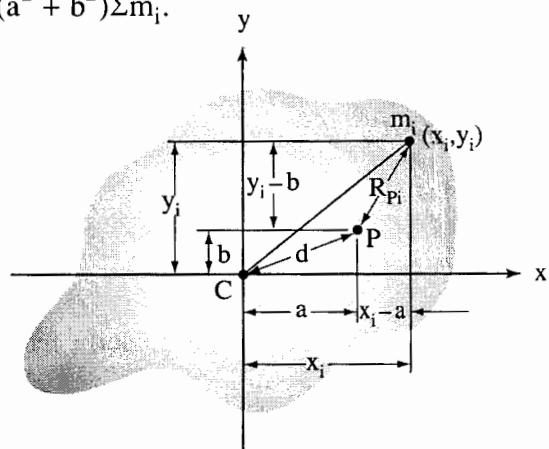
Khoảng cách giữa hai trục là $d = \sqrt{a^2 + b^2}$. Từ phương trình (8-12), ta có momen quán tính I_P đối với trục qua P là :

$$I_P = \sum m_i R_{Pi}^2 = \sum m_i [(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]$$

Ở đây R_{Pi} là khoảng cách từ trục P đến hạt i .

Khai triển các số hạng ra, ta có :

$$I_P = \sum m_i (x_i^2 + y_i^2) - 2a \sum m_i x_i - 2b \sum m_i y_i + (a^2 + b^2) \sum m_i$$



Hình 8-9. Định lí trục song song. Trục z đi qua khối tâm (được kí hiệu trên hình là C) và song song với trục đi qua P (hướng $+z$ đi ra từ mặt trang giấy). Momen quán tính I_P đối với trục qua P là $I_P = I_C + Md^2$, ở đây d là khoảng cách giữa hai trục.

Ở đây các thừa số như nhau đối với tất cả các số hạng đã được đưa ra ngoài dấu tổng. Trong phương trình trên, $\sum m_i(x_i^2 + y_i^2)$ chính là momen quán tính I_0 của vật đối với trục đi qua khối tâm (trục z) :

$$I_0 = \sum m_i(x_i^2 + y_i^2).$$

Ta đã biết khối tâm được định nghĩa sao cho $\sum m_i x_i = Mx_C$ và $\sum m_i y_i = My_C$. Điều

này có nghĩa là với cách chọn hệ toạ độ như ở trên, các số hạng thứ hai và thứ ba đều bằng 0 : $\sum m_i x_i = Mx_C = 0$ và $\sum m_i y_i = My_C = 0$. Số hạng thứ tư, $(a^2 + b^2)\sum m_i$ đúng bằng Md^2 vì $\sum m_i = M$ và $a^2 + b^2 = d$. Do đó :

$$I_P = I_C + Md^2 \quad (8-14)$$

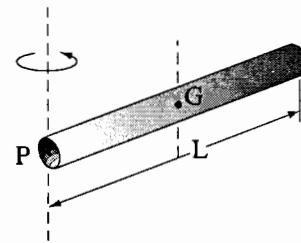
Đây chính là nội dung của **định lí trực song song**.

VÍ DỤ 8-8

Momen quán tính của một thanh đối với một trục đi qua một đầu của nó. Bảng 8-2 đã cho momen quán tính của một thanh mảnh và đều đối với trục đi qua khối tâm của nó và vuông góc với trục dọc của thanh. Hãy xác định momen quán tính của thanh đối với trục đi qua điểm P ở đầu của thanh và song song với trục mô tả ở trên, như chỉ rõ trong hình 8-10.

Giải. Dùng công thức 8-14, ta có :

$$I_P = I_C + Md^2 = \frac{ML^2}{12} + \frac{ML^2}{4} = \frac{ML^2}{3}$$



Hình 8-10. Ví dụ 8-8. Dùng định lí trực song song tìm momen quán tính của một thanh mảnh và đều đối với trục vuông góc với trục dài của thanh và đi qua đầu mút P.

8-5. ĐỘNG NĂNG QUAY - VẬT LẮN

Khi một vật rắn quay, có một động năng liên quan tới sự quay đó. Vật rắn bao gồm rất nhiều hạt nhỏ, động năng của hạt i với khối lượng m_i và tốc độ v_i là $\frac{1}{2}m_i v_i^2$.

Động năng K của toàn bộ vật rắn là tổng động năng của tất cả các hạt cấu tạo nên vật :

$$K = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Các hạt do ở cách trục quay những khoảng khác nhau nên tốc độ dài v_i của chúng cũng khác nhau. Dùng $v_i = R_i \omega$, động năng của vật rắn có thể được viết như sau :

$$K = \sum \frac{1}{2} m_i R_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (8-15)$$

Nếu so sánh biểu thức của động năng quay với $K = \frac{1}{2}mv^2$ của chuyển động tịnh

tiến, thì I tương tự với m và ω trong chuyển động quay tương tự với v . Như một ví dụ ngắn gọn, giả sử một cánh cửa có momen quán tính đối với các bản lề là $I = 8,2\text{kg.m}^2$ và quay với tốc độ góc $\omega = 0,71\text{rad/s}$, khi đó động năng quay của cánh cửa là :

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} (8,2\text{kg.m}^2)(0,71\text{rad/s})^2 \\ = 2,1\text{kg.m}^2/\text{s}^2.$$

Cho tới nay chúng ta chỉ xét các vật quay xung quanh một *trục cố định*. Dưới đây, chúng ta sẽ xét tới các *vật lăn*, chẳng hạn như một bánh xe hay một quả bóng. Để đơn giản, ta chọn các vật có tiết diện tròn và lăn không trượt trên một đoạn đường thẳng. Trong trường hợp này trục quay chuyển động tịnh tiến nhưng vẫn giữ sự định hướng cố định.

Khi một vật lăn không trượt, có một mối liên hệ đơn giản giữa vận tốc dài v của tâm vật và vận tốc góc ω quanh trục đi qua tâm đó. Hình 8-11 biểu diễn một bánh xe lăn có bán kính R ở thời điểm t_1 và ở thời điểm t_2 sau đó. Khoảng cách Δx mà tâm bánh xe di chuyển trong khoảng thời gian Δt đã cho đúng bằng khoảng cách mà điểm tiếp xúc di được đọc theo vành bánh xe : $\Delta x = \Delta s$. Nếu gọi v là tốc độ dài của tâm bánh xe và ω là tốc độ góc của trục quay, ta có :

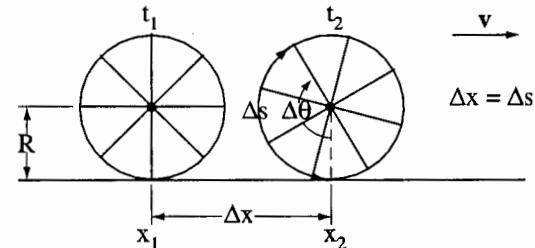
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{R \Delta \theta}{\Delta t} = R \omega.$$

Vậy, đối với vật rắn lăn không trượt ta có :

$$v = R \omega \quad (8-16)$$

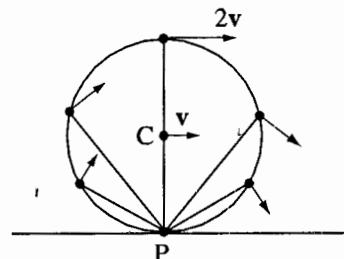
Bây giờ chúng ta sẽ tìm động năng của một vật lăn. Hình 8-12 cho thấy một vật như vậy quay xung quanh trục đi qua điểm tiếp xúc P giữa vật và bề mặt mà nó

lăn. Trục này có hướng cố định, nó song song với bề mặt và vuông góc với hướng chuyển động. Vì không có trượt, nên điểm tiếp xúc P là điểm đứng yên **tức thời** và trục quay của vật cũng **tức thời** đi qua điểm đó.



Hình 8-11. *Lăn không trượt. Trong khoảng thời gian Δt , tâm của bánh xe chuyển động được một đoạn Δx , đúng bằng khoảng Δs mà điểm tiếp xúc di được đọc theo vành bánh xe : $\Delta x = \Delta s$.*

Do đó : $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{R \Delta \theta}{\Delta t} = R \omega$.



Hình 8-12. *Ở một thời điểm bất kỳ, vật lăn quay xung quanh một điểm tiếp xúc P . Vận tốc dài của một hạt bất kỳ vuông góc với đường nối từ P đến hạt đó và tốc độ dài của hạt tỉ lệ với độ dài đoạn nối đó.*

Trong hình 8-12, vận tốc của một vài điểm trên vật đã được chỉ rõ. Các vận tốc này đều vuông góc với đường nối từ P đến điểm đó và có độ lớn tỉ lệ với độ dài đoạn nối ấy. Ví dụ, vận tốc của điểm ở đỉnh của vật bằng $2v$, gấp hai lần vận tốc của tâm. Chú ý rằng tốc độ góc ω_P đối với trục quay đi qua P cũng bằng tốc độ góc ω_C đối với trục đi qua C , vì vận tốc của C đối với P

bằng $\omega_p R$ và vận tốc của P đối với C bằng $\omega_c R$. Do đó, $\omega_p R = \omega_c R$ hay $\omega = \omega_p = \omega_c$.
Động năng của vật bằng

$$K = \frac{1}{2} I_p \omega^2$$

Ở đây I_p là momen quán tính của vật lăn đối với trục vuông góc với phương chuyển động, song song với bề mặt và đi qua P. Nếu vật có phân bố khối lượng đối xứng với trục đi qua C, thì C tương ứng là khối tâm của nó. Dùng định lí trực song song, ta được :

$$K = \frac{1}{2} (I_C + M d^2) \omega^2$$

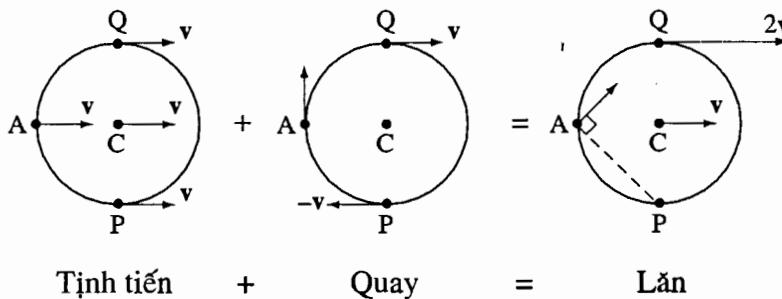
Ở đây I_0 là momen quán tính của vật đối với trục vuông góc với phương chuyển động, song song với bề mặt và đi qua C. Khoảng cách d giữa hai trục đúng bằng R.

Vì vật lăn không trượt, nên $v = R\omega$ hay $\omega = \frac{v}{R}$. Thay vào biểu thức trên ta được :

$$K = \frac{1}{2} I_C \omega^2 + \frac{1}{2} M v^2 \quad (8-17)$$

Như vậy động năng của vật rắn lăn có thể biểu diễn dưới dạng tổng của hai số hạng : một số hạng tương ứng với chuyển động quay xung quanh khối tâm và số hạng kia ứng với chuyển động tịnh tiến của khối tâm.

Vận tốc của một hạt trong vật lăn cũng có thể xem như là kết quả của sự tổ hợp chuyển động tịnh tiến thuần tuý và chuyển động quay thuần tuý của vật, như được minh họa trong hình 8-13. Đặc biệt, chú ý rằng vận tốc của hạt ở A trên vật lăn là tổng vectơ của các vận tốc tại A tương ứng của chuyển động tịnh tiến thuần tuý và chuyển động quay thuần tuý.



Hình 8-13. Vận tốc dài của hạt trên vật lăn có thể được xem như tổ hợp của vận tốc dài hệt như vận tốc dài của trục (chuyển động tịnh tiến thuần tuý) và vận tốc dài tương ứng với chuyển động quay của hạt quanh trục (chuyển động quay thuần tuý).

Phương trình 8-17 cũng có thể dùng trong trường hợp vật lăn và trượt một phần, mặc dù nó được dẫn ra với giả thiết là không có trượt. Tuy nhiên, trong trường hợp đó

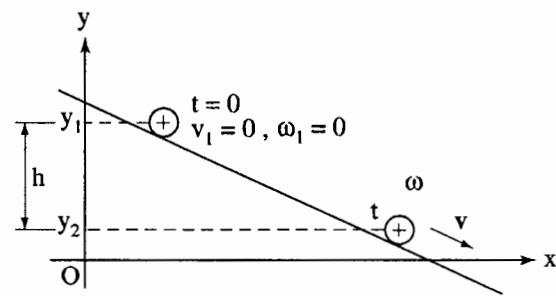
$v \neq R\omega$. Hạn chế duy nhất đối với phương trình 8-17 là trục quay phải giữ định hướng luôn luôn cố định.

VÍ DỤ 8-9

Tốc độ của vật lăn xuống dốc.

(a) Tìm phương trình tính vận tốc của một vật lăn không trượt từ vị trí đứng yên xuống dốc, như chỉ ra trên hình 8-14. Giả sử rằng các lực không bảo toàn, như lực cản của không khí chẳng hạn có thể bỏ qua.

(b) Dùng kết quả của câu (a) tính tốc độ của một quả bóng sau khi lăn từ vị trí đứng yên tới chân dốc, cho $h = 2,3\text{m}$.



Hình 8-14. Ví dụ 8-9 : Vật lăn từ vị trí đứng yên xuống dốc.

Giải. (a) Vì bỏ qua các lực không bảo toàn, chúng ta có thể sử dụng sự bảo toàn cơ năng :

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

$$\frac{1}{2}M_2^2 + \frac{1}{2}I_C\omega_2^2 + Mgy_2 = \frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}I_C\omega_1^2 + Mgy_1$$

Vì vật bắt đầu lăn từ vị trí đứng yên nên $v_1 = 0, \omega_1 = 0$.

Giả sử rằng $v_2 = v$ và $\omega_2 = \omega$ và $y_1 - y_2 = h$. Thay vào và sắp xếp lại các số hạng, ta có :

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I_C\omega^2$$

Phương trình này cho thấy rằng, khi một vật lăn xuống dốc thì độ giằng thế năng đúng bằng độ tăng động năng. Thay $\omega = \frac{v}{R}$ vào, ta nhận được :

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{I_C}{MR^2}}}$$

(b) Quả bóng có thể xem gần đúng là một vỏ dạng cầu, momen quán tính đối với trục qua khối tâm là $I_0 = \frac{2MR^2}{3}$ thay vào, ta được :

$$v = \sqrt{\frac{6gh}{5}} = \sqrt{\frac{6(9,8\text{m/s}^2)(2,3\text{m})}{5}} \approx 5,2\text{m/s.}$$

Vận tốc của quả bóng sẽ bằng bao nhiêu nếu nó trượt không ma sát xuống dốc ?

Bài tự kiểm tra 8-3

Một khối trụ đặc và đều, lăn xuống dốc từ trạng thái đứng yên. (a) Viết biểu thức tính tốc độ v của khối trụ ở thời điểm độ cao của nó giảm một lượng là h . (b) Tính v , cho $h = 0,5\text{m}$.

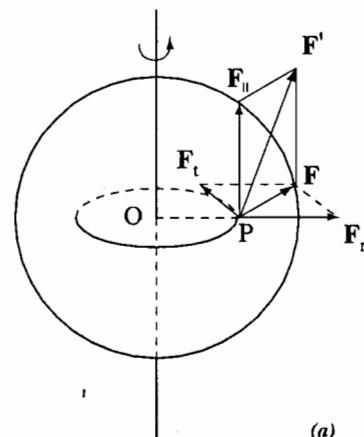
$$\text{Đáp số : (a)} v = \sqrt{\frac{4gh}{3}} ; \text{(b)} 2,6\text{m/s}^2.$$

8-6. MOMEN LỰC ĐỐI VỚI MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

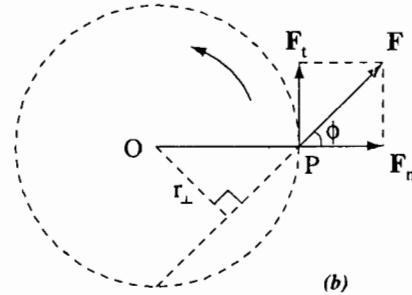
Các electron, hạt nhân và các phân tử, các bánh xe, bánh răng và các ròng rọc, các hành tinh, các ngôi sao và các thiên hà... tất cả đều quay. Cái gì làm cho một bánh xe bắt đầu quay ? Sau khi bánh xe đã quay, thì cái gì làm cho nó dừng lại ? Đại lượng vật lí làm cho vận tốc góc của nó thay đổi gọi là momen lực cũng hệt như lực làm cho vận tốc dài của một vật thay đổi.

Đối với vật rắn quay xung quanh một trục cố định, tác dụng làm quay không những chỉ phụ thuộc vào độ lớn của lực mà còn phụ thuộc vào điểm đặt của lực. Đại lượng tính đến đặc điểm này gọi là momen lực. Ta xét một lực F' tác dụng vào một điểm P trên vật (hình 8-15a), nhìn chung F' có thể phân tích thành hai thành phần $F' = F_{\parallel} + F$, thành phần F_{\parallel} có phương dọc theo trục quay, nó không có tác dụng làm quay vật, còn thành phần F nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục quay, điểm O là giao điểm của trục quay vuông góc với mặt phẳng chứa vectơ F và r , r là vectơ định vị điểm đặt của lực F trong mặt phẳng này đối với trục quay (vectơ OP). Để xác định xem lực F tác động như thế nào vào sự quay, ta lại phân tích lực F

thành hai thành phần : thành phần xuyên tâm F_n hướng dọc theo r và thành phần tiếp tuyến F_t vuông góc với r (hình 8-15b).



(a)



(b)

Hình 8-15

Thành phần xuyên tâm F_n không gây ra sự quay, chỉ có thành phần tiếp tuyến F_t mới gây ra sự quay ; độ lớn $F_t = F \sin \phi$ với ϕ là góc giữa hướng của r và F . Khả năng làm

quay của lực F_t không những chỉ phụ thuộc vào độ lớn của F_t mà còn phụ thuộc vào điểm đặt lực cách O xa hay gần. Để bao hàm hai yếu tố đó, chúng ta định nghĩa một đại lượng gọi là **momen lực**, có độ lớn

$$M = rF_t = r(F\sin\phi) \quad (8-18)$$

Cũng còn có cách khác tương đương để viết biểu thức độ lớn của momen lực, đó là

$$M = (r\sin\phi)F = r_{\perp}F$$

với $r_{\perp} = r\sin\phi$ là khoảng cách vuông góc từ trục quay đến đường thẳng mang vectơ F. Đường này gọi là **đường tác dụng của lực** (còn gọi là **giá của lực**) ; r_{\perp} gọi là **cánh tay đòn** của lực. Vậy : **Độ lớn của momen lực đổi với một trục cố định bằng tích của độ lớn của lực với cánh tay đòn của lực đó.**

Thứ nguyên của momen lực là [lực] [độ dài] giống như thứ nguyên của công và năng lượng. Tuy nhiên momen lực khác với công nên trong hệ SI đơn vị của

momen lực là niuton-mét (N.m), còn đơn vị của công là jun (N.m). Momen lực là dương nếu nó có xu hướng làm vật quay ngược chiều kim đồng hồ, và là âm nếu nó có xu hướng làm vật quay theo chiều kim đồng hồ.

Cũng như lực, momen lực là một **đại lượng vectơ**, nó được viết dưới dạng của tích vectơ (xem phụ lục 7)

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad (8-19)$$

Độ lớn của momen lực bằng $M = rF\sin\phi$; còn phương của vectơ momen lực \mathbf{M} vuông góc với mặt phẳng chứa \mathbf{r} và \mathbf{F} , cũng tức là phương của trục quay. Còn chiều của vectơ momen lực được xác định bằng **quy tắc bàn tay phải** (nếu ta cong các ngón tay phải theo chiều quay từ \mathbf{r} đến \mathbf{F} thì ngón tay cái choai ra sẽ là chiều của momen lực) hoặc **quy tắc "vận định ốc"**: nếu vận định ốc theo chiều từ \mathbf{r} đến \mathbf{F} thì chiều tiến của định ốc là chiều momen lực.

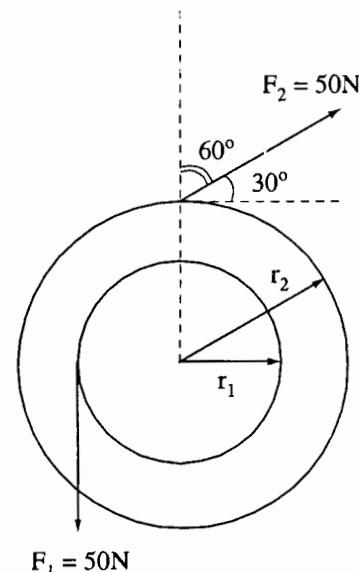
VÍ DỤ 8-10

Một bánh xe gồm hai hình trụ mỏng đồng trục có bán kính $r_1 = 30\text{cm}$ và $r_2 = 50\text{cm}$ gắn với nhau, các lực tác dụng lên bánh xe được cho trong hình 8-16. Tính tổng momen lực tác dụng lên bánh xe đối với trục quay.

Giải. Lực F_1 có tác dụng làm bánh xe quay ngược chiều kim đồng hồ, còn lực F_2 có tác dụng làm bánh xe quay theo chiều kim đồng hồ, như vậy momen của lực F_1 dương còn momen của lực F_2 âm. Momen lực tổng hợp :

$$\begin{aligned} \sum M &= r_1F_1 - r_2F_2\sin\phi \\ &= (0,3\text{m})(50\text{N}) - (0,5\text{m})(50\text{N})\sin 60^\circ \\ &= -6,6\text{N.m.} \end{aligned}$$

Như vậy momen lực tổng hợp có tác dụng làm quay bánh xe theo chiều kim đồng hồ.



Hình 8-16

8-7. MOMEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA MỘT HẠT

Đại lượng trong chuyển động quay tương tự với vectơ động lượng là **momen động lượng l** (còn gọi là *momen xung lượng* hay *momen góc*). Trong chương 7, các định luật Newton đã được sử dụng để đưa ra định luật bảo toàn động lượng. Momen động lượng cũng sẽ được định nghĩa sao cho các định luật của Newton cũng sẽ dẫn đến một định luật bảo toàn khác, đó là định luật bảo toàn momen động lượng.

Định nghĩa momen động lượng

Momen động lượng l của một hạt (hình 8-17) bằng tích vectơ của vectơ vị trí r của hạt và động lượng p của hạt đó.

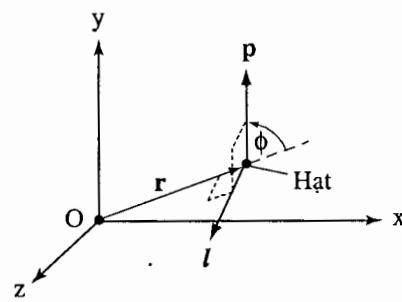
$$l = r \times p \quad (8-20)$$

Momen động lượng là một đại lượng vectơ. Nó vuông góc với mặt phẳng chứa r và p với hướng được cho bởi quy tắc bàn tay phải hay quy tắc “vận hành ốc”. Thứ nguyên của momen động lượng là [khối lượng] \times [chiều dài]² \times [thời gian]⁻¹ và đơn vị của nó trong hệ SI là kg.m²/s. Độ lớn l của momen động lượng có thể viết bằng nhiều cách tương đương sau :

$$l = r p \sin \phi = r m v \sin \phi = r_{\perp} p = r p_{\perp} \quad (8-21)$$

trong đó ϕ là góc giữa r và p (hay v), và $r_{\perp} = r \sin \phi$ và $p_{\perp} = p \sin \phi$

Vì định nghĩa của l có chứa r nên giá trị của l phụ thuộc vào điểm gốc O. Việc lựa chọn điểm này là một phần quan trọng trong việc làm cho momen động lượng là một đại lượng hữu ích. Bất cứ khi nào nói về momen động lượng, bạn đều phải xác định một cách rõ ràng về điểm gốc O mà momen động lượng được tính đối với nó.

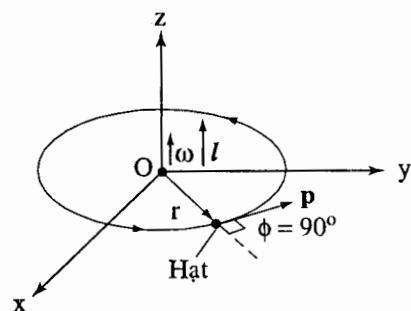


Hình 8-17. Momen động lượng của hạt đối với gốc O là $l = r \times p$, trong đó r là vectơ vị trí của hạt và $p = mv$ là động lượng của hạt đó. Do đó l vuông góc với mặt phẳng chứa r và p .

Hạt chuyển động tròn

Một trường hợp đơn giản và quan trọng cần phải xem xét đó là hạt chuyển động trên vòng tròn bán kính R. Momen động lượng được xác định đối với tâm của vòng tròn, nên $r = R$ (hình 8-18). Vì trong chuyển động tròn v vuông góc với r tại mỗi điểm dọc theo quỹ đạo, nên $\phi = 90^\circ$ tại mọi điểm đó. Từ phương trình (8-21) ta có

$$l = R m v \sin 90^\circ = R m v.$$



Hình 8-18. Đối với hạt chuyển động tròn quanh gốc của mặt phẳng xy, momen động lượng đối với gốc đó bằng $l = mR^2 \omega_z k$.

Đối với chuyển động tròn, $v = \omega R$, nên $l = R m (\omega R)$ hay

$$l = m R^2 \omega$$

Hướng của \mathbf{l} phụ thuộc vào chiều quay. Trong hình 8-18, các vectơ \mathbf{r} và \mathbf{p} nằm trong mặt phẳng xy, điều này có nghĩa là \mathbf{l} nằm dọc theo trục z. Chiều của \mathbf{l} là $+\mathbf{k}$ nếu chuyển động ngược kim đồng hồ, còn chiều của \mathbf{l} là $-\mathbf{k}$ nếu chuyển động cùng chiều kim đồng hồ, vì vậy có thể viết :

$$\mathbf{l} = l_z \mathbf{k} = mR^2 \omega_z \mathbf{k} \quad (8-22)$$

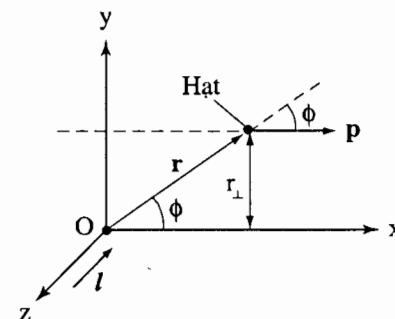
Nếu chuyển động là tròn đều, ω_z là không đổi, do đó \mathbf{l} là không đổi.

Hạt chuyển động thẳng

Thoạt nhìn bạn có thể thấy lạ là một hạt chuyển động thẳng mà lại có momen động lượng. Hình 8-19 biểu diễn một hạt trong mặt phẳng xy chuyển động song song với trục x. Từ phương trình (8-21), độ lớn momen động lượng của hạt đối với gốc O là

$$\mathbf{l} = \mathbf{r} p \sin \phi = m \mathbf{v} r_{\perp} \quad (8-23)$$

trong đó ϕ là góc giữa \mathbf{r} và \mathbf{p} (hay \mathbf{v}).



Hình 8-19. Đối với hạt chuyển động thẳng, \mathbf{l} đối với O là $\mathbf{l} = r_{\perp} m \mathbf{v}$, với r_{\perp} là khoảng cách vuông góc từ quỹ đạo của hạt đến O .

Ở đây r_{\perp} là khoảng cách vuông góc từ quỹ đạo của hạt đến O. Như vậy, hạt có quỹ đạo thẳng sẽ có momen động lượng khác không đổi với bất kỳ điểm nào không nằm trên quỹ đạo đó. Nếu tốc độ của hạt là không đổi thì momen động lượng của nó cũng không đổi, nhưng nếu hạt có gia tốc dọc theo đường thẳng thì momen động lượng của hạt sẽ thay đổi theo thời gian. Theo quy tắc bàn tay phải thì hướng của \mathbf{l} đối với hạt trên hình 8-19 là hướng $(-\mathbf{k})$.

VÍ DỤ 8-11

Momen động lượng quỹ đạo của Trái Đất. Xác định độ lớn của momen động lượng của Trái Đất trong chuyển động quỹ đạo của nó xung quanh Mặt Trời. Biết bán kính quỹ đạo Trái Đất là $1,5 \cdot 10^{11}$ m và khối lượng của nó là $m_e = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg.

Giải. Trái Đất quay được 1 vòng (2π rad) trong một năm ($T = 365$ ngày), do đó tốc độ góc $\omega = \frac{2\pi}{T}$ của nó khi quay xung quanh Mặt Trời là

$$\omega = \frac{2\pi}{(365 \text{ ngày})(24 \text{ h/ngày})(3600 \text{ s/h})} = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$$

Độ lớn I của momen động lượng quỹ đạo của Trái Đất đối với Mặt Trời là :

$$\begin{aligned} I &= m_e R^2 \omega \\ &= (6,0 \cdot 10^{24} \text{kg})(1,5 \cdot 10^{11} \text{m})^2 \cdot (2,0 \cdot 10^{-7} \text{rad/s}) \\ &= 2,7 \cdot 10^{40} \text{kg.m}^2/\text{s}. \end{aligned}$$

Bài tự kiểm tra 8-4

Một xe ôtô có khối lượng 1000kg đi về phía Nam với tốc độ 25m/s. Sau khi đi cách xa bạn được 10m, nó rẽ và đi thẳng về phía Tây nhin từ vị trí của bạn. Hãy xác định độ lớn và hướng momen động lượng của xe đối với bạn.

Đáp số : $2,5 \cdot 10^5 \text{kg.m}^2/\text{s}$; hướng lên.

Mối liên hệ giữa momen động lượng và momen lực

Định luật thứ hai của Newton chính là mối liên hệ giữa tổng hợp lực ΣF tác dụng lên hạt và động lượng p của nó :

$$\Sigma F = \frac{dp}{dt}$$

Xét sự tương tự trong chuyển động quay của hệ thức này. Đạo hàm theo thời gian của momen động lượng là :

$$\frac{dI}{dt} = \frac{d}{dt} (\mathbf{r} \times \mathbf{p})$$

Dùng quy tắc đạo hàm một tích, ta được

$$\frac{dI}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{p} + \mathbf{r} \times \frac{dp}{dt}$$

Số hạng thứ nhất ở vế phải phương trình trên bằng 0, vì $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}$ và $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$, các vectơ \mathbf{v} và $m\mathbf{v}$ song song với nhau nên tích vectơ của chúng bằng 0. Do đó

$$\frac{dI}{dt} = \mathbf{r} \times \frac{dp}{dt}$$

Dùng định luật thứ hai của Newton cho một hạt $\Sigma F = \frac{dp}{dt}$, ta có :

$$\frac{dI}{dt} = \mathbf{r} \times \Sigma F$$

Đại lượng $\mathbf{r} \times \Sigma F$ chính là momen lực tổng hợp tác dụng lên hạt đối với gốc O : $\Sigma M = \mathbf{r} \times \Sigma F$. Do đó :

$$\Sigma M = \frac{dI}{dt} \quad (8-24)$$

Trong định luật II Newton, $\Sigma F = \frac{dp}{dt}$, \mathbf{p} cần phải được đo trong một hệ quy chiếu quán tính. Do đó, để có thể áp dụng được công thức (8-24), I cũng cần phải được đo trong một hệ quy chiếu quán tính.

8-8. MOMEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA HỆ HẠT

Trong chương 7, ta thấy khi kết hợp định luật hai Newton $\Sigma F = \frac{dp}{dt}$ và định luật ba

Newton $F_{12} = -F_{21}$ thì đối với một hệ hạt (hay một vật chất) :

$$\Sigma F_{\text{ngoại}} = \frac{dP}{dt}.$$

Ở đây $\Sigma F_{\text{ngoại}}$ là tổng các ngoại lực tác dụng lên hệ và P là động lượng toàn phần của hệ. Các nội lực - tức là lực mà các hạt trong hệ tác dụng lên nhau - không góp phần làm thay đổi tổng động lượng của hệ. Điều này dẫn tới định luật bảo toàn động lượng : Nếu $\Sigma F_{\text{ngoại}} = 0$, thì P không đổi. Nay giờ chúng ta cũng sẽ theo cách suy luận đó đối với các đại lượng của chuyển động quay.

Momen động lượng toàn phần L của hệ hạt là tổng vectơ các momen động lượng của các hạt thành phần

$$L = l_1 + l_2 + \dots = \sum l_i \quad (8-25)$$

Ở đây mỗi momen động lượng đều được đo đối với cùng một điểm quy chiếu. Để đơn giản ta xét hệ hai hạt : $L = l_1 + l_2$. Đạo hàm theo thời gian của momen động lượng toàn phần :

$$\frac{dL}{dt} = \frac{dl_1}{dt} + \frac{dl_2}{dt}$$

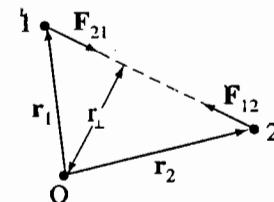
Theo phương trình (8-24) ta được

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma M_1 + \Sigma M_2$$

Các momen lực tác dụng lên hạt có thể chia làm hai loại : momen lực do các hạt tác dụng lên nhau (momen nội lực) và momen lực do các vật khác tác dụng lên hạt (momen ngoại lực). Định luật III

Newton đòi hỏi rằng tổng momen các nội lực phải bằng 0. Theo định luật này : các lực tương tác giữa hạt 1 và hạt 2 có độ lớn bằng nhau và ngược chiều nhau, $F_{12} = -F_{21}$, phương của hai lực nằm trên đường thẳng nối hai lực đó (hình 8-20). Nói cách khác hai lực là trực đối và có cùng đường tác dụng. Vì có cùng đường tác dụng nên hai lực này có cùng cánh tay đòn r_{\perp} đối với bất kỳ điểm quy chiếu nào. Do đó, momen lực của chúng có độ lớn như nhau. Áp dụng quy tắc bàn tay phải cho mỗi tích vectơ $r \times F$, ta thấy hai momen lực đó có hướng đối nhau : $M_{12} = -M_{21}$. Điều này đúng với tất cả các cặp momen lực ứng với tất cả các cặp hạt trong hệ (hay trong một vật chất). Kết quả, tổng vectơ của momen các nội lực bằng 0. Do đó,

$$\Sigma M_{\text{ngoại}} = \frac{dL}{dt} \quad (8-26)$$



Hình 8-20. Momen của lực tương tác giữa hai hạt bằng nhau về độ lớn và có hướng ngược nhau vì các lực tương tác tuân theo định luật III Newton.

Tổng momen các ngoại lực tác dụng lên một hệ hạt (hay một vật chất) bằng tốc độ thay đổi momen động lượng toàn phần của hệ.

Các momen lực và momen động lượng trong phương trình (8-26) được tính đối với một điểm bất kỳ và cố định trong một

hệ quy chiếu quán tính. Mặc dù ta sẽ không chứng minh ở đây, nhưng *phương trình* (8-26) vẫn áp dụng được nếu điểm quy chiếu là khối tâm của hệ, thậm chí khi khối tâm đó chuyển động có gia tốc trong một hệ quy chiếu quán tính.

Thường điều này tạo điều kiện thuận lợi cho ta tách chuyển động của hệ thành hai phần: chuyển động tịnh tiến của khối tâm trong đó

$$\Sigma \mathbf{F}_{\text{ngoại}} = \frac{d\mathcal{P}}{dt} \text{ và chuyển động quay đối với}$$

$$\text{khối tâm trong đó } \Sigma \mathbf{M}_{\text{ngoại}} = \frac{d\mathbf{L}}{dt}.$$

8-9. ĐỘNG LỰC HỌC CỦA VẬT RẮN QUAY QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

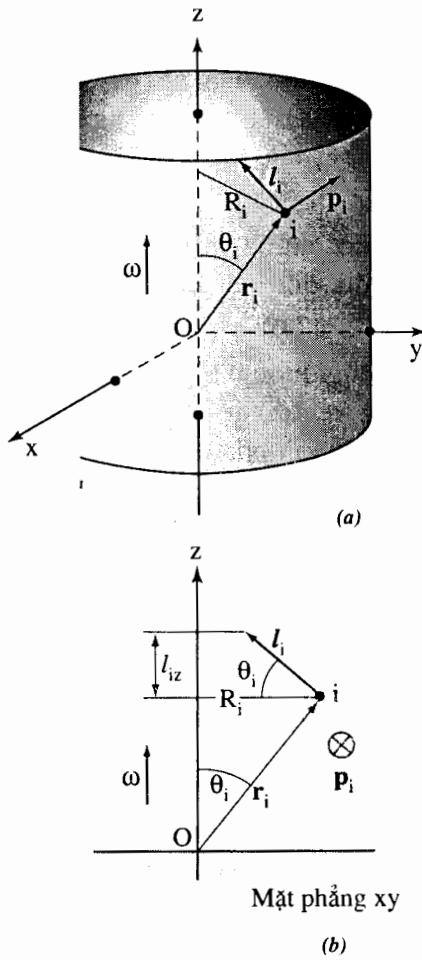
Chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục cố định có một ý nghĩa thực tiễn to lớn. Chúng ta sẽ nghiên cứu momen động lượng của một vật như vậy và rút ra phương trình chuyển động của nó.

Momen động lượng

Bây giờ ta sẽ xét mối quan hệ giữa momen động lượng \mathbf{L} của một vật rắn đối với một điểm nằm trên trục quay (ví dụ đối với điểm O) và vận tốc góc ω của vật đó đối với trục quay ấy (hình 8-21).

Thành phần z trên trục quay của momen động lượng của vật là $L_z = (\sum I_i)z = \sum I_{iz}$. Để tìm L_z , trước hết ta tìm I_{iz} cho hạt i. Trên hình 8-21a, θ_i là góc giữa \mathbf{r}_i và trục z, nên $R_i = r_i \sin \theta_i$. Momen động lượng của hạt i, $I_i = \mathbf{r}_i \times \mathbf{p}_i$ có cả thành phần trục lăn thành phần hướng kính (đọc theo bán kính, còn gọi là thành phần radian). Như chỉ ra trên hình vẽ, \mathbf{r}_i vuông góc với \mathbf{p}_i , nên $I_i = r_i p_i \sin 90^\circ = r_i m_i v_i$. Vì $v_i = R_i \omega$ nên $I_i = r_i m_i R_i \omega$. Từ hình 8-21b, thành phần z của I_i bằng :

$$I_{iz} = r_i m_i R_i \omega_z \sin \theta_i = m_i R_i (r_i \sin \theta_i) \omega_z = m_i R_i^2 \omega_z.$$



Hình 8-21. (a) Vật rắn quay xung quanh trục z, hạt i chuyển động trên vòng tròn có tâm nằm trên trục quay. Khoảng cách từ điểm gốc O tới i là r_i , còn khoảng cách từ trục tới i là $R_i = r_i \sin \theta_i$; (b) đối với O, thành phần trên trục quay của I_i là $I_{iz} = I_i \sin \theta_i = m_i R_i^2 \omega_z$.

Chú ý rằng R_i và ω_z được tính đối với trục quay, nên l_{iz} không phụ thuộc vào sự chọn điểm gốc trên trục quay. Do đó *biểu thức này đúng với mọi điểm gốc nằm trên trục quay.*

Cộng l_{iz} của tất cả các hạt tạo nên vật, ta được :

$$L_z = \sum m_i R_i^2 \omega_z = \omega_z \sum m_i R_i^2$$

Đại lượng $\sum m_i R_i^2$ chính là momen quán tính của vật đối với trục quay. Do đó

$$L_z = I\omega_z \quad (8-27)$$

Phương trình (8-27) *đúng cho mọi vật rắn, nhưng chỉ đối với thành phần trên trục z của L.* Thực ra khi một vật có đủ đối xứng cần thiết đối với trục, L sẽ song song với trục đó : $L = L_z k$. Ví dụ, ta hãy xét một khối trụ đồng nhất quay quanh trục đối xứng của nó. Vì khối trụ là đồng nhất, nên các hạt i và j đối xứng nhau qua trục sẽ có cùng khối lượng sao cho thành phần hướng kính của momen động lượng của chúng sẽ bằng nhau về độ lớn và có hướng ngược nhau (hình 8-22). Khi lập vectơ tổng $L = \sum l_i$, các thành phần hướng kính của momen động lượng của các hạt sẽ triệt tiêu nhau từng đôi một. Do đó, $L = L_z k$.

Vì ω song song với trục theo định nghĩa, nên trong những trường hợp như vậy L song song với ω và

$$L = I\omega \quad (\text{chỉ khi có đủ đối xứng}) \quad (8-28)$$

Nếu một vật không có đủ đối xứng đối với trục quay để L song song với trục, thì hướng của L sẽ quay như một vật quay.

Phương trình chuyển động

Định luật thứ hai Newton đối với vật rắn chuyển động tịnh tiến là $\Sigma F_{\text{ngoại}} = Ma_C$. Phương trình tương tự trong chuyển động quay tìm được bằng cách lấy đạo hàm phương trình (8-27)

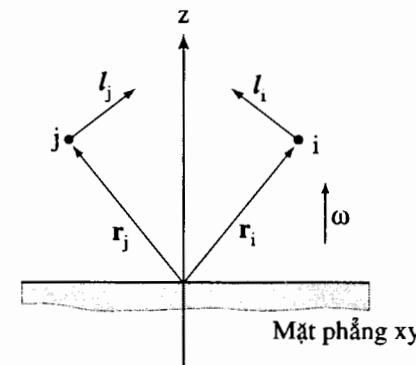
$$\frac{dL_z}{dt} = \frac{d}{dt}(I\omega_z) = I \frac{d\omega_z}{dt} = I\alpha_z$$

Thành phần z của phương trình (8-26) là $\Sigma M_z = \frac{dL_z}{dt}$.

Do đó

$$\Sigma M_z = I\alpha_z \quad (8-29)$$

Đây là phương trình chuyển động của vật rắn giới hạn quay quanh một trục cố định và nó là hệ quả của các định luật Newton. Nếu vật rắn có tính đối xứng đối với trục quay, ta có $\Sigma M = I\alpha$.



Hình 8-22. Khi các hạt i và j đối xứng nhau qua trục z có khối lượng bằng nhau, các thành phần hướng kính của l_i và l_j sẽ bằng nhau về độ lớn và có hướng đối nhau. Các thành phần hướng kính của l đối với các hạt sẽ từng đôi một triệt tiêu nhau khi tính $L = \sum l_i$, do đó $L = L_z k$ và L song song với ω .

Lại nói về momen quán tính

Việc rút ra các phương trình (8-27) và (8-29) cho ta một ý nghĩa của khái niệm momen quán tính. Phương trình (8-29) cho thấy rằng *momen quán tính của một vật là thước đo sự cản trở của vật đó đối với sự thay đổi vận tốc góc của nó.* Đối với tổng momen ngoại lực đã cho, vật có momen quán tính càng lớn thì gia tốc góc của nó sẽ càng nhỏ. Do đó momen quán tính đối khi còn được gọi là **quán tính quay**.

VÍ DỤ 8-12

Momen động lượng tự quay của Trái Đất. Hãy xác định độ lớn momen động lượng \mathbf{L} ứng với chuyển động tự quay quanh trục của Trái Đất. Giả sử \mathbf{L} song song với trục quay của Trái Đất và mật độ khối lượng của Trái Đất là đều. Cho khối lượng của Trái Đất là $6,0 \cdot 10^{24} \text{kg}$ và bán kính của nó là 6400km.

Giải. Momen quán tính của khối cầu mật độ đều đối với trục nằm dọc theo một đường kính của nó là $\frac{2}{5}Mr_0^2$ (bảng 8-2), vậy momen quán tính của Trái Đất (được xem là mật độ đều) là $I = \frac{2}{5}(6,0 \cdot 10^{24} \text{kg})(6400\text{km})^2 \approx 9,8 \cdot 10^{37} \text{kg.m}^2$. Tốc độ góc của chuyển động tự quay của Trái Đất là :

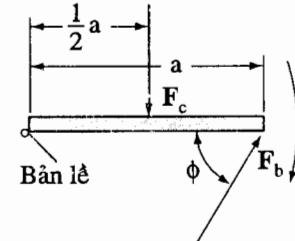
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{(24\text{h})(3600\text{s/h})} \approx 7,3 \cdot 10^{-5} \text{rad/s.}$$

Độ lớn của momen động lượng tự quay của Trái Đất là :

$$\begin{aligned} L &= I\omega = (9,8 \cdot 10^{37} \text{kg.m}^2)(7,3 \cdot 10^{-5} \text{rad/s}) \\ &\approx 7,2 \cdot 10^{33} \text{kg.m}^2/\text{s}. \end{aligned}$$

VÍ DỤ 8-13

Tìm phương trình chuyển động của cánh cửa. Có hai lực tác dụng lên một cánh cửa mật độ đều, như hình 8-23. Cánh cửa ban đầu được quay theo chiều như được chỉ ra trên hình vẽ với tốc độ góc $0,45 \text{rad/s}$. Giả sử momen của các lực này giữ nguyên không đổi, hãy xác định (a) thành phần gia tốc, (b) thành phần vận tốc góc, (c) toạ độ góc của cánh cửa như một hàm của thời gian. Bỏ qua momen các lực ma sát trong bản lề. Cho khối lượng của cánh cửa $M = 38\text{kg}$, chiều rộng của cửa $a = 0,88\text{m}$; $\phi = 63^\circ$, $F_b = 15\text{N}$ và $F_c = 12\text{N}$.



Hình 8-23. Ví dụ 8-13 : Trục z nằm dọc theo các bản lề, và +k hướng ra ngoài trang giấy.

Giải. (a) Giả sử trục z trong hình 8-23 nằm dọc theo các bản lề của cửa và có hướng đi ra ngoài trang giấy. Thành phần z của tổng momen lực bằng :

$$\Sigma M_z = aF_b \sin \phi - \frac{1}{2}aF_c$$

Giải phương trình (8-29) cho α_z ta được $\alpha_z = \frac{\sum M_z}{I}$ với $I = \frac{1}{3}Ma^2$ (ví dụ 8-6). Thay $\sum M_z$ vào, ta được

$$\alpha_z = \frac{3(F_b \sin \phi - \frac{1}{2}F_c)}{Ma} = \frac{3[(15\text{N}) \sin 63^\circ - \frac{1}{2}(12\text{N})]}{(38\text{kg})(0,88\text{m})} = 0,66 \text{ rad/s}^2$$

(b) Áp dụng quy tắc bàn tay phải theo chiều quay ban đầu như được cho trên hình 8-23, ta được ω_0 đi vào trong trang giấy, nên ω_{z0} âm : $\omega_{z0} = -0,45\text{rad/s}$. Dùng kết quả ở câu (a) và biểu thức $\omega_z = \omega_{z0} + \alpha_z t$, ta được :

$$\omega_z = -0,45\text{rad/s} + (0,66\text{rad/s}^2)t.$$

(c) Dùng biểu thức $\theta(t) = \theta_0 + \omega_{z0}t + \frac{1}{2}\alpha_z t^2$ và cho toạ độ góc ban đầu của cánh cửa $\theta_0 = 0$, ta có

$$\theta(t) = - (0,45\text{rad/s})t + (0,33\text{rad/s}^2)t^2.$$

Bài tự kiểm tra 8-5

Xác định thời gian t, tại đó cánh cửa của bài tập trên đứng yên tức thời.

Đáp số : 0,68s.

VÍ DỤ 8-14

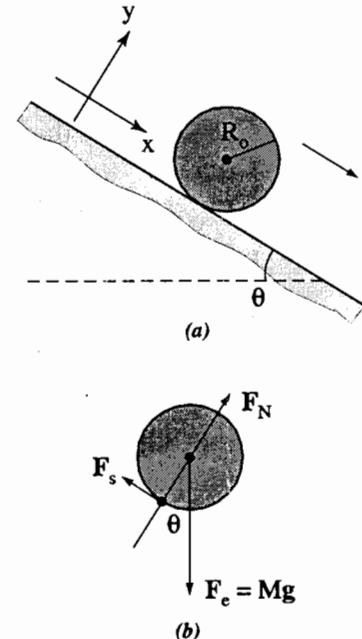
Gia tốc của một vật lăn. Một bánh xe đối xứng có khối lượng M và bán kính R_0 lăn không trượt xuống một dốc thẳng tạo với phương nằm ngang một góc θ (hình 8-24a). Momen quán tính của bánh xe đối với trục đối xứng của nó là I. Tìm biểu thức tính gia tốc của khối tâm bánh xe qua I, M, R_0 , g và θ .

Giải. Hình 8-24a cho hệ toạ độ với $+i$ hướng theo chiều chuyển động của khối tâm và $+k$ song song với trục quay và hướng ra ngoài trang giấy. Giảm đồ vật - tự do của bánh xe được cho trên hình 8-24b. Có ba lực tác dụng lên bánh xe : trọng lượng F_e của nó, lực pháp tuyến F_N tác dụng bởi mặt dốc, và lực ma sát tĩnh F_s (sở dĩ lực ma sát ở đây là tĩnh vì vật không trượt). Dùng $F_e = Mg$ ta tìm được thành phần x của định luật hai Newton $\Sigma F_x = Ma_x$:

$$Mgsin\theta - F_s = Ma_x \quad (A)$$

Chú ý rằng đường tác dụng của các lực F_e và F_N đều đi qua tâm bánh xe, nên momen của các lực đó đối với trục đi qua tâm đó đều không đóng góp vào ΣM_z . Chỉ có F_s là đóng góp vào ΣM_z với cánh tay đòn là R_0 . Do đó, áp dụng công thức $\Sigma M_z = I\alpha_z$ đối với trục đó, ta được phương trình của chuyển động quay :

$$-F_s R_0 = -I\alpha_z \quad (B)$$



Hình 8-24. Ví dụ 8-14 : (a) vật lăn xuống dốc. (b) Giảm đồ vật - tự do.

Vì $\alpha = \frac{a}{R_0}$, phương trình (B) có thể viết lại như sau :

$$F_s = \left(\frac{I}{R_0^2} \right) a$$

Thay biểu thức này của F_s vào phương trình (A) và giải ra, ta được :

$$a = \frac{g \sin \theta}{1 + \frac{I}{MR_0^2}}$$

Bài tự kiểm tra 8-6

Hãy áp dụng kết quả của bài tập trên cho một số vật đặc biệt. Viết biểu thức độ lớn giá tốc khi vật là (a) một khối trụ thành mỏng, (b) khối trụ đặc và (c) khối cầu đặc.

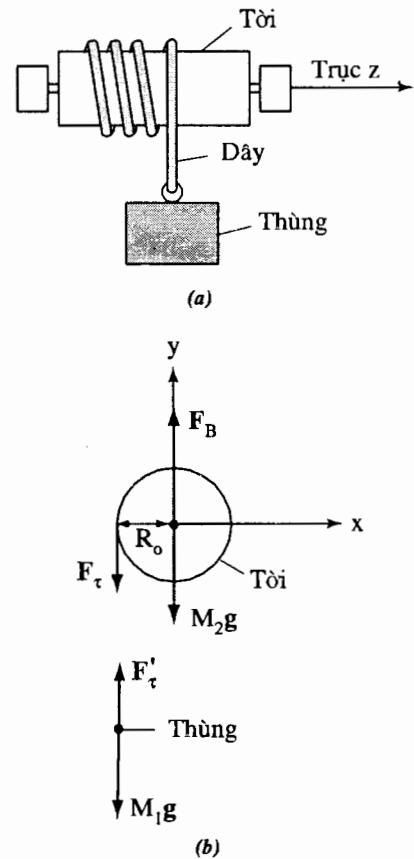
Đáp số : (a) $\frac{g \sin \theta}{2}$; (b) $\frac{2g \sin \theta}{3}$; (c) $\frac{5g \sin \theta}{7}$.

VÍ DỤ 8-15

Thùng rơi nối với tời. Một thùng được nối với một đầu dây cuốn vào tời và được thả rơi xuống (hình 8-25a). Cho khối lượng của thùng $M_1 = 35\text{kg}$, khối lượng và bán kính của tời tương ứng bằng $M_2 = 94\text{kg}$ và $R_0 = 83\text{mm}$. Hãy xác định (a) độ lớn giá tốc dài a của thùng và (b) sức căng F_t của dây. Biết rằng tời có thể được xem là một khối trụ mật độ đều bán kính R_0 và bỏ qua momen các lực ma sát ở các ống trục và khối lượng của dây.

Giải. Giải đồ vật - tự do của tời và thùng được cho trên hình 8-25b, trong đó M_2 và M_1 là khối lượng của tời và của thùng, F_t là lực dây tác dụng lên tời, F'_t là lực thùng tác dụng lên dây và F_B là lực của các ống trục tác dụng lên tời. Chọn hệ toạ độ với $+k$ nằm dọc theo trục của tời và hướng ra khỏi mặt phẳng giấy. Vì bỏ qua khối lượng của dây nên $|F_t| = |F'_t| = F_t$. Áp dụng thành phần thẳng đứng của định luật hai Newton cho thùng, ta được :

$$F_t - M_1 g = -M_1 a \quad (\text{A})$$



Hình 8-25. Ví dụ 8-15 :

(a) Nhìn từ phía trước trục z nằm trong mặt phẳng trang giấy (đọc theo trục của tời).

(b) Giải đồ vật - tự do. Trục z vuông góc với mặt phẳng trang giấy với $+k$ đi ra khỏi trang giấy.

Thành phần của momen lực do dây tác dụng lên tời đối với trục quay là $M_z = F_t \cdot R_0$. Momen của các lực F_B và M_2g đều bằng 0 vì đường tác dụng của chúng đều đi qua trục. Do đó, áp dụng phương trình 8-29, ta được

$$F_t R_0 = I\alpha_z = I\alpha \quad (B)$$

Độ lớn của gia tốc dài của thùng và gia tốc của tời liên hệ với nhau bởi hệ thức $a = \alpha R_0$.

Vì tời là khối trụ mật độ đều nên $I = \frac{1}{2}M_2R_0^2$. Thay biểu thức trên vào (B), ta được :

$$F_t = \frac{1}{2}M_2a \quad (C)$$

Đặt biểu thức của F_t vào (A) rồi giải cho a , ta có :

$$a = \frac{M_1g}{M_1 + \frac{1}{2}M_2} = \frac{(35\text{kg})(9,8\text{m/s}^2)}{(35\text{kg}) + \frac{1}{2}(94\text{kg})} = 4,2\text{m/s}^2$$

(b) Thay giá trị vừa tìm được của a vào (C), ta được :

$$F_t = \frac{\frac{1}{2}M_2M_1g}{M_1 + \frac{1}{2}M_2} = \frac{\frac{1}{2}(94\text{kg})(35\text{kg})(9,8\text{m/s}^2)}{(35\text{kg}) + \frac{1}{2}(94\text{kg})} = 200\text{N.}$$

Bài tự kiểm tra 8-7

Giả sử dây trong ví dụ trên sẽ đứt nếu sức căng của nó vượt quá 230N. Hỏi khối lượng của thùng tối đa bằng bao nhiêu để dây không đứt khi thả cho thùng rơi ?

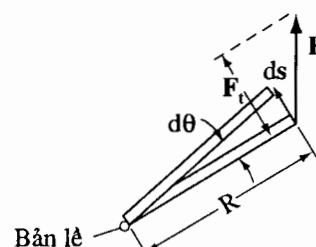
Đáp số : 47kg.

8-10. CÔNG VÀ CÔNG SUẤT CỦA CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA VẬT RẮN

Công và công suất

Khi một lực tạo momen lực trên một vật rắn quay, lực đó sẽ sinh công. Trong hình 8-26, ta xét công sinh bởi lực \mathbf{F} trong khoảng thời gian mà vị trí góc của cửa thay đổi một lượng $d\theta$. Công dW được sinh bởi lực \mathbf{F} là :

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \mathbf{F}_t(Rd\theta)$$



Hình 8-26. Công được thực hiện trong khi quay cửa. Trục z vuông góc với mặt phẳng hình vẽ (nằm dọc theo các bản lề) và +k hướng ra ngoài mặt trang giấy.

ở đây F_t là thành phần tiếp tuyến của lực \mathbf{F} . Vì $M_z = F_t R$, nên

$$dW = M_z d\theta \quad (8-30)$$

Vậy momen lực M_z thực hiện một công W khi cửa quay từ θ_1 đến θ_2 :

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M_z d\theta \quad (8-31)$$

Với momen lực không đổi, M_z có thể đưa ra khái dấu tích phân và

$$W = M_z(\theta_2 - \theta_1) = M_z \Delta\theta \quad (8-32)$$

Công được thực hiện bởi momen lực có thể dương hoặc âm. Khi vật quay nhanh dần, công thực hiện bởi momen lực là dương, khi vật quay chậm dần, công này là âm. Công suất P cung cấp cho vật rắn quay bởi momen lực là tốc độ của công:

$$P = \frac{dW}{dt} = M_z \frac{d\theta}{dt} = M_z \omega_z \quad (8-33)$$

Cũng như công, công suất có thể dương, âm. Nếu momen lực có xu hướng làm vật quay chậm lại thì M_z ngược dấu với ω_z và công suất là âm.

Định lí công - động năng

Định lí công - động năng cho ta mối liên hệ giữa công toàn phần thực hiện trên hệ và sự biến thiên động năng của hệ (mục 6-3). Chúng ta sẽ đưa ra định lí tương tự với định lí công - động năng nói trên trong trường hợp vật rắn quay xung quanh một trục cố định. Kết hợp các phương trình (8-29) và (8-30), ta được

$$dW = \Sigma M_z d\theta = I \alpha_z d\theta = I \frac{d\omega_z}{dt} \omega_z dt$$

Vì

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \omega_z^2 \right) = \omega_z \frac{d\omega_z}{dt}$$

ta có

$$dW = I \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \omega_z^2 \right) dt = \frac{1}{2} I \frac{d}{dt} (\omega^2) dt$$

Do đó

$$W = \frac{1}{2} I \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt} (\omega^2) dt$$

Ở đây I được đưa ra khái dấu tích phân vì vật là rắn và trục quay là cố định. Thực hiện lấy tích phân ta được :

$$W = \frac{1}{2} I \omega_2^2 - \frac{1}{2} I \omega_1^2 \quad (8-34)$$

VÍ DỤ 8-16

Công thực hiện trên tời. (a) Tìm công thực hiện bởi lực do dây tác dụng lên tời trong ví dụ 8-15 (hình 8-25) trong khoảng thời gian tời quay được một góc 45° . (b) Giả sử ban đầu tời đứng yên, xác định tốc độ góc ở cuối phép quay đó. (c) Tìm công suất cung cấp cho tời bởi sợi dây ở thời điểm kết thúc phép quay một góc 45° .

Giải. Từ ví dụ 8-15, momen lực do sợi dây tác dụng là không đổi, cho nên từ phương trình (8-32), ta có : $W = F_t R_0 \Delta\theta$. Vì 45° tương ứng với $\frac{\pi}{4}$ rad, nên

$$W = (200N)(0,083m) \left(\frac{\pi}{4} \text{ rad} \right) \approx 13J.$$

(b) Vì momen lực do dây tác dụng là momen lực toàn phần đối với trục quay, nên công tính được ở câu (a) là công toàn phần, tức là $W = 13J$. Cũng vì vận tốc góc ban đầu bằng 0, nên $W = \frac{1}{2} I \omega^2$, hay

$$\omega = \sqrt{\frac{2W}{I}} = \sqrt{\frac{2W}{\frac{1}{2} MR_0^2}} = \sqrt{\frac{2.(13J)}{\frac{1}{2}(94kg)(0,083m)^2}} \approx 9,0\text{rad/s.}$$

(c) Dùng hệ toạ độ như được cho trên hình 8-25b (+k hướng ra ngoài trang giấy), ta thấy M_z là dương

$$M_z = F_\tau \cdot R_0 = (200N)(0,083m) = 17\text{N.m}$$

và ω_z ở cuối phép quay 45° là dương : $\omega_z = 9,0\text{rad/s.}$

Do đó

$$P = M_z \omega_z = (17\text{N.m})(9,0\text{rad/s}) = 150\text{W.}$$

Bài tự kiểm tra 8-8

Làm lại những tính toán trong ví dụ trên, nhưng với góc quay 90° thay cho 45° .

Đáp số : (a) $26J$; (b) 13rad/s ; (c) 210W.

8-11. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

Các chương 6 và 7 đã đưa ra định luật bảo toàn năng lượng và bảo toàn động lượng. Nay giờ ta sẽ đưa ra định luật thứ ba : định luật **bảo toàn momen động lượng**.

Giả sử tổng các momen ngoại lực tác dụng lên hệ các hạt bằng 0, $\Sigma M = 0$. Từ phương trình (8-26) ; $\Sigma M = \frac{dL}{dt}$, ta có

$$\frac{dL}{dt} = 0 \text{ hay } \frac{d}{dt} \sum l_i = 0$$

Nếu đạo hàm theo thời gian (hay tốc độ thay đổi) của một đại lượng nào đó bằng 0, thì đại lượng đó sẽ không đổi. Do đó, khi tổng momen các ngoại lực bằng 0, ta có

$$L = \sum l = \text{const}$$

Mặc dù momen động lượng của các hạt thành phần tạo nên hệ có thay đổi, nhưng tổng của chúng là không thay đổi. Kết quả này có thể biểu diễn một cách khác như sau :

$$L_1 = L_2 \quad (8-35)$$

Ở đây L_1 và L_2 là momen động lượng toàn phần ban đầu và cuối cùng của hệ. Vậy, định luật bảo toàn momen động lượng phát biểu như sau :

Nếu tổng momen ngoại lực tác dụng lên một hệ hạt (hay một vật chất) đối với một điểm nào đó bằng 0, thì momen động lượng toàn phần của hệ đối với điểm đó là không đổi.

VÍ DỤ 8-17

Em bé nhảy trên sàn quay. Một em bé có khối lượng m đang chạy với tốc độ là v nhảy lên mép ngoài của sàn quay đang đứng yên (hình 8-27a). Xác định tốc độ góc ω của sàn quay sau khi em bé đã nhảy lên và đứng im đối với sàn quay. Giả sử rằng momen của lực ma sát ở trục quay của sàn có thể bỏ qua.

Giải. Ta xem em bé như một hạt và dựng hệ toạ độ như hình 8-27. Xét hệ gồm em bé và sàn quay. Vì momen của lực ma sát ở trục quay nhỏ không đáng kể, nên không có momen ngoại lực tác dụng lên hệ, vì vậy momen động lượng toàn phần của hệ được bảo toàn. Em bé và sàn quay tác dụng lực và momen lực lên nhau, nhưng đây là các nội lực và momen nội lực, chúng bằng nhau về độ lớn và có hướng ngược nhau nên tổng bằng 0.

Vì sàn ban đầu đứng yên, nên momen động lượng của hệ đối với trục quay (trục z) hoàn toàn là của em bé.

$$L_{z1} = mvR$$

Ở đây R là bán kính sàn quay. Gọi I là momen quán tính của sàn quay thì momen quán tính của hệ sau khi em bé đã nhảy lên và đứng yên so với sàn quay là $I + mR^2$. Do đó

$$L_{z2} = (I + mR^2)\omega_z$$

Theo định luật bảo toàn momen động lượng

$$mvR = (I + mR^2)\omega_z$$

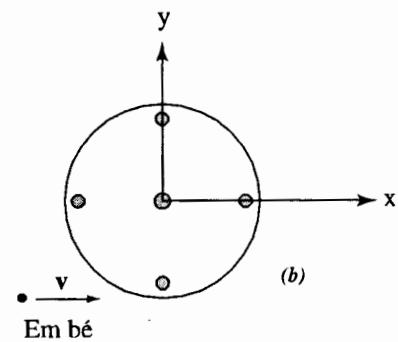
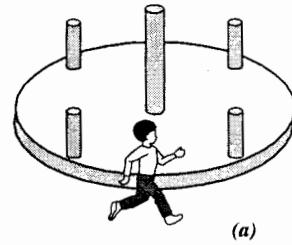
Vậy tốc độ góc của sàn quay sau khi em bé nhảy lên là :

$$\omega_z = \frac{mvR}{I + mR^2}$$

Bài tự kiểm tra 8-9

Cho khối lượng của em bé trong ví dụ trên là 50kg, khối lượng của sàn quay là 200kg, bán kính của sàn quay là 1,5m và tốc độ của em bé ngay trước khi nhảy lên sàn quay là 5m/s. Xem sàn quay như một khối trụ mật độ đều, hãy xác định tốc độ góc của hệ ngay sau khi em bé nhảy lên và đứng yên đối với sàn quay.

Đáp số : 1rad/s.



Hình 8-27. Ví dụ 8-17. (a) Em bé nhảy lên sàn quay. (b) Cảnh nhìn từ trên xuống (+k hướng ra ngoài mặt trang giấy).

Momen quán tính thay đổi

Một ứng dụng đặc biệt lí thú của định luật bảo toàn momen động lượng là trong trường hợp momen quán tính của hệ có thể thay đổi. Nếu một vật có thể được xem như một vật rắn quay trước và sau khi (chứ không phải trong khi) thay đổi momen quán tính, thì thành phần z của phương trình (8-35) có thể được viết như sau :

VÍ DỤ 8-18

Cô giáo minh họa định luật bảo toàn momen động lượng. Một cô giáo vật lí ngồi trên chiếc ghế quay quanh trục thẳng đứng với tốc độ góc ω_1 , như cho trên hình 8-28a. Hai cánh tay của cô giáo duỗi ra, mỗi tay cầm một quả tạ nhỏ sao cho momen quán tính của hệ (gồm cô giáo, ghế quay và hai quả tạ) là I_1 . Cô giáo đột ngột co hai tay lại sao cho momen quán tính cuối cùng của hệ chỉ bằng một phần ba momen quán tính ban đầu : $I_2 = \frac{1}{3}I_1$ (hình 8-28b). (a) Xác

định vận tốc góc cuối cùng của cô giáo. (b) So sánh động năng cuối cùng và động năng ban đầu của hệ. Bỏ qua momen của lực ma sát ở trục ghế trong khoảng thời gian mà momen quán tính của hệ thay đổi.

Giải. Vì momen của lực ma sát ở trục quay của ghế nhỏ không đáng kể, nên không có momen các ngoại lực tác dụng lên hệ, do đó momen động lượng của hệ được bảo toàn.

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2 = \frac{1}{3}I_1\omega_2$$

Giải ra ω_2 ta được

$$\omega_2 = 3\omega_1$$

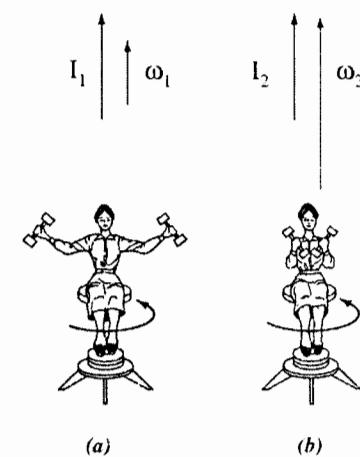
Như vậy, định luật bảo toàn momen động lượng đòi hỏi rằng tốc độ góc phải tăng một số lần đúng bằng số lần momen quán tính giảm. (b) Động năng cuối cùng của hệ là

$$K_2 = \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}I_1\right)(3\omega_1)^2 = 3\left(\frac{1}{2}I_1\omega_1^2\right) = 3K_1.$$

Như vậy định luật bảo toàn momen động lượng cũng đòi hỏi động năng của hệ tăng một số lần đúng bằng số lần giảm của momen quán tính. Phần động năng thêm đó lấy từ đâu ?

$$L_{z1} = L_{z2} \Rightarrow I_1\omega_{z1} = I_2\omega_{z2} \quad (8-36)$$

Nếu momen quán tính của hệ thay đổi trong khi không có momen ngoại lực tác dụng thì vận tốc góc cần phải thay đổi để giữ cho momen động lượng không thay đổi. Khi điều này xảy ra, động năng của hệ thay đổi vì vậy hệ sẽ thực hiện công.



Hình 8-28. Ví dụ 8-18. Cô giáo vật lí ngồi trên ghế quay. (a) I lớn, ω nhỏ, (b) I nhỏ, ω lớn.

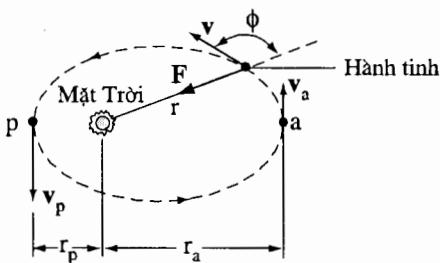
Bài tự kiểm tra 8-10

Cô giáo ngồi trên ghế quay trong ví dụ trên có tốc độ góc 3rad/s trong khi đang dang tay giữ hai quả tạ. Khi co hai tay lại, tốc độ góc của cô là 6rad/s. Xác định tỉ số momen quán tính của hệ trước và sau khi cô giáo co tay về.

Đáp số : 0,5.

Định luật bảo toàn momen động lượng và lực hướng tâm

Momen động lượng của một hệ được bảo toàn khi tổng momen ngoại lực tác dụng lên hệ bằng 0. Mà tổng momen ngoại lực luôn bằng 0 khi tổng ngoại lực tác dụng lên hệ bằng 0. Tuy nhiên, cũng có trường hợp tổng momen ngoại lực bằng 0 mà tổng ngoại lực lại khác 0. Đó là trường hợp khi tổng momen ngoại lực được tính đổi với điểm nằm trên đường tác dụng của tổng ngoại lực. Một ví dụ của trường hợp này là momen của lực hấp dẫn do Mặt Trời tác dụng lên hành tinh được tính đổi với Mặt Trời.



Hình 8-29. Quỹ đạo elip của hành tinh quay quanh Mặt Trời.

Xét một hành tinh hay một sao chổi có khối lượng m chuyển động theo quỹ đạo hình elip xung quanh Mặt Trời, như hình 8-29. Chúng ta xét hệ chỉ có một hành tinh (không gồm Mặt Trời). Lực hấp dẫn của Mặt Trời tác dụng lên hành tinh hướng về phía Mặt Trời. Cánh tay đòn của lực này đối với vị trí của Mặt Trời là 0, sao cho momen đối với Mặt Trời của lực này bằng 0. Do đó, momen động lượng

ứng với chuyển động quỹ đạo của hành tinh đối với Mặt Trời là hằng số, hay là được bảo toàn.

$$mvrsin\phi = \text{const}$$

Cả ba đại lượng v , r , và ϕ đều biến thiên khi hành tinh chuyển động trên quỹ đạo elip, nhưng $mvrsin\phi$ không thay đổi.

Ở hai vị trí của hành tinh - vị trí a (điểm viễn nhật), nơi hành tinh ở xa Mặt Trời nhất và vị trí p (điểm cận nhật), nơi hành tinh ở gần Mặt Trời nhất - v vuông góc với r , nghĩa là $\phi = 90^\circ$ và $\sin\phi = 1$. Áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng cho hai điểm đó, ta có :

$$mv_a^r_a = mv_p^r_p \text{ hay } v_a r_a = v_p r_p$$

Điều này đòi hỏi $v_a < v_p$ vì $r_a > r_p$. Như vậy, khi hành tinh quay quanh Mặt Trời, vận tốc của nó sẽ tăng khi đi từ a tới p và sau đó giảm khi đi từ p đến a.

Trong chương 5, ta đã phát biểu hai đặc tính quan trọng của lực hấp dẫn : đó là đặc tính tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách và đặc tính hút hướng dọc theo đường nối giữa hai vật tương tác. Trong trường hợp các hành tinh quay quanh Mặt Trời, do Mặt Trời rất nặng hơn so với các hành tinh, nên thực tế có thể xem các hành tinh quay quanh một điểm cố định ở tâm Mặt Trời. Nếu một lực tác dụng lên

vật luôn luôn hướng theo đường nối vật với một tâm điểm và độ lớn của lực chỉ phụ thuộc vào khoảng cách tới điểm đó, thì lực ấy được gọi là **lực hướng tâm**. Lực hấp dẫn do Mặt Trời tác dụng lên các

hành tinh là một ví dụ về lực hướng tâm. *Momen động lượng của một vật chuyển động dưới tác dụng của lực hướng tâm khi được tính đối với tâm mà lực đó hướng tới - là bảo toàn.*

VÍ DỤ 8-19

Định luật II Kepler. Chứng minh định luật II Kepler (mục 5-8).

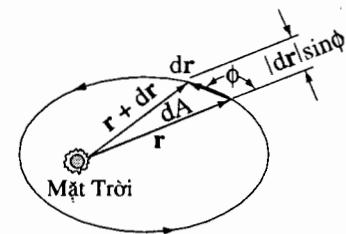
Giải. Định luật II Kepler phát biểu rằng : *Một đường thẳng nối bất kì hành tinh nào với Mặt Trời đều quét những diện tích bằng nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau.* Hình 8-30 cho thấy một diện tích vô cùng nhỏ dA được quét trong khoảng thời gian vô cùng nhỏ dt . Đây là diện tích của hình tam giác có chiều cao $|dr| \sin \phi$ và đáy là r

$$dA = \frac{1}{2} (r) (|dr| \sin \phi) = \frac{1}{2} (r) (v dt \sin \phi).$$

Ở đây $|dr| = v dt$. Chia cả hai vế cho dt , rồi nhân và chia vế phải với m , ta được

$$\frac{dA}{dt} = \frac{mv r \sin \phi}{2m}$$

Tử số ở vế phải là momen động lượng ứng với chuyển động của hành tinh, và như đã biết nó là không đổi. Vậy $\frac{dA}{dt} = \text{const}$ và đây chính là phát biểu toán học của định luật II Kepler.



Hình 8-30. Ví dụ 8-19. Định luật II Kepler : đường nối một hành tinh với Mặt Trời quét những diện tích bằng nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau.

8-12. CHUYỂN ĐỘNG CỦA CON QUAY HỒI CHUYỂN

Cho đến nay, phương trình (8-26), $\Sigma \mathbf{M} = \frac{d\mathbf{L}}{dt}$, mới chỉ được áp dụng cho một số ít trường hợp đặc biệt. Trong những ví dụ đặc biệt đó, ta đã xét các vật rắn đối xứng đối với trục quay, còn trục quay thì có định hướng cố định. Trong những trường hợp như vậy, $\Sigma \mathbf{M}$ (và $\frac{d\mathbf{L}}{dt}$) có cùng hướng với \mathbf{L} ; cả hai

đại lượng này đều có phương nằm dọc theo trục quay và bài toán về cơ bản là một chiêu. Việc nghiên cứu chuyển động của các con quay hồi chuyển sẽ cho ta cơ hội xem xét một trường hợp tổng quát hơn, trong đó $\Sigma \mathbf{M}$ và \mathbf{L} không nằm trên cùng một đường thẳng.

Con quay hồi chuyển đơn giản gồm một bánh xe gắn vào một cái cán làm trục quay của bánh xe (hình 8-31).

Đầu xa của trục (đầu P) được đặt trên đỉnh của một cái giá đỡ sao cho trục này có thể quay tự do xung quanh giá đỡ. Ta chọn một hệ toạ độ gốc ở P, trục y thẳng đứng, còn mặt phẳng xz nằm ngang, trục của bánh xe cũng nằm ngang, dọc theo trục z. Nếu **bánh xe không quay** thì khi buông ra, bánh xe sẽ rơi xuống (tức là quay xung quanh trục x). Còn nếu **bánh xe quay nhanh** thì một điều kì lạ sẽ xảy ra là bánh xe dường như bất chấp lực hút của Trái Đất, nó không đổ xuống mà cùng với cán trục quay xung quanh trục thẳng đứng y đi qua giá đỡ. Sự quay này của cả trục và bánh xe được gọi là **sự tiến động**. Nay giờ chúng ta sẽ giải thích xem tại sao bánh xe không đổ xuống khi nó quay, nhưng sẽ rơi xuống khi nó không quay.

Trước hết ta thấy có hai ngoại lực tác dụng lên hệ gồm bánh xe và trục của nó : trọng lượng F_e tác dụng hướng xuống, lực này đặt tại tâm bánh xe và lực F_p là lực tác dụng của giá đỡ lên trục tại P. Lực F_p có đường tác dụng qua P nên không có momen lực, còn lực F_e cách P một khoảng l. Do đó tổng momen ngoại lực tác dụng lên hệ đối với điểm P là

$$\Sigma M = F_e l = Mg l \quad (\text{hướng dọc theo trục } x)$$

Từ phương trình $\Sigma M = \frac{dL}{dt}$ ta suy ra :
 $dL = (\Sigma M)dt = (mg/dt)i$.

Như vậy, sự thay đổi vô cùng bé của momen động lượng dL của hệ luôn hướng theo trục x. Khi bánh xe **không quay**, momen động lượng ban đầu của bánh xe L_s bằng 0, khi được buông ra dưới tác dụng của momen ngoại lực ΣM sẽ dẫn tới thay đổi của momen động lượng dL , cả

ΣM và dL đều nằm dọc theo trục x, như vậy momen động lượng có độ lớn tăng dần nhưng vẫn có hướng dọc theo trục x, điều này có nghĩa là cả bánh xe và trục của nó phải quay quanh trục x, tức là bánh xe sẽ rơi xuống. Khi bánh xe **quay nhanh** thì ngay từ đầu bánh xe đã có momen động lượng L_s nằm dọc theo trục z. Khi buông tay ra dưới tác dụng của momen lực ΣM momen động lượng của hệ biến thiên một lượng dL (dọc theo trục x), momen động lượng bây giờ là $L + dL$ nằm trong mặt phẳng xz, lập với trục z một góc $d\phi$, có nghĩa là sau thời gian dt trục bánh xe đã tiến động một góc $d\phi$, chuyển động quay này là xung quanh trục y chứ không phải xung quanh trục x nằm ngang. Do trục của bánh xe quay một góc $d\phi$ so với trục z nên tổng momen ngoại lực cũng tạo một góc $d\phi$ so với trục x, như vậy cả hai vectơ ΣM và L liên tục quay xung quanh trục thẳng đứng y và ΣM luôn đi trước L một góc 90° . Ta có thể tìm được tốc độ tiến động của bánh xe và trục của nó xung quanh trục y như sau :

$$\text{Từ hình 8-31} \quad d\phi = \frac{dL}{L} = \frac{mg/l}{I\omega}$$

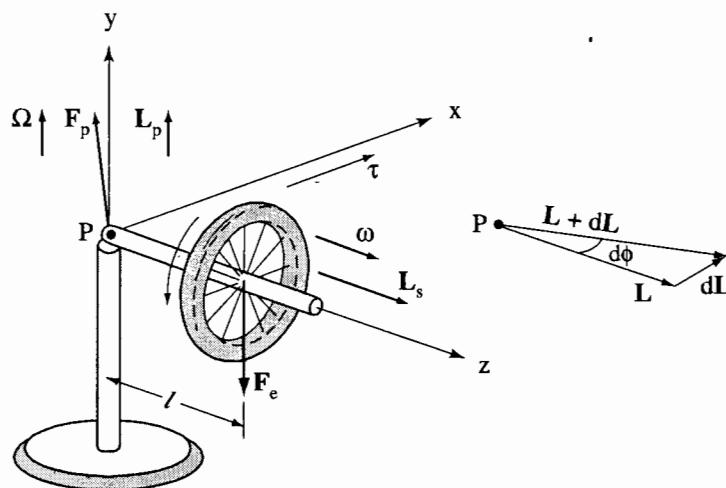
suy ra

$$\Omega = \frac{d\phi}{dt} = \frac{mg/l}{I\omega} \quad (8-37)$$

Kết quả này chỉ có giá trị khi có giả thiết bánh xe quay nhanh tức là $\omega \gg \Omega$. Thật vậy momen động lượng toàn phần của hệ đối với điểm P là tổng momen động lượng L_s của bánh xe và momen động lượng L_p của bánh xe và trục của nó trong chuyển động tiến động : $L = L_s + L_p$ trong đó $L_s = I\omega k$ (dọc theo trục z) và $L_p = I_p \Omega j$ (dọc theo trục y), I_p là momen quán tính của hệ gồm bánh xe và trục của nó ; Ω là

tốc độ tiến động ; khi giả thiết $\omega \gg \Omega$, ta có thể xem $\mathbf{L} \approx \mathbf{L}_s$ tức là momen động lượng toàn phần của hệ gần bằng momen

động lượng của bánh xe, lúc đó \mathbf{L} vuông góc với $d\mathbf{L}$ và \mathbf{L} không thay đổi về độ lớn, nhưng thay đổi về phương.



Hình 8-31. Bánh xe ở thời điểm trục của nó nằm dọc theo trục z.

8-13. HỆ QUY CHIẾU QUAY - LỰC CORIOLIS

Cho đến bây giờ chúng ta đã khảo sát chuyển động của các vật bao gồm cả chuyển động tròn và quay đối với một hệ quy chiếu cố định trên mặt đất (xem gần đúng là quán tính). Đôi khi, để thuận tiện, chúng ta đặt mình trong chính hệ quay, chẳng hạn chúng ta xem xét chuyển động của các vật từ một hệ quy chiếu của người quan sát đứng trên bàn quay của sàn quay ngựa gỗ. Khi đó, đối với người quan sát này, phần môi trường xung quanh sẽ chuyển động xung quanh hệ. Giả sử ta đặt một quả bóng tennis trên sàn của bàn quay, xem ma sát giữa bóng và sàn là không đáng kể, lúc đó ta sẽ thấy rằng quả bóng được tăng tốc từ đứng yên và chuyển động ra phía ngoài như hình 8-32a. Theo định luật I Newton, một vật ban đầu đứng yên sẽ đứng yên mãi mãi nếu không có

lực nào tác dụng lên nó, nhưng theo người quan sát trên sàn quay, quả bóng bắt đầu chuyển động ngay cả khi không có một lực nào tác dụng lên nó. Còn đối với người quan sát trên mặt đất (hình 8-32b) thì điều này thật rõ ràng : quả bóng có một vận tốc ban đầu khi nó được thả ra (do bàn quay chuyển động) và nó tiếp tục chuyển động theo đường thẳng phù hợp với định luật I Newton. Vậy chúng ta sẽ giải thích thế nào về chuyển động của quả bóng đối với hệ quy chiếu của người quan sát trên bàn quay ? Rõ ràng là định luật I Newton không còn đúng nữa, chẳng hạn như trong tình huống mô tả ở trên, mặc dù không có hợp lực tác dụng lên quả bóng đối với hệ quy chiếu bàn quay nhưng quả bóng vẫn được tăng tốc. Tuy nhiên chúng ta vẫn có thể áp dụng các định luật Newton trong hệ

quy chiếu không quán tính nếu như chúng ta đưa vào một khái niệm là **lực quán tính**

$F_{qt} = -m\mathbf{A}$ trong đó \mathbf{A} là gia tốc của hệ quy chiếu không quán tính đối với hệ quy chiếu quán tính. Chẳng hạn với hệ quy chiếu quay của sàn quay ngựa gỗ, gia tốc \mathbf{A} là gia tốc hướng tâm, có độ lớn

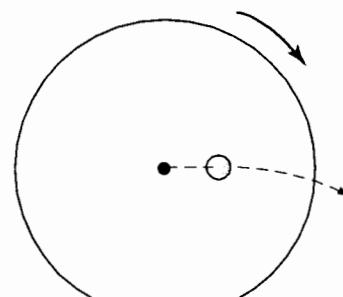
$$A = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R ; \text{ như vậy quả tennis khi}$$

đặt trên sàn sẽ chịu tác dụng một lực dọc theo bán kính và hướng ra ngoài có độ lớn $\frac{mv^2}{R}$. Kết quả là đối với người quan sát

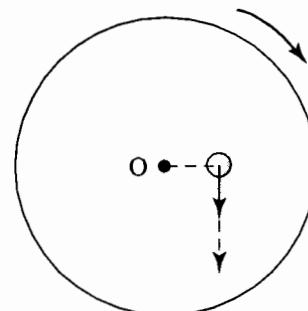
đứng trên sàn quay sẽ thấy quả bóng chuyển động ra phía ngoài (hình 8-32a). Lực quán tính trong trường hợp này gọi là **lực quán tính li tâm** vì nó hướng ra phía ngoài. Lực quán tính là một **lực ảo** vì không có vật gây ra lực này, hơn nữa khi quan sát từ một hệ quy chiếu quán tính, hiệu ứng trên hoàn toàn không tồn tại.

LỰC CORIOLIS

Trong hệ quy chiếu quay với tốc độ góc ω (đối với hệ quy chiếu quán tính), khi vật chuyển động đối với hệ này thì tồn tại một lực ảo gọi là lực Coriolis, nó có tác dụng làm lệch vật về một phía. Để thấy rõ lực Coriolis xuất hiện như thế nào chúng ta xét hai người A và B đứng trên bàn quay dọc theo bán kính; khoảng cách từ A và B đến trục quay là r_A và r_B . Người A ném một quả bóng với vận tốc \mathbf{v} dọc theo bán kính đến người B. Ta xét chuyển động của quả bóng trong hệ quy chiếu quán tính và hệ quy chiếu quay. Với người quan sát ở ngoài bàn quay (hệ quy chiếu quán tính) thì vận tốc của người A và người B là \mathbf{v}_A và \mathbf{v}_B do $r_B > r_A$ nên $v_B = r_B\omega > v_A = r_A\omega$ (hình 8-33a). Gọi thời gian để quả bóng đi từ A đến B là t , thì $r_B - r_A = vt$.

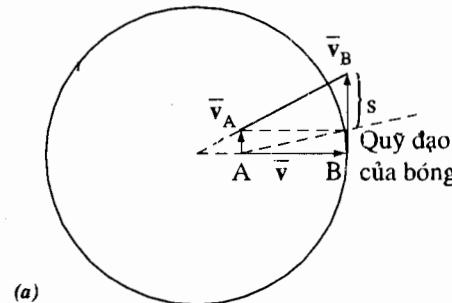


(a)

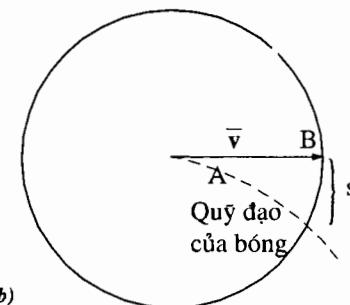


(b)

Hình 8-32. a) Quỹ đạo của quả bóng đối với người quan sát trên sàn quay. b) Quỹ đạo của quả bóng đối với người quan sát trên mặt đất.



(a)



(b)

Hình 8-33. a) Đối với hệ quy chiếu quán tính.
b) Đối với hệ quy chiếu quay.

Cũng trong thời gian đó người A đi được một đoạn $s_A = v_A \cdot t$; người B đi được một đoạn $s_B = v_B \cdot t$; do $v_B > v_A$ nên $s_B > s_A$ và quả bóng đi phía sau người B một khoảng

$$s = s_B - s_A = (v_B - v_A)t = (r_B - r_A)\omega t$$

Thay $r_B - r_A = vt$ ta có

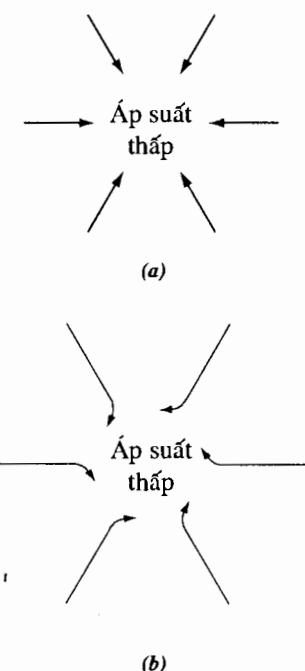
$$s = \omega vt^2 \quad (8-37)$$

Còn đối với người quan sát đứng trên bàn quay thì cả A và B đều đứng yên và quả bóng đi với vận tốc v hướng tới B nhưng nó lệch về phía phải và đi qua phía sau người B giống như trước đã mô tả (hình 8-33b). Đây không phải là tác dụng của lực li tâm vì lực li tâm hướng dọc bán kính ra ngoài. Để giải thích được hiện tượng này, ta phải đưa thêm vào một "giả lực", gọi là lực Coriolis. Phương trình (8-37) ứng với một chuyển động có gia tốc không đổi, nếu so với công thức $x = \frac{1}{2}at^2$ trong chuyển động một chiều thì ở đây có một gia tốc gọi là **gia tốc Coriolis**, $a_c = 2\omega v$ và lực Coriolis là

$$F_c = ma_c = 2m\omega v \quad (8-38)$$

Lực này chỉ xuất hiện trong hệ quy chiếu quay. Do Trái Đất quay, lực Coriolis có tác dụng đáng kể trên mặt đất, nó tác động lên sự chuyển động của khối không khí và như vậy có ảnh hưởng đến thời tiết.

Khi không có lực Coriolis không khí sẽ thoả trực tiếp vào vùng có áp suất thấp (hình 8-34a), nhưng do có hiệu ứng Coriolis gió sẽ lệch về phía phải, có hướng ngược chiều kim đồng hồ xung quanh vùng áp suất thấp (hình 8-34b). Lực Coriolis còn tác dụng lên các vật rơi. Một vật được ném thẳng từ đỉnh tháp cao không rơi thẳng tiếp xuống dưới mà nó bị lệch nhẹ về phía Đông.



Hình 8-34

Bài đọc thêm

SỬ DỤNG CÁC MÔ HÌNH TRONG VẬT LÍ

Từ "mô hình" hoặc "mẫu" gợi cho người ta liên tưởng tới ngôi nhà búp bê hay một mẫu máy bay thu nhỏ. Nhưng đối với một

nha vật lí, thì mô hình là một bức tranh lí tưởng hoá về một hệ vật lí hoặc một hiện tượng tự nhiên. Một số mô hình đã được

sử dụng trong cuốn sách này. Ví dụ, khi thảo luận về chuyển động của viên đạn ở mục 3-2, viên đạn bắn vào không khí được xem như một hạt và sức cản của không khí được bỏ qua. Trong chương 5, mô hình về hệ Mặt Trời cũng đã được phát triển, trong khi ở chương này một quả bóng được xem như là một vật rắn và các hiệu ứng hao tán năng lượng đã được bỏ qua.

Một mô hình tốt có ba thuộc tính sau : *đơn giản, phù hợp với thực nghiệm và tổng quát*. Để đảm bảo tính đơn giản, chúng ta thực hiện nguyên tắc "tần tiện" : *Trong quá trình xây dựng một mô hình, hãy dùng những giả thiết đơn giản nhất có thể chấp nhận được, cốt sao chúng phù hợp với quan sát và logic*. Do đó, người xây dựng phải gạt bỏ những chi tiết không cơ bản ra khỏi sự mô tả hiện tượng - những chi tiết này có thể làm cho việc tính toán trở nên rất cồng kềnh hoặc quá phức tạp. Chìa khoá giúp ta xây dựng được một mô hình tốt là phải xác định được chi tiết nào là không cơ bản.

Một mô hình được tạo ra khi sử dụng các phép gần đúng chỉ sử dụng được trong một phạm vi nào đó. Thường thì khả năng ứng dụng của một mô hình sẽ mất khi mở rộng nó ra ngoài phạm vi ban đầu. Thực tế, sự ích lợi của một mô hình phụ thuộc rất lớn vào việc nó có thể mở rộng ra xa đến mức nào.

Có lẽ mô hình vật lí nổi tiếng nhất là mô hình của Bohr về nguyên tử (hay mẫu nguyên tử của Bohr), đôi khi còn được gọi là mẫu hành tinh. Mẫu này do Rutherford (1871-1937) đưa ra và nó được Niels Bohr (1885-1962) cải tiến. Theo mẫu này, nguyên tử như một hệ Mặt Trời thu nhỏ với các electron quay trên các quỹ đạo xung quanh một hạt nhân nằm ở giữa. Mặc dù cơ học lượng tử đã cho một cái nhìn phức tạp hơn về nguyên tử, nhưng mẫu này vẫn còn cho một bức tranh về nguyên tử trong đầu óc của nhiều người.

Các mô hình quan trọng khác sẽ được giới thiệu trong cuốn sách này là các mô hình về chất khí, về kim loại, về ánh sáng và về hạt nhân nguyên tử.

?

CÂU HỎI

- 1** Có phải các độ đo góc theo mọi đơn vị đều không có thứ nguyên ?
- 2** Quỹ đạo của hạt trong vật rắn quay quanh một trục cố định có hình dạng như thế nào ?
- 3** Nếu một vật rắn chỉ chuyển động tịnh tiến (ví dụ thân một xe ô tô chuyển động thẳng trên đường băng), thì có những điểm trong vật luôn luôn có vận tốc bằng vận tốc của khối tâm không ? Nếu có, thì đó là những điểm nào ?
- 4** Nếu một vật rắn chỉ chuyển động quay quanh một trục cố định (ví dụ cửa quay), thì có những điểm trong vật luôn luôn có cùng vận tốc như vận tốc của khối tâm không ? Nếu có, thì đó là những điểm nào ?
- 5** Một vật rắn vừa chuyển động tịnh tiến vừa quay quanh một trục cố định hướng cố định (ví dụ : một bánh xe lăn), có những điểm trong vật có vận tốc luôn luôn bằng vận tốc của khối tâm không ? Nếu có thì đó là những điểm nào ?

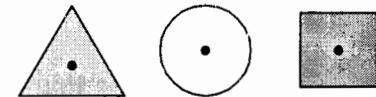
- 6** Nếu một vật rắn vừa chuyển động tịnh tiến vừa chuyển động quay quanh một trục không cố định (ví dụ : một quả bóng được đá xoáy), có những điểm trong vật có vận tốc luôn luôn bằng vận tốc của khối tâm không ? Nếu có, thì đó là những điểm nào ?
- 7** Một vật rắn quay quanh một trục cố định có vận tốc góc và gia tốc góc khác không. Một hạt A trong vật ở cách trục xa hơn hạt B hai lần. Hãy xác định tỉ số của các đại lượng sau đối với A và B : (a) tốc độ góc ; (b) tốc độ dài ; (c) độ lớn của gia tốc góc ; (d) các thành phần tiếp tuyến của gia tốc ; (e) thành phần hướng tâm của gia tốc ; (f) độ lớn của gia tốc dài.
- 8** Vận tốc góc của các kim trong một đồng hồ treo tường hướng vào phía trong tường hay ra phía ngoài tường ? Ở thời điểm đồng hồ mất điện, gia tốc góc của các kim hướng vào phía trong tường hay ra phía ngoài tường ?
- 9** Một ôtô chuyển động chậm dần về phía trước. Hỏi vận tốc góc của bánh xe hướng về phía bên phải hay bên trái của lái xe ? Xác định hướng của gia tốc góc của các bánh xe ?
- 10** Một vật có thể có nhiều momen quán tính không ? Ngoài hình dáng và khối lượng của vật, để xác định momen quán tính của nó cần phải biết thêm thông tin nào nữa ?
- 11** Một bên của cánh cửa được làm bằng vật liệu có khối lượng riêng lớn hơn bên kia (hình 8-35). Để làm giảm tối thiểu momen quán tính của cửa đối với trục nằm dọc theo các bản lề, hỏi phải đặt các bản lề ở bên nặng hay bên nhẹ của cánh cửa ? Giải thích.
- 12** Xét ba thanh được làm cùng bằng một thứ vật liệu, cùng chiều dài và khối lượng, nhưng với tiết diện ngang có hình dạng khác nhau (hình 8-36). Hỏi trong ba thanh đó thanh nào có momen quán tính lớn nhất đối với trục đi qua khối tâm và nằm dọc theo trục dài của thanh ? Thanh nào có momen quán tính nhỏ nhất đối với trục đó ?
- 13** Có thể tìm được một trục quay (gọi là trục A) mà momen quán tính của một vật đối với nó nhỏ hơn momen quán tính của vật đó đối với trục đi qua khối tâm và song song với A không ?
- 14** Giả sử bạn cho các vật sau đây cùng xuất phát từ trạng thái đứng yên lần xuống cùng một đoạn dốc thẳng ở cùng một thời điểm : một quả bóng rổ, một viên bi-a, một lon bia rỗng, một quả bóng đá và một quả cầu bowling. Theo bạn thì vật nào sẽ tới chân dốc đầu tiên ? Vật nào sẽ tới chân dốc cuối cùng ? Bạn có chờ đợi chúng tới cùng một lúc không ? Giải thích cơ năng bảo toàn.



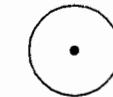
Bên nặng

Bên nhẹ

Hình 8-35. Câu hỏi 11 : Cửa nhìn từ phía trên xuống.



Hình 8-36. Câu hỏi 12 : Tiết diện ngang của ba thanh.

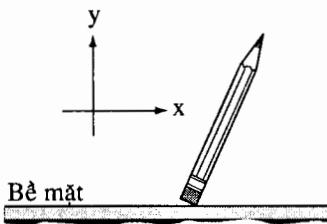


- 15** Hai thùng A và B tương tự nhau có cùng bán kính và khối lượng bắt đầu lăn xuống cùng một dốc tại cùng một thời điểm. Thùng A chứa đầy nước và thùng B chứa đầy nước đá có cùng khối lượng (thùng B hơi dài hơn để bù trừ cho khối lượng riêng của nước hơi lớn hơn ở thùng A). Thùng nào sẽ tới chân dốc đầu tiên ? Giải thích.
- 16** Xác định góc giữa vận tốc dài và momen động lượng của một hạt.
- 17** Nếu một hạt chuyển động thẳng, liệu có những điểm nào mà momen động lượng của hạt đối với các điểm đó bằng 0 không ? Giải thích.
- 18** Một hạt chuyển động thẳng với tốc độ tăng và điểm P không nằm trên đường chuyển động của hạt. Hỏi hướng của momen động lượng của hạt đối với P có thay đổi không ? Độ lớn của momen động lượng đó có thay đổi không ?
- 19** Một hạt chuyển động tròn đều. Hỏi momen động lượng của hạt đối với tâm chuyển động của hạt có hướng hay độ lớn không đổi ? Nếu hạt có độ lớn vận tốc thay đổi khi chuyển động trên vòng tròn thì momen động lượng của nó có hướng hay độ lớn không đổi ?
- 20** Nếu tổng momen ngoại lực tác dụng lên một hạt có cùng hướng như momen động lượng của nó, thì momen động lượng có đổi hướng không ? Độ lớn của momen động lượng có thay đổi không ?
- 21** Nếu tổng momen lực tác dụng lên hạt vuông góc với momen động lượng của nó, thì hướng của momen động lượng có thay đổi không ? Độ lớn của momen động lượng có thay đổi không ?
- 22** Khi một viên bi-a lăn không trượt xuống dốc, hỏi momen của lực nào gây ra gia tốc góc đối với trực đi qua khối tâm ? Momen của lực nào gây ra gia tốc góc đối với trực đi qua điểm tiếp xúc với mặt dốc ?
- 23** Người ta thường kể rằng những con mèo rơi từ trên cao xuống đều tiếp đất trên bốn chân của nó. Các máy ảnh chụp tốc độ cao cho thấy rằng khi mèo bắt đầu rơi với bốn chân chống lên trời, đuôi của nó quay rất nhanh và thân của mèo cũng quay sao cho quả thật nó tiếp đất trên bốn chân. Hãy giải thích chuyển động của mèo dựa trên định luật bảo toàn momen động lượng, lưu ý so sánh chiều quay của thân và đuôi mèo. Bạn thử nghĩ xem một con mèo cụt đuôi sẽ phải làm gì trong khi rơi, nếu nó bắt đầu rơi với bốn chân chống lên trời ?
- 24** Một vệ tinh nhỏ quay xung quanh Trái Đất chỉ có một cửa sổ cho nhà du hành quan sát nhưng nó lại quay về phía xa Trái Đất. Hãy giải thích xem nhà du hành làm thế nào có thể quay được vệ tinh để cửa sổ hướng về phía Trái Đất mà không cần phải dùng một tí nhiên liệu nào ?
- 25** Một vận động viên đang quay nhanh đột ngột dang hai tay ra (bỏ qua ma sát trong khoảng thời gian mà người đó dang tay). Độ năng của người đó có bảo toàn không ? Cơ năng có bảo toàn không ? Momen động lượng có

bảo toàn không ? Thế năng có bảo toàn không ? Nếu các đại lượng đó không bảo toàn thì chúng tăng hay giảm ?

- 26** Một hạt chuyển động thẳng với vận tốc không đổi, gốc O là một điểm không nằm trên đường chuyển động của hạt. Đường nối O với hạt có quét những diện tích bằng nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau không ? Giải thích.

- 27** Một bút chì đặt đứng thẳng bằng trên đầu mút có tẩy của nó. Đẩy cho bút đổ, sao cho cục tẩy không bị trượt (hình 8-37). Xét lực F do sàn tác dụng lên bút chì. (a) Thành phần x của F dương hay âm ? Giải thích. (b) Thành phần y của F bằng mg , nhỏ hơn mg hay lớn hơn mg ? Vẽ phác lại hình 8-37 trên giấy có dòng kẻ và chỉ rõ F và mg trên hình của bạn.



Hình 8-37. Câu hỏi 27. Chiếc bút chì đổ.

- 28** Giữ thẳng bằng một quả bóng xoay tròn trên đầu một ngón tay dễ hơn là giữ quả bóng không xoay. Tại sao ?
- 29** Giả sử momen động lượng của một hệ đối với một điểm đặc biệt nào đó bằng 0. Tổng momen ngoại lực tác dụng lên hệ đối với điểm đó có nhất thiết phải bằng 0 không ? Tổng ngoại lực tác dụng lên hệ có nhất thiết phải bằng 0 không ?
- 30** Xét một bánh xe đạp trên hình 8-31 quay theo hướng ngược với hướng cho trên hình. Xác định hướng của Ω , L , dL và $\Sigma M_{\text{ngoại}}$ trong trường hợp đó.



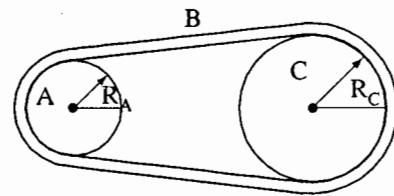
BÀI TẬP

Mục 8-2. Toạ độ, vận tốc và gia tốc góc

- 1** Đường kính Mặt Trời được nhìn từ Trái Đất với góc trông $0,53^\circ$. (a) Đổi góc này ra radian. (b) Giả thiết rằng bán kính của quỹ đạo Trái Đất quay quanh Mặt Trời bằng $1,5 \cdot 10^{11}$ m, tính đường kính Mặt Trời.
- 2** Tay nắm cửa nằm cách trực đi qua các bản lề $0,84$ m. (a) Xác định quãng đường mà tay nắm cửa di chuyển được khi cửa quay một góc 35° . (b) Cũng hỏi như trên nếu cửa quay một góc $0,61$ rad.
- 3** Xác định quãng đường mà khối tâm Trái Đất di được trong một ngày đối với Mặt Trời. Biết rằng bán kính quỹ đạo Trái Đất là $1,5 \cdot 10^{11}$ m.
- 4** Trong số các toạ độ góc sau, những toạ độ nào, nếu có, tương ứng với cùng một vị trí góc : $48,69\text{rad}$; $-27,38\text{rad}$; $36,20\text{rad}$; $67,54\text{rad}$?
- 5** Cho $\theta(t) = -(1,4\text{rad/s}^3)t^3 + (6,8\text{rad})$. Tìm (a) $\omega_z(t)$; (b) $\omega_z(2,1\text{s})$; (c) $\omega(2,1\text{s})$; (d) $\theta(2,1\text{s})$.

Mối quan hệ giữa các đại lượng của chuyển động quay và chuyển động tịnh tiến

- 6** Đầu mút kim giây của một đồng hồ nằm cách trục quay 93mm. Xác định vận tốc dài của đầu mút đó.
- 7** (a) Xác định tốc độ góc của Trái Đất quay quanh Mặt Trời ra rad/s.
 (b) Xác định tốc độ dài của tâm Trái Đất đối với Mặt Trời. Cho khoảng cách giữa Trái Đất và Mặt Trời là $1,5 \cdot 10^{11}$ m.
- 8** Một em bé cưỡi ngựa gỗ trên một sàn quay, ở cách trục quay 1,4m. (a) Xác định độ lớn của các thành phần tiếp tuyến và thành phần pháp tuyến của gia tốc dài của em bé tại thời điểm sàn quay có tốc độ góc bằng $0,34\text{rad/s}$ và gia tốc góc của nó có độ lớn bằng $0,18\text{rad/s}^2$.
 (b) Xác định tốc độ dài và độ lớn gia tốc dài của em bé.
- 9** Các bánh xe A và C được nối với nhau bởi đai B không trượt (hình 8-38); $R_A = 250\text{mm}$ và $R_C = 410\text{mm}$. Tìm tốc độ góc của bánh xe A ở thời điểm tốc độ góc của bánh xe C bằng $1,7\text{rad/s}$.



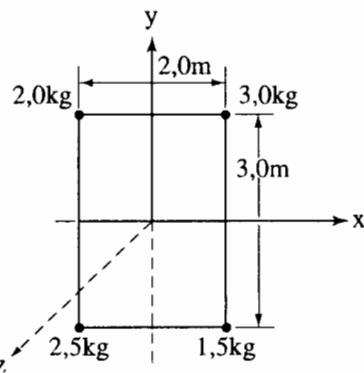
Hình 8-38. Bài tập 9 : Các bánh xe A và C được nối với nhau bởi đai B.

Mục 8-3. Động học của chuyển động quay quanh một trục cố định

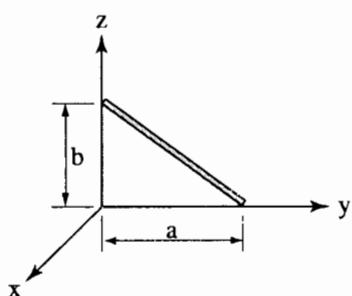
- 10** Viết phương trình cho $\theta(t)$ đối với mâm quay của máy quay đĩa quay đều với vận tốc 33 vòng/ph. Dùng hệ toạ độ thông thường với $+k$ hướng lên trên và mặt phẳng xy nằm ngang với giả thiết rằng $\theta_0 = 0$.
- 11** Một bánh xe quay quanh một trục nằm ngang cố định, trục nằm dọc theo hướng Đông - Tây. Nếu vectơ $+k$ hướng về phía Tây, thì thành phần vận tốc góc ω_z của bánh xe được cho bởi : $\omega_z(t) = 5,8\text{rad/s} - (2,2\text{rad/s}^2)t$.
 (a) Xác định thành phần gia tốc góc của bánh xe. (b) Viết phương trình cho $\theta(t)$ với $\theta_0 = 0$. (c) Tìm thời điểm t_q tại đó vận tốc góc bằng không. (d) Xác định hướng của vận tốc dài của hạt tại đỉnh bánh xe trước và sau t_q .
 (e) Viết phương trình của ω_z^2 như một hàm của θ .
- 12** Cửa trước của một ngôi nhà hướng Bắc quay vào phía trong và các bản lề được lắp vào cạnh phía Tây của cánh cửa. Cho vectơ $+k$ hướng lên trên và nằm dọc theo các bản lề. Giả sử $\theta = 0$ ứng với vị trí cửa đóng. Cho cửa mở từ trạng thái đứng yên với vận tốc góc không đổi. Tại thời điểm góc mở bằng $0,72\text{rad}$, tốc độ góc của nó bằng $1,4\text{rad/s}$. Viết phương trình cho
 (a) $\omega_z(t)$, (b) $\theta(t)$ và (c) ω_z^2 như một hàm của θ .

Mục 8-4. Momen quán tính

- 13** Xét một mạng gồm bốn hạt như hình 8-39. Các hạt đều nằm trong mặt phẳng xy và được nối với nhau bởi các thanh cứng khôi lượng không đáng kể. Hãy xác định momen quán tính của mạng đó đối với (a) trục x (I_x) ; (b) trục y (I_y) và (c) trục z (I_z).
- 14** Xác định momen quán tính của một quả bóng tennis đối với một đường kính nào đó của nó. Biết rằng quả bóng có khôi lượng $0,070\text{kg}$, bán kính ngoài là 32mm và độ dày là 5mm .
- 15** Một cánh cửa có chiều cao $2,1\text{m}$, chiều rộng $1,1\text{m}$, dày 42mm , và có khôi lượng riêng bằng $0,88 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$. Xác định momen quán tính của cánh cửa đối với trục nằm dọc theo các bản lề của nó.
- 16** Tìm momen quán tính của một tấm mỏng hình tam giác có mật độ đều, như hình 8-40 đối với trục z theo khôi lượng M và các kích thước a và b của nó.
- 17** Dùng bảng 8-2, tìm momen quán tính của một khối cầu đặc mật độ đều, khôi lượng M và bán kính r_0 đối với trục cách tâm của khối cầu một khoảng bằng $\frac{1}{2}r_0$.
Biểu diễn kết quả theo M và r_0 .



Hình 8-39. Bài tập 13 : Các hạt được chứa trong mặt phẳng xy và tâm của hình chữ nhật được chọn làm gốc.



Hình 8-40. Bài tập 16.

Mục 8-5. Động năng quay, vật lăn

- 18** Momen quán tính của một bánh đá mài đối với trục quay của nó bằng $0,11\text{kg.m}^2$. (a) Tính động năng của bánh đá mài khi nó quay với tốc độ góc 28rad/s^2 . (b) Tính động năng khi tốc độ góc của nó tăng gấp đôi.
- 19** Một bánh xe quay xung quanh một trục cố định có động năng 29J khi tốc độ góc của nó bằng 13rad/s . Tính momen quán tính của bánh xe đối với trục quay đó.

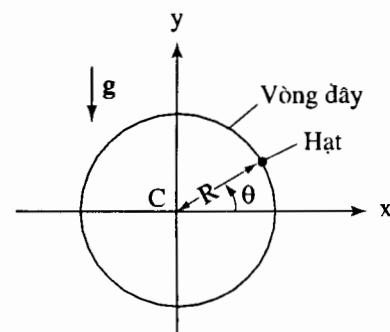
Các vật lăn

- 20** Một bánh xe có bán kính 340mm lăn không trượt trên một đoạn đường thẳng. Tại thời điểm tâm của bánh xe có tốc độ dài $1,4\text{m/s}$, hãy xác định (a) tốc độ góc của bánh xe đối với tâm của nó và (b) tốc độ dài của hạt ở đỉnh bánh xe.

- 21** (a) Tính động năng của quả cầu bowling nặng 8,2kg lăn không trượt, khi tốc độ dài của tâm của nó bằng 1,7m/s. (b) Xác định phần năng lượng tương ứng với chuyển động quay quanh khối tâm và phần năng lượng tương ứng với chuyển động tịnh tiến của khối tâm.
- 22** Tìm (a) tốc độ dài và (b) tốc độ góc của một khối trụ rỗng lăn xuống một dốc thẳng tại vị trí cách vị trí ban đầu 6,7m (ở trạng thái đứng yên). Biết rằng mặt dốc tạo với phương nằm ngang một góc 12° , khối trụ có bán kính ngoài là 96mm, bán kính trong là 75mm và có khối lượng là 0,83kg. Bỏ qua các hiệu ứng hao tán năng lượng.
- 23** Các vật cho dưới đây lăn không trượt. Trong mỗi trường hợp, hãy tìm tỉ số của động năng quay quanh tâm và động năng toàn phần : (a) khối trụ rỗng ; (b) khối trụ đặc ; (c) khối cầu rỗng ; (d) khối cầu đặc. Giả sử rằng các vật đó đều có mật độ đều.

Mục 8-7. Momen động lượng của một hạt

- 24** Một người quan sát đứng ở phía Nam và cách con đường chạy theo hướng Đông - Tây 125m. Một xe ôtô có khối lượng 1340kg chạy dọc theo đường về phía Đông. (a) Xác định độ lớn và hướng của momen động lượng của xe đối với người quan sát ở thời điểm nó nằm đúng phía Bắc của người quan sát và chuyển động với tốc độ 36,4m/s. (b) Tính momen động lượng của xe khi nó đã đi được 325m tính từ vị trí của xe ở câu (a) và vẫn có tốc độ là 36,4m/s.
- 25** Xác định độ lớn momen động lượng quỹ đạo của sao Hoả đối với Mặt Trời với giả thiết quỹ đạo là tròn và có bán kính $2,28 \cdot 10^{11}$ m. Khối lượng của sao Hoả là $6,46 \cdot 10^{23}$ kg và chu kì quỹ đạo của nó là $5,94 \cdot 10^7$ s.
- 26** Xác định momen động lượng đối với gốc của một hạt nặng 4,1kg tại thời điểm hạt ở vị trí $\mathbf{r} = (-3,5\text{m})\mathbf{i} + (1,4\text{m})\mathbf{j}$ và vận tốc của nó là $\mathbf{v} = (2,0\text{m/s})\mathbf{i} + (-6,3\text{m/s})\mathbf{j}$.
- 27** Một hạt có khối lượng 72g trượt không ma sát trên một vòng dây kim loại cuộn tròn và đặt thẳng đứng có bán kính 0,93m như hình 8-41. Giả sử hạt được buông cho chuyển động từ trạng thái đứng yên ở góc $\theta = 0,87\text{rad}$, hãy xác định momen động lượng của hạt đối với điểm C tại thời điểm hạt đi qua trục x.
- 28** Biết rằng động năng của hạt còn có thể viết dưới dạng $K = \frac{p^2}{2m}$, với $p = mv$.
Chứng minh rằng động năng của hạt chuyển động tròn với bán kính R có



Hình 8-41. Bài tập 27.

thể viết dưới dạng : $K = \frac{l^2}{2I}$, ở đây $I = mR^2$ và l là momen động lượng của hạt đối với tâm của vòng tròn.

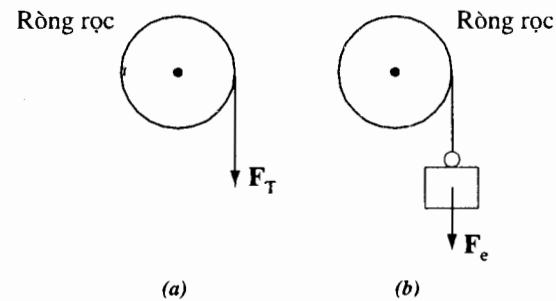
Mục 8-8. Momen động lượng của hệ hạt

- 29 Một hệ gồm ba hạt có momen động lượng đối với điểm gốc lần lượt bằng $l_a = (2,4\text{kgm}^2/\text{s})\mathbf{i}$, $l_b = (-6,1\text{kgm}^2/\text{s})\mathbf{k}$ và $l_c = (-4,8\text{kgm}^2/\text{s})\mathbf{i} + (1,6\text{kgm}^2/\text{s})\mathbf{j}$. Xác định momen động lượng toàn phần của hệ đối với gốc.
- 30 Hai hạt có khối lượng m như nhau chuyển động ngược chiều nhau trên hai đường thẳng với cùng tốc độ v . Đường đi của hai hạt song song với nhau và cách nhau một khoảng là D . Chứng minh rằng độ lớn momen động lượng toàn phần của hai hạt đó đối với một điểm bất kì là mvD .

Mục 8-9. Động lực học của vật rắn quay quanh một trục cố định

- 31 (a) Tính momen động lượng của đĩa hát đối với tâm của nó biết rằng khối lượng của đĩa hát là 85g, bán kính của nó là 150mm và tốc độ quay của nó là 78vòng/ph.
- 32 Một bánh đá mài có momen quán tính đối với trục quay của nó là $0,15\text{kgm}^2$ và chịu tác dụng bởi một tổng momen lực có độ lớn bằng 18N.m đối với trục của nó. Giả sử rằng nó bắt đầu chuyển động từ trạng thái đứng yên ở $t = 0$, hãy viết phương trình xác định gia tốc góc, vận tốc góc và vị trí góc của bánh đá mài như các hàm của thời gian.

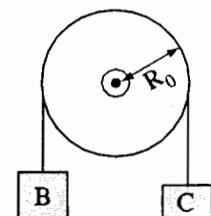
- 33 (a) Ròng rọc trong hình 8-42a có momen quán tính là $0,085\text{kgm}^2$ đối với trục quay của nó và bán kính là 170mm. Dây cuốn xung quanh ròng rọc tác dụng một lực không đổi có độ lớn 32N. Bỏ qua momen của lực ma sát ở ổ trục, hãy xác định độ lớn gia tốc góc của ròng rọc. (b)



Hình 8-42. Bài tập 33.

Cũng ròng rọc trên nhưng bây giờ có một khối nặng 32N treo vào đầu dây rồi buông ra (hình 8-42b). Xác định độ lớn gia tốc góc của ròng rọc. (c) Giải thích tại sao câu trả lời của (a) và (b) lại khác nhau.

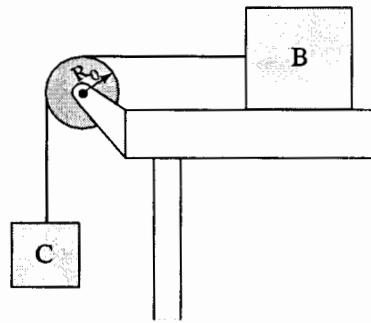
- 34 Làm lại bài tập trước nhưng có tính đến lực ma sát ở ổ trục ròng rọc. Với momen của lực ma sát ở ổ trục của nó là $0,23\text{Nm}$. Hãy so sánh kết quả của bạn với kết quả của bài tập trước.
- 35 Hai khối B và C buộc vào sợi dây vắt qua ròng rọc P như trên hình 8-43. Bỏ qua lực ma sát giữa ròng



Hình 8-43. Bài tập 35.

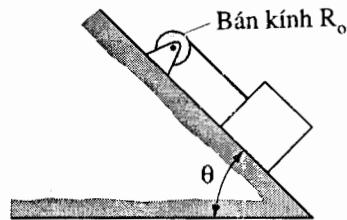
rọc và ổ trục của nó, khối lượng của dây và giả sử rằng dây không trượt, hãy xác định (a) độ lớn gia tốc dài của các khối, (b) lực căng của phần dây nối với B, (c) lực căng của phần dây nối với C, (d) độ lớn của lực do ổ trục tác dụng lên ròng rọc. (e) So sánh kết quả của câu (d) với tổng trọng lượng của các khối và ròng rọc, giải thích tại sao hai kết quả lại khác nhau. Xem ròng rọc như một đĩa tròn đồng nhất bán kính R_0 và dùng các số liệu sau : $R_0 = 78\text{mm}$, $m_p = 0,74\text{kg}$ (khối lượng của ròng rọc), $m_B = 0,83\text{kg}$ và $m_C = 0,57\text{kg}$.

- 36** Các khối B và C được nối với nhau bằng một sợi dây mảnh vắt qua ròng rọc, như hình 8-44. Lực ma sát giữa khối B và mặt bàn cũng như lực ma sát trong ròng rọc nhỏ không đáng kể. Giả sử rằng dây không trượt trên ròng rọc, hãy xác định (a) độ lớn gia tốc dài của các khối, (b) sức căng của đoạn dây giữa khối B và ròng rọc, (c) sức căng của đoạn dây giữa khối C và ròng rọc. Biểu diễn các kết quả của bạn qua m_B , m_C , I , R_0 và g .



Hình 8-44. Bài tập 36.

- 37** Một khối nặng $4,5\text{kg}$ được buộc vào sợi dây cuốn quanh một ròng rọc và khối trượt trên một mặt phẳng nghiêng, như hình 8-45. Hệ số ma sát giữa khối đó và mặt phẳng nghiêng là $0,30$ và có một momen lực ma sát không đổi có độ lớn là $1,3\text{Nm}$ tác dụng lên ròng rọc. Momen quán tính của ròng rọc đối với trục của nó là $0,016\text{kg.m}^2$. Các số liệu khác như sau : $\theta = 0,73\text{rad}$, $R_0 = 85\text{mm}$. Hãy xác định (a) độ lớn gia tốc của khối và (b) sức căng của dây.



Hình 8-45. Bài tập 37.

Mục 8-10. Công và công suất trong chuyển động quay của vật rắn

- 38** (a) Xác định công được thực hiện bởi momen lực ma sát ở ổ trục một bánh xe đạp có momen quán tính $0,22\text{kg.m}^2$ khi nó chuyển động chậm dần và dừng hẳn từ tốc độ góc 14rad/s . (b) Bánh xe dừng hẳn sau khoảng thời gian 86s . Giả sử rằng momen của lực ma sát là không đổi, tính độ lớn của gia tốc góc. (c) Xác định công suất truyền cho bánh xe, biết rằng $t = 0$ ứng với thời điểm tốc độ góc của nó bằng 14rad/s .
- 39** Chứng minh rằng động năng của một vật rắn quay quanh một trục cố định có thể viết dưới dạng :

$$K = \frac{1}{2} \frac{L^2}{I}$$

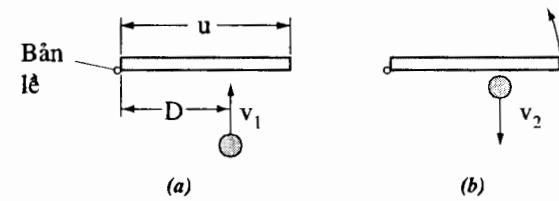
Mục 8-11. Định luật bảo toàn momen động lượng

40 Một vận động viên trượt băng quay quanh một trục thẳng đứng với tốc độ góc 15rad/s với hai tay dang ra, sau đó đột ngột thu tay lại đặt dọc thân người trong khoảng thời gian nhỏ tới mức có thể bỏ qua hiệu ứng ma sát với mặt băng. Biết momen quán tính ban đầu của người đó đối với trục quay là $1,72\text{kg.m}^2$ và momen quán tính cuối cùng của người đó là $0,61\text{kg.m}^2$. (a) Xác định tốc độ góc cuối cùng của người đó. (b) Xác định sự biến thiên động năng của người đó. (c) Hãy giải thích tại sao có sự thay đổi động năng đó.

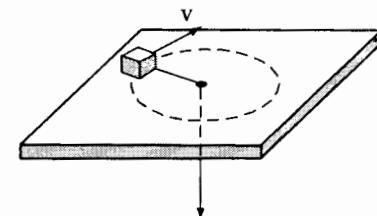
41 Một em bé nặng 22kg đứng ở điểm nằm giữa tâm và mép của một sàn quay. Giả sử rằng sàn quay đều với tốc độ góc là $1,8\text{rad/s}$. (a) Xác định tốc độ góc của sàn khi em bé đi ra mép của sàn quay. (b) Xác định sự thay đổi động năng của hệ (gồm em bé và sàn quay). Biết bán kính của sàn quay là $3,0\text{m}$ và momen quán tính của nó khi không có em bé là 610kg.m^2 . Bỏ qua lực ma sát của trục quay trong khoảng thời gian em bé chuyển động.

42 Một cánh cửa có khối lượng M đang đứng yên bị một quả bóng có khối lượng m ($m \ll M$) đập vào tại điểm cách trực di qua các bản lề của nó một khoảng bằng D (hình 8-46). Ngay trước khi đập vào cửa, đường bay của quả bóng vuông góc với bề mặt của cửa và vì $m \ll M$ nên sau va chạm với cửa, đường bay của bóng vẫn gần như vuông góc với cửa. Cho cửa có mật độ đều và có chiều rộng là u . Giả sử v_1 và v_2 là tốc độ trước và sau khi đập vào cửa của quả bóng. Bỏ qua lực ma sát của các bản lề trong khoảng thời gian va chạm. (a) Xem hệ gồm cánh cửa và quả bóng, hãy giải thích tại sao động lượng toàn phần của hệ không bảo toàn. (b) Momen động lượng của hệ có bảo toàn đối với trục nào không? Nếu có, thì hãy chỉ ra trục đó. (c) Dùng phép gần đúng được thảo luận ở trên hãy rút ra biểu thức tính tốc độ góc ω sau va chạm của cửa qua các đại lượng đã cho ở trên. (d) Tính ω , biết $m = 1,1\text{kg}$, $M = 35\text{kg}$, $u = 73\text{cm}$, $D = 62\text{cm}$, $v_1 = 27\text{m/s}$, và $v_2 = 16\text{m/s}$.

43 Một vật có khối lượng m chuyển động trên một vòng tròn bán kính R_1 với tốc độ v_1 trong khi trượt không ma sát trên mặt bàn nằm ngang. Vật được buộc vào một sợi dây có đầu tự do luồn qua một lỗ trên mặt bàn (hình 8-47). Giả thiết rằng không có lực



Hình 8-46. Bài tập 42 : Cánh cửa nhìn từ trên xuống. (a) Trước va chạm, (b) sau va chạm.



Hình 8-47. Bài tập 43.

ma sát giữa dây và bàn. Đầu của dây nằm dưới bàn được kéo xuống sao cho sau dịch chuyển đó, vật chuyển động theo vòng tròn có bán kính R_2 . (a) Chứng minh rằng tỉ số sức căng của dây sau khi dịch chuyển và trước dịch chuyển bằng $\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$. (b) Xác định sức căng dây sau dịch chuyển, cho

trường hợp sức căng trước dịch chuyển bằng 3,4N và $R_2 = \frac{1}{2} R_1$.

- 44** Hai vận động viên trượt băng có khối lượng cùng là m trượt với cùng một tốc độ v trên hai đường thẳng song song hướng tới gặp nhau. Đường chuyển động của hai vận động viên cách nhau một khoảng là D , hơi lớn hơn chiều dài cánh tay của mỗi người. Khi hai người tới ngang nhau họ khoác chặt tay nhau và quay theo vòng tròn có đường kính là D . (a) Hãy xác định tốc độ góc của hai người. (b) Tìm sự thay đổi động năng, nếu có, của hệ.

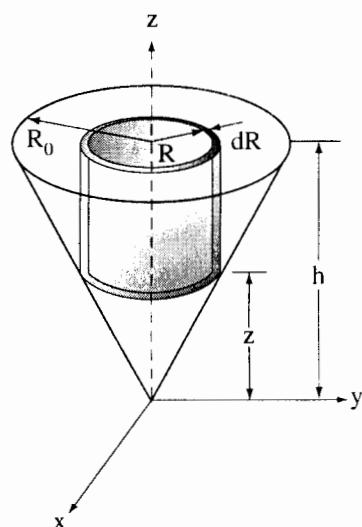
Mục 8-12. Chuyển động của con quay hồi chuyển

- 45** Một bánh xe đạp tiến động với trục của nó nằm ngang (hình 8-31). Bánh xe quay với tốc độ 58rad/s quanh trục của nó. Momen quán tính của bánh xe đối với trục của nó là $0,23\text{kg.m}^2$ và momen quán tính của bánh xe và trục của nó đối với trục quay là $0,14\text{kg.m}^2$. Trục của bánh xe dài 280mm và bánh xe có tâm nằm trên trục đó. (a) Tính tốc độ góc tiến động, khi giả sử rằng $L_s \gg L_p$. (b) Xác định L_s , L_p và biện luận về giả thiết ở câu (a).

◆ ĐÀI TẬP NĂNG CÁO

- 1** **Gia tốc góc không đổi.** Một bánh xe quay quanh trục z với gia tốc góc không đổi có các toạ độ như sau : $\theta = 0,0$ ở $t = 0\text{s}$; $\theta = -3,8\text{rad}$ ở $t = 1,0\text{s}$; $\theta = -5,0\text{rad}$ ở $t = 2,0\text{s}$.
 (a) Tim α_z và ω_{z0} ; (b) Viết các phương trình cho $\omega_z(t)$ và $\theta(t)$.

- 2** **Momen quán tính của khối nón đặc.** Xét momen quán tính I của khối nón đặc, mật độ đều đối với trục đối xứng của nó (hình 8-48). Thể tích của khối hình nón bằng $\frac{\pi R_0^2 h}{3}$. (a) Chứng minh rằng thể tích dV của yếu tố cho trên hình vẽ bằng $2\pi R dR(h-z)$. Chú ý rằng tất cả các phần của yếu tố đó có thể xem là cách đều trực. (b) Chứng



Hình 8-48. BTNC 2.

minh rằng $I = \frac{3MR_0^2}{10}$. (Gọi ý : cả z và R đều là biến số trong tích phân tính momen quán tính và $\frac{z}{h} = \frac{R}{R_0}$).

3 Động năng của Trái Đất. Xét việc chia động năng của Trái Đất đối với Mặt Trời thành hai thành phần : một phần ứng với chuyển động quỹ đạo của khối tâm và một phần ứng với chuyển động quay quanh trục của nó. Hãy tính và so sánh hai phần năng lượng đó với giả thiết rằng khối lượng riêng của Trái Đất là đồng đều. Biết khối lượng và bán kính của Trái Đất tương ứng bằng $6,0 \cdot 10^{24}$ kg và $6,4 \cdot 10^6$ m. Bán kính của quỹ đạo Trái Đất quanh Mặt Trời bằng $1,5 \cdot 10^{11}$ m.

4 Bán kính hồi chuyển. Bán kính hồi chuyển R của một vật quay quanh một trục được định nghĩa bởi :

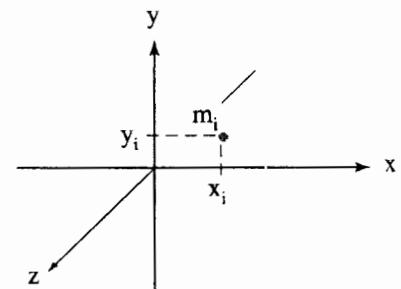
$$R = \sqrt{\frac{I}{M}}$$

trong đó I là momen quán tính của vật đối với trục đó và M là khối lượng của vật. Điều này có nghĩa là nếu toàn bộ khối lượng của vật tập trung tại một điểm cách trục một đoạn bằng bán kính hồi chuyển thì momen quán tính tổng cộng sẽ bằng momen quán tính của vật. (a) Xác định bán kính hồi chuyển của các vật với hình dạng và trục cho trong bảng 8-2. (b) Viết phương trình cho tốc độ của vật lăn trong ví dụ 8-9 qua bán kính hồi chuyển chứ không phải qua khối lượng và momen quán tính như trong ví dụ đó.

5 Định lí hình-phẳng. Xét một vật có bề dày nhỏ không đáng kể nằm trọn trong mặt phẳng xy như hình 8-49. Chứng minh rằng :

$$I_z = I_x + I_y$$

ở đây I_x , I_y và I_z là momen quán tính của vật đối với trục x, y và z tương ứng.



Hình 8-49. BTNC 5.

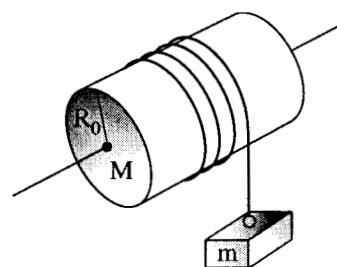
6 Momen quán tính của một đĩa mỏng đối với một đường kính của nó. Tìm momen quán tính của một đĩa tròn mỏng mật độ đều đối với trục nằm dọc theo một đường kính của nó. Biểu diễn kết quả qua khối lượng và bán kính của đĩa. Hãy thực hiện tính toán theo hai cách : (a) Lấy tích phân trực tiếp phương trình (8-13) và (b) dùng định lí hình phẳng (bài tập nâng cao 5).

7 Khối cầu lăn. Một khối cầu mật độ đều nặng 0,175kg, có bán kính bằng 26mm lăn không trượt từ trạng thái đứng yên xuống một dốc thẳng. Khi độ

cao (theo phương thẳng đứng) giảm 130mm thì vận tốc dài của tâm quả cầu là 1,3m/s. Tính momen quán tính của quả cầu đối với một đường kính của nó.

8 Một vật rơi làm quay một khối trụ.

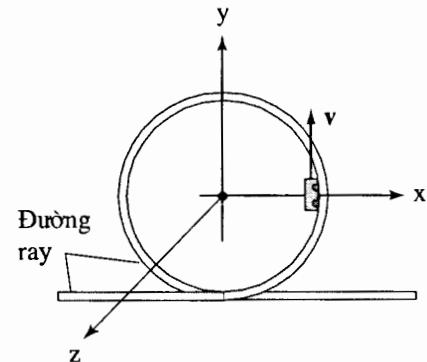
Một vật có khối lượng m được buộc vào đầu sợi dây có khối lượng không đáng kể. Đầu kia của dây được cuốn quanh một khối trụ mật độ đều có khối lượng M và bán kính R_0 (hình 8-50). Biết rằng khối trụ có thể quay không ma sát xung quanh trục cố định nằm ngang đi qua tâm của nó. Sau khi vật nặng rơi xuống được một đoạn h từ trạng thái đứng yên, hãy tìm (a) tốc độ dài của tâm vật nặng và (b) tốc độ góc của khối trụ quay quanh trục của nó.



Hình 8-50. BTNC 8.

9 Xe trượt lao trên một đường tròn dựng đứng.

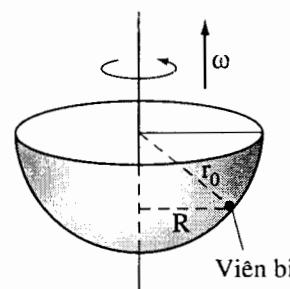
Xét một xe lăn bị trượt ném lao ra khỏi quỹ đạo vào thời điểm nó ở giữa đường và đang hướng di lên như hình 8-51. Vận tốc dài của xe lúc đó là 13m/s, bán kính của đường tròn là 5,3m và bỏ qua các lực ma sát có xu hướng làm giảm cơ năng của xe. Xác định độ lớn và hướng của (a) vận tốc góc, (b) gia tốc góc, (c) gia tốc dài của xe.



Hình 8-51. BTNC 9.

10 Viên bi trong cái bát quay.

Giả sử một cái bát hình bán cầu r_0 quay với vận tốc góc không đổi ω xung quanh trục đối xứng thẳng đứng của nó (hình 8-52). Nếu một viên bi được đặt ở mặt trong của bát đứng yên đối với mặt bát ở khoảng cách R từ trục thì nó vẫn đứng yên so với mặt bát. Chứng minh rằng :



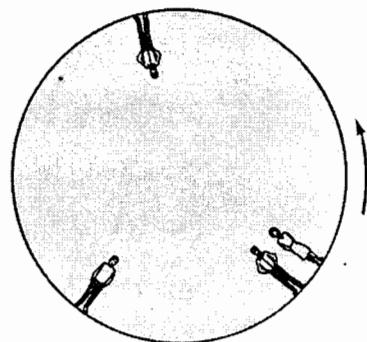
$$R = \sqrt{r_0^2 - \frac{g^2}{\omega^4}}$$

11 Momen quán tính của một mạng các hạt.

Trong hình 8-6 hãy tìm biểu thức của momen quán tính của mạng đối với trục đi qua các hạt 2 và 8.

Hình 8-52. BTNC 10.

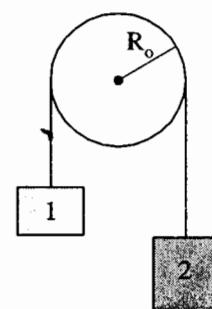
12 Hấp dẫn nhân tạo. Một vấn đề có thể đặt ra cho các nhà du hành vũ trụ là những hiệu ứng có hại trên thân thể khi thiếu lực hấp dẫn. Một giải pháp cho vấn đề này là thiết kế một con tàu vũ trụ có khả năng cung cấp "hấp dẫn" nhân tạo bằng cách quay. Giả sử con tàu vũ trụ là một khối trụ rỗng trong đó các nhà du hành đi lại ở thành bên trong của nó (hình 8-53). Nếu bán kính trong của con tàu là 100m, thì con tàu cần phải quay với tốc độ góc bằng bao nhiêu để trọng lượng của nhà du hành đối với thành trong của tàu hệt như trọng lượng của anh ta ở mặt đất.



Hình 8-53. BTNC 12.

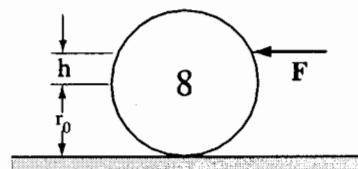
13 Máy Atwood. Máy Atwood là máy có hai vật nặng khối lượng là m_1 và m_2 ($m_2 > m_1$) ; một ròng rọc có bán kính R_0 , khối lượng M và momen quán tính bằng $\frac{1}{2}MR_0^2$ đối với trục của nó ; một dây có khối lượng không đáng kể (hình 8-54). Hệ được thả cho chuyển động từ trạng thái đứng yên và ma sát ở ổ trục có thể bỏ qua. Chứng minh rằng vận tốc v của vật nặng sau khi nó đi được một quãng đường h , được tính theo công thức sau :

$$v = \sqrt{\frac{2gh(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M}}$$



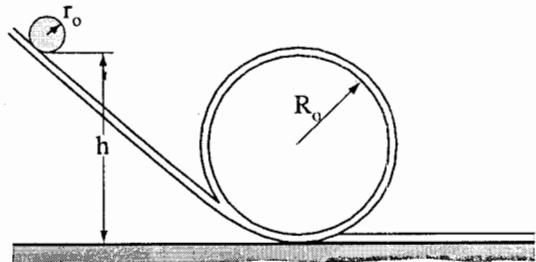
Hình 8-54. BTNC 13.

14 Khởi động một viên bi-a lăn không trượt. Để khởi động cho một viên bi-a bán kính r_0 lăn không trượt trên một mặt nằm ngang không ma sát, người ta tác dụng lên nó một lực nằm ngang sao cho đường tác dụng của lực ở bên trên tâm của viên bi-a một khoảng bằng h (hình 8-55). Tìm h qua r_0 . (Gợi ý : Xét cả chuyển động quay lăn chuyển động tịnh tiến của quả cầu)

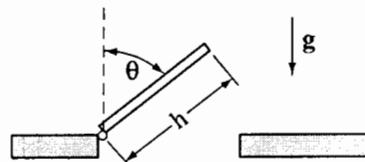


Hình 8-55. BTNC 14.

- 15** **Hệ số ma sát cực tiểu để lăn không trượt xuống dốc.** Xét một quả cầu lăn không trượt xuống một dốc thẳng lập với phương nằm ngang một góc θ .
- Chứng minh rằng độ lớn của gia tốc dài của quả cầu bằng $\frac{5}{7}g\sin\theta$.
 - Chứng minh rằng giá trị nhỏ nhất của hệ số ma sát giữa quả cầu và mặt dốc để nó lăn xuống không trượt là $\frac{2}{7}\tan\theta$. (Gợi ý : Xét cả chuyển động tịnh tiến lăn chuyển động quay của quả cầu).
- 16** **Trượt không lăn trở thành lăn không trượt.** Một quả cầu bi-a bán kính r_0 ban đầu trượt không lăn với tốc độ dài v_0 trên một mặt nằm ngang. Hệ số ma sát giữa quả cầu và bề mặt là μ . Chứng minh rằng ở thời điểm quả cầu bắt đầu lăn không trượt, (a) tốc độ dài của nó bằng $\frac{5}{7}v_0$; (b) thời gian quả cầu đã đi là $\frac{2v_0}{7\mu g}$; (c) quãng đường quả cầu đã đi được là $\frac{12v_0^2}{49\mu g}$. (Gợi ý : Trong thời gian ở câu (b) quả cầu vừa trượt vừa lăn, bề mặt tác dụng một lực không đổi là μmg lên quả cầu ở điểm tiếp xúc. Các phương trình $v = \omega r_0$ và $a = \alpha r_0$ sẽ lại dùng được tại thời điểm quả cầu bắt đầu lăn không trượt).
- 17** **Độ cao thả cực tiểu để thực hiện trọn một vòng.** Một viên bi-a bán kính r_0 lăn không trượt từ trạng thái đứng yên ở đỉnh của một đường rãnh uốn cong thành một vòng tròn thẳng đứng, như hình 8-56. Xác định độ cao h cực tiểu để từ đó thả viên bi sao cho viên bi không rời rãnh khi đi qua đỉnh của vòng tròn.
- 18** **Tốc độ góc của cửa sập.** Một cửa sập mập độ đều có khối lượng M và chiều dài h quay không ma sát xung quanh một trục nằm ngang đi qua các bản lề, như hình 8-57. Chứng minh rằng tốc độ góc của cửa ở vị trí góc θ sau khi bắt đầu sập xuống từ vị trí thẳng đứng ($\theta = 0$) với tốc độ ban đầu nhỏ không đáng kể là $\sqrt{\frac{3g(1 - \cos\theta)}{h}}$.



Hình 8-56. BTNC 17.



Hình 8-57. BTNC 18. Cửa sập nhìn từ một phía.

19 **Công thức hiện trên vật chuyển động tròn.** Xét lại vật trong bài tập 43 (hình 8-47). Giả sử dây được kéo xuống rất chậm sao cho có thể xem gần đúng vật chuyển động tròn với bán kính R ở thời điểm bất kì nào đó.

(a) Chứng tỏ rằng lực căng của dây biến thiên theo R như $\frac{mv_1^2 R_1^2}{R^3}$, với 1 là

chỉ số chỉ các giá trị ban đầu. (b) Dùng kết quả ở câu (a) tính công thực hiện trên vật chuyển động bởi lực căng sợi dây khi bán kính quỹ đạo thay đổi từ R_1 đến R_2 . (c) Chứng minh rằng công tính được ở câu (b) đúng bằng sự biến thiên động năng của vật đó.

20 **Tiến động của con quay hồi chuyển bánh xe đạp.** Giả sử trục của bánh xe tiến động đều không nằm ngang như hình 8-31, mà làm một góc θ so với mặt phẳng xz nằm ngang. Dùng các giả thiết được cho trong mục 8-12, chứng minh rằng tốc độ góc tiến động không phụ thuộc vào θ .

21 **Lực do khớp quay tác dụng lên con quay hồi chuyển bánh xe đạp.** (a) Chứng minh rằng thành phần nằm ngang của lực do khớp quay tác dụng lên con quay hồi chuyển bánh xe đạp được mô tả trong mục 8-12 bằng $Mg \frac{M^2 g D^3}{(I_s \omega_s)^2}$. (b) Xác định độ lớn của lực tác dụng bởi khớp quay. (c) Xác định góc tạo bởi phương thẳng đứng và hướng của lực tác dụng bởi khớp quay.

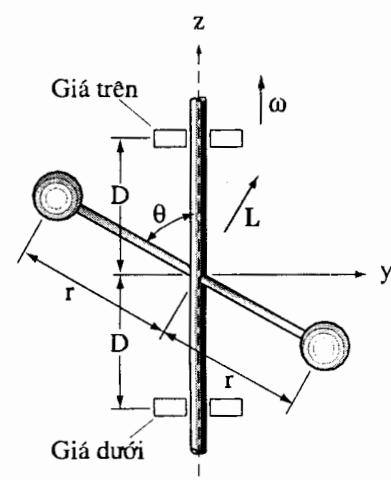
22 **Trường hợp L và ω không song song.**

Xét hệ trong đó ω và L không song song. Hai quả cầu có khối lượng bằng nhau và bằng M được nối với nhau bằng một thanh có khối lượng nhỏ không đáng kể và quay quanh một trục, như trên hình 8-58. Chứng minh rằng tại thời điểm các quả cầu nằm trong mặt phẳng yz : (a) momen động lượng đối với gốc toạ độ là

$$\mathbf{L} = 2Mr^2 \omega \sin\theta [(\sin\theta)\mathbf{k} + (\cos\theta)\mathbf{j}] ;$$

(b) momen lực do các ống trục tác dụng lên trục quay đối với gốc toạ độ là :

$$\mathbf{M}_b = - (2Mr^2 \omega^2 \sin\theta \cos\theta) \mathbf{i} .$$



Hình 8-58. Hướng của i di ra phía ngoài trang giấy. BTNC 22.

(Gợi ý : Xét hình chiếu của L và dL trên mặt phẳng xy tương tự như hình 8-31) ; (c) thành phần nằm ngang của lực tác dụng lên trục bởi ống trục trên là

$$F_b = \frac{Mr^2\omega^2}{D} \sin\theta \cos\theta.$$

23 Momen động lượng đối với một điểm

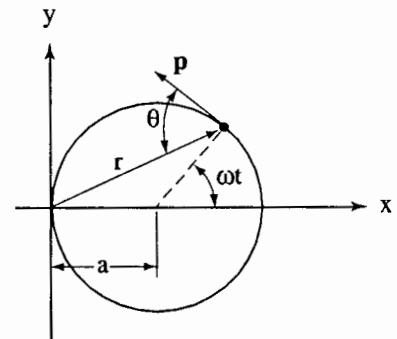
trên vòng tròn. Hạt trong hình 8-59

có khối lượng m , chuyển động tròn đều xung quanh điểm có tọa độ $(a, 0)$.

(a) Chứng minh rằng độ lớn của momen động lượng đối với gốc tọa độ bằng :

$$l = ma^2\omega(1 + \cos\omega t);$$

ở đây ω là tốc độ góc của hạt và $t = 0$ tương ứng với thời điểm hạt có tọa độ $(2a, 0)$. (b) Vẽ đồ thị của l theo t từ $t = 0$ đến $t = \frac{2\pi}{\omega}$.



Hình 8-59. BTNC 23.

CHƯƠNG 9

9-1. CÂN BẰNG TĨNH CỦA MỘT VẬT RẮN



CÂN BẰNG TĨNH CỦA MỘT VẬT RẮN



Cầu Gard ở miền Nam nước Pháp đã được những người La Mã xây dựng gần 2000 năm trước và được tu bổ lại

9-1. Cân bằng tĩnh của một vật rắn

9-2. Các điều kiện để có cân bằng tĩnh

9-3. Các phương pháp giải bài toán

9-4. Trọng tâm, momen lực đối với một điểm

Hơn một thế kỷ trước, cầu Long Biên nối đôi bờ sông Hồng đã được xây dựng. Vào thời gian đó, đây là chiếc cầu dài nhất Đông Dương. Hiện nay vẫn còn đó như một ví dụ tuyệt vời về một vật quẳng tĩnh ở trạng thái cân bằng tĩnh.

Nhưng nghiên cứu một vật ở trạng thái cân bằng tĩnh thì có lợi ích gì? Vì xét cho đến cùng, chuyển động của nó đơn giản một cách tầm thường, nó mãi mãi đứng yên. Tuy vậy, sự phân tích sẽ cho ta thông tin về một số lực tác dụng lên vật, mà điều này lại hết sức quan trọng trong việc chọn vật liệu và các cấu kiện. Sinh viên các ngành kỹ thuật, nhất là sinh viên ngành xây dựng, đều phải học giáo trình về tĩnh học. Các nguyên lý của nó sẽ được trình bày trong chương này.

9-1. CÂN BẰNG TĨNH CỦA MỘT VẬT RẮN

Nếu một hạt - một vật điểm - đứng yên trong một hệ quy chiếu quán tính nào đó, thì gia tốc của nó bằng 0 và theo định luật II Newton, tổng hợp lực tác dụng lên hạt cũng bằng 0, $\Sigma F = 0$. Đây là điều kiện (cân và đủ) để một hạt ở trạng thái cân bằng tĩnh. Nhưng trong thực tế, thay vì các vật điểm ta thường phải làm việc với những vật quảng tính.

Một vật quảng tính ở trạng thái cân bằng tĩnh nếu mọi điểm trên vật là đứng yên và mãi mãi đứng yên.

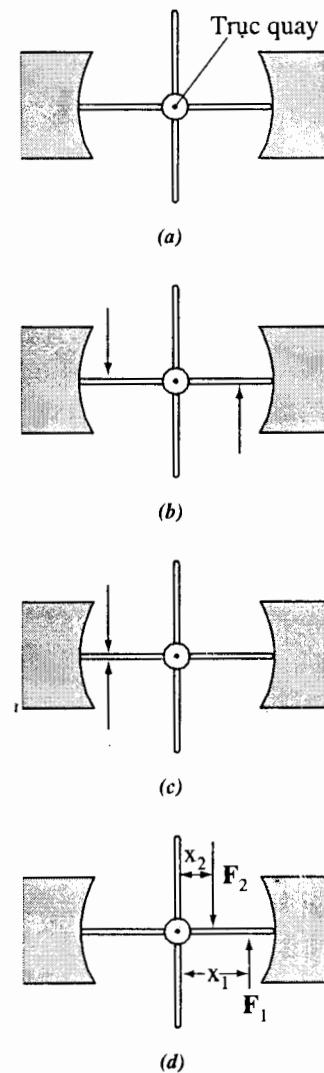
Tất nhiên, nếu một vật ở trạng thái cân bằng tĩnh trong một hệ quy chiếu quán tính nào đó, thì tất cả các điểm của nó sẽ chuyển động với cùng một vận tốc không đổi trong một hệ quy chiếu quán tính khác. Chúng ta sẽ chọn hệ quy chiếu trong đó vật đứng yên để xét sự cân bằng tĩnh.

Theo chương 7, chuyển động của khối tâm của một vật quảng tính được xác định bởi các ngoại lực $\Sigma F_{\text{ngoại}} = Ma_C$. Vật sẽ được nói là ở trạng thái **cân bằng tĩnh tiến** nếu gia tốc của khối tâm a_C bằng 0. Nhưng nếu $a_C = 0$ thì :

$$\Sigma F_{\text{ngoại}} = 0 \quad (9-1)$$

Đây chính là điều kiện để có cân bằng tĩnh tiến. Tuy nhiên, thậm chí nếu khối tâm của một vật rắn là đứng yên, thì vật đó cũng không nhất thiết phải ở trạng thái cân bằng tĩnh. Nó vẫn có thể thay đổi sự định hướng trong không gian của nó, chẳng hạn bằng cách **quay** quanh khối tâm đứng yên. Các điểm trên một ròng rọc chuyển động, mặc dù khối tâm của nó đứng yên. Một vật không quay, hoặc quay đều xung quanh một trục (chương 8) được xem là ở trạng thái **cân bằng quay**.

Một vật rắn ở trạng thái cân bằng tĩnh sẽ không chuyển động tịnh tiến và cũng không quay, vì vậy nó vừa là cân bằng tĩnh tiến vừa là cân bằng quay.



Hình 9-1. Cửa quay nhún từ trên xuống.

Ta hãy xét một chiếc cửa quay được nhín từ trên xuống như được vẽ trên hình 9-1a. Cửa có thể quay xung quanh một trục thẳng đứng đi qua khối tâm của nó. Các ống bi đặt dọc theo trục sẽ tác dụng một lực F_b (không vẽ trên hình) lên trục quay của cửa

sao cho $\Sigma F_{\text{ngoại}} = 0$ để giữ cho cửa ở trạng thái cân bằng tĩnh tiến. Bây giờ giả sử có hai khách bộ hành ở hai góc phần tư đối nhau tác dụng lên cửa những lực bằng nhau nhưng ngược chiều như được chỉ ra trên hình 9-1b. Khi đó, tổng ngoại lực vẫn bằng 0 nhưng cửa sẽ không ở trạng thái cân bằng quay. Cửa sẽ quay khi hai khách bộ hành bắt đầu đẩy cửa theo cách nói ở trên. Tuy nhiên, trong hình 9-1c thì cửa lại ở trạng thái cân bằng tĩnh. Ở đây tổng ngoại lực bằng 0 và do đối xứng, cửa ở trạng thái cân bằng quay.

9-2. CÁC ĐIỀU KIỆN ĐỂ CÓ CÂN BẰNG TĨNH

Điều kiện của cân bằng tĩnh tiến của một vật được cho bởi phương trình (9-1), $\Sigma F_{\text{ngoại}} = 0$. Một vật rắn ở trạng thái cân bằng tĩnh cũng phải là cân bằng tĩnh tiến và cân bằng quay. Điều kiện của cân bằng quay được phát biểu qua momen của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn. Cân bằng quay đòi hỏi sự cân bằng của các xu hướng làm quay thuận chiều và ngược chiều kim đồng hồ đối với một trục bất kỳ, tức là sự cân bằng của các momen lực đối với trục đó. Điều kiện này có thể được biểu diễn dưới dạng phương trình vectơ như sau :

$$\Sigma M_{\text{ngoại}} = 0 \quad (9-2)$$

Gộp các phương trình (9-1) và (9-2) ta được các điều kiện cân bằng tĩnh của một vật rắn.

Đối với một vật rắn ở trạng thái cân bằng tĩnh, tổng các ngoại lực phải bằng không và tổng các momen ngoại lực cũng phải bằng không.

$$\Sigma F_{\text{ngoại}} = 0 ; \Sigma M_{\text{ngoại}} = 0 \quad (9-3)$$

Thực nghiệm cho thấy rằng cửa trong hình 9-1d cũng ở trạng thái cân bằng tĩnh nếu độ lớn của các lực F_1 và F_2 tỉ lệ nghịch với khoảng cách từ điểm đặt các lực đó đến trục quay : $\frac{F_1}{F_2} = \frac{x_2}{x_1}$. Kết quả này cũng có thể được viết dưới dạng :

$$x_1 F_1 - x_2 F_2 = 0$$

Mặc dù tổng các lực F_1 và F_2 không bằng 0 nhưng cửa vẫn không quay được, nó ở trạng thái cân bằng tĩnh.

Mỗi một phương trình vectơ trên đều có các thành phần x, y và z vì vậy có cả thảy 6 phương trình. Tuy nhiên, trong nhiều tình huống, tất cả các ngoại lực đều nằm trong một mặt phẳng đã cho mà ta giả sử là mặt phẳng xy. Những lực như vậy được gọi là **đồng phẳng** và chúng ta sẽ giới hạn chỉ xét các lực đồng phẳng. Khi đó các ngoại lực sẽ chỉ có các thành phần x, y và các momen ngoại lực chỉ có thành phần z. Các thành phần của momen lực này tương ứng với các momen thuận chiều kim đồng hồ và ngược chiều kim đồng hồ với một trục nào đó vuông góc với mặt phẳng xy. Các điều kiện cân bằng tĩnh bây giờ trở thành :

$$\Sigma F_{x, \text{ngoại}} = 0 ; \Sigma F_{y, \text{ngoại}} = 0 ;$$

$$\Sigma M_{z, \text{ngoại}} = 0 \quad (9-4)$$

Các phương trình (9-4) có thể giải được cho nhiều nhất là ba ẩn số. Các phương trình này chứa các lực, các khoảng cách và các góc. Có thể xác định được tối đa ba trong số các đại lượng đó nhờ việc giải đồng thời các phương trình ấy. Trong

nhiều tình huống đơn giản số các đại lượng chưa biết có thể là ba hoặc ít hơn. Nhưng cũng có những trường hợp số các đại lượng chưa biết lớn hơn ba. Trong

những trường hợp như vậy cần phải cho thêm các thông tin phụ để xác định các đại lượng chưa biết.

9-3. CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN

Các bước sau sẽ rất hữu ích khi giải các bài toán tĩnh học điển hình :

1. Vẽ phác tinh huống vật rắn ở trạng thái cân bằng tĩnh. Đưa vào các kí hiệu cho các đại lượng có liên quan. Chỉ rõ các đại lượng chưa biết và các đại lượng đã biết. Phân biệt các đại lượng chưa biết mà bạn cần xác định và các đại lượng chưa biết mà bạn không cần xác định.

2. Dựng giản đồ vật - tự do. Biểu diễn một cách chính xác hình dạng, sự định hướng của vật rắn và chỉ ra điểm đặt của từng ngoại lực. Chỉ ra độ lớn và hướng (phương, chiều) của các lực một cách chính xác nhất có thể được trên hình vẽ. Một số đại lượng này là chưa biết nên bạn sẽ cần phải xác định chúng.

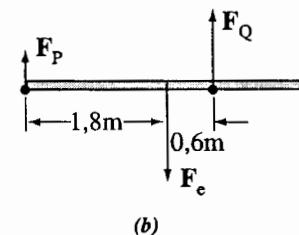
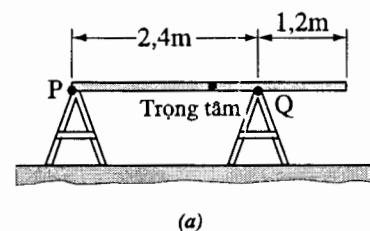
3. Chọn một hệ toạ độ cho giản đồ vật - tự do. Việc *chọn trục để tính momen lực là đặc biệt* quan trọng, vì việc chọn thích hợp sẽ cho bạn dễ dàng tính được momen lực. Thường sẽ rất tiện lợi nếu bạn chọn trục sao cho cánh tay đòn của một lực đặc biệt nào đó đối với trục bằng không, do đó momen của lực đó cũng bằng không. Đây là cách để loại bỏ những ẩn số mà ta không cần biết ra khỏi các phương trình. Kinh nghiệm là người dân đường tin cậy nhất cho sự lựa chọn này mà kinh nghiệm chỉ có từ thực hành nhiều mà thôi.

4. Áp dụng các điều kiện cân bằng tĩnh, tức là các phương trình (9-4). Giải các phương trình đó để tìm các đại lượng chưa biết mà ta cần xác định. Các ví dụ dưới đây sẽ minh họa cho các phương pháp nói trên.

VÍ DỤ 9-1

Tấm ván và giá cửa. Một tấm ván đồng đều dài 3,6m có trọng lượng 48N được đặt nằm ngang trên hai giá cửa (hình 9-2a). Tính các lực pháp tuyến mà hai giá cửa tác dụng lên ván.

Giải. Vì tấm ván đồng đều nằm khói tâm của nó ở điểm cách mỗi đầu 1,8m và trọng lượng giả thiết được đặt tại điểm đó. Hình 9-2b cho giản đồ vật - tự do của tấm gỗ. Các giá cửa tác dụng hai lực pháp tuyến theo phương thẳng đứng F_P và F_Q lên tấm ván ở hai điểm P và Q. Hai lực này là các ẩn số cần phải xác định. Vì tấm ván ở trạng thái cân bằng nên ta có thể áp dụng các điều kiện cân bằng, tức là các phương trình (9-4). Lấy trục x theo



Hình 9-2. Ví dụ 9-1 : (a) Tấm ván đặt trên hai giá cửa. (b) Giản đồ vật - tự do của tấm ván.

phương ngang và trục y hướng lên theo phương thẳng đứng. Khi đó điều kiện $\sum F_x, \text{ngoài} = 0$ tự động thoả mãn vì tất cả các lực đều tác dụng theo phương thẳng đứng. Khi yêu cầu $\sum F_y, \text{ngoài} = 0$, ta có : $F_P + F_Q - F_e = 0$, hay :

$$F_P + F_Q = F_e$$

nghĩa là tổng của hai lực pháp tuyến cần phải cân bằng với trọng lượng của tấm ván. Bây giờ chúng ta cần phải chọn trục để tính các momen lực. Lấy trục bất kì nào cũng được, nhưng sẽ thuận tiện hơn nếu chọn trục đi qua điểm P vì F_P sẽ không tạo momen đối với trục đó. Trọng lượng có momen thuận chiều kim đồng hồ và F_Q ngược chiều kim đồng hồ đối với trục đi qua P. Với trục z vuông góc và đi ra từ mặt trang giấy, áp dụng điều kiện $\sum M_z, \text{ngoài} = 0$, ta có : $(2,4m)F_Q - (1,8m)F_e = 0$

hay : $(2,4m)F_Q = (1,8m)(48N)$

$$F_Q = 36N$$

Có thể tính được ngay F_P từ phương trình $F_P + F_Q = F_e = 48N$,

$$F_P = 12N$$

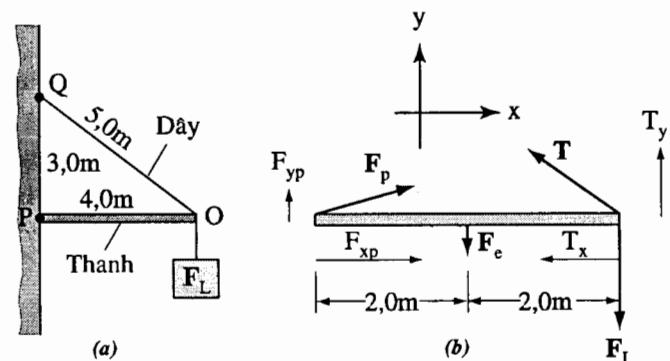
Bài tự kiểm tra 9-1

Làm lại ví dụ trên với trục được chọn đi qua điểm Q. Cũng câu hỏi như vậy với trục được chọn đi qua khối tâm của tấm ván.

VÍ DỤ 9-2

Thanh đỡ nằm ngang. Một thanh có cấu tạo đồng đều đỡ một tải trọng có độ lớn bằng $F_L = 1100N$ (hình 9-3a). Thanh đỡ được gắn vào tường nhờ một chốt tác dụng lực F_p lên thanh. Trọng lượng của thanh tác dụng tại điểm giữa của nó và có độ lớn bằng 200N. Hãy xác định các thành phần thẳng đứng và nằm ngang của lực F_p và lực căng của dây chằng.

Giải. Ta xem thanh như một vật rắn ở trạng thái cân bằng và biểu diễn giản đồ vật - tự do của nó trên hình 9-3b. Chú ý rằng tải trọng cũng ở trạng thái cân bằng nên sức căng của dây thẳng đứng buộc vào tải trọng cũng bằng F_L . Cả về hướng lẫn độ lớn của lực F_p do chốt tác dụng lên thanh ta đều không biết, nhưng ta giả sử rằng có hai thành phần x và y như



Hình 9-3. Ví dụ 9-2 : (a) Tải trọng được đỡ bởi thanh ngang. (b) Giản đồ vật - tự do của thanh. Các thành phần của F_p và T được vẽ xê dịch đi để nhìn cho dễ.

vẽ trên hình. Nếu F_{xp} và F_{yp} giải ra mà dương thì giả thiết của chúng ta về hướng của \mathbf{F}_p là đúng, còn nếu một trong hai thành phần có giá trị âm thì chúng ta phải sửa lại hướng của \mathbf{F}_p cho phù hợp. Có ba đại lượng mà chúng ta chưa biết là F_{xp} , F_{yp} và lực căng dây T . Lực căng cũng có thể được phân tích thành các thành phần x và y, dựa vào các tam giác đồng dạng mà ta suy ra : $\frac{T_y}{T} = \frac{3}{5}$ hay : $T_y = \frac{3}{5}T$. Tương tự $T_x = -\frac{4}{5}T$.

Áp dụng các điều kiện cân bằng tĩnh tiến ta có :

$$F_{xp} - \frac{4}{5}T = 0 \quad (A)$$

$$F_{yp} + \frac{3}{5}T - F_L - F_c = 0 \quad (B)$$

Sẽ là thuận tiện, nếu ta chọn trục ở điểm nút phải của thanh đỡ. Đường tác dụng của các lực T , F_L và F_{xp} đều đi qua điểm này, do đó momen của các lực đó đối với trục O bằng 0. Trong khi đó, thành phần lực F_{yp} tạo momen thuận chiều kim đồng hồ và F_c lại tạo momen ngược chiều kim đồng hồ đối với trục này. Để có cân bằng quay :

$$(2,0m)F_c - (4,0m)F_{yp} = 0$$

do đó :

$$F_{yp} = \frac{1}{2}F_c = \frac{1}{2}(200N) = 100N \quad (C)$$

Thay giá trị vừa tìm được vào phương trình (B) ở trên, ta được :

$$\frac{3}{5}T = F_c + F_L - 100N$$

hay :

$$T = 2000N$$

Còn F_{xp} nhận được từ phương trình (A) :

$$F_{xp} = \frac{4}{5}T = 1600N.$$

Những tính toán ta vừa làm ở trên có ý nghĩa thực tiễn gì ? Từ lời giải ta thấy dây chằng có sức căng là 2000N. Như vậy chúng ta phải dùng loại dây chằng đủ bền mới chịu được sức căng lớn như vậy mà không bị kéo giãn. Tương tự, chúng ta cũng thấy rằng có những lực tác dụng lên thanh đỡ có xu hướng ép nó lại và làm cong nó. Vì vậy thanh phải đủ cứng mới chịu được những lực này mà không bị biến dạng đáng kể.

Bài tự kiểm tra 9-2

Dùng giá trị các lực vừa tính được trong ví dụ trên để tính momen tổng hợp của các lực đó đối với trục đi qua điểm P. Phép tính của bạn hẳn sẽ cho kết quả là 0. Điều này minh họa khẳng định của chúng ta cho rằng việc chọn trục quay là tuỳ ý.

VÍ DỤ 9-3

Momen lực đối với các trục khác nhau. Trong một cách tiếp cận khác đối với một bài toán tĩnh học, ta có thể nhận được ba phương trình với ba ẩn số bằng cách áp dụng điều kiện $\sum M_{z, \text{ngoại}} = 0$ đối với ba trục được chọn một cách thích hợp. Các phương trình này là không độc lập đối với ba điều kiện trong các phương trình (9-4) nhưng đôi khi dễ vận dụng hơn. Hãy xét lại bài toán trong ví dụ trước bằng cách đòi hỏi $\sum M_{z, \text{ngoại}} = 0$ đối với 3 trục qua O, P và Q.

Giải. Đối với trục O như trước ta có :

$$(2,0m)F_e - (4,0m)F_{yp} = 0$$

$$F_{yp} = 100N.$$

Đối với trục P, ta có :

$$(4,0m)\frac{3}{5}T - (2,0m)F_e - (4,0m)F_L = 0$$

$$\frac{3}{5}T = \frac{1}{2}F_e + F_L = 1200N$$

$$T = 2000N$$

Đối với trục Q, T có momen bằng 0, vì vậy ta có :

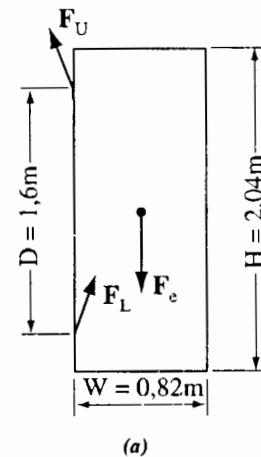
$$(3,0m)F_{xp} - (2,0m)F_e - (4,0m)F_L = 0$$

$$F_{xp} = \frac{2}{3}F_e + \frac{4}{3}F_L = 1600N.$$

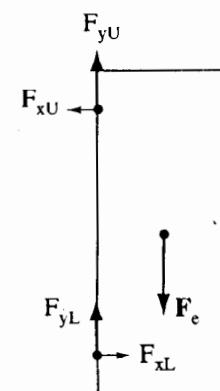
VÍ DỤ 9-4

Các momen lực tác dụng lên cửa. Một cánh cửa có cấu tạo đồng đều kích thước $0,82m \times 2,04m$ và trọng lượng $210N$ được treo trên hai bản lề đặt đối xứng, cách nhau $1,6m$ (hình 9-4a).
(a) Hãy xác định thành phần nằm ngang của lực do mỗi bản lề tác dụng lên cánh cửa.
(b) Xác định thành phần thẳng đứng của lực tác dụng bởi mỗi bản lề lên cánh cửa. Biện luận về khó khăn đã gặp phải.

Giải. (a) Giải đồ vật - tự do được vẽ trên hình 9-4b với các lực do các bản lề tác dụng được phân thành các thành phần nằm ngang và thẳng đứng. Trọng lượng của cánh cửa tác dụng vào khối tâm của nó. Với điều kiện



(a)



(b)

Hình 9-4. Ví dụ 9-4 :

- (a) Cửa được đỡ bởi hai bản lề.
- (b) Giải đồ vật - tự do cửa cửa.

tổng các thành phần x và y của các ngoại lực bằng 0 ta có :

$$F_{yu} + F_{yL} - F_e = 0$$

$$F_{xu} + F_{xL} = 0.$$

Như vậy tổng các thành phần thẳng đứng của các lực do bản lề tác dụng cân bằng với trọng lượng của cánh cửa, còn các thành phần nằm ngang cân bằng nhau. Bây giờ ta chọn trục đi qua bản lề phía trên và vuông góc với mặt phẳng hình vẽ. Trọng lượng của cánh cửa sẽ tạo momen thuận chiều kim đồng hồ đối với trục này. Momen lực khác 0 duy nhất khác gây bởi thành phần F_{xL} và đó là momen ngược chiều kim đồng hồ đối với trục đã chọn. Khi đó : $DF_{xL} - \frac{1}{2} WF_e = 0$

$$(1,60m)F_{xL} = (0,41m)(210N)$$

$$F_{xL} = 54N.$$

Thành phần ngang của lực do bản lề trên tác dụng cân bằng với lực vừa tính được, do đó :

$$F_{xU} = - 54N.$$

(b) Chúng ta đã xác định được hai ẩn số là F_{xL} và F_{xU} nhưng chỉ còn một phương trình duy nhất liên hệ hai thành phần lực chưa biết còn lại.

$$F_{yu} + F_{yL} = 210N$$

Từ những thông tin đã cho ta không thể xác định được tải trọng 210N này được phân chia như thế nào cho hai bản lề. Chú ý rằng F_{yu} và F_{yL} có cùng đường tác dụng do đó sẽ cho cùng một momen lực đối với một trục bất kì, bất kể 210N tổng cộng được phân chia như thế nào. Muốn xác định F_{yu} và F_{yL} cần phải có thêm thông tin phụ và thông tin này phụ thuộc chi tiết vào việc các bản lề được lắp vào cửa và giống thẳng như thế nào.

Bài tự kiểm tra 9-3

Làm lại ví dụ trên bằng cách chọn trục đi qua bản lề dưới và vuông góc với mặt phẳng hình vẽ.

Đáp số : Tính momen các lực đối với trục đi qua bản lề dưới cho ta : $(1,60m)F_{xU} + (0,41m)F_e = 0$.

VÍ DỤ 9-5

Thang dựa vào tường. Một cái thang có cấu tạo đồng đều được đặt dựa vào tường (hình 9-5a). Hỏi hệ số ma sát tĩnh ở chỗ mặt tiếp xúc của thang với sàn nhà tối thiểu phải bằng bao nhiêu để thang không bị trượt ?

Giải. Trong bài toán này có bốn lực chưa biết. Đó là các lực pháp tuyến do sàn nhà và tường tác dụng lên thang và các lực ma sát tĩnh tác dụng lên thang ở hai bên bề mặt đó. Giả sử rằng mặt tường là rất nhẵn, do đó có thể bỏ qua lực ma sát ở đó. Giải thiết này đã

rút bớt số ẩn số xuống còn là ba. Giản đồ vật - tự do được vẽ trên hình 9-5b. Chọn trục đi qua điểm tiếp xúc của thang với sàn nhà. Áp dụng các điều kiện cân bằng tĩnh cho kết quả sau đối với độ lớn của các lực :

$$F_1 = F_3; F_2 = F_e; HF_3 - \frac{1}{2}LF_e = 0$$

Có thể giải các phương trình này một cách dễ dàng để tìm ra các lực chưa biết :

$$F_3 = \frac{L}{2H}F_e; F_1 = \frac{L}{2H}F_e; F_2 = F_e$$

Vì F_1 là lực ma sát tĩnh nên giá trị của nó không thể vượt quá giá trị cực đại của lực ma sát tĩnh, nghĩa là $F_1 \leq \mu F_2$. Đặt giá trị của F_1 vào biểu thức đó, ta được $\left(\frac{L}{2H}\right)F_e \leq \mu F_e$ hay $\mu \geq \frac{L}{2H}$.

Bài tự kiểm tra 9-4

Mô tả một cách định tính sự thay đổi về độ lớn của các lực tác dụng lên thang trong ví dụ trên nếu lực ma sát của tường lên thang là nhỏ và hướng lên theo phương thẳng đứng.

Đáp số : Trọng lượng F_e không đổi, tất cả các lực khác sẽ nhỏ đi.

9-4. TRỌNG TÂM, MOMEN LỰC ĐỐI VỚI MỘT ĐIỂM

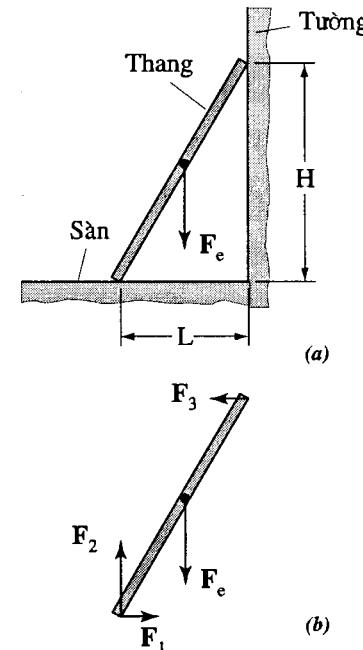
Chúng ta đã lấy điểm đặt hiệu dụng của trọng lượng các vật ở khối tâm của chúng. Giả thiết như vậy được dựa trên cơ sở nào ? Nói rằng có một điểm duy nhất mà trọng lượng toàn phần của một vật tác dụng ở đó là theo nghĩa thế nào ? Và trọng lượng toàn phần của vật là gì ?

Vì một vật có thể được xem như gồm một số rất lớn các phần tử nhỏ, nên trọng lượng F_e của vật cũng chính bằng tổng trọng lượng của các phần tử đó. Đối với một vật có kích thước thông thường ở gần

bề mặt Trái Đất thì trọng lượng của mỗi phần tử đó đều hướng xuống và chúng ta có thể cộng chúng một cách dễ dàng. Giả sử m_i là khối lượng của một phần tử, ta có :

$$F_e = \sum m_i g = (\sum m_i)g = Mg \quad (9-5)$$

Ở đây $M = \sum m_i$ là khối lượng toàn phần của vật và g là gia tốc trọng trường. Như vậy việc cộng trọng lượng của tất cả các phần tử riêng biệt của vật theo (9-5) sẽ cho ta trọng lượng toàn phần của vật bất kể điểm đặt của các lực đó.



Hình 9-5. Ví dụ 9-5 :

- (a) Thang cầu tạo đồng đều ở trạng thái cân bằng tĩnh.
- (b) Giản đồ vật - tự do của thang. Bỏ qua lực ma sát ở tường.

Điểm đặt của mỗi lực là quan trọng khi tính momen lực của nó. Trọng lượng của mỗi phân tử của vật sẽ tạo một momen đối với một trục nào đó như đã chỉ ra trên hình 9-6. Đối với trọng lượng có độ lớn $F_i = m_i g$ thì thành phần momen M_{zi} sẽ là :

$$M_{zi} = - (x_i)(m_i g)$$

Ở đây x_i là toạ độ x của phân tử đó của một vật và dấu âm chỉ chiều thuận kim đồng hồ của momen lực. Nếu đóng góp của mỗi phân tử được đếm cộng lại thì thành phần z của momen trọng lượng toàn phần tác dụng lên vật là :

$$M_z = \sum [- (x_i)(m_i g)] \quad (9-6)$$

Biểu thức này cho thấy momen trọng lượng của vật phụ thuộc vào sự phân bố không gian của các phân tử tạo nên vật đó. Có một điểm hiệu dụng trên vật được gọi là **trọng tâm** mà ta có thể xem trọng lượng toàn phần của vật tác dụng tại đó để gây ra cùng một momen lực như được cho bởi phương trình (9-6). Gọi x_C là toạ độ x của điểm này thì thành phần momen của trọng lượng toàn phần có độ lớn bằng $F_e = \sum m_i g$ sẽ là :

$$M_z = - x_C F_e = - x_C \sum m_i g \quad (9-7)$$

Toạ độ x của trọng tâm được xác định bằng cách cho vế phải của hai phương trình (9-6) và (9-7) bằng nhau :

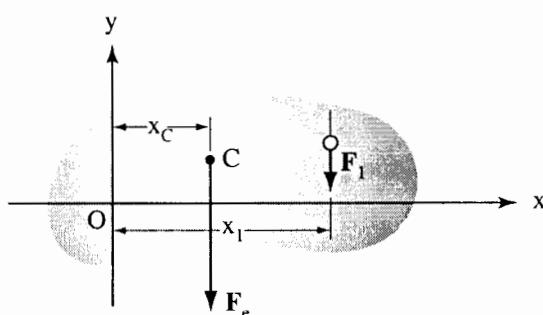
$$x_C = \frac{\sum (x_i)(m_i g)}{\sum m_i g}$$

hay :

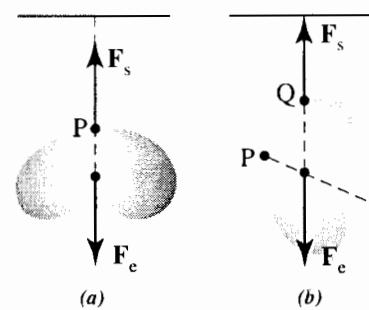
$$x_C = \frac{\sum x_i m_i g}{\sum m_i g} \quad (9-8)$$

Trong đa số các trường hợp mà ta quan tâm, giá trị của g là như nhau đối với mọi phân tử của vật do đó ta có thể giản ước nó từ phương trình (9-8). Khi đó ta có :

$$x_C = \frac{\sum x_i m_i}{\sum m_i}$$



Hình 9-6. Trọng lượng toàn phần của vật tác dụng tại trọng tâm. Trọng lượng của một phân tử của vật có độ lớn : $F_i = m_i g$.



Hình 9-7. Trọng tâm nằm trên đường thẳng đứng ngay dưới điểm treo.

Về phái của phương trình trên cũng chính là toạ độ x của khối tâm của vật. Như vậy nếu **gia tốc trọng trường** là như nhau đối với các phân tử của vật thì khối tâm và trọng tâm của vật trùng nhau.

Trọng tâm của một vật rắn có thể xác định bằng thực nghiệm bằng cách treo vật lần lượt ở hai điểm hoặc nhiều hơn, như chỉ ra trên hình 9-7. Nếu vật được treo trên một sợi dây gắn vào điểm P thì các điều kiện cân bằng tĩnh đòi hỏi $F_e = F_s$ và hai lực này có cùng đường tác dụng. Trọng tâm của vật nằm trên đường tác dụng đó và ở dưới điểm P. Tương tự, trọng tâm nằm trên đường thẳng đứng ở dưới điểm Q,

một điểm treo khác của vật. Trọng tâm là giao điểm của hai đường thẳng đó.

Momen lực đối với một điểm như một tích vectơ

Có thể dùng tích vectơ để cho một định nghĩa tổng quát của momen lực như một đại lượng vectơ. Giả sử lực \mathbf{F} tác dụng lên vật tại điểm được định vị bởi vectơ \mathbf{r} đối với một gốc hay một điểm quy chiếu O nào đó như được chỉ ra trên hình 9-8.

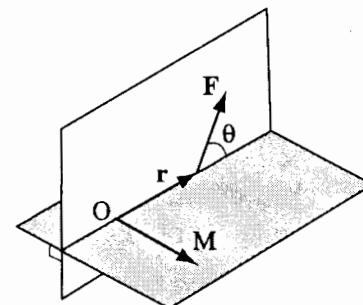
Momen M của lực F đối với một điểm quy chiếu O được định nghĩa là tích vectơ của r và F :

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad (9-9)$$

Độ lớn của momen lực $M = rF\sin\theta$ và hướng của nó được xác định bằng quy tắc bàn tay phải là vuông góc với mặt phẳng chứa \mathbf{r} và \mathbf{F} . Nếu ta chọn mặt phẳng này là xy thì momen lực sẽ chỉ có thành phần z và giống hệt như momen lực đối với trục z nào đó mà ta định nghĩa ở mục 8-6. Với cách chọn hệ toạ độ khác, \mathbf{M} sẽ có các

thành phần M_x, M_y, M_z . Thành phần M_x là momen đối với trục x , M_y là momen đối với trục y , M_z là momen đối với trục z . Phương trình (9-9) có thể được dùng để tìm momen lực thông qua các thành phần của \mathbf{r} và \mathbf{F} . Vì $\mathbf{r} = xi + yj + zk$ và $\mathbf{F} = F_xi + F_yj + F_zk$, ta có :

$$\mathbf{M} = (yF_z - zF_y)i + (zF_x - xF_z)j + (xF_y - yF_x)k.$$



Hình 9-8. Vectơ vị trí \mathbf{r} định vị điểm đặt của lực \mathbf{F} đối với điểm quy chiếu O , momen lực đối với O được định nghĩa như $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$.

VÍ DỤ 9-6

Momen lực như một tích vectơ. Một khối băng nặng 12kg có dạng một hình lập phương, chiều dài mỗi cạnh là 0,24m nằm ở góc một phần tám thứ nhất của một hệ toạ độ (hình 9-9). Tính momen trọng lượng của khối băng đó đối với gốc toạ độ.

Giải. Trọng tâm của khối lập phương nằm ở điểm giữa đường chéo của khối và được định vị bởi :

$$\mathbf{r}_C = (0,12m)\mathbf{i} + (0,12m)\mathbf{j} + (0,12m)\mathbf{k}.$$

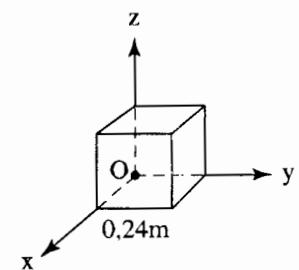
Trọng lượng thẳng đứng nên chỉ có thành phần z :

$$\mathbf{F}_e = -mg\mathbf{k} = (-120N)\mathbf{k}.$$

Dùng phương trình (9-9), ta lập tích vectơ $\mathbf{M} = \mathbf{r}_C \times \mathbf{F}_e$

Biểu diễn tích vectơ qua các thành phần, ta có :

$$M_x = y_C F_{ez} - z_C F_{ey} = -14Nm$$



Hình 9-9. Ví dụ 9-6 : Khối băng hình lập phương mỗi cạnh dài 0,24m. Trục z thẳng đứng hướng lên trên, trọng lượng hướng xuống dưới.

$$M_y = z_C F_{ex} - x_C F_{ez} = 14 \text{Nm}$$

$$M_z = x_C F_{ey} - y_C F_{ex} = 0$$

hay :

$$\mathbf{M} = (-14 \text{Nm})\mathbf{i} + (14 \text{Nm})\mathbf{j}.$$

Bài tự kiểm tra 9-5

Một lực khác tác dụng lên khối băng trong ví dụ trên. Nó tác dụng vào mặt trên của khối tại điểm có toạ độ $(0,12m ; 0,12m ; 0,24m)$; lực $\mathbf{F} = (89N)\mathbf{j}$. Hãy xác định momen của lực này đối với điểm O.

$$\text{Đáp số : } \mathbf{M} = - (4 \text{Nm})\mathbf{i} + (11 \text{Nm})\mathbf{k}.$$

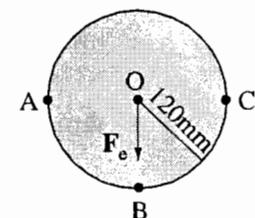
?) CÂU HỎI

- 1** Khi đỡ một tải trọng, chiều dài một cột thép bị ngắn lại $0,1\%$. Cột thép đó có là vật rắn không ?
- 2** Giải thích tại sao và làm thế nào một cân có *cánh tay đòn bằng nhau* lại có thể được sử dụng để so sánh các trọng lượng ? Nó có thể so sánh các khối lượng không ?
- 3** Giải thích tại sao và làm thế nào một cân có *cánh tay đòn không bằng nhau* lại có thể được dùng để so sánh các trọng lượng ?
- 4** Archimedes tuyên bố rằng ông có thể bẩy được cả Trái Đất nếu cho ông một đòn bẩy và một điểm tựa. Hãy giải thích nguyên lí hậu thuẫn cho tuyên bố đó. Nó có phải là một tuyên bố có tính thực tiễn không ?
- 5** Một cầu bập bênh trong sân chơi trẻ em có chiều dài tổng cộng là $3m$ và trục quay ở điểm giữa của nó. Hỏi ông chú phải đặt một lực bằng bao nhiêu và ở đâu để cân bằng với đứa cháu nặng $20kg$ ngồi ở một đầu của cầu bập bênh ?
- 6** Giả sử bạn dùng hai sợi dây treo một vật lên trần nhà. Mỗi dây được buộc vào một đầu của vật và mỗi dây có thể có định hướng bất kì khi treo lên trần. Hỏi các dây định hướng như thế nào thì sức căng của mỗi dây là nhỏ nhất ?
- 7** Xét momen lực mà bạn tác dụng lên một cái cờ lê để xiết chặt một đai ốc. Hướng của momen lực đối với trục của bu lông có phải là hướng tiến của đai ốc hay ngược lại ?
- 8** Một vật rắn có thể vừa ở trạng thái cân bằng tĩnh tiến và cân bằng quay mà không cân bằng tĩnh không ? Giải thích.
- 9** Cho một ví dụ về tình huống trong đó trọng tâm và khối tâm của một vật không trùng nhau.

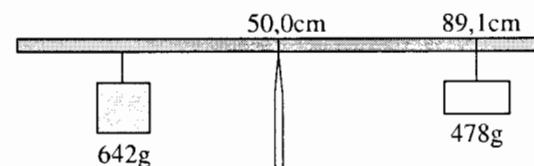
■ ĐỀ TẬP

Mục 9-3. Các phương pháp giải toán

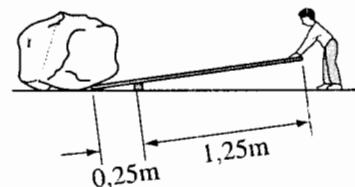
- 1 Quả bóng trong trò chơi bowling trước khi được khoét các lỗ để móc tay, là một quả cầu đồng chất có bán kính 120mm và trọng lượng 65N tác dụng ở tâm của nó. Hãy xác định hướng và độ lớn của momen lực đó đối với trục vuông góc với mặt phẳng của hình 9-11 và đi qua điểm (a) A ; (b) B ; (c) C ; (d) O.
- 2 Giả sử bạn giữ một hòn đá nặng 2kg trong tay với cánh tay duỗi thẳng nằm ngang. (a) Hỏi hòn đá tác dụng một lực bằng bao nhiêu lên tay bạn ? (b) Xác định momen của lực đó đối với một trục nằm ngang đi qua mũi bạn và vuông góc với cánh tay của bạn ? Cho chiều dài cánh tay là 1m.
- 3 Một chiếc thước gỗ đồng chất nặng 325g đặt thẳng bằng trên một lưỡi dao tại trung điểm của nó (hình 9-12). Một vật khối lượng 478g được treo bằng sợi dây mảnh vào vách 89,1cm của thước. (a) Hỏi vật có khối lượng 642g được treo vào điểm nào của thước để thước vẫn thẳng bằng. (b) Lưỡi dao tác dụng lên thước một lực bao nhiêu ? (c) Các câu trả lời ở trên có còn đúng không nếu toàn bộ dụng cụ trên được đặt ở Mặt Trăng ? Ở không gian giữa các vì sao ?
- 4 Xác định lực mà bạn cần phải đặt vào đòn bẩy trong hình 9-13 để bẩy được hòn đá nặng 2000N ?
- 5 Một xà ngang dài 8,0m đỡ một tải trọng 20,0kN như hình 9-14. Chốt giữ tác dụng



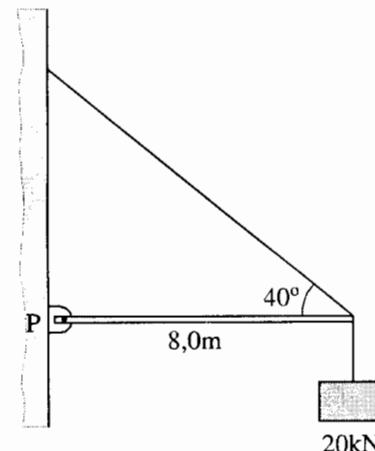
Hình 9-11. Bài tập 1 :
Quả lăn bowling đồng chất.



Hình 9-12. Bài tập 3.



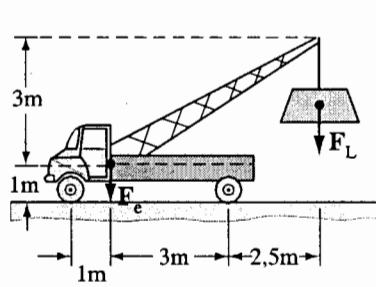
Hình 9-13. Bài tập 4.



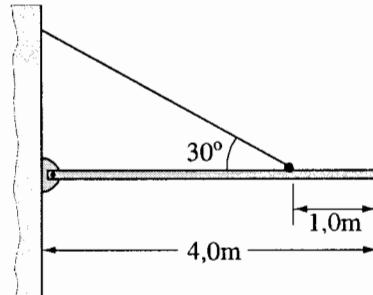
Hình 9-14. Bài tập 5.

lên xà một lực ở đầu trái của nó. (a) Bỏ qua trọng lượng của xà, tìm các thành phần nằm ngang và thẳng đứng của lực do chốt tác dụng và sức căng của dây. (b) Xác định hướng của lực nói ở câu (a).

- 6** Một xe cầu nặng 30kN đỗ trên mặt đất bằng phẳng đỡ một tải trọng 20kN như hình 9-15. (a) Xác định các lực pháp tuyến do mặt đất tác dụng lên các bánh trước và bánh sau. (b) Hỏi tải trọng tối thiểu bao nhiêu có thể làm cho cầu bị lật?



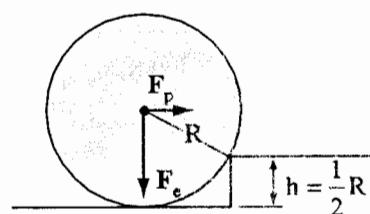
Hình 9-15. Bài tập 6.



Hình 9-16. Bài tập 7.

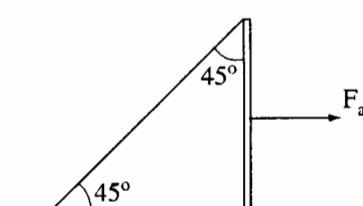
- 7** Một cái xà đồng chất có trọng lượng 350N được chốt vào một bức tường thẳng đứng và được giữ nằm ngang bằng một dây cáp (hình 9-16). (a) Xác định sức căng của dây cáp. Với vectơ $+i$ nằm ngang hướng sang phải và $+j$ thẳng đứng hướng lên trên, hãy xác định (b) thành phần x và (c) thành phần y của lực tác dụng bởi chốt giữ lên xà.

- 8** Một đĩa đồng chất bán kính R đứng yên, tựa vào một gờ có độ cao $h = \frac{1}{2}R$ như hình 9-17. Một lực kéo nằm ngang có độ lớn $F_p = \frac{F_e}{3}$ được đặt vào tâm của đĩa. Hãy xác định theo F_e (a) lực pháp tuyến tác dụng lên đĩa tại sàn nhà, (b) các thành phần nằm ngang và thẳng đứng của lực tác dụng bởi gờ lên đĩa. (c) Xác định hướng của lực tác dụng bởi gờ?



Hình 9-17. Bài tập 8.

- 9** Một cọc rắn ở trạng thái cân bằng tĩnh như hình 9-18 với một lực nằm ngang F_a đặt vào chính điểm giữa của nó. Bỏ qua trọng lượng của cọc, biết rằng sàn nhà có tác dụng các lực pháp tuyến và ma sát lên thanh. (a) Giả sử rằng thanh không trượt, hãy xác định



Hình 9-18. Bài tập 9.

sức căng của dây, lực ma sát tĩnh và lực pháp tuyến qua giá trị của lực F_a .

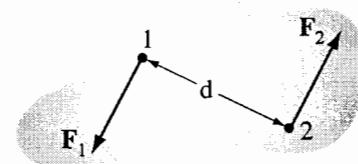
(b) Xác định giá trị nhỏ nhất của hệ số ma sát μ_s đủ để giữ cho thanh không trượt.

Mục 9-4. Trọng tâm, momen lực đối với một điểm

- 10** Một lực $\mathbf{F} = (174\text{N})\mathbf{i} + (203\text{N})\mathbf{j} + (-166\text{N})\mathbf{k}$ tác dụng lên một vật tại điểm được định vị bởi vectơ $\mathbf{r} = (1,35\text{m})\mathbf{i} + (-2,22\text{m})\mathbf{j}$ tính từ điểm gốc O. Xác định momen của lực đó đối với O.

- 11** Hai lực \mathbf{F}_1 và \mathbf{F}_2 có cùng độ lớn nhưng có hướng ngược nhau tác dụng tại hai điểm 1 và 2 theo các đường tác dụng khác nhau như trên hình 9-19. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường tác dụng này là $d = 2,0\text{m}$ và $|\mathbf{F}_1| = |\mathbf{F}_2| = 5,0\text{N}$.

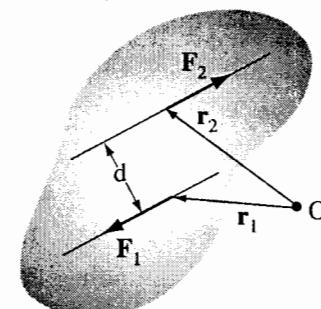
Dùng hệ toạ độ có mặt phẳng xy song song với mặt phẳng hình vẽ, trục z hướng ra ngoài mặt trang giấy. (a) Với gốc toạ độ được chọn ở điểm giữa đoạn nối toạ độ hai điểm 1 và 2, hãy tính M_{z1} , M_{z2} và momen tổng hợp M_z . (b) Với gốc toạ độ chọn ở điểm 1 hãy tính M_{z1} , M_{z2} và M_z . (c) Với gốc toạ độ chọn ở điểm 2, tính M_{z1} , M_{z2} , M_z . Các lực được bố trí như thế là một ví dụ về **ngẫu lực**.



Hình 9-19. Bài tập 11.

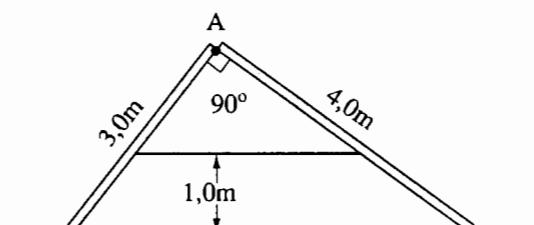
ĐÀI TẬP NÂNG CAO

- 1** **Ngẫu lực.** Một ngẫu lực gồm hai lực có độ lớn bằng nhau, hướng ngược nhau và khoảng cách giữa hai đường tác dụng của chúng là d (hình 9-20). Chứng tỏ rằng tổng momen của ngẫu lực đó đối với mọi điểm là như nhau và đều có độ lớn bằng Fd .



Hình 9-20. BTNC 1.

- 2** **Khung chữ A không đối xứng.** Hai tấm gỗ đồng chất được khớp bằng bản lề với nhau ở một đầu, tạo thành một góc vuông như hình 9-21. Một

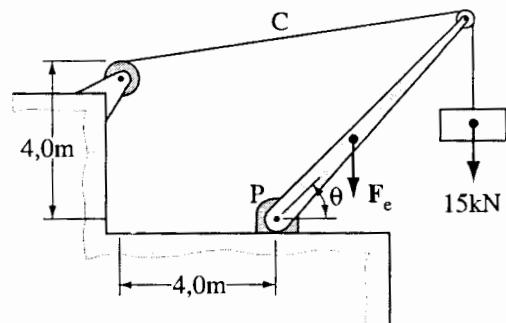


Hình 9-21. BTNC 2.

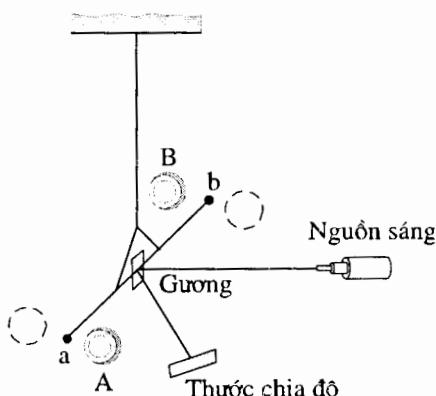
tấm dài 3m trọng lượng 120N và tấm kia dài 4m, trọng lượng 160N. Toàn bộ kết cấu đứng yên, tiếp xúc với mặt sàn nhẵn và có một sợi dây chằng nối hai tấm ở độ cao 1m cách sàn. Xác định : (a) Lực pháp tuyến của sàn tác dụng lên các tấm, (b) sức căng của dây chằng, (c) lực các tấm tác dụng lên nhau ở đỉnh khớp bản lề A.

◆ 3

Cân cầu. Một cân cầu đơn giản nâng một tải trọng nặng 15kN như hình 9-22. Cân cầu dài 7,5m, nặng 2,5kN, có trọng tâm cách đầu dưới (chốt P) là 3,0m. Cáp C có thể thả dài hoặc thu ngắn nhờ tời để thay đổi góc nâng của cân cầu. (a) Xác định sức căng của cáp C và các thành phần của lực do chốt P tác dụng lên cân cầu khi $\theta = 30^\circ$. (b) Làm lại phép tính trên với $\theta = 60^\circ$ và so sánh các kết quả đó.



Hình 9-22. BTNC 3.



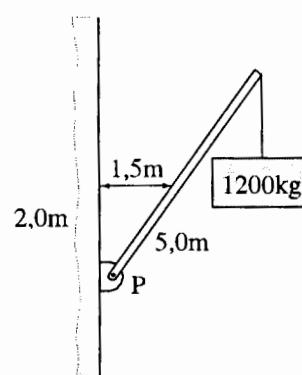
Hình 9-23. BTNC 4. Cân Cavendish : Do lực hấp dẫn các quả cầu A, B hút các quả cầu a, b. Các lực này tạo thành 1 ngẫu lực, tạo ra momen lực và làm cho sợi dây treo xoắn lại một góc. Góc đó có thể đo được nhờ đo góc của tia phản xạ qua một gương gắn với dây treo.

◆ 4

Momen lực và cân Cavendish. Sơ đồ của cân Cavendish được dùng để đo hằng số hấp dẫn G như hình 9-23. Hãy xác định momen của các lực hấp dẫn giữa các cặp quả cầu đối với trục của dây treo. Biết rằng khoảng cách giữa các quả cầu a và b là 15cm, khối lượng của chúng là 0,25kg và bán kính là 2cm. Các quả cầu A và B có khối lượng 2,0kg và bán kính 3,5cm.

◆ 5

Xà và tải trọng. Một tải trọng nặng 1200kg được treo trên một xà đồng chất nặng 400kg (hình 9-24).



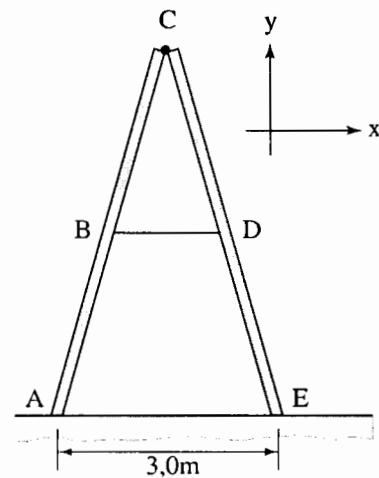
Hình 9-24. BTNC 5 và 6.

Chiều dài của xà là 5,0m và có một dây cáp nằm ngang buộc vào điểm giữa của nó. Tính (a) sức căng của cáp, (b) độ lớn và hướng của lực do chốt P tác dụng lên xà.

6 **Tải trọng tối đa đối với một xà.** Cáp nằm ngang trong hình 9-24 có thể chịu được sức căng tối đa là $16 \cdot 10^3 \text{N}$. Tính tải trọng tối đa có thể được treo vào xà đó.

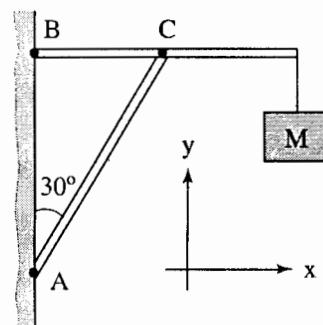
7 **Thang gấp.** Hai chiếc thang dài 6m được nối bằng khớp bản lề với nhau ở đỉnh của chúng và được chằng bằng một dây da ở điểm giữa của chúng với hai chân doãng ra 3m như hình 9-25. Nên nhà rất nhăn sao cho có thể bỏ qua lực ma sát. Mỗi thang có trọng lượng 150N. Hãy xác định các thành phần x và y của lực tác dụng lên thang :

- (a) bởi nền nhà tại điểm A,
- (b) bởi dây da ở điểm B,
- (c) ở bên trái tại điểm C bởi thang bên phải, (d) bởi dây ở điểm D, (e) bởi sàn ở điểm E.



Hình 9-25. BTNC 7.

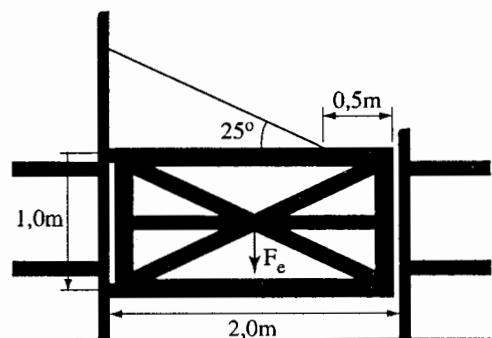
8 **Hai xà và một tải trọng.** Hai xà đồng chất giống hệt nhau có chiều dài L được gắn chặt vào một tường thẳng đứng và buộc với nhau để tạo thành một kết cấu như hình 9-26. Tải trọng có khối lượng M được treo vào đầu tự do của thanh nằm ngang. Bỏ qua khối lượng của các xà, hãy tìm biểu thức tính các thành phần x và y của lực tác dụng bởi tường lên các thanh.



Hình 9-26. BTNC 8.

9

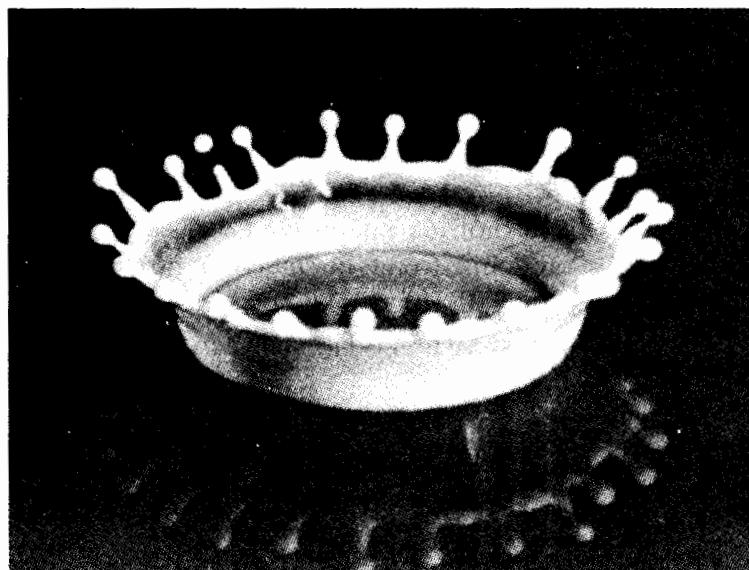
Cổng sân nuôi súc vật. Một cánh cổng nặng 480N được gắn vào trụ cổng bằng hai bản lề như hình 9-27. Dây chằng được căng sao cho thành phần nằm ngang của lực do bản lề trên tác dụng lên cánh cổng bằng 0. Hãy xác định thành phần nằm ngang của lực tác dụng bởi bản lề dưới, lực căng của dây và tổng các thành phần thẳng đứng của lực tác dụng bởi hai bản lề.



Hình 9.27. BTNC 9.

CHƯƠNG 10

CHẤT RẮN VÀ CHẤT LUU



"Vương miện" được tạo ra nhờ một giọt sữa rơi trên đĩa có một lớp sữa mỏng. Sức căng bế mặt ảnh hưởng tới đáng diệu thanh nhã. Máy quay tốc độ cao có thể ghi lại được sự kiện này.

Đa số các chất đều có thể được phân loại thành một trong ba pha : rắn, lỏng và khí. Khi bị các ngoại lực tác dụng, các vật rắn có xu hướng giữ nguyên thể tích và hình dạng của chúng, các chất lỏng giữ nguyên thể tích nhưng thay đổi hình dạng còn các chất khí thay đổi cả thể tích lẫn hình dạng. Trong chương này chúng ta sẽ nghiên cứu một số các tính chất và định luật cơ bản trong chất rắn và chất lưu.

10-1. ỨNG SUẤT VÀ ĐỘ BIẾN DẠNG

Nếu bạn bóp một quả bóng cao su, nó sẽ bị biến dạng. Đại lượng đặc trưng cho lực mà bạn tác dụng khi bóp quả bóng được gọi là **ứng suất**, còn đại lượng đặc trưng cho mức độ biến dạng của quả bóng được

gọi là **độ biến dạng**. Điều này có nghĩa là khi ứng suất được đặt vào một vật do một tác nhân bên ngoài, vật đó sẽ đáp ứng lại bằng cách chịu biến dạng. Như vậy ứng suất gây ra biến dạng.

10-1. ỨNG SUẤT VÀ ĐỘ BIẾN DẠNG

10-2. KHỐI LƯỢNG RIÊNG

10-3. ÁP SUẤT TRONG CHẤT LUU ĐỨNG YÊN (ÁP SUẤT TĨNH)

10-4. ĐỊNH LUẬT ARCHIMEDES

10-5. PHƯƠNG TRÌNH BERNOULLI

10-6. ĐỘ NHỚT

10-7. ĐỊNH LUẬT STOKES

Bài đọc thêm : Archimedes

Ứng suất

Để vật rắn dễ biến dạng hơn, lực cần phải đặt vào một diện tích nhỏ. Ví dụ một lực tác dụng lên một cái cọc ở đầu nhọn có diện tích nhỏ sẽ làm cho nó biến dạng nhiều hơn, so với cùng lực đó tác dụng lên đầu tù của cọc có diện tích lớn hơn. Do đó ứng suất có liên quan với tỉ số của lực và diện tích của bề mặt mà lực đó tác dụng :

$$\text{Ứng suất} = \text{lực}/\text{diện tích}$$

Như vậy **ứng suất** là lực trên một đơn vị diện tích. Trong hệ SI, đơn vị của ứng suất là N/m^2 và được gọi là pascan (Pa) :

$$1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$$

Vì lực có thể tác dụng lên một mặt theo một số cách khác nhau, nên cũng có một số loại ứng suất như được minh họa trên hình 10-1. Mỗi lực được biểu diễn trên hình 10-1 được phân bố đều trên diện tích mà nó tác dụng.

Loại ứng suất được cho trên hình 10-1a được gọi là **ứng suất kéo**. Với ứng suất kéo, hai lực - đều có độ lớn là F_n - được đặt vào hai mặt đối diện của vật rắn,

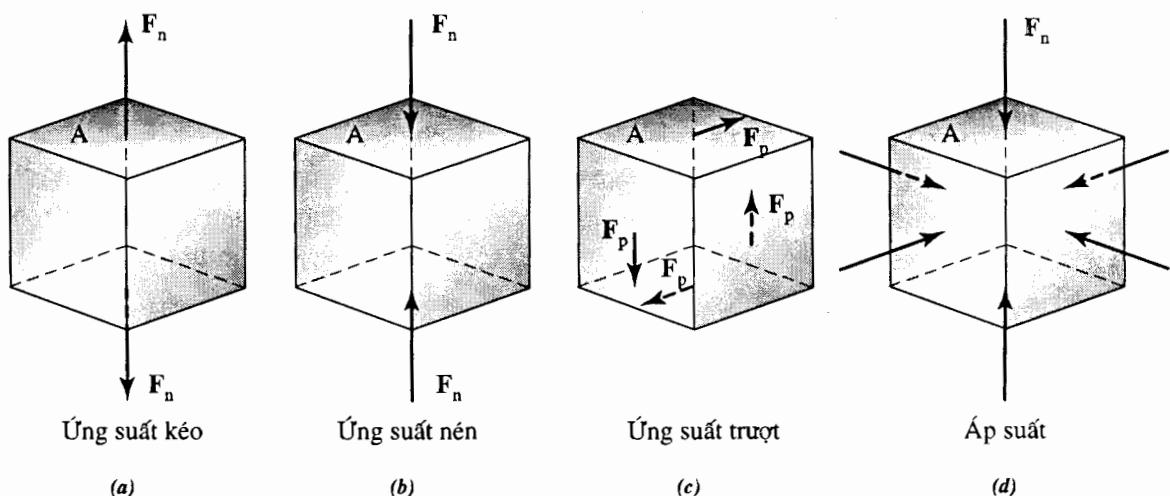
chẳng hạn như khối lập phương trên hình vẽ. Các lực này đều vuông góc với mặt và hướng ra phía ngoài mặt mà nó tác dụng. Ứng suất kéo có xu hướng kéo giãn vật ra. Như vậy ứng suất kéo σ_k được định nghĩa như sau :

$$\sigma_k = \frac{F_n}{A} \quad (10-1)$$

Ở đây A là diện tích của một mặt. Giả sử rằng $F_n = 50\text{N}$ và $A = 10\text{mm}^2 = 1,0 \cdot 10^{-4}\text{m}^2$. Khi đó $\sigma_k = \frac{50\text{N}}{1,0 \cdot 10^{-4}\text{m}^2} = 5,0 \cdot 10^5 \text{N/m}^2 = 5,0 \cdot 10^5 \text{Pa}$.

Nếu mỗi lực pháp tuyến đều có hướng đi vào phía trong bề mặt mà nó tác dụng (hình 10-1b) thì khi đó ứng suất gọi là **ứng suất nén**. Ứng suất nén có xu hướng ép vật lại. Ứng suất nén σ_n là :

$$\sigma_n = \frac{F_n}{A}$$



Hình 10-1. Ứng suất được định nghĩa là lực trên một đơn vị diện tích của một mặt. (a) và (b) : Nếu lực là pháp tuyến (vuông góc) với bề mặt, thì ứng suất được gọi là ứng suất kéo hoặc ứng suất nén. (c) Nếu lực song song với bề mặt thì ứng suất gọi là ứng suất trượt. (d) Nếu cùng lực đó nhưng được đặt vuông góc với tất cả các mặt thì được gọi là áp suất.

Ứng suất trượt được biểu diễn trên hình 10-1c. Trong trường hợp này có bốn lực, mỗi lực có độ lớn F_p được đặt song song với các mặt của khối lập phương. Ít nhất cần phải có bốn lực để giữ vật đó ở trạng thái cân bằng ($\Sigma F = 0$; $\Sigma M = 0$). Ứng suất trượt σ_t bằng :

$$\sigma_t = \frac{F_p}{A} \quad (10-2)$$

Loại ứng suất được gọi là áp suất được cho trên hình 10-1d. Trên mỗi mặt của vật rắn, lực tác dụng đều vuông góc và có hướng đi vào phía trong mặt mà nó tác dụng. Áp suất p bằng :

$$p = \frac{F_n}{A} \quad (10-3)$$

Áp suất thường gấp là áp suất khí quyển trên bất cứ bề mặt nào đặt trong nó. Ở mực nước biển, giá trị của áp suất khí quyển là $1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 101 \text{ kPa}$. Độ lớn của lực do khí quyển tác dụng lên một mảng da hình vuông với kích thước 10mm trên cơ thể bạn là $F_n = pA = (101 \text{ kPa})(10 \text{ mm})^2 = 10 \text{ N}$.

Độ biến dạng

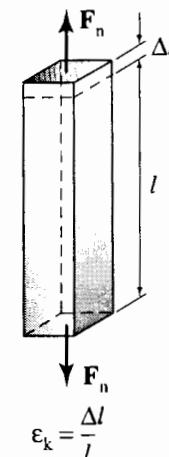
Độ biến dạng là độ đo sự biến dạng của một vật rắn khi có một ứng suất đặt lên nó.

Sự biến dạng của vật rắn phụ thuộc vào ứng suất và loại vật liệu. Một vật liệu đẳng hướng (có các tính chất theo mọi hướng đều như nhau), chẳng hạn như thuỷ tinh, sẽ "phản ứng" đối với ứng suất một cách như nhau theo tất cả các phương. Trái lại, gỗ sẽ "phản ứng" khác nhau nếu ứng suất kéo đặt dọc theo thớ gỗ hay ngang thớ gỗ.

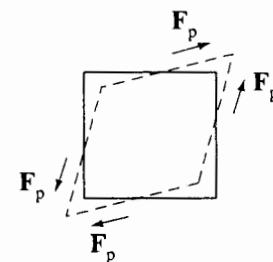
Hình 10-2a cho thấy sự biến dạng của vật rắn khi có ứng suất kéo đặt vào. Vật rắn được kéo giãn dài ra và chiều dài ban đầu

l của nó cũng tăng thêm một đoạn Δl . Độ biến dạng kéo ϵ_k được định nghĩa bởi :

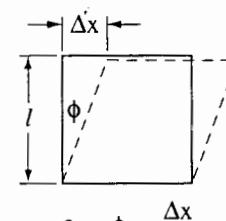
$$\epsilon_k = \frac{\Delta l}{l} \quad (10-4)$$



(a)



(b)



(c)

$$\epsilon_t = \phi \approx \frac{\Delta x}{l}$$

Hình 10-2. (a) Độ biến dạng kéo được định nghĩa như thương số của độ tăng chiều dài Δl do có ứng suất kéo và chiều dài ban đầu l . (b) Khi có ứng suất trượt tác dụng vật bị biến dạng. (c) Xoay vật chịu ứng suất sao cho một cạnh của nó trùng với vị trí của vật không chịu ứng suất sẽ cho phép ta định nghĩa biến dạng trượt là góc ϕ . Đối với biến dạng trượt thông thường $\phi \approx \frac{\Delta x}{l}$.

Vì độ biến dạng là tỉ số của hai độ dài nên nó là không thứ nguyên và không có đơn vị. Chẳng hạn nếu một dây cáp có chiều dài 12m được kéo dãn 6 mm thì độ biến dạng kéo là $\varepsilon_k = \frac{0,006\text{m}}{12\text{m}} = 5 \cdot 10^{-4}$.

Sự "phản ứng" của một vật rắn đồng nhất và đẳng hướng đối với ứng suất trượt (hình 10-2b) được gọi là **độ biến dạng trượt** và được định nghĩa bởi :

$$\varepsilon_t = \phi \approx \frac{\Delta x}{l}$$

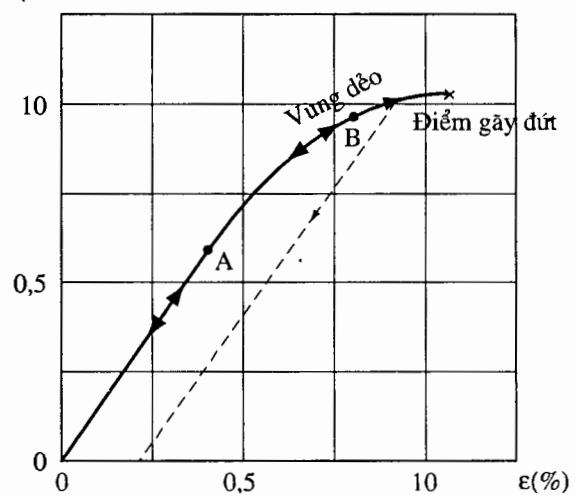
Ở đây Δx là độ dịch chuyển của góc khói lập phương ra khỏi vị trí vuông góc như ta thấy trên hình 10-2c. Độ biến dạng trượt cũng không có thứ nguyên.

Vậy độ biến dạng liên hệ với ứng suất kéo đặt vào như thế nào ? Đây là câu hỏi mà chỉ có thực nghiệm mới trả lời được. Đồ thị biểu diễn độ biến dạng như một hàm của ứng suất đặt vào đối với một vật liệu thông thường như đồng, được cho trên hình 10-3. Với độ biến dạng nhỏ hơn 0,5%, độ biến dạng tỉ lệ với ứng suất - điều này chính xác trong phạm vi sai số của thực nghiệm. Tính chất này được gọi là **định luật Hook** (chú ý rằng định luật Hook không có tính tổng quát như các định luật Newton ; nó đơn giản chỉ biểu diễn một tính chất của nhiều, chứ không phải của mọi vật liệu). Ở những biến dạng cao hơn, thực nghiệm chứng tỏ rằng độ biến dạng không còn tỉ lệ thuận với ứng suất đặt vào một cách chính xác nữa. Giá trị của ứng suất mà tại đó không còn tỉ lệ thuận nữa được gọi là **giới hạn tỉ lệ** (điểm A trên hình 10-3).

Nếu ứng suất đủ lớn, vật rắn sẽ giữ mãi dạng đã bị biến dạng. Giá trị của ứng suất ứng với điều đó xảy ra được gọi là **giới hạn đàn hồi** hay **giới hạn chảy** (điểm B

trên hình 10-3). Vùng giữa giới hạn đàn hồi và điểm đứt gãy được gọi là **vùng dẻo**.

$\sigma(\text{GPa})$



Hình 10-3. Đường cong ứng suất - độ biến dạng đối với một vật rắn điển hình. Với những ứng suất lớn hơn ứng suất ở điểm A, đường cong trên không còn được xem là tuyến tính nữa. Điểm này được gọi là giới hạn tỉ lệ. Nếu ứng suất ngừng đặt vào sau khi đã đạt tới giá trị cao hơn ứng suất ở B (được gọi là giới hạn đàn hồi) thì vật rắn sẽ giữ mãi dạng đã bị kéo dài. Khi này sự phụ thuộc của độ biến dạng vào ứng suất được biểu diễn bởi đường đứt nét trên hình.

Các tính chất đàn hồi của một vật rắn đẳng hướng được mô tả bởi hai đại lượng : một đối với ứng suất pháp tuyến và một đối với ứng suất trượt. Trong vùng tỉ lệ của đường cong ứng suất - độ biến dạng, tỉ số của ứng suất đối với độ biến dạng là một hằng số có giá trị phụ thuộc vào vật liệu của vật rắn. **Suất Young E** biểu diễn mối quan hệ tuyến tính đó giữa ứng suất pháp tuyến và độ biến dạng :

$$E = \frac{\sigma_k}{\varepsilon_k} = \frac{F_n/A}{\Delta l/l}$$

hay $\sigma_k = E\varepsilon_k$. Suất Young có thứ nguyên $[\text{lực}][\text{diện tích}]^{-1}$ và trong hệ SI có đơn vị

là pascal (Pa). Một sợi dây thép có giá trị E lớn, trong khi một dây cao su kéo giãn dễ dàng có giá trị E nhỏ. Xem bảng 10-1.

Suất trượt S biểu diễn mối quan hệ giữa ứng suất trượt với độ biến dạng trượt :

$$S = \frac{\sigma_t}{\varepsilon_t} = \frac{F_p/A}{\Delta x/l}$$

hay $\sigma_t = S\varepsilon_t$. Suất trượt cũng có thứ nguyên là $[\text{lực}][\text{diện tích}]^{-1}$ và trong hệ SI có đơn vị là pascal (Pa). Một vật rắn chống lại sự xoắn mạnh mẽ sẽ có giá trị S lớn. Như bạn có thể thấy trong bảng 10-1, giá trị của E và S lớn thường xảy ra đối với cùng một vật rắn.

Suất nén B liên hệ sự thay đổi tỉ số của thể tích với sự thay đổi của áp suất :

$$B = -V \frac{dp}{dV} \approx -\frac{\Delta p}{\Delta V/V}$$

B cho biết cần một áp suất bao nhiêu để nén một chất tới tỉ lệ thể tích đã cho. Thể tích của một chất lỏng hoặc chất khí cũng có thể thay đổi nếu áp suất tác dụng lên chúng thay đổi. Bảng 10-1 cũng cho giá trị của suất nén đối với một số chất lỏng, chất khí cũng như chất rắn. Chú ý rằng một chất khí điển hình (thường là dễ nén) có suất nén nhỏ hơn rất nhiều một chất lỏng (thường khó nén hơn nhiều).

Bảng 10-1. Các hằng số đàn hồi của một số vật liệu ()*

Vật liệu	E (GPa)	S (GPa)	B (GPa)
Nhôm	70	30	70
Đồng thau	91	36	61
Đồng	110	44	140
Chì	15	5,6	7,7
Thép	200	84	160
Tungsten	390	150	200
Xương	15	80	
Bêtông	25		
Kim cương	1120	450	540
Thủy tinh	55	23	31
Nước đá	14	3	8
Gỗ (đọc thớ) (ngang thớ)	10 1		
Thủy ngân	0	0	27
Nước	0	0	2,2
Đa số các chất khí ở nhiệt độ phòng và áp suất khí quyển	0	0	10^{-4}

(*) Tất cả các giá trị đều cho với đơn vị GPa = 10^9 Pa

VÍ DỤ 10-1

Ứng suất và độ biến dạng trong một dây thép. Một dây kéo gỗ bằng thép buộc vào một cây gỗ rồi được kéo bởi một máy kéo. Biết rằng dây có đường kính 12,5mm và chiều dài giữa máy kéo và gỗ là 10,5m. Biết rằng lực cần thiết để kéo cây gỗ có độ lớn bằng 9500N. Hãy xác định (a) ứng suất trong dây và (b) độ biến dạng của dây. (c) Dây sẽ bị giãn một đoạn bằng bao nhiêu khi cây gỗ bị kéo ?

Giải. (a) Theo định nghĩa của ứng suất kéo :

$$\sigma_k = \frac{F_n}{A} = \frac{9500\text{N}}{\pi(6,25\text{mm})^2} = 77\text{MPa.}$$

(b) Độ biến dạng được tìm bằng cách dùng kết quả của câu (a) và giá trị suất Young của thép cho trong bảng 10-1. Giải $E = \frac{\sigma_k}{\varepsilon_k}$ cho ε_k ta được :

$$\varepsilon_k = \frac{\sigma_k}{E} = \frac{77\text{MPa}}{200\text{GPa}} = 3,9 \cdot 10^{-4}$$

(c) Từ định nghĩa của độ biến dạng $\varepsilon_k = \frac{\Delta l}{l}$, ta tìm được độ giãn của dây :

$$\Delta l = \varepsilon_k l = (3,9 \cdot 10^{-4})(10,5\text{m}) = 4,1\text{mm.}$$

Mặc dù sự thay đổi này của chiều dài là có thể đo được nhưng chưa đủ để người kéo gỗ nhận thấy được.

Bài tự kiểm tra 10-1

Làm lại ví dụ trên nhưng với đường kính và chiều dài sợi dây thép bây giờ tương ứng bằng 18,0mm và 21m.

Đáp số : (a) 37MPa ; (b) $1,9 \cdot 10^{-4}$; (c) 3,9mm.

10-2. KHỐI LƯỢNG RIÊNG

Khi chúng ta nói sắt "nặng" hơn nhôm là ta muốn nói gì ? Chúng ta không muốn nói rằng bất kì mẫu sắt nào cũng nặng hơn mẫu nhôm nào, mà chúng ta muốn nói rằng với thể tích như nhau thì sắt nặng hơn nhôm và do đó có khối lượng lớn hơn nhôm. Điều này được thể hiện trong đại lượng **khối lượng riêng** hay còn gọi là

mật độ khối lượng hay **mật độ** ρ của một chất : $\rho = \frac{m}{V}$

Ở đây m là khối lượng và V là thể tích. Thứ nguyên của khối lượng riêng là [khối lượng][thể tích]⁻¹ và trong hệ SI nó có đơn vị là kg/m^3 . Khối lượng riêng gần

đúng của một số chất được cho trong bảng 10-2. Như ta sẽ thấy trong mục sau, áp suất trong chất lưu ở một độ sâu đã cho được xác định bởi mật độ (khối lượng riêng) của chất lưu tại đó.

Vì nước đóng vai trò to lớn trong cuộc sống hàng ngày, nên người ta thường so sánh khối lượng riêng của một vật liệu với khối lượng riêng của nước bằng cách lấy tỉ số của chúng. Tỉ số này được gọi là **tỉ trọng** của vật liệu đó*. Vì tỉ trọng là tỉ số

của hai đại lượng có cùng thứ nguyên nên nó không có thứ nguyên. Ví dụ tỉ trọng của gỗ được xác định từ khối lượng riêng của gỗ và nước cho trong bảng 10-2 :

$$\frac{0,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3}{1,00 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3} = 0,7. \text{Tỉ trọng thường}$$

được dùng trong thương mại nhiều hơn là dùng trong khoa học. Các điều kiện quy định cho các chất lỏng dùng cho acquy và cho các loại rượu nho thường được đặc trưng bởi tỉ trọng.

*Bảng 10-2. Khối lượng riêng gần đúng của một số vật liệu^(**)*

Vật liệu	Khối lượng riêng ρ Kg/m^3	Vật liệu	Khối lượng riêng ρ Kg/m^3
Nhôm	$2,7 \cdot 10^3$	Máu	$1,05 \cdot 10^3$
Đồng	$8,9 \cdot 10^3$	Rượu etylic	$0,81 \cdot 10^3$
Vàng	$19,3 \cdot 10^3$	Thuỷ ngân	$13,6 \cdot 10^3$
Iridi	$22,6 \cdot 10^3$	Nước	$1,00 \cdot 10^3$
Sắt hoặc thép	$7,8 \cdot 10^3$	Nước biển	$1,03 \cdot 10^3$
Chì	$11,3 \cdot 10^3$	Glycerin	$1,26 \cdot 10^3$
Platin	$21,4 \cdot 10^3$	Không khí	1,29
Tungsten	$19,3 \cdot 10^3$	Heli	0,179
Hidrô	0,090		
Xương	$1,8 \cdot 10^3$	Hơi nước (100°C)	0,6
Bêtông	$2,4 \cdot 10^3$		
Kim cương	$3,5 \cdot 10^3$	Không gian giữa các vì sao	$3 \cdot 10^{-22}$
Thuỷ tinh	$2,6 \cdot 10^3$	Mặt Trời (trung bình)	$1,4 \cdot 10^3$
Nước đá	$0,92 \cdot 10^3$	Trái Đất (trung bình)	$5,5 \cdot 10^3$
Gỗ	$0,7 \cdot 10^3$	Sao nôtron	10^{17}

(*) Tên gọi này không thật chính xác vì tỉ số trên không có liên quan gì đến trọng trường cả.

(**) Nếu không có ghi chú khác, các giá trị đều được cho ở nhiệt độ phòng và áp suất khí quyển hoặc ở những vùng bên ngoài Trái Đất (nhóm cuối cùng).

VÍ DỤ 10-2

Mật độ của silic. Một khối silic hình chữ nhật có kích thước $120\text{mm} \times 165\text{mm} \times 265\text{mm}$ và có khối lượng $11,8\text{kg}$. (a) Tính mật độ (khối lượng riêng) của silic. (b) Xác định tỉ trọng của silic.

Giải. (a) Thể tích của khối silic bằng :

$$V = (0,120\text{m})(0,165\text{m})(0,255\text{m}) = 5,05 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$$

Như vậy mật độ của silic bằng :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{11,8\text{kg}}{5,05 \cdot 10^{-3}\text{m}^3} = 2,34 \cdot 10^3\text{kg/m}^3$$

(b) Tỉ trọng của silic là tỉ số của mật độ silic và mật độ nước, bằng :

$$\frac{2,34 \cdot 10^3\text{kg/m}^3}{1,00 \cdot 10^3\text{kg/m}^3} = 2,34$$

BÀI TỰ KIỂM TRA 15-2

Một chíp trong bộ nhớ máy vi tính có kích thước $7\text{mm} \times 20\text{mm} \times 1\text{mm}$. Hãy xác định khối lượng của chíp này, biết rằng nó được làm chủ yếu bằng silic.

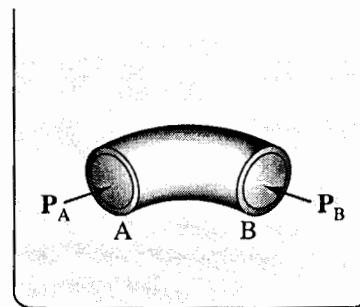
Đáp số : $0,3\text{g}$.

10-3. ÁP SUẤT TRONG CHẤT LƯU ĐỨNG YÊN (ÁP SUẤT TĨNH)

Nếu một ứng suất trượt được đặt vào một chất lỏng hoặc một chất khí, vật liệu đó sẽ không đi tới một trạng thái cân bằng mà sẽ tiếp tục biến dạng hoặc chảy. Những chất như vậy được gọi là **chất lưu**. Dưới những điều kiện tĩnh sẽ không có ứng suất trượt ở trong một chất lưu. Từ đó suy ra rằng trên bất kì bề mặt nào giới hạn một chất lưu ở trạng thái đứng yên, lực đều phải là pháp tuyến đối với bề mặt đó. Điều này có nghĩa là ứng suất trong chất lưu là áp suất p .

Áp suất ở trong một chất lưu đứng yên không phụ thuộc vào sự định hướng của bề mặt mà nó tác dụng. Để minh họa điều này ta giả sử có một đoạn ống uốn cong nhỏ được treo nằm ngang trong một chất lưu (hình 10-4). Nếu có bất cứ sự chênh lệch áp suất nào ở hai đầu ống lập tức chất lưu sẽ chảy, điều này trái với giả thiết là

chất lưu đứng yên. Vì hai đầu của ống có sự định hướng bất kì, nên ta có thể kết luận rằng áp suất chất lưu ở một bình độ là như nhau theo mọi hướng.

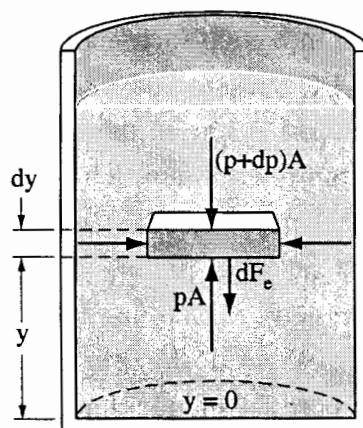


Hình 10-4. Nếu một đoạn ngắn ống cong rỗng được nhúng vào một chất lưu đứng yên, sẽ không có dòng chảy xảy ra. Điều này có nghĩa là áp suất ở hai đầu một ống nằm ngang là như nhau và áp suất đó là như nhau theo mọi hướng trong chất lưu.

Áp suất là một hàm số của độ sâu

Mặc dù áp suất trong một chất lưu đứng yên là như nhau đối với một mức ngang (bình độ) đã cho nhưng áp suất bị thay đổi theo vị trí thẳng đứng vì có trọng lượng của chất lưu. Ta hãy xét một yếu tố nhỏ của chất lưu như cho trên hình 10-5. Yếu tố này được định vị theo phương thẳng đứng bởi toạ độ y và có độ dày vô cùng bé dy . Áp suất của chất lưu bao quanh tác dụng lên yếu tố đó các lực. Vì áp suất theo phương ngang là như nhau nên tổng hợp các lực nằm ngang bằng 0. Theo phương thẳng đứng có ba lực tác dụng lên yếu tố : lực hấp dẫn tác dụng bởi Trái Đất dF_e , lực có độ lớn pA tác dụng từ phía dưới lên mặt dưới của yếu tố và lực có độ lớn $(p + dp)A$ tác dụng từ phía trên xuống mặt trên của yếu tố. Vì chất lưu ở trạng thái cân bằng nên tổng hợp của các lực này cũng bằng 0 :

$$pA - (p + dp)A - dF_e = 0$$



Hình 10-5. Các lực tác dụng lên một yếu tố chất lưu ở trạng thái cân bằng.

Một chất lỏng điển hình thường có suất nén B lớn, do đó nó giãn như không chịu nén. Điều này có nghĩa là mật độ của chất lỏng về cản bản không phụ thuộc vào áp

hay :

$$Adp = -dF_e$$

Điều này có nghĩa là hiệu áp suất phải có giá trị sao cho nó cân bằng được với trọng lượng của yếu tố chất lưu.

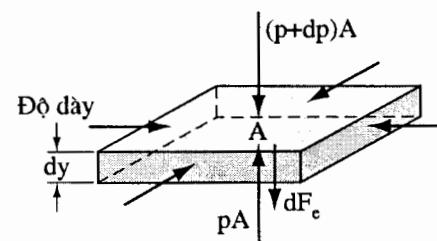
Bây giờ thay $dF_e = (dm)g = (\rho dV)g = \rho g Ady$, trong đó dm là khối lượng của yếu tố chất lưu có thể tích $dV = Ady$, ta sẽ có :

$$dp = -\rho g dy \quad (10-5)$$

Nguyên nhân của hiệu áp suất này là sự cần thiết phải giữ yếu tố chất lưu chống lại được trọng lượng của nó. Vì y được đo theo phương thẳng đứng hướng lên trên nên dấu trừ ở đây chỉ ra rằng áp suất giảm khi độ cao so với đáy tăng lên.

Để xác định hiệu áp suất giữa hai mức sâu (hay cao) trong chất lưu, ta cần tích phân phương trình (10-5). Nếu kí hiệu p_1 và p_2 là áp suất tại các độ cao y_1 và y_2 tương ứng, ta có :

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = - \int_{y_1}^{y_2} \rho g dy$$



suất, do đó không phụ thuộc vào vị trí trong chất lỏng. Khi đó ρ cùng với g , có thể đưa ra ngoài dấu tích phân và ta được :

$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1)$$

Nếu mặt thoáng của chất lỏng ở y_2 , nơi áp suất có giá trị $p_2 = p_0$ thì áp suất $p_1 = p$ ở độ sâu $h = y_2 - y_1$ sẽ thỏa mãn phương trình $p_0 - p = -\rho gh$, hay :

$$p = p_0 + \rho gh \quad (10-6)$$

Như vậy áp suất tăng tuyến tính trong một chất lỏng không chịu nén.

VÍ DỤ 10-3

Áp suất đáy biển. Hãy xác định áp suất ở đáy biển tại nơi có độ sâu 3000m. Cho áp suất ở bề mặt đại dương là áp suất khí quyển $1,01 \cdot 10^5$ Pa.

Giải. Từ bảng 10-2 ta thấy nước biển có mật độ bằng $1,03 \cdot 10^3$ kg/m³. Vậy theo phương trình (10-6) :

$$p = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa} + (1,03 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3})(9,8 \text{ N/kg})(3,00 \cdot 10^3 \text{ m}) = 3,0 \cdot 10^7 \text{ Pa},$$

tức là lớn gần gấp 300 lần áp suất khí quyển. Vì áp suất lớn ghê gớm như vậy nên việc khảo sát những vùng sâu dưới biển cần phải có những con tàu thiết kế đặc biệt được gọi là tiêm thuỷ định.

Bài tự kiểm tra 10-3

Ở độ sâu nào dưới đại dương áp suất bằng hai lần áp suất khí quyển ?

Đáp số : 10m.

Định luật Pascal

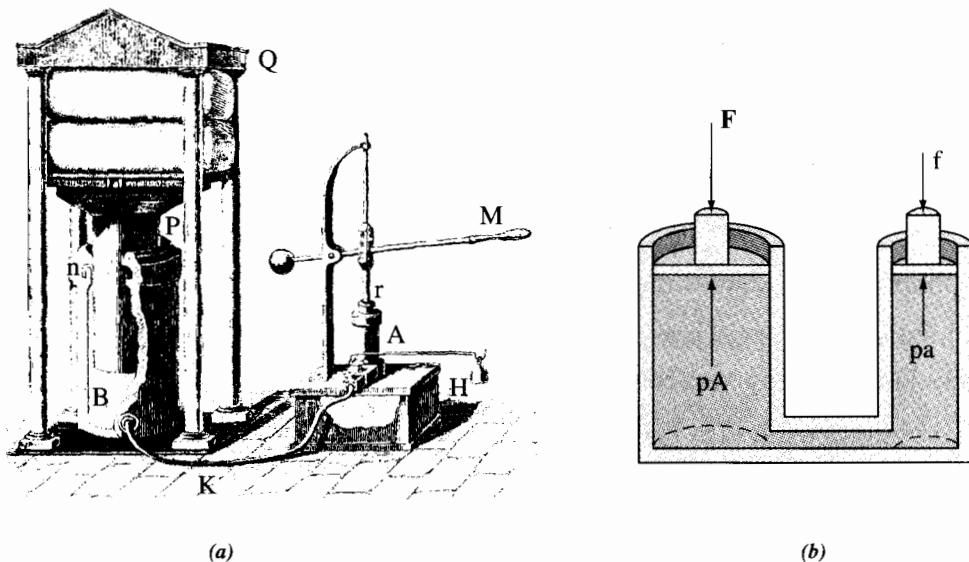
Nếu áp suất trên mặt thoáng của chất lỏng là p_0 được tăng thêm một lượng bằng Δp , thì khi đó phương trình (10-6) cho thấy rằng, áp suất tại một điểm tùy ý có độ sâu h so với mặt thoáng cũng sẽ tăng một lượng Δp . Kết quả này được gọi là **định luật Pascal** :

Áp suất đặt vào một khối chất lưu đứng yên không chịu nén, được nhốt kín, sẽ được truyền nguyên vẹn đến mọi phần của chất lưu đó.

Máy ép thuỷ lực là một thiết bị minh họa tuyệt vời cho định luật Pascal. Hình 10-6a,

lấy từ một cuốn sách giáo khoa vật lí ở thế kỷ XIX, vẽ một máy ép các kiện bông. Một áp suất lớn có thể tạo được ở r bằng một lực nhỏ vì diện tích ở r là nhỏ. Chính áp suất này được đặt vào các bề mặt của chất lỏng kể cả pittông P. Vì diện tích ở P là lớn nên lực tác dụng bởi chất lỏng ở đó là lớn. Tỉ số độ lớn của lực tác dụng lên kiện bông và lực tác dụng tại r đúng bằng tỉ số diện tích các pittông ở P và ở r. Theo hình 10-6b, điều này có nghĩa là $\frac{f}{a} = \frac{F}{A}$

$$\text{hay } F = f \frac{A}{a}.$$



Hình 10-6. Máy ép thuỷ lực. (a) Hình minh họa máy ép kiện bông. (b) Sơ đồ hoạt động của máy ép.

Chất lưu chịu nén

Nếu chất lưu chịu nén đáng kể thì hệ thức giữa mật độ và chiều cao trong chất lưu cần phải biết trước khi tích phân phương trình (10-6). Đối với nhiều chất khí, chẳng hạn như không khí, còn có một hệ thức giữa áp suất p và mật độ ρ khi nhiệt độ được xem là không đổi : $\frac{p}{p_0} = \frac{\rho}{\rho_0}$. Ở đây

p_0 và ρ_0 tương ứng là áp suất và mật độ ở điểm quy chiếu, ví dụ tại $y = 0$ chẳng hạn. Phương trình (10-5) bây giờ được viết

thành $dp = -\rho g dy = -\frac{\rho_0}{p_0} g dy$ hay :

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} dy$$

Phương trình này có thể được tích phân từ mức quy chiếu $y = 0$ đến mức cao h :

$$\ln p(h) - \ln p_0 = -\frac{\rho_0 g}{p_0} (h - 0)$$

hay :

$$\ln \frac{p(h)}{p_0} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} h$$

Hay :

$$p(h) = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g}{p_0} h} \quad (10-7)$$

Như vậy áp suất giảm với độ cao theo hàm e-mũ.

VÍ DỤ 10-4

Áp suất thay đổi theo độ cao. (a) Xác định hiệu áp suất giữa sàn và trần của một phòng cao 4,0m. (b) Ở độ cao nào trên mặt đất áp suất chỉ còn bằng một nửa so với ở ngay mặt đất ? Giả sử rằng nhiệt độ khí quyển không đổi.

Giải. (a) Từ bảng 10-2 :

$$\frac{\rho_0 g}{p_0} = \frac{(1,29 \text{ kg/m}^3) \cdot (9,8 \text{ N/kg})}{1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$$

suy ra :

$$p = p_0 e^{-(1,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1})(4,0 \text{ m})} = 0,99950 p_0$$

hay : $p - p_0 = (5,0 \cdot 10^{-4}) p_0 = 50 \text{ Pa}$.

[Một phương pháp khác dùng công thức gần đúng $e^{-x} \approx 1 - x$ khi $x \ll 1$, vậy đối với hiệu chiều cao nhỏ, $p_0 - p \approx \rho_0 gh = 50 \text{ Pa}$]. Vì mật độ của không khí là thấp nên hiệu áp suất này là nhỏ nhưng vẫn có thể đo được.

(b) Giải phương trình (10-7) theo h , ta được :

$$h = -\frac{p_0}{\rho_0 g} \ln \frac{p}{p_0} = (-8,0 \cdot 10^3 \text{ m}) \ln 0,50 = 5500 \text{ m.}$$

Điều này giải thích tại sao khi máy bay bay ở độ cao này, nếu sự tăng áp trong cabin bị trục trặc thì cần phải đeo mặt nạ thở ôxi. Thực ra ở vùng độ cao này, nhiệt độ hơi giảm và áp suất ở 5500m nhỏ hơn giá trị cho ở đầu bài cỡ 15%.

Bài tự kiểm tra 10-4

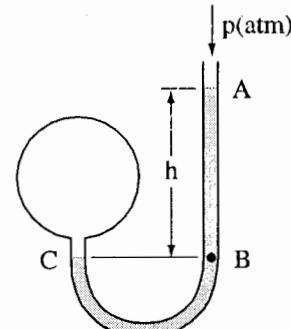
Ước lượng áp suất khí quyển ở đỉnh núi Everest có độ cao 14km trên mực nước biển.

Đáp số : 18kPa.

Áp kế

Áp suất của một chất khí trong một bình có thể được đo bằng một áp kế như cho trên hình 10-7. Một ống hình chữ U chứa một chất lỏng, chẳng hạn như thuỷ ngân (Hg) có thể dâng lên các mức khác nhau ở một phía. Áp suất ở điểm A là áp suất khí quyển p_{atm} vì ống hở ở A. Theo phương trình (10-6), áp suất trong chất lỏng của áp kế ở B bằng $p_{atm} + \rho gh$ với ρ là mật độ của chất lỏng trong áp kế. Áp suất ở điểm C cũng chính là áp suất ở B vì chúng cùng nằm ở một mức (ngang). Vậy áp suất p trong bình cầu ở hình 10-7 là :

$$p = p_{atm} + \rho gh$$



Hình 10-7. Áp kế.

Áp suất toàn phần p được gọi là áp suất **tuyệt đối**, trong khi đó $p_g = p - p_{atm} = \rho gh$ được gọi là **áp suất (theo) áp kế**.

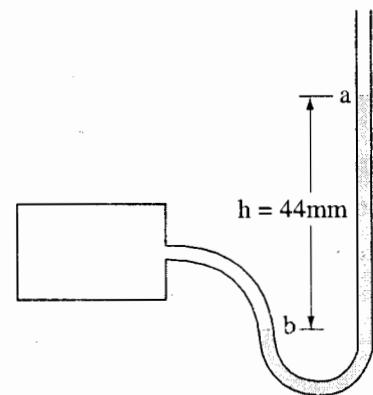
VÍ DỤ 10-5

Áp suất (theo) áp kế. Một áp kế thuỷ ngân nối với một bình chứa khí như cho trên hình 10-8. Xác định áp suất theo áp kế tại các điểm a và b và ở một điểm bất kì trong bình.

Giải. Tại điểm a áp suất bằng áp suất khí quyển vì vậy áp suất theo áp kế ở a bằng 0. Ở điểm b, áp suất bằng $p_b = p_{atm} + \rho gh$ do đó áp suất theo áp kế là $p_{bg} = p_b - p_{atm} = \rho gh$ bằng :

$$p_{bg} = (13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ N/kg})(0,044 \text{ m}) = 5,9 \text{ kPa.}$$

Bên trong bình, áp suất gần như tại b vì mật độ không khí nhỏ tới mức sự thay đổi áp suất từ b tới đỉnh của bình có thể bỏ qua.



Hình 10-8. Ví dụ 10-5.

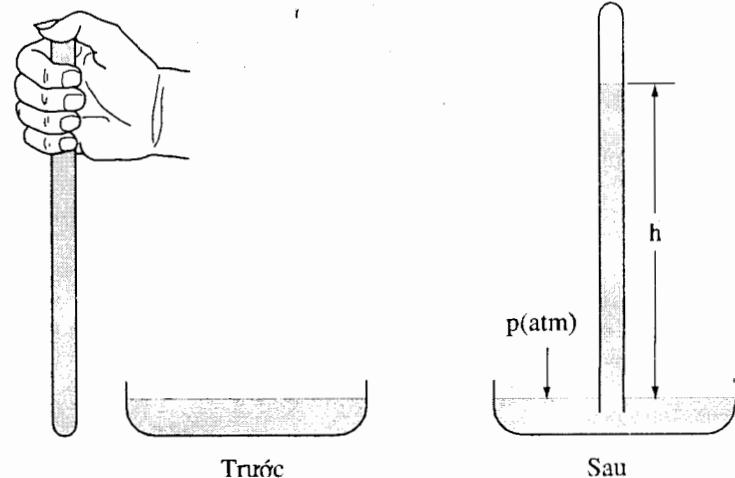
Bài tự kiểm tra 10-5

Giả sử cho thêm một lượng khí nữa vào bình trong ví dụ trên, sao cho $h = 56 \text{ mm}$. Hãy xác định (a) áp suất theo áp kế và (b) áp suất tuyệt đối của khí trong bình.

Đáp số : (a) $p_g = 7,5 \text{ kPa}$; (b) $p = 108 \text{ kPa}$.

Khí áp kế

Khí áp kế (hay còn gọi là phong vũ biếu) là dụng cụ dùng để đo áp suất khí quyển. Một khí áp kế đơn giản bao gồm một ống chứa đầy thuỷ ngân được đặt lộn ngược với đầu hở nhúng trong một chậu cũng đựng thuỷ ngân (hình 10-9). Mức thuỷ ngân trong ống sẽ giảm cho tới khi đạt trạng thái cân bằng, sao cho đỉnh của cột thuỷ ngân có độ cao h so với mặt thuỷ ngân trong chậu. Không gian trong ống ở trên thuỷ ngân gần như là chân



Hình 10-9. Khí áp kế. Một ống chứa đầy thuỷ ngân được dốc ngược và nhúng vào một chậu thuỷ ngân. Mức thuỷ ngân trong ống sẽ tụt xuống tới độ cao h tuỳ thuộc vào áp suất khí quyển. Vì áp suất khí quyển tiêu chuẩn bằng 760 mmHg , nên ống phải dài hơn 760 mm .

không. Một lượng nhỏ hơi thuỷ ngân ở đó có áp suất nhỏ hơn một phần triệu áp suất khí quyển. Do đó, trong phương trình (10-6) ta đặt $p_0 \approx 0$ và $p_{atm} = \rho_{Hg}gh$. Điều này có nghĩa là áp suất của khí quyển có thể đã được một cột thuỷ ngân có độ cao bằng h . Nói một cách khác, trọng lượng của cột thuỷ ngân đúng bằng trọng lượng của cột không khí có cùng tiết diện nhưng có độ cao tới tận đỉnh của tầng khí quyển.

Vì $p_{atm} = \rho_{Hg}gh$ nên áp suất tỉ lệ với chiều cao h của cột thuỷ ngân. Tại mức nước biển

$$p_{atm} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa} \text{ và } h = \frac{p_{atm}}{\rho_{Hg}g} = 760 \text{ mm},$$

đây là kết quả tính trung bình vì còn phụ thuộc vào thời tiết. Trước kia áp suất khí quyển thường được đo bằng phương pháp này và đơn vị đo thường lấy là milimét thuỷ ngân (mmHg) hay torr (1torr là áp suất của một cột thuỷ ngân cao 1mm). Chẳng hạn huyết áp thường được đo bằng đơn vị milimét thuỷ ngân.

VÍ DỤ 10-6

Áp suất tính theo đơn vị torr. (a) Xác định áp suất tuyệt đối ở đáy một hồ nước ngọt sâu 6,2m. (b) Tính áp suất theo áp kế ở đó. (c) Biểu diễn kết quả ở câu (b) theo đơn vị torr (không phải đơn vị trong hệ SI).

Giải. (a) Áp suất tuyệt đối p bằng :

$$\begin{aligned} p &= P_{atm} + \rho gh \\ &= 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa} + (1,00 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ N/s}^2)(6,2 \text{ m}) \\ &= 1,62 \cdot 10^5 \text{ Pa}. \end{aligned}$$

Cần lưu ý rằng ρg đổi với nước vào cỡ 10^4 N/m^3 , nên cứ xuống sâu thêm 10m nước, áp suất lại tăng 10^5 Pa tức là cỡ 1at.

(b) Áp suất theo khí áp p_g là $p_g = p - p_{atm} = 6,1 \cdot 10^4 \text{ Pa}$.

(c) Áp suất p_g ứng với chiều cao h của cột thuỷ ngân :

$$h = \frac{p_g}{\rho_{Hg}g} = \frac{6,1 \cdot 10^4 \text{ Pa}}{(13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ N/kg})} = 460 \text{ mm}.$$

Vì áp suất 1torr ứng với áp suất 1mmHg nên :

$$p_g = 460 \text{ torr.}$$

BÀI TỰ KIỂM TRA 10-6

Phép đo huyết áp có hai số đọc, chặng hạn 120 trên 70 trong đó số đọc thứ hai (70) được gọi là huyết áp tâm trương và được đo bằng đơn vị milimét thuỷ ngân. Hãy tính giá trị áp suất theo áp kế đó ra pascan.

Đáp số : 9,3kPa.

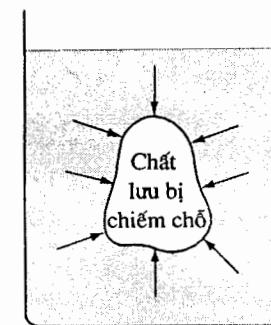
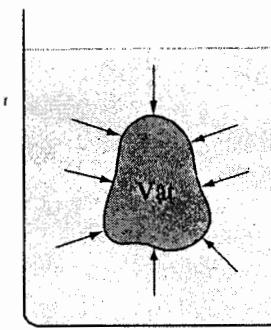
10-4. ĐỊNH LUẬT ARCHIMEDES

Theo truyền thuyết, Hiero - vua của xứ Syracuse - ra lệnh chế tạo một vương miện mới. Nhưng khi nhận chiếc vương miện vừa làm xong ông đã không hài lòng. Ông ngờ rằng người thợ kim hoàn đã pha thêm bạc vào thay cho vàng ròng. Nhà vua bèn hỏi người bạn của mình là nhà toán học Archimedes rằng liệu có thể xác định được chiếc vương miện có làm hoàn toàn bằng vàng ròng mà không phải cắt vụn ra hay không. Một lần khi vẫn đang còn tràn trở về bài toán đó, ông bước vào buồng tắm. Sau khi đã thả mình trong bồn tắm đầy nước ông chợt nhận ra rằng lượng nước tràn ra do ông vừa chiếm chỗ đúng bằng thể tích phần cơ thể ông ngập trong nước. Truyền thuyết, còn kể rằng Archimedes vừa hét to "Eureka !" (Tôi tìm ra rồi !) vừa nhảy ra khỏi bồn tắm và chạy lao ra phố. Điều mà ông vừa phát hiện ra đó là có thể tìm được thể tích của một vật có hình dạng phức tạp bằng cách nhúng nó vào trong nước. Sau đó bằng cách so sánh trọng lượng của vương miện với trọng lượng của khối vàng ròng có cùng thể tích ông có thể xác định được chiếc vương miện có phải làm bằng vàng nguyên chất hay không. Theo truyền thuyết, người thợ kim hoàn quả thật đã gian dối và đã bị hành quyết ! Mặc dù câu chuyện trên có thể không có thật nhưng đúng là Archimedes đã có viết cuốn sách "**Về các vật nổi**", trong đó ông đã xác lập những nguyên lý chung của thuỷ tĩnh học. Trong số những nguyên lý đó có một định luật sau này mang tên ông, được phát biểu như sau :

Một vật được nhúng một phần hoặc toàn bộ trong một chất lưu sẽ chịu tác dụng một lực đẩy có độ lớn bằng trọng

lượng của khối chất lưu bị chiếm chỗ và hướng lên trên dọc theo đường thẳng đứng đi qua trọng tâm của khối chất lưu đó.

Để thấy định luật Archimedes được suy ra từ định luật II Newton như thế nào, ta hãy xét một vật đứng yên trong khi được nhúng vào một chất lưu như hình 10-10. Áp suất của chất lưu bao quanh sẽ tác dụng các lực lên vật đó và lực tổng hợp tác dụng lên vật bởi chất lưu chính là **lực đẩy Archimedes**. Nhưng chính lực đó cũng tác dụng lên khối chất lưu trước khi bị vật đó chiếm chỗ. Vì khối chất lưu trước khi bị chiếm chỗ ở trạng thái cân bằng tịnh tiến và cân bằng quay, do đó chất lưu bao quanh phải cung cấp một lực đẩy hướng lên để cân bằng với trọng lượng của khối chất lưu đó.



Hình 10-10. Lực đẩy Archimedes tác dụng lên vật đúng bằng lực tác dụng lên khối chất lưu bị vật đó chiếm chỗ.

Vì khối lượng của khối chất lưu bị chiếm chỗ là ρV , nên trọng lượng của khối chất lưu đó có độ lớn bằng $\rho g V$ và đó cũng là độ lớn của lực đẩy Archimedes F_B tác dụng lên một vật bất kì được nhúng vào chất lưu đó :

VÍ DỤ 10-7

Lực đẩy Archimedes tác dụng lên một hòm chậu báu. Một hòm chậu báu nặng 92kg và có thể tích $0,031\text{m}^3$ nằm ở đáy đại dương. Cần phải có một lực bằng bao nhiêu để nâng được nó lên ?

Giải. Các lực tác dụng lên hòm được chỉ rõ trên hình 10-11. Lực kéo F và lực đẩy Archimedes F_B hướng lên cần phải cân bằng với trọng lượng F_c hướng xuống, do đó :

$$\begin{aligned} F &= mg - \rho g V \\ &= (92\text{kg})(9,8\text{N/kg}) - (1,03 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3)(9,8 \text{ N/kg})(0,031\text{m}^3) \\ &= 590\text{N}. \end{aligned}$$

Vì 590N là trọng lượng của 60kg (trong không khí) nên việc nâng hòm chậu báu trên cũng tựa như đỡ một hòm nặng 60kg trên mặt nước.

BÀI TỰ KIỂM TRA 10-7

Xác định lực F cần thiết để giữ chiếc hòm trong ví dụ trên ló ra khỏi mặt nước sao cho một nửa thể tích của nó vẫn còn ngập trong nước.

Đáp số : 750N.

VÍ DỤ 10-8

Khí cầu heli. Xác định thể tích khí heli cần thiết để khinh khí cầu lơ lửng trên không trung, biết rằng khinh khí cầu là rỗng và trang thiết bị trên đó có khối lượng 390kg.

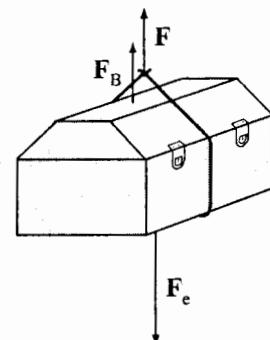
Giải. Lực đẩy Archimedes tác dụng lên khí cầu do không khí bị chiếm chỗ phải bằng và ngược chiều với trọng lượng của khí cầu cùng với các thiết bị trên đó cộng với khí heli. Vậy $F_B = (390\text{kg} + m_{\text{He}})\text{g} = \rho_{\text{KK}}\text{gV}$, ở đây ρ_{KK} là mật độ không khí. Nhưng khối lượng của heli phụ thuộc vào thể tích của khí cầu : $m_{\text{He}} = \rho_{\text{He}}\text{V}$. Chú ý rằng ở đây ta đã giả thiết thể tích của khí cầu lúc xep và thể tích các thiết bị là nhỏ không đáng kể.

Khi đó $\rho_{\text{KK}}\text{gV} = (390\text{kg} + \rho_{\text{He}}\text{V})\text{g}$ hay :

$$V = \frac{390\text{kg}}{\rho_{\text{KK}} - \rho_{\text{He}}} = 350\text{m}^3$$

$$F_B = \rho g V$$

Chú ý rằng, trong công thức trên ρ là mật độ của chất lưu bị chiếm chỗ và V là thể tích của khối chất lưu bị chiếm chỗ.



Hình 10-11. Ví dụ 10-7.

Ở đây ta giả thiết không khí và khí heli ở áp suất khí quyển.

Bài tự kiểm tra 10-8

Làm lại ví dụ trước nhưng bây giờ khí cầu chứa đầy khí hiđrô. Tại sao hiđrô không được dùng cho những khí cầu như thế?

Đáp số: 330m^3 ; vì khí hiđrô dễ cháy.

10-5. PHƯƠNG TRÌNH BERNOULLI

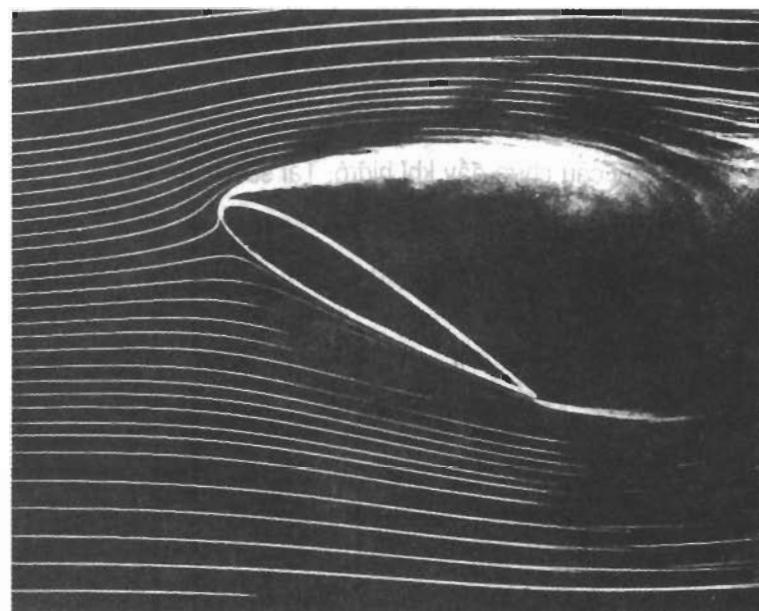
Các chất lưu chuyển động phức tạp hơn rất nhiều so với các chất lưu đứng yên. Sự mô tả chất lưu chuyển động đòi hỏi phải biết về vận tốc chất lưu cũng như áp suất và mật độ tại tất cả các điểm. Hình 10-12 minh họa phần nào sự phức tạp ấy. Các hạt khói tạo cho ta hình ảnh trực quan về không khí chuyển động. Ở gần đầu điếu thuốc lá đang cháy, bức tranh khá phảng lặng và gần như không thay đổi theo thời gian. Ở cao hơn bức tranh trở nên phức tạp hơn và biến đổi theo thời gian. Loại biến đổi theo thời gian này được gọi là **sự chảy rối** (tức là có những cuộn xoáy). Loại dòng chảy này ta chưa hiểu được hoàn toàn. Do đó ta sẽ chỉ giới hạn thảo luận về dòng chảy không rối và về những điều kiện của trạng thái ổn định. Thuật ngữ "trạng thái ổn định" ở đây được dùng với nghĩa là áp suất, mật độ và vận tốc của chất lưu tại một điểm đã cho không thay đổi theo thời gian, mặc dù chúng có thể thay đổi từ điểm này sang điểm khác trong chất lưu.

Một ví dụ về dòng chảy không rối và ở trạng thái ổn định được cho trên hình 10-13b. Dòng chảy nói chung đi từ trái sang phải hình vẽ. Những đường sám

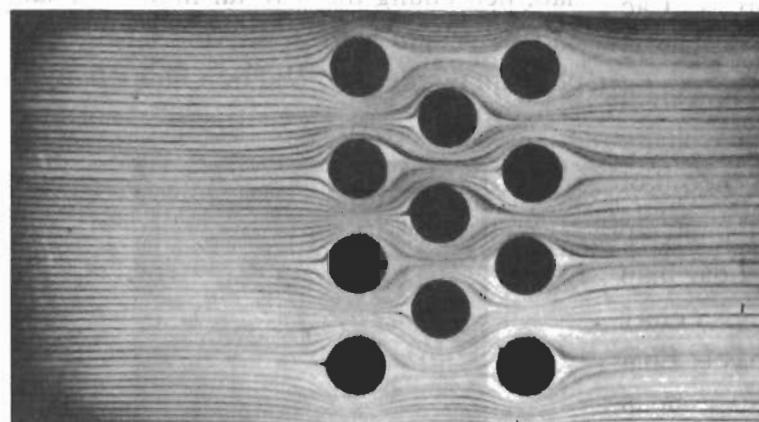
minh họa bức tranh dòng chảy được tạo bởi các hạt thuốc nhuộm được bơm vào chất lưu. Những đường này được gọi là **các đường dòng**. Vì các đường dòng cho thấy các hạt chất lưu chuyển động như thế nào, nên chúng được vẽ tại mọi điểm sao cho luôn luôn song song với vận tốc của chất lưu tại điểm đó như trên hình 10-14.



Hình 10-12. Dòng khói từ điếu thuốc lá. Thoạt đầu dòng phảng lặng và ổn định, nhưng khi khói bốc cao hơn, dòng khói trở nên không ổn định và tạo thành các xoáy biến đổi theo thời gian.



a) Các đường dòng bao quanh một cánh máy bay.



b) Các dòng chất lưu chảy qua một mang các khối trụ. Các đường dòng chỉ đường đi của các hạt thuốc nhuộm đã được bơm vào dòng.

Bảo toàn khối lượng

Các đường dòng có thể vẽ sao cho chúng bao quanh một ống dòng (hình 10-15). Vì đường dòng song song với vận tốc chất lưu tại mọi điểm của nó, nên chất lưu chỉ chảy dọc theo ống và không có phần chất lưu nào chảy qua thành của ống dòng đó. Ta có thể dùng tính chất này để dẫn ra biểu thức về sự bảo toàn khối lượng đối với chất lưu. Xét một yếu tố chất lưu đi

đến một điểm cuối cùng là

8-01. Khi chất lỏng

nhập vào buồng áp suất

10-2/b

biết rằng

điều kiện

Hình 10-14. Một đường dòng trong chất lưu chuyển động. Tại mỗi điểm, đường dòng hướng song song với vận tốc chất lưu tại điểm đó.

vào ở đầu dưới của ống trong hình 10-15. Thể tích của yếu tố này bằng diện tích A_1 nhân với chiều dài $\Delta t = v_1 \Delta t$ của đoạn ống đó: $\Delta V = A_1 v_1 \Delta t$. Chúng ta đã chọn chiều dài của phần tử đang xét là khoảng cách $v_1 \Delta t$ mà chất lưu đi được trong thời gian Δt ở đầu đó của ống, do đó khối lượng của chất lưu đi vào ống ở đầu dưới trong khoảng thời gian Δt là $\rho_1 A_1 v_1 \Delta t$, với ρ_1 là mật độ của chất lưu ở đó. Lý luận tương tự

cho $\rho_2 A_2 v_2 \Delta t$ là khối lượng của chất lưu đi ra khỏi đầu trên của ống trong chính khoảng thời gian Δt . Vì chất lưu không được tích tụ trong ống khi chảy ở trạng thái ổn định nên khối lượng đi vào phải bằng khối lượng đi ra : $\rho_1 A_1 v_1 \Delta t = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$ hay :

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \quad (10-8)$$

Phương trình này được gọi là **phương trình liên tục**, nó biểu diễn sự bảo toàn khối lượng trong dòng chảy ổn định.

Tiếp theo nếu chúng ta giả thiết rằng chất lưu là không chịu nén hay tương đương là có mật độ không đổi, khi đó $\rho_1 = \rho_2$ và :

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad (10-9)$$

Đây là một giả thiết tốt đối với nước hoặc thậm chí khá tốt đối với dòng không khí chảy quanh cánh máy bay, hay trong các ống dẫn khí nóng - lạnh vì ở đó áp suất không thay đổi nhiều. Tích vA cho lưu

VÍ DỤ 10-9

Lưu lượng trong ống. (a) Một đường dẫn nước nối từ ống có bán kính 12,5mm với ống có bán kính 9mm. Nếu tốc độ của nước trong ống 12,5mm là 1,8m/s thì tốc độ nước trong ống nhỏ bằng bao nhiêu (hình 10-16) ? (b) Tính lưu lượng theo thể tích và (c) lưu lượng theo khối lượng. Giả thiết rằng nước không chịu nén.

Giải. (a) Dùng phương trình liên tục cho chất lưu không chịu nén, phương trình 10-9 ta có :

$$v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2} = v_1 \frac{r_1^2}{r_2^2} = 3,5 \text{ m/s.}$$

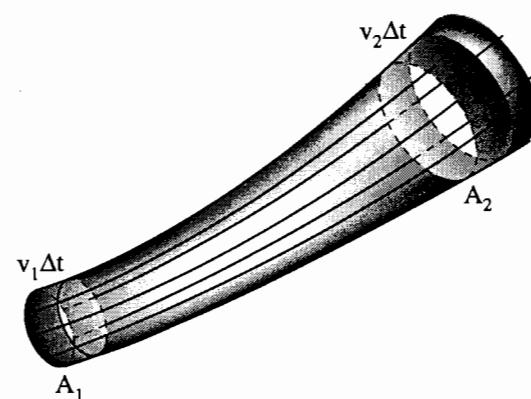
(b) Lưu lượng theo thể tích là :

$$Q = v_1 A_1 = v_2 A_2 = [\pi(12,5 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2] (1,8 \text{ m/s}) = 8,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s.}$$

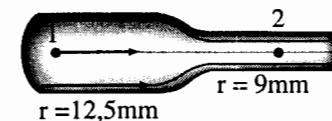
(c) Lưu lượng theo khối lượng là :

$$\rho v_1 A_1 = \rho v_2 A_2 = (1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3) (8,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}) = 0,88 \text{ kg/s.}$$

lượng theo thể tích và được biểu diễn bằng kí hiệu $Q = vA$. Nhân lưu lượng theo thể tích vA với mật độ ρ ta được lưu lượng theo khối lượng : ρvA , đó là khối lượng chất lưu đi qua A trong một đơn vị thời gian.



Hình 10-15. Ống dòng được bao quanh bởi các đường dòng.



Hình 10-16. Ví dụ 10-9.

Bài tự kiểm tra 10-9

Giả sử bán kính của đường ống thứ hai trong ví dụ trên là 6,0mm. Làm lại ví dụ trên cho trường hợp này.

Đáp số : (a) 7,8m/s ; (b) $8,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$; (c) 0,88kg/s.

Bảo toàn năng lượng

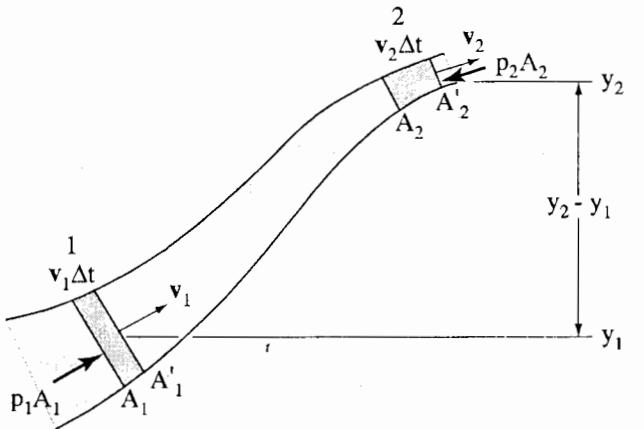
Phương trình liên tục biểu diễn sự bảo toàn khối lượng cho ta một hệ thức giữa mật độ ρ và vận tốc v của chất lưu dọc theo dòng chảy. Đối với chất lưu không chịu nén, vA là một hằng số. Dùng phương pháp công và năng lượng, ta có thể rút ra một biểu thức khác liên hệ

Tốc độ của dòng chảy, chiều cao của chất lưu và áp suất có thể thay đổi dọc theo một đường dòng, chẳng hạn như các vị trí 1 và 2 trong hình 10-17. Ta hãy xét công được thực hiện trong khoảng thời gian ngắn Δt trên chất lưu ban đầu ở trong vùng được giới hạn bởi A_1 , A_2 và ống đồng. Lực tác dụng lên biên A_1 bởi chất lưu ở phía sau nó là $p_1 A_1$. Công thực hiện bởi lực này trong thời gian Δt là tích của lực đó với khoảng cách mà chất lưu đi được trong thời gian Δt ; $v_1 \Delta t$.

Vậy $W_1 = p_1 A_1 v_1 \Delta t$. Tương tự, ở A_2 áp suất cũng thực hiện công $W_2 = - p_2 A_2 v_2 \Delta t$. Chú ý rằng, ở A_1 công được thực hiện trên chất lưu còn ở A_2 công được thực hiện bởi chất lưu, do đó có sự khác biệt về dấu. Vậy tổng công thực hiện trên chất lưu là :

$$W = W_1 + W_2 = p_1 A_1 v_1 \Delta t - p_2 A_2 v_2 \Delta t$$

những biến số đó với áp suất. Chúng ta vẫn giới hạn chỉ xét dòng chảy ổn định trong đó không có công được thực hiện bởi các lực không bảo toàn. Trong mục sau, ta sẽ mô tả ngắn gọn tác dụng của các lực không bảo toàn đó.



Hình 10-17. Dòng chảy dọc theo ống đồng. Thể tích ΔV trong các vùng tô sẫm bằng : $\Delta V = A_1 v_1 \Delta t = A_2 v_2 \Delta t$. Khối lượng của hai vùng này đều bằng $\Delta m = \rho \Delta V$.

Từ phương trình liên tục đối với chất lưu không chịu nén, ta có $v_1 A_1 = v_2 A_2$, do đó $\Delta V = v_1 A_1 \Delta t = v_2 A_2 \Delta t$ là thể tích giữa A_1 và A_1' hoặc A_2 và A_2' . Đó chính là thể tích chất lưu đi vào ở một đầu và đi ra ở đầu kia trong khoảng thời gian Δt . Vậy, tổng công tác dụng lên chất lưu có thể viết dưới dạng : $W = (p_1 - p_2) \Delta V$.

Theo định luật bảo toàn năng lượng, công này đúng bằng sự thay đổi cơ năng của chất lưu ban đầu được giới hạn bởi A_1 và A_2 . Vì dòng chảy là ổn định nên các tính chất của chất lưu trong vùng giới hạn bởi A_1 và A_2 là không thay đổi. Tuy nhiên có sự thay đổi cơ năng trong vùng mới bị chiếm giữa A_2 và A_2 và trong vùng giữa A_1 và A_1 mới bị bỏ lại. Vì thể tích của cả hai vùng này đều là ΔV và mật độ không đổi nên khối lượng của hai vùng này cũng bằng nhau và bằng $\Delta m = \rho \Delta V$. Thế năng được cho bởi $(\Delta m)gy$ và động năng bởi $\frac{1}{2} (\Delta m)v^2$. Như vậy sự biến thiên cơ năng là :

$$\Delta E = [(\Delta m)gy_2 + \frac{1}{2} (\Delta m)v_2^2] - [(\Delta m)gy_1 + \frac{1}{2} (\Delta m)v_1^2]$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng :

$$(p_1 - p_2)\Delta V = [(\Delta m)gy_2 + \frac{1}{2} (\Delta m)v_2^2] - [(\Delta m)gy_1 + \frac{1}{2} (\Delta m)v_1^2]$$

Chia hai vế cho ΔV và lưu ý rằng $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$, ta có :

$$p_1 - p_2 = \rho gy_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \rho gy_1 - \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

Sắp xếp lại các số hạng sao cho mỗi vế chỉ chứa một loại chỉ số ta được :

$$p_1 + \rho gy_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho gy_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (10-10)$$

Phương trình này được gọi là **phương trình Bernoulli**, nó được phát biểu lần đầu tiên trong cuốn Thuỷ động lực học của ông xuất bản năm 1738. Chú ý rằng khi rút ra phương trình Bernoulli, chúng ta đã giả thiết dòng là ổn định, không chảy rỗi và bảo toàn năng lượng của chất lưu không chịu nén.

Trong trường hợp chất lỏng đứng yên, khi đó $v_1 = v_2 = 0$ và phương trình Bernoulli tương đương với phương trình (10-6) cho mọi sự biến thiên của áp suất theo chiều sâu trong chất lưu đứng yên.

Phương trình Bernoulli cùng với phương trình liên tục (10-9) có thể được dùng để giải một số loại bài toán về dòng chất lưu. Những ví dụ sau đây minh họa phương pháp này.

VÍ DỤ 10-10

Biến thiên áp suất dọc theo một ống. Nước (được xem như một chất lưu không chịu nén và có độ nhớt nhỏ không đáng kể) chảy qua một ống nằm ngang của hình 10-16. Ở điểm 1 áp suất theo áp kế bằng 51kPa và tốc độ là 1,8m/s. Xác định tốc độ và áp suất theo áp kế ở điểm 2.

Giải. Tốc độ ở điểm 2 có thể tìm từ phương trình liên tục đối với chất lưu không chịu nén :

$$v_2 A_2 = v_1 A_1$$

$$v_2 = v_1 \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = 3,5 \text{m/s}$$

Áp suất ở điểm 2 khi đó có thể tìm được từ phương trình Bernoulli.

Vì $y_1 = y_2$ nên :

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 - \frac{1}{2}\rho v_2^2 \\ &= 5,1 \cdot 10^4 \text{ Pa} + \frac{1}{2} (1,00 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3) [(1,8 \text{ m/s})^2 - (3,5 \text{ m/s})^2] \\ &= 4,7 \cdot 10^4 \text{ Pa}. \end{aligned}$$

Thoạt nhìn có cảm giác như là nghịch lí vì áp suất ở 2 lại thấp hơn ở 1. Nhưng nếu bạn chú ý rằng, chất lỏng cần phải được gia tốc giữa 1 và 2 nên rõ ràng là áp suất ở 1 phải cao hơn áp suất ở 2. Thậm chí nếu chất lưu có độ nhớt nhỏ, các lực xuất hiện do độ nhớt của chất lưu có thể nhỏ so với các lực cần để gia tốc chất lưu và p_2 vẫn có thể nhỏ hơn p_1 .

Từ ví dụ này ta thấy rằng khi độ cao không đổi, tốc độ trong chất lưu càng cao kéo theo áp suất càng thấp và tốc độ càng thấp thì áp suất càng cao.

Bài tự kiểm tra 10-10

Giải thích tại sao hai áp suất xuất hiện trong phương trình Bernoulli có thể là áp suất theo áp kế cũng được hoặc áp suất tuyệt đối cũng được, chứng nào cả hai áp suất đó đều là cùng một loại ?

Đáp số : Phương trình Bernoulli liên quan đến hiệu hai áp suất, vậy nếu cộng thêm cho cả hai áp suất một áp suất bất kì đều không ảnh hưởng đến kết quả.

VÍ DỤ 10-11

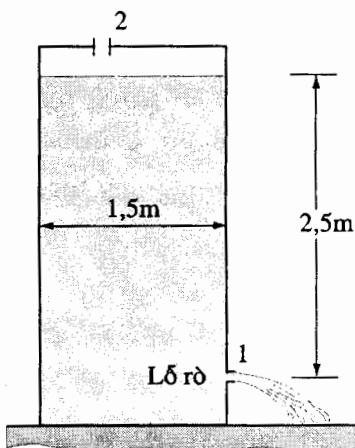
Lỗ rò trong ống đứng. Một đường ống thẳng đứng có đường kính trong là 1,5m có một lỗ rò đường kính 15mm ở một bên và dưới mức nước trong ống là 2,5m (hình 10-18). Xác định vận tốc của nước phun ra từ lỗ rò đó.

Giải. Áp dụng phương trình Bernoulli cho các điểm 1 và 2 ta có :

$$p_1 + \rho gy_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho gy_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Điểm 1 ở ngay phía ngoài lỗ với dòng nước phun ra có tốc độ v_1 và điểm 2 là điểm bất kì ở mặt nước trong ống. Cả hai điểm đều có áp suất là áp suất khí quyển, sao cho $p_1 = p_2$ hay $p_1 - p_2 = 0$. Thay các giá trị này vào phương trình Bernoulli và chia hai vế cho ρ , ta được :

$$\frac{1}{2}v_1^2 + gy_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + gy_2$$



Hình 10-18. Ví dụ 10-11 : Nước rò từ ống đứng.

Vì $v_2 A_2 = v_1 A_1$, tốc độ v_2 của nước ở điểm 2 có thể bỏ qua so với tốc độ v_1 . Thật vậy :

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = \frac{(0,015m)^2}{(1,5m)^2} v_1 = (0,00010)v_1 \approx 0$$

Vậy tốc độ của dòng nước phun ra từ lỗ rò bằng :

$$v_1^2 = 2g(y_2 - y_1) = 2(9,8m/s^2)(2,5m) = 49m^2/s^2$$

Lấy căn bậc hai của hai vế ta được :

$$v_1 = 7m/s.$$

Bài tự kiểm tra 10-11

Giả sử đường kính của ống đứng trong ví dụ trên chỉ là 45mm. Hãy xác định (a) tốc độ của nước phun ra từ lỗ rò và

(b) tốc độ mà mặt nước hạ thấp dần trong ống.

Đáp số : (a) 7,4m/s ; (b) 0,82m/s.

VÍ DỤ 10-12

Áp suất trong đường dẫn nước. Một hệ thống cấp nước dùng một bể nước để tích trữ phòng khi cần dùng đã có sẵn. Nếu mức nước trong bể ở điểm A trong hình 10-19 cao 12m so với đường dẫn nước chính và tốc độ trong đường dẫn nước chính ở điểm B là 16m/s, hãy xác định áp suất theo áp kế ở các điểm A và B.

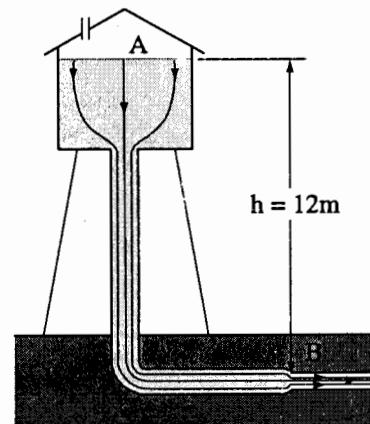
Giải. Tại điểm A, áp suất theo áp kế bằng 0 vì bể để hở đối với khí quyển. Áp dụng phương trình Bernoulli tại A và B :

$$p_B + \rho gy_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 = p_A + \rho gy_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2$$

Tốc độ v_A của nước trong bể lớn có thể xem như bằng 0 và $y_A - y_B = 12m$. Vậy :

$$\begin{aligned} p_B &= \rho gh - \frac{1}{2} \rho v_B^2 \\ &= (1,00 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3)[(9,8\text{N/kg})(12\text{m}) - \frac{1}{2} (16\text{m/s})^2] \\ &= -1,0 \cdot 10^4 \text{Pa} \end{aligned}$$

Áp suất theo áp kế trong đường ống là âm ! Điều này có nghĩa là áp suất tuyệt đối trong đường ống nhỏ hơn áp suất khí quyển. Trong thiết kế hệ thống dẫn nước, tình hình như



Hình 10-19. Ví dụ 10-12.

vậy nên tránh, vì nếu có một lỗ rò trong ống thì nước bẩn trong đất có thể sẽ lọt vào. Trong hệ thống dẫn nước thật, dòng thường là chảy rối và hiếm khi có vận tốc vượt quá 3m/s.

Bài tự kiểm tra 10-12

Nếu áp suất theo áp kế trong đường dẫn nước chính trong ví dụ trên ít nhất phải bằng 10kPa, thì tốc độ cực đại của nước trong đường ống chính bằng bao nhiêu ?

Đáp số : 15m/s.

Sự hoạt động của nhiều dụng cụ trong thực tế có thể giải thích được bằng phương trình Bernoulli. Hình 10-20a cho thấy một bình phun nước hoa. Những dụng cụ tương tự được dùng để phun sơn hoặc thuốc trừ sâu. Khi bóp quả bóp của lọ phun nước hoa, không khí sẽ phồng qua cái cổ hẹp của bình phun. Nếu nước hoa có mật độ như của nước, tốc độ không khí khoảng 17m/s trong đoạn ống (cổ) hẹp sẽ làm tụt áp suất ở điểm A làm cho áp suất khí quyển đẩy nước hoa lên cao 2cm dọc theo ống dẫn đến chỗ cổ hẹp. Ống hút mà các bác sĩ nha khoa thường dùng để làm sạch nước bọt trong miệng cũng có một đoạn ống hẹp với tốc độ dòng nước cao để tạo áp suất thấp hơn áp suất khí quyển.

Sự hạ thấp của áp suất nhờ tốc độ của chất lưu cũng là cơ sở để chế tạo lưu lượng kế Venturi (hình 10-20b). **Lưu lượng kế Venturi** là một dụng cụ để đo tốc độ chảy của một chất lưu. Đầu A có tiết diện A, đầu B có tiết diện a ($A > a$), theo phương trình liên tục ta có : $v_A A = v_B a$ ($v_A < v_B$).

Mặt khác theo phương trình Bernoulli :

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

vì $v_A < v_B$ nên áp suất $p_A > p_B$. Hiệu áp suất giữa A và B là :

$$\begin{aligned} \Delta p &= p_A - p_B = \frac{1}{2} \rho (v_B^2 - v_A^2) \\ &= \frac{1}{2} \rho v_A^2 \left(\frac{A^2}{a^2} - 1 \right) \end{aligned}$$

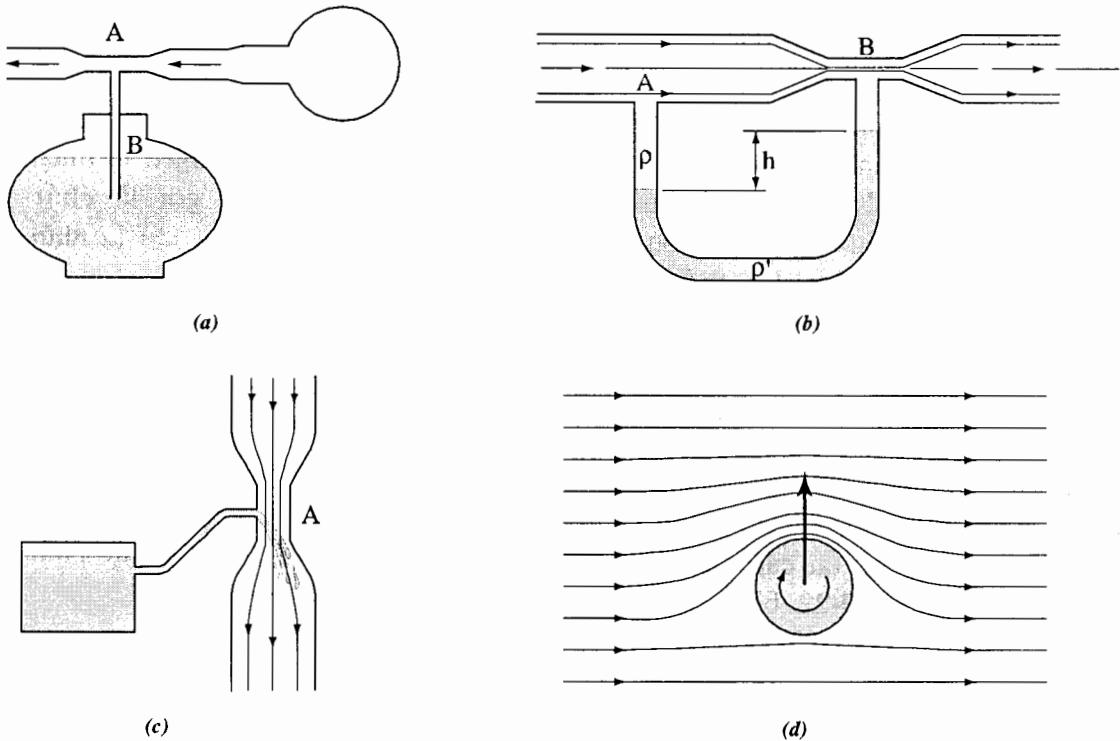
Từ đó suy ra vận tốc tại đầu A là :

$$v_A = \sqrt{\frac{2a^2 \Delta p}{\rho(A^2 - a^2)}}$$

trong đó, hiệu áp suất Δp được đo thông qua độ chênh lệch h của cột chất lỏng bằng : $\Delta p = (\rho' - \rho)gh$; ρ là khối lượng riêng của chất lưu còn ρ' là khối lượng riêng của chất lỏng trong ống. Công thức trên viết lại bằng :

$$v_A = a \sqrt{\frac{2(\rho' - \rho)gh}{\rho(A^2 - a^2)}}$$

Nhiều bộ chế hòa khí của ôtô cũng có một ống hẹp, gọi là ống Venturi (hình 10-20c). Mục đích của nó là nhằm hạ thấp áp suất ở điểm A sao cho xăng chạy tới sẽ hòa với dòng không khí dẫn tới buồng đốt của động cơ.



Hình 10-20. *Những minh họa cho phương trình Bernoulli.*

Trong giông bão và khi có gió lớn, không khí lao thành dòng sát các tòa nhà làm cho áp suất bên ngoài tòa nhà thấp hơn áp suất của không khí tĩnh ở bên trong nhà. Điều đó thường làm cho các cửa sổ bật mở ra **phía ngoài** : chứ không phải vào **trong**. Tương tự các ống khói cũng thường có một dòng khí hút nhỏ thậm chí phía dưới không đốt lửa, bởi vì gió vẫn thổi ngang qua ống khói, trong khi không khí ở bên trong nhà vẫn là dừng. Nếu bạn quan sát một lò sưởi (bằng củi) vào một đêm cá gió, bạn sẽ dễ dàng quan sát được hiệu ứng Bernoulli.

Hình 10-20d biểu diễn một hình trụ quay trong một chất lưu chuyển động. Nếu hình trụ cuốn theo một số chất lưu đi theo nó thì bức tranh đường dòng kết quả sẽ như được cho trên hình. Điều này làm cho tốc độ của chất lưu *bên trên* hình trụ sẽ cao hơn *bên dưới* nó và do đó áp suất phía trên hình trụ sẽ thấp hơn phía dưới nó. Kết quả sẽ có một lực tác dụng lên hình trụ theo hướng vuông góc với hướng chuyển động của chất lưu (trong trường hợp đang xét lực này hướng lên phía trên của trang giấy). Hiện tượng này được gọi là **hiệu ứng Magnus**.

10-6. ĐỘ NHỚT

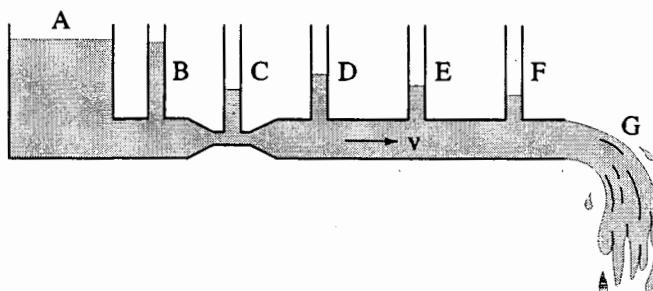
Thường thì các *lực không bảo toàn* trong chất lưu không thể bỏ qua như chúng ta đã làm cho tới nay. Những lực này làm tiêu tán cơ năng của chất lưu thành nội năng

của nó hết như lực ma sát làm tiêu tán năng lượng của một vật trượt trên một bề mặt thành nội năng của vật và bề mặt đó. Chất lưu có những lực tiêu tán như thế

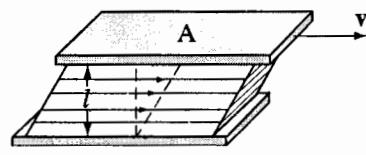
được gọi là chất lưu **nhớt**. Nếu độ nhớt của chất lưu không nhỏ tới mức có thể bỏ qua được, thì cơ năng của nó không bảo toàn và phương trình Bernoulli không còn áp dụng được nữa. Khi một chất lưu nhớt chảy trong một ống tiết diện đều nằm ngang, áp suất sẽ giảm dọc theo đường dòng như được minh họa trên hình 10-21.

Thí nghiệm như hình 10-22 được dùng để nghiên cứu độ nhớt của các chất lưu. Tấm trên chuyển động với tốc độ thấp, không đổi ở đỉnh của chất lưu. Các thí nghiệm đều chứng tỏ rằng đối với đa số chất lưu, vận tốc của chất lưu tại các điểm ở giữa hai tấm của hình 10-22 biến thiên một

cách tuyến tính theo khoảng cách tính đến tấm đứng yên ở đáy. Các chất lưu mà thành phần nằm ngang của lực cần thiết làm tấm trên chuyển động tỉ lệ thuận với tốc độ của tấm được gọi là **chất lưu Newton**. Nước và không khí là những ví dụ gần đúng của chất lưu Newton. Một số chất dẻo và thê huyền phù như máu và hỗn hợp nước với đất sét là những ví dụ về chất lưu không Newton. Đối với chúng, độ lớn của lực cần thiết để làm cho tấm trên chuyển động phải tỉ lệ với bình phương tốc độ. Ở các tốc độ cao, dòng chảy trở thành chảy rối và trở nên rất phức tạp trong tất cả các chất lưu.



Hình 10-21. Dòng chảy của chất lưu nhớt.



Hình 10-22. Khi tấm trên được kéo chậm, chất lưu nhớt giữa hai tấm sẽ chảy thành các lớp với vận tốc tỉ lệ với khoảng cách từ lớp đến tấm đứng yên ở đáy, như được chỉ bằng chiều dài các mũi tên trên hình.

Độ lớn của lực F tác dụng lên tấm chuyển động được tìm bằng thực nghiệm và thấy rằng nó không chỉ phụ thuộc vào vận tốc v của tấm chuyển động mà còn tỉ lệ với diện tích của tấm A và tỉ lệ nghịch với khoảng cách l giữa tấm chuyển động và tấm đứng yên :

$$F = \frac{\eta Av}{l} \quad (10-11)$$

Ở đây η là một hằng số tỉ lệ và được gọi là **độ nhớt**. Đơn vị của độ nhớt trong hệ SI là $N.s.m^{-2}$ hay $Pa.s$. Độ nhớt của đa số các chất lưu đều phụ thuộc vào nhiệt độ. Ví dụ, độ nhớt của nước giảm từ khoảng $2.10^{-3} N.s/m^2$ ở nhiệt độ đóng băng ($0^\circ C$) tới khoảng $3.10^{-4} N.s/m^2$ ở nhiệt độ sôi ($100^\circ C$). Các khí thông thường, như không khí chẳng hạn, có độ nhớt khoảng $2.10^{-5} N.s/m^2$ trong khoảng nhiệt độ đó.

Bảng sau đây chỉ ra độ nhớt của một vài chất lưu :

Chất lưu	Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	Độ nhớt (10^{-3} Nsm^{-2})
Không khí	20	0,018
Nước	40	0,653
Nước	20	1,003
Dầu xe máy (SAE 10)	30	200
Glyxerin	20	1490
Thuỷ ngân	20	1,554

Bức tranh chuyển động của chất lưu cho trên hình 10-22 được gọi là **sự chảy thành lớp**. Mỗi một lớp đều tác dụng một lực lên lớp ở cạnh nó. Nhưng vì dòng chảy không rối nên các lớp không trộn vào nhau. Với chất lưu nhớt chảy trong một ống tiết diện đều nằm ngang, áp suất sẽ giảm dọc theo ống. Hiệu áp suất giữa hai điểm P_1 và P_2 (hình 10-23) được tính theo công thức Poiseuille :

VÍ DỤ 10-13

Các hiệu ứng xơ cứng động mạch. Giả sử rằng sự xơ cứng động mạch làm giảm bán kính các mạch máu tim xuống 2 lần. Hồi tim phải làm tăng hiệu áp suất lên bao nhiêu lần để giữ cho lưu lượng máu là không đổi ? Giả sử rằng máu là một chất lỏng Newton và chảy theo lớp.

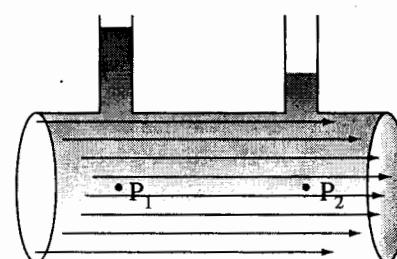
Giải. Vì lưu lượng tỉ lệ với luỹ thừa bậc bốn của bán kính, do đó sự giảm bán kính xuống hai lần sẽ làm giảm lượng máu xuống 2^4 lần, tức 16 lần. Lưu lượng máu lại tỉ lệ bậc nhất với hiệu áp suất, vì vậy để giữ cho lưu lượng không đổi, tim phải làm tăng hiệu áp suất lên 16 lần.

Thực tế, máu không phải là chất lỏng Newton và sự chảy của máu không phải hoàn toàn là không rối (xoáy), nên kết quả trên chỉ là gần đúng. Tuy nhiên, nó minh họa cho những vấn đề nghiêm trọng mà sự xơ cứng động mạch đặt ra cho chúng ta.

Bài tự kiểm tra 10-13

Giả sử sự xơ cứng động mạch làm giảm bán kính động mạch xuống chỉ còn 75% giá trị ban đầu của nó. Hồi tim phải làm tăng hiệu áp suất lên bao nhiêu lần để đảm bảo lưu lượng máu vẫn như trước ?

$$p_1 - p_2 = 8 \frac{Q\eta L}{\pi R^4} \quad (10-12)$$



Hình 10.23

trong đó Q là lưu lượng theo thể tích (đơn vị m^3/s), η là độ nhớt, L là chiều dài giữa hai điểm P_1 và P_2 , R là bán kính của đường ống. Từ công thức (10-12) có thể tính được lưu lượng theo thể tích :

$$Q = \frac{\pi(\Delta p)R^4}{8\eta L} \quad (10-13)$$

10-7. ĐỊNH LUẬT STOKES

Một vật khi chuyển động trong một chất lưu luôn chịu một lực cản, lực này tỉ lệ thuận với độ nhớt của chất lưu. Nếu vật chuyển động dù chậm thì lực cản tỉ lệ thuận với tốc độ của nó. $F_c = kv$, hệ số k phụ thuộc vào kích thước, hình dáng của vật và vào độ nhớt của môi trường. Với vật có dạng hình cầu bán kính r thì lực cản có dạng :

$$F_c = 6\pi\eta rv \quad (10-14)$$

Phương trình này gọi là **định luật Stokes** do George Stokes (1819-1903) tìm ra lần đầu tiên vào năm 1845. Chúng ta xét một quả cầu rắn bán kính r rơi trong một bình chất lỏng (hình 10-24). Lúc ban đầu quả cầu được tăng tốc hướng xuống, dưới tác dụng của lực hấp dẫn của Trái Đất. Tuy nhiên trên vật còn có thêm hai lực tác dụng hướng lên, đó là lực nổi không đổi (hay là lực đẩy Archimedes) và lực cản của môi trường tuân theo định luật Stokes. Khi tổng của các lực hướng lên này bằng lực hấp dẫn của Trái Đất, thì gia tốc bằng không và quả cầu chuyển động với một tốc độ lớn nhất và không đổi. Tốc độ này gọi là **tốc độ giới hạn** v_t . Phương trình cân bằng lực như sau :

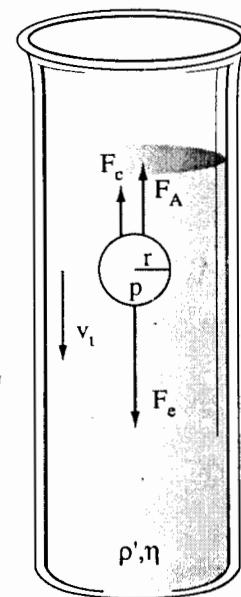
$$F_c = F_c + F_A$$

trong đó : $F_c = mg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$; $F_A = m'g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g$; $F_c = 6\pi\eta rv_t$

ρ và ρ' là mật độ khối lượng của quả cầu và của chất lỏng. Từ đó có thể tìm được tốc độ giới hạn :

$$v_t = \frac{2r^2 g}{9\eta} (\rho - \rho') \quad (10-15)$$

Tốc độ giới hạn này cũng được các nhà sinh học và địa chất học gọi là **tốc độ lắng**.



Hình 10-24

VÍ DỤ 10-14

Một quả cầu bằng nhôm, bán kính $r = 1,0\text{mm}$ rơi trong bình glycerin ở 20°C .
Tim vận tốc giới hạn của quả cầu.

Giải. Sử dụng phương trình (10-15) chúng ta tính được vận tốc giới hạn

$$v_t = \frac{2r^2 g}{9\eta} (\rho - \rho')$$

Từ bảng (10-2) : $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\rho' = 1,26 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, độ nhớt của glycerin là $1,49 \text{ Nsm}^{-2} = 1,49 \text{ kg.s}^{-1} \text{ m}^{-1}$, ta có :

$$v_t = \left(\frac{2,1 \cdot 0,10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 9,8 \text{ ms}^{-2}}{9 \cdot 1,49 \text{ kg s}^{-1} \text{ m}^{-1}} \right) (2,7 - 1,26) \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ m/s.}$$

Lực cản của không khí lên các xe khi chuyển động, lên các hạt mưa rơi hay lên người nhảy dù đóng một vai trò quan trọng. Với các vật chuyển động nhanh này, lực cản không chỉ phụ thuộc bậc 1 vào tốc độ mà còn phụ thuộc vào bình phương tốc độ :

$$F_c = bv + cv^2; b \text{ và } c \text{ là các hằng số.}$$

Một vật bắt đầu rơi trong không khí, tốc độ của nó tăng dần tới lúc đạt giá trị giới hạn v_t , khi đó lực cản của không khí bằng lực hấp dẫn :

$$F_c = F_g \text{ hay } mg = bv_t + cv_t^2$$

Trong nhiều trường hợp thực tế, hằng số b có thể bỏ qua, lúc đó có thể tính được tốc độ giới hạn $v_t = \sqrt{\frac{mg}{c}}$, hằng số c này phụ thuộc vào mật độ không khí ρ và vào diện tích của vật rơi, ta có :

$$v_t = \sqrt{\frac{mg}{C_D \frac{\rho}{2} A}} \quad (10-16)$$

trong đó C_D được gọi là **hệ số cản**. Phương trình trên cũng áp dụng được cho các vật chuyển động theo phương ngang trong không khí ở tốc độ bất kì nếu mg được thay bằng lực cản, nó được tính một cách gần đúng như sau :

$$F_c = 0,65 C_D A v^2 \quad (10-17)$$

Đối với những người nhảy dù, tốc độ giới hạn khoảng 60m/s, còn đối với lông chim tốc độ này nhỏ cỡ 0,1m/s. Đối với hạt mưa đường kính 2mm thì tốc độ giới hạn khoảng 7m/s. Nếu như không có lực cản của không khí thì tốc độ của chúng sẽ rất lớn, chẳng hạn như hạt mưa rơi có thể đạt tốc độ 7m/s chỉ sau 3/4s trên một quãng đường 2,5m. Như vậy trong nhiều trường hợp hiệu ứng cản của không khí là rất quan trọng.

Bài đọc thêm

ARCHIMEDES

Câu chuyện về Archimedes nhảy ra khỏi bồn tắm với lời giải của bài toán do vua Hiero đặt ra là một phần của câu chuyện về nguồn gốc của khoa học hiện đại. Archimedes sinh khoảng năm 287

trước Công nguyên và mất trong cuộc phá thành Syracuse - quê hương ông - bởi người La Mã dưới triều đại Marcellus vào năm 212 trước Công nguyên.

Khi La Mã đe doạ những người Hi Lạp định cư ở miền Nam Italia và đảo Sicily,

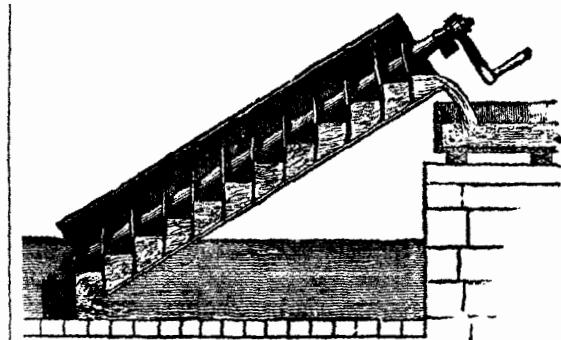
Archimedes đã giúp phòng thủ Syracuse bằng cách áp dụng vào quân sự những kiến thức khoa học của ông. Theo một số người kể lại, thì ông đã chế tạo ra các gương làm bốc cháy một phần hạm đội của người La Mã khi nó tiến gần tới thành phố. Về phần mình, người La Mã rất khâm

phục tài năng của Archimedes và Marcellus đã ra lệnh không được làm tổn thương đến ông khi thành phố bị thất thủ. Nhưng truyền thuyết kể rằng, một tên lính La Mã tới thấy ông đang đắm mình nghiên cứu những hình toán học gì đó và bị nhà bác học đang say mê làm việc đó xua đuổi, đã hổng hách rút gươm đâm chết nhà toán học.

Trong chương này, chúng ta đã thấy lực đẩy làm cho các vật nổi gắn liền với tên tuổi của Archimedes. Nhưng ông cũng còn là tác giả của một loại máy bơm nước có tên là bơm guồng xoắn Archimedes. Ông cũng đã chế tạo một cây đàn organ dùng nước để buộc không khí thổi qua các ống của nó. Có lẽ thân phụ ông là một nhà thiên văn nhưng dẫu thế nào chính ông đã viết một cuốn sách về cách dựng các hình cầu, và những mô tả của ông đã được dùng để lập các mô hình thiên văn học. Một trong những mô hình này đã dùng sức nước để mô phỏng Trái Đất và các hành tinh khác quay quanh Mặt Trời - một mô hình do Eratosthenes, bạn ông, đề xuất. Khi Syracuse thất thủ, Marcellus đã lấy một trong những quả cầu hành tinh đó trong phần chia chiến lợi phẩm của mình.

Archimedes không mấy coi trọng tiếng tăm về tài năng kĩ thuật của mình. Plutarch viết rằng Archimedes cho "mọi loại hành động gắn liền với những nhu cầu thiết yếu hàng ngày đều là tầm thường và nhỏ mọn", và ông vẫn thích toán học thuần tuý hơn. Ông là người đã dẫn ra biểu thức tính thể tích các hình như hình cầu, hình nón cũng như các biểu thức

tính trọng tâm của các hình nón tròn xoay và các hình tròn xoay khác được sinh bởi đường hyperbol. Khi tiến hành chứng minh các công thức đó, ông đã sử dụng các cách không khác xa bao nhiêu so với phép tính vi phân, tích phân mà Newton đã phát minh sau này.



Hình 10-25. Bơm guồng xoắn Archimedes.
Dụng cụ cổ xưa này vẫn còn được dùng để tưới tiêu ở một số vùng.

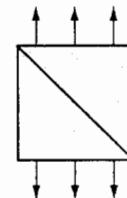
Tầm quan trọng của các công trình của Archimedes trong lịch sử khoa học khó lòng đánh giá hết. Khi Alerxandria bị người Ả Rập xâm chiếm và thư viện ở đó bị đốt cháy, rất nhiều công trình của Archimedes đã bị thất lạc. Nhưng những người Ả Rập vẫn giữ gìn và nhân rộng một số và một số khác được bảo tồn ở vương quốc Byzantine. Khi châu Âu bước ra khỏi thời Trung Cổ đen tối, các công trình của Archimedes đã được dịch ra tiếng La tinh và đã có ảnh hưởng to lớn đến những giai đoạn đầu của cuộc cách mạng khoa học. Galileo đã nhắc tới Archimedes trên 100 lần với những lời lẽ hết sức kính trọng như Archimedes **siêu nhân**, Archimedes **vô song** và Archimedes **thần thánh**. Mối liên hệ giữa toán học và mô tả thực nghiệm - cái cốt lõi của khoa học hiện đại - đã được phôi thai ngay trong những công trình của nhà toán học và phát minh vĩ đại này.

?

CÂU HỎI

1 Phân loại các vật sau theo các pha rắn, lỏng, khí hoặc pha khác : nước đá, cục băng, keo, hơi nước, sương mù, mây, mạch nha làm kẹo, đường, mật ong.

2 Có hai khối được dán với nhau để tạo thành một khối lập phương (hình 10-26) trong đó đường chéo vẽ trên hình là đường dán. Nếu các lực được đặt vào như trên hình, thì ứng suất trên lớp keo dán là ứng suất kéo hay ứng suất trượt, hay tổ hợp cả hai ? Nếu là tổ hợp thì tỉ số giữa ứng suất kéo và ứng suất trượt bằng bao nhiêu ?

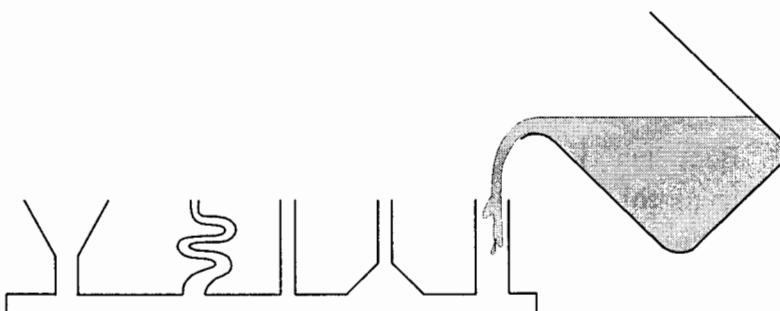


Hình 10-26. Câu hỏi 2.

3 Có phải nguyên tố có số thứ tự càng cao trong bảng tuần hoàn càng có mật độ cao không ?

4 Khí loãng nhất - tức là có mật độ nhỏ nhất - (ở áp suất khí quyển và nhiệt độ phòng) là khí nào ? Cũng ở điều kiện áp suất và nhiệt độ như trên, chất nào đặc nhất - tức là có mật độ lớn nhất ?

5 Trong ống thẳng đứng nào của dụng cụ trên hình 10-27, chất lỏng sẽ dâng lên cao nhất khi nó ở trạng thái đứng yên ? Bỏ qua các hiệu ứng của sức cản mặt ngoài.



Hình 10-27. Câu hỏi 5.

6 Tại sao có thể nói bơi trong nước biển dễ hơn bơi trong nước ngọt ?

7 Sau khi các tàu chở dầu chuyển hết hàng (dầu) xuống, trên đường trở về người ta thường đổ nước vào các xi-tec chở dầu, mặc dù ở nơi về số nước đó có thể chẳng cần dùng làm gì, tại sao ?

- 8** Xác định lực đẩy Archimedes tác dụng lên vật nhúng trong nước (hình 10-28b).

- 9** Khi quan sát dòng nước chảy ra từ vòi, bạn sẽ thấy nó càng xuống thấp càng thu nhỏ dần. Hãy dùng phương trình liên tục giải thích hiện tượng đó.

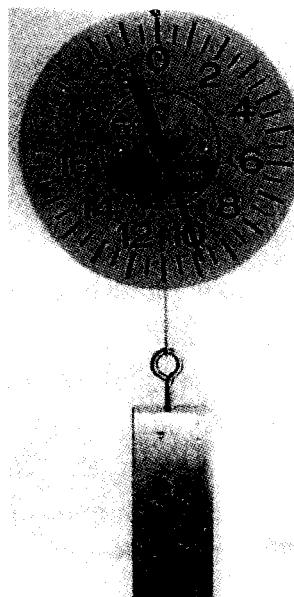
- 10** Nếu bạn thổi vào giữa hai tờ giấy, thì các tờ giấy sẽ có xu hướng tách ra xa nhau hay áp vào gần nhau ? Hãy thử làm và giải thích kết quả bạn nhận được.

- 11** Khi một chiếc xe ôtô có mui xếp chạy với tốc độ cao, hỏi mui của nó có xu hướng phồng ra ngoài không ? Tại sao ?

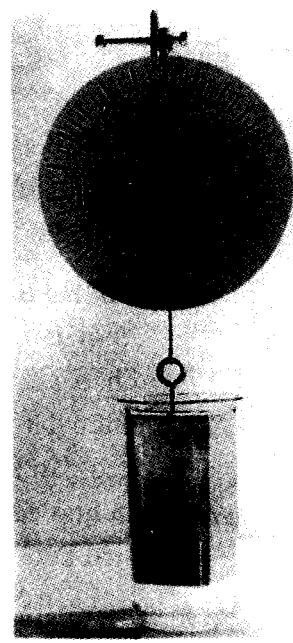
- 12** Nếu trên xa lộ có một chiếc xe tải lớn đi vượt qua bạn, hỏi dòng không khí sẽ thổi làm cho xe bạn dịch tới gần hay lùi ra xa xe tải ? Giải thích.

- 13** Một cốc nước đầy tới mép và một cục nước đá hình khối lập phương nổi trong nước. Khi cục nước đá tan, nước sẽ tràn cốc hay mức nước tụt xuống hay giữ nguyên như cũ ? Giải thích.

- 14** Bơm "hút" hoạt động bằng cách hạ thấp áp suất trong ống thả xuống đáy giếng chỉ có thể bơm nước từ giếng có độ sâu không lớn hơn 10m. Tại sao ?



a)



b)

Hình 10.28. Câu hỏi 8.

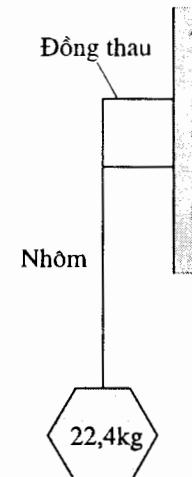


ĐÀI TẬP

Mục 10-1. Ứng suất và độ biến dạng

- 1** Một khối đồng hình lập phương, mỗi cạnh dài 12,7mm được đặt vào một ê-tô và được ép với lực 215N ở hai má của ê-tô. Xác định ứng suất trong khối đồng đó.
- 2** Một vật có khối lượng 13,4kg được treo trên một sợi dây thép tiết diện $1,63\text{mm}^2$. Xác định ứng suất trong dây thép.

- 3 Một vật có khối lượng 22,4kg được treo vào một khối lập phương bằng đồng thau bằng một sợi dây nhôm đường kính 91mm và dài 750mm ; khối lập phương có các cạnh dài 85,0mm (hình 10-29). Xác định ứng suất (a) trong nhôm và (b) trong đồng. Giả sử đồng chỉ chịu ứng suất trượt.
- 4 (a) Xác định độ biến dạng của khối đồng trong bài tập 1. (b) Cạnh của khối đó co ngắn lại một khoảng là bao nhiêu ?



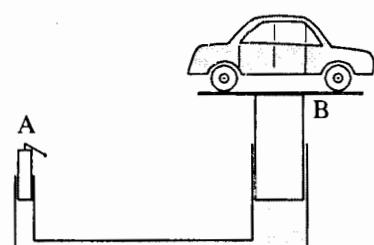
Hình 10-29. Bài tập 3.

Mục 10-2. Khối lượng riêng

- 5 Một khối plutoni hình cầu bán kính 73,0mm và nặng 32,3kg. Xác định khối lượng riêng của plutoni.
- 6 Trước kia, mét được định nghĩa là chiều dài của một thanh platin có tiết diện hình chữ nhật $25,3\text{mm} \times 4,0\text{mm}$. Xác định khối lượng của thanh thước mẫu đó.
- 7 Xác định mật độ của nước ở đáy biển, biết rằng áp suất ở đó bằng 30MPa. Mật độ của chì ở đáy biển bằng bao nhiêu ?

Mục 10-3. Áp suất trong chất lưu đứng yên (áp suất tĩnh)

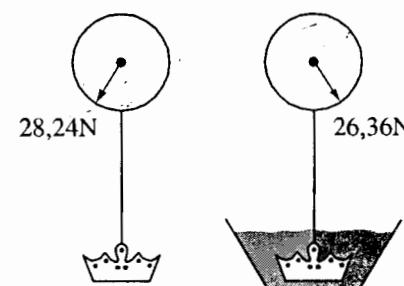
- 8 Các phần sâu nhất của đại dương nằm dưới mặt nước khoảng 10km. Hãy xác định áp suất ở độ sâu đó.
- 9 Những đỉnh núi cao nhất có độ cao chừng 8km. Hãy xác định áp suất ở các đỉnh núi đó. Giả sử khí quyển có nhiệt độ không đổi theo độ cao.
- 10 Trong hình 10-30, hỏi phải tác dụng một lực có độ lớn bằng bao nhiêu vào điểm A để giữ được chiếc xe ôtô nặng 0,85Mg ở điểm B ? Cho pittông ở điểm A có đường kính 17mm và pittông ở điểm B có đường kính 300mm ?



Hình 10-30. Bài tập 10.

Mục 10-4. Định luật Archimedes

- 11 Một tảng băng có thể tích phần nổi trên mặt nước là 100m^3 . Xác định lượng nước đã bị chiếm chỗ.
- 12 Một vương miện được cân như cho trong hình 10-31. Trong không khí



Hình 10-31. Bài tập 12.

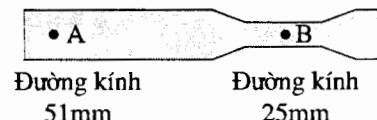
trọng lượng của nó là 28,24N và trong nước là 26,36N. Xác định khối lượng riêng của chiếc vương miện đó.

- 13 Hãy ước lượng thể tích của thân thể bạn mà không cần dùng tới các phép đo chiều dài hoặc các giả thiết gì khác.

14 Khi bạn tự cân, trọng lượng thật F_e của bạn lớn hơn số đọc F'_e của cân do có lực đẩy Archimedes của không khí. Hãy xác định hệ số điều chỉnh f trong biểu thức $F_e = fF'_e$. Giả sử khối lượng riêng của bạn nhỏ như của nước.

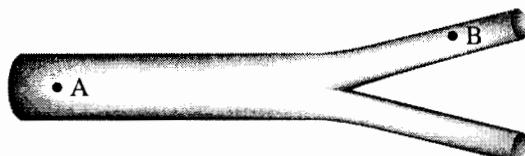
Mục 10-5. Phương trình Bernoulli

- 15 Tại điểm A trên hình 10-32, áp suất theo áp kế là 50kPa và tốc độ của nước chảy trong ống tròn là 2,4m/s. Ống đặt nằm ngang. (a) Xác định lưu lượng ở A và B. (b) Tính tốc độ ở B.
 (c) Xác định áp suất theo áp kế ở B. Xem rằng dòng chảy là ổn định.



Hình 10-32. Bài tập 15.

- 16 Tại điểm A trên hình 10-33, áp suất theo áp kế là 75kPa và tốc độ của nước chảy trong ống có đường kính 50mm là 1,7m/s. Ống được tách ra thành hai ống nhánh nhỏ hơn, mỗi ống có đường kính là 25mm. (a) Xác định lưu lượng ở A và ở B. (b) Tính tốc độ của nước tại B. (c) Xác chảy ổn định và có độ cao khôn

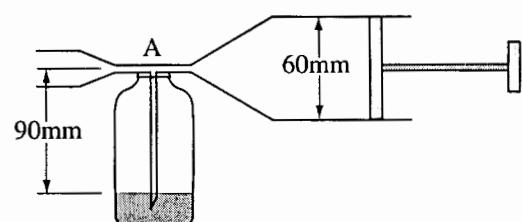


Hình 10-33. Bài tập 16.

- 17 Chứng minh rằng phương trình Bernoulli sẽ quy về phương trình (10-6) khi tốc độ dòng chảy như nhau ở cả hai điểm.

- 18 Một động cơ ôtô có dung tích xilanh bằng 1,6 lít. Mỗi lần động cơ quay được hai vòng trọn vẹn, lượng không khí thổi qua động cơ đúng bằng dung tích xilanh của nó. Ở tốc độ cao, động cơ quay được 3500vòng/phút. Ống Venturi của chế hòa khí trong động cơ có bán kính 9,1mm. Hãy xác định áp suất theo áp kế trong ống Venturi ở điều kiện đó.

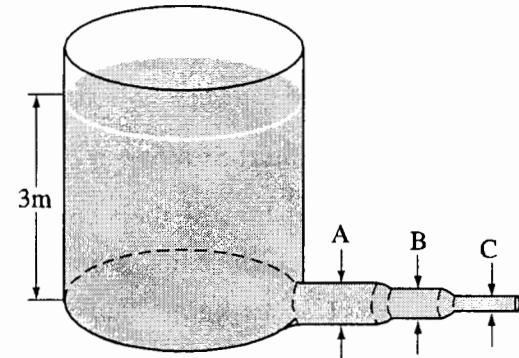
- 19** Dụng cụ phun thuốc trừ sâu
hình 10-34 có ống bơm với
đường kính 60mm. Mức
thuốc sâu nằm thấp hơn điểm
A của ống thoát khí 90mm.
Đường kính của ống ở A là
2mm. Hãy xác định tốc độ
đẩy cát tiểu trong ống bơm



Hình 10-34. Bài tập 19

để dòng không khí ở đầu ra có chứa thuốc sâu. Giả sử rằng thuốc sâu có mật độ như nước và dòng không khí là ổn định và không chịu nén.

- 20** Nước chảy đều từ một bể chứa, như hình 10-35. Tiết diện ngang của ống tại A là $0,055\text{m}^2$; ở B là $0,040\text{m}^2$ và tiết diện ngang của dòng phun ra tại C là $0,025\text{m}^2$. Bỏ qua độ nhớt và sự chảy rỗi. (a) Xác định tốc độ nước tại C. (b) Tính lưu lượng. (c) Xác định áp suất theo áp kế ở A và B.



Hình 10-35. Bài tập 20.

Mục 10-7. Độ nhớt

- 21** Một chiếc thuyền chạy đường sông có đáy phẳng với diện tích đáy 30m^2 được kéo chạy trên một kênh đào với tốc độ $1,5\text{m/s}$. Biết đáy thuyền cao hơn đáy kênh đào 140mm và độ nhớt của nước ở đây là

1.10^{-3}N.s/m^2 . Hãy xác định lực nhớt tác dụng lên thuyền (cho rằng lực do sóng tác dụng lên thuyền lớn hơn lực nhớt rất nhiều).

- 22** Một nhớt kẽ hình trụ được cho trên hình 10-36. Khi khối trụ trong quay với tốc độ không đổi thì hình trụ ngoài đứng yên sẽ chịu tác dụng một momen lực. Độ lớn của momen lực này là số đo độ nhớt của chất lưu ở giữa hai hình trụ.

Khi khoảng cách ΔR giữa hai hình trụ là nhỏ so với các bán kính R_1 và R_2 của chúng thì lực tác dụng lên hình trụ ngoài được cho bởi :

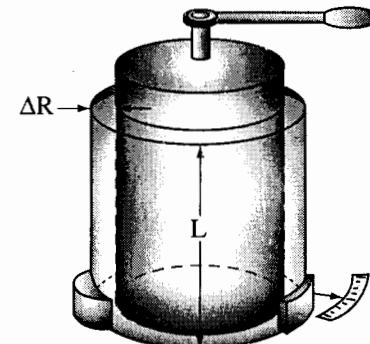
$$F = \frac{\eta Av}{l} = \eta(2\pi RL) \frac{v}{2R}$$

ở đây $R = \frac{R_1 + R_2}{2}$ và v là vận tốc dài

của hình trụ trong. (a) Xác định momen

lực tác dụng lên hình trụ ngoài. (b) Cho $R_1 = 92\text{mm}$, $R_2 = 93\text{mm}$ và $L = 170\text{mm}$. Khi hình trụ quay với vận tốc góc không đổi là 20 vòng/phút , hình trụ ngoài sẽ chịu tác dụng một momen lực bằng $0,54\text{Nm}$. Hãy xác định độ nhớt của chất lưu trong nhớt kẽ trên.

- 23** Dầu có tỉ trọng bằng $0,765$ và độ nhớt bằng $2,5 \cdot 10^{-3}\text{Pa.s}$ được cho chảy qua một lỗ tra dầu nhỏ dài 10mm để bôi trơn một ổ trục. Nếu áp suất giảm dọc theo ống là $0,305\text{mPa}$ và đường kính lỗ bằng $0,843\text{mm}$ thì thể tích dầu



Hình 10-36. Bài tập 22.

sẽ đi vào lỗ trục trong một giờ bằng bao nhiêu ? Giả sử rằng dòng chảy theo lớp.

Mục 10-8. Định luật Stokes

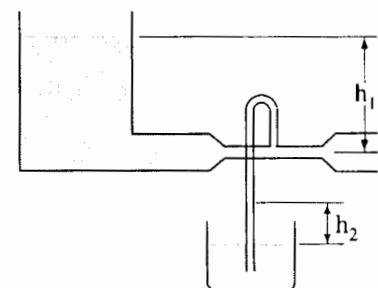
- 24 Một hòn bi thép có đường kính 8mm rơi vào trong bình hình trụ chứa glycerin. Khối lượng riêng của thép và của glycerin là $7,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ và $1,26 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Tìm tốc độ giới hạn của hòn bi.
- 25 Một chai xirô lấy ra từ tủ lạnh ($T = 5^\circ\text{C}$) và một viên bi thuỷ tinh có khối lượng riêng $2,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ thả vào trong chai, sau 45s tới đáy. Đường kính của bi là 1,57cm, chiều cao của cột xirô là 12,1cm và khối lượng riêng của xirô là $1,2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. (a) Tìm độ nhớt của xirô ở nhiệt độ này. (b) Sau vài giờ làm lại thí nghiệm trên thì thấy hòn bi chỉ cần 5s đã tới đáy. Độ nhớt của xirô ở nhiệt độ phòng là bao nhiêu ?
- 26 Một quả bóng nhỏ được thổi phồng đến khi có đường kính 20cm và lúc đó nó có khối lượng 0,40g. Khi thả ra trong không khí, nó chịu một lực cản tỉ lệ với bình phương tốc độ (v^2). Tính tốc độ giới hạn, cho biết hệ số cản C_D bằng $9,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$.
- 27 Một mẫu địa chất lấy từ nước sông có tốc độ lắng 1,0g/ngày. Hỏi máy quay li tâm phải quay bao nhiêu vòng trong một giây để tốc độ lắng là 3,0g/giờ. Cho biết mẫu đặt cách trục quay 5,0cm.

◆ ĐÀI TẬP NÂNG CAO

- 1 **Thanh ghép.** Ba thanh được hàn nối tiếp các đầu với nhau thành một thanh duy nhất. Thanh thứ nhất dài 0,55m có tiết diện 420 mm^2 và được làm bằng đồng. Thanh thứ hai dài 0,75m có tiết diện 390 mm^2 làm bằng thép cán. Thanh thứ ba dài 0,45m có tiết diện 405 mm^2 và được làm bằng nhôm. (a) Xác định khối lượng của thanh tạo thành. (b) Xác định khối lượng riêng trung bình của thanh đó. (c) Hỏi nếu có một lực kéo 10kN đặt vào hai đầu của thanh, thì thanh sẽ dài ra một đoạn bằng bao nhiêu ?
- 2 **Đao động của cái phao.** Một cái phao hình trụ có mật độ là ρ_c , bán kính r và chiều dài l . Phao nổi trong nước có mật độ ρ . Chứng minh rằng nếu đẩy nhẹ phao xuống khỏi vị trí cân bằng của nó rồi thả ra, phao sẽ dao động điều hoà lên xuống với chu kì bằng $2\pi\sqrt{\frac{\rho_c l}{\rho g}}$.
- 3 **Phao, dầu và nước.** Dầu có $\rho_0 < \rho_{H_2O}$ nổi trên nước. Một cái phao cho trong bài toán trước có mật độ $\rho_c > \rho_0$ và nổi giữa hai lớp chất lỏng sao

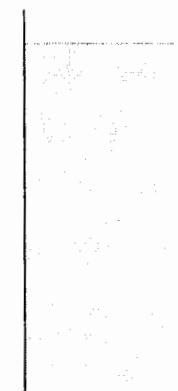
cho đỉnh của nó ở trong dầu và đáy của nó ở trong nước. Xác định phân của phao ở trong nước. Biểu diễn đáp số của bạn qua ρ_c , ρ_0 và ρ_{H_2O} .

- 4** **Lưu lượng kế Venturi.** Một bể lớn có một ống được dẫn ra từ đáy của nó (hình 10-37). Dọc theo đường ống có một đoạn thắt với đường kính bằng $1/3$ đường kính phần ống còn lại. Ở phần thắt này có một ống dẫn tới một bể thứ hai chứa cùng một chất lỏng như bể thứ nhất. Hỏi khi chất lỏng chảy ra từ bể thứ nhất, thì chất lỏng trong bể thứ hai dâng lên trong ống với độ cao h_2 bằng bao nhiêu ? Biểu diễn kết quả của bạn theo h_1 . Giả sử chất lỏng không nhớt và chảy theo lớp.



Hình 10-37. BTNC 4.

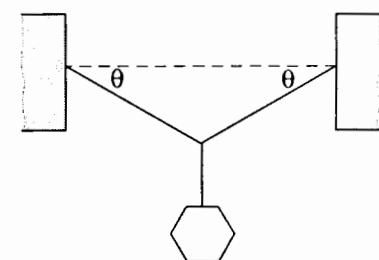
- 5** **Các lỗ rò trong bể nước.** Một bể chứa nước hình trụ trên thành có khoan một số lỗ. Nước phun ra từ các lỗ đó theo phương nằm ngang, như hình 10-38. Hỏi lỗ khoan ở độ cao nào thì nước phun ra chạm đất cách chân bể xa nhất ? Giả sử rằng chất lỏng là không nhớt.



Hình 10-38. BTNC 5.

- 6** **Bia chảy từ thùng.** Một thùng bia có dạng gần như một hình trụ cao 750mm và có bán kính 250mm. Nếu khoan một lỗ ở gần đáy rồi gắn vào đó một ống dài 1,0m với bán kính trong là 3,8mm thì sau bao lâu chỉ còn một nửa số bia trong thùng ? Biết rằng nắp thùng có một lỗ hở để áp suất ở mặt bia trên cùng là áp suất khí quyển. Giả sử rằng bia có mật độ và độ nhớt như nước ở $5^{\circ}C$.

- 7** **Kéo căng một dây.** Một sợi dây thép có tiết diện A và suất Young E được kéo căng theo phương ngang giữa hai điểm. Ban đầu bỏ qua sức căng của dây. Một vật m được treo vào điểm chính giữa của dây làm cho nó võng xuống như hình 10-39. (a) Chứng minh rằng dây sẽ giãn cho tới khi θ thỏa mãn phương trình siêu việt sau :



Hình 10-39. BTNC 7.

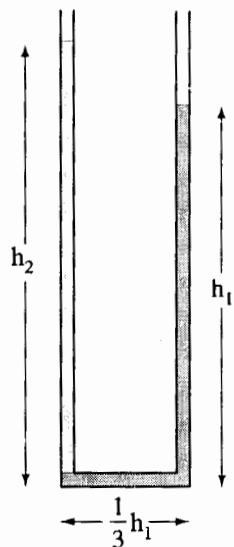
$$2\sin\theta(\sec\theta - 1) = \frac{mg}{EA} \text{ với : } \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

(b) Xác định giá trị của θ khi $\frac{mg}{EA} = 1\%$.

- 8** **Một bầu khí quyển khác.** Hành tinh huyền thoại Lineac có bầu khí quyển với mật độ giảm tuyến tính theo chiều cao tính từ bề mặt của nó. Biết rằng ở bề mặt mật độ khí quyển bằng $1,29 \text{ kg/m}^3$, áp suất $1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ và $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Xác định độ cao của bầu khí quyển đó.

- 9** **Bể nước hình trụ rò.** Một bể nước hình trụ hở trên, có diện tích tiết diện ngang là A_1 được đổ đầy nước tới độ cao H so với đáy của nó. Ở thành bể có khoan một lỗ nhỏ và một dòng nước có diện tích tiết diện tia A_2 phun ra từ lỗ ($A_2 \ll A_1$). (a) Giả sử rằng chất lỏng không nhớt và dòng chảy ổn định, chứng minh rằng thời gian $T_{1/2}$ cần thiết để chất lỏng chảy ra hết một nửa là $(\sqrt{2} - 1) \sqrt{\frac{H}{g}} \left(\frac{A_1}{A_2} \right)$. (b) Hãy giải thích một cách định tính tại sao để nửa nước còn lại chảy ra hết lại cần phải mất nhiều thời gian hơn.

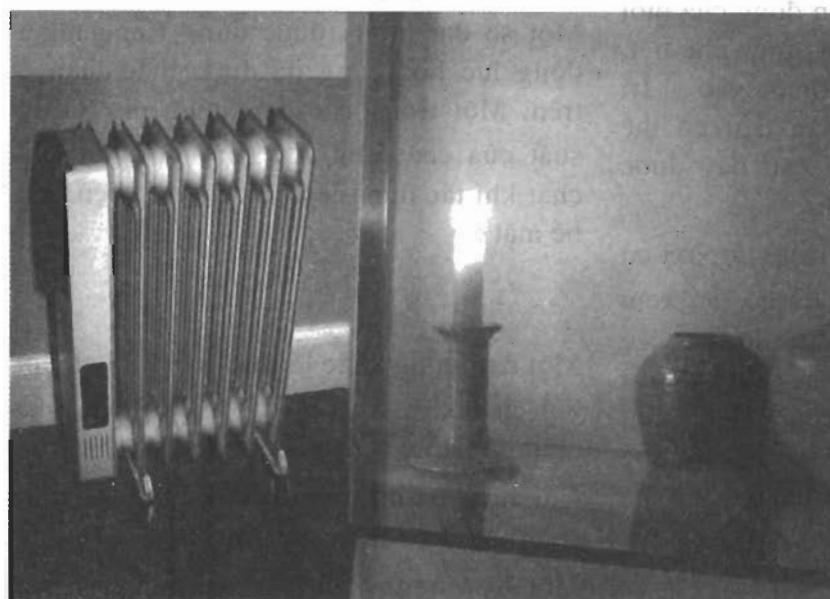
- 10** **Kĩ thuật đo khối lượng riêng.** Hai thể tích bằng nhau của hai chất lỏng được đổ vào một ống hình chữ U tiết diện đều. Các chất lỏng có mật độ ρ_1 và ρ_2 khác nhau và không trộn vào nhau. Các chất lỏng ở trạng thái cân bằng như hình 10-40. Biết $\rho_2 = 1200 \text{ kg/m}^3$, tính ρ_1 ?



Hình 10-40. ETNC 14.

CHƯƠNG 11

NHIỆT ĐỘ VÀ SỰ TRUYỀN NHIỆT



Nhiệt và nhiệt độ là hai khái niệm khác nhau. Ngọn đèn có nhiệt độ cao nhưng không cho nhiệt, còn lò sưởi có thể sưởi ấm phòng nhưng không có nhiệt độ cao.

Giả sử ta lấy một cục nước đá hình khối lập phương từ tủ lạnh và đặt nó trên một chiếc bàn phẳng. Trong chốc lát, phản ứng của vật thể này với môi trường xung quanh có thể được mô tả bằng các phương pháp cơ học. Nó nằm ở trạng thái cân bằng tĩnh và hợp lực tác dụng lên phiến nước đá bằng không. Tuy nhiên, chẳng mấy chốc phiến nước đá bắt đầu chảy và cuối cùng chúng ta nhìn thấy một vũng nước nhỏ trên bàn.

Chúng ta không thể mô tả hay hiểu được quá trình chảy này, nếu chỉ dựa trên cơ học. Vì vậy, một vài quan niệm mới độc lập với cơ học, phải được phát triển để bàn luận về các hiện tượng loại này. Trong các chương dưới đây, chúng ta sẽ xem xét một số ý tưởng được xem là trọng tâm của môn nhiệt động lực học và cơ học thống kê. Ở chương này, chúng ta sẽ giới thiệu các khái niệm về nhiệt độ và sự truyền nhiệt.

11-1. Các mô tả vi mô và vĩ mô

11-2. Cân bằng nhiệt và định luật thứ không của nhiệt động lực học

11-3. Nhiệt biểu và thang nhiệt độ khí lỏng

11-4. Các thang nhiệt độ khác

11-5. Sự nở nhiệt

11-6. Sự truyền nhiệt

11-1. CÁC MÔ TẢ VI MÔ VÀ VĨ MÔ

Giả sử có một lượng khí không đổi, 5g ôxi chẳng hạn, chứa trong một bình. Mô tả vi mô của hệ này sẽ bắt đầu bằng việc thừa nhận rằng chất khí bao gồm các phân tử. Liệu có hợp lí khi ta cố xác định chuyển động của mỗi phân tử bằng cách áp dụng các định luật Newton? Với một máy tính lớn, tốc độ cao, một hệ rất nhỏ bao gồm vài ngàn phân tử có thể được mô phỏng để có được một thông tin hữu ích. Trong các cách mô phỏng này, chuyển động của mỗi phân tử được theo dõi tới từng chi tiết. Mọi tính chất của hệ phụ thuộc vào vị trí và vận tốc của các phân tử đều có thể được tính toán. Cách tiếp cận này được gọi là **động lực học phân tử**.

Tuy nhiên, số các phân tử trong 5g ôxi cỡ 10^{23} , một con số quá lớn để có thể xem xét bằng động lực học phân tử. Riêng việc liệt kê các giá trị tức thời của vị trí và vận tốc từng phân tử cá thể cũng đã là một việc không thể làm nổi. Một khối lượng thông tin như thế đã là quá đồ sộ để có thể mô phỏng và do đó chẳng có giá trị là bao trong việc mô tả hệ này cùng tương tác của nó với môi trường xung quanh. Thay vào đó, sẽ hữu ích hơn nhiều nếu xem xét các giá trị trung bình. Cách tiếp cận động lực học phân tử cũng ước lượng các đại lượng bằng việc lấy trung bình trên các chuyển động phân tử. Các phương pháp của cơ học thống kê xác lập mối liên hệ giữa việc lấy trung bình các tính chất phân tử với các đại lượng như nhiệt độ và áp suất là các đại lượng mà hàng ngày chúng ta thường nói tới.

Mô tả vĩ mô dụng chạm tới các tính chất ở thang bậc lớn hơn thang bậc phân tử. Trong thang bậc lớn hơn này người ta không xem xét trực tiếp về các tính chất

phân tử của hệ. Mô tả vĩ mô tương tác của hệ với môi trường xung quanh được gọi là **nhiệt động lực học**. Mặc dù nhiệt động lực học không phụ thuộc vào hiểu biết của chúng ta về cấu trúc phân tử của vật chất, nhưng bằng cách diễn giải, mô tả nhiệt động lực học qua các giá trị trung bình của phân tử cũng đã giúp ta hình dung được những gì đang diễn ra.

Các biến trạng thái

Một số đại lượng được dùng trong nhiệt động lực học cũng đã được thảo luận ở trên. Một trong các đại lượng này là áp suất của chất khí. **Áp suất** p là lực mà chất khí tác dụng lên một đơn vị diện tích bề mặt :

$$p = \frac{F}{A}$$

Một đại lượng khác là **thể tích** V bị chiếm bởi chất khí. Áp suất p và thể tích V là những ví dụ về các biến trạng thái.

Các biến trạng thái đặc trưng cho trạng thái hay điều kiện của một hệ

Một biến trạng thái nữa đặc trưng cho hệ là lượng chất có trong hệ, hay **số mol** tao thành hệ. Đại lượng này được biểu diễn bằng kí hiệu n và viết tắt là mol. Một mol chất là một lượng chất chứa một số phân tử bằng số Avôgađrô. Số Avôgađrô bằng :

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ phân tử/mol}$$

Như vậy số mol trong một mẫu chất nào đó là số phân tử N chứa trong mẫu chất chia cho số Avôgađrô.

$$n = \frac{N}{N_A}$$

Các biến trạng thái khác sẽ được định nghĩa sau bao gồm **nhiệt độ** T , **nội năng** U và **entrôpi**.

Khối lượng mol

Khối lượng mol (hay khối lượng phân tử gam) M_0 của một chất tinh khiết là khối lượng của một số phân tử bằng số Avôgađrô. Như vậy, khối lượng m của một mẫu chất bằng tích số mol n có trong mẫu và khối lượng mol của chất

$$m = nM_0$$

Thường người ta cho các khối lượng mol bằng gam hơn là kilôgam, khi đó đơn vị đo M_0 là g/mol. Đối với chất đơn nguyên tử, như heli (He) chẳng hạn, khối lượng mol cũng chính là khối lượng nguyên tử

VÍ DỤ 11-1

Số mol và số phân tử trong một mẫu chất. Nước (H_2O) có hai nguyên tử hiđrô và một nguyên tử ôxi trong mỗi phân tử. Hãy xác định (a) số mol và (b) số phân tử trong 0,14kg nước.

Giải. Từ phụ lục 9, khối lượng nguyên tử của hiđrô là 1,0g/mol nên khối lượng mol của H_2O là :

$$M_0 = 2(1,0\text{g/mol}) + 16\text{g/mol} = 18,0\text{g/mol.}$$

(a) Số mol trong mẫu nước này là :

$$n = \frac{m}{M_0} = \frac{(0,14\text{kg})(1000\text{g/kg})}{18,0\text{g/mol}} = 7,8\text{mol.}$$

(b) Số phân tử trong mẫu nước này là :

$$N = nN_A = (7,8\text{mol})(6,022 \cdot 10^{23}\text{phân tử/mol}) = 4,7 \cdot 10^{24}\text{phân tử.}$$

Bài tự kiểm tra 11-1

Dưới các điều kiện bình thường, ôxi là lưỡng nguyên tử (một phân tử có hai nguyên tử). Hãy xác định khối lượng của mẫu có chứa $2,82 \cdot 10^{23}$ phân tử ôxi.

Đáp số : 15,0g.

VÍ DỤ 11-2

Chất khí trong một hình trụ. Một chất khí được chứa trong một bình hình trụ với tiết diện tròn, bán kính $R = 0,22\text{m}$ và chiều cao $L = 0,35\text{m}$. Áp suất của chất khí là $2,00\text{atm}$ (hay $2,02 \cdot 10^5\text{Pa}$). Hãy xác định (a) thể tích tính ra lít (l) mà chất khí chiếm và (b) lực mà chất khí tác dụng lên một trong các mặt tròn của khối trụ.

(xem phụ lục 9 đối với các khối lượng nguyên tử). Vì khối lượng nguyên tử của He là $4,0\text{g/mol}$, nên khối lượng mol của He là $M_0 = 4,0\text{g/mol}$. Đối với các chất mà các phân tử của nó chứa nhiều hơn một nguyên tử, như cacbon điôxit chẳng hạn (CO_2), khối lượng mol bằng tổng khối lượng nguyên tử của các nguyên tử trong mỗi phân tử đó. Khối lượng nguyên tử của cacbon (C) là $12,0\text{g/mol}$ và khối lượng nguyên tử của ôxi (O) là 16g/mol , nên khối lượng của CO_2 là :

$$\begin{aligned} M_0 &= [12,0\text{g/mol} + 2(16\text{g/mol})] \\ &= 44\text{g/mol.} \end{aligned}$$

Giải. (a) Thể tích của khối trụ là tích của chiều cao L và diện tích tiết diện πR^2 của nó :
Vì $1,0l = 0,001m^3$ (số chính xác) nên :

$$\begin{aligned} V &= \pi R^2 L = 0,053m^3 \\ &= 0,053 m^3 \cdot \frac{1,0l}{0,001m^3} = 57l. \end{aligned}$$

(b) Lực tác dụng lên diện tích A = πR^2 là :

$$F = pA = (202kPa)(0,15m^2) = 31kN.$$

Bài tự kiểm tra 11-2

Một chất khí là hỗn hợp gồm hai thành phần : 2,2mol khí He và 1,8mol khí neon (Ne). Khối lượng chất khí bằng bao nhiêu ?

Đáp số : 26,8g.

11-2. CÂN BẰNG NHIỆT VÀ ĐỊNH LUẬT THÚ KHÔNG CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

Nếu một giá trị xác định của một biến trạng thái là đặc trưng cho hệ, thì biến trạng thái đó phải nhận giá trị xác định này ở khắp nơi trong toàn hệ và nó phải giữ nguyên ở giá trị này. Khi điều đó xảy ra, hệ ở **trạng thái cân bằng**.

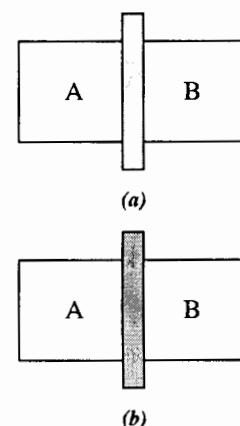
Một hệ ở trạng thái cân bằng khi các biến trạng thái của nó là không đổi theo thời gian và có giá trị như nhau ở khắp nơi trong hệ.

Cân bằng nhiệt

Chúng ta xét hai hệ A và B, nếu hai hệ được tách riêng bằng một **vách ngăn đoạn nhiệt**, thì khi đó hai hệ bị cách li với nhau. Chúng là **các hệ cô lập về nhiệt** (hình 11-1a).

Khi chúng ta thay đổi các biến trạng thái của một trong hai hệ, các biến trạng thái của hệ kia vẫn không bị ảnh hưởng. Mặt khác, nếu các hệ được tách riêng bằng

vách ngăn thấu nhiệt (cho nhiệt truyền qua), khi đó hai hệ sẽ tương tác với nhau. Nghĩa là khi các biến trạng thái của một hệ thay đổi thì các biến trạng thái của hệ kia cũng thay đổi theo (hình 11-1b). Các hệ này có **tiếp xúc nhiệt** với nhau.



Hình 11-1. Hai hệ tách riêng (a) bằng vách ngăn đoạn nhiệt dừng và (b) bằng vách thấu nhiệt dừng, cho phép chúng tương tác với nhau.

Trong thực tế, vách ngăn đoạn nhiệt có thể được lấy gần đúng là một lớp mỏng chất cách nhiệt, như styrofam chẳng hạn ; còn vách ngăn thấu nhiệt có thể được làm bằng một lớp đồng mỏng chẳng hạn.

Giả thiết có hai hệ A và B được cho tương tác với nhau qua **vách ngăn thấu nhiệt** như ở hình 11-2. Lớp vỏ đoạn nhiệt bao quanh ngăn cản mọi tiếp xúc nhiệt với các hệ ở ngoài lớp vỏ bọc. Do tương tác giữa A và B, một vài biến của mỗi hệ sẽ thay đổi. Song, cuối cùng các biến này rồi cũng đạt đến các giá trị không đổi và mỗi hệ đều sẽ đạt tới trạng thái cân bằng. Khi đó người ta nói rằng hai hệ A và B ở trạng thái cân bằng nhiệt.

Hai hệ là cân bằng nhiệt nếu khi cho chúng tiếp xúc với nhau qua một vách ngăn thấu nhiệt, các biến trạng thái của chúng đều không thay đổi.

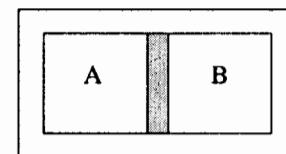
Định luật thứ không

Hai hệ có thể là cân bằng nhiệt ngay cả khi chúng không tiếp xúc trực tiếp với nhau. Hình 11-3 cho thấy một vách ngăn đoạn nhiệt tách riêng hệ A và B, mặc dù mỗi hệ đều tiếp xúc với một hệ thứ ba C thông qua một vách ngăn thấu nhiệt. Sau một thời gian đủ lâu, các biến của mỗi hệ đều trở nên không đổi. Do đó các hệ A và C là cân bằng nhiệt, các hệ B và C cũng là cân bằng nhiệt. Thí nghiệm cho thấy rằng các hệ A và B cũng cân bằng nhiệt. Kết quả này nằm trong cách phát biểu định luật thứ không của nhiệt động lực học sau đây.

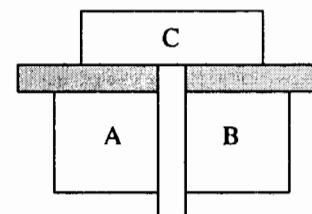
Hai hệ cùng cân bằng nhiệt với một hệ thứ ba thì cân bằng nhiệt với nhau

Cách phát biểu này có vẻ như là hiển nhiên nhưng nó không phải là một tất yếu về mặt lôgic cũng như trong chuyện tình tay ba : Anh Tuấn yêu Phương Nga và Ngọc Hùng yêu Phương Nga, song Anh Tuấn

và Ngọc Hùng lại không yêu nhau. Sự cần thiết của định luật thứ không chỉ được thừa nhận sau khi đã có tên gọi định luật thứ nhất của nhiệt động lực học. Do đó thuật ngữ không bình thường “thứ không” được dùng để chỉ ra rằng định luật này đứng trước định luật thứ nhất của nhiệt động lực học.



Hình 11-2. Hai hệ tương tác thông qua vách ngăn thấu nhiệt. Vỏ bọc đoạn nhiệt cách li A và B với bên ngoài.



Hình 11-3. Vách ngăn đoạn nhiệt tách riêng A và B. Mỗi hệ tương tác với C thông qua vách ngăn thấu nhiệt.

Ở mục sau, ta sẽ định nghĩa nhiệt độ bằng cách chỉ rõ cách đo nó. Tuy nhiên, sẽ rất có ích nếu ta nghĩ nhiệt độ của một hệ như là một đại lượng liên quan đến chuyển động hỗn độn của các phân tử của hệ. Do đó, nhiệt độ sẽ liên quan đến tốc độ trung bình và động năng trung bình của phân tử. Mọi quan hệ này sẽ được trình bày ở chương 13.

Quan niệm về nhiệt độ gắn liền với trạng thái cân bằng của hai hệ. **Hai hệ cân bằng nhiệt thì có cùng nhiệt độ.** Nếu hai hệ được đặt tiếp xúc với nhau và các biến của chúng thay đổi, khi đó chúng không có cùng nhiệt độ, xong chúng sẽ tiến đến chỗ có cùng nhiệt độ khi đạt tới sự cân bằng nhiệt.

Giả định rằng một trong hai hệ này là một nhiệt biểu được dùng để đo nhiệt độ. Sau khi nhiệt biểu đạt được trạng thái cân bằng nhiệt với một hệ khác, nhiệt biểu có

cùng nhiệt độ với hệ này. Thực tế là ta đo được nhiệt độ của nhiệt biểu. Còn hệ đem đo có cùng nhiệt độ vì nó ở trạng thái cân bằng nhiệt với nhiệt biểu.

11-3. NHIỆT BIỂU VÀ THANG NHIỆT ĐỘ KHÍ LÍ TƯỞNG

Nhiệt độ được miêu tả một cách chủ quan bằng các từ như “nóng”, “ấm”, và “lạnh”. Nghĩa là “nóng” thì ứng với nhiệt độ cao hơn “lạnh”. Các từ này không có một ý nghĩa khách quan thích hợp mà phụ thuộc vào cảm giác chủ quan của từng người. Tuy nhiên nhiệt độ có thể được biểu thị một cách định lượng nhờ việc dùng một thang độ được thiết lập một cách tuỳ ý sau khi đã định rõ phương pháp đo nhiệt độ, nói ngắn gọn hơn, bằng cách định rõ nhiệt biểu nào đã được dùng để đo.

Các nhiệt biểu

Nhiệt biểu là một thiết bị hay một hệ thống nào đó được dùng để xác lập mối liên hệ giữa giá trị của một trong các biến của nó với nhiệt độ. Nhiệt biểu phải có một số tính chất cần thiết. Nó phải có một thuộc tính như độ dài, áp suất hay điện trở, thay đổi theo nhiệt độ và dễ dàng đo được. Các số đọc của nó phải lặp lại được. Cấu tạo của nó phải dễ dàng được sao y nguyên để các nhiệt biểu giống nhau có thể được dùng ở khắp mọi nơi. Nó phải có khả năng đọc được các nhiệt độ trong một dải rộng. Các nhiệt biểu thật có các đặc điểm này ở những mức độ khác nhau.

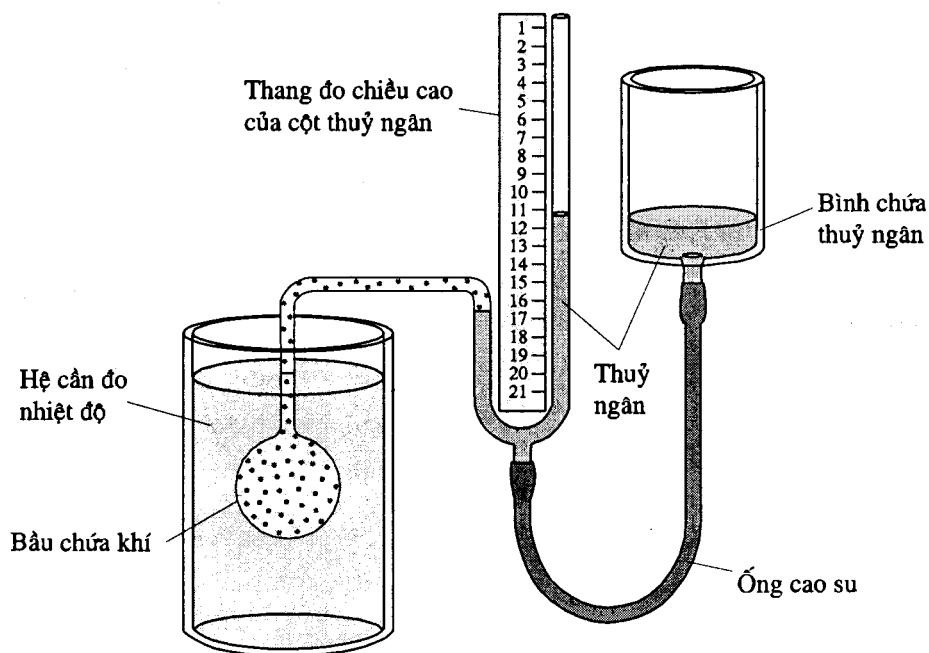
Một ví dụ quen thuộc về nhiệt biểu là **nhiệt biểu thuỷ ngân vỏ thuỷ tinh**, ở đó độ dài của cột thuỷ ngân trong ống mao dẫn bằng thuỷ tinh cho biết nhiệt độ.

Nhiệt độ được đọc phải tỉ lệ thuận với chiều dài của cột thuỷ ngân. Các độ chia được ghi ở các khoảng có độ dài bằng nhau trên vỏ thuỷ tinh cho biết các giá trị của nhiệt độ giữa hai điểm cố định. Điểm nóng chảy và điểm sôi chuẩn của nước chẳng hạn có thể được chọn làm điểm cố định. (Từ “chẩn” ngầm hiểu là hệ đang ở áp suất khí quyển chuẩn là 101kPa).

Cấp nhiệt điện là một loại nhiệt biểu khác. Nó gồm hai mối nối của hai dây kim loại khác nhau. Nếu một mối nối được giữ ở một nhiệt độ lấy làm mốc (như trong một bồn nước lỏng và nước đá chẳng hạn) và mối nối thứ hai được giữ ở giữa nhiệt độ khác, khi đó một hiệu điện thế sẽ xuất hiện tại hai mối nối. Hiệu điện thế này dùng để đo nhiệt độ.

Một loại nhiệt biểu khác là **nhiệt biểu điện trở**. Điện trở của nhiệt biểu thay đổi theo nhiệt độ và được dùng để cho biết nhiệt độ.

Nhiệt biểu khí có thể tích không đổi được cho trên hình 11-4. Nó gồm một bầu chứa khí với cơ cấu đảm bảo cho phần thể tích bị chất khí chiếm luôn được giữ không đổi - do đó nó có tên là “nhiệt biểu khí có thể tích không đổi”. Áp suất của khí được đo và được dùng để xác định nhiệt độ bằng cách chọn nhiệt độ sao cho tỉ lệ với áp suất của chất khí (hình 11-4).



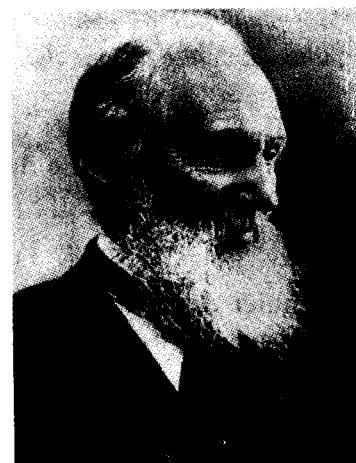
Hình 11-4. Nhiệt biểu khí có thể tích không đổi. Một cách cấu tạo nhiệt biểu loại này là nối kết với một áp kế thuỷ ngân. Bầu chứa khí được đặt tiếp xúc nhiệt với hệ cân đo nhiệt độ để chúng cùng đi tới trạng thái cân bằng nhiệt. Mức thuỷ ngân được điều chỉnh để đảm bảo sao cho khí chiếm cùng thể tích trong mỗi phép đo và áp suất được xác định từ hiệu các mức thuỷ ngân ở mỗi nhánh ống thuỷ ngân của áp kế.

Giả sử chúng ta so sánh nhiệt độ của hai hệ A và B bằng nhiệt biểu khí có thể tích không đổi. Trước tiên ta cho nhiệt biểu tiếp xúc với hệ A, để cho nó đạt tới cân bằng nhiệt với hệ A. Hệ A và khí trong nhiệt biểu khi đó có cùng nhiệt độ mà ta gọi là T_A . Áp suất của khí trong bầu chứa khí của nhiệt biểu được đo và kí hiệu là p_A . Sau đó ta cho nhiệt biểu đạt tới trạng thái cân bằng nhiệt với hệ B. Nhiệt độ T_B ứng với áp suất p_B của khí trong nhiệt biểu. Vì nhiệt độ đã được chọn là tỉ lệ với áp suất của khí trong nhiệt biểu nên ta có :

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{p_B}{p_A}$$

Chẳng hạn nếu tỉ số áp suất là $\frac{p_A}{p_B} = 2,1$, khi đó nhiệt độ của hệ B bằng 2,1 lần

nhiệt độ của hệ A. Tuy nhiên cần lưu ý rằng, chúng ta vẫn chưa có giá trị cho nhiệt độ của cả hai hệ. Thang nhiệt độ vẫn còn chưa được thiết lập.



Thang nhiệt độ Kelvin được đặt tên để tưởng nhớ nhà vật lí Huân tước Kelvin (1824-1907). Tên khai sinh của ông là William Thomson.

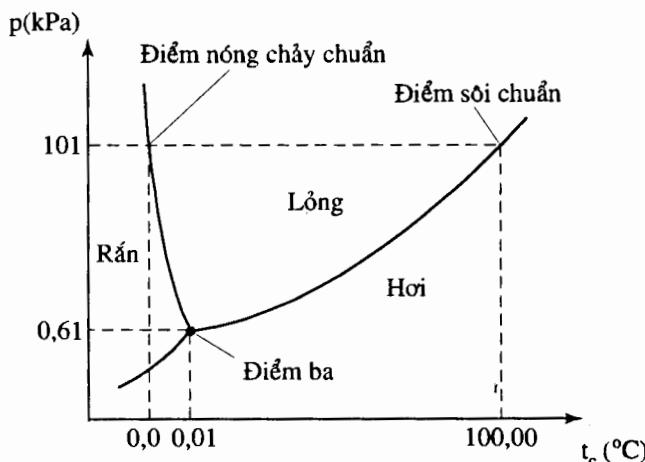
Ông sinh ra ở Belfast, Ireland. Ông có đóng góp to lớn cho nhiệt động lực học và điện tử học. Ông có câu nói nổi tiếng là "Tôi thường nói rằng khi bạn có thể đo được những gì bạn đang nói tới và diễn tả nó bằng con số, bạn sẽ hiểu được một cái gì đó về nó, còn khi bạn không thể diễn tả nó bằng con số thì sự hiểu biết của bạn vẫn là hời hợt và chưa thể thỏa mãn được".

Để thiết lập thang nhiệt độ, giá trị bằng số của nhiệt độ phải được quy cho một điểm cố định nào đó, một trạng thái xác định của một hệ nào đó. Theo quy ước, **điểm ba của nước** được chọn làm điểm cố định này. Có một nhiệt độ duy nhất cho hệ

nước ở đó cả ba pha rắn, lỏng, hơi cùng ở trạng thái cân bằng. Ở trạng thái này, cả ba điểm nóng chảy, sôi và thăng hoa trùng nhau. Trạng thái này được gọi là **điểm ba** của nước. Nó xuất hiện ở áp suất 610Pa và ở nhiệt độ $0,01^{\circ}\text{C}$.

Thang nhiệt độ thu được từ nhiệt biểu khí có thể tích không đổi ứng với cách lựa chọn tùy ý nhưng thuận tiện của nhiệt độ điểm ba. Nhiệt độ của điểm ba T_3 được chọn bằng :

$$T_3 = 273,16\text{K} \quad (11-1)$$



Hình 11-5. Một phần giản đồ pha đối với nước. Các tỉ xích không phải là tuyến tính. Tại điểm ba các pha rắn, lỏng, hơi cùng ở trạng thái cân bằng.

Ở đây tên đơn vị viết tắt "K" để chỉ Kelvin, đơn vị nhiệt độ trong hệ đo lường quốc tế SI. Sự thuận tiện của giá trị bằng số đặc biệt này $T_3 = 273,16\text{K}$ là ở chỗ khoảng cách nhiệt độ của 1K tương ứng với một vạch chia, một độ, trong thang nhiệt độ Celsius. Như vậy một "độ" Celsius và một "độ" Kelvin có cùng độ lớn. Điểm nóng chảy của nước trong thang Kelvin là $273,15\text{K}$ ($0,00^{\circ}\text{C}$) và điểm sôi cao hơn 100K tại $373,15\text{K}$ ($100,00^{\circ}\text{C}$).

Để định cỡ cho nhiệt biểu khí có thể tích không đổi tại điểm ba của nước, ta cho nhiệt biểu tới trạng thái cân bằng nhiệt với nước ở điểm ba. Áp suất p_3 của khí trong nhiệt biểu được đo ở nhiệt độ T_3 này. Để đo nhiệt độ của một hệ nào đó, ta cho nhiệt biểu tới cân bằng nhiệt với hệ này. Kí hiệu T là nhiệt độ của hệ này và p là áp suất của khí trong nhiệt biểu tại nhiệt độ T , khi đó ta có :

$$\frac{T}{T_3} = \frac{P}{P_3} \text{ hay } T = (273,16K) \frac{P}{P_3} \quad (11-2)$$

Nếu áp suất của khí được xác định khi nó ở trạng thái cân bằng nhiệt với hệ nước tại

VÍ DỤ 11-3

Đo điểm sôi của nitơ. Khi ở trạng thái cân bằng nhiệt tại điểm ba của nước, áp suất của He trong nhiệt biếu khí có thể tích không đổi là 1020Pa. Áp suất của He là 288Pa khi nhiệt biếu ở cân bằng nhiệt với nitơ lỏng ở điểm sôi chuẩn của nó. Dùng nhiệt biếu này để đo thì điểm sôi chuẩn của nitơ bằng bao nhiêu ?

Giải. Đặt các giá trị áp suất vào phương trình (11-2) ta được :

$$T = (273,16K) \frac{288}{1020} = 77,1K.$$

Nhiệt độ khí lí tưởng

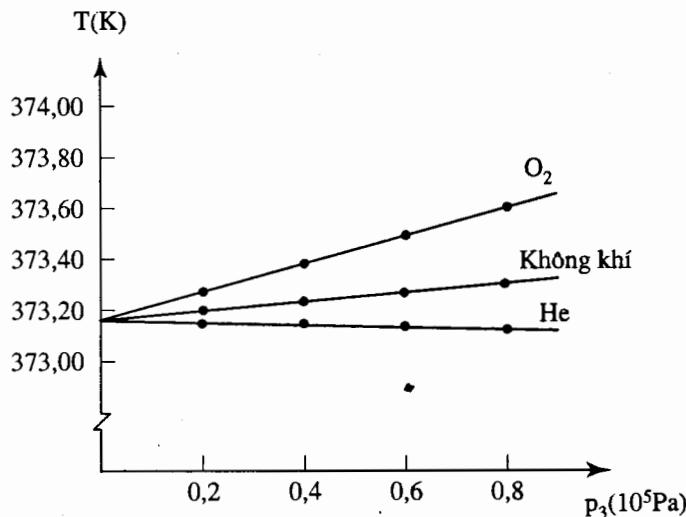
Áp suất thấp hơn của khí trong nhiệt biếu khí có thể tích không đổi ứng với nhiệt độ thấp hơn. Phương trình (11-2) cho thấy rằng khi p tiến dần tới 0, nhiệt độ cũng tiến đến 0, **độ không tuyệt đối của nhiệt độ.** Ở nhiệt độ thấp nhất này áp suất của khí có lẽ cũng trở nên bằng 0. Tuy nhiên, có một thực tế là mọi khí thực đều hoá lỏng hoặc hoá rắn trước khi đạt đến điểm này. Do tính chất này của các khí thực, mà nhiệt biếu khí có thể tích không đổi không thể được dùng để đo các nhiệt độ dưới cỡ 1K.

Còn một vấn đề nữa với nhiệt biếu khí có thể tích không đổi : các nhiệt biếu có cấu tạo giống nhau lại cho các số đọc nhiệt độ khác nhau nếu dùng các khí khác nhau hay dùng các lượng khác nhau của cùng một chất khí. Các sai biệt này trong các số đọc nhiệt độ thường là rất nhỏ. Để ấn định một giá trị xác định của nhiệt độ, người ta

điểm ba, nhiệt độ của một hệ khác nào đó sẽ được xác định từ phương trình (11-2) bằng cách đo áp suất của khí khi nó ở trạng thái cân bằng nhiệt với hệ này.

dùng kĩ thuật ngoại suy. Các phép đo được thực hiện bằng nhiệt biếu khí có thể tích không đổi nhưng chứa các lượng khí ngày càng ít dần. Áp suất p_3 của khí tại điểm ba đặc trưng cho lượng khí này đương nhiên cũng nhỏ dần. Hình 11-6 ghi lại kết quả nhiệt độ điểm sôi chuẩn của nước khi dùng các loại khí khác nhau với các lượng khí khác nhau. Ta thấy khi áp suất p_3 tại điểm ba tiến dần tới 0 thì nhiệt độ điểm sôi tiến dần tới một giá trị không phụ thuộc vào loại khí. Vậy, *trong giới hạn khí loãng vô hạn ($P_3 \rightarrow 0$), nhiệt độ được đo bằng nhiệt biếu khí có thể tích không đổi là giống nhau đối với tất cả các chất khí.* Như vậy, phương trình (11-2) được sửa đổi để bao hàm được cả kết quả này. **Nhiệt độ khí lí tưởng** được xác định bằng công thức :

$$T = \lim_{P_3 \rightarrow 0} \frac{P}{P_3} (273,16K) \quad (11-3)$$



Hình 11-6. Nhiệt độ điểm sôi chuẩn của nước được đo bằng một bộ nhiệt biểu khí có thể tích không đổi. Các nhiệt biểu chứa các khí khác nhau hay các lượng khác nhau của một chất khí cho trước. Mỗi nhiệt biểu được đặc trưng bằng áp suất khí p_3 của nó ở điểm ba. Bằng cách ngoại suy về $p_3 = 0$, nhiệt độ tìm được là 373,15 K.

Trong giới hạn pha lỏang này, các khí thực chiếm cùng thể tích sẽ có cùng sự phụ thuộc của nhiệt độ vào áp suất. T và p tỉ lệ với nhau với cùng một hệ số tỉ lệ đối với tất cả các khí có thể tích không đổi. Sẽ rất bổ ích nếu xét một chất khí tưởng tượng mà nhiệt độ của nó tỉ lệ với áp suất không chỉ ở trường hợp lỏang mà ở mọi áp suất. **Khí lí tưởng** là tên gọi dành cho chất

khí tưởng tượng này. Chúng ta sẽ hiểu biết thêm nhiều về khí lí tưởng ở ba chương tiếp theo. Còn bây giờ ta lưu ý rằng các tính chất của nó được xem gần giống như tính chất của các khí lỏang và thang nhiệt độ dựa trên các tính chất chung của các khí lỏang đều có tên là thang nhiệt độ khí lí tưởng.

11-4. CÁC THANG NHIỆT ĐỘ KHÁC

Về mặt lịch sử, thang nhiệt độ Celsius dựa trên các tính chất của nước. Nhiệt độ của điểm nóng chảy chuẩn ứng với 0°C , còn nhiệt độ sôi chuẩn ứng với 100°C . Ngày nay thang nhiệt độ này được định nghĩa là :

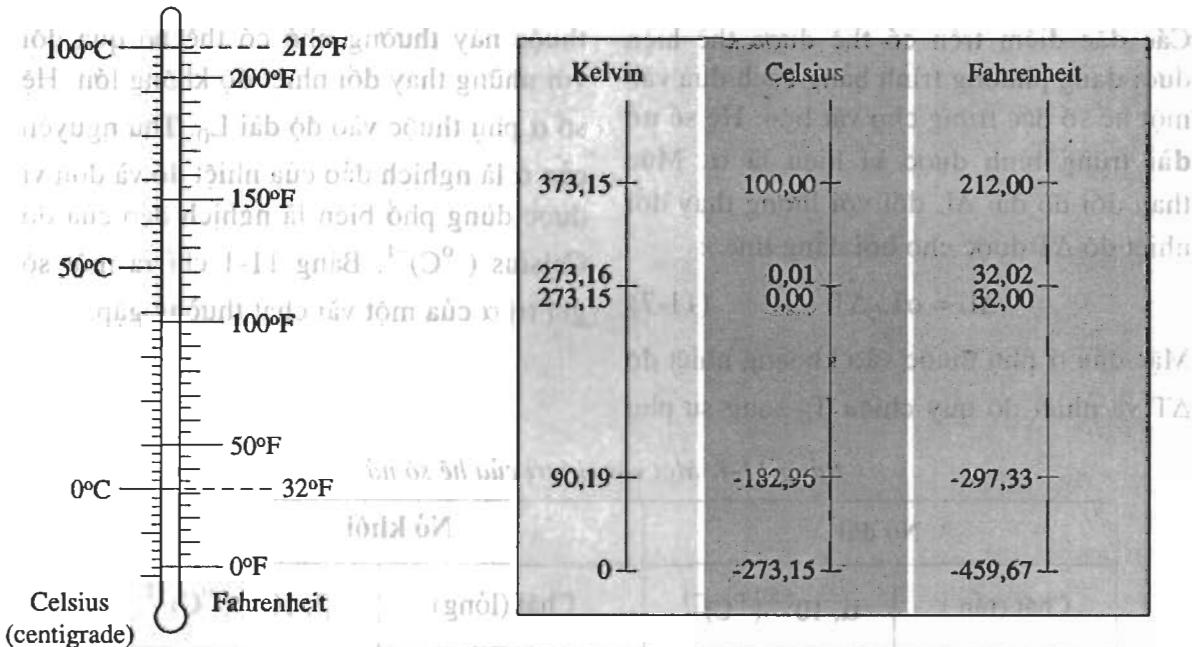
$$t_c = T - 273,15\text{K} \quad (11-4)$$

trong đó nhiệt độ Celsius được kí hiệu là t_c . Từ phương trình (11-4), lưu ý rằng các thang nhiệt độ Celsius và Kelvin chỉ khác nhau ở điểm 0 của chúng. Độ không tuyệt đối ($T = 0\text{K}$) nằm ở $t_c = -273,15\text{ K}$. Điểm

nóng chảy chuẩn của nước ($t_c = 0,00^\circ\text{C}$) sẽ ở nhiệt độ $T = 273,15\text{K}$. Vì độ lớn của một “độ” giống nhau trong hai thang nhiệt độ nên các hiệu nhiệt độ có cùng giá trị bằng số. Bên cạnh thang nhiệt độ phổ biến này, tại Anh và Mĩ, người ta còn dùng thang nhiệt độ Fahrenheit :

$$t_F = \frac{9}{5}t_c + 32^\circ\text{F} \quad (11-5)$$

Theo thang nhiệt độ này, điểm nóng chảy và điểm sôi chuẩn của nước là 32°F và 212°F .



Hình 11-7. So sánh một vài giá trị nhiệt độ trong ba thang nhiệt độ.

11-5. SỰ NỞ NHIỆT

Hầu hết các chất đều nở nhiệt khi nhiệt độ tăng và co lại khi nhiệt độ giảm. **Sự nở nhiệt** này thường rất nhỏ song nó có thể gây hiệu ứng quan trọng. Giả sử độ dài của một thanh vật rắn ở một nhiệt độ quy chiếu T_0 nào đó là L_0 . Nếu nhiệt độ thay đổi một lượng $\Delta T = T - T_0$, khi đó chiều dài của thanh thay đổi một lượng $\Delta L = L - L_0$. Thí nghiệm cho thấy rằng, trong các điều kiện thông thường, mức thay đổi độ dài tỉ lệ với mức thay đổi nhiệt độ, ít ra là đối với mức thay đổi nhỏ của nhiệt độ. Chúng ta mong đợi rằng mức thay đổi độ dài sẽ tỉ lệ với độ dài quy chiếu L_0 . Nghĩa là nếu mức thay đổi độ dài của một thanh dài 2m là 0,4mm thì mức thay đổi độ dài của một thanh dài 1m sẽ là 0,2mm. Mức thay đổi độ dài cũng phụ thuộc vào loại vật liệu. Ví như các thanh đồng và sắt có cùng độ dài ở một nhiệt độ sẽ có độ dài khác nhau ở các nhiệt độ khác.



Đường ray xe lửa nở dài đến mức bị uốn cong trong những ngày nắng nóng

Các đặc điểm trên có thể được thể hiện dưới dạng phương trình bằng cách đưa vào một hệ số đặc trưng cho vật liệu. **Hệ số nở dài** trung bình được kí hiệu là α . Mức thay đổi độ dài ΔL đối với lượng thay đổi nhiệt độ ΔT được cho bởi đẳng thức :

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T \quad (11-7)$$

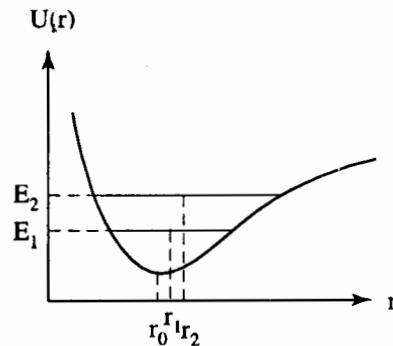
Mặc dù α phụ thuộc vào khoảng nhiệt độ ΔT và nhiệt độ quy chiếu T_0 song sự phụ

Bảng 11-1. Một vài giá trị của hệ số nở

Nở dài		Nở khối	
Chất (rắn)	$\alpha, 10^{-5} (\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}$	Chất (lỏng)	$\beta, 10^{-5} (\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}$
Nhôm	2,4	Mêtanol	113
Đồng	1,8	Glixêrin	49
Thép	1,1	Thuỷ ngân	18
Thuỷ tinh	0,1 – 1,3	Dầu thông	90
Bêtông	0,7 – 1,4	Axêtôn	132

Chúng ta có thể hiểu được, tại sao ở mức vi mô một vật rắn lại nở ra khi nhiệt độ tăng lên. Trong vật rắn, các nguyên tử nằm cạnh nhau tác dụng lên nhau các lực giống như lực lò xo và chịu các chuyển động dao động. Ở một nhiệt độ cho trước, một nguyên tử điển hình dao động quanh vị trí trung bình của nó dưới dạng sơ đồ trên hình 11-8. Hàm thế năng hiệu dụng của hai nguyên tử cạnh nhau và cách nhau một khoảng r được cho trên hình. Hàm này bất đối xứng đối với điểm cực tiểu và khoảng cách trung bình phụ thuộc vào năng lượng của phân tử. Chúng ta hãy gắn độ tăng nhiệt độ với độ tăng của năng lượng nguyên tử trung bình. Khi năng lượng tăng lên, khoảng cách trung bình của các nguyên tử tăng lên, do đó làm cho sự nở nhiệt tăng lên.

thuộc này thường nhỏ có thể bỏ qua đối với những thay đổi nhiệt độ không lớn. Hệ số α phụ thuộc vào độ dài L_0 . Thứ nguyên của α là nghịch đảo của nhiệt độ và đơn vị được dùng phổ biến là nghịch đảo của độ Celsius ($\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$). Bảng 11-1 chỉ ra một số giá trị α của một vài chất thường gặp.



Hình 11-8. Thế năng tương tác của hai nguyên tử nằm cạnh nhau là bất đối xứng quanh cực tiểu ở r_0 . Khoảng cách trung bình là r_1 khi năng lượng dao động là E_1 . Khoảng cách trung bình tăng đến giá trị r_2 nếu năng lượng dao động tăng đến giá trị E_2 vì nhiệt độ tăng lên.

Với các chất lỏng cũng như đối với các vật rắn, sẽ rất tiện lợi nếu khảo sát các thay đổi thể tích ứng với các thay đổi

nhiệt độ. Nếu V_0 là thể tích của chất ở nhiệt độ quy chiếu T_0 , khi đó lượng thay đổi thể tích ΔV do lượng thay đổi nhiệt độ ΔT gây ra được cho bởi :

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T \quad (11-8)$$

trong đó, β là **hệ số nở khối trung bình**. Giá trị của nó là đặc trưng cho mỗi chất. Giá trị của β đối với một vài chất lỏng được cho ở bảng 11-1. Vì tích ba kích thước cho ta thể tích, cho nên dễ thấy $\beta \approx 3\alpha$ đối với chất dẫn hướng.

VÍ DỤ 11-4

Sự nở của bêtông. Một phiến bêtông dài 12m ở -5°C vào một ngày mùa đông. Độ dài của nó thay đổi bao nhiêu từ mùa đông sang mùa hè khi nhiệt độ là 35°C ?

Giải. Từ bảng 11-1, ta thấy hệ số nở dài của bêtông là cỡ $\frac{1}{10^5} {}^\circ\text{C}$. Dùng phương trình (11-7) ta có :

$$\begin{aligned}\Delta L &= \alpha L_0 \Delta T \\ &= \left(\frac{1}{10^5} {}^\circ\text{C} \right) (12\text{m}) (40^\circ\text{C}) = 5\text{mm}.\end{aligned}$$

Các phiến bêtông cạnh nhau trên các đường quốc lộ và trên vỉa hè thường được đặt tách nhau bằng các miếng đệm mềm để phòng loại nở dài này.

Bài tự kiểm tra 11-3

Một thanh đồng dài thêm 5mm khi nhiệt độ của nó tăng 40°C . Tìm độ dài ban đầu của thanh ?

Đáp số : 7m.

VÍ DỤ 11-5

Sự nở khối của quả cầu. Một quả cầu nhôm có bán kính R là 3,0mm ở 100°C .

Tìm thể tích của nó ở 0°C ?

Giải. Thể tích của quả cầu ($\frac{4}{3}\pi R^3$) ở 100°C là $V = 113,1\text{mm}^3$. Từ bảng 11-1, ta có

$\alpha = \frac{2,4}{10^5} {}^\circ\text{C}$ và $\beta = 3\alpha = \frac{7,2}{10^5} {}^\circ\text{C}$. Áp dụng phương trình (11-8) ta được :

$$\Delta V = \left(\frac{7,2}{10^5} {}^\circ\text{C} \right) (113,1\text{mm}^3) (-100^\circ\text{C}) = -0,81\text{mm}^3.$$

Thể tích ở 0°C là : $113,1\text{mm}^3 - 0,81\text{mm}^3 = 112,3\text{mm}^3$.

Bài tự kiểm tra 11-4

Nhiệt độ phải thay đổi bao nhiêu để làm cho thể tích thuỷ ngân thay đổi 0,1% ?

Đáp số : 6K.

11-6. SỰ TRUYỀN NHIỆT

Giả sử chúng ta muốn tăng nhiệt độ của một bình nước. Theo ngôn ngữ hàng ngày thì sẽ là “đun nóng nó lên”, bằng cách áp một ngọn lửa vào bình hoặc thả một vật nóng vào nước. Trong cả hai trường hợp đều có sự truyền năng lượng cho nước và quá trình truyền năng lượng diễn ra vì có chênh lệch nhiệt độ giữa nước và một bộ phận nào đó của môi trường xung quanh nó. Điều này là cơ sở cho định nghĩa của chúng ta về thuật ngữ “nhiệt”.

Nhiệt là năng lượng được truyền giữa một hệ và môi trường xung quanh của nó chỉ do có chênh lệch nhiệt độ giữa hệ này và một phần nào đó của môi trường quanh nó.

Việc nhắc tới chênh lệch nhiệt độ là phần cốt yếu trong định nghĩa về nhiệt vì năng lượng còn có thể được truyền bằng các cách khác (sẽ được miêu tả ở chương sau). Để được xem là nhiệt thì phần năng lượng thêm vào hay lấy bớt đi từ một hệ phải được truyền trực tiếp và chỉ do sự chênh lệch nhiệt độ giữa hệ và môi trường quanh nó.

Dùng đúng cách thì thuật ngữ “nhiệt” là để chỉ lượng năng lượng *truyền cho* hay *lấy đi* khỏi hệ. Nó không phải là phần năng lượng còn lưu trữ trong hệ hay thuộc về hệ như thế năng. Cho nên sẽ **không chính xác** khi nói “nhiệt trong hệ” hay “nhiệt của hệ”. Đúng hơn ta nên nói “nhiệt thêm cho hệ” hay “nhiệt lấy bớt của hệ”. Ta dùng kí hiệu Q để chỉ lượng

nhiệt. Với chức năng là truyền năng lượng, nhiệt có thứ nguyên của năng lượng. Đơn vị trong hệ đơn vị quốc tế (SI) của nhiệt là jun (J). Các đơn vị khác của nhiệt cũng vẫn thường được dùng, cho nên chúng ta sẽ đề cập tới chúng khi cần thiết. Nhiệt được truyền như thế nào giữa một hệ và môi trường xung quanh của nó, hay để cho đơn giản, ta nói là giữa hai hệ ? Các quá trình qua đó nhiệt được truyền tải được chia thành ba loại : **sự dẫn nhiệt, sự đối lưu và sự bức xạ**. Trong một số tình huống, chỉ một trong các cơ chế này mới có thể đem lại kết quả thực sự. Song thường hai hoặc cả ba quá trình đều có phần đóng góp đáng kể. Chúng ta sẽ thảo luận riêng từng cơ chế truyền nhiệt và bắt đầu bằng sự dẫn nhiệt.

Sự dẫn nhiệt

Trong quá trình dẫn nhiệt, nhiệt được truyền giữa hai hệ thông qua môi trường nối kết. Giả sử rằng không có phần nào của môi trường nối kết chuyển động. Như vậy, môi trường nối kết phải là một vật rắn cứng hoặc nếu là chất lỏng, nó phải không có các dòng tuần hoàn. Hãy xét tình huống cho bằng sơ đồ trên hình 11-9. Một thanh đồng đều có diện tích tiết diện ngang A, chiều dài L là môi trường phân cách hai hệ được giữ ở các nhiệt độ T_1 và T_2 . Nhiệt được truyền qua môi trường nối kết từ nhiệt độ cao là T_2 sang nhiệt độ thấp T_1 . Vách đoạn nhiệt làm cho mặt bên của thanh không cho bất kì một dòng nhiệt nào đi từ bề mặt này ra ngoài.

Chúng ta có thể mong đợi rằng, nhiệt độ chỉ biến thiên dọc theo chiều dài thanh. Nhiệt độ sẽ là T_2 ở đầu bên trái của thanh ($x = 0$) và T_1 ở đầu kia ($x = L$). Tại điểm nằm giữa hai đầu có toạ độ x , nhiệt độ sẽ có giá trị giữa T_1 và T_2 và nói chung biến đổi theo thời gian. Một vài phân bố nhiệt độ được vẽ phác trên hình 11-10. Thí nghiệm cho thấy rằng, sau khi đạt được **trạng thái ổn định** (nhiệt độ ở mọi điểm cho trước không còn biến đổi nữa) nhiệt độ sẽ thay đổi tuyến tính theo chiều dài của thanh nếu T_1 và T_2 không khác nhau quá lớn.

Đối với dòng nhiệt ở trạng thái ổn định trong thanh, lượng nhiệt Q truyền qua tiết diện ngang của thanh trong khoảng thời gian Δt là giống nhau trên suốt chiều dài thanh. Chúng ta định nghĩa **dòng nhiệt H** (còn gọi là **thông lượng nhiệt**) là phần nhiệt truyền qua tiết diện ngang trong đơn vị thời gian.

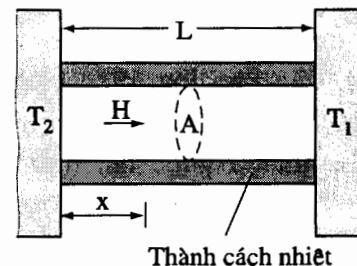
$$H = \frac{Q}{\Delta t}$$

Dòng nhiệt ở trạng thái ổn định H có cùng giá trị ở mọi nơi dọc theo chiều dài của thanh đồng nhất. Từ thí nghiệm ta thấy rằng dòng nhiệt ở trạng thái ổn định H trong thanh thì tỉ lệ thuận với hiệu nhiệt độ $T_2 - T_1$; tỉ lệ với diện tích tiết diện thanh A ; tỉ lệ nghịch với độ dài L của thanh và phụ thuộc vào vật liệu làm thanh. Các tính chất này được tổng kết bởi biểu thức :

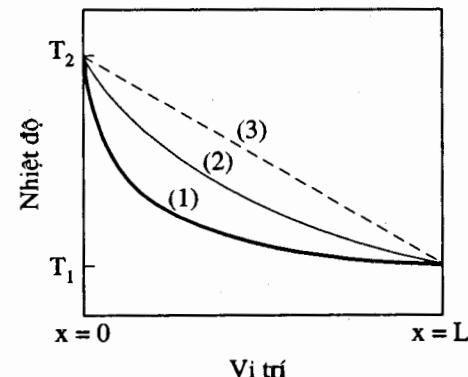
$$H = kA \frac{T_2 - T_1}{L} \quad (11-9)$$

trong đó k là **độ dẫn nhiệt đặc trưng** cho vật liệu. Sự phụ thuộc vào nhiệt độ của độ dẫn nhiệt của phần lớn các chất là rất yếu. Đơn vị của dòng nhiệt trong hệ SI là oát

(W) và đơn vị của độ dẫn nhiệt trong hệ SI là $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \text{K}^{-1}$. Bảng 11-2 liệt kê giá trị của độ dẫn nhiệt của một số chất thông dụng.



Hình 11-9. *Thanh đồng đều dẫn nhiệt từ nhiệt độ cao hơn T_2 sang nhiệt độ thấp hơn T_1 . Mặt bên của thanh là cách nhiệt.*



Hình 11-10: *Các phân bố nhiệt độ tại các thời gian khác nhau đối với thanh vẽ trên hình 11-9, ở đó nhiệt độ thanh mới đầu là đều và bằng T_1 . Phân bố (1) là ngay sau khi quá trình dẫn nhiệt bắt đầu còn phân bố (2) ở thời điểm chậm hơn một chút. Sau một thời gian đủ lâu, sẽ đạt tới phân bố ở trạng thái ổn định.*

Bảng 11-2. *Một vài giá trị của độ dẫn nhiệt*

Chất	$k (\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \text{K}^{-1})$
Nhôm	237
Đồng	401
Bê tông	0,9 – 1,3
Gỗ	0,05 – 0,36
Tấm sợi thuỷ tinh	0,04
Không khí	0,02
Styrofoam	0,01

Từ phương trình (11-9), chúng ta thấy rằng dòng nhiệt có thể lớn đối với vật liệu có giá trị độ dẫn nhiệt lớn. Một chất như vậy được gọi là vật dẫn nhiệt “tốt” và có thể được dùng gần giống như một vách thấu nhiệt. Các kim loại điển hình là các vật dẫn nhiệt tốt mà đồng là một trong các vật dẫn tốt nhất. Ngược lại, một chất có giá trị độ dẫn nhiệt nhỏ là một vật dẫn nhiệt tồi và là một chất cách nhiệt tốt. Một lớp cách nhiệt dày gần giống như một vách đoạn nhiệt. Styrofoam là vật cách nhiệt rất tốt (dù nhiên ở nhiệt độ dưới điểm nóng chảy của nó).

Phương trình (11-9) có thể được suy rộng để mô tả sự dẫn nhiệt trong các điều kiện không phải ở trạng thái ổn định và trong các hình học khác nhau. Tại điểm trong

môi trường nối kết được đặc trưng bằng độ dẫn nhiệt k , gọi H là dòng nhiệt tức thời đi qua yếu tố diện tích nhỏ A . Nếu x là toạ độ vuông góc với mặt chứa diện tích này và nhiệt độ thay đổi theo toạ độ x , thì khi đó $\frac{dT}{dx}$ là gradien nhiệt độ tại vị trí đó.

Các đại lượng này liên hệ với nhau bằng :

$$H = - kA \frac{dT}{dx} \quad (11-10)$$

Dấu trừ ở phương trình (11-10) ứng với việc nhiệt truyền từ nhiệt độ cao hơn xuống nhiệt độ thấp hơn. Như vậy nếu nhiệt độ giảm theo hướng tăng của x khi đó $-\frac{dT}{dx}$ là dương và nhiệt truyền theo hướng dương của trục x .

VÍ DỤ 11-6

Dòng nhiệt trong vách ngăn tủ lạnh. Hãy đánh giá dòng nhiệt trong chất cách nhiệt styrofoam ở các vách ngăn trong tủ lạnh gia đình. Dòng nhiệt truyền qua các vách ngăn này trong một giờ bao nhiêu ?

Giải. Diện tích vách ngăn tổng cộng của một tủ lạnh vào cỡ $4m^2$ và chênh lệch nhiệt độ giữa bên trong và bên ngoài tủ lạnh vào khoảng $25^\circ C - 5^\circ C = 20^\circ C$. Ta ước tính bề dày của lớp styrofoam là 30mm. Dùng giá trị độ dẫn nhiệt của styrofoam lấy từ bảng 11-2, từ phương trình (11-9) ta được :

$$H = \frac{(0,01 W \cdot m^{-1} K^{-1})(4m^2)(20^\circ C)}{0,03m}$$

$$= 30W$$

Trong 1 giờ, lượng nhiệt truyền qua các vách ngăn sẽ là :

$$Q = H\Delta t = (30W)(3600s) = 100kJ.$$

Bài tự kiểm tra 11-5

Giả sử chiếc tủ lạnh ở ví dụ trên dùng một lớp cách nhiệt bằng sợi thuỷ tinh dày 30mm. Dòng nhiệt trong tủ lạnh sẽ là bao nhiêu ?

Đáp số : 100W.

VÍ DỤ 11-7

Gradien nhiệt độ. Hãy đánh giá gradien nhiệt độ trong lớp cách nhiệt styrofoam trong ví dụ 11-6.

Giải. Chọn chiều dương trục x là vuông góc với một trong các vách ngăn cách nhiệt và hướng từ ngoài tủ lạnh vào bên trong. Phân bố nhiệt độ đổi với dòng nhiệt ở trạng thái ổn định được minh họa bằng đường 3 trên hình 11-10. Gradien nhiệt độ là độ dốc của đường thẳng trên hình vẽ này :

$$\frac{dT}{dx} = \frac{-20^{\circ}\text{C}}{0,03\text{m}} = -700^{\circ}\text{C/m.}$$

Vì $\frac{dT}{dx} < 0$, dòng nhiệt là theo hướng x dương, hay là hướng đi vào tủ lạnh.

Bài tự kiểm tra 11-6

Nhiệt độ không khí trong một phòng đóng kín thay đổi tuyến tính từ 24°C ở sàn nhà tới 29°C ở trần nhà, trần nhà cách sàn nhà 2,5m. (a) Cho trục x hướng lên trên, hãy xác định gradien nhiệt độ. (b) Dòng nhiệt dẫn đi theo đường nào ?

Đáp số : (a) 2°C/m ; (b) Xuống dưới.

Đối lưu và bức xạ nhiệt

Trong hiện tượng **đối lưu**, năng lượng được truyền bằng chuyển động vĩ mô của vật chất dưới dạng đối lưu. Các dòng như thế có thể xảy ra một cách tự phát trong các chất lưu mà mật độ của nó thay đổi theo nhiệt độ. Trong không khí chẳng hạn, do trường hấp dẫn của Trái Đất mà các dòng đối lưu được thiết lập vì lớp không khí có nhiệt độ cao hơn (mật độ thấp hơn) dâng lên còn lớp không khí có nhiệt độ thấp hơn (mật độ cao hơn) chìm xuống. Có thể tạo ra sự đối lưu cường bức bằng cách dùng các máy quạt gió. Các tính toán dòng nhiệt trong quá trình đối lưu khá phức tạp nên sẽ không được xem xét ở đây.

Sự bức xạ, cơ chế truyền nhiệt thứ ba, có thể là cơ chế truyền nhiệt quan trọng nhất trong một số tình huống. Tất cả các vật

thể đều phát năng lượng từ bề mặt của chúng. Một phần năng lượng bức xạ này có thể dễ dàng thấy được nếu bề mặt của vật thể có nhiệt độ đủ cao (một mẫu than rực cháy chẳng hạn). Ngay cả khi ở nhiệt độ thấp hơn nhiều, bề mặt vật thể vẫn phát năng lượng, mặc dầu với một số lượng nhỏ vẫn có thể thấy được. Bạn có thể cảm thấy bức xạ phát ra từ một bếp lò còn ấm chẳng hạn.

Một bề mặt ở nhiệt độ T (trong thang Kelvin) sẽ phát một năng lượng bức xạ với tốc độ tỉ lệ với diện tích bề mặt A và tỉ lệ với nhiệt độ luỹ thừa bậc bốn. Biểu thức cho công suất bức xạ P được gọi là **định luật Stefan-Boltzmann** :

$$P = \alpha\sigma T^4 A \quad (11-11)$$

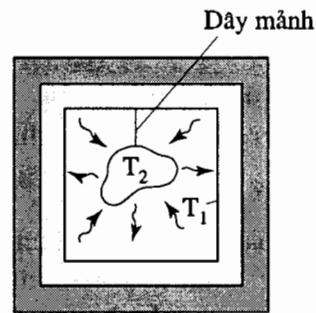
trong đó α là **độ phát xạ**, đặc trưng cho các tính chất phát xạ của một bề mặt cá

biệt ($0 \leq \alpha \leq 1$) và σ là **hằng số Stefan - Boltzmann**,

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-4}$ là chung cho mọi vật thể.

Các bề mặt của các vật vừa hấp thụ vừa phát ra bức xạ. Hãy xét một vật thể ở nhiệt độ T_2 được bao quanh bằng các thành ở nhiệt độ T_1 như ta thấy trên hình 11-11. Thí nghiệm cho thấy rằng, sau một thời gian, các nhiệt độ sẽ trở nên bằng nhau và bằng T . Khi đó bề mặt của vật thể và bề mặt của thành đều phát xạ và hấp thụ năng lượng với cùng tốc độ ở nhiệt độ này để duy trì trạng thái cân bằng nhiệt. Nghĩa là ở nhiệt độ T , bề mặt của vật thể phải phát xạ và hấp thụ năng lượng với cùng tốc độ.

Như vậy, bề mặt hấp thụ tốt cũng là bề mặt phát xạ tốt ($\alpha \approx 1$) và bề mặt hấp thụ tồi (nhưng phản xạ tốt) cũng là bề mặt phát xạ kém ($\alpha \approx 0$).



Hình 11-11. Vật thể cách li ở nhiệt độ T_2 được bao quanh bằng các thành ở nhiệt độ T_1 . Cả bề mặt của vật thể và thành đều hấp thụ và phát xạ năng lượng.

Giả sử một vật thể được bao quanh và duy trì ở một nhiệt độ cao hơn so với các thành bao xung quanh, $T_2 > T_1$. Khi đó tốc độ phát xạ năng lượng cao hơn tốc độ hấp thụ của nó và tốc độ truyền nhiệt thực sự (hay dòng nhiệt) H được cho bởi :

$$H = \alpha\sigma(T_2^4 - T_1^4)A \quad (11-12)$$

Vì các đóng góp cho tốc độ truyền nhiệt phụ thuộc vào lũy thừa bậc bốn của nhiệt độ nên hiệu ứng truyền nhiệt sẽ lớn ở nhiệt độ cao cũng như khi có chênh lệch nhiệt độ lớn.

VÍ DỤ 11-8

Truyền nhiệt bằng bức xạ. Hãy đánh giá tốc độ truyền nhiệt giữa đầu đê trán của một người đàn ông hói (ở 37°C) và xung quanh ở (a) 20°C và (b) -40°C .

Giải. Hãy tạm coi đầu người đàn ông này là một quả cầu bán kính $a = 120\text{mm}$ và độ phát xạ $\alpha = 1$. Vì $0 \leq \alpha \leq 1$, giả thiết rằng lớp da người là một vật phát xạ và hấp thụ nhiệt cực tốt. Diện tích bề mặt đầu là $A = 4\pi a^2 = 0,2\text{m}^2$. Nhiệt độ phải được biểu thị theo thang độ Kelvin. Phương trình (11-12) cho ta :

$$H = (1)(5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-4})(0,2\text{m}^2)[(310\text{K})^4 - T_1^4]$$

(a) Với $T_1 = 293\text{K}$ ta được :

$$H = 20\text{W}.$$

(b) Đối với $T_1 = 233\text{K}$, phép tính tương tự cho ta :

$$H = 70\text{W}.$$

Bài tự kiểm tra 11-7

Vào một đêm sáng trời, mặt đất ở nhiệt độ khoảng 300K bức xạ nhiệt vào bầu trời đêm ở nhiệt độ 3K. Hãy đánh giá dòng nhiệt trên đơn vị diện tích theo đơn vị W/m^2 mà mặt đất gửi vào bầu trời.

Đáp số : 500W/m^2 .

2 CÂU HỎI

- 1** Chất lỏng là một chất lưu, chất khí cũng là chất lưu. Vậy các chất lỏng và các chất khí khác nhau như thế nào ? Chúng giống nhau ra sao ?
- 2** Áp suất có phải là một biến trạng thái của chất lỏng ? Còn đối với chất rắn ? Hãy giải thích.
- 3** Khối lượng của 1mol hidrô lưỡng nguyên tử H_2 bằng bao nhiêu ? Có bao nhiêu phân tử trong 1mol ? Có bao nhiêu nguyên tử trong 1mol ? Cũng hỏi như thế đối với He và CO_2 .
- 4** Giả sử một số tròn xinh xắn, như 300 chẳng hạn, được gán cho nhiệt độ điểm ba. Sẽ có những thay đổi gì diễn ra trong thang nhiệt độ khí lí tưởng ? Giải thích lợi thế của việc chọn nhiệt độ điểm ba là 273,16K.
- 5** Nếu hai hệ là cân bằng nhiệt, chúng sẽ có cùng một nhiệt độ. Nếu nói ngược lại có đúng không ? Nghĩa là nếu hai hệ có cùng nhiệt độ thì chúng có là cân bằng nhiệt hay không ? Bạn có thể nói gì về hai hệ có các nhiệt độ khác nhau ?
- 6** Một bình nước liệu có thể vừa đóng băng vừa sôi cùng một lúc không ? Giải thích.
- 7** Đường kính ngoài của một quả cầu nhôm rỗng tăng lên khi nhiệt độ tăng. Điều gì xảy ra với đường kính trong ? Giải thích.
- 8** Mô tả sự biến thiên nhiệt độ theo chiều sâu của nước trong một hồ nước (a) về mùa hè và (b) về mùa đông.
- 9** Áp suất, thể tích và nhiệt độ là các biến trạng thái của một hệ nhiệt động. Nhiệt có là một biến trạng thái ? Giải thích.
- 10** Giả sử có một thanh gỗ và một thanh kim loại cùng ở nhiệt độ phòng. Khi sờ vào, thanh nào cho ta cảm giác mát hơn ? Vì sao ?
- 11** Hãy giải thích vì sao một ấm đun nước chè bằng đồng thường được lắp với một tay cầm bằng gỗ.
- 12** Cơ chế truyền nhiệt nào là quan trọng nhất đối với một ô cửa kính đơn ? Còn đối với ô cửa kính hai lớp ?
- 13** Phích nước là một bình có hai lớp vỏ, không gian giữa hai lớp được hút chân không. Cấu trúc này có lợi thế gì ?

- 14** Tại sao hai lớp vỏ của phích nước lại được tráng bạc, nghĩa là tại sao khi đó chúng có tính phản xạ cao ?
- 15** Tại sao các đêm sáng trời thường lạnh hơn các đêm trời có mây trong cùng một mùa ?

DÀI TẬP

Mục 11-1. Các mô tả vi mô và vĩ mô

- 1** Giả sử rằng các giá trị tức thời của vị trí và tốc độ của một phân tử trong hệ có thể được xác định từ việc áp dụng các định luật Newton cho hệ, và thời gian tính cho một phân tử là 1ns trên một máy tính có tốc độ cao. Hãy đánh giá thời gian ra năm cần có để tính vị trí và tốc độ cho tất cả các phân tử (10^{23}) của hệ này.
- 2** Nếu 2,4mol khí He chiếm một thể tích $82l$ ($l = 10^{-3}m^3$), thì (a) khối lượng của khí là bao nhiêu ? (b) Trong hệ này có bao nhiêu phân tử ? (c) Đánh giá khoảng cách trung bình giữa các phân tử và so sánh nó với kích thước của nguyên tử hêli (cỡ 50pm).
- 3** Một mol khí ở nhiệt độ và áp suất chuẩn ($T = 273K$ và $p = 101kPa$) chiếm một thể tích $22,4l$. Giả sử bình chứa có dạng một khối lập phương. (a) Xác định chiều dài cạnh khối lập phương. (b) Chất khí tác dụng lên mỗi mặt bình một lực bao nhiêu ?

Mục 11-3. Nhiệt biểu và thang nhiệt độ khí lỏng

- 4** Khí hêli trong nhiệt biểu khí có thể tích không đổi và áp suất $1439Pa$ khi nó cân bằng nhiệt với nước ở điểm ba của nó. (a) Áp suất của khí này là bao nhiêu khi nó cân bằng nhiệt với kẽm tại điểm nóng chảy chuẩn của nó ($693K$) ? (b) Áp suất của khí là $406Pa$ khi nó cân bằng nhiệt với một chất lỏng ở nhiệt độ sôi chuẩn của nó. Nhiệt độ sôi chuẩn này bằng bao nhiêu ?
- 5** Áp suất của nhiệt biểu khí có thể tích không đổi là $24,5mmHg$ khi ở trạng thái cân bằng nhiệt với nước tại điểm sôi chuẩn của nó. Áp suất sẽ là bao nhiêu ($mm\ Hg$) khi chất khí cân bằng nhiệt với nước tại (a) điểm ba của nó ? (b) Tại điểm nóng chảy chuẩn ? (c) Tại $37^\circ C$?

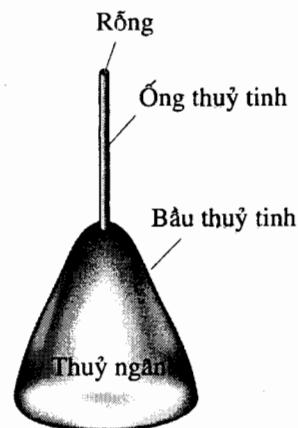
Mục 11-4. Các thang nhiệt độ khác

- 6** Hãy biểu thị nhiệt độ $37^\circ C$ của một cơ thể bình thường theo (a) thang Fahrenheit ; (b) thang Kelvin.
- 7** Ở nhiệt độ nào (nếu có) các số đọc là như nhau trong (a) các thang Celsius và Fahrenheit ; (b) các thang Kelvin và Fahrenheit ; (c) các thang Kelvin và Celsius ?

- 8** Điểm sôi chuẩn của heli là $4,2K$; nhiệt độ phòng dễ chịu là $295K$; tại bề mặt Mặt Trời khoảng $6000K$, trong lõi các ngôi sao cỡ $10MK$. Hãy biểu thị các nhiệt độ này trong (a) thang Celsius, (b) thang Fahrenheit.

Mục 11-5. Sự nở nhiệt

- 9** Một thước bằng thép được định chuẩn ở $22^{\circ}C$ so với một thước chuẩn sao cho khoảng cách giữa các vạch chia đánh số là $10,00mm$. (a) Khoảng cách giữa các vạch chia này là bao nhiêu khi thước ở nhiệt độ $-5^{\circ}C$? (b) Nếu độ dài chuẩn $1m$ được đo bằng thước ở nhiệt độ thấp này (tức ở $-5^{\circ}C$) sẽ mắc sai số là bao nhiêu phần trăm? (c) Sai số tuyệt đối là bao nhiêu đối với một chiều dài $100m$?
- 10** Một trục thép có đường kính $42,51mm$ ở $28^{\circ}C$. Nó phải được lắp vào một ròng rọc có lỗ tròn đường kính $42,50mm$ ở nhiệt độ trên. (a) Phải hạ nhiệt độ của trục thép xuống bao nhiêu để có thể lắp khít nó vào lỗ của ròng rọc? (b) Giả sử nhiệt độ của cả cấu kiện bị hạ xuống $-5^{\circ}C$ sau khi trục thép đã được lắp vào lỗ ròng rọc. Liệu trục thép có bị lỏng không? Giải thích.
- 11** Một con lắc đơn gồm một quả nặng được gắn vào một dây thép mảnh sao cho chiều dài con lắc là $0,2482m$ ở $27^{\circ}C$. (a) Chu kỳ của con lắc thay đổi bao nhiêu khi nhiệt độ của nó giảm xuống tới $-5^{\circ}C$? (b) Nếu con lắc được dùng làm đồng hồ chạy chính xác ở $27^{\circ}C$, đồng hồ này sẽ chạy nhanh lên hay chậm đi bao nhiêu giây trong một ngày do có sự thay đổi nhiệt độ này?
- 12** Một bầu thuỷ tinh $\left(\beta = \frac{2,2}{10^5}^{\circ}C\right)$ được đổ đầy hoàn toàn bằng $176,2ml$ thuỷ ngân $\left(\beta = \frac{1,8}{10^5}^{\circ}C\right)$ ở $0^{\circ}C$. Bầu này được nối khít với một ống thuỷ tinh có đường kính trong là $2,5mm$ ở $0,0^{\circ}C$ như hình 11-12. Thuỷ ngân sẽ dâng lên bao nhiêu trong ống nếu nhiệt độ của hệ được đưa lên tới $50^{\circ}C$? Sự thay đổi đường kính của ống thuỷ tinh có thể bỏ qua. Tại sao?



Hình 11-12. Bài tập 12

Mục 11-6. Sự truyền nhiệt

- 13** Một bình nhôm đựng nước luôn được giữ ở trạng thái sôi ($100^{\circ}C$). Mặt dưới của bình có bề dày $12mm$ và diện tích $1,5 \cdot 10^4 mm^2$, được giữ ở nhiệt độ $102^{\circ}C$ nhờ một bộ hâm nóng bằng điện. Phần còn lại của mặt bình được cách nhiệt tốt với xung quanh. Hãy đánh giá dòng nhiệt đi vào nước qua mặt dưới của bình.

- 14** Một mẫu gỗ có dạng bản mỏng 350mm × 350mm, dày 15 mm, dẫn nhiệt qua bề dày này trong các điều kiện trạng thái ổn định. Dòng nhiệt trong bản gỗ đo được là 14,3W khi duy trì một chênh lệch nhiệt độ 25°C giữa hai mặt của bản. (a) Đánh giá gradient nhiệt độ trong bản. (b) Xác định độ dẫn nhiệt của mẫu gỗ. (c) Vật liệu này được xếp loại là chất dẫn nhiệt tốt hay cách nhiệt tốt ?
- 15** Một quả cầu kim loại bán kính 150mm mà độ phát xạ của bề mặt là 0,40. (a) Tốc độ phát năng lượng của nó là bao nhiêu nếu nó được giữ ở nhiệt độ 900°C ? (b) Giả sử quả cầu ở 900°C nằm trong một vỏ kín đã rút chân không mà các vách ngăn của nó được giữ ở nhiệt độ 500°C . Tính tốc độ cung cấp năng lượng cần có cho quả cầu trong các điều kiện trạng thái ổn định.
- 16** Hãy so sánh công suất bức xạ trên một đơn vị diện tích được phát ra bởi bề mặt của (a) Mặt Trời ở 6000K, (b) Trái Đất ở 300K, (c) phía tối của mặt trăng ở 200K, (d) sao nutron ở 3K. Để cho đơn giản ta lấy độ phát xạ của mỗi loại bề mặt là 1.
- 17** Xét một vật thể có độ phát xạ α ở nhiệt độ T_2 và được bao quanh bằng một vách ngăn ở nhiệt độ T_1 . Giả sử hiệu nhiệt độ $\Delta T = T_2 - T_1$ nhỏ so với T_1 . Chứng minh rằng $T_2^4 - T_1^4 \approx 4T_1^3 \Delta T$ và dòng nhiệt toàn phần H là :
- $$H = 4\alpha\sigma A T_1^3 \Delta T.$$
- 18** Có một mẫu khí gồm 1,2mol khí He và 0,8mol khí Ne. Hãy xác định (a) khối lượng của mẫu khí và (b) số phân tử tổng cộng có trong mẫu.
- 19** Ở $0,0^{\circ}\text{C}$ có một thanh thép dài 1,0041m và một thanh nhôm dài 1,0038m. (a) Ở nhiệt độ nào hai thanh sẽ có cùng chiều dài? (b) Chiều dài hai thanh lúc đó là bao nhiêu?
- 20** Hãy đánh giá năng lượng toàn phần do Mặt Trời bức xạ trong một giây. Bán kính Mặt Trời cỡ 7.10^8m và nhiệt độ bề mặt của nó khoảng 6000K.

ĐÀI TẬP NÂNG CAO

- 1** **Sự nở diện tích.** Xét một bản chữ nhật dài L_0 rộng W_0 ở một nhiệt độ quy chiếu T_0 nào đó. Diện tích của bản ở nhiệt độ này là $A_0 = L_0 W_0$. Khi nhiệt độ thay đổi một lượng ΔT , mỗi kích thước dài đều thay đổi một lượng được xác định bằng hệ số nở dài α . Chứng minh rằng độ thay đổi về diện tích ΔA được cho bởi công thức :

$$\Delta A = 2\alpha A_0 \Delta T$$

trong đó yếu tố diện tích bé $\Delta L \Delta W$ được bỏ qua.

2 Quan hệ giữa sự nở dài và sự nở khối. Một khối chữ nhật ở nhiệt độ T_0 có các kích thước L_0 , W_0 , H_0 và thể tích V_0 . Chứng minh rằng hệ số nở khối $\beta = 3\alpha$. Ta đã dùng các phép gần đúng nào? Giữa các hệ số β và α đối với khối cầu có mối liên hệ nào?

3 Sự dẫn nhiệt có đối xứng

tru. Hãy áp dụng phương trình dẫn nhiệt (11-10) cho dòng nhiệt xuyên tâm ở trạng thái ổn định ứng với sự đối xứng trục, như hình 11-13a. Giả sử hình trụ dài bên trong bán kính a được giữ ở nhiệt độ T_a . Bao quanh hình trụ trong là môi trường hình trụ có độ dẫn nhiệt k và bán kính ngoài b . Mặt ngoài được giữ ở nhiệt độ T_b thấp hơn. Toạ độ r là khoảng cách vuông góc từ trục tới một mặt trụ và ta xét một độ dài L của hình

trụ đó. Diện tích A mà nhiệt truyền qua là $2\pi rL$. (a) Bằng cách đòi hỏi năng lượng là bảo toàn, chứng minh rằng dòng nhiệt H có cùng giá trị qua các mặt trụ đồng tâm có các bán kính r_1 và r_2 (hình 11-13b). (b) Chứng minh rằng gradien nhiệt độ tại khoảng cách r tính từ trục được cho bởi công thức :

$$\frac{dT}{dr} = - \frac{H}{2\pi r L k}$$

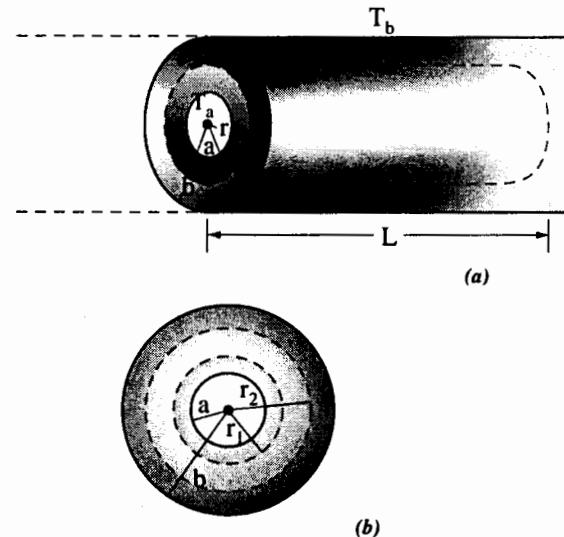
(c) Lấy tích phân của phương trình này để thu được phân bố nhiệt độ :

$$T(r) = - \left(\frac{H}{2\pi L k} \right) \ln r + \text{hằng số}$$

(d) Hằng số tích phân và giá trị dòng nhiệt được xác định từ các giá trị nhiệt độ tại các biên. Chứng minh rằng :

$$H = \frac{2\pi k L (T_a - T_b)}{\ln \frac{b}{a}}$$

$$T(r) = T_a + \frac{(T_b - T_a) \ln \frac{r}{a}}{\ln \frac{b}{a}}$$



Hình 11-13. BTNC 3.

Sự dẫn nhiệt có đối xứng cầu. Xét môi trường giữa hai mặt cầu đồng tâm có bán kính a ở nhiệt độ T_a và bán kính b ở nhiệt độ T_b . Dùng bài tập trên như một định hướng (nhưng bây giờ r là khoảng cách tính từ tâm hình cầu), chứng minh rằng :

$$\frac{dT}{dr} = \frac{-H}{2\pi r^2 k}$$

$$H = \frac{4\pi abk(T_a - T_b)}{b - a}$$

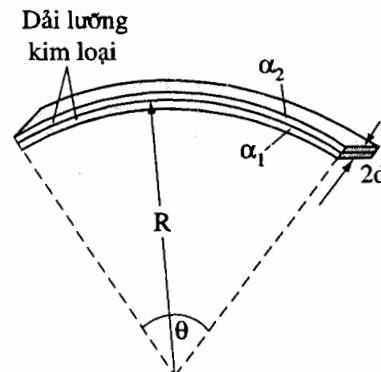
$$T = \frac{bT_b - aT_a}{b - a} + \frac{ab(T_a - T_b)}{(b - a)r}$$

5. Ống cách nhiệt. Một ống kim loại hình trụ có bán kính ngoài 12mm mang hơi nước áp suất cao ở nhiệt độ 140°C . Nó được cho tiếp xúc và được bao quanh bằng một vỏ cách nhiệt hình trụ có bán kính ngoài 28mm và có độ dẫn nhiệt $k = 0,11\text{W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$. Mặt ngoài ở nhiệt độ cố định 35°C . Đối với mỗi mét chiều dài, hãy xác định (a) dòng nhiệt và (b) phân bố nhiệt độ trong vỏ cách nhiệt. (c) Hãy vẽ đồ thị của T theo r để cho thấy phân bố nhiệt độ đó. (d) Đánh giá gradien nhiệt độ ở điểm cách trục 20mm. (Gợi ý : Xem bài tập nâng cao 3).

6. Dải lưỡng kim loại. Một dải lưỡng kim loại gồm hai dải kim loại có hệ số nở nhiệt dài α_1 và α_2 khác nhau. Cả hai dải đều có bề dày d và chiều dài L_0 ở nhiệt độ T_0 . Chúng được liên kết với nhau và khi nhiệt độ thay đổi một lượng ΔT chúng cong lên thành một cung tròn (hình 11-14). Chứng minh rằng bán kính cong R được cho gần đúng bằng :

$$R = \frac{d}{(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T}$$

(Gợi ý : Gọi $R_1 = R - \frac{1}{2}d$ và $R_2 = R + \frac{1}{2}d$ là bán kính trung bình của hai dải và cho các góc tương bởi mỗi dải (θ) là bằng nhau).



Hình 11-14. BTNC 6.

7. Phương trình Laplace. Đối với sự dẫn nhiệt một chiều ở trạng thái ổn định, phân bố nhiệt độ là nghiệm của **phương trình Laplace** đối với môi trường không chứa nguồn nhiệt :

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

Phương trình này được giải [bằng cách lấy tích phân để xác định $T(x)$] với nhiệt độ trên các biên được chỉ rõ. Ở $x = 0$ nhiệt độ là T_2 , ở $x = L$ nhiệt độ là T_1 . Hãy giải phương trình Laplace với tình huống được minh họa ở hình 11-9.

- 8** **Phương trình Laplace cho đối xứng trụ.** Đối với các bài toán có đối xứng trụ, phương trình Laplace (xem bài tập nâng cao 7) là :

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

Giải phương trình này với các điều kiện biên sau đây :

$$T = T_a \text{ ở } r = a,$$

$$T = T_b \text{ ở } r = b.$$

Hãy so sánh nghiệm này với lời giải của bài tập nâng cao 3.

- 9** **Phương trình Laplace cho đối xứng cầu.** Phương trình Laplace (xem hai bài tập trên đây) đối với các bài toán có đối xứng cầu có dạng :

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

Chứng minh rằng phân bố nhiệt độ tìm được cho bài tập 4 là nghiệm của phương trình Laplace này.

- 10** **Công suất bức xạ từ Mặt Trời.** Bán kính Mặt Trời là 7.10^8 m, nhiệt độ bề mặt của nó là 6000K với độ phát xạ hầu như là bằng 1. (a) Tính công suất bức xạ từ bề mặt Mặt Trời. (b) Giả sử rằng năng lượng bức xạ truyền ra ngoài đồng đều theo tất cả các hướng và cùng các lượng nhiệt như nhau đi qua các mặt cầu đồng tâm có bán kính khác nhau trong các khoảng thời gian bằng nhau. Hãy đánh giá công suất bức xạ trên đơn vị diện tích ở vị trí Trái Đất cách Mặt Trời một khoảng $1.5.10^{11}$ m.

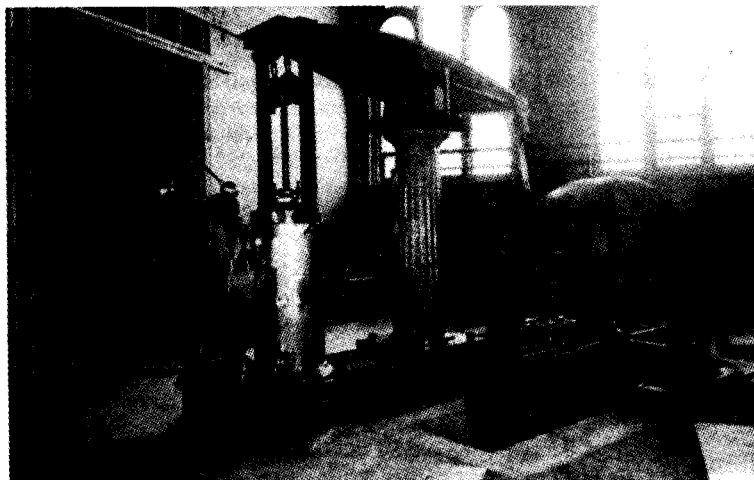
- 11** **Đánh giá nhiệt độ của Trái Đất.** Có thể đánh giá được nhiệt độ trung bình bề mặt Trái Đất bằng cách cho cân bằng phần năng lượng mà nó nhận được từ Mặt Trời và phần năng lượng mà nó bức xạ ngược từ Trái Đất ra bên ngoài. Ở khoảng cách của Trái Đất đối với Mặt Trời, năng lượng đi tới trên một đơn vị diện tích trong một đơn vị thời gian là khoảng 1400W/m^2 , trong số đó phần phản xạ trở lại chiếm một tỉ phần $A \approx 0,36$. Trái Đất bức xạ một năng lượng từ bề mặt của nó với tốc độ tính trên một đơn vị diện tích tương ứng với nhiệt độ trung bình T_e và độ phát xạ $\alpha = 1 - A$. Hãy đánh giá T_e và so sánh nó với nhiệt độ bề mặt trung bình là 285K.

- 12** **Nhiệt độ của bóng đèn.** Diện tích phát xạ hiệu dụng của dây tóc tungsten (vonfam) trong một bóng đèn cỡ 1.10^{-5} m^2 . Hãy đánh giá nhiệt độ khi đang hoạt động của dây tóc trong một đèn 100W. So sánh nhiệt độ này với điểm nóng chảy của tungsten là 3650K.
- 13** **Lớp vỏ kiến tạo.** Độ dẫn nhiệt của lớp đá tạo thành lớp vỏ cứng của Trái Đất và lớp bao ngoài phần tâm cỡ $2 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$. Có một dòng nhiệt đi từ trong ra phía mặt Trái Đất, và dòng nhiệt trên đơn vị diện tích gần bề mặt là cỡ 20 mW/m^2 . (a) Hãy đánh giá nhiệt độ ở độ sâu 1,10 và 100 km. Giả sử nhiệt độ bề mặt là 300K. (b) Hãy đánh giá chiều sâu tại đó nhiệt độ là 1600°C . Ở nhiệt độ này, lớp bao ngoài phần tâm Trái Đất trở nên mềm và làm cho lớp nằm trên nó chuyển động (chạm).
- 14** **Giữ ấm.** Các quá trình chuyển hóa trong cơ thể con người giữ cho nhiệt độ bề mặt khoảng 300K nếu dòng nhiệt tại bề mặt cơ thể vào cỡ 100W. Hãy đánh giá bề dày lớp lông xốp cần mang thêm giúp cơ thể chống trả dễ chịu với nhiệt độ xung quanh là 270K.

Độ dẫn nhiệt của lớp lông xốp cỡ $3 \text{ mW.m}^{-1}\text{K}^{-1}$.

CHƯƠNG 12

ĐỊNH LUẬT THỨ NHẤT CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC



Một trong các máy hơi nước đầu tiên còn lưu giữ tại Viện Smithsonian (Mỹ).

Cội nguồn của nhiệt động lực học cùng các định luật của nó là ở các phát minh rất thực tiễn của cuộc cách mạng công nghiệp, đặc biệt là động cơ hơi nước. Các phát minh này cuối cùng đã thay thế lao động của con người và súc vật bằng công cơ học của các động cơ nhiệt. Việc thu được công cơ học từ một động cơ, như động cơ hơi nước chẳng hạn, đòi hỏi phải đốt nhiên liệu và kèm theo nó là truyền nhiệt từ ngọn lửa sang chất sinh công trong động cơ (thường là nước).

Cho đến tận nửa cuối thế kỷ trước, người ta vẫn chưa thừa nhận rằng nhiệt và công cơ học là các dạng truyền năng lượng cũng như không thừa nhận rằng năng lượng là một đại lượng bảo toàn. Trong số những người góp

12-1. Các phương trình trạng thái

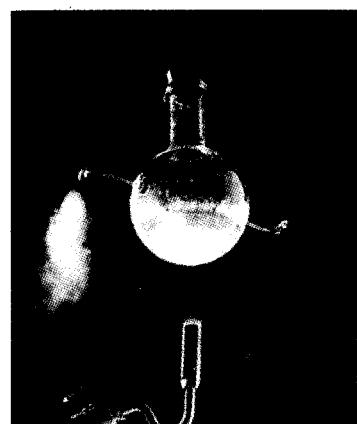
12-2. Nhiệt dung riêng và ẩn nhiệt

12-3. Công

12-4. Định luật thứ nhất của nhiệt động lực học

12-5. Vài áp dụng của định luật thứ nhất nhiệt động lực học

Bài đọc thêm : Benjamin Thompson, (Bá tước) Rumford



Động cơ Hero. Nhiệt từ ngọn lửa đun sôi nước tạo ra hơi nước, nó thoát ra từ "vòi" và làm quay chiếc bình. Động cơ giúp biến nhiệt thành công này đã được khám phá trước Công nguyên chừng 150 năm.

phản cho sự phát triển dần dần các ý tưởng này có Benjamin Thompson (1753-1814) và James Joule (1818-1889). Chính là Thompson (xem bài đọc thêm) đã nhận ra sự không thỏa đáng trong việc xem nhiệt như một chất lưu ("chất nhiệt") có thể chảy từ vật này sang vật kia. Từ các quan sát về các nhiệt độ cao được tạo ra trong nòng súng đại bác, Thompson đã đề xuất mối liên hệ giữa nhiệt và công do lực ma sát tạo ra. Trong một loạt thí nghiệm, Joule, mà về sau tên ông đã được lấy để đặt cho đơn vị năng lượng trong hệ SI, đã xác định được lượng công cơ học tương đương với lượng nhiệt làm tăng nhiệt độ của nước. Các thí nghiệm này đã là những bước quyết định trong quá trình đi tới cách phát biểu định luật thứ nhất của nhiệt động lực học.

12-1. CÁC PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI

Cái gì quyết định giá trị của một biến trạng thái, như áp suất p của khí chẳng hạn ? Giả sử chúng ta xét một lượng khí nào đó (n mol) trong một bình chứa có kích thước xác định (thể tích V) và giữ nó ở nhiệt độ không đổi T . Bằng thực nghiệm, chúng ta thấy rằng áp suất của khí bây giờ có một giá trị xác định. Tuy nhiên, nếu một hay hơn một trong các biến n , V và T thay đổi thì áp suất p cũng sẽ thay đổi tới giá trị được xác định bởi các giá trị mới của các biến khác. Điều đó có nghĩa là các biến trạng thái liên hệ với nhau bằng một phương trình toán học. Mỗi liên hệ này được gọi là **phương trình trạng thái** của chất đang xét. Dùng phương trình trạng thái, ta có thể xác định được bất kì một biến nào trong số các biến trạng thái, như áp suất chẳng hạn, theo giá trị của các biến trạng thái còn lại.

Phương trình trạng thái khí lí tưởng

Các thí nghiệm loại này trên các chất khí có mật độ thấp đưa tới các kết luận sau đây :

1. Với n và T cố định, p và V tỉ lệ nghịch với nhau. Mỗi liên hệ này từ lâu đã được biết là **định luật Boyle**, cũng có thể được viết như sau :

$$pV = \text{hằng số} (n, T \text{ cố định})$$

2. Với n và V cố định, p và T (trong thang Kelvin) tỉ lệ với nhau. Kết quả này được gọi là **định luật Gay – Lussac** :

$$\frac{p}{T} = \text{hằng số} (n, V \text{ cố định})$$

3. Với n , p cố định, V và T tỉ lệ với nhau. Kết quả này được gọi là **định luật Charles** :

$$\frac{V}{T} = \text{hằng số} (n, P \text{ cố định})$$

4. Với V và T cố định, p và n tỉ lệ với nhau. Đưa thêm một lượng khí vào một bình chứa sẽ làm tăng áp suất một cách tỉ lệ thuận :

$$\frac{p}{n} = \text{hằng số} (V, T \text{ cố định})$$

Tất cả các kết quả này, cùng với các kết quả khi thay đổi các cặp biến trạng thái khác được tổng kết trong hệ thức :

$$\frac{pV}{nT} = \text{hằng số}$$

Hằng số trong biểu thức này về cơ bản không phụ thuộc vào các biến p , V , n và T với *điều kiện là mật độ của khí thấp*. Từ thực nghiệm, hằng số này đã được tìm ra và gần như có cùng một giá trị đối với tất cả các loại khí. Trong giới hạn của các khí loãng hay đối với khí lí tưởng, giá trị của

hàng số là giống nhau đối với tất cả các khí và được gọi là **hàng số khí phổ biến R**. Giá trị của nó trong hệ SI là :

$$R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \text{K}^{-1}$$

Như vậy các biến trạng thái của một khí thực loãng liên hệ với nhau bằng một phương trình trạng thái. Phương trình này giống nhau đối với tất cả các loại khí như thế. Nó được gọi là **phương trình khí lí tưởng**.

$$pV = nRT \quad (12-1)$$

Phương trình trạng thái khí lí tưởng được tuân theo một cách gần đúng bởi một khí thực khi áp suất của nó không quá lớn và nhiệt độ của nó không quá thấp, nghĩa là khi nó là một khí loãng. Chừng nào chưa nói gì khác chúng ta sẽ giả thiết rằng mọi khí đều có thể được xem như khí lí tưởng.

VÍ DỤ 12-1

Áp dụng phương trình trạng thái khí lí tưởng. (a) Tìm áp suất của $n = 0,85 \text{ mol}$ khí He chiếm thể tích $V = 0,012 \text{ m}^3$ ở nhiệt độ $T = 273 \text{ K}$? (b) Thể tích của khối khí này bằng bao nhiêu ở cùng áp suất nhưng với nhiệt độ $T = 580 \text{ K}$?

Giải. (a) Từ phương trình trạng thái khí lí tưởng (12-1) ta có :

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{(0,85 \text{ mol})(273 \text{ K})(8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \text{K}^{-1})}{0,012 \text{ m}^3} = 160 \text{ kPa.}$$

(b) Ta cũng có :

$$p_1 V_1 = nRT_1 \text{ và } p_2 V_2 = nRT_2$$

Chia hai phương trình cho nhau, khử các thừa số chung n và R ta được :

$$\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Trong ví dụ này $p_1 = p_2$ nên :

$$V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1}$$

$$\text{Thay số : } V_2 = 12l \cdot \frac{500 \text{ K}}{273 \text{ K}} \approx 22l.$$

Bài tự kiểm tra 12-1

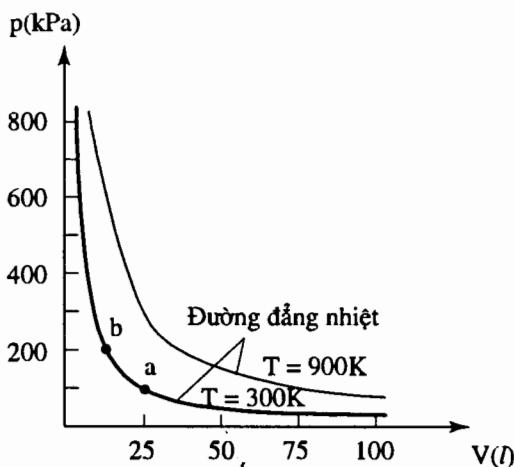
Một lượng khí ứng với 1,00 mol có nhiệt độ $T = 295 \text{ K}$ và áp suất $p = 101 \text{ kPa}$ sẽ chiếm một thể tích bao nhiêu (tính ra lít)? Giả thiết rằng chất khí đang xét có thể được xem là khí lí tưởng.

Đáp số : 22,4l.

Giản đồ p-V

Phương trình trạng thái khí lí tưởng cho phép ta xác định giá trị của một trong các biến trạng thái của khí theo giá trị các biến khác. Nếu chúng ta xét một lượng cố định chất khí (n cố định), khi đó bất kì hai biến nào trong các biến còn lại đều được dùng để xác định biến thứ ba. Ta thường chọn p và V là các biến độc lập, khi đó giá trị của nhiệt độ T được xác định từ phương trình (12-1). Bằng cách này các giá trị của p và V sẽ xác định trạng thái của chất khí.

Trạng thái của hệ như chất khí có thể được biểu diễn trên **giản đồ p-V** (hình 12-1). Mỗi điểm trên giản đồ p-V biểu diễn một trạng thái của hệ với một số mol n đã được ấn định. Từ các giá trị của p và V có thể xác định được nhiệt độ T của trạng thái này. Như vậy giá trị của nhiệt độ được gắn kết với mỗi điểm trên giản đồ p-V. Ví dụ, trạng thái được ghi kí hiệu là a trên hình 12-1 có nhiệt độ $T_a = 300K$.



Hình 12-1. Các đường đẳng nhiệt trên giản đồ p-V. Trạng thái a và trạng thái b được biểu diễn bằng các điểm nằm trên giản đồ p-V có cùng nhiệt độ. Trên giản đồ cho hai đường đẳng nhiệt $300K$ và $900K$.

Có một tập hợp các trạng thái trên giản đồ p-V có cùng một nhiệt độ. Trạng thái được

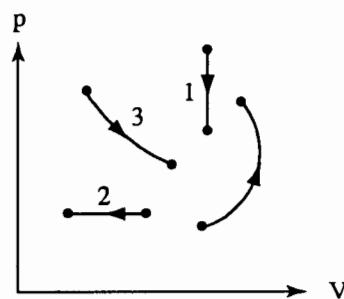
kí hiệu là b trên hình 12-1 có áp suất cao gấp đôi và thể tích bằng một nửa so với trạng thái a song nó cùng nhiệt độ. Tập hợp tất cả các trạng thái với giá trị này của nhiệt độ làm thành một đường cong trên giản đồ p-V được gọi là **đường đẳng nhiệt**. Trên hình 12-1, đường cong chứa các điểm a và b là đường đẳng nhiệt $300K$.

Quá trình chuẩn tinh

Trong nhiệt động lực học thuật ngữ “quá trình” để chỉ sự làm thay đổi các biến trạng thái của hệ. Nói một cách chặt chẽ, nhiều công thức chỉ đúng đối với các **quá trình gọi là chuẩn tinh**.

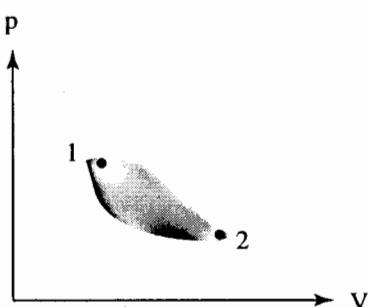
Quá trình chuẩn tinh là quá trình diễn ra đủ chậm sao cho hệ có thể được xem như là ở trạng thái cân bằng mỗi khi nó di tới một trạng thái kế tiếp trong lúc thay đổi.

Quá trình chuẩn tinh có thể được biểu diễn bằng một đường cong trên giản đồ p-V như ta thấy trên hình 12-2. Mỗi điểm trên đường cong biểu diễn một trạng thái của hệ trong một quá trình. Chiều của quá trình được cho bằng dấu mũi tên.



Hình 12-2. Các quá trình chuẩn tinh. Quá trình chuẩn tinh xảy ra đủ chậm sao cho hệ diễn ra thông qua một chuỗi trạng thái cân bằng và quá trình có thể được biểu diễn bằng một đường cong trên giản đồ p-V, ở đây cho thấy một vài quá trình chuẩn tinh.

Quá trình chuẩn tĩnh là sự lí tưởng hoá, nó có thể được xem gần đúng với một quá trình thực nào đó. Song một hệ cũng có thể trải qua một quá trình hoàn toàn không là chuẩn tĩnh. Ví dụ, một hệ có thể thay đổi nhanh chóng hay dữ dội trạng thái của mình. Hình 12-3 cho thấy một quá trình trên giản đồ p-V ở đó thể tích của chất khí tăng nhanh chóng từ V_1 đến V_2 . Vì sự thay đổi diễn ra nhanh nên áp suất của khí là khác nhau trong các phần khác nhau của hệ. Kết quả là “áp suất của hệ” không được xác định tốt và quá trình không thể được biểu diễn bằng một đường cong trên giản đồ p-V. Chừng nào chưa nói gì khác chúng ta sẽ chỉ xét các quá trình có thể được xem như là chuẩn tĩnh.



Hình 12-3. Một quá trình không phải là chuẩn tĩnh. Khi thể tích của hệ thay đổi nhanh chóng từ V_1 đến V_2 , áp suất là khác nhau trong các phần khác nhau của hệ, cho nên một giá trị của

p không đặc trưng được cho hệ. Quá trình không thể được mô tả bằng một đường cong trên giản đồ p-V.

Tên gọi các quá trình

Các quá trình quan trọng đối với chúng ta là các quá trình sau đây :

- Quá trình đẳng tích** là quá trình trong đó thể tích của hệ được cố định ($\Delta V = 0$). Quá trình (1) trên hình 12-2 là quá trình đẳng tích.
- Quá trình đẳng áp** là quá trình trong đó áp suất của hệ được giữ không đổi ($\Delta p = 0$). Quá trình (2) trên hình 12-2 là quá trình đẳng áp.
- Quá trình đẳng nhiệt** là quá trình trong đó nhiệt độ của hệ được giữ cố định ($\Delta T = 0$). Trên giản đồ p-V, quá trình đẳng nhiệt xảy ra dọc theo một đường đẳng nhiệt, chẳng hạn quá trình (3) trên hình 12-2.
- Quá trình đoạn nhiệt** là quá trình trong đó không có nhiệt được truyền vào hệ hay từ hệ truyền ra ngoài. Trong khi diễn ra quá trình đoạn nhiệt, áp suất, thể tích và nhiệt độ của hệ có thể thay đổi nhưng không có hiện tượng trao đổi nhiệt. Đường cong biểu diễn quá trình đoạn nhiệt trên giản đồ p-V phụ thuộc vào hệ.

12-2. NHIỆT DUNG RIÊNG VÀ ẨN NHIỆT (CHUYỂN PHA)

Trong chương trước, chúng ta đã định nghĩa nhiệt là năng lượng được trao đổi giữa hệ và môi trường xung quanh do sự khác nhau về nhiệt độ giữa chúng. Điều gì sẽ xảy ra với nhiệt độ của hệ khi nhiệt được thêm vào cho hệ từ môi trường xung quanh nó? Chẳng hạn chúng ta theo dõi nhiệt độ của nước trong bình được đặt trên

một bếp lò. Đồ thị biểu diễn sự thay đổi nhiệt độ của nước theo thời gian được vẽ trên hình 12-4. Khi nhiệt được truyền từ bếp lò vào nước, nhiệt độ của nước tăng đều. Tuy nhiên khi nước ở tại thời điểm sôi, nhiệt độ của nó không tăng nữa ngay cả khi nhiệt vẫn được truyền thêm vào. Trong trường hợp đầu, nhiệt thêm vào làm

cho nhiệt độ thay đổi, nó tương ứng với việc làm cho các phân tử chuyển động nhanh hơn về trung bình. Trong trường hợp sau, nhiệt thêm vào tạo ra sự thay đổi về pha từ pha lỏng sang pha hơi mà không làm thay đổi nhiệt độ của nước. Ở mức phân tử, sự thay đổi pha như thế ứng với việc làm tăng khoảng cách trung bình của các phân tử và làm giảm tương tác giữa chúng.

Nhiệt dung riêng

Giả sử chúng ta đo sự thay đổi nhiệt độ ΔT của hệ có khối lượng m , khi ta thêm một lượng nhiệt Q cho hệ. Chúng ta khảo sát một hệ không có thay đổi pha, nếu nó là một chất lỏng thì nó vẫn giữ nguyên là chất lỏng. Với ΔT bé, thí nghiệm cho thấy rằng Q tỉ lệ thuận với ΔT . Hơn nữa lượng nhiệt đòi hỏi để tăng nhiệt độ phụ thuộc tuyến tính vào khối lượng của hệ. Do vậy nhiệt dung riêng được định nghĩa như sau :

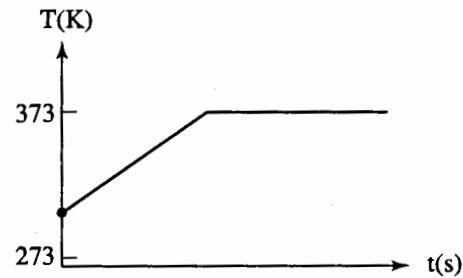
Nhiệt dung riêng của một chất là lượng nhiệt cần thiết để tăng nhiệt độ của 1kg chất đó lên 1K.

Nhiệt dung riêng phụ thuộc vào bản chất của chất, nhưng không phụ thuộc vào khối lượng của hệ.

Lượng nhiệt đòi hỏi để thay đổi nhiệt độ của hệ *phụ thuộc vào quá trình*. Nghĩa là đối với cùng một lượng thay đổi nhiệt độ, quá trình đẳng tích đòi hỏi một lượng nhiệt khác với quá trình đẳng áp. Đối với quá trình đẳng áp, các đặc tính này có thể đặt dưới dạng phương trình :

$$dQ_p = mc_p dT \quad (12-2)$$

trong đó c_p là **nhiệt dung riêng ở áp suất không đổi**, chỉ số p cho biết quá trình là *đẳng áp*.



Hình 12-4. Nhiệt độ thay đổi theo thời gian với một lượng nước khi được cho thêm nhiệt. Nhiệt độ tăng cho đến khi nước đạt tới điểm sôi, nhưng sau đó không tăng thêm nữa.

Nếu nhiệt lượng được thêm vào một cách đẳng tích, khi đó :

$$dQ_V = mc_V dT \quad (12-3)$$

trong đó c_V là **nhiệt dung riêng ở thể tích không đổi** và chỉ số V cho biết rằng quá trình là *đẳng tích*. Đơn vị của c_p và c_V trong hệ SI là $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$. Vì độ thay đổi nhiệt độ trong thang độ Kelvin cũng là độ thay đổi trong thang Celsius, nên giá trị của nhiệt dung riêng trong đơn vị $J \cdot Kg^{-1} \cdot K^{-1}$ cũng chính là trong đơn vị $J \cdot Kg^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$. Bảng 12-1 liệt kê các giá trị của c_p đối với các chất khác nhau.

Đối với nhiều chất và nhất là đối với các chất khí, c_p và c_V khác nhau một cách đáng kể. Thật vậy, một thông số quan trọng đối với các chất khí là tỉ số $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$.

Chỉ số γ đối với không khí là 1,4. Như vậy là phải có thêm 40% nhiệt để nâng nhiệt độ của một lượng không khí cho trước lên 1K ở áp suất không đổi so với nếu muốn làm việc đó khi giữ thể tích không đổi. Ngược lại đối với hầu hết các chất rắn và chất lỏng dưới các điều kiện

thông thường, c_p và c_v hầu như bằng nhau tức là $\gamma \approx 1$. Một cách chặt chẽ, các nhiệt dung riêng c_p và c_v được xác định trong trường hợp giới hạn của các thay đổi nhiệt độ vô cùng bé dT , và mỗi đại lượng này nói chung là một hàm của T . Tuy nhiên, đối với nhiều chất, c_p và c_v gần như không phụ thuộc vào T đối với các thay đổi nhiệt

độ vừa phải ΔT , sao cho chúng ta có thể dùng các hệ thức dưới đây :

$$Q_p = mc_p\Delta T \text{ và } Q_v = mc_v\Delta T \quad (12-4)$$

Ta tránh dùng kí hiệu Δ với lượng nhiệt Q vì nhiệt là phần truyền năng lượng chứ không phải là sự thay đổi trong biến trạng thái. Ngược lại mức thay đổi nhiệt độ lại được kí hiệu là ΔT .

VÍ DỤ 12-2

Đun nóng một chảo gang. Cần bao nhiêu nhiệt lượng cung cấp cho một chảo gang nặng 2kg để nâng nhiệt độ của nó lên thêm $120^\circ C$?

Giải. Nhiệt dung riêng của gang được cho ở bảng 12-1 là $c_p = 447 J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$. Phương trình (12-4) cho ta :

$$Q_p = (2\text{kg})(447 J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1} \cdot ^\circ C^{-1})(120^\circ C) = 100\text{kJ}.$$

Đây là phần nhiệt tối thiểu cần phải có khi giả thiết là nhiệt không bị mất cho các phần khác của môi trường xung quanh.

Bài tự kiểm tra 12-2

Một khối vật liệu nặng 0,5kg được nâng nhiệt độ lên thêm 5,0K khi cung cấp cho nó một lượng nhiệt 2,08kJ ở áp suất không đổi. c_p của vật liệu này là bao nhiêu ?

Đáp số : $830 J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$.

Nhiệt dung mol. Đôi khi thích hợp hơn nếu ta xác định lượng vật chất có trong một hệ bằng số mol n hơn là khối lượng ; $n = \frac{m}{M_0}$, ở đó M_0 là khối lượng mol của

vật liệu. Trong trường hợp đó ta dùng nhiệt dung mol \mathcal{C}_p và \mathcal{C}_v thì hay hơn là dùng các nhiệt dung riêng c_p và c_v . Nhiệt dung mol được định nghĩa là :

$$dQ_p = n\mathcal{C}_p dT \quad (12-5)$$

và $dQ_v = n\mathcal{C}_v dT \quad (12-6)$

Đơn vị nhiệt dung mol trong hệ SI là $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$. Một số giá trị nhiệt dung mol được ghi ở bảng 12-1.

So sánh phương trình (12-2) và (12-5), ta thấy rằng $mc_p = n\mathcal{C}_p$. Vì $M_0 = \frac{m}{n}$, hệ thức giữa c_p và \mathcal{C}_p là :

$$M_0 c_p = \mathcal{C}_p$$

Tương tự : $M_0 c_v = \mathcal{C}_v$

**Bảng 12-1. Một số giá trị nhiệt dung riêng và nhiệt dung mol
ở 25°C và áp suất khí quyển**

Chất	c_p		$\epsilon_p, \text{J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$
	$\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$\text{cal.g}^{-1}.\text{^oC}^{-1}$	
Nhôm	910	0,215	24,4
Đồng	386	0,092	24,5
Gang	447	0,107	25,0
Chì	128	0,031	26,8
Thuỷ ngân	140	0,033	28,0
Tungsten	136	0,032	25,0
Heli	5200	1,24	20,8
Nitơ	1040	0,25	29,1
Ôxi	920	0,22	29,4
Cacbon	509	0,121	6,1
Nước	4180	0,998	75,3
Nước đá (-10°C)	2100	0,50	38
Cồn (ethyl)	2500	0,60	91,5
Thuỷ tinh (quang học)	67	0,016	

Nhiệt dung riêng của nước và calo. Calo (cal) là đơn vị năng lượng thoát đầu được dựa trên các tính chất của nước. Nó được định nghĩa là lượng nhiệt cần thiết để nâng nhiệt độ 1 gam nước lên 1°C. Như vậy nhiệt dung riêng của nước sẽ chính xác là $c_p = 1\text{cal.g}^{-1}.\text{^oC}^{-1}$. Nhiệt dung riêng của nước lỏng trên thực tế phụ thuộc rất yếu vào nhiệt độ giữa 0°C và 100°C. Calo hiện nay được định nghĩa theo jun. Hệ số chuyển đổi là :

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$$

Calo là đơn vị năng lượng thuận tiện để dùng cho một hệ nước lỏng, vì $c_p = 1,00\text{cal.g}^{-1}.\text{^oC}^{-1}$ chính xác tới ba chữ số có nghĩa trên cả khoảng nhiệt độ

100°C. Một đơn vị tương tự khác của nhiệt là **Btu** (British thermat unit - đơn vị nhiệt của nước Anh). Mới đây nó được định nghĩa sao cho 1Btu làm tăng nhiệt độ của 1/lb (lb là 1pound = 0,54kg) nước lên 1°F. Hệ số chuyển đổi là 1Btu = 1055J.

Ẩn nhiệt (hay nhiệt chuyển pha)

Ở áp suất khí quyển, nhiệt độ điểm nóng chảy của nước (nước đá) là 0,00°C. Khi nước nóng chảy, pha của nó chuyển từ rắn sang lỏng nên nhiệt phải được bổ sung dù rằng nhiệt độ vẫn giữ cố định. Tương tự khi chất lỏng đóng băng chuyển sang pha rắn, nhiệt phải được thoát ra. **Lượng nhiệt** trên đơn vị khối lượng được đưa thêm

vào hay lấy đi từ một chất đang chuyển pha được gọi là **ẩn nhiệt** L.

$$Q = mL \quad (12-7)$$

Đơn vị ẩn nhiệt trong hệ SI là jun trên kilôgam (J/kg). Ẩn nhiệt đối với một chất đang chuyển pha lỏng - rắn, kí hiệu là L_f , được gọi là **ẩn nhiệt nóng chảy**. Đối với

chuyển pha lỏng - hơi, **ẩn nhiệt bay hơi** được kí hiệu là L_v . Một số giá trị ẩn nhiệt nóng chảy và bay hơi được cho ở bảng 12-2. Ta lưu ý rằng, ngoài các loại chuyển pha được mô tả ở đây còn có các loại chuyển pha khác không liên quan tới ẩn nhiệt (xem chương 15).

Bảng 12-2. Một số giá trị ẩn nhiệt ở áp suất khí quyển

Chất	L_f (nóng chảy) MJ.kg ⁻¹	L_v (bay hơi) MJ.kg ⁻¹
Nhôm	0,400	12,3
Đồng	0,205	4,8
Sắt (Gang)	0,275	6,29
Chì	0,023	0,87
Thuỷ ngân	0,011	0,29
Tungsten	0,192	4,35
Nitơ		0,20
Ôxi		0,21
Nước	0,335	2,260
Cồn (ethyl)		1,1

VÍ DỤ 12-3

Chuyển nước đá thành hơi nước. Tại áp suất khí quyển, cần cung cấp bao nhiêu nhiệt cho 0,50kg nước ở dạng nước đá ở $0,00^\circ\text{C}$ để biến nó thành hơi nước ở 100°C ?

Giải. Có ba đóng góp về nhiệt - nhiệt thêm vào để làm nóng chảy nước đá, nhiệt thêm vào làm tăng nhiệt độ của chất nước lỏng từ 0 đến 100°C và nhiệt cung cấp để làm chuyển pha từ lỏng sang hơi. Các giá trị nhiệt dung riêng và ẩn nhiệt được lấy từ các bảng 12-1 và 12-2.

$$\begin{aligned} Q &= (0,50\text{kg})(0,335\text{MJ/kg}) + (0,50\text{kg})(4180\text{J.kg}^{-1}.\text{C}^{-1})(100^\circ\text{C}) + (0,50\text{kg})(2,26\text{MJ/kg}) \\ &\approx 0,17\text{MJ} + 0,21\text{MJ} + 1,1\text{MJ} \approx 1,5\text{MJ}. \end{aligned}$$

Hãy lưu ý rằng, phần lớn toàn bộ nhiệt được cung cấp cho nước là để nước diến ra quá trình chuyển pha.

12-3. CÔNG

Nhiệt là năng lượng được truyền giữa hệ và môi trường xung quanh nó vì có chênh lệch nhiệt độ giữa chúng. Một cách truyền năng lượng khác là công.

Công là năng lượng được truyền giữa hệ và môi trường xung quanh nó bằng các cách không phụ thuộc vào chênh lệch nhiệt độ giữa chúng.

Có một số cách năng lượng có thể được truyền với tư cách là công. Chẳng hạn công có thể được sản ra bằng các lực điện hay các lực từ. Tuy nhiên chúng ta sẽ chỉ đề cập tới công cơ học được một hệ sản ra do lực tiếp xúc mà hệ tác dụng lên các vật xung quanh nó.

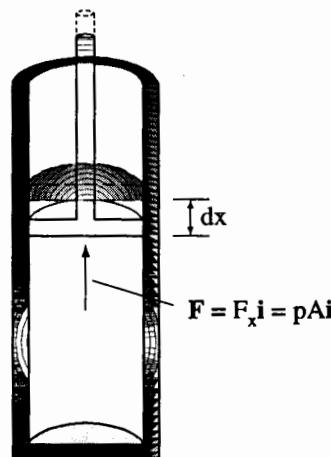
Một ví dụ về công được hệ sản ra là công do chất khí trong một hình trụ giãn nở và làm cho một pittông dịch chuyển như ta thấy trên hình 12-5. Pittông có diện tích bề mặt là A và áp suất khí là p sao cho lực do khí tác dụng lên pittông là $F = F_x i = (pA)i$. Nếu độ dịch chuyển của pittông là $dl = dx i$, khi đó công dW do khí tạo ra là $dW = Fdl = pAdx$. Vì Adx là độ biến thiên vô cùng bé dV trong thể tích của hệ, công do hệ thực hiện là :

$$dW = pdV \quad (12-8)$$

Đối với một quá trình hữu hạn trong đó thể tích biến đổi một cách chuẩn tĩnh từ V_1 đến V_2 , phương trình (12-8) phải được lấy tích phân để xác định công được thực hiện đối với quá trình này :

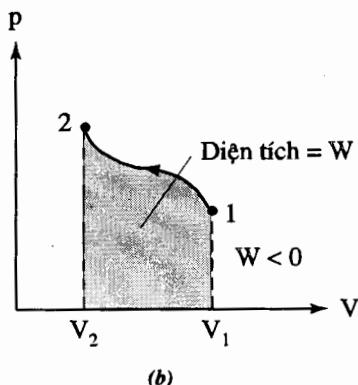
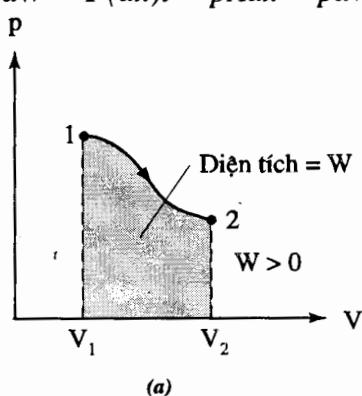
$$W = \int_{V_1}^{V_2} pdV \quad (12-9)$$

Công là tích phân của hàm p đối với thể tích V . Điều đó có nghĩa là công được cho bởi diện tích nằm dưới đường cong biểu diễn quá trình trên giản đồ $p-V$ được tô đậm trên hình 12-6a. Để đánh giá tích phân, ta phải biết áp suất thay đổi như thế nào trong suốt quá trình.



Hình 12-5. Một hệ thực hiện công trên các vật xung quanh nó. Một chất khí bị nhốt kín ở áp suất p tác dụng một lực $F = F_x i = -(pA)i$ lên pittông. Pittông dịch chuyển một đoạn (dx)i sao cho công được chất khí sinh ra là :

$$dW = F(dx)i = pAdx = pdV.$$



Hình 12-6. Công W được thực hiện bởi hệ trong cả quá trình bằng diện tích nằm dưới đường cong biểu diễn quá trình trên giản đồ $p-V$. (a) Công thực hiện bởi hệ là dương ($W > 0$) khi hệ

nở ra ($V_2 > V_1$). (b) Công thực hiện bởi hệ là âm ($W < 0$) khi hệ bị nén lại ($V_2 < V_1$).

Từ phương trình (12-9) chúng ta thấy rằng, vì p dương W sẽ luôn luôn dương khi $V_2 > V_1$ (hình 12-6a). Mặt khác W sẽ luôn luôn âm khi $V_2 < V_1$ (hình 12-6b). Nghĩa là nếu hệ nở ra ($\Delta V > 0$) thì $W > 0$ và chúng ta nói rằng công được sản ra bởi hệ (hay là hệ sinh công). Nếu hệ co lại hay bị nén ($\Delta V < 0$), khi đó $W < 0$ và chúng ta nói rằng công được thực hiện trên hệ (hay là hệ nhận công).

Công thực hiện trong một quá trình đẳng tích. Trong một quá trình đẳng tích ($\Delta V = 0$), công được thực hiện bởi hệ bằng 0 vì không có sự dịch chuyển nào.

$$W_V = 0$$

Công thực hiện trong một quá trình đẳng áp. Gọi p_0 là áp suất không đổi trong một quá trình đẳng áp. Từ công thức (12-9) ta có :

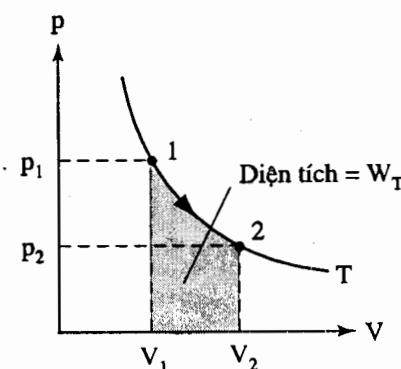
$$W_p = p_0(V_2 - V_1) = p_0\Delta V \quad (12-10)$$

Công thực hiện trong quá trình đẳng nhiệt đối với khí lí tưởng. Đường cong biểu diễn quá trình đẳng nhiệt trên giản đồ p-V phụ thuộc vào hệ và do đó công thực hiện sẽ phụ thuộc vào hệ. Với phương trình trạng thái cho khí lí tưởng, ta có thể xác định được biểu thức đối với công đẳng nhiệt W_T của hệ này. Sự giãn nở đẳng nhiệt của khí lí tưởng được cho trên hình 12-7. Để đánh giá công, ta giải phương trình trạng thái để có áp suất $p = \frac{nRT}{V}$. Sau đó đặt biểu thức này vào phương trình (12-9) ta được :

$$W_T = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = nRT \int_V^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT(\ln V_2 - \ln V_1)$$

hay : $W_T = (nRT)\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad (12-11)$

Chú ý rằng nếu $V_2 > V_1$ thì $\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) > 0$ và công thực hiện là dương. Như vậy hệ sinh công khi giãn nở nhưng nếu $V_2 < V_1$ thì khi đó $\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) < 0$ và công thực hiện là âm, vì vậy hệ nhận công khi bị nén lại.



Hình 12-7. Công thực hiện trong quá trình đẳng nhiệt. Lấy tích phân hàm $p = n\frac{RT}{V}$ với T không đổi cho ta $W_T = nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$.

Công thực hiện trong quá trình đoạn nhiệt đối với khí lí tưởng. Đối với quá trình đoạn nhiệt, hệ thức giữa p và V phụ thuộc vào tỉ số các nhiệt dung riêng γ .

(Nhớ lại rằng $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\mathcal{C}_p}{\mathcal{C}_v}$). Việc tính

công W_Q thực hiện bởi khí lí tưởng trong quá trình đoạn nhiệt sẽ được tính ở phần các bài tập nâng cao. Ở đây ta dẫn ra kết quả :

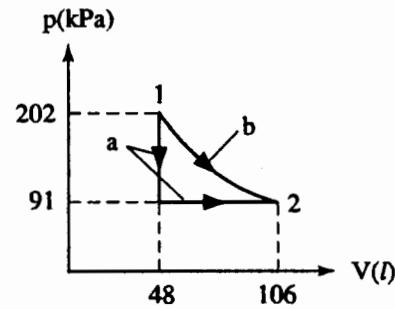
$$W_Q = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] \quad (13-12)$$

Với p_1 và V_1 là áp suất và thể tích của trạng thái đầu còn V_2 là thể tích của trạng thái cuối.

VÍ DỤ 12-4

Công thực hiện đọc theo hai đường đi.

Trong hai thí nghiệm tách biệt, một mẫu khí heli được lấy từ cùng một trạng thái ban đầu (trạng thái 1) đến cùng một trạng thái cuối (trạng thái 2) nhưng đi theo hai đường khác nhau trên giản đồ p-V (hình 12-8). Đường a có hai phần, phần đầu là đẳng tích còn phần hai là đẳng áp. Đường b là đẳng nhiệt. Hãy xác định công thực hiện bởi chất khí (a) đọc theo đường a và (b) đọc theo đường b. Áp suất và hể tích ở các trạng thái đầu và cuối là $p_1 = 202\text{kPa}$, $V_1 = 48l$, $p_2 = 91\text{kPa}$, $V_2 = 106l$.



Hình 12-8. Ví dụ 12-4.

Giải. (a) Công thực hiện trong phần đẳng tích của đường a là bằng 0 vì $W_V = 0$ đối với mọi hệ. Công thực hiện trong phần đẳng áp của đường a là :

$$W_p = p_0 \Delta V = (91\text{kPa})(0,106m^3 - 0,048m^3) = 5,3\text{kJ}.$$

Như vậy công thực hiện bởi hệ đọc theo đường a là :

$$W_a = W_V + W_p = 0 + 5,3\text{kJ} = 5,3\text{kJ} \text{ (hệ sinh công)}.$$

(b) Phương trình (12-11) cho công thực hiện trong quá trình đẳng nhiệt $W_T = (nRT) \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$. Đối với quá trình đẳng nhiệt, $nRT = p_1 V_1 = p_2 V_2$ sao cho hai dạng thay thế nhau được của W_T là $W_T = (p_1 V_1) \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

và $W_T = (p_2 V_2) \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$. Dùng biểu thức sau ta được :

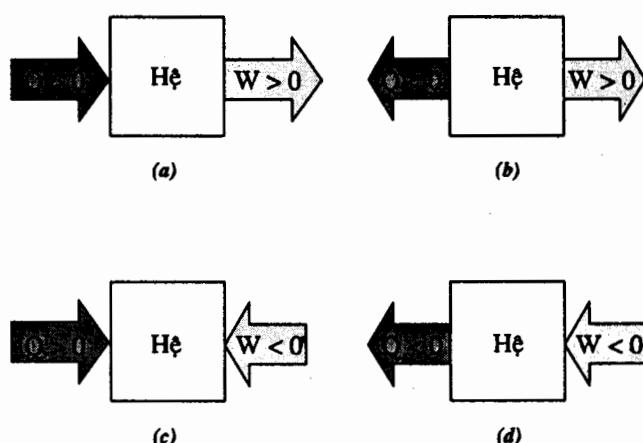
$$W_b = W_T = (91\text{kPa})(106l) \ln\left(\frac{106l}{48l}\right) = 7,7\text{kJ} \text{ (hệ sinh công)}.$$

Mặc dù các trạng thái đầu và cuối là như nhau đối với hai đường đi nhưng công đọc theo đường a ($5,3\text{kJ}$) là khác với công đọc theo đường b ($7,7\text{kJ}$). Như vậy công thực hiện phụ thuộc vào các chi tiết của quá trình, nó là một đại lượng “phụ thuộc đường đi”.

12-4. ĐỊNH LUẬT THỨ NHẤT CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

Chúng ta đã nhận biết được hai loại truyền năng lượng giữa một hệ và các vật xung quanh nó : nhiệt Q và công W . Trước khi đưa vào định luật thứ nhất của nhiệt động lực học, chúng ta phải nhấn mạnh đến quy ước về dấu đối với Q và W . Quy ước về dấu được minh họa bằng đồ thị trên hình 12-9, ở đó hướng của dòng chảy năng

lượng được biểu diễn bằng các mũi tên. Nhiệt Q là dương khi hệ **nhận** nhiệt, Q là âm khi hệ **toả** nhiệt, còn công W là dương khi hệ **sinh** công, W là âm khi hệ **nhận** công. Do đó, trong một quá trình có cả nhiệt lẫn công tham gia, tổng $Q - W$ là năng lượng tổng cộng đi vào hệ, cũng tức là năng lượng tổng cộng hệ **nhận** được.

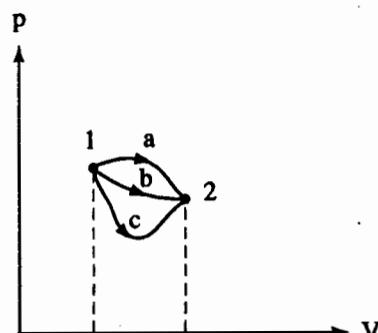


Hình 12-9. Quy ước dấu đối với nhiệt Q và công W . Các mũi tên minh họa chiều hay hướng truyền năng lượng giữa hệ và các vật xung quanh nó. Ở phần (a) chẳng hạn, hệ hấp thụ nhiệt từ xung quanh vì xung quanh có nhiệt độ cao hơn, hệ sản công ra xung quanh vì hệ giãn nở.

Công phụ thuộc vào quá trình và nhiệt phụ thuộc vào quá trình. Như ta đã thấy ở ví dụ 12-4, khi hệ trải qua một quá trình giữa hai trạng thái, công thực hiện phụ thuộc vào đường đi của quá trình trên giản đồ p - V . Xét ba quá trình a, b, c cùng các trạng thái đầu và cuối như trên hình 12-10. Đối với mỗi quá trình, công thực hiện bởi hệ bằng diện tích nằm dưới đường cong có giá trị khác nhau. Nghĩa là :

$$W_a \neq W_b \neq W_c$$

Công thực hiện bởi hệ khi nó trải qua một quá trình từ trạng thái đầu đến trạng thái cuối phụ thuộc vào các chi tiết của quá trình này.



Hình 12-10. Công phụ thuộc vào quá trình. Ở đây vẽ ba quá trình nối trạng thái đầu và trạng thái cuối. Vì W bằng diện tích nằm dưới đường cong trên giản đồ p - V , W sẽ khác nhau đối với mỗi quá trình này.

Các phép đo cũng cho thấy rằng nhiệt được thêm vào cho hệ cũng phụ thuộc vào

đường đi của quá trình diễn ra. Đối với ba quá trình được vẽ trên hình 12-10, phần nhiệt được thêm vào hệ có các giá trị khác nhau. Nghĩa là :

$$Q_a \neq Q_b \neq Q_c$$

Nhiệt được thêm vào cho hệ khi nó trải qua một quá trình từ trạng thái đầu đến trạng thái cuối phụ thuộc vào các chi tiết của quá trình này.

Định luật thứ nhất của nhiệt động lực học

Bây giờ ta hãy khảo sát năng lượng tổng cộng thực sự được truyền trong mỗi quá trình cụ thể là $Q - W$. Thí nghiệm cho thấy rằng năng lượng tổng cộng hệ nhận được là như nhau cho **mọi quá trình**. Nói cụ thể là đối với các quá trình vẽ trên hình 12-10.

$$Q_a - W_a = Q_b - W_b = Q_c - W_c$$

Nghĩa là tổ hợp $Q - W$ không phụ thuộc vào đường đi của quá trình trên giản đồ p-V.

Việc năng lượng tổng cộng hệ nhận được không phụ thuộc vào quá trình đưa đến **định luật thứ nhất của nhiệt động lực học** (còn gọi là **nguyên lí thứ nhất nhiệt động lực học**).

Đối với một hệ có trao đổi nhiệt và công với môi trường xung quanh thì năng lượng tổng cộng mà hệ nhận được $Q - W$ chỉ phụ thuộc vào trạng thái đầu và cuối mà không phụ thuộc vào cách mà hệ chuyển từ trạng thái này sang trạng thái kia.

Vì vậy $Q - W$ phải biểu diễn sự thay đổi trong tính chất nội tại nào đó của hệ. Ta gọi tính chất này là **nội năng** của hệ (kí hiệu là U). Do đó **định luật thứ nhất của nhiệt động lực học** được phát biểu như sau :

Độ biến thiên nội năng của hệ trong một quá trình biến đổi có giá trị bằng

tổng của công và nhiệt mà hệ nhận được trong quá trình đó.

$$\Delta U = Q - W \quad (12-13)$$



James Prescott Joule (1818-1889) là người đầu tiên thiết lập định luật thứ nhất của nhiệt động lực học một cách định lượng bằng một loạt các thí nghiệm chính xác.

Từ phương trình (12-13) ta viết lại :

$$Q = \Delta U + W \quad (12-14)$$

Định luật thứ nhất nhiệt động lực học cũng có thể phát biểu như sau :

Nhiệt truyền cho hệ trong một quá trình có giá trị bằng tổng độ biến thiên nội năng của hệ và công do hệ sinh ra trong quá trình đó.

Các đại lượng ΔU , W , Q có thể dương hoặc âm, nếu $Q > 0$, $W < 0$ thì $\Delta U > 0$, tức là khi hệ thực sự nhận công, nhận nhiệt thì nội năng của hệ tăng ; nếu $Q < 0$, $W > 0$ thì $\Delta U < 0$ tức là khi hệ thực sự sinh công và tỏa nhiệt ra bên ngoài thì nội năng của hệ giảm.

Ý nghĩa và hệ quả của định luật thứ nhất của nhiệt động lực học

Định luật thứ nhất nhiệt động lực học là trường hợp riêng của định luật bảo toàn và

biến đổi năng lượng vận dụng vào các quá trình nhiệt động. Trong khi phát biểu định luật này, chúng ta giả thiết rằng không có sự thay đổi động năng hay thế năng của hệ xét như một toàn bộ. Khi đó năng lượng của hệ chỉ còn là *nội năng của hệ*. Nội năng bao gồm tổng động năng của các phân tử, năng lượng dao động, năng lượng quay của các phân tử và thế năng tương tác giữa chúng...

Tính chất $Q - W$ chỉ phụ thuộc vào trạng thái đầu và cuối đã chứng tỏ rằng nội năng U là một biến trạng thái.

Trong chương 6 chúng ta đã thảo luận định luật bảo toàn năng lượng, khi nó áp dụng cho một *hệ cô lập*, là những hệ không có năng lượng đi vào hay đi ra khỏi hệ. Định luật thứ nhất nhiệt động lực học là sự mở rộng cho những hệ *không cô lập*, năng lượng của hệ có thể chuyển qua biên giới của hệ như nhiệt lượng Q , công W .

Từ định luật thứ nhất, chúng ta có thể suy ra một vài hệ quả sau đây :

a) Đối với một *hệ cô lập* : Hệ không trao đổi công và nhiệt với môi trường xung quanh nên : $W = Q = 0$, suy ra $\Delta U = 0$ hay

VÍ DỤ 12-5

Dùng định luật thứ nhất. Trong một quá trình (quá trình a) làm cho hệ đi từ trạng thái 1 sang trạng thái 2, hệ hấp thụ một lượng nhiệt 16kJ và thực hiện một công 12kJ. Trong quá trình quay trở về (quá trình b) đưa hệ từ trạng thái 2 quay trở lại trạng thái 1, hệ thả ra 18kJ nhiệt. Công mà hệ thực hiện trong quá trình quay trở về trạng thái đầu là bao nhiêu ?

Giải. Từ đầu bài ta có $\Delta U_a = -\Delta U_b$, theo định luật thứ nhất :

$$Q_a - W_a = -(Q_b - W_b)$$

suy ra :

$$W_b = Q_a + Q_b - W_a = (16 - 18 - 12) \text{ kJ} = -14 \text{ kJ}$$

Vì công là âm nên hệ nhận công và bị nén trong quá trình b.

$U = \text{const}$. Tức là nội năng của hệ được bảo toàn.

b) Nếu hệ cô lập gồm hai vật, chỉ trao đổi nhiệt với nhau và gọi Q_1, Q_2 là nhiệt lượng mà chúng nhận được thì $Q = Q_1 + Q_2 = 0$ hay $Q_1 = -Q_2$. Điều này có nghĩa là *nhiệt lượng do vật này toả ra bằng nhiệt lượng mà vật kia thu được*.

c) Nếu hệ là một máy hoạt động tuần hoàn, nghĩa là nó biến đổi theo *một quá trình kín* hay *chu trình* thì sau một chu trình hệ lại quay về trạng thái cũ và $\Delta U = 0$, khi đó $W = Q$, tức là công mà hệ sinh ra bằng nhiệt mà hệ nhận được.

Khi hệ thực hiện một quá trình biến đổi vô cùng nhỏ, biểu thức của định luật nhất sẽ có dạng :

$$dU = \delta Q - \delta W \quad (12-15)$$

trong đó dU là độ biến thiên nội năng vô cùng nhỏ và là một *vi phân toàn phần* còn $\delta W, \delta Q$ chỉ là công và nhiệt vô cùng nhỏ mà hệ nhận được, chúng là các *vi phân không toàn phần*.

VÍ DỤ 12-6

Theo dõi hai quá trình. (a) Nhiệt độ của 0,25kg nước được hâm nóng dần từ 1,1 lên 7,7°C tại áp suất khí quyển bằng một dây nung điện trở. Trong quá trình này, thể tích của nước thay đổi không đáng kể. Xác định độ thay đổi nội năng của nước. (b) Một lượng 0,25kg nước mới đầu ở 1,1°C trong một cái phích được khuấy rất mạnh cho đến khi nhiệt độ lên đến 7,7°C. Áp suất lúc đầu và lúc cuối đều là áp suất khí quyển. Xác định độ thay đổi nội năng của nước và công do nước thực hiện.

Giải. (a) Đối với quá trình này, lượng nhiệt thêm vào nước ở áp suất không đổi được cho bởi :

$$\begin{aligned} Q &= mc_p \Delta t_c = (0,25\text{kg})(4180\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{C}^{-1})(6,6^\circ\text{C}) \\ &= 6,9\text{kJ}. \end{aligned}$$

trong đó ta đã giả thiết rằng nhiệt dung riêng của nước lấy từ bảng 12-1 về cơ bản là không đổi trong dải nhiệt độ này. Vì thể tích thay đổi không đáng kể, công do nước thực hiện trong quá trình chuẩn tĩnh này cũng nhỏ không đáng kể, $W = 0$. Định luật thứ nhất của nhiệt động lực học, phương trình (12-13) cho ta :

$$U_2 - U_1 = Q - W = 6,9\text{kJ} - 0 = 6,9\text{kJ}$$

(b) Quá trình thứ hai này không phải là một quá trình chuẩn tĩnh, trạng thái đầu và trạng thái cuối là giống với quá trình trong phần (a). Sự thay đổi về nội năng cũng phải giống nhau vì nó chỉ phụ thuộc vào các trạng thái đầu và cuối mà không phụ thuộc vào quá trình :

$$U_2 - U_1 = 6,9\text{kJ}.$$

Vì quá trình này diễn ra với một hệ bị cách nhiệt bởi chiếc phích nên nhiệt được thêm vào là không đáng kể, $Q = 0$. Áp dụng định luật thứ nhất cho quá trình này, ta có :

$$U_2 - U_1 = Q - W$$

$$6,9\text{kJ} = 0 - W.$$

hay $W = -6,9\text{kJ}$. Nước thực hiện một công âm trong cơ chế khuấy, tức là hệ nhận công.

Bài tự kiểm tra 12-3

Hãy đưa ra cách giải thích vật lí để cắt nghĩa vì sao công được thực hiện bởi hệ lại có giá trị âm trong quá trình thứ hai được xét ở ví dụ trên.

12-5. MỘT SỐ ỨNG DỤNG CỦA ĐỊNH LUẬT THỨ NHẤT

Định luật thứ nhất của nhiệt động lực học mô tả các trao đổi năng lượng đối với mọi quá trình làm cho hệ chuyển từ trạng thái cân bằng đầu sang trạng thái cân bằng cuối. Chúng ta sẽ áp dụng nó cho một số loại quá trình. Trong mỗi trường hợp ta sẽ xác định hai trong ba đại lượng Q , W , ΔU và dùng định luật thứ nhất để xác định đại lượng thứ ba.

Quá trình đẳng tích

Vì hệ không thực hiện một công nào trong quá trình đẳng tích, định luật thứ nhất của nhiệt động lực học cho ta :

VÍ DỤ 12-7

Độ biến thiên ΔU trong quá trình đẳng tích. Nhiệt độ của 2,50mol khí He được nâng từ 275,0K lên 325,0K ở thể tích không đổi. Trạng thái đầu ở áp suất khí quyển và nhiệt dung mol của He là $C_v = 12,5 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ trong dải nhiệt độ và áp suất này. Hãy xác định mức độ biến thiên nội năng của khói khí này.

Giai. Vì thể tích được giữ cố định nên theo mục 12-2, lượng nhiệt cung cấp cho hệ là :

$$Q_v = n C_v \Delta T = (2,50 \text{ mol})(12,5 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ K}^{-1})(50,0 \text{ K}) = 1,56 \text{ kJ.}$$

Vì quá trình diễn ra ở thể tích không đổi, $W = 0$ nên định luật thứ nhất cho ta độ biến thiên nội năng sau đây :

$$U_2 - U_1 = Q_v - W = 1,56 \text{ kJ} - 0 = 1,56 \text{ kJ.}$$

Quá trình đoạn nhiệt

Trong một quá trình đoạn nhiệt thì không có sự trao đổi nhiệt giữa một hệ và môi trường xung quanh. Vì vậy định luật thứ nhất trở thành :

$$\Delta U = -W_Q$$

Điều này có nghĩa là nội năng của hệ tăng khi bị nén đoạn nhiệt. Như vậy là nếu $\Delta V < 0$

$$\Delta U = Q_v$$

Nghĩa là nếu thể tích được giữ cố định thì chỉ còn cách duy nhất để hệ có thể tiếp xúc với xung quanh là bằng truyền nhiệt. Nếu nhiệt được thêm cho hệ, nội năng của hệ sẽ tăng lên còn nếu hệ bị thoát nhiệt thì nội năng giảm xuống. Chỉ số v là kí hiệu nhắc nhở rằng nhiệt được truyền một cách đẳng tích.

thì $W < 0$ và $\Delta U > 0$. Ngoài ra nội năng của hệ giảm khi hệ giãn nở đoạn nhiệt (nếu $\Delta V > 0$ thì $W > 0$ và $\Delta U < 0$).

Trong thực tế, một quá trình đoạn nhiệt có thể được thực hiện bằng cách bao quanh hệ một chất **cách nhiệt** thật tốt hay bằng cách thực hiện một quá trình **đủ nhanh** để có thể bỏ qua lượng nhiệt được truyền đi.

VÍ DỤ 12-8

Một cú nén trong động cơ ôtô. Trong thời gian xảy ra cú nén trong xilanh của một động cơ làm thí nghiệm, thể tích giảm đi 8 lần (hệ số nén). Công thực hiện bởi hỗn hợp không khí nhiên liệu trong lún nén này là $W = -200J$. Hãy ước tính độ biến thiên nội năng của hỗn hợp không khí - nhiên liệu.

Giải. Vì sự nén xảy ra nhanh, nên quá trình có thể được coi là đoạn nhiệt :

$Q = 0$. Công do hỗn hợp sinh ra là $W_Q = -200J$ và là âm vì thể tích giảm. Áp dụng định luật thứ nhất, ta nhận được độ biến thiên nội năng bằng :

$$U_2 - U_1 = Q - W = 200J.$$

Quá trình đẳng áp

Đối với một quá trình đẳng áp, cả nhiệt lẫn công đều có thể được truyền giữa hệ và môi trường xung quanh. Công thực hiện bởi hệ đối với quá trình đẳng áp chuẩn tinh được cho bởi phương trình (12-10). Lượng nhiệt thêm vào cho hệ được tính nhờ dùng các số liệu về nhiệt dung riêng và ẩn nhiệt.

VÍ DỤ 12-9

Độ biến thiên của U trong quá trình đẳng áp. 1kg nước ở $100^{\circ}C$ và ở áp suất khí quyển có thể tích thay đổi từ $1,0l$ ở pha lỏng lên $1700l$ ở pha hơi (hơi nước). Hãy tính hiệu nội năng của $1,0kg$ hơi nước và $1,0kg$ nước lỏng tại điểm sôi chuẩn.

Giải. Ta xét quá trình ở đó nhiệt được đưa vào hệ ở áp suất không đổi để biến $1,00kg$ nước lỏng ở $100^{\circ}C$ thành hơi nước ở $100^{\circ}C$. Nước được chứa trong một hình trụ ôm vừa khít một pittông chuyển động ra phía ngoài để giữ cho áp suất cố định. Thể tích biến đổi một lượng là $1700l - 1l \approx 1,7m^3$. Từ phương trình (12-10), ta thấy hệ thực hiện một công bằng :

$$W_p = p\Delta V = (101kPa)(1,7m^3) = 170kJ.$$

Nhiệt đưa vào hệ trong quá trình này được tính nhờ việc dùng giá trị ẩn nhiệt hoá hơi lấy từ bảng 12-2 :

$$Q_p = mL_v = (1,00kg)(2260kJ/kg) = 2260kJ.$$

Chênh lệch nội năng giữa hai trạng thái này của khối nước là :

$$U_2 - U_1 = Q_p - W_p = 2260kJ - 170kJ = 2090kJ \approx 2100kJ.$$

Tính toán cho thấy rằng, trong số $2260kJ$ nhiệt lượng được đưa vào hệ, có chừng $170kJ$ công được hệ thực hiện và phần còn lại cỡ $2100kJ$ xuất hiện dưới dạng phần tăng nội năng.

Bài tự kiểm tra 12-4

Giả sử 0,35mol khí nêon thực hiện một quá trình đẳng áp từ trạng thái đầu $p_1 = 101\text{kPa}$, $V_1 = 8,64\text{l}$ sang trạng thái cuối $p_2 = 101\text{kPa}$, $V_2 = 11,52\text{l}$. Hãy xác định độ biến thiên nội năng. Đối với khí nêon, C_p là hằng số và bằng $18,8\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ trong dải nhiệt độ này.

Đáp số : 370J.

Sự giãn nở tự do

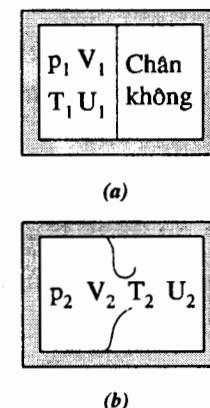
Ta khảo sát một chất khí mới đầu chiếm một ngăn của một bình hai buồng như được minh họa trên hình 12-11. Một màng ngăn phân cách hai buồng và buồng nằm bên phải được hút chân không. Toàn bộ hệ được cách nhiệt với bên ngoài. Trạng thái đầu của khí được đặc trưng bằng giá trị của một vài biến trạng thái của nó : p_1 , V_1 , T_1 và U_1 . Bây giờ giả sử rằng màng ngăn cách hai buồng đột ngột bị vỡ và chất khí được giãn nở tự do để chiếm toàn bộ bình. Quá trình này được gọi là **sự giãn nở tự do**. Trong khi nở tự do, chất khí không còn ở trạng thái cân bằng nữa, nên quá trình không còn là chuẩn tĩnh và không thể được biểu diễn trên giản đồ p-V. Nhưng cuối cùng thì chất khí cũng đi tới trạng thái cân bằng với các biến trạng thái có các giá trị là p_2 , V_2 , T_2 và U_2 . Các giá trị cuối cùng này đã biến đổi như thế nào từ các giá trị ban đầu ? đương nhiên là thể tích đã tăng và phép đo cho thấy rằng áp suất bị giảm. Cũng có thể đo được sự thay đổi của nhiệt độ (mặc dù không phải là dễ dàng đối với một thay đổi quá nhỏ).

Độ biến thiên nội năng của chất khí có thể tính được bằng cách áp dụng định luật thứ nhất của nhiệt động lực học cho quá trình giãn nở tự do. Quá trình là đoạn nhiệt do hệ được cách nhiệt nên $Q = 0$. Không có bộ phận nào của môi trường xung quanh chuyển động (ta xem màng bị vỡ là phần

trong của hệ) nên hệ không thực hiện một công nào lên xung quanh nó : $W = 0$. Do đó nội năng không thay đổi :

$$U_2 - U_1 = Q - W = 0 \quad (12-15)$$

Các trạng thái đầu và cuối của khí có cùng một nội năng.



Hình 12-11. Sự giãn nở tự do. (a) Màng nhốt khí ở một phía của bình cách nhiệt. (b) Màng vỡ tức thời và khí giãn nở tự do để chiếm toàn bộ thể tích.

Ta thường nghĩ về nội năng của chất khí như là một hàm của các biến độc lập V và T : $U(V, T)$. Các thí nghiệm làm với chất khí giãn nở tự do cho ta thông tin về sự phụ thuộc hàm này. Nếu trong một quá trình giãn nở tự do, thể tích thay đổi từ V_1 lên V_2 còn nhiệt độ thay đổi từ T_1 tới T_2 thì khi đó phương trình (12-15) cho ta :

$$U(V_2, T_2) = U(V_1, T_1) \quad (12-16)$$

Đối với khí thực (xem chương 15), các phép đo cho thấy rằng nhiệt độ có thay đổi chút ít trong sự nở tự do. Như vậy

phương trình (12-16) cho sự phụ thuộc của nội năng vào thể tích. Tuy nhiên, trong giới hạn các khí loãng hay đối với khí lí tưởng, lượng giảm nhiệt độ tiến đến 0 trong sự nở tự do. Đặt $T_1 = T_2 = T$, khi đó phương trình (12-16) cho ta :

$$U(V_2, T) = U(V_1, T)$$

Phương trình trên hàm ý rằng nội năng của khí lí tưởng hoàn toàn không phụ thuộc vào thể tích. Quá trình giãn nở tự do đã đưa chúng ta đến kết luận sau đây : *Nội năng $U(T)$ của khí lí tưởng chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ.*

Quá trình đẳng nhiệt

Từ các thảo luận trên của chúng ta về sự giãn nở tự do, *nội năng của khí lí tưởng*

VÍ DỤ 12-10

Giãn nở đẳng nhiệt của chất khí. Một hình trụ kim loại ôm khít một pittông di chuyển được chứa 0,24mol khí N_2 ở áp suất ban đầu 140kPa. Pittông được rút từ từ cho đến khi thể tích của khí tăng lên gấp đôi. Chất khí duy trì sự tiếp xúc nhiệt tốt với xung quanh nó ở 310K trong suốt quá trình. Lượng nhiệt được thêm vào cho khối khí là bao nhiêu đối với quá trình này ?

Giải. Trong các thí nghiệm ở các giá trị nhiệt độ và áp suất này, nitơ biểu hiện giống như một khí lí tưởng. Quá trình là đẳng nhiệt ở 310K và nội năng của khối khí chỉ phụ thuộc nhiệt độ là không thay đổi : $\Delta U = 0$. Công được thực hiện bởi khí lí tưởng trong sự giãn nở đẳng nhiệt được cho bởi phương trình (12-11) : $W_T = (nRT)\ln \frac{V_2}{V_1}$. Áp dụng định luật thứ nhất cho quá trình này ta được :

$$Q = \Delta U + W_T = 0 + (nRT)\ln \frac{V_2}{V_1} = 0,24 \cdot 8,31 \cdot \ln 2 = 430J.$$

Bài tự kiểm tra 12-5

Giả sử chất khí cho ở ví dụ trên đây chịu sự giãn nở tự do, nghĩa là nó giãn nở một cách tự do vào một vùng cách nhiệt đã rút hết khí như đã thấy trên hình 12-11. Thể tích cuối cùng bằng hai lần thể tích ban đầu còn nhiệt độ đầu và cuối là như nhau và bằng 310K.

chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ. Do đó nếu nhiệt độ của khí lí tưởng được giữ cố định, nội năng của nó cũng sẽ là cố định và định luật thứ nhất trở thành $0 = Q - W$ hay :

$$Q_T = W_T$$

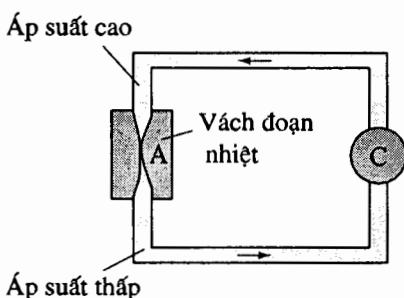
đối với khí lí tưởng khi thực hiện một quá trình đẳng nhiệt. Nếu chất khí giãn nở đẳng nhiệt ($\Delta V > 0, W_T > 0$) thì khi đó nhiệt bị hấp thụ ($Q_T > 0$). Nếu chất khí bị nén đẳng nhiệt ($\Delta V < 0, W_T < 0$) thì khi đó nhiệt được toả ra. Cách diễn đạt này cũng đúng đối với khí thực chỉ cần nó đủ loãng.

Các đại lượng Q , W và ΔU có các giá trị bằng bao nhiêu? Xem khí này một khí lí tưởng. Hãy giải thích những khác biệt so với các đáp số cho ở ví dụ trên.

Đáp số: $Q = 0$, $W = 0$, $\Delta U = 0$.

Quá trình tiết lưu

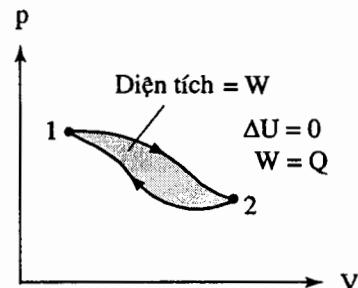
Quá trình tiết lưu có tầm quan trọng trong thực tiễn vì nó được dùng trong hầu hết các máy làm lạnh. Quá trình diễn ra khi một chất lưu ở áp suất cao chảy qua một vách xốp hay qua một van nhỏ đến vùng có áp suất thấp hơn. Thông thường, quá trình này là liên tục diễn ra như minh họa trên hình 12-12 với một chênh lệch áp suất ở hai phía của van được duy trì bằng một chiếc bơm hay một máy nén khí và miền có van được cách nhiệt. Khi một lượng khí cho trước thực hiện quá trình tiết lưu, lượng $U + pV$ được gọi là entanpi vẫn giữ nguyên giá trị cố định.



Hình 12-12. Quá trình tiết lưu. Chất khí ở phía áp suất cao chảy qua van A tới phía áp suất thấp. Chênh lệch áp suất được duy trì bằng máy nén C.

Chu trình

Chu trình là một quá trình mà ở đó hệ quay trở lại đúng trạng thái mà từ đó nó đã xuất phát như được thấy trên hình 12-13. Nghĩa là các trạng thái đầu và cuối là như nhau. Chu trình có tầm quan trọng thực tiễn lớn lao vì các động cơ và các máy làm lạnh đều dùng các chu trình. Chu trình cũng có tầm quan trọng lí thuyết vì nó có thể tiết lộ cho ta một số tính chất cơ bản của tự nhiên.



Hình 12-13. Chu trình. Diện tích được khoanh bởi đường đi của chu trình trên giản đồ p - V bằng công thực sự W mà hệ thực hiện. Nếu chiều của chu trình là chiều kim đồng hồ (như ta thấy trên hình vẽ này khi $W > 0$). Nếu chiều ngược với chiều kim đồng hồ thì $W < 0$ vì $\Delta U = 0$, $Q = W$.

Chu trình có thể được tách ra thành hai phần, phần giãn nở (từ trạng thái 1 đến trạng thái 2 trên hình 12-13) và phần nén (từ trạng thái 2 đến trạng thái 1). Công được thực hiện bởi hệ trong phần giãn nở là dương, trong khi đó công được thực hiện ở phần nén khí là âm. Như có thể thấy từ hình 12-13, phần công thực sự mà hệ thực hiện W_{cyc} bằng diện tích được khoanh bởi đường đi của chu trình trên giản đồ p - V .

Công thực sự là dương nếu khi giãn nở hệ có áp suất cao và khi nén khí hệ có áp suất thấp hơn, đó là trường hợp cho trên hình vẽ. Trong trường hợp này đường đi của chu trình diễn ra theo chiều kim đồng hồ. Như ta sẽ thấy ở chương 14, chu trình theo chiều kim đồng hồ này là đặc điểm của các động cơ nhiệt. Mặt khác, nếu áp suất là thấp hơn khi giãn nở và cao hơn khi nén khí, khi đó đường đi của chu trình diễn ra theo chiều ngược chiều kim đồng hồ và W

là âm. Chu trình ngược chiều kim đồng hồ là đặc điểm của máy làm lạnh.

Khi hệ hoàn tất một chu trình, mỗi biến trạng thái trở về giá trị nguyên gốc của nó.

Các biến trạng thái mà ta đã biết cho đến đây là V, p, T và U. Nghĩa là độ thay đổi trong bất kì biến trạng thái nào sau một chu trình đầy đủ là bằng 0, nói riêng là $\Delta U = 0$. Nếu ta dùng kí hiệu Q để chỉ

nhiệt thực sự bị hấp thụ bởi hệ trong một chu trình, khi đó định luật thứ nhất cho ta :

$$\Delta U = 0 = Q - W$$

hay :

$$Q = W$$

Đối với một chu trình, công thực sự được hệ thực hiện bằng lượng nhiệt thực sự thêm vào cho hệ.

Một vài kết luận rút ra từ mục này được tóm tắt ở bảng 12-3.

Bảng 12-3. Một số kết quả rút ra từ định luật thứ nhất

Quá trình	Các đặc điểm đặc trưng của quá trình
Đẳng nhiệt ($\Delta T = 0$)	$\Delta U = 0$ đối với khí lí tưởng, $Q_T = W_T$
Đẳng tích ($\Delta V = 0$)	$W_V = 0$, $\Delta U = Q_V$
Đẳng áp ($\Delta p = 0$)	$W_p = p_0 \Delta V$, $\Delta U = Q_p - p_0 \Delta V$
Đoạn nhiệt ($Q = 0$)	$\Delta U = -W_Q$
Chu trình	$\Delta U = 0$, $Q = W$

VÍ DỤ 12-11

Chu trình động cơ nhiệt. Giả định 0,0401mol khí lí tưởng trải qua một chu trình trên hình 12-14, ở đó $p_0 = 100\text{kPa}$ và $V_0 = 1,00l$. Đường a là đẳng tích, dọc theo đường b áp suất giảm tuyến tính theo thể tích còn đường c là đẳng áp. Các nhiệt dung mol của khí là $C_v = 12,46\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ và $C_p = 20,77\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\text{K}^{-1}$. Hãy tính công, nhiệt và nội năng trong mỗi quá trình và cả chu trình.

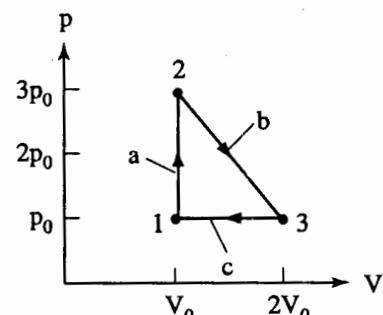
Giải. Thứ nhất chúng ta tính công mà hệ thực hiện trong mỗi quá trình. Vì quá trình a là đẳng tích nên $W_a = 0$.

Công thực hiện trong quá trình b là diện tích của hình thang có đường trung bình $2p_0$ và chiều ngang V_0 :

$$W_b = 2p_0V_0 = 2(100\text{kPa})(1,00l) = 200\text{J}.$$

Vì quá trình c là quá trình nén đẳng áp :

$$W_c = -p_0V_0 = -(100\text{kPa})(1,00l) = -100\text{J}.$$



Hình 12-14. Minh họa cho ví dụ 12-11.

Thứ hai, chúng ta thử tính nhiệt độ bị hấp thụ trong mỗi quá trình. Ta dùng phương trình trạng thái khí lí tưởng $pV = nRT$ để xác định nhiệt độ của các trạng thái 1, 2 và 3. Đối với T_1 :

$$T_1 = \frac{p_0 V_0}{nR} = \frac{(100\text{kPa})(1,00l)}{(0,0401\text{mol})(8,31\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\text{K}^{-1})} = 300\text{K}.$$

Tương tự $T_2 = 900\text{K}$ và $T_3 = 600\text{K}$. Lượng nhiệt bị hấp thụ trong quá trình a là :

$$\begin{aligned} Q_a &= n C_v(T_2 - T_1) = (0,0401\text{mol})(12,46 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\text{K}^{-1})(600\text{K}) \\ &= 300\text{J}. \end{aligned}$$

và :

$$Q_c = n C_p(T_1 - T_3) = -250\text{J}.$$

Chúng ta không thể tính Q_b bằng cách này vì ta không có nhiệt dung mol đối với quá trình này, song định luật thứ nhất sẽ cho phép ta tìm được Q_b sau khi xác định được ΔU đối với quá trình b. Thứ ba, chúng ta dùng định luật thứ nhất $\Delta U = Q - W$ để tìm các độ biến thiên nội năng. Đối với quá trình a :

$$\Delta U_a = Q_a - W_a = 300\text{J} - 0 = 300\text{J}.$$

Và đối với quá trình c :

$$\Delta U_c = Q_c - W_c = -250\text{J} - (-100\text{J}) = -150\text{J}.$$

Vì U là một biến trạng thái, ΔU đối với chu trình bằng không vì vậy :

$$0 = \Delta U_a + \Delta U_b + \Delta U_c$$

hay :

$$\Delta U_b = -\Delta U_a - \Delta U_c = -300\text{J} - (-150\text{J}) = -150\text{J}.$$

Bây giờ đã có ΔU_b , ta có thể dùng định luật thứ nhất để tìm Q_b :

$$Q_b = \Delta U_b + W_b = -150\text{J} + 200\text{J} = 50\text{J}.$$

Nếu chúng ta đảo ngược đường đi của các quá trình trên thì công, nhiệt và nội năng của các quá trình đều đổi dấu ngược lại.

Bài đọc thêm

BENJAMIN THOMPSON, BÁ TƯỚC RUMFORD

Dòng nhiệt đi từ vật thể ở nhiệt độ cao sang vật thể ở nhiệt độ thấp hơn giống như dòng chất lưu, nước chẳng hạn, chảy từ chỗ cao hơn xuống chỗ thấp hơn. Vậy

nên không có gì phải ngạc nhiên là trước đây lí thuyết dòng nhiệt xem nhiệt như là một chất giống chất lưu được gọi là **chất nhiệt**. Khi một vật thể mất chất nhiệt,

nhiệt độ của nó hạ xuống, còn nhiệt độ của vật thể nhận được chất nhiệt sẽ tăng lên. Trong khi có nhiều đặc điểm của dòng nhiệt có thể được giải thích bằng ý tưởng về một chất lưu như thế, thì lí thuyết chất nhiệt lại chứng tỏ là mâu thuẫn với thực nghiệm.

Benjamin Thompson, người cũng được biết đến như là Bá tước Rumford bang Bavaria (Bavaria - bang lớn nhất của Tây Đức, nằm tại vùng cực nam nước này - thủ phủ bang là Munich), vẫn thường được xem là có công trong việc chống lại một cách nghiêm túc quan niệm chất nhiệt. Lo sợ trước sự lan truyền của Cách mạng Pháp, vị hoàng tử trị vì xứ Bavaria đã bỏ nhiệm Bá tước Rumford trông coi việc chế tạo các cỗ súng đại bác để bảo vệ biên giới. Khi khoan nòng khẩu đại bác, Rumford nhận thấy rằng nguyên liệu dùng chế tạo súng, các mảnh vỡ kim loại và cả công cụ chế tạo nòng, tất cả đều bị nóng lên. Nghĩa là nhiệt dường như được sinh ra liên tục chứ không phải được giữ nguyên như thuyết chất nhiệt chủ trương.

Rumford đã chỉ đạo các thí nghiệm có tính định lượng bằng cách đo biến đổi nhiệt độ diễn ra khi một công cụ đã bị cùn được dùng trong quá trình khoan nòng súng. Trong một thí nghiệm, nước đã được dùng để làm nguội công cụ khoan nòng cùng nguyên liệu làm súng. Ông đã đo nhiệt độ tăng lên của nước và nhận xét : "Sự sững sốt và kinh ngạc hiện lên trên nét mặt của những người đứng xem, khi họ nhìn thấy cả một lượng lớn nước lạnh được hâm nóng và trên thực tế còn làm sôi cả nước mà không cần tới một nguồn lửa nào". Rumford kết luận rằng nhiệt không phải là một chất có tính vật liệu vì ở đó dường như nó được sinh ra với một số lượng không bị hạn chế. Đúng hơn nó là kết quả của ma sát hay của công do lực ma sát thực hiện.



Benjamin Thompson, Bá tước Rumford

Bá tước Rumford sinh ra mang tên Benjamin Thompson tại Woburn, Massachusetts vào năm 1753. Tuổi trẻ của ông ít có hứa hẹn sau này ông trở thành một nhà quý tộc. Hai lần ông học việc không thành nghề ở hai cửa hàng buôn bán nhỏ. Một ông chủ cửa hàng phàn nàn với mẹ ông là Benjamin lén lút dùng nhiều thời gian ngồi sau quầy chế tạo các máy móc nhỏ và đọc sách khoa học hơn là ngồi sau quầy phục vụ khách hàng. Vận may đã đổi đời cho Thompson khi ở tuổi 19 ông cưới một bà goá 33 tuổi giàu có ở Concord, New Hampshire một vùng cũng được người ta gọi là Rumford.

Thompson là người trung thành với Hoàng gia trong các cuộc tranh cãi giữa nước Anh với các thuộc địa Mĩ của nó. Ông đã từng mang hàm thiếu tá trong một đại đội thuộc lực lượng dân quân. Khi quan điểm trung thành của ông bị bại lộ, một nhóm tên thực dân trong trang phục người da đỏ đến tận nhà đe doạ hạ nhục ông (nguyên bản : đối xử tàn tệ với ông bằng cách doạ quét hắc ín lên người ông rồi phủ lông chim, gà... lên đó như một hình phạt). Ông đã trốn đi Boston bằng một con ngựa với 20 đôla trong túi cùng mạng sống của mình.

Theo chính kiến của riêng mình, Thompson đã phục vụ liên hiệp Anh như một sĩ quan dũng cảm và sáng tạo trong cuộc Cách mạng Mĩ. Nhân vụ một trong các con ngựa của ông bị chết đuối khi bơi qua sông, ông đã sáng chế ra một bè cứu hộ bằng cây bần (li-e) đủ sức chở cả ngựa đang thở súng cối trên lưng qua sông. Ông cũng thiết kế loại xe tam mã thở súng có khả năng lắp ráp và nhả đạn trong 75 giây.

Sau khi được vua nước Anh George III phong tước hiệp sĩ, ông được tiến cử tới Cung điện của Theodor, một hoàng tử trị vì xứ Bavaria. Tại đây ông tiến hành các thí nghiệm về các tính chất của tơ lụa, một sản phẩm quan trọng của vùng Bavaria thời bấy giờ. Ông thường mua vui triều đình bằng các con tinh kiểu như "Nếu một tấm áo choàng bằng lụa nặng 28aoxø (1aoxø bằng 28,35g) được một quý bà mặc thì chắc chắn là bà ta đang mang trên mình tới trên 2000 dặm chiều dài sợi tơ mà giống tằm đã nhả ra".

Được hoàng tử phong hàm thiếu tướng, Thompson đã cải thiện rất nhiều cho các binh lính Bavaria. Trong lúc nghiên cứu các vật liệu để có thể đảm bảo cho binh lính của mình được mặc ấm nhất, ông đã khám phá ra giá trị cách nhiệt to lớn của lớp không khí bị giữ lại giữa các vật liệu. Thompson cũng tạo cơ hội cho binh lính kiếm tiền để thoả mãn các nhu cầu thiết yếu của họ. Trong các thí nghiệm nhằm xác định các điều kiện thấp sáng tốt nhất cho nơi làm việc của người nghèo,

Thompson đã xác lập nến là chuẩn để đo độ sáng.

Người bảo trợ của Thompson, hoàng tử Theodor, được hưởng một thời gian trị vì ngắn ngủi với tư cách là cha sở - mục sư trong Giáo hội Anh phụ trách một giáo khu - của đế quốc La Mã thần thánh thời kì từ lúc Hoàng đế Leopold II băng hà tới lễ đăng quang của Hoàng đế Francis II. Với tư cách là cha sở, Theodor có các quyền hạn chế nhưng ông có đặc quyền nâng một người lên hàng quý tộc. Vào ngày 9 tháng 5 năm 1792, Theodor đã dùng đặc quyền này và nhờ đó Benjamin Thompson trở thành bá tước Rumford từ đó.

Bá tước đã lập hai giải thưởng lớn cho các phát minh khoa học trong các lĩnh vực nhiệt và ánh sáng. Giải thưởng là các huy chương vàng và bạc kèm theo tiền lì xì từ lợi tức được tích luỹ trên tiền vốn gốc của giải. Một trong hai giải thưởng này về sau được Hội Hoàng gia Anh quản lý. Sau sáu năm không một huy chương nào được trao tặng và Bá tước Rumford đã tự đề cử mình cho uỷ ban tuyển chọn và vào năm 1802 ông trở thành người đầu tiên được nhận huy chương Rumford. Tuy nhiên các kết quả nghiên cứu của ông không được những người cùng thời thừa nhận và khi ông qua đời vì "bệnh sốt dây thần kinh" vào năm 1814, chỉ có một số ít người đến dự lễ tang ông.

?

CÂU HỎI

- 1** Liệu có tình huống nào mà ở đó phương trình trạng thái $pV = nRT$ mô tả đúng đắn He ở (a) pha khí, (b) pha lỏng của nó ? Giải thích.
- 2** Không khí ở nhiệt độ và áp suất thông thường là hỗn hợp của một vài khí khác nhau, chủ yếu là nitơ và ôxi. Phương trình trạng thái của nó liệu có được cho bởi $pV = nRT$ không ? Trong trường hợp này n có ý nghĩa gì ?

- 3 Một quá trình không phải là chuẩn tĩnh liệu có thể được biểu diễn trên giản đồ p-V ? Giải thích.
- 4 Nhiệt có thể được thêm vào hệ trong khi giữ áp suất cố định. Nhiệt cũng có thể được thêm vào ở thể tích không đổi. Liệu nhiệt có thể được thêm vào khi giữ nhiệt độ cố định không ? Giải thích.
- 5 Hệ có thể thực hiện công khi giữ áp suất cố định hay giữ nhiệt độ cố định. Liệu hệ có thể thực hiện được công trong khi giữ thể tích cố định không ? Giải thích.
- 6 Nội năng của hệ có nhất thiết phải tăng không nếu nhiệt lượng được thêm vào hệ ? Giải thích.
- 7 Nội năng của hệ có nhất thiết phải tăng không nếu nhiệt độ của nó tăng ? Giải thích.
- 8 Giả sử hệ thực hiện công W lên các vật xung quanh trong một quá trình nào đó. Công mà các vật xung quanh phải thực hiện trên hệ là bao nhiêu ? Bạn có đưa ra được một ngoại lệ nào cho câu trả lời của bạn không ?
- 9 Mặt ngoài của một bình kim loại được đánh bóng mạnh bằng một đĩa đánh bóng. Năng lượng được truyền cho chất khí ở bên trong được gọi là nhiệt hay công ? Giải thích.
- 10 Giả sử hệ trải qua một quá trình mà ở đó trạng thái cuối có thể tích bằng thể tích ở trạng thái đầu. Liệu bạn có thể xác định được hệ đã thực hiện một công là bao nhiêu không ? Dùng giản đồ p-V để giải thích câu trả lời của bạn.
- 11 Một khối lập phương nước đá được đặt trong một cốc cao có nước âm ấm được cách nhiệt tốt. Xem hệ gồm khối nước đá và nước. Nước đá nóng chảy và trạng thái cuối cùng của hệ này là nước lỏng ở một nhiệt độ thấp hơn nào đó. Quá trình này có phải là đoạn nhiệt không ? Cái gì đã cung cấp năng lượng để làm tan nước đá ?
- 12 Trong một chu trình, trạng thái cuối của hệ cũng chính là trạng thái đầu. Cho trước lượng nhiệt đã được thêm vào cho hệ, bạn có thể xác định được công mà hệ thực hiện là bao nhiêu không ? Giải thích.
- 13 Một mẫu nam châm được nhúng trong một chất lỏng. Nó khuấy khối chất lỏng do được một nam châm quay phía ngoài làm nó chuyển động. Hãy giải thích tại sao phần năng lượng truyền cho chất lỏng là công cho dù không hề có một sự thay đổi nào về thể tích.
- 14 Một cái đun nước điện có các dây điện trở được nhúng vào thùng nước. (a) Nếu hệ được xem là gồm cả cái đun nước và thùng nước, thì năng lượng được truyền cho hệ là nhiệt hay là công ? (b) Nếu hệ được xem chỉ là nước, năng lượng được truyền cho hệ là nhiệt hay là công ? (c) Trong mỗi trường hợp nêu trên, điều gì xảy ra với các nội năng của hệ ?



BÀI TẬP

Mục 12-1. Các phương trình trạng thái

- 1 Một khí lí tưởng thực hiện quá trình trong đó nhiệt độ được tăng gấp đôi còn áp suất tăng gấp ba lần. (a) Thể tích thay đổi thế nào ? (b) Biểu diễn các trạng thái đầu và cuối trên giản đồ p-V.
- 2 Khí heli mới đầu ở trạng thái được đặc trưng bởi $p = 0,73\text{kPa}$, $V = 12l$ và $T = 320\text{K}$. (a) Xác định lượng khí hiện có. (b) Chất khí giãn nở một cách đẳng nhiệt cho tới thể tích $18l$. Xác định áp suất của He ở trạng thái này. (c) Biểu diễn quá trình này trên giản đồ p-V.
- 3 Áp suất của khí thường được biểu thị bằng atmôtphe ($1\text{atm} = 101\text{kPa}$) và thể tích bằng lít (l). Hãy xác định giá trị của hằng số khí phổ biến theo đơn vị $\text{l.atm.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ [Chú ý : $(1\text{Pa})(1\text{m}^3) = 1\text{J}$].
- 4 Xác định số phân tử có trong một mét khối khí lí tưởng ở các điều kiện chuẩn $1,0\text{atm}$ và $0,00^\circ\text{C}$.

Mục 12-2. Nhiệt dung riêng và ẩn nhiệt (chuyển pha)

- 5 Cần cung cấp bao nhiêu nhiệt cho 3g đinh sắt ở áp suất không đổi để tăng nhiệt độ của nó thêm 20°C ?
- 6 Một bình cách nhiệt chứa $0,75\text{kg}$ nước ở 20°C và $1,24\text{kg}$ chì, mới đầu ở 95°C , được cho thêm vào. (a) Giả sử không có trao đổi nhiệt với xung quanh, hãy xác định nhiệt độ cuối cùng của hệ nước - chì. (b) Chỉ xem riêng nước như một hệ, hỏi nước được bổ sung thêm bao nhiêu nhiệt trong quá trình này?
- 7 Phải thêm bao nhiêu nước ở 25°C vào $0,35\text{kg}$ nước đá ở $0,00^\circ\text{C}$ để làm nóng chảy hoàn toàn số nước đá này ? Trạng thái cuối cùng là chất lỏng ở $0,00^\circ\text{C}$.
- 8 Một cục nước đá $0,35\text{kg}$ ở $0,00^\circ\text{C}$ được đặt vào một bình nước cách nhiệt ở 25°C . (a) Nếu lượng nước ban đầu là $2,0\text{kg}$, hãy xác định nhiệt độ cuối cùng và thành phần của hệ. (b) Lặp lại phép tính nếu ban đầu có $1,0\text{kg}$ nước.

Mục 12-3. Công

- 9 Một chất lưu giãn nở thêm $0,344\text{m}^2$ ở áp suất khí quyển không đổi (101kPa). (a) Xác định công mà chất lưu đã thực hiện. (b) Xác định công mà chất lưu đã thực hiện nếu quá trình trên được đảo ngược - nghĩa là chất lưu được nén ở áp suất khí quyển để trở về được thể tích ban đầu.

- 10** Một khí lí tưởng thực hiện quá trình cho trên hình 12-15, gồm phần giãn nở đẳng áp và tiếp theo là phần nén đẳng nhiệt. Xác định công mà chất khí thực hiện đối với (a) phần giãn nở đẳng áp, (b) phần nén đẳng nhiệt, (c) cả quá trình.

- 11** Một khí lí tưởng mới đầu ở trạng thái được xác định bởi p_1, V_1 . Nó thực hiện một quá trình trong đó áp suất thay đổi tuyến tính với thể tích cho tới trạng thái cuối được xác định bởi p_2, V_2 như được diễn tả ở hình 12-16. (a) Xác định công do chất khí thực hiện đối với quá trình này theo các giá trị áp suất và thể tích đầu và cuối. (b) Tính công do chất khí thực hiện đối với quá trình này nếu $p_1 = 140\text{kPa}$, $V_1 = 0,064\text{m}^3$, $p_2 = 108\text{kPa}$, $V_2 = 0,096\text{m}^3$. (c) Xác định nhiệt độ của các trạng thái đầu và cuối nếu hệ gồm 30mol khí.

- 12** Chất khí thực hiện một quá trình chuẩn tĩnh từ trạng thái sang 1 sang trạng thái 2, trong đó áp suất phụ thuộc vào thể tích theo hệ thức :

$$p = \left(p_1 V_1^{3/2} \right) V^{-3/2}$$

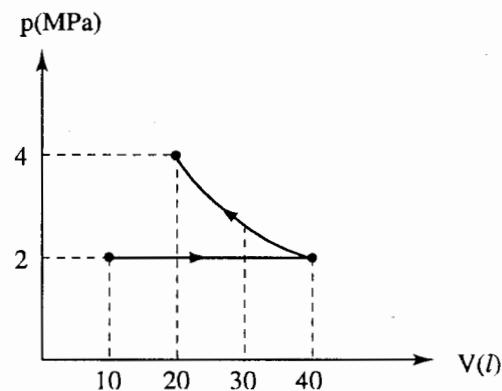
Hãy chứng tỏ rằng công do chất khí thực hiện trong quá trình mà thể tích thay đổi từ V_1 đến V_2 được cho bởi biểu thức :

$$W = 2p_1 V_1 \left(1 - \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} \right)$$

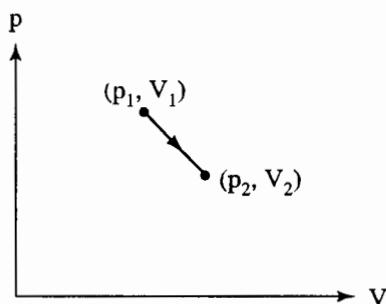
- 13** Giá trị của γ đối với không khí là 1,40. Giả sử 1,0mol không khí mới đầu ở trạng thái sao cho $p_1 = 202\text{kPa}$ và $V_1 = 45l$. Khối không khí này giãn nở đoạn nhiệt tới thể tích $V_2 = 65l$. Xác định (a) công do không khí thực hiện và (b) áp suất ở trạng thái cuối.

Mục 12-4. Định luật thứ nhất của nhiệt động lực học

- 14** Một hệ trải qua quá trình trong đó 27J nhiệt được bổ sung cho hệ trong khi nó thực hiện một công 8J. (a) Nội năng của hệ thay đổi bao nhiêu ? (b)



Hình 12-15. Bài tập 10.

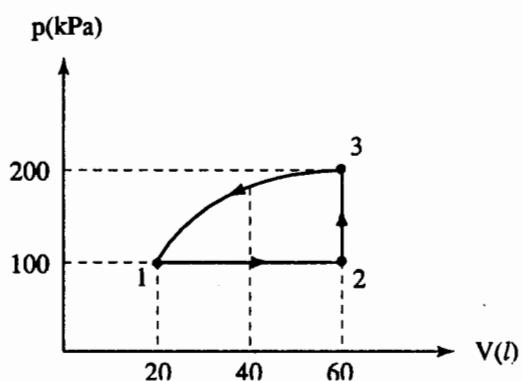


Hình 12-16. Bài tập 11

Nếu nội năng của trạng thái đầu là 304J thì nội năng của trạng thái cuối là bao nhiêu ? (c) Giả sử hệ được đưa từ cùng trạng thái đầu về cùng trạng thái cuối bằng một quá trình khác ở đó hệ thực hiện một công là 12J. Nội năng của trạng thái cuối là bao nhiêu và có bao nhiêu nhiệt được đưa thêm vào hệ ?

- 15** Trên hình 12-17, một chất lưu mới đầu thực hiện một quá trình đẳng áp từ trạng thái 1 sang trạng thái 2 $Q_p = 10,0\text{kJ}$ và sau đó một quá trình đẳng tích với $Q_v = 11,0\text{kJ}$.

Cho trước $U_1 = 5,0\text{kJ}$, hãy xác định (a) U_2 và (b) U_3 . (c) Nếu chất lưu thực hiện quá trình c được biểu diễn bằng đường cong trên hình với $W_c = -6,6\text{kJ}$, hãy xác định Q_c .



Hình 12-17. Bài tập 15

Mục 12-5. Vài áp dụng của định luật thứ nhất

- 16** Một mol khí He thực hiện quá trình 1-2-3 như được cho trên hình 12-17. Giá trị các nhiệt dung mol là $C_v = 12,5\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ và $C_p = 12,5\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\text{K}^{-1}$. Tính độ biến thiên nội năng giữa (a) các trạng thái 1 và 2, (b) các trạng thái 2 và 3, (c) các trạng thái 1 và 3.
- 17** Xác định độ biến thiên nội năng đối với 1mol H₂O giữa chất lỏng ở điểm nóng chảy chuẩn và chất lỏng ở điểm sôi chuẩn. Những thay đổi nhỏ về thể tích của nước lỏng khi nhiệt độ của nó thay đổi ở áp suất khí quyển có thể bỏ qua.
- 18** Xét một chu trình cho trên hình 12-14 với $p_0 = 150\text{kPa}$ và $V_0 = 0,50\text{l}$. Đối với toàn bộ quá trình, hãy xác định (a) công do hệ thực hiện và (b) lượng nhiệt được bổ sung cho hệ.
- 19** Một tảng chì được thả từ trạng thái đứng yên ở độ cao 4m xuống sàn bên dưới. Hãy đánh giá độ tăng cực đại về nhiệt độ của tảng chì khi rơi. Tại sao lại không cần thiết phải biết khối lượng của tảng chì ?
- 20** Xác định lượng nước tối thiểu ở nhiệt độ 50°C cần thiết để làm tan 1kg nước đá ở 0°C. Giả sử nước và nước đá cùng được đặt trong một bình cách nhiệt và bỏ qua mọi trao đổi năng lượng với xung quanh.
- 21** (a) Chứng minh rằng công do một khí lí tưởng thực hiện trong một quá trình đẳng nhiệt có thể được viết dưới dạng $W_T = nRT \left(\ln \frac{p_1}{p_2} \right)$. (b) Tính

W_T đổi với 0,080mol khí với áp suất của nó tăng đẳng nhiệt từ 150kPa lên 300kPa ở $T = 350K$.

22. 2,0mol khí He và 1,0mol khí N_2 được pha trộn với nhau trong một bình cách nhiệt. Mới đầu trong bình chỉ có khí He ở 320K. Sau đó khí N_2 ở 380K được thêm vào sao cho áp suất của hỗn hợp vẫn giữ không đổi. Hãy xác định nhiệt độ cuối cùng của hỗn hợp. Giả sử rằng không có một lượng nhiệt nào được trao đổi với xung quanh.
23. Khí heli ở 310K chứa trong một xilanh có pittông di chuyển được. Chất khí thực hiện các bước sau đây : (a) Áp suất tăng từ 91kPa lên 202kPa ở thể tích không đổi là 48l. (b) Thể tích tăng từ 48l lên 106l ở áp suất không đổi 202kPa. Xác định công được khối khí thực hiện ở mỗi bước và trong toàn bộ quá trình. Vẽ quá trình này trên giản đồ p-V.
24. Xác định độ biến thiên nội năng của 2,5 mol khí heli nếu nhiệt độ thay đổi từ 275K lên 375K trong khi thể tích được giữ không đổi. Trong dải nhiệt độ này đối với heli $C_v = 12,5J.mol^{-1}K^{-1}$.

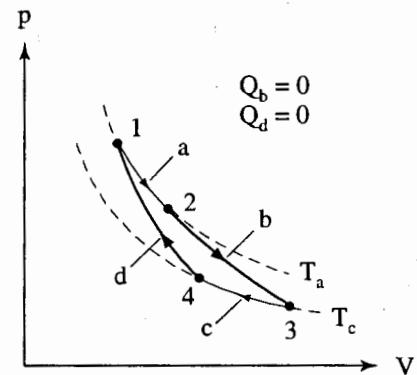


BÀI TẬP NÂNG CAO

1. **Nhiệt dung mol phụ thuộc vào nhiệt độ.** Nhiệt dung mol C_p đổi với Al thay đổi hầu như tuyến tính với nhiệt độ từ $24,4J.mol^{-1}K^{-1}$ ở 300K đến $28,1J.mol^{-1}K^{-1}$ ở 600K. (a) Xây dựng biểu thức toán học cho C_p dưới dạng $C_p = A + BT$ bằng cách đánh giá các hằng số A và B từ các số liệu đã cho. (b) Dụng đồ thị cho thấy sự phụ thuộc nhiệt độ này của nhiệt dung mol. (c) Xác định lượng nhiệt thêm vào cho 2,50mol Al ở áp suất không đổi khi nhiệt độ của nó tăng từ 300K lên 500K.
2. **Quá trình đoạn nhiệt đối với khí lí tưởng.** Một khí lí tưởng thực hiện một quá trình đoạn nhiệt chuẩn tĩnh. Đối với quá trình như vậy, hãy chứng minh rằng (a) $TV^{\gamma-1} = \text{hằng số}$ và (b) $\frac{p^{\gamma-1}}{T^\gamma} = \text{hằng số}$.
3. **Các quá trình đoạn nhiệt và đẳng nhiệt đối với khí lí tưởng.** Một mol khí lí tưởng mới đầu ở 300K và chiếm một thể tích 24l. Nó thực hiện sự giãn nở đẳng nhiệt trong đó thể tích tăng lên gấp đôi, và tiếp theo là quá trình nén đoạn nhiệt, ở đó nhiệt độ lên đến 600K. Lấy $C_p = 2,5R$ và $C_V = 1,5R$ đổi với chất khí này. (a) Đánh giá thể tích và áp suất cuối của chất khí. (b) Vẽ quá trình này trên giản đồ p-V. (c) Đánh giá lượng nhiệt được đưa vào trong toàn bộ quá trình. (d) Đánh giá công mà chất khí thực hiện đổi với toàn bộ quá trình. (e) Nội năng chất khí thay đổi bao nhiêu ?

4

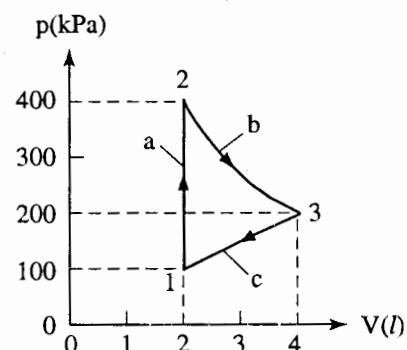
Chu trình với hai quá trình đẳng nhiệt và hai quá trình đoạn nhiệt.
 Một khí lí tưởng thực hiện một quá trình chuẩn tĩnh như hình 12-18. Quá trình a và c là đẳng nhiệt, còn quá trình b và d là đoạn nhiệt. Dùng định luật thứ nhất và sự kiện là nội năng của khí lí tưởng chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ, chứng minh rằng công do chất khí thực hiện trong hai quá trình đoạn nhiệt liên hệ với nhau bởi hệ thức $W_b = -W_d$.



Hình 12-18. BTNC 4.

5

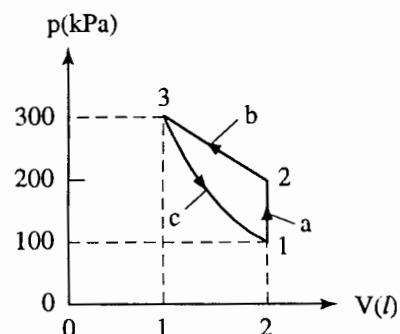
Khí lí tưởng thực hiện chu trình I.
 Giả sử 0,0963mol khí lí tưởng thực hiện chu trình trên hình 12-19, trong đó quá trình b là đẳng nhiệt. (a) Xác định nhiệt độ của các trạng thái 1 và 2. (b) Cho $C_V = 15,0\text{J/mol.K}$, hãy tính lượng nhiệt Q_a được hấp thụ trong quá trình đẳng tích a. (c) Dùng định luật thứ nhất để tính Q_c . (d) Đánh giá W.



Hình 12-19. BTNC 5.

6

Khí lí tưởng thực hiện chu trình III.
 Giả sử 0,0782mol khí lí tưởng thực hiện chu trình cho trên hình 12-20. Quá trình a là đẳng tích ở $V = 2,08l$, quá trình b có áp suất thay đổi tuyến tính từ 200kPa đến 300kPa khi thể tích giảm xuống tới 1,00l và quá trình c là đoạn nhiệt. Các nhiệt dung mol là $C_V = 16,22\text{J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ và $C_p = 24,93\text{J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$. Hãy tính công, nhiệt và nội năng trong mỗi quá trình và cả chu trình.



Hình 12-20. BTNC 6.

Công đoạn nhiệt được thực hiện bởi khí lí tưởng.

Một khí lí tưởng thực hiện quá trình đoạn nhiệt chuẩn tinh tuân theo hệ thức :

$$pV^\gamma = K \text{ (const)}$$

Ở đó $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ là tỉ số các nhiệt dung mol và K là hằng số có thể được viết

dưới dạng $K = p_1 V_1^\gamma$. (a) Chứng minh rằng công do khí thực hiện khi thể tích của nó thay đổi từ V_1 tới V_2 được cho bởi công thức :

$$W_Q = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$$

(b) Đối với không khí $\gamma = 1,40$. Xác định W_Q đối với mẫu không khí mới dầu ở $p_1 = 202\text{kPa}$, khi nó giãn nở đoạn nhiệt từ $V_1 = 45l$ tới $V_2 = 65l$.

LÍ THUYẾT ĐỘNG HỌC CỦA CÁC CHẤT KHÍ



Bằng cách đốt nóng không khí trong một khí cầu làm mật độ khí giảm đi và khí cầu có thể bay lên.

Ta biết rằng số phân tử trong một hệ là rất lớn. Chẳng hạn 1 lít không khí cũng đã chứa tới gần 10^{23} nguyên tử. Ngay cả khoảng "chân không" giữa các tinh tú cũng có thể có tới 10^8 phân tử trong $1m^3$. Do các số này quá lớn, chúng ta không có cách nào để có thể theo dõi chuyển động của từng phân tử cá thể, mà chỉ khảo sát được các giá trị trung bình trên các chuyển động phân tử. **Lí thuyết động học**, một nhánh đặc biệt của cơ học thống kê, cho phép ta biểu thị một số đại lượng vĩ mô theo các giá trị trung bình trên các chuyển động phân tử.

13-1. MẪU PHÂN TỬ CỦA KHÍ LÍ TƯỞNG

Để phát biểu mẫu vi mô hay mẫu phân tử của khí lí tưởng, ta hãy đưa ra một số giả thiết đơn giản hoá về tính chất của các phân tử trong chất khí và hệ do chúng tạo thành.

1. Chất khí bao gồm một số rất lớn các phân tử (hạt). Mỗi phân tử có khối lượng m và một kích thước có thể bỏ qua so với khoảng cách trung bình giữa các phân tử.

- 13-1. Mẫu phân tử của khí lí tưởng
- 13-2. Cách giải thích vi mô của nhiệt độ
- 13-3. Sự phân bố đều năng lượng
- 13-4. Nhiệt dung của các khí lí tưởng và các chất rắn nguyên tố
- 13-5. Quá trình đoạn nhiệt đối với khí lí tưởng
- 13-6. Phân bố tốc độ của các phân tử

2. Chuyển động của các phân tử cá thể được mô tả bằng cơ học Newton.

3. Phân tử chuyển động tự do ngoại trừ khi nó va chạm với phân tử khác hay với thành bình chứa nó. Tất cả các va chạm xem là đàn hồi.

4. Các phân tử của khí chuyển động một cách hỗn loạn, ngẫu nhiên và chất khí ở trạng thái cân bằng. Có thể áp dụng các phương pháp của lí thuyết xác suất để khảo sát hệ.

Các đại lượng trung bình và xác suất

Ta nói "chuyển động trung bình của phân tử" là có ý nghĩa gì? Để minh họa, ta bắt đầu bằng **vận tốc trung bình**. Vì các phân tử chuyển động một cách ngẫu nhiên nên một phân tử cho trước có khả năng chuyển động như nhau theo bất kỳ hướng nào và có thể có hầu như mọi tốc độ. Chúng ta dùng hệ toạ độ có các trục song song với các cạnh của một hình hộp chữ nhật chứa khí và chọn thành phần x của vận tốc phân tử của hệ như hình 13-1. Ta ghi nhãn cho phân tử này bằng chỉ số j và kí hiệu thành phần vận tốc của nó là v_{jx} . Bây giờ ta hãy lấy trung bình trên tất cả N phân tử của hệ.

$$\langle v_x \rangle = \frac{\sum v_{jx}}{N} \quad (13-1)$$

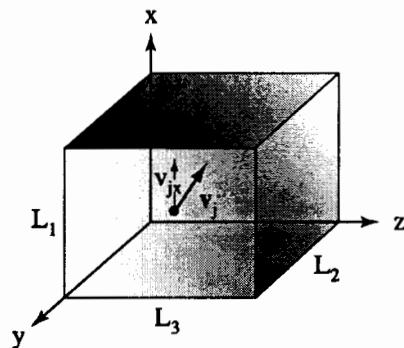
Ở đây kí hiệu $\langle \rangle$ chỉ giá trị trung bình và phép lấy tổng được tiến hành trên tất cả các phân tử của hệ. Vì thành phần của vận tốc có thể nhận các giá trị âm cũng như các giá trị dương nên đối với mỗi phân tử có giá trị dương của v_x sẽ có một phân tử khác có giá trị âm của v_x . Các đóng góp dương và âm vào tổng trong phương trình (13-1) diễn ra với cùng tần suất, hay với cùng một xác suất. Như vậy $\sum v_{jx} = 0$ và $\langle v_x \rangle = 0$. Lập luận tương tự cũng được áp

dụng cho các thành phần khác của vận tốc và ta có :

$$\langle v_x \rangle = \langle v_y \rangle = \langle v_z \rangle = 0$$

Nghĩa là vận tốc phân tử trung bình là bằng 0 :

$$\langle v \rangle = \langle v_x \rangle \mathbf{i} + \langle v_y \rangle \mathbf{j} + \langle v_z \rangle \mathbf{k} = 0$$



Hình 13-1. Một trong các phân tử khí ở trong bình chứa có thể tích $V = L_1 L_2 L_3$. Phân tử này có vận tốc v_j với thành phần v_{jx} trên trục x .

Tốc độ bình phương trung bình. Mặc dù vận tốc trung bình (một vectơ) là bằng 0, kết quả này **không** có nghĩa là các phân tử đều đứng yên! Thật vậy tốc độ phân tử trung bình (một vô hướng) thì không bằng 0. Hãy xét bình phương của tốc độ. Đối với phân tử được gắn nhãn là j :

$$v_j^2 = v_{jx}^2 + v_{jy}^2 + v_{jz}^2$$

Trung bình của đại lượng này, được gọi là **tốc độ bình phương trung bình** $\langle v^2 \rangle$, sẽ có tầm quan trọng hàng đầu đối với chúng ta. Nó là trung bình của bình phương tốc độ phân tử và được cho bởi :

$$\langle v^2 \rangle = \frac{\sum v_j^2}{N}$$

Dưới đây ta sẽ thấy $\langle v^2 \rangle$ liên hệ với nhiệt độ của chất khí như thế nào.

Tốc độ bình phương trung bình có thể được biểu thị theo trung bình của bình phương một trong các thành phần của nó. Vì các phương x, y và z là tương đương ta có :

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$$

$$\text{và : } \langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$$

$$\text{hay : } \langle v^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle \quad (13-2)$$

Thừa số 3 ứng với ba phương không gian tương đương và để cho thuận tiện về sau chúng ta chọn dùng bình phương của thành phần x.

Xác suất vị trí. Nay giờ ta xét các giá trị trung bình của vị trí. Giá trị trung bình $\langle x \rangle$ của toạ độ x đối với các phân tử của hệ là gì ? Từ hình 13-1 ta thấy rằng

$$\langle x \rangle = \frac{\sum x_j}{N} \text{ phải có giá trị giữa } 0 \text{ và } L_1.$$

Phù hợp với sự chuyển động ngẫu nhiên của phân tử, chất khí ở trạng thái cân bằng là đồng nhất về mặt không gian. Nghĩa là tất cả các giá trị của x giữa 0 và L_1 là hoàn toàn có khả năng như nhau và giá trị

trung bình của x là $\frac{1}{2} L_1$:

$$\langle x \rangle = \frac{\sum x_j}{N} = \frac{1}{2} L_1$$

Hãy xem xét bài toán theo một cách khác. Xác suất hay cơ hội là bằng $1/2$ để cho một phân tử cá biệt nằm ở một phía của

hộp đựng nó, phía $0 \leq x \leq \frac{1}{2} L_1$ chẳng hạn. Ở phía kia cũng hoàn toàn như thế.

Tổng quát hơn, xác suất \mathcal{P} để cho một phân tử cho trước có toạ độ x nằm trong khoảng l_1 được cho bởi tỉ số của khoảng này trên toàn khoảng L_1 của x :

$$\mathcal{P} = \frac{l_1}{L_1} \quad (13-3)$$

Giả sử $L_1 = 0,50\text{m}$ sao cho x nhận giá trị từ $x = 0,00\text{m}$ đến $x = 0,50\text{m}$. Xác suất để một phân tử cá biệt có vị trí nằm trong khoảng từ $x = 0,30\text{m}$ đến $x = 0,40\text{m}$ là $\mathcal{P} = \frac{0,10\text{m}}{0,50\text{m}} = 0,20$.

Tính áp suất

Chất khí ở áp suất p tác dụng một lực có độ lớn $F = pA$ lên thành bình có diện tích A. Từ quan điểm vi mô, lực này được gây ra bởi một số lớn phân tử liên tục va đập vào thành bình. Ta xét lực tác dụng lên thành trên của bình ở hình 13-1 : $F =$ (lực do một số lớn phân tử tác dụng lên thành trên).

Theo định luật thứ ba của Newton, lực do các phân tử tác động lên thành bình bằng và ngược chiều với lực mà thành bình tác dụng lên các phân tử. Như vậy :

$F = -$ (lực tác dụng của thành trên lên các phân tử va vào thành)

Định luật thứ hai của Newton nói rằng lực tác dụng lên hạt bằng tốc độ biến thiên động lượng của hạt. Do đó :

Độ biến thiên động lượng của các phân tử

$$F = \frac{\text{va đập vào thành bình trong khoảng thời gian } \Delta t}{\Delta t} \quad (13-4)$$

Để tìm được F ta phải xác định được độ biến thiên động lượng của các phân tử va chạm với thành bình trong thời gian Δt . Hình 13-2 cho thấy sự va chạm của một phân tử đại diện (phân tử j). Theo mẫu của chúng ta, chỉ thành phần x của vận tốc phân tử bị thay đổi, đó là v_{jx} trước va chạm thành $-v_{jx}$ sau va chạm. Thành phần x của động lượng phân tử thay đổi một lượng :

$$m(-v_{jx}) - m(v_{jx}) = -2mv_{jx} \quad (13-5)$$

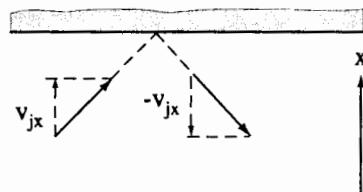
Xác suất để phân tử j va chạm với thành bình trong thời gian Δt và chịu sự thay đổi động lượng này là bao nhiêu ? Để va chạm với thành bình trong thời gian Δt , phân tử j phải nằm cách thành bình một khoảng là $|v_{jx}| \Delta t$, nếu không nó vẫn còn ở quá xa, không thể đập vào thành bình trong thời gian Δt được. Phương trình (13-3) nói rằng xác suất để phân tử j nằm cách thành bình một khoảng $l_1 = |v_{jx}| \Delta t$ là $\mathcal{P} = \frac{|v_{jx}| \Delta t}{L_1}$. Song phân tử j có thể đi sai

hướng, nó có thể đi xuống phía dưới (v_{jx} âm) thay vì lên phía trên (v_{jx} dương). Vì xác suất để phân tử j có v_{jx} dương (thay vì có v_{jx} âm) là $1/2$ nên xác suất để phân tử j sẽ đập vào thành bình trong thời gian Δt được cho bởi :

$$\mathcal{P} = \frac{\frac{1}{2} v_{jx} \Delta t}{L_1} \quad (13-6)$$

Ở đây, ta đã bỏ dấu trị tuyệt đối vì bây giờ v_{jx} là dương. Thêm vào đó, khoảng thời gian Δt phải đủ nhỏ để xác suất mà phân tử j va chạm với một phân tử khác

trong thời gian Δt là nhỏ có thể bỏ qua được.



Hình 13-2. Một phân tử va chạm dàn hồi với thành bình. Thành phần vận tốc vuông góc với thành bình thay đổi từ v_{jx} trước va chạm thành $-v_{jx}$ sau va chạm.

Độ biến thiên động lượng của các phân tử va đập vào vách ngăn trong thời gian Δt bằng tổng lấy theo tất cả các phân tử có trong bình của tích xác suất mà phân tử va đập vào thành bình trong thời gian Δt (phương trình 13-6) nhân với độ biến thiên động lượng của phân tử (phương trình 13-5). Đặt tổng này vào phương trình (13-4) ta có :

$$F = -\frac{\sum \frac{1}{2} \left[\frac{v_{jx} \Delta t}{L_1} \right] (-2mv_{jx})}{\Delta t}$$

Rút gọn biểu thức ta được :

$$F = \frac{m \sum v_{jx}^2}{L_1}$$

Từ hình 13-1 ta thấy diện tích của thành trên là $A = L_2 L_3$ sao cho áp suất tác dụng lên thành này là :

$$p = \frac{F}{A} = \frac{m \sum v_{jx}^2}{L_1 L_2 L_3} = \frac{m \sum v_{jx}^2}{V}$$

ở đây ta đã thay $L_1 L_2 L_3$ bằng thể tích V của bình. Do đó :

$$pV = m \sum v_{jx}^2 \quad (13-7)$$

Tổng xuất hiện trong phương trình (13-7) liên hệ chặt chẽ với tốc độ bình phương trung bình qua phương trình (13-2), $\langle v^2 \rangle = 3\langle v_x^2 \rangle$. Bằng cách nhân và chia cho số phân tử có trong hệ ta có :

$$\sum v_{jx}^2 = N \frac{\sum v_{jx}^2}{N} = N \langle v_x^2 \rangle = \frac{N \langle v^2 \rangle}{3}$$

Phương trình (13-7) khi đó trở thành :

$$pV = \frac{Nm \langle v^2 \rangle}{3} \quad (13-8)$$

VÍ DỤ 13-1

Tốc độ căn quân phương. Căn bậc hai của tốc độ bình phương trung bình được gọi là tốc độ căn quân phương v_q :

$$v_q = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$$

Đại lượng này sẽ được thảo luận chi tiết hơn ở các mục sau. Hãy xác định tốc độ căn quân phương của các phân tử trong 1,0 mol mẫu khí neon chiếm thể tích 22,4l ở áp suất 101 kPa. Neon là khí đơn nguyên tử dưới các điều kiện chuẩn.

Giải. Giải phương trình (13-8) đổi với $\langle v^2 \rangle$ và lấy căn bậc hai cho ta :

$$v_q = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3PV}{M_0}}$$

với M_0 là tích Nm và là khối lượng của 1mol mẫu khí. Từ phụ lục 9, ta thấy khối lượng nguyên tử của neon là $M_0 = 20,2\text{g/mol}$. Vì neon là đơn nguyên tử, khối lượng của mẫu là $Nm = 0,0202\text{kg}$, đặt các giá trị bằng số vào biểu thức ta có :

$$v_q = \sqrt{3(101\text{kPa}) \cdot \frac{(22,4\text{L})}{0,0202\text{kg}}} = 580\text{m/s.}$$

Bài tự kiểm tra 13-1

Xác định v_q đối với 1mol mẫu khí nitơ chiếm thể tích 22,4l ở áp suất 101kPa. Nitơ là khí lưỡng nguyên tử dưới các điều kiện này. Hãy giải thích tại sao kết quả lại khác với kết quả ở trên đối với neon.

Đáp số : 490m/s.

Nó chứng tỏ rằng, đối với một thể tích cho trước, áp suất của chất khí tỉ lệ với tốc độ bình phương trung bình của các phân tử. Các phân tử chuyển động càng nhanh, tốc độ bình phương của chúng càng lớn và áp suất càng cao. Bằng cách lấy trung bình trên các chuyển động phân tử, chúng ta đã thu được mối liên hệ giữa đại lượng vĩ mô là áp suất và đại lượng vi mô là tốc độ bình phương trung bình của các phân tử. Đó là điểm trung tâm của mục này.

13-2. CÁCH GIẢI THÍCH VI MÔ CỦA NHIỆT ĐỘ

Từ các khảo sát ở mục 12-1, ta đã thấy rằng phương trình trạng thái của khí lí tưởng là :

$$pV = nRT$$

Từ các khảo sát vi mô bằng mẫu phân tử chất khí cho ở mục trước ta tìm được :

$$pV = \frac{Nm\langle v^2 \rangle}{3}$$

So sánh các hệ thức này đưa đến :

$$\frac{Nm\langle v^2 \rangle}{3} = nRT.$$

Động năng tịnh tiến trung bình $\langle K \rangle$ của các phân tử khí là $\langle K \rangle = \frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle$.

(Chúng ta nhấn mạnh rằng đây là động năng tịnh tiến vì như ta sẽ thấy ở mục sau, các phân tử còn có thể có các dạng động năng khác). Ngoài ra vì số Avogadro N_A là số phân tử trong một mol và n là số mol nên số phân tử N là $N = nN_A$. Đặt hệ thức này vào trong biểu thức trên rồi giải đối với T , ta có :

$$T = \frac{2N_A}{3R} \frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = \frac{2N_A}{3R} \langle K \rangle \quad (13-9)$$

Hệ thức này cho ta cách giải thích vi mô về nhiệt độ.

Nhiệt độ tỉ lệ với động năng tịnh tiến trung bình của phân tử.

Khi xét năng lượng của các phân tử chúng ta kí hiệu tỉ số $\frac{R}{N_A}$ là k , nó được gọi là

hằng số Boltzmann :

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$



Ludwig Boltzmann (1844 - 1906) cùng với J.C. Maxwell và J.W Gibbs, là một trong những người đi tiên phong trong cơ học thống kê. Sự phát hiện ra mối tương quan giữa xác suất và entropy của ông đóng vai trò quyết định cho sự phát triển lý thuyết phân tử của nhiệt động lực học.

Hằng số Boltzmann là một trong các hằng số vật lí cơ bản. Viết theo hằng số Boltzmann, hệ thức giữa nhiệt độ và động năng tịnh tiến của các phân tử là :

$$\langle K \rangle = \frac{3}{2}kT \quad (13-10)$$

Phương trình này là hiện thân của cách giải thích vi mô về nhiệt độ. Nó nối kết động năng tịnh tiến trung bình của phân tử (một đại lượng vi mô) với nhiệt độ (một đại lượng vĩ mô).

Nội năng của khí lí tưởng đơn nguyên tử

Phân tử của một khí đơn nguyên tử chỉ gồm một nguyên tử. Các "khí hiếm" - He, Ne, Ar, Kr, Xe và Rn - là các khí đơn nguyên tử trong các điều kiện bình thường.

Trong mẫu của ta, ta giả thiết rằng các phân tử như thế có dáng điệu như **các hạt** và thế năng tương tác giữa chúng có thể được bỏ qua. Dạng năng lượng duy nhất mà các phân tử này có thể có là **động năng tịnh tiến**. Do đó nội năng U của khí lí tưởng đơn nguyên tử là **tổng** các động năng tịnh tiến của các phân tử :

$$U = \sum \frac{1}{2}mv_j^2 = N \frac{1}{2}m \langle v^2 \rangle$$

hay là :

$$U = N \langle K \rangle \quad (13-11)$$

Từ phương trình (13-10) ta có :

$$U = \frac{3}{2}NkT = \frac{3}{2}nRT \quad (13-12)$$

ở đây ta đã dùng hệ thức $Nk = nN_A k = nR$.

Nội năng của khí lí tưởng đơn nguyên tử tỉ lệ với nhiệt độ Kelvin

Ở chương trước, chúng ta đã thấy rằng việc áp dụng định luật thứ nhất cho sự giãn nở tự do đã đưa tới kết luận là nội năng của khí lí tưởng (không nhất thiết phải là đơn nguyên tử) chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ. Nay giờ chúng ta tìm thấy rằng mẫu của chúng ta khi áp dụng cho khí lí tưởng đơn nguyên tử cũng chứng thực cho kết luận này, và tiên đoán rằng sự phụ thuộc nhiệt độ của nội năng là tuyễn tính.

Tốc độ căn quân phương

Nếu nhiệt độ của hệ tăng, khi đó về trung bình các phân tử chuyển động nhanh hơn. Chúng ta có thể phát biểu điều này theo tốc độ nhờ việc dùng tốc độ căn quân phương v_q :

$$v_q = \sqrt{\langle v^2 \rangle} \quad (13-13)$$

Tốc độ căn quân phương là một trong các đại lượng đặc trưng cho sự phân bố tốc độ phân tử. Nó không phải là tốc độ trung bình mà là căn bậc hai của tốc độ bình phương trung bình. Để thấy được v_q phụ thuộc vào nhiệt độ như thế nào ta dùng hệ thức $\langle K \rangle = \frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle$ sao cho phương trình (13-10) trở thành :

$$\frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = \frac{3}{2}kT$$

Giải đối với $\langle v^2 \rangle$ và lấy căn ta được :

$$v_q = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (13-14)$$

Như vậy tốc độ căn quân phương tỉ lệ với căn bậc hai của nhiệt độ Kelvin và tỉ lệ nghịch với căn bậc hai của khối lượng phân tử.

VÍ DỤ 13-2

Nội năng của khí đơn nguyên tử. Một hệ gồm 2,21mol khí Ar ở 273K. Hãy xác định (a) động năng phân tử trung bình, (b) nội năng và (c) tốc độ căn quân phương của khí này.

Giải. (a) Động năng phân tử trung bình được cho bởi phương trình (13-10) :

$$\begin{aligned} \langle K \rangle &= \frac{3}{2}(1,38 \cdot 10^{-23} \text{J/K})(273\text{K}) \\ &= 5,65 \cdot 10^{-21} \text{J.} \end{aligned}$$

(b) Nội năng của khí lí tưởng đơn nguyên tử này có thể được tính nhờ dùng phương trình (13-12). Một cách khác là ta có thể xác định được số phân tử trong hệ :

$$N = nN_A = (2,21\text{mol})(6,02 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}) = 1,33 \cdot 10^{24}$$

Khi đó nội năng của hệ là :

$$U = N\langle K \rangle = (1,33 \cdot 10^{24})(5,65 \cdot 10^{-23} \text{J}) = 7,52 \text{kJ.}$$

(c) Khối lượng m của phân tử là $m = \frac{M_0}{N_A}$ với M_0 là khối lượng phân tử và N_A là số Avogadro. Từ phụ lục 9 ta thấy khối lượng mol của khí argon đơn nguyên tử là $M_0 = 39,9\text{g/mol}$ cho nên :

$$m = \frac{0,0399\text{kg/mol}}{6,02 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}} = 6,63 \cdot 10^{-26} \text{kg}$$

Tốc độ căn quan phương đối với Ar ở nhiệt độ này được suy ra từ phương trình (13-14) :

$$v_q = \sqrt{\frac{(3)(1,38 \cdot 10^{-23} \text{J/K})(273\text{K})}{6,63 \cdot 10^{-26} \text{kg}}} = 413 \text{m/s.}$$

Bài tự kiểm tra 13-2

(a) Xác định biểu thức nội năng của khí lí tưởng đơn nguyên tử theo áp suất và thể tích của nó. (b) Dùng biểu thức từ phần (a), hãy tính nội năng của khí lí tưởng đơn nguyên tử chiếm một thể tích 1,0 l ở áp suất 100kPa.

$$\text{Đáp số : (a)} U = \frac{3pV}{2}, \text{ (b)} 150\text{J.}$$

13-3. SỰ PHÂN BỐ ĐỀU NĂNG LƯỢNG

Theo phương trình 13-10, động năng tịnh tiến trung bình của phân tử đối với một hệ ở nhiệt độ T được cho bởi :

$$\langle K \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} kT$$

Thừa số 3 trong biểu thức này xuất hiện lần đầu tiên ở phương trình (13-2). Nó bằng chừng ấy vì sự tương đương của ba phương không gian hay sự tương đương của trung bình các thành phần vận tốc bình phương :

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle$$

Do đó ta có thể viết :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m \langle v_x^2 \rangle &= \frac{1}{2} m \langle v_y^2 \rangle \\ &= \frac{1}{2} m \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{2} kT \end{aligned}$$

Tổng của ba đóng góp bằng nhau này cho ta phương trình (13-10).

Thừa số 3 được nối kết với **ba bậc tự do tịnh tiến** của phân tử đơn nguyên tử. Đối với các mục đích của chúng ta, mỗi bậc tự do tương ứng với khả năng phân tử

tham gia vào chuyển động một chiều để có đóng góp vào cơ năng của phân tử này. Còn đối với phân tử đa nguyên tử thì bên cạnh chuyển động tịnh tiến khối tâm, còn có những dạng chuyển động khác như chuyển động quay của phân tử, chuyển động dao động của các nguyên tử trong phân tử cũng đóng góp phần năng lượng của mình vào cơ năng của phân tử. Dựa trên quan niệm về chuyển động hỗn loạn không có phương ưu tiên, không có một loại chuyển động ưu tiên nào, James Clerk Maxwell đã mở rộng kết quả của chuyển động tịnh tiến và thiết lập định luật phân bố đều năng lượng cho các bậc tự do :

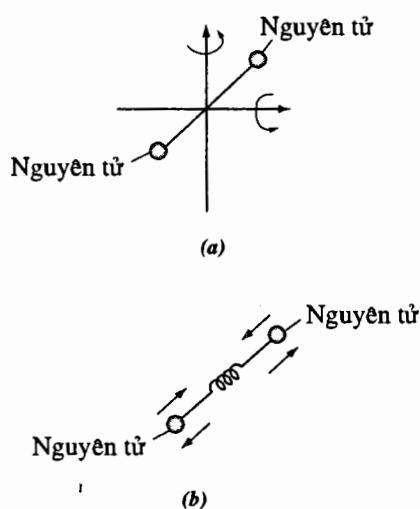
Cơ năng trung bình của phân tử được phân bố đều cho các bậc tự do, năng lượng ứng với một bậc tự do bằng $\frac{1}{2}kT$.

Nếu phân tử có i bậc tự do thì cơ năng trung bình của phân tử là :

$$\langle E \rangle = i \left(\frac{1}{2} kT \right) \quad (13-15)$$

Với các phân tử hai nguyên tử : Ngoài 3 bậc tự do tịnh tiến đối với chuyển động của khối tâm, phân tử cũng có thể quay xung quanh một trong hai trục vuông góc đi qua khối tâm và vuông góc với đường nối hai nguyên tử (hình 13-3a). Vì vậy có phân đóng góp của động năng quay đối với mỗi trục và như vậy có hai bậc tự do quay. Chuyển động dao động cũng có thể được xem xét : Hai nguyên tử thực hiện chuyển động tương đối với nhau, bạn có thể xem hai nguyên tử được nối với nhau bằng một lò xo và có thể năng lượng tương tác

(hình 13-3b). Chú ý rằng, thế năng này là nội năng thuộc về phân tử, chúng ta vẫn còn giả thiết không có thế năng tương tác giữa các phân tử khí với nhau. Có hai bậc tự do dao động : một được gắn với động năng của chuyển động tương đối và một gắn với thế năng tương tác của hai nguyên tử trong phân tử. Như vậy một phân tử hai nguyên tử có đến bảy bậc tự do đóng góp cho cơ năng : ba bậc tự do tịnh tiến, hai bậc tự do quay và hai bậc tự do dao động.



Hình 13-3. (a) *Phân tử lưỡng nguyên tử thẳng có thể quay quanh các trục vuông góc đi qua khối tâm.* (b) *Chuyển động tương đối của hai nguyên tử là chuyển động dao động.*

Với các phân tử đa nguyên tử : Có ba bậc tự do tịnh tiến, ba bậc tự do quay gắn với chuyển động quay xung quanh ba trục trong không gian, một số bậc tự do dao động và các bậc tự do khác có dự phân đóng góp vào cơ năng của phân tử, chúng ta sẽ xem xét ở mục sau.

VÍ DỤ 13-3

Nội năng của chất khí đa nguyên tử. Mỗi phân tử của một chất khí đa nguyên tử nào đó ở 1200K có ba bậc tự do tịnh tiến, ba bậc tự do quay và bốn bậc tự do dao động đóng góp vào cơ năng của nó. Xác định (a) cơ năng trung bình của phân tử và (b) nội năng của 1,0mol khí lí tưởng này.

Giải. (a) Với $i = 3 + 3 + 4 = 10$ bậc tự do, cơ năng trung bình của phân tử là :

$$\langle E \rangle = (10)\left(\frac{1}{2}\right)(1,38 \cdot 10^{-23} \text{J/K})(1200\text{K}) \approx 8,3 \cdot 10^{-20} \text{J}.$$

(b) Nội năng bao gồm cơ năng tổng cộng của các phân tử :

$$U = N \langle E \rangle = nN_A \langle E \rangle = (1,0\text{mol})(6,02 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1})(8,3 \cdot 10^{-20} \text{J}) \approx 50\text{kJ}.$$

BÀI TỰ KIỂM TRA 13-3

Tìm động năng tịnh tiến trung bình $\langle K \rangle$ đối với các phân tử của khí đa nguyên tử ở ví dụ trên.

Đáp số : $2,5 \cdot 10^{-20}$ J.

13-4. NHIỆT DUNG CỦA CÁC KHÍ LÍ TƯỞNG VÀ CÁC CHẤT RẮN NGUYÊN TỐ

Nhiệt dung đẳng tích của khí lí tưởng

Khi nhiệt được thêm vào cho hệ ở thể tích không đổi, hệ không thực hiện một công nào cả ($dW = pdV = 0$). Theo định luật thứ nhất của nhiệt động lực học, lượng nhiệt thêm vào dQ hoàn toàn được dùng để tăng nội năng : $dQ = dU$. Lượng nhiệt được thêm vào ở thể tích không đổi có thể được biểu thị theo nhiệt dung mol ở thể tích không đổi C_V . Nghĩa là $dQ = nC_VdT$ với n là số mol của hệ và dT là độ biến thiên nhiệt độ do nhiệt được tăng thêm gây ra. Vì $dU = dQ = nC_VdT$ ta có :

$$C_V = \frac{1}{n} \frac{dU}{dT} \quad (13-16)$$

và phải hiểu rằng đạo hàm $\frac{dU}{dT}$ được lấy ở thể tích không đổi.

Giả sử các phân tử của chất khí lí tưởng có i bậc tự do. Khi đó từ phương trình (13-15), cơ năng trung bình của một phân tử là :

$$\langle E \rangle = \frac{i}{2} kT$$

và nội năng của chất khí là $U = N\langle E \rangle$ với N là số hạt = nN_A , ta có :

$$U = nN_A \left(\frac{i}{2} kT \right) = n \frac{i}{2} RT$$

ở đây $R = kN_A$ là hằng số khí lí tưởng. Từ phương trình (13-16), nhiệt dung mol C_V là :

$$C_V = \frac{1}{n} \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2} R \quad (13-17)$$

Với mọi chất khí lí tưởng đơn nguyên tử thì $i = 3$, nên nhiệt dung mol ở thể tích không đổi bằng $\frac{3}{2}R$ (hằng số).

Nhiệt dung mol đẳng áp đối với khí lí tưởng

Khi nhiệt được thêm vào chất khí ở áp suất không đổi, chẳng những nội năng thay đổi mà chất khí còn thực hiện một công. Kết quả là nhiệt dung mol ở áp suất không đổi C_p lớn hơn C_V . Việc tính giá trị của C_p không hoàn toàn dễ dàng, tuy nhiên đối với khí lí tưởng ta có thể xác định C_p như sau : Đối với quá trình đẳng áp, lượng nhiệt $dQ = nC_pdT$.

Theo định luật thứ nhất của nhiệt động lực học, ta có :

$$dQ = dU + dW = dU + pdV$$

$$nC_pdT = nC_VdT + pdV$$

Bằng cách lấy vi phân từ phương trình trạng thái khí lí tưởng $pV = nRT$:

$$pdV + Vdp = nRdT$$

nhưng $Vdp = 0$ nên : $pdV = nRdT$

Đặt biểu thức này vào phương trình trên ta có :

$$C_p = C_V + R \quad (13-18)$$

Như vậy đối với khí lí tưởng C_p và C_V khác nhau một lượng bằng hằng số khí phổ biến, $C_p - C_V = R$. Nếu từ tính toán ta biết được C_V , khi đó ta thu được C_p bằng cách cộng R với C_V . Đối với khí lí tưởng đơn nguyên tử, $C_V = \frac{3}{2}R$, do đó :

$$C_p = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R.$$

Các giá trị tiên đoán của các nhiệt dung mol liệu có phù hợp với thực nghiệm ? Một số so sánh giữa các giá trị đo đạc và tính toán đối với vài chất khí được cho ở bảng 13-1. Các khí đầu tiên được liệt kê là các khí đơn nguyên tử, tiếp theo là các khí lưỡng nguyên tử và sau đó là các khí đa nguyên tử. Cho trong bảng là các giá trị đo của C_V , $C_p - C_V$ và tỉ số các nhiệt dung $\gamma = C_p / C_V$. Các giá trị tính toán từ lí thuyết động học chất khí được cho ở chỗ thích hợp trong các dấu mốc.

Đối với các khí đơn nguyên tử sự phù hợp là khá tốt. Các giá trị tính toán ứng với ba bậc tự do tịnh tiến là : $C_V = 3R/2 = 12,5\text{J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$, $C_p - C_V = R = 8,31\text{J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ và $\gamma = \frac{5R/2}{3R/2} = \frac{5}{3} = 1,67$. Chúng ta kết

luận rằng lí thuyết động học chất khí có thể được áp dụng một cách thỏa đáng để xác định các nhiệt dung riêng của các khí **đơn nguyên tử** ở các nhiệt độ vừa phải.

Các số liệu liệt kê đối với các chất khí lưỡng nguyên tử và đa nguyên tử cho thấy không được đều đặn bằng, mặc dù sự phù hợp với lí thuyết động học vẫn là thỏa đáng đối với một số trong các chất khí này. Các giá trị tính toán đối với các khí lưỡng nguyên tử dựa trên giả thiết có 5 bậc tự do hoạt động gồm 3 bậc tự do tịnh tiến và 2 bậc tự do quay.

Như vậy : $C_V = 5R/2$, $C_p - C_V = R$ và $\gamma = \frac{7R/2}{5R/2} = \frac{7}{5} = 1,40$. Đối với các khí đa nguyên tử, các giá trị tính toán dựa trên sáu bậc tự do hoạt động gồm 3 bậc tự do tịnh tiến và 3 bậc tự do quay.

Bảng 13-1. Một số giá trị nhiệt dung mol đối với các khí ở $25^{\circ}C$

Khí	C_V $J \cdot mol^{-1} K^{-1}$	$C_p - C_V$ $J \cdot mol^{-1} K^{-1}$	$\gamma = C_p / C_V$
He	12,8	8,04	1,63
Ne	12,7	8,12	1,64
Ar	12,6	8,20	1,65
Kr	12,3	8,49	1,69
Lí thuyết	[12,5]	[8,31]	[1,67]
H ₂	20,6	8,25	1,40
N ₂	20,8	8,33	1,40
O ₂	21,1	8,33	1,40
Cl ₂	25,7	8,46	1,33
Lí thuyết	[20,8]	[8,31]	[1,40]
CO ₂	28,5	8,50	1,30
NH ₃	28,5	8,79	1,31
C ₂ H ₆	43,1	8,58	1,20
Lí thuyết	[24,9]	[8,31]	[1,33]

Các giá trị tính toán là $C_V = 6R/2$, $C_p - C_V = R$, và $\gamma = 8/6 = 1,33$. Các bậc tự do dao động được giả thiết là “các bậc tự do không hoạt động” trong tất cả các trường hợp ở nhiệt độ này.

Sự không phù hợp giữa thực nghiệm và các tiên đoán từ lí thuyết động học có liên quan tới ý tưởng về các bậc tự do “hoạt động” và “không hoạt động”. Ở một nhiệt độ cho trước, một số bậc tự do (dao động chẳng hạn) không tham gia một cách có hiệu quả trong việc chia sẻ năng lượng được truyền giữa các phân tử trong các va chạm. Sự không tham gia này không có cơ

sở trong vật lí Newton hay vật lí cổ điển. Ta chỉ có thể hiểu được đúng đắn nhiệt dung của các khí lí tưởng nhờ việc áp dụng cơ học thống kê lượng tử. Tuy nhiên, các đặc điểm chính của nó có thể được diễn tả bằng sự phụ thuộc nhiệt độ của số bậc tự do hoạt động.

Sự phụ thuộc nhiệt độ này được minh họa bằng đồ thị trên hình 13-4 đối với phân tử lưỡng nguyên tử H₂. Ở nhiệt độ thấp, chỉ có ba bậc tự do tịnh tiến là các bậc tự do hoạt động và $C_V = 3R/2$. Ở các nhiệt độ cao hơn, hai bậc tự do quay “trở mình hoạt động” và trở thành bậc tự do

hoạt động khi C_V tăng lên đến giá trị $5R/2$. Ở các nhiệt độ còn cao hơn nữa các bậc tự do dao động bắt đầu tham chiến, song các phân tử bị phân li trước khi các bậc tự do này trở thành các bậc tự do hoạt động hoàn toàn.

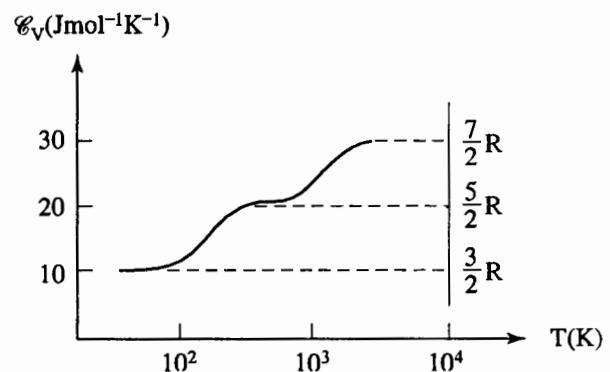
Chú ý rằng $C_p - C_V$ rất gần với các giá trị tiên đoán của nó là R đối với tất cả các chất khí được liệt kê trong bảng 13-1. Kết quả $C_p - C_V = R$ đã được rút ra từ định luật thứ nhất của nhiệt động lực học, phương trình trạng thái khí lí tưởng và sự phụ thuộc vào nhiệt độ của nội năng khí lí tưởng. Kết quả này không phụ thuộc vào số bậc tự do. Có sự sai lệch so với đẳng thức $C_p - C_V = R$ thấy trong bảng ở những chỗ mà chất khí không phải là khí lí tưởng.

Nhiệt dung mol của chất rắn : Các hiệu ứng lượng tử

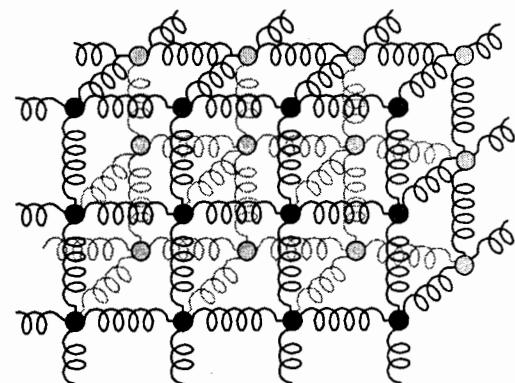
Lí thuyết phân bố đều năng lượng có thể được áp dụng cho một mẫu đơn giản của chất rắn để tính nhiệt dung mol. Trong mẫu này, các nguyên tử cá thể được xem là dao động quanh các vị trí cân bằng của chúng nếu chúng được nối kết với nhau bằng các lò xo lí tưởng như minh họa trên hình 13-5. (Để cho đơn giản ta chỉ xét các chất rắn nguyên tố với một nguyên tử trong một phân tử). Đối với mỗi nguyên tử, có ba bậc tự do tịnh tiến và ba bậc tự do dao động ứng với những dao động độc lập dọc theo ba hướng. Nội năng của chất rắn có N nguyên tử gồm động năng và thế năng của các phân tử dao động với mỗi phân tử đều có sáu bậc tự do :

$$U = N\langle E \rangle = Ni \left\langle \frac{1}{2} kT \right\rangle$$

$$= N6 \left\langle \frac{1}{2} kT \right\rangle = 3NkT.$$



Hình 13-4. Nhiệt dung mol của H_2 tăng theo nhiệt độ. Chú ý là ở đây dùng thang nhiệt độ loga. Phân tử hidrô phân li ở nhiệt độ chừng 3200K.



Hình 13-5. Mẫu đơn giản của chất rắn nguyên tố có các nguyên tử giống hệt nhau liên kết với nhau bằng các lò xo.

Hoặc do $Nk = nN_A k = nR$:

$$U = 3nRT.$$

Nhiệt dung mol ở thể tích không đổi tìm được nhờ áp dụng phương trình (13-16) :

$$C_V = \frac{1}{n} \frac{d}{dT} (3nRT) = 3R$$

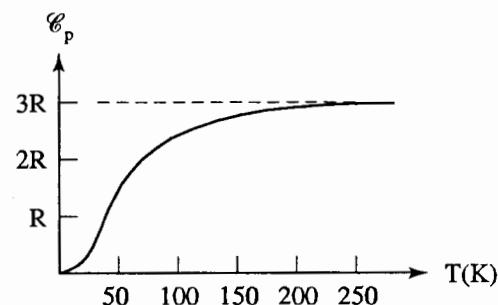
Tính toán của chúng ta tiên đoán rằng, nhiệt dung mol C_V của các chất rắn nguyên tố là giống nhau, giá trị của nó là $3R = 24,9 J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$. Bảng 13-2 liệt kê một số giá trị nhiệt dung mol ở nhiệt độ

cõ nhiệt độ phòng. Đối với các chất rắn điển hình, các nhiệt dung C_p và C_V hầu như có cùng một giá trị và C_p thường hay được đo hơn. (Tại sao đối với chất rắn hoặc chất lỏng việc đo C_p dễ hơn là đo C_V ?). Trừ một vài ngoại lệ, còn thì nhiệt dung mol của mỗi chất rắn đều gần bằng giá trị $3R$ không phụ thuộc vào nhiệt độ, phù hợp với kết luận trên đây của chúng ta. Kết quả mang tính kinh nghiệm này được biết đến như là **định luật Dulong-Petit**.

Nhiệt dung của chất rắn cũng có phụ thuộc vào nhiệt độ ở các nhiệt độ thấp hơn, ở đó một số bậc tự do trở thành các bậc tự do không hoạt động. Sự phụ thuộc nhiệt độ điển hình của nhiệt dung mol của chất rắn nguyên tố do các dao động của nguyên tử gây ra được cho trên hình 13-6.

Ở các nhiệt độ thấp, C_V gần đúng tỉ lệ với

T^3 và tiến đến 0 khi T tiến đến 0. Ở các nhiệt độ cao hơn, nhiệt dung mol tiến dần đến giá trị Dulong-Petit $3R$.



Hình 13-6. Nhiệt dung mol của Ag có sự phụ thuộc gần như T^3 ở nhiệt độ thấp. Nó tiến gần đến giá trị Dulong-Petit là $3R$ ở các nhiệt độ cao hơn. Còn có thêm sự đóng góp của electron cho nhiệt dung mol nhưng nó chỉ đáng kể ở nhiệt độ thấp hơn khoảng $4K$.

Bảng 13-2. Các giá trị nhiệt dung mol đối với một số vật rắn nguyên tố ở $25^\circ C$ ($J \cdot mol^{-1} K^{-1}$)

Vật rắn	C_p	Vật rắn	C_p
Al	24,4	Pb	26,7
Sb	25,2	K	29,6
Ba	26,4	Sc	25,4
C (Kim cương)	8,6	Ag	25,5
Cu	24,5	S	22,6
Au	25,4	W	24,4
Fe	25,0	Zn	25,4

VÍ DỤ 13-4

Đánh giá C_p đối với một số chất. Đánh giá nhiệt dung mol C_p đối với (a) khí neon đơn nguyên tử (Ne), (b) khí nitơ (N_2) lưỡng nguyên tử và (c) đồng thề rắn (Cu), tất cả đều ở $400K$. Ở nhiệt độ này, N_2 có thêm hai bậc tự do quay.

Giải. (a) Vì neon là khí đơn nguyên tử, nó chỉ có ba bậc tự do tịnh tiến. Nhiệt dung mol C_V của nó, do đó bằng $3R/2$ và :

$$C_p = C_V + R = \frac{5R}{2} = 21\text{J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$$

(b) Với hai bậc tự do quay cùng ba bậc tự do tịnh tiến đối với khí N_2 :

$$C_V = 5(\frac{1}{2}R) = 5R/2.$$

Vậy :

$$C_p = C_V + R = \frac{7R}{2} = 29\text{J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$$

(c) Từ bảng 13-2, ta thấy rằng $C_p = 24,5\text{J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ đối với đồng ở $25^\circ\text{C} = 298\text{K}$. Giá trị này gần bằng giá trị Dulong-Petit là $3R = 29\text{J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$, nó tiến tiệm cận đến giá trị $3R$ khi tăng nhiệt độ (hình 13-6). Do đó, ở 400K hi vọng C_p sẽ chỉ lớn hơn chút xíu so với giá trị của nó ở 298K , chẳng hạn như $C_p \approx 25\text{J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$.

13-5. QUÁ TRÌNH ĐOẠN NHIỆT ĐỐI VỚI KHÍ LÍ TƯỞNG

Nhiều quá trình quan trọng diễn ra nhanh đến nỗi phần nhiệt được thêm vào cho hệ là không đáng kể (quá trình đoạn nhiệt). Chẳng hạn quá trình nén hồn hợp không khí - nhiên liệu trong một động cơ ôtô gần như là đoạn nhiệt. Nếu chất khí lí tưởng thực hiện một quá trình đoạn nhiệt chuẩn tinh, khi đó chất khí đi qua một chuỗi các trạng thái cân bằng được biểu diễn bằng đường cong trên giản đồ p-V. Ta xét một bước vô cùng nhỏ trong quá trình đoạn nhiệt.

Áp dụng định luật thứ nhất cho quá trình đoạn nhiệt ta được :

$$dQ = 0 = dU + pdV$$

Phương trình (13-16) được dùng để biểu thị $dU = nC_VdT$ theo biến đổi nhiệt độ dT . Giải biểu thức này tìm dT ta được :

$$dT = -\frac{pdV}{nC_V} \quad (\text{quá trình đoạn nhiệt})$$

Lấy vi phân phương trình trạng thái khí lí tưởng $pV = nRT$, ta có $pdV + Vdp = nRdT$, hay là :

$$dT = \frac{pdV + Vdp}{nR} \quad (\text{khí lí tưởng})$$

Khử dT (và n) từ hai biểu thức này, ta được :

$$\begin{aligned} pdV + Vdp &= -\frac{R}{C_V}pdV = -\frac{C_p - C_V}{C_V}pdV \\ &= -(\gamma - 1)pdV \end{aligned}$$

Ở đây ta đã dùng cả hai hệ thức $R = C_p - C_V$ và $\gamma = C_p/C_V$. Sắp xếp lại phương trình trên ta được :

$$Vdp = -\gamma pdV$$

Hay :

$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V}$$

đối với quá trình đoạn nhiệt vô cùng bé. Đối với các biến đổi lớn của p và V, ta lấy tích phân (dùng tích phân bất định với một hằng số tích phân) :

$$\int \frac{dp}{p} = - \int \gamma \frac{dV}{V} + \text{hằng số}$$

Hay :

$$ln p + \gamma ln V = \text{hằng số}$$

Ở đây ta đã giả định rằng γ không thay đổi trong khoảng lấy tích phân. Từ đó suy ra :

$$pV^\gamma = K = \text{const} \quad (13-19)$$

Đó chính là phương trình khí lí tưởng đối với quá trình đoạn nhiệt.

Trong quá trình đoạn nhiệt, áp suất và thể tích của khí lí tưởng thay đổi nhưng phải sao cho phương trình (13-19) được thỏa mãn. Chúng ta có thể chọn ra bất kì hai trạng thái nào của hệ được nối với nhau bằng một quá trình đoạn nhiệt - xem một trong chúng là trạng thái đầu (1) và áp dụng :

$$pV^\gamma = p_1 V_1^\gamma$$

VÍ DỤ 13-5

Động cơ đienezen. Trong một xi lanh của động cơ đienezen, không khí ban đầu ở áp suất khí quyển, nhiệt độ 310K chiếm thể tích 0,420l. Nó được nén một cách chuẩn tĩnh và đoạn nhiệt tới thể tích 0,028l (tỉ số nén là 15). Hãy xác định (a) áp suất cuối và (b) nhiệt độ cuối.

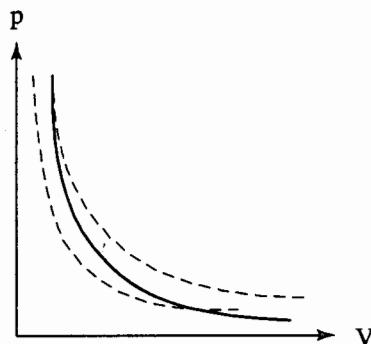
Giải. (a) Dùng phương trình (13-20) và giá trị $\gamma = 1,40$ đối với không khí (xem các giá trị của γ đối với N_2 và O_2 cho trong bảng 13-1) ta được :

$$\begin{aligned} P_2 &= p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \\ &= (101\text{kPa}) \left(\frac{0,420}{0,028} \right)^{1,40} \\ &\approx 4500\text{kPa}. \end{aligned}$$

Phương trình này có thể được giải để tìm một trong hai biến, p chẳng hạn :

$$p = \frac{p_1 V_1^\gamma}{V^\gamma} \quad (13-20)$$

Biểu thức này cho thấy áp suất của khí lí tưởng thay đổi như thế nào theo thể tích của nó đối với một quá trình đoạn nhiệt chuẩn tĩnh. Biểu thức này được biểu diễn bằng đường cong trên giản đồ p-V như trên hình 13-7 đối với chất khí có $\gamma = 1,40$.



Hình 13-7. Đường cong liên nét biểu diễn quá trình đoạn nhiệt chuẩn tĩnh đối với khí lí tưởng.

Ở đây còn có hai đường chấm chấm là hai đường đẳng nhiệt.

(b) Nhiệt độ có thể được xác định nhờ dùng phương trình trạng thái khí lít tưởng :

$$T_2 = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}$$

$$= 310K \frac{(4500\text{kPa})(0,028l)}{(101\text{kPa})(0,420l)} \approx 920\text{K}.$$

Trong quá trình đoạn nhiệt này, thể tích giảm 15 lần nhưng áp suất lại tăng cỡ 45 lần. Kết quả là nhiệt độ tăng gần gấp ba lần ($45/15 = 3$).

VÍ DỤ 13-6

Công thực hiện trong sự nén đoạn nhiệt. (a) Hãy tìm biểu thức tính công do chất khí thực hiện trong quá trình đoạn nhiệt theo các đại lượng p_1, V_1, V_2 và γ . Biểu thức này đã được đưa vào ở chương trước. (b) Dùng biểu thức tìm được ở câu (a) đánh giá công do không khí thực hiện trong ví dụ trước.

Giải. (a) Công thực hiện trong quá trình đoạn nhiệt tìm được bằng cách đặt biểu thức cho áp suất như hàm số của thể tích phương trình (13-20) vào tích phân tính công và lấy tích phân này :

$$W = \int pdV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 V_1^\gamma}{V^\gamma} dV = p_1 V_1^\gamma \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^\gamma}$$

$$= p_1 V_1^\gamma \frac{1}{1-\gamma} \left(\frac{1}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_1^{\gamma-1}} \right)$$

$$= \frac{p_1 V_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$$

(b) Đặt các giá trị bằng số từ ví dụ trước vào biểu thức vừa tìm được ở câu (a) cho ta :

$$W = \frac{(101\text{kPa})(0,42l)}{0,40} \left[1 - \left(\frac{0,42}{0,028} \right)^{0,40} \right] = -210\text{J}.$$

Giá trị của công là âm vì chất khí bị nén, do vậy công được thực hiện trên chất khí bởi các vật xung quanh nó.

Bài tự kiểm tra 13-6

Dùng định luật thứ nhất để xác định độ biến thiên nội năng ΔU của không khí trong quá trình nén đoạn nhiệt được mô tả trong ví dụ trên.

Đáp số : $\Delta U = Q - W = 0 - (-210\text{J}) = 210\text{J}$.

13-6. PHÂN BỐ TỐC ĐỘ CỦA CÁC PHÂN TỬ

Tốc độ bình phương trung bình $\langle v^2 \rangle$ và căn bậc hai của nó, tốc độ căn quân phương v_q đều có liên quan đến các tính chất vĩ mô của các chất khí. Chúng ta đã xét các giá trị trung bình vì thực nghiệm cho thấy có một sự phân bố tốc độ đối với các phân tử khí. Một số phân tử có tốc độ nhỏ hơn v_q , trong khi đó các phân tử khác lại có tốc độ lớn hơn v_q . Có cả một khoảng tốc độ từ giá trị 0 cho đến các giá trị rất lớn.

Sự phân bố tốc độ được mô tả bằng **hàm phân bố** $f(v)$. Nó được xác định sao cho trong số N phân tử trong hệ, số ΔN phân tử có giá trị tốc độ nằm giữa v và $v + dv$ được cho bởi đẳng thức :

$$\Delta N = f(v)\Delta v$$

Nghĩa là $f(v)$ là số phân tử trên dải tốc độ đơn vị. Vì chúng ta thường xem số phân tử tổng cộng là rất lớn nên ta làm việc trong giới hạn khi Δv dần đến 0, sao cho :

$$dN = f(v)dv$$

là số phân tử có tốc độ nằm giữa v và $v + dv$. Lấy tích phân trên tất cả các tốc độ sẽ cho ta số phân tử tổng cộng :

$$N = \int_0^\infty f(v)dv$$

Hàm phân bố tốc độ của các phân tử lần đầu tiên được tìm ra bởi James Clerk Maxwell (1831-1879), người đã áp dụng các khái niệm thống kê cho chuyển động ngẫu nhiên của các phân tử khí. Phân bố này của tốc độ các phân tử có dạng :

$$f(v) = A v^2 \exp\left(-\frac{\frac{1}{2}mv^2}{kT}\right) \quad (13-21)$$

ở đây k là hằng số Boltzmann và m là khối lượng phân tử. Thừa số A không phụ thuộc vào tốc độ phân tử v :

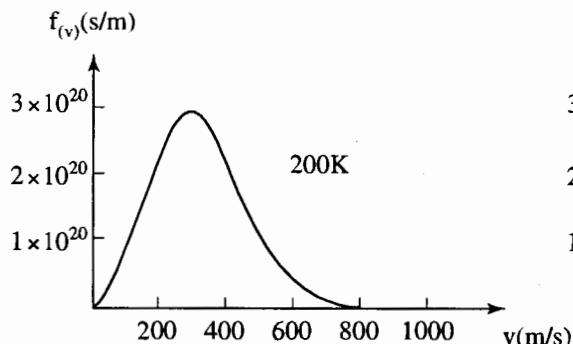
$$A = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}$$



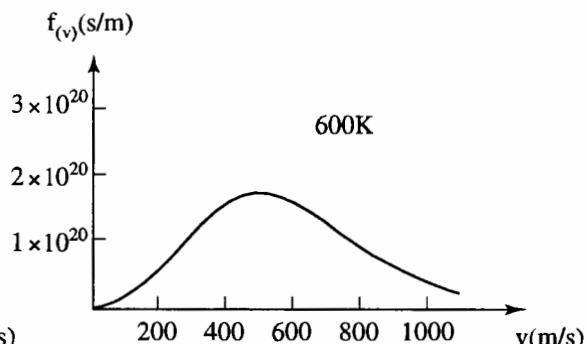
James Clerk Maxwell (1831-1879).

Tiểu sử tóm tắt của Maxwell được giới thiệu trong bài đọc thêm ở cuối chương.

Dạng của hàm phân bố được biểu diễn bằng đồ thị trên hình 13-8a đối với khí Ar ở 200K và ở 600K trên hình 13-8b. Ở cả hai nhiệt độ, số phân tử có tốc độ rất thấp là nhỏ. Cũng không có nhiều phân tử với các tốc độ rất cao. Khi nhiệt độ tăng lên, phân bố dịch về các tốc độ cao và giãn rộng ra. Diện tích nằm dưới toàn bộ đường cong, bằng tích phân của hàm $f(v)$ lấy trên tất cả tốc độ và là số phân tử tổng cộng N . Như vậy diện tích là như nhau đối với cả hai đồ thị cho trên hình 13-8, nó ứng với việc chọn $N = 10^{23}$ phân tử, khoảng 1/6 mol khí.



(a)



(b)

Hình 13-8. Phân bố tốc độ của các phân tử được vẽ đối với khí Ar ở (a) 200K và (b) 600K. Số phân tử tổng cộng là 1.10^{23} .

Sự giãn rộng của đường cong phân bố khi tăng nhiệt độ là do T nằm ở mẫu số trong

đối số của hàm mũ, $\exp\left(\frac{-\frac{1}{2}mv^2}{kT}\right)$. Giá

trị nhỏ hơn của khối lượng phân tử ở tử số trong đối số đó cũng có cùng ảnh hưởng đến dáng điệu của hàm phân bố như khi tăng nhiệt độ. Nghĩa là sự phân bố tốc độ của các phân tử cũng giãn rộng hơn đối với chất khí có khối lượng phân tử nhỏ hơn so với chất khí có khối lượng phân tử lớn hơn ở cùng nhiệt độ.

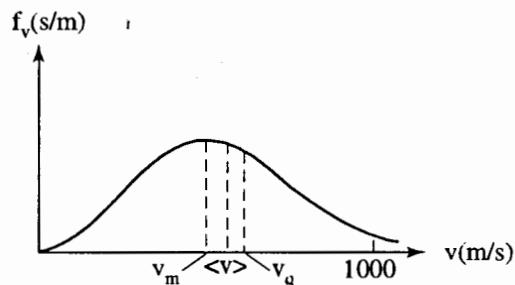
Chẳng hạn hình 13-8b cũng có thể mô tả phân bố tốc độ phân tử của khí He với $1/10$ khối lượng phân tử của Ar ở nhiệt độ 60K.

Giá trị của tốc độ căn quân phương v_q đã được cho trên đồ thị ở hình 13-9. Chúng ta cũng đã xác định được giá trị của nó theo khối lượng phân tử m và nhiệt độ (phương trình 13-14) :

$$v_q = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Giá trị trên cũng có thể tìm được bằng cách dùng hàm phân bố để lấy trung bình bình phương của tốc độ. Vì $f(v)dv$ là số phân tử có tốc độ v nằm trong khoảng dv nên tốc độ bình phương trung bình (trung bình của v^2) được cho bởi :

$$\langle v^2 \rangle = \frac{\int_0^\infty v^2 f(v) dv}{N}$$



Hình 13-9. Ba tốc độ đặc trưng đối với trường hợp trên hình 13-8b. Chúng có giá trị bằng $v_m = 500m/s$, $\langle v \rangle = 560m/s$, $v_q = 610m/s$.

Các tích phân loại này có thể được tìm thấy trong hầu hết các bảng tích phân

sau khi đổi biến tích phân $x = \frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT}$.

Kết quả là $\langle v^2 \rangle = \frac{3kT}{m}$, sao cho $v_q = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ như ta mong đợi.

Ta còn nhận biết hai tốc độ đặc trưng khác. Một là tốc độ trung bình $\langle v \rangle$, lưu ý rằng tốc độ trung bình (vô hướng) $\langle v \rangle$ khác với vận tốc trung bình (vectơ) $\langle v \rangle$ có giá trị bằng 0. Ta thu được tốc độ trung bình bằng cách lấy trung bình tốc độ của các phân tử. Mỗi giá trị của tốc độ v được nhân với số phân tử có tốc độ này, $f(v)dv$. Kết quả này sau đó được lấy tổng hay lấy tích phân rồi đem chia cho số phân tử tổng cộng :

$$\langle v \rangle = \frac{\int_0^\infty vf(v)dv}{N}$$

Có thể tính được tích phân này từ bảng tích phân, kết quả là :

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

VÍ DỤ 13-7

Các tốc độ phân tử. Không khí là một hỗn hợp khí, chủ yếu là N₂ và O₂ với các lượng nhỏ hơn của các khí khác. Mỗi khí thành phần ở nhiệt độ T có hàm phân bố cho bởi phương trình (13-21). (a) Xác định tốc độ có xác suất lớn nhất, tốc độ trung bình và tốc độ căn quân phương của các phân tử O₂ trong không khí ở 300K. (b) Cũng câu hỏi đó cho H₂.

Giải. (a) Khối lượng của phân tử O₂ là $m = \frac{M_0}{N_A}$ với $M_0 = 32\text{g/mol}$ là khối lượng mol :

$$m = \frac{0,032\text{kg/mol}}{6,02 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}} \approx 5,3 \cdot 10^{-26}\text{kg.}$$

Tổ hợp các thừa số kT/m cần dùng cho cả ba tốc độ :

$$\frac{kT}{m} = \frac{(1,38 \cdot 10^{-23}\text{J/K})(300\text{K})}{5,3 \cdot 10^{-26}\text{kg}} \approx 7,8 \cdot 10^4 \text{m}^2/\text{s}^2.$$

So sánh tốc độ trung bình $\langle v \rangle$ với v_q , ta thấy rằng $\langle v \rangle < v_q$ vì $8/\pi < 3$. Tốc độ đặc trưng thứ ba được gọi là tốc độ có xác suất lớn nhất v_m , nó tương ứng với đỉnh, giá trị cực đại của hàm phân bố.

Số phân tử chuyển động với tốc độ này nhiều hơn số phân tử chuyển động với mọi giá trị khác của tốc độ. Có thể tìm được giá trị của tốc độ này bằng cách lấy vi phân hàm phân bố $f(v)$ rồi cho đạo hàm bằng 0. Kết quả là :

$$v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

Tất cả ba tốc độ đều được chỉ rõ trên đồ thị ở hình 13-9. Chúng luôn luôn được sắp theo thứ tự :

$$v_m < \langle v \rangle < v_q$$

Khi đó :

$$v_m = \sqrt{2 \left(\frac{kT}{m} \right)} \approx 390 \text{ m/s.}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8}{\pi} \left(\frac{kT}{m} \right)} \approx 450 \text{ m/s.}$$

$$v_q = \sqrt{3 \left(\frac{kT}{m} \right)} \approx 480 \text{ m/s.}$$

(b) Đối với H_2 , chỉ cần dùng khối lượng đúng, khoảng 1/16 khối lượng của phân tử O_2 . Vì các tốc độ đều tỉ lệ với nghịch đảo căn bậc hai của khối lượng phân tử nên các tốc độ đối với H_2 sẽ gấp 4 lần tốc độ đối với O_2 :

$$v_m = 1,6 \text{ km/s}$$

$$\langle v \rangle = 1,8 \text{ km/s}$$

$$v_q = 1,9 \text{ km/s.}$$

Bài tự kiểm tra 13-7

Xác định ba tốc độ v_m , $\langle v \rangle$ và v_q đối với N_2 ở 300K. Dùng các kết quả ở câu (a) của ví dụ trên và kĩ thuật sử dụng tỉ số khối lượng đã được minh họa ở câu (b).

Đáp số : 420m/s ; 480m/s ; 510m/s.

?

Câu hỏi

- 1** Hãy giải thích tại sao $\langle v \rangle$ có thể là khác 0, trong khi đó thì $\langle v_x \rangle = \langle v_y \rangle = \langle v_z \rangle = 0$ và do vậy $\langle v \rangle = 0$.
- 2** Đối với khí lí tưởng $\langle v \rangle < v_q$ hay $\langle v \rangle^2 < \langle v^2 \rangle$. Nghĩa là bình phương của tốc độ trung bình thì nhỏ hơn tốc độ bình phương trung bình. Liệu có thể có $\langle v \rangle^2$ bằng hoặc lớn hơn $\langle v^2 \rangle$ dưới mọi tình huống không ? Giải thích.
- 3** Trong một chất khí tinh khiết, tất cả các phân tử đều giống hệt nhau và có cùng khối lượng. Động năng tịnh tiến trung bình có còn được cho bởi $\frac{3}{2} kT$ đối với hỗn hợp khí như không khí không ? Giải thích.

- 4** Chứng minh rằng phương trình trạng thái khí lí tưởng có thể được viết dưới dạng $pV = NkT$ và hãy nhận biết N trong phương trình này.
- 5** Thế năng tương tác hấp dẫn của các phân tử khí với Trái Đất liệu có thể được bù qua so với động năng của các phân tử ? Còn về thế năng tương tác hấp dẫn giữa các phân tử với nhau ? Giải thích.
- 6** Xét không khí trong một quả bóng rổ trong lúc chơi. Liệu $\langle v \rangle$ có bằng 0 đối với không khí ? Giải thích.
- 7** Phân tử trong chất lỏng phải có một lượng động năng đặc trưng tối thiểu để thoát khỏi chất lỏng. Chất lỏng như nước chẳng hạn, trong một bình hở có thể người đi như thế nào trong hiện tượng bay hơi ?
- 8** Tại sao đối với một chất khí C_p lại phải lớn hơn C_V ? Kết quả này liệu có còn đúng cả đối với các chất lỏng và chất rắn ? Giải thích.
- 9** Nếu phân tử có thể thay đổi tốc độ của mình khi va chạm với một phân tử khác, hàm phân bố $f(v)$ có còn không phụ thuộc thời gian nữa không ? Giải thích.
- 10** Nếu hàm phân bố có phụ thuộc vào thời gian $f(v,t)$, chất khí có thể ở trạng thái cân bằng không ? Giải thích.
- 11** Giả sử rằng hai thành đối diện nhau của một bình chứa khí được giữ ở các nhiệt độ khác nhau. Bằng cơ chế nào liên quan với các va chạm phân tử làm cho nhiệt được dẫn qua chất khí này ? Chú ý rằng chất khí không có nhiệt độ đồng đều.
- 12** Tại sao lại không đúng nếu nói về nhiệt độ của một phân tử ? Nhiệt độ của hệ có 100 phân tử ? Một hệ phải có bao nhiêu phân tử trước khi ta có thể nói về nhiệt độ của hệ này ?
- 13** Khi nhiệt độ của chất khí giảm, các hiệu số $v_q - \langle v \rangle$ và $\langle v \rangle - v_m$ sẽ dần đến các giá trị nào ? Hãy mô tả thay đổi trong đáng địệu của đồ thị hàm phân bố khi nhiệt độ giảm.
- 14** Tốc độ âm thanh trong khí He lớn hơn tốc độ âm thanh trong không khí ở cùng nhiệt độ và áp suất. Điều này có thể được hiểu như thế nào ở mức phân tử ?
- 15** Dùng các đặc điểm trong phân bố tốc độ của các phân tử để cho cách giải thích khả dĩ sự kiện là Mặt Trăng gần như không có khí quyển. Tại sao hầu như không có khí He trong khí quyển Trái Đất ?
- 16** Radon là một chất khí đơn nguyên tử (phóng xạ). Hãy dự đoán các giá trị của C_p và C_V đối với khí này.



ĐÀI TẬP

Mục 13-1. Mẫu phân tử của khí lí tưởng

- 1** Các số dưới đây, theo đơn vị m/s biểu diễn một mẫu nhỏ gồm 10 tốc độ phân tử : 290, 47, 142, 439, 330, 268, 302, 372, 344, 410. Đối với mẫu này, hãy xác định (a) tốc độ trung bình $\langle v \rangle$ và (b) tốc độ bình phương trung bình $\langle v^2 \rangle$. (c) So sánh các giá trị của $\langle v^2 \rangle$ và $\langle v \rangle^2$.
- 2** Xét một khí tinh khiết gồm các phân tử giống hệt nhau có khối lượng m. Hãy chứng minh rằng các thành phần vận tốc của khối tâm của chất khí này liên hệ với các thành phần vận tốc trung bình của các phân tử bằng hệ thức sau đây :

$$\langle v_C \rangle_x = \langle v_x \rangle \quad \langle v_C \rangle_y = \langle v_y \rangle \quad \langle v_C \rangle_z = \langle v_z \rangle$$

Cách mô tả của ta về khí lí tưởng đó dựa trên hệ quy chiếu nào ?

- 3** Chứng minh rằng phương trình (13-8) có thể được viết như sau :

$$pV = \frac{nM_0 \langle v^2 \rangle}{3}$$

với M_0 là khối lượng mol.

- 4** Một mol khí ở 101kPa chiếm một thể tích V = 28,8l. Xác định tốc độ bình phương trung bình nếu chất khí là (a) He, (b) H₂, (c) CO₂, (d) UF₆.

Mục 13-2. Cách giải thích vi mô của nhiệt độ

- 5** Xác định tốc độ căn quân phương của mỗi một trong các loại phân tử dưới đây có trong không khí ở 300K : (a) N₂, (b) O₂, (c) CO₂. (d) Tính động năng tịnh tiến trung bình của phân tử đối với mỗi loại phân tử này.
- 6** Chứng minh rằng phương trình (13-14) có thể được viết theo khối lượng mol M₀ như sau :

$$v_q = \sqrt{\frac{3RT}{M_0}}$$

- 7** Nhiệt độ của khí phải thay đổi theo một thừa số bằng bao nhiêu để tốc độ căn quân phương của nó thay đổi : (a) 10% ; (b) - 10% ; (c) 50% ?
- 8** Hỗn hợp khí gồm 0,80mol khí He và 0,15mol khí Ne ở nhiệt độ 400K. Tính (a) tốc độ căn quân phương của mỗi loại phân tử, (b) động năng tịnh tiến trung bình đối với mỗi loại và (c) nội năng của hỗn hợp này.

- 9** Électron – vôn (eV) là đơn vị năng lượng thích hợp để dùng cho các nguyên tử và phân tử. Hệ số chuyển đổi là :

$$1\text{eV} = 1,60 \cdot 10^{-19}\text{J}.$$

Hãy biểu thị động năng tịnh tiến trung bình ra eV đối với các phân tử chất khí ở (a) 90K (điểm sôi chuẩn của O₂), (b) 300K (nhiệt độ bề mặt của Trái Đất), (c) 6000K (nhiệt độ bề mặt Mặt Trời).

- 10** Một toa xe thùng bịt kín chạy trên đường ray với tốc độ 80km/h theo hướng dương trực x. Nó chứa khí N₂ ở 300K. (a) Các giá trị $\langle v_x \rangle$, $\langle v_y \rangle$ và $\langle v_z \rangle$ đối với khí này bằng bao nhiêu ? (Xem bài tập 2). (b) Xác định các giá trị đó đối với người thợ lái tàu ? (c) Biểu thức $\langle K \rangle = \frac{3}{2}kT$ (cho động năng tịnh tiến trung bình) có đúng trong mọi hệ quy chiếu không ? Giải thích.

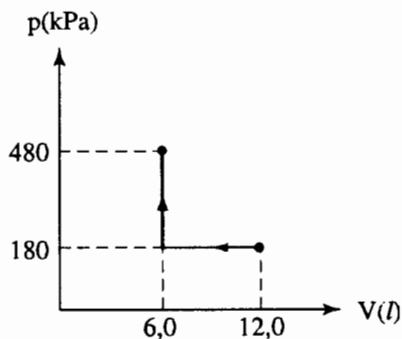
Mục 13-3. Phân bố đều năng lượng

- 11** Một khí đa nguyên tử có các nguyên tử không nằm trên một đường thẳng ở 650K với 12 bậc tự do hoạt động. (a) Đánh giá cơ năng trung bình của phân tử. (b) Giá trị của v_q bằng bao nhiêu ? Lấy $m = 1,3 \cdot 10^{-25}\text{kg}$. (c) Có bao nhiêu bậc tự do dao động là bậc tự do hoạt động ?
- 12** Nhiệt độ của 2,2mol khí O₂ tăng từ 10°C lên 140°C. (a) Giả sử rằng các bậc tự do dao động không là bậc tự do hoạt động trong khoảng nhiệt độ này, tính độ biến thiên nội năng của khí. (b) Bạn có thể xác định được lượng nhiệt đã được thêm vào và có bao nhiêu công đã được thực hiện không ? Giải thích.

Mục 13-4. Nhiệt dung của khí lí tưởng và các chất rắn nguyên tố

- 13** (a) Giả sử rằng quá trình xét ở bài tập 12 xảy ra ở thể tích không đổi. Lượng nhiệt được thêm vào cho chất khí và công do chất khí thực hiện là bao nhiêu ? (b) Giá trị của C_p đối với khoảng nhiệt độ này là bao nhiêu ? (c) Đáp số cho phần (a) là bao nhiêu nếu sự thay đổi nhiệt độ đó diễn ra ở áp suất không đổi ?
- 14** Các giá trị đo được của C_p và γ đối với F₂ ở 25°C là $C_p = 31,4 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ và $\gamma = 1,36$. (a) Xác định giá trị của C_V . (b) Ở nhiệt độ này các bậc tự do dao động có là các bậc tự do hoạt động không ? Giải thích.

- 15** Một xilanh có pittông chuyển động được chứa 14g khí Ar ở $p_1 = 180\text{kPa}$, $V_1 = 12,0l$. Chất khí được nén tới trạng thái cuối được cho bởi $p_2 = 480\text{kPa}$, $V_2 = 6,0l$. (a) Xác định nhiệt độ đầu và cuối. (b) Nội năng thay đổi bao nhiêu ?
- 16** Khí Ar ở bài tập trước thực hiện quá trình vẽ trên hình 13-10. (a) Xác định lượng nhiệt thực sự được thêm vào chất khí bằng cách dùng các giá trị của C_p và C_V . (b) Tính công do khí thực hiện bằng cách tìm diện tích nằm dưới đường cong. (c) Kiểm tra đáp số này bằng cách dùng định luật thứ nhất và kết quả của bài tập trước.



Hình 13-10. Bài tập 16.

Mục 13-5. Quá trình đoạn nhiệt đối với khí lí tưởng

- 17** Khí lí tưởng đơn nguyên tử có $\gamma = 1,67$ thực hiện sự giãn nở đoạn nhiệt từ trạng thái đầu $p_1 = 320\text{kPa}$, $V_1 = 12l$ tới thể tích cuối $V_2 = 14l$. (a) Xác định áp suất cuối của chất khí. (b) Xác định các nhiệt độ đầu và cuối, cho $n = 1,4\text{mol}$. (c) Biểu diễn quá trình trên giản đồ p-V.
- 18** Chứng minh rằng đối với khí lí tưởng $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$ đối với quá trình đoạn nhiệt chuẩn tịnh. Tìm biểu thức tương ứng đối với quá trình đẳng áp.
- 19** Nhiệt độ của 64g khí O_2 được nâng từ 15°C lên 45°C . Xác định độ biến thiên nội năng của O_2 nếu quá trình là (a) đẳng tích, (b) đẳng áp, (c) đoạn nhiệt ? Giả định rằng khí là khí lí tưởng.
- 20** Một mol khí lí tưởng mới đầu ở $p_1 = 200\text{kPa}$, $V_1 = 20l$. Trên cùng một giản đồ p-V, hãy chỉ ra quá trình đoạn nhiệt chuẩn tịnh đưa đến thể tích cuối $V_2 = 30l$ nếu khí lí tưởng là (a) He, (b) Ne, (c) O_2 , (d) CO_2 .
- 21** Hãy chứng minh rằng số các bậc tự do hoạt động i liên hệ với γ bằng hệ thức $i = \frac{2}{\gamma-1}$.

Mục 13-6. Phân bố tốc độ của các phân tử

- 22 Dùng hàm phân bố tốc độ của các phân tử, chứng minh rằng tốc độ có xác suất lớn nhất được cho bởi :

$$v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

- 23 Đánh giá các tốc độ v_m , $\langle v \rangle$, v_{rms} đối với : (a) H₂ ở 300K và (b) O₂ ở 300K.

- 24 Tốc độ âm v_s trong một khí lí tưởng được cho bởi công thức :

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M_0}}$$

Ở đó $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ và M_0 là khối lượng mol. Tính tốc độ của âm ở 300K trong

(a) He, (b) N₂, (c) không khí.

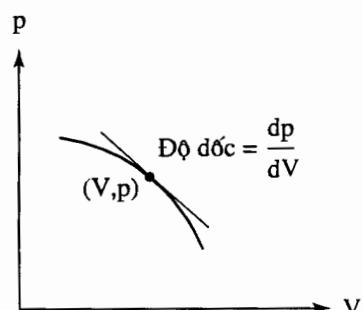
- 25 Chứng minh rằng tốc độ của âm trong chất khí (xem bài tập trước) liên hệ với tốc độ trung bình bởi :

$$\frac{v_s}{\langle v \rangle} = \sqrt{\frac{\gamma \pi}{8}}$$

Đánh giá tỉ số này đối với He và không khí,

ĐÀI TẬP NÂNG CAO

- ◆ Độ dốc của các quá trình khác nhau trên giản đồ p-V. Hãy xét một quá trình được biểu diễn bằng đường cong trên giản đồ p-V như hình 13-11. Ở một điểm (p, V) cho trước, độ dốc của tiếp tuyến với đường cong là $\frac{dp}{dV}$. Đánh giá $\frac{dp}{dV}$ ở điểm mà khí lí tưởng thực hiện (a) quá trình đẳng áp, (b) quá trình đẳng nhiệt, (c) quá trình đoạn nhiệt. (d) Quá trình nào có độ dốc lớn nhất ?



Hình 13-11. BTNC I.

2

Tốc độ vũ trụ cấp II (tốc độ thoát). Tốc độ vũ trụ cấp II v_1 của phân tử từ bên trên bề mặt Trái Đất đã được tính ở chương 6. Bình phương của nó được cho bởi :

$$v_1^2 = \frac{2Gm_e}{r_1}$$

Ở đây m_e là khối lượng của Trái Đất và r_1 là khoảng cách ban đầu của phân tử tính từ tâm Trái Đất. Nhiệt độ của lớp khí quyển trên cao của Trái Đất có thể tới 1000K ở độ cao khoảng 150km trong thời gian hoạt động nhật ban (vết đèn của Mặt Trời) cực đại. (a) Xác định tốc độ bình phương trung bình của phân tử N_2 dưới các điều kiện này. (b) Xác định tỉ số giữa số phân tử ở vị trí này có tốc độ vũ trụ cấp II trên số phân tử có tốc độ cản quan phương. (c) Đối với H_2 , tỉ số này liệu có giá trị khác không ? Giải thích.

3

Tốc độ âm. Sóng âm thông thường trong một chất khí có tốc độ v_s được cho theo mật độ ρ và suất nén B bởi :

$$v_s = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

Các biến thiên về áp suất và mật độ - các yếu tố tạo ra sóng âm - diễn ra nhanh đến mức mà suất nén đoạn nhiệt, $B = -V \frac{dp}{dT}$, phải được sử dụng và phép đạo hàm được lấy phù hợp với quá trình đoạn nhiệt. Chứng minh rằng tốc độ âm trong khí lí tưởng được cho bởi :

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M_0}}$$

4

Sự quay của phân tử. Các hạt nhân ôxi trong phân tử O_2 nằm cách nhau cỡ 0,2nm và hầu như toàn bộ khối lượng của phân tử được tập trung ở hai hạt nhân này. (a) Đánh giá momen quán tính của phân tử đối với trục là đường vuông góc chia đôi đoạn nối hai hạt nhân. (b) Đánh giá tốc độ góc cản quan phương ω_q quanh trục này đối với O_2 ở 400K.

5

Mẫu Einstein cho các dao động trong chất rắn. Trong mẫu Einstein cho chất rắn nguyên tố, tất cả các nguyên tử được giả thiết là dao động với cùng một tần số v_0 . Mỗi nguyên tử có thể dao động dọc theo ba hướng

không gian và cơ năng trung bình (lượng tử) của mỗi dao động tử được cho bởi :

$$\langle E \rangle = \frac{hv_0}{e^{\frac{hv_0}{kT}} - 1}$$

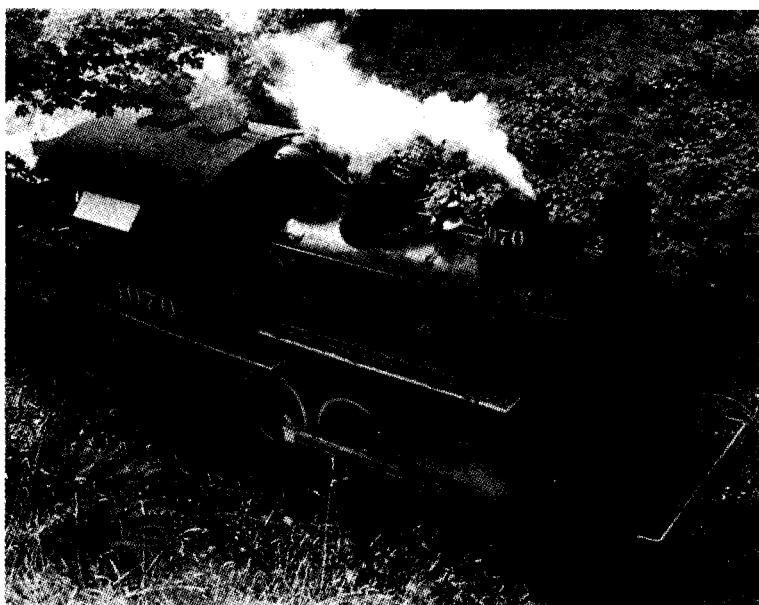
Ở đó $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ là hằng số Planck. (a) Chứng minh rằng nhiệt dung mol từ mẫu này là :

$$C_V = 3R \frac{\left(\frac{hv_0}{kT}\right)^2 e^{\frac{hv_0}{kT}}}{(e^{\frac{hv_0}{kT}} - 1)^2}$$

(b) Dựng đồ thị của hàm số này đối với T nhận giá trị từ 1K đến 300K, lấy $v_0 = 10^{12} \text{ Hz}$ như một tần số điển hình. (c) C_V tiến đến giá trị nào khi T trở nên rất lớn ?

Định luật Dalton về áp suất riêng phần. Xét một hỗn hợp của một số chất khí với N_1 phân tử có khối lượng m_1 , N_2 phân tử có khối lượng m_2 ... Bằng cách mở rộng cách phát triển cho ở mục 13-1, chứng minh định luật Dalton về áp suất riêng phần : **Áp suất tổng cộng của một hỗn hợp khí bằng tổng các áp suất riêng phần của các khí thành phần.** Áp suất riêng phần là áp suất của chất khí nếu chỉ có mình nó có mặt.

ĐỊNH LUẬT THỨ HAI CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC



Đầu tàu hỏa cũ kĩ này là một động cơ nhiệt, một phát minh đã góp phần đáng kể vào cuộc cách mạng khoa học kỹ thuật lần thứ nhất, một minh chứng cho việc áp dụng các định luật nhiệt động lực học.

Đôi khi ta được xem một cuốn phim, một cuộn băng video được tua ngược. Thật thú vị khi nhìn thấy cái trình tự thông thường các sự kiện bị đảo ngược. Cảnh người đi giật lùi ngộ nghĩnh, nước chảy ngược từ chân thác lên đỉnh, hay một tòa nhà đã bị phá bỏ từ trước tự nhiên dùng đúng đùng vươn mình đứng dậy từ đống đổ nát... tất cả đều làm nổi bật cái thiên hướng của chúng ta trong nhận thức một chiều về thời gian – thời gian trôi từ quá khứ đến tương lai. Trong số các định luật của thiên nhiên mà ta đã gặp cho đến nay – các định luật Newton, định luật hấp dẫn, các định luật bảo toàn, định luật thứ nhất của nhiệt động lực học – quả là không có định luật nào phụ thuộc vào chiều của thời gian. Nghĩa là các định luật này vẫn như vậy nếu thời gian t được thay bằng $-t$. Chuyển động của quả bóng bay lên và rơi xuống trong sự rơi tự do (không có ma sát) chẳng hạn, vẫn như vậy nếu thời gian

- 14-1. Các động cơ nhiệt và định luật thứ hai nhiệt động lực học
- 14-2. Các máy làm lạnh và định luật thứ hai nhiệt động lực học
- 14-3. Tính thuận nghịch và chu trình Carnot
- 14-4. Hiệu suất của chu trình Carnot
- 14-5. Entrôpi
- 14-6. Entrôpi và định luật thứ hai

Bài đọc thêm : Con quỷ của Maxwell

bị đảo chiều. Nếu tất cả các định luật này đều được tuân theo vậy thì tại sao khi đó trình tự đảo ngược theo thời gian của một số sự kiện lại dường như là trái tự nhiên, ít có khả năng xảy ra thậm chí không thể có được đối với chúng ta ? **Định luật thứ hai của nhiệt động lực học** sẽ đề cập tới các vấn đề đó.

14-1. CÁC ĐỘNG CƠ NHIỆT VÀ ĐỊNH LUẬT THỨ HAI

Định luật thứ nhất của nhiệt động lực học $\Delta U = Q - W$ giải quyết sự truyền năng lượng giữa một hệ và các vật xung quanh nó. Nó có thể được xem như một quá trình biến đổi năng lượng, năng lượng đi vào hệ với tư cách là nhiệt và ra khỏi hệ với tư cách là công. Chất khí giãn nở trong một xilanh ở áp suất không đổi là một ví dụ đơn giản. Trong một quá trình khác, sự biến đổi hay chuyển hoá năng lượng có thể diễn ra theo chiều ngược với năng lượng đi vào hệ là công và ra khỏi hệ là nhiệt.

Ví dụ : Trong bộ phận phanh ôtô, năng lượng truyền vào đĩa phanh là công được thực hiện do các lực ma sát giữa má phanh và đĩa quay. Nhiệt độ của đĩa tăng lên và do có chênh lệch nhiệt độ, năng lượng được truyền cho xung quanh dưới dạng nhiệt. Như vậy năng lượng được tiêu tán đi.

Động cơ nhiệt

Sự chuyển hoá nhiệt thành công là rất đáng mong muốn, xét từ quan điểm kinh tế. Năng lượng dưới dạng công có nhiều ứng dụng thực tiễn như để nâng một quả nặng hay để quay một trục vận hành máy hay làm quay một máy phát điện. **Động cơ nhiệt** là một thiết bị có chức năng chuyển hoá nhiệt thành công.

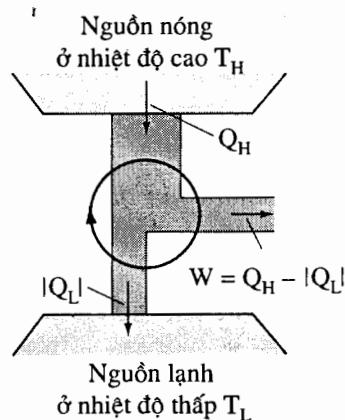
Động cơ nhiệt hoạt động một cách tuần hoàn, liên tục chuyển hoá nhiệt thành công, vì vậy nó hoạt động theo một chu trình. Khi hệ trở lại trạng thái ban đầu thì không có biến thiên nội năng, $\Delta U = 0$.

Theo định luật thứ nhất nhiệt động lực học, ta có :

$$Q = W \quad (14-1)$$

có nghĩa là công thực sự được sinh ra trong một chu trình bằng lượng nhiệt thực sự mà hệ nhận được.

Tất cả các động cơ nhiệt tuần hoàn đều có chung một số tính chất. Một chất nào đó được gọi là **chất sinh công** thực hiện một quá trình tuần hoàn. Nhiệt được trao đổi với môi trường xung quanh bởi chất sinh công ở hai hay nhiều hơn các nhiệt độ khác nhau. Nhiệt được cung cấp cho hệ ở nhiệt độ cao và phải được lấy khỏi hệ ở nhiệt độ thấp để hoàn thành chu trình. Lượng nhiệt thực sự được đưa vào đúng bằng công đối với một chu trình.



Hình 14-1. Sơ đồ động cơ nhiệt

Để cho đơn giản, ta chỉ xét đến các chu trình vận hành giữa hai bình chứa nhiệt gọi là nguồn nóng (H) và nguồn lạnh (L) (hình 14-1). Nguồn nóng (H) ở nhiệt độ cao

T_H và nguồn lạnh (L) ở nhiệt độ thấp T_L . Ta dùng Q_H để chỉ lượng nhiệt được truyền cho hệ (chất sinh công) từ nguồn nóng H và Q_L là lượng nhiệt được truyền cho hệ từ bình chứa L . Đối với chất sinh công của động cơ nhiệt, nhiệt Q_H là dương vì chất sinh công hấp thụ nhiệt từ bình chứa H , song nhiệt Q_L là âm vì chất sinh công lại nhả nhiệt vào bình chứa L . Nghĩa là $Q_L < 0$ sao cho $Q_L = -|Q_L|$. Để xử lý các giá trị âm, ta thường thay Q_L bằng $-|Q_L|$ trong các công thức. Lượng nhiệt thực sự được cung cấp cho chất sinh công trong một chu trình bằng :

$$Q = Q_H + Q_L = Q_H - |Q_L|$$

Phương trình (14-1) là định luật thứ nhất áp dụng cho chu trình trở thành :

$$W = Q_H - |Q_L| \quad (14-2)$$

Trong một biến thể đã lí tưởng hoá của nhà máy nhiệt điện, bình chứa H thay cho lò (hay lò phản ứng hạt nhân) và nhiệt Q_H được cung cấp cho nước trong nồi hơi

VÍ DỤ 14-1

Nhà máy điện. Một nhà máy điện hiện đại có hiệu suất cỡ 35% và sản xuất điện năng với công suất $P = 10^9 W = 1GW$. Đánh giá các trao đổi trong nồi hơi và trong bình ngưng cho 1 giờ vận hành.

Giải. Ta biểu thị năng lượng ra gigajoule-giờ ($GW.h$) = $3,6 \cdot 10^{12} J$. Công được thực hiện là :

$$W = Pt = (1GW)(1h) = 1GW.h$$

Từ phương trình (14-3), lượng nhiệt Q_H là :

$$Q_H = \frac{W}{\eta} = \frac{1GW.h}{0,35} = 3GW.h$$

và từ định luật thứ nhất :

$$Q_H - |Q_L| = W$$

$$|Q_L| = Q_H - W = 2GW.h.$$

(hay máy phát hơi nước). Cũng vậy bình chứa L thay cho dòng sông hay các tháp làm nguội và nhiệt $|Q_L|$ được nhả ra trong các ống ngưng tụ.

Hiệu suất của động cơ nhiệt. Hiệu suất η của một động cơ nhiệt được định nghĩa là tỉ số $\frac{[lượng ra hữu ích]}{[lượng vào cần đòi hỏi]}$ hay :

$$\eta = \frac{W}{Q_H} \quad (14-3)$$

Hiệu suất cũng có thể được biểu thị theo hai giá trị trao đổi nhiệt. Thay phương trình (14-2) vào phương trình (14-3) cho ta $\eta = \frac{(Q_H - |Q_L|)}{Q_H}$ hay :

$$\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \quad (14-4)$$

Từ dạng này ta thấy rằng hiệu suất của một động cơ nhiệt tăng khi $|Q_L|$ giảm so với Q_H .

Ta thấy rằng, một phần ba lượng nhiệt mà chất sinh công (nước) hấp thụ được chuyển hoá thành công và hai phần ba còn lại bị xả vào môi trường xung quanh nơi xây dựng nhà máy điện.

Các phát biểu định luật thứ hai của Kelvin - Planck

Phương trình (14-4) tổ hợp định nghĩa về hiệu suất với định luật thứ nhất của nhiệt động lực học áp dụng cho một chu trình. Hiệu suất cực đại có thể cho phép về mặt toán học từ phương trình này là 1 hay 100% ứng với $|Q_L| = 0$.

Hãy tưởng tượng một chu trình không có phần nhiệt xả hay nhiệt thải, $|Q_L| = 0$, khi đó định luật thứ nhất cho ta $W = Q_H$. Chất sinh công sau khi hoàn thành một chu trình sẽ không bị thay đổi và lượng nhiệt được lấy từ bình chứa ở một nhiệt độ sẽ được chuyển hoá hoàn toàn thành công.

Đã có nhiều cố gắng nhằm chế tạo một động cơ nhiệt với hiệu suất 100% nhưng mọi cố gắng đều thất bại. Việc không thể có một động cơ nhiệt có hiệu suất 100% là một cách phát biểu định luật thứ hai của nhiệt động lực học :

Không tồn tại một chu trình lấy nhiệt từ bình chứa ở một nhiệt độ và chuyển hoá hoàn toàn thành công.

Dạng này của định luật thứ hai được gọi là cách phát biểu của Kelvin - Planck và để cho gọn gọi là cách phát biểu {K-P} (Kelvin là tên gọi của William Thomson, xem chương 11). Điều quan trọng cần

phải thừa nhận là động cơ nhiệt có hiệu suất 100% vẫn tuân theo định luật thứ nhất của nhiệt động lực học. Nhưng định luật thứ hai đã phủ nhận khả năng có thể có một chu trình mà không cần xả nhiệt ở nhiệt độ thấp hơn. Hãy tưởng tượng, một chu trình lấy nhiệt Q_H từ đại dương ở một nhiệt độ T_H và chuyển hoá nó hoàn toàn thành công W (để chạy một con tàu). Định luật thứ nhất đòi hỏi $W = Q_H$ song định luật thứ hai lại phủ nhận sự tồn tại của một chu trình như thế.



Max K.E.L. Planck (1858-1947). "Lượng tử tác dụng" do ông đưa ra đã được ghi nhớ như là hằng số Planck. Trong số nhiều đóng góp của Planck, công trình nghiên cứu của ông về bức xạ nhiệt là đáng được chú ý nhất.

14-2. CÁC MÁY LÀM LẠNH VÀ ĐỊNH LUẬT THỨ HAI

Phát biểu định luật thứ hai của Kelvin - Planck được diễn đạt qua những khái niệm phù hợp với một động cơ nhiệt. Định luật thứ hai cũng có thể được phát biểu theo cách có liên quan tới máy làm lạnh.

Máy làm lạnh là một thiết bị vận hành trong một chu trình được thiết kế để rút nhiệt từ bên trong nó nhằm đạt được hoặc giữ được một nhiệt độ thấp hơn ở bên trong. Trong quá trình làm lạnh, nhiệt

được xả ra bên ngoài thường ở nhiệt độ cao hơn so với bên trong. Một lượng công thường là do một mô-tơ điện cung cấp được thực hiện trên hệ để tạo ra chu trình. Sự truyền năng lượng diễn ra trong chu trình làm lạnh được cho bằng sơ đồ trên hình 14-2. Nhiệt Q_L được thêm cho hệ từ bình chứa nhiệt độ thấp T_L đặt ở bên trong máy làm lạnh. Lượng nhiệt dương $|Q_H|$ được xả vào bình chứa nhiệt độ cao T_H là môi trường xung quanh bên ngoài máy làm lạnh. Công âm W được hệ thực hiện hay công dương $|W|$ do mô-tơ nén khí thực hiện trên hệ. Áp dụng định luật thứ nhất của nhiệt động lực học cho chu trình, ta được $W = Q_H + Q_L$ hay :

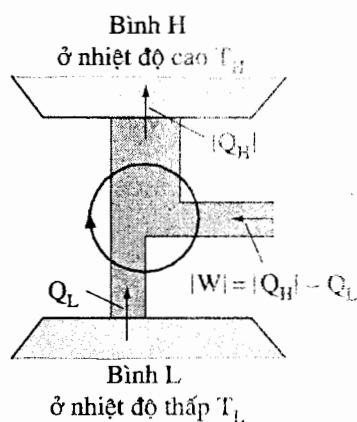
$$|W| = |Q_H| - Q_L \quad (14-5)$$

So sánh phương trình (14-5) với phương trình (14-2) và hình 14-2 với hình 14-1 cho thấy máy làm lạnh giống như một động cơ nhiệt chạy ngược.

Một đặc trưng của chu trình làm lạnh (giống như hiệu suất của động cơ nhiệt) là

hiệu suất K của nó. Nó được định nghĩa bởi :

$$K = \frac{Q_L}{|W|} \quad (14-6)$$



Hình 14-2. Sơ đồ một máy làm lạnh. Công W được xung quanh (máy nén) thực hiện trên hệ (chất làm lạnh). Công W là âm. Nhiệt Q_L được hệ hấp thụ từ bình chứa L , và nhiệt $|Q_H|$ được xả vào bình chứa H . Nhiệt Q_H là âm. Từ định luật thứ nhất, $|W| = |Q_H| - Q_L$.

Nó là tỉ số giữa số lượng nhiệt hữu dụng được lấy đi từ bên trong máy làm lạnh với công phí tổn do mô-tơ thực hiện.

VÍ DỤ 14-2

Tủ lạnh gia dụng. Một tủ lạnh có mô-tơ nén 480W với hiệu suất $K = 2,8$. Hãy tính tốc độ trao đổi nhiệt (a) ở bộ phận ngưng tụ và (b) ở bộ phận bay hơi.

Giải. (a) Tốc độ nhiệt được hệ (thường là freon) hấp thụ ở bộ phận ngưng tụ (bên trong buồng làm lạnh) là $\frac{dQ_L}{dt}$. Cũng vậy đối với một tủ lạnh chạy ổn định, tốc độ truyền năng lượng tỉ lệ với phần năng lượng được truyền trong một chu trình sao cho phương trình (14-6) có thể được viết :

$$K = \frac{Q_L}{|W|} = \frac{\frac{dQ_L}{dt}}{\frac{d|W|}{dt}}$$

Giải để tìm $\frac{dQ_L}{dt}$, ta được :

$$\frac{dQ_L}{dt} = K \frac{d|W|}{dt} = (2,8)(480W) = 1,3kW.$$

(b) Tốc độ nhiệt được hé xả ra ở bộ phận bay hơi (thường là giàn ở sau lưng hay dưới gầm tủ lạnh) là $\frac{d|Q_H|}{dt}$. Từ định luật thứ nhất :

$$|Q_H| = Q_L + |W|$$

cho nên : $\frac{d|Q_H|}{dt} = \frac{dQ_L}{dt} + \frac{d|W|}{dt} = 1,3kW + 0,48kW$
 $= 1,8kW.$

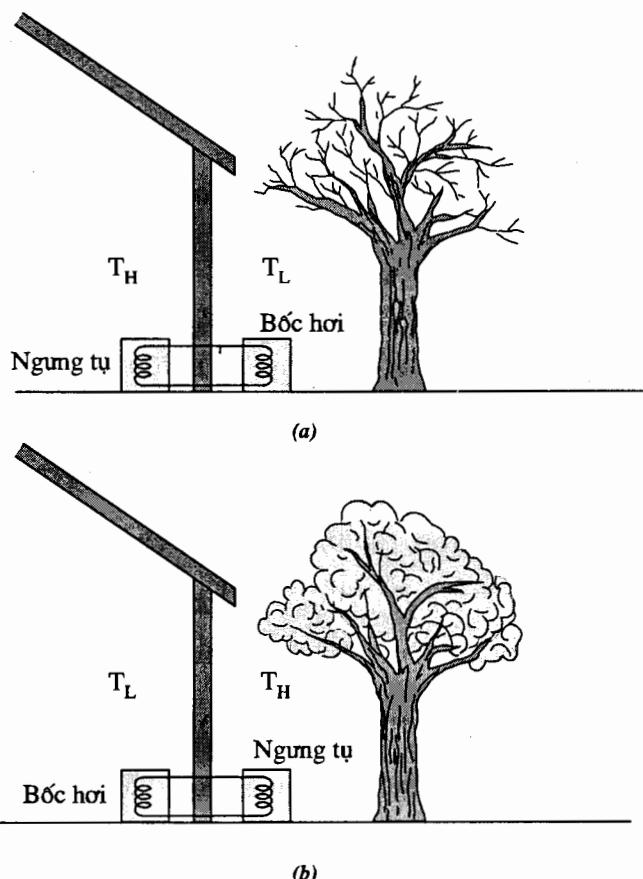
Bài tự kiểm tra 14-1

Một máy làm lạnh hấp thụ nhiệt ở bình ngưng hơi của nó (bên trong buồng làm lạnh) với tốc độ 1,65kW còn mô tơ điện của nó dùng 540W điện năng. Hiệu suất của máy làm lạnh đó là bao nhiêu ?

Đáp số : 3,1.

Máy bơm nhiệt

Máy bơm nhiệt là một thiết bị dùng để “bơm” nhiệt từ nơi có nhiệt độ thấp sang nơi có nhiệt độ cao, nó dùng để điều hòa khí hậu trong một vùng không gian nhỏ, chẳng hạn như một căn phòng. Để sưởi ấm về mùa đông máy bơm nhiệt lấy nhiệt Q_L từ không khí bên ngoài và “bơm” lượng nhiệt Q_H vào không khí bên trong căn phòng. Còn để làm mát về mùa hè, máy bơm nhiệt lấy nhiệt Q_L từ không khí trong phòng



Hình 14-3. Máy bơm nhiệt tiến hành bơm nhiệt (a) từ ngoài vào trong về mùa đông và (b) từ trong ra ngoài về mùa hè. Ở đây không vẽ máy nén khí.

và "bơm" nhiệt Q_H ra không khí bên ngoài phòng. Trong cả hai trường hợp, chu trình có thể bơm nhiệt từ bình chứa có nhiệt độ thấp sang bình chứa có nhiệt độ cao hơn.

Với máy nhiệt dùng để sưởi ấm, hiệu suất K' của máy bơm nhiệt được định nghĩa :

$$K' = \frac{|Q_H|}{|W|} \quad (14-7)$$

VÍ DỤ 14-3

Bơm nhiệt. Trong một giờ vận hành, một máy bơm nhiệt dùng hết 1,4kW.h điện năng trong khi cung cấp $1,1 \cdot 10^4$ Btu cho bên trong ngôi nhà. Xác định (a) hiệu suất và (b) lượng nhiệt lấy được từ bên ngoài trong một giờ. Cho biết $1\text{Btu} = 1055\text{J}$.

Giải. Trước hết ta biểu thị các năng lượng truyền theo cùng một đơn vị bằng cách chuyển đổi Btu thành kW.h :

$$|Q_H| = \frac{(1,1 \cdot 10^4 \text{ Btu}) \left(\frac{1055 \text{ J}}{\text{Btu}} \right)}{3,6 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kW.h}}} = 3,2 \text{ kW.h.}$$

(a) Hiệu suất là :

$$K' = \frac{|Q_H|}{|W|} = \frac{3,2 \text{ kW.h}}{1,4 \text{ kW.h}} = 2,3.$$

(b) Ta tìm lượng nhiệt lấy được từ bên ngoài trong một giờ bằng cách áp dụng định luật thứ nhất cho một máy bơm nhiệt vận hành trong khoảng thời gian đó :

$$Q_L = |Q_H| - |W| = 3,2 \text{ kW.h} - 1,4 \text{ kW.h} = 1,8 \text{ kW.h.}$$

Bài tự kiểm tra 14-2

Một máy bơm nhiệt có hiệu suất $K' = 2,5$ và máy nén khí của nó tiêu thụ năng lượng điện với tốc độ 2,2 kW. Máy bơm nhiệt truyền nhiệt vào ngôi nhà với tốc độ bao nhiêu ?

Đáp số : 5,5 kW.

Cách phát biểu định luật thứ hai của Clausius

Từ các phương trình (14-6) và (14-7), ta thấy rằng hiệu suất của máy làm lạnh hoặc máy bơm nhiệt có thể có giá trị lớn hơn 1. Thật vậy với các mục đích làm lạnh hay sưởi ấm, hiệu suất có giá trị càng lớn có nghĩa là càng kinh tế. Về mặt toán học, giá trị lớn hơn của hiệu suất đạt được bằng cách giảm $|W|$ đối với Q_L hay $|Q_H|$. Giá trị

của nó cũng có thể được tăng lên không giới hạn bằng cách làm cho $|W|$ tiến đến 0. Nếu $|W| = 0$, khi đó áp dụng định luật thứ nhất cho chu trình sẽ cho ta $Q_L = |Q_H|$ và kết quả cuối cùng sẽ là nhiệt được truyền từ bình chứa ở nhiệt độ thấp sang bình chứa ở nhiệt độ cao hơn mà không có sự thay đổi trong bất kỳ hệ nào khác. Người

ta chưa bao giờ quan sát được một quá trình như thế. Việc không thể có một quá trình như thế là một cách phát biểu khác của định luật thứ hai của nhiệt động lực học.

Không thể có quá trình mà kết quả cuối cùng duy nhất của nó là truyền nhiệt từ nhiệt độ thấp sang nhiệt độ cao hơn.

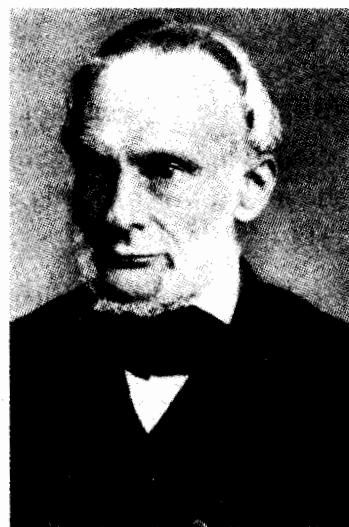
Dạng này của định luật thứ hai được gọi là **cách phát biểu của Clausius**, để cho ngắn gọn gọi là cách phát biểu {C}.

Định luật thứ hai phủ nhận khả năng có một chu trình làm lạnh mà ở đó *không có một công nào* được cung cấp. Điều đó có nghĩa là định luật thứ hai ngăn cấm một dòng nhiệt **tự phát** truyền từ nhiệt độ thấp hơn sang nhiệt độ cao hơn. Với cách phát biểu này, kinh nghiệm hàng ngày của ta hoàn toàn phù hợp với định luật thứ hai. Mỗi khi có dòng nhiệt bao giờ nó cũng đi từ nhiệt độ cao hơn xuống nhiệt độ thấp hơn.

Sự tương đương của cách phát biểu {Kelvin-Planck} và cách phát biểu {Clausius}

Cách phát biểu định luật thứ hai của Clausius liên quan tới sự truyền nhiệt từ nhiệt độ thấp sang nhiệt độ cao hơn. Còn cách phát biểu Kelvin-Planck lại liên quan tới sự chuyển hoá nhiệt thành công. Làm sao hai cách phát biểu hoàn toàn khác nhau này lại có thể tương ứng với cùng một định luật của thiên nhiên ? Chúng là hai cách phát biểu tương đương vì bất cứ một quá trình nào bị cấm bởi cách phát biểu này đều có thể được chứng minh là cũng bị cấm bởi cách phát biểu kia, hình 14-4 minh họa sự tương đương

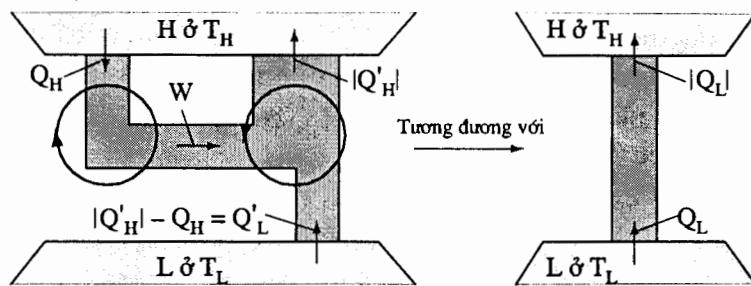
này. Giả sử như ta thấy trên hình 14-4a rằng có một động cơ nhiệt hoạt động với hiệu suất 100%, tức là vi phạm cách phát biểu {K-P}.



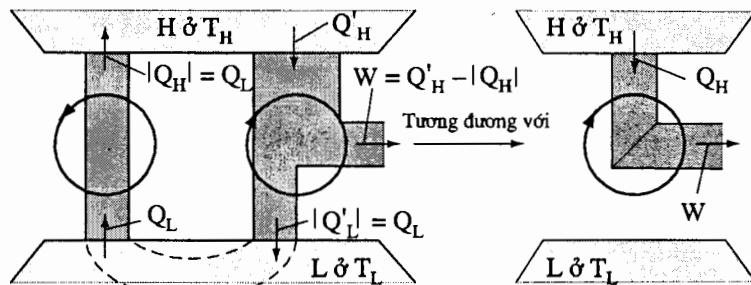
Rudolf. J.E. Clausius (1822-1888) là nhà lí thuyết có tài tạo ra một bước tiến bộ quan trọng mà không cần đòi hỏi tới phép phân tích toán học phức tạp. Clausius đã đưa ra nhiều quan niệm mà sau này được J.C.Maxwell mở rộng.

Khi đó công từ động cơ này có thể được dùng để chạy chu trình làm lạnh. Bằng cách lấy hai chu trình cùng cho hoạt động, kết quả cuối cùng và duy nhất là nhiệt truyền từ nhiệt độ thấp sang nhiệt độ cao hơn, rõ ràng vi phạm cách phát biểu {C}. Như vậy một quá trình bị cấm bởi cách phát biểu Kelvin-Planck cũng bị cấm bởi cách phát biểu Clausius.

Một cách tương tự phản đảo ngược minh họa trên hình 14-4b. Chu trình làm lạnh vi phạm cách phát biểu Clausius có thể cho chạy cùng với một động cơ nhiệt. Sự kết hợp này tạo thành chu trình có khả năng lấy nhiệt chỉ ở một nhiệt độ và hoàn toàn chuyển hóa nó thành công như vậy là vi phạm cách phát biểu Kelvin-Planck.



(a)



(b)

Hình 14-4. (a) Công từ một động cơ nhiệt giả định hoạt động với hiệu suất 100% được dùng để chạy một máy làm lạnh. Động cơ này vi phạm cách phát biểu của Kelvin-Planck. Mặc dù máy làm lạnh tự nó không vi phạm cách phát biểu của Clausius nhưng tổ hợp chúng (động cơ giả định + máy làm lạnh) thì vi phạm nó. Như vậy việc vi phạm cách phát biểu {K-P} đã kéo theo sự vi phạm cách phát biểu {C}. (b) Máy làm lạnh giả định không đòi hỏi phải dùng một công nào được kết hợp với một động cơ nhiệt. Máy làm lạnh vi phạm cách phát biểu {C}. Mặc dù động cơ không vi phạm cách phát biểu {K-P}, song tổ hợp chúng (động cơ + máy làm lạnh giả định) thì vi phạm nó. Nghĩa là sự vi phạm cách phát biểu {C} đã kéo theo sự vi phạm cách phát biểu {K-P}.

14-3. TÍNH THUẬN NGHỊCH VÀ CHU TRÌNH CARNOT

Định luật thứ hai của nhiệt động lực học cho ta biết rằng, không một động cơ nhiệt nào có thể hoạt động có hiệu suất 100%, ($|Q_L|$ không thể bằng 0 trong phương trình 14-4) và rằng không một máy làm lạnh nào có thể có hiệu suất vô hạn ($|W|$ không thể bằng 0 trong phương trình 14-6). Nhưng định luật thứ hai lại không cho ta biết hiệu suất của một động cơ nhiệt hay của một máy làm lạnh có thể đạt giá trị lớn bao nhiêu. Mặc dù vậy, kinh nghiệm

của chúng ta mách bảo rằng các hiệu ứng ma sát và sự truyền nhiệt qua các chênh lệch nhiệt độ lớn có xu hướng làm giảm hiệu suất của các động cơ.

Các quá trình thuận nghịch và không thuận nghịch

Dòng nhiệt truyền từ vật thể ở nhiệt độ cao hơn sang vật thể có nhiệt độ thấp hơn là một ví dụ về quá trình không thuận nghịch. Không thuận nghịch theo nghĩa là quá trình đảo ngược, với trình tự các

sự kiện bị đảo ngược theo thời gian là không thể xảy ra được theo định luật thứ hai. Đây là một ví dụ về mối liên hệ giữa định luật thứ hai với chiều hay hướng của thời gian. Quá trình đảo ngược theo thời gian, dòng nhiệt tự phát truyền từ nhiệt độ thấp hơn sang nhiệt độ cao hơn, không thể xảy ra. Nhiệt có thể được truyền từ nhiệt độ thấp hơn sang nhiệt độ cao hơn chỉ khi tạo ra những sự thay đổi đáng kể trong sự bố trí thí nghiệm, chẳng hạn như cho vận hành một máy bơm nhiệt giữa hai vật thể.

Ta dùng ý tưởng này - những thay đổi quan trọng ở xung quanh để đảo ngược quá trình - để phân loại các quá trình thành thuận nghịch và không thuận nghịch.

Quá trình thuận nghịch đối với một hệ là quá trình có thể được đảo ngược bằng cách tạo ra chỉ các thay đổi vô cùng nhỏ ở xung quanh hệ.

Trong một quá trình thuận nghịch, nhiệt có thể được truyền với các chênh lệch nhiệt độ rất nhỏ và không có lực ma sát nào để có thể thực hiện công. Nhiệt được cung cấp một cách thuận nghịch bằng cách cho nó tiếp xúc với một bình chứa có nhiệt độ cao hơn nhiệt độ của hệ không đáng kể. Để đảo ngược sự truyền nhiệt, bình chứa phải có nhiệt độ thấp hơn nhiệt độ của hệ không đáng kể. Tương tự bằng cách tạo ra chỉ các thay đổi vô cùng nhỏ trong các ngoại lực tác dụng lên hệ, ta có thể đảo ngược mọi chuyển động đối với một quá trình thuận nghịch. Vì quá trình thuận nghịch là kết quả của những thay đổi vô cùng nhỏ ở xung quanh hệ, nên hệ đi qua một chuỗi các trạng thái cân bằng.

Nghĩa là *quá trình thuận nghịch là chuẩn tĩnh*.

Quá trình không thuận nghịch là một quá trình trong đó phải có những

thay đổi hữu hạn ở xung quanh hệ để làm đảo ngược quá trình.

Một quá trình là không thuận nghịch nếu có các lực ma sát thực hiện công hoặc nếu nhiệt được truyền qua một khoảng chênh lệch nhiệt độ hữu hạn. Ví dụ, quá trình dao động của con lắc đơn khi có ma sát, quá trình này là không thuận nghịch vì các lực ma sát có sinh công. Hoặc như quá trình truyền nhiệt qua một bức tường có chênh lệch nhiệt độ đáng kể cũng là không thuận nghịch vì nhiệt được truyền do có chênh lệch nhiệt độ hữu hạn.

Như đã nói trên đây, mọi quá trình thuận nghịch đều là chuẩn tĩnh. Mệnh đề đảo không còn đúng nữa. *Một quá trình có thể là chuẩn tĩnh nhưng không phải là thuận nghịch*. Cái chặn giấy có thể trượt trên một bề mặt nhám với tốc độ rất bé (chuẩn tĩnh) nhưng lực ma sát không thể bỏ qua được sẽ sinh công và quá trình là không thuận nghịch. Hoặc như nhiệt có thể được truyền với tốc độ rất bé (chuẩn tĩnh) qua một vách ngăn cách nhiệt, nhưng nếu có một chênh lệch nhiệt độ hữu hạn qua vách ngăn thì quá trình là không thuận nghịch.

Trong thực tế, mỗi quá trình **thực** đều là không thuận nghịch. Quá trình thuận nghịch chỉ là một sự lý tưởng hóa hữu ích, giống như ta nghĩ về hai mặt tiếp xúc không có ma sát, về Trái Đất đối xứng cầu hay một sợi dây không có khối lượng trong cơ học. Một quá trình riêng biệt có thể xem gần như là thuận nghịch chừng nào mà chỉ những thay đổi rất nhỏ ở xung quanh hệ đã đảo ngược được quá trình, các thay đổi càng nhỏ thì quá trình càng gần với quá trình thuận nghịch.

Chu trình Carnot

Theo định luật thứ hai, mỗi động cơ đều có hiệu suất nhỏ hơn 100%. Động cơ nào trong số này có hiệu suất lớn nhất ?

Câu hỏi có tính lí thuyết nhưng có tầm quan trọng thực tiễn này lần đầu tiên đã được Sadi Carnot (1796-1832) trả lời khi khảo sát một động cơ lí tưởng hoạt động theo một chu trình đặc biệt gọi là **chu trình Carnot**.

Chu trình Carnot đã được lí tưởng hoá ở chỗ nó là một **chu trình thuận nghịch**. Nó hoạt động như một động cơ, gồm bốn bước dưới đây :

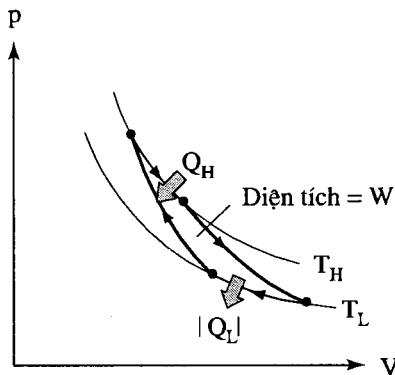
- 1 - Sự giãn nở đẳng nhiệt thuận nghịch ở T_H : Hệ nhận nhiệt Q_H từ nguồn nóng T_H .
- 2 - Quá trình giãn nở đoạn nhiệt thuận nghịch : Nhiệt độ của hệ giảm từ T_H đến T_L .
- 3 - Nén đẳng nhiệt thuận nghịch ở T_L : Hệ tỏa nhiệt $|Q_L|$ cho nguồn lạnh T_L .
- 4 - Quá trình nén đoạn nhiệt thuận nghịch để hoàn tất chu trình : Nhiệt độ của hệ tăng từ T_L trở lại T_H .

Chu trình động cơ Carnot được cho trên giản đồ p-V ở hình 14-5 đối với trường hợp khí lí tưởng được xem là chất sinh công. Năng lượng truyền được thể hiện bằng sơ đồ với công W bằng diện tích được bao quanh bởi chu trình.

Định lí Carnot. Động cơ Carnot là một trường hợp đặc biệt của loại động cơ nhiệt tổng quát hơn, được gọi là **động cơ thuận nghịch**, một chu trình hoàn toàn bao gồm các bước thuận nghịch. Động cơ thuận nghịch, bất kể là động cơ thuận nghịch nào đều là động cơ nhiệt hoạt động có hiệu quả nhất vận hành giữa hai bình chứa. Kết quả này được phát biểu trong **định lí Carnot** :

Tất cả mọi động cơ thuận nghịch vận hành giữa các nhiệt độ T_H và T_L đều có cùng hiệu suất và không một động cơ

nào vận hành giữa các nhiệt độ đó có thể có hiệu suất lớn hơn hiệu suất này.



Hình 14-5. Chu trình động cơ Carnot đối với khí lí tưởng.



Sadi Carnot (1796-1832). Kiệt tác của Carnot là cuốn "Réflexions sur la puissance motrice du feu" (Những suy nghĩ về lực phát động của lửa) xuất bản năm 1824. Trong cuốn sách này, Carnot đã thiết lập định luật thứ hai của nhiệt động lực học mà không biết đến định luật thứ nhất.

Định lí Carnot gồm hai kết luận :

- 1 - Hiệu suất của động cơ thuận nghịch vận hành giữa hai bình chứa không phụ thuộc vào bản chất của chất sinh công hay các chi tiết của máy. Tất cả các động cơ

thuận nghịch đều có cùng hiệu suất khi vận hành giữa hai nhiệt độ này.

2 - Hiệu suất của động cơ thuận nghịch là hiệu suất cực đại đối với các động cơ vận hành giữa hai nhiệt độ này. Hiệu suất của bất kì động cơ nào vận hành giữa hai bình chứa này phải nhỏ hơn hay bằng hiệu suất của động cơ thuận nghịch.

Đối với các mục đích của chúng ta, việc phân biệt giữa động cơ thuận nghịch tổng quát và động cơ Carnot là không quan trọng. Chúng ta sẽ dùng động cơ Carnot vì tính đơn giản của nó với tư cách là một loại đặc biệt của động cơ thuận nghịch.

14-4. HIỆU SUẤT CỦA CHU TRÌNH CARNOT

Xét n mol khí lí tưởng thực hiện chu trình Carnot giữa các bình chứa ở nhiệt độ T_H và T_L như hình 14-6. Đối với quá trình đẳng nhiệt nối các trạng thái a và b , độ biến thiên nội năng bằng 0 ($\Delta U = 0$ đối với khí lí tưởng vì $\Delta T = 0$). Từ định luật thứ nhất và phương trình trạng thái khí lí tưởng :

$$Q_H = W_{ab} = \int_a^b pdV \\ = \int_{V_a}^{V_b} \frac{nRT}{V} dV = nRT_H \ln \frac{V_b}{V_a}$$

Tương tự $|Q_L|$ được đánh giá đối với quá trình nén khí đẳng nhiệt từ c về d :

$$|Q_L| = nRT_L \ln \frac{V_c}{V_d}$$

Hiệu suất của chu trình được cho bởi phương trình (14-4), $\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$ hay :

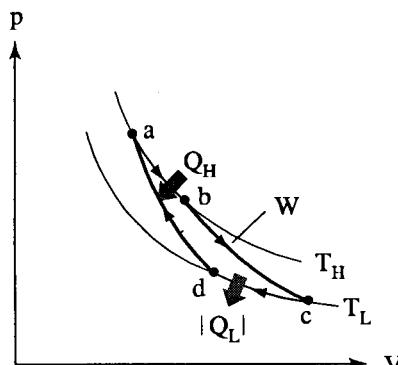
$$\eta = 1 - \frac{nRT_L \ln \frac{V_c}{V_d}}{nRT_H \ln \frac{V_b}{V_a}} \quad (14-8)$$

Kết quả này có thể được đơn giản hoá nhờ việc xét các thay đổi thể tích đối với các quá trình đoạn nhiệt trong chu trình. Đối

với khí lí tưởng, pV^γ là không đổi đối với quá trình đoạn nhiệt chuẩn tinh. Dùng phương trình $pV = nRT$, ta viết nó thành $pV^\gamma = pVV^{\gamma-1} = nRTV^{\gamma-1}$ sao cho $TV^{\gamma-1}$ cũng là một hằng số. Như vậy $T_H V_b^{\gamma-1} = T_L V_c^{\gamma-1}$ đối với quá trình giãn nở đoạn nhiệt và $T_H V_a^{\gamma-1} = T_L V_d^{\gamma-1}$ đối với quá trình nén đoạn nhiệt. Chia phương trình đầu cho phương trình thứ hai, ta được

$$\frac{\left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\gamma-1}}{\left(\frac{V_c}{V_d}\right)^{\gamma-1}}, \text{hay :}$$

$$\frac{V_b}{V_a} = \frac{V_c}{V_d}.$$



Hình 14-6. Khí lí tưởng thực hiện chu trình Carnot giữa hai bình chứa T_H và T_L

Khi đó hiệu suất của chu trình Carnot vận hành giữa T_H và T_L là :

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad (14-9)$$

Hiệu suất của động cơ nhiệt này (khí lí tưởng vận hành trong chu trình Carnot) chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ của khí lí tưởng trong các bình chứa. Theo định lí Carnot, hiệu suất là giống nhau đối với tất cả các động cơ thuận nghịch vận hành giữa các bình chứa này. So sánh với định nghĩa hiệu suất (phương trình 14-4) ta suy ra :

$$\frac{T_H}{T_L} = \left| \frac{Q_H}{Q_L} \right| \quad (14-10)$$

Phương trình (14-10) có ý nghĩa là tỉ số các nhiệt độ của hai hệ bằng tỉ số giữa các lượng trao đổi nhiệt của tất cả các động cơ thuận nghịch vận hành giữa hai hệ này.

Đánh giá các hiệu suất

Theo phương trình (14-9), hiệu suất của động cơ Carnot (động cơ thuận nghịch) vận hành giữa hai nguồn nhiệt chỉ phụ thuộc vào các nhiệt độ, $\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H}$. Hiệu

suất của động cơ thực không thể lớn hơn hiệu suất Carnot này. Như vậy, giới hạn trên của hiệu suất cho một động cơ thực được thiết lập bởi các nhiệt độ của hai bình chứa. Có một vấn đề thực tế là

VÍ DỤ 14-4

Hiệu suất của nhà máy chạy bằng hơi nước. Đánh giá hiệu suất của một chu trình được dùng trong một động cơ hơi nước hiện đại. Hơi nước lên tới nhiệt độ 550°C trong nồi hơi và nước ở bình ngưng giảm xuống còn 60°C .

Giải. Hiệu suất của một động cơ hơi nước không thể lớn hơn hiệu suất của chu trình Carnot vận hành giữa nhiệt độ cao nhất và thấp nhất có thể có được. Nhiệt độ trong

động cơ thực sẽ có hiệu suất thấp hơn vì những mất mát, chẳng hạn như các mất mát do các hiệu ứng ma sát gây ra.

$$\text{Hiệu suất của động cơ Carnot, } \eta = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

cho thấy lợi thế của việc bổ sung nhiệt cho chu trình từ bình chứa ở nhiệt độ rất cao và xả nhiệt vào bình chứa ở nhiệt độ rất thấp. Động cơ Carnot đạt được hiệu suất lớn hơn bằng cách giảm T_L xuống và tăng T_H lên. Như vậy, “chất lượng nhiệt” lấy ở bình nhiệt độ cao tốt hơn “chất lượng nhiệt” lấy ở bình nhiệt độ thấp.

Ta có thể phân tích tương tự hiệu suất của máy làm lạnh hay máy bơm nhiệt. Hiệu suất của một máy làm lạnh thực không thể vượt quá hiệu suất của chu trình Carnot vận hành như một máy làm lạnh giữa hai nhiệt độ của hai nguồn nóng, lạnh. Đối với chu trình Carnot, hiệu suất bằng :

$$K = \frac{Q_L}{|W|} = \frac{Q_L}{|Q_H| - Q_L} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

Hiệu suất của một máy làm lạnh thực điển hình, nhỏ hơn nhiều so với hiệu suất của chu trình Carnot. Tương tự hiệu suất của một máy bơm nhiệt vận hành theo chu trình Carnot là :

$$K' = \frac{|Q_H|}{|W|} = \frac{T_H}{T_H - T_L}$$

phương trình (14-9) biểu thị theo thang Kelvin, như vậy $T_H = 273K + 550^{\circ}C = 823K$ và $T_L = 333K$. Hiệu suất Carnot bằng :

$$\eta = 1 - \frac{333K}{823K} \approx 60\%$$

Hiệu suất của một chu trình thực không thể vượt quá 60%. Thường thì chu trình thực có hiệu suất quãng từ 35 đến 45%, tùy thuộc vào các chi tiết máy. Vì không phải tất cả năng lượng lấy từ nhiên liệu bị đốt đều được cung cấp cho chu trình nên hiệu suất chung bị giới hạn ở mức 40% là cùng.

Bài tự kiểm tra 14-3

OTEC là từ viết tắt của cụm từ chuyển đổi nhiệt năng đại dương (Ocean thermal energy conversion). Ý tưởng của việc chuyển đổi này là dùng lợi thế của chênh lệch nhiệt độ bề mặt (khoảng $25^{\circ}C$) và lớp nước sâu 100m (khoảng $10^{\circ}C$) ở các đại dương trên vùng xích đạo để vận hành động cơ giữa các "bình chứa nhiệt" này. Tính hiệu suất Carnot của một động cơ như thế.

Đáp số : 0,05.

VÍ DỤ 14-5

Nhu cầu điện năng cho một máy bơm nhiệt. Đánh giá nhu cầu điện năng cho một máy bơm nhiệt được dùng để cung cấp $3.10^4 \text{Btu/h} = 9\text{kW}$ cho một ngôi nhà ở vùng khí hậu ôn hoà. Để trao đổi nhiệt giữa ngoài và trong có hiệu quả, giả sử chất lưu sinh công có các nhiệt độ cực trị là $-23^{\circ}C$ và $47^{\circ}C$.

Giải. Bơm nhiệt Carnot vận hành giữa các cực trị nhiệt độ này sẽ có hiệu suất bằng :

$$K' = \frac{|Q_H|}{|W|} = \frac{T_H}{T_H - T_L} = \frac{320K}{70K} = 4,6$$

Vì tỉ số giữa các tốc độ truyền năng lượng theo thời gian cũng chính là tỉ số giữa các năng lượng truyền đổi với một chu trình nên ta viết (P chỉ điện năng cung cấp cho chu trình) :

$$K' = \frac{9\text{kW}}{P}$$

hay :

$$P = \frac{9\text{kW}}{K'} = \frac{9\text{kW}}{4,6} = 2\text{kW}.$$

Một máy bơm nhiệt thực với công suất lối vào này sẽ xả nhiệt vào bên trong với tốc độ thấp hơn tốc độ ấn định, và hiệu suất của nó sẽ nhỏ hơn 4,6.

Bài tự kiểm tra 14-4

Dùng các máy bơm nhiệt thực để sưởi nhà ở các vùng có mùa đông khắc nghiệt là cách không được kinh tế lắm. Giải thích tại sao ?

Đáp số : Hiệu suất của máy bơm nhiệt Carnot là $K' =$

$$\frac{T_H}{T_H - T_L}$$

Ở các vùng có mùa đông khắc nghiệt $T_H - T_L$ lớn hơn rất nhiều so với các vùng có mùa đông lạnh vừa cho nên K' thấp hơn và máy bơm nhiệt ít kinh tế hơn.

14-5. ENTRÔPI

Định luật thứ hai của nhiệt động lực học đã được phát biểu theo cách mô tả các thiết bị thực tiễn như các động cơ nhiệt hay các máy làm lạnh. Có một cách phát biểu định luật thứ hai mà không cần phải nhắc đến một loại thiết bị hay quá trình thực tiễn riêng biệt nào. Cách phát biểu này thông qua một đại lượng trừu tượng hơn, đó là **entrôpi** của hệ. Chúng ta sẽ định nghĩa entrôpi ở mục này và cho thấy cách tính toán các thay đổi về entrôpi của hệ. Ở mục sau sẽ xem xét mối liên hệ giữa entrôpi, tính thuận nghịch và định luật thứ hai của nhiệt động lực học.

Entrôpi với tư cách là một biến trạng thái

Nhớ lại rằng hệ ở trạng thái cân bằng có thể được đặc trưng bởi giá trị của các biến trạng thái. Một số biến trạng thái mà ta đã gặp là các biến được biểu diễn bằng các ký hiệu quen thuộc p , V , T , n , U . Độ biến thiên của biến trạng thái đối với một chu trình như chu trình được biểu diễn bằng một đường khép kín ở hình 14-7 là bằng 0, vì hệ trở về trạng thái ban đầu của nó trong chu trình. Như vậy :

$$\Delta U = 0 \text{ (đối với mọi chu trình)} \quad (14-11)$$

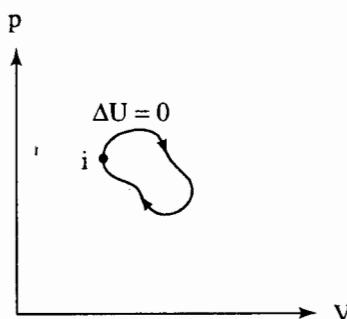
Kết quả này được suy ra từ sự kiện nội năng U là một biến trạng thái. Đối với

mọi biến trạng thái của một chu trình cũng có thể có các hệ thức tương ứng. Chúng ta có thể viết :

$$\Delta p = 0 ; \Delta T = 0 ; \Delta V = 0 \text{ (đối với mọi chu trình)}$$

Ngược lại các đóng góp của nhiệt và công đối với một chu trình (như động cơ nhiệt chẳng hạn) nói chung là không bằng 0 :

$$Q \neq 0 ; W \neq 0 \text{ (đối với mọi chu trình)}$$



Hình 14-7. Độ biến thiên của một biến trạng thái, như nội năng chẳng hạn, là bằng 0 đối với mọi chu trình.

Nếu một đại lượng thoả mãn hệ thức có dạng phương trình (14-11) đối với mọi chu trình thì đại lượng này là một biến trạng thái của hệ.

Bây giờ ta đưa vào một biến trạng thái mới, entrôpi của hệ. Giả sử rằng hệ ở nhiệt độ T thực hiện một quá trình vô cùng bé (vi phân), ở đó lượng nhiệt dQ được truyền một cách thuận nghịch cho hệ.

Entrôpi là một biến trạng thái mà độ biến thiên dS của nó được cho bởi lượng nhiệt dQ (được truyền một cách thuận nghịch) chia cho nhiệt độ T ở đó lượng nhiệt này được truyền.

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad (14-12)$$

Dạng tích phân của phương trình (14-12) xác định **hiệu entrôpi** giữa hai trạng thái 1 và 2 của hệ :

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} \quad (14-13)$$

Ở đây tích phân được đánh giá đối với **quá trình thuận nghịch** nối hai trạng thái của hệ. Entrôpi có thứ nguyên của năng lượng chia cho nhiệt độ và đơn vị trong hệ SI là jun chia Kelvin (J/K).

Chú ý rằng hiệu hay độ biến thiên của entrôpi được xác định nhờ dùng một quá trình thuận nghịch để nối hai trạng thái. Một quá trình không thuận nghịch không thể được dùng để áp dụng định nghĩa này. Đối với các quá trình được biểu diễn trên giản đồ p-V, mọi đường đi nối các trạng

thái đầu và cuối đều có thể được sử dụng. Với định nghĩa trên ta có thể chứng minh rằng entrôpi của một hệ là một biến trạng thái bằng cách chứng tỏ rằng :

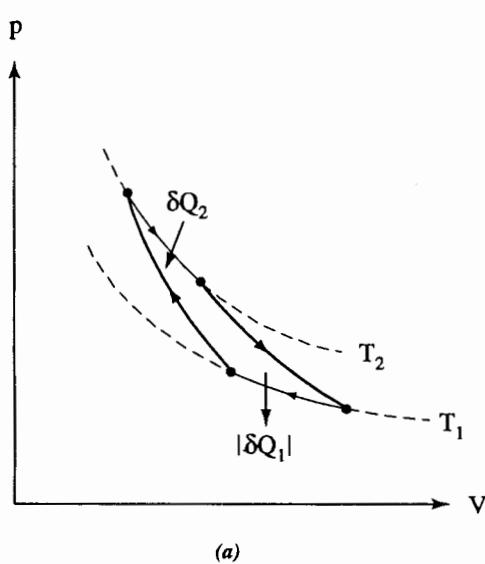
$$\Delta S = 0 \text{ (đối với mọi chu trình)}$$

Thật vậy trước hết ta xét chu trình Carnot vận hành như một động cơ nhiệt giữa các nhiệt độ T_1 và T_2 như diễn tả bằng sơ đồ trên giản đồ p-V ở hình 14-8a. Lượng nhiệt δQ_2 được cung cấp cho hệ ở nhiệt độ T_2 và lượng nhiệt $|\delta Q_1|$ được xả ở T_1 . Từ phương trình (14-10), ta có :

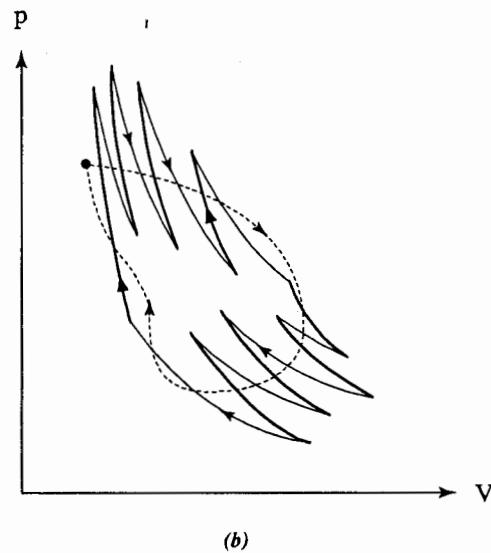
$$\left| \frac{\delta Q_2}{\delta Q_1} \right| = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{hay} \quad \frac{\delta Q_2}{T_2} = \frac{|\delta Q_1|}{T_1}$$

Vì chu trình vận hành như một động cơ, δQ_2 là dương và δQ_1 là âm ($\delta Q_1 = -|\delta Q_1|$). Kết quả này có thể được biểu thị một cách tổng quát hơn mà không cần dùng các dấu trị tuyệt đối như sau :

$$\frac{\delta Q_2}{T_2} + \frac{\delta Q_1}{T_1} = 0 \quad (14-14)$$



(a)



(b)

Hình 14-8. (a) Chu trình Carnot vận hành giữa T_1 và T_2 , và $\frac{T_2}{T_1} = \left| \frac{\delta Q_2}{\delta Q_1} \right|$. (b) Chu trình thuận nghịch được lấy xấp xỉ bằng một tập hợp các chu trình Carnot.

Nghĩa là đối với bất kì chu trình Carnot nào, tổng của đại lượng $\frac{\delta Q}{T}$ bằng 0, ở đó

δQ là phần nhiệt được thêm vào một cách thuận nghịch ở nhiệt độ T .

Chú ý rằng phương trình (14-14) cho ta tính độ biến thiên entrôpi đối với chu trình Carnot này. Độ biến thiên entrôpi đối với quá trình đẳng nhiệt thuận nghịch ở T_2 là $\frac{\delta Q_2}{T_2}$ và là $\frac{\delta Q_1}{T_1}$ đối với quá trình đẳng

nhiệt thuận nghịch ở T_1 . Không có một đóng góp nào đối với quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch vì $\delta Q = 0$ đối với mỗi quá trình này. Như vậy, đối với mọi chu trình Carnot :

$$\Delta S = 0$$

Bây giờ ta khảo sát chu trình **thuận nghịch tổng quát** trên hình 14-8b. Chu trình có thể được lấy xấp xỉ bằng một tập hợp các quá trình đoạn nhiệt và đẳng nhiệt thuận nghịch được gộp cùng với nhau để tạo ra một số lớn các chu trình Carnot như đã được thể hiện bằng sơ đồ trên hình vẽ. Vì phương trình (14-14) vẫn đúng đối với mỗi một trong các chu trình Carnot xấp xỉ chu trình thực tế, ta có thể viết :

$$\sum \frac{\delta Q}{T} = 0.$$

Tổng lấy theo toàn bộ hệ các chu trình Carnot được dùng để lấy xấp xỉ chu trình thực tế. Trong giới hạn số các chu trình

Carnot lấy xấp xỉ tiến đến vô hạn, kết quả trở nên chính xác và :

$$\Delta S = 0 \text{ (đối với mọi chu trình)}$$

Vì độ biến thiên của entrôpi của hệ đối với một chu trình bằng 0 nên entrôpi là một biến trạng thái.

Đánh giá độ biến thiên entrôpi

Khi một hệ thực hiện một quá trình, độ biến thiên của entrôpi của hệ chỉ phụ thuộc vào các trạng thái đầu và cuối. Quá trình thực tế có thể là thuận nghịch hay không thuận nghịch, nó có thể là chuẩn tĩnh hay có tính bùng nổ. Song điều *chính yếu* là dùng quá trình thuận nghịch để đánh giá độ biến thiên của entrôpi bằng phương trình (14-13). Chúng ta thường nghĩ ra hay tưởng tượng ra một quá trình thuận nghịch nào đó nối các trạng thái đầu và cuối cho trước của hệ. Tích phân trong phương trình (14-13) được đánh giá đối với quá trình thuận nghịch này. Đáp số tức là hiệu (chênh lệch) entrôpi của hai trạng thái là như nhau bất kể quá trình nào đã thực sự xảy ra. *Điều duy nhất quan trọng đối với tính toán là chúng ta phải dùng một quá trình thuận nghịch.*

Bây giờ ta xét một vài ví dụ tính độ biến thiên entrôpi trong một hệ đối với các trạng thái đầu và cuối được nối với nhau bằng một quá trình thực không thuận nghịch. Trong mỗi trường hợp, ta nghĩ ra một quá trình thuận nghịch nối các trạng thái này để đánh giá độ biến thiên về entrôpi.

VÍ DỤ 14-6

Thay đổi pha. Một cục nước đá nặng 0,120kg ở 0°C được đặt vào nước lỏng có cùng nhiệt độ. Hệ được đặt trong môi trường xung quanh ở nhiệt độ phòng và bị khuấy sao cho nhiệt độ vẫn được giữ ở 0°C khi nước đá tan. Xác định hiệu entrôpi giữa 0,120kg nước đá ở $0,0^\circ\text{C}$ và 0,120kg nước lỏng ở $0,0^\circ\text{C}$.

Giải. Nhiệt và công được truyền không thuận nghịch trong một quá trình thực tế. Nhưng để tìm hiệu entrôpi của hai trạng thái này, ta nghĩ ra một quá trình thuận nghịch đơn giản làm nóng chảy nước đá. Dùng một bình chứa mà nhiệt độ của nó cao hơn nhiệt độ của nước đá một lượng không đáng kể, ta cung cấp nhiệt cho nước đá một cách thuận nghịch ở điểm nóng chảy chuẩn (273K). Phần nhiệt được thêm vào được xác định từ nhiệt nóng chảy, $L_f = 0,335\text{MJ/kg}$ được lấy từ bảng 13-2 :

$$Q = mL_f = (0,120\text{kg})(0,335\text{MJ/kg}) = 40,2\text{kJ}.$$

Đối với quá trình thuận nghịch này, tích phân ở phương trình (14-13) có thể được tính dễ dàng vì nhiệt độ được giữ cố định :

$$\Delta S = S_{\text{chất lỏng}} - S_{\text{chất rắn}} = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 dQ = \frac{Q}{T} = \frac{40,2\text{kJ}}{273\text{K}} \approx 147\text{J/K}.$$

Bài tự kiểm tra 14-5

Entrôpi thay đổi bao nhiêu khi 1,0l nước lỏng ở 0,0°C đông đặc thành nước đá ở 0,0°C.

Đáp số : -1,2kJ/K.

VÍ DỤ 14-7

Thay đổi nhiệt độ. Xác định độ biến thiên entrôpi của 1,0kg H₂O được đưa từ 10°C lên 95°C ở áp suất khí quyển trên một bếp lò.

Giải. Để nâng nhiệt độ của hệ một cách thuận nghịch, ta phải dùng một chuỗi các bình chứa nhiệt mà mỗi bình ở nhiệt độ cao hơn nhiệt độ hiện thời của nước một lượng không đáng kể. Nếu c_p là nhiệt dung (không đổi) của nước, khi đó $dQ = mc_pdT$ là lượng nhiệt được thêm vào để thay đổi nhiệt độ một lượng dT . Dùng phương trình (14-13), ta có :

$$\begin{aligned}\Delta S &= \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mc_p dT}{T} = mc_p \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = mc_p \ln \frac{T_2}{T_1} \\ &= (1,0\text{kg})(4,2\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}) \left(\ln \frac{368\text{K}}{283\text{K}} \right) \\ &\approx 1100\text{J/K}.\end{aligned}$$

Bài tự kiểm tra 14-6

Entrôpi của một khối đồng nặng 0,20kg thay đổi bao nhiêu khi nhiệt độ của nó được tăng từ 10°C lên 20°C ?

Đáp số : 2,7J/K.

VÍ DỤ 14-8

Thay đổi thể tích. Ở mục 12-5 ta đã áp dụng định luật thứ nhất cho quá trình giãn nở tự do. Trong quá trình đó chất khí bị nhốt ở một phía của một bình có hai phần được cách nhiệt và được giãn nở một cách tự do khi vách ngăn bị vỡ. Ta nghĩ ra một quá trình thuận nghịch để đưa n mol khí lí tưởng từ trạng thái được xác định bởi (V_1, T) tới trạng thái được xác định bởi (V_2, T) . Vì các trạng thái đầu và cuối đều có cùng nhiệt độ, ta dùng quá trình giãn nở đẳng nhiệt thuận nghịch từ V_1 đến V_2 . Từ định luật thứ nhất ta thấy lượng nhiệt được cung cấp trong một bước vô cùng bé là :

$$dQ = dU + dW = 0 + pdV = pdV$$

Ở đây $dU = 0$ đối với khí lí tưởng vì $dT = 0$. Dùng phương trình trạng thái khí lí tưởng $pV = nRT$, ta có :

$$\frac{dQ}{T} = \frac{pdV}{T} = \frac{nRT}{V} \frac{dV}{T} = \frac{nRdV}{V}$$

Từ phương trình (14-13) :

$$\Delta S = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRdV}{V} = nR \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nR \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Vì thể tích tăng trong quá trình giãn nở tự do, loga là dương và trạng thái cuối có entrôpi lớn hơn entrôpi của trạng thái đầu. Nghĩa là entrôpi tăng trong quá trình giãn nở tự do.

Bài tự kiểm tra 14-7

Một mẫu $0,15\text{mol}$ khí neon, mới đầu ở trạng thái cân bằng tại $T = 280\text{K}$ có thể tích $3,5\text{l}$ đột ngột bị tăng nhanh thể tích lên $7,0\text{l}$. Dần dần chất khí tới trạng thái cân bằng ở $T = 280\text{K}$ với thể tích mới. Entrôpi thay đổi bao nhiêu giữa hai trạng thái cân bằng này ? Giả sử chất khí có thể được xem như là khí lí tưởng.

Đáp số : $0,86\text{J/K}$.

VÍ DỤ 14-9

Entrôpi của một hỗn hợp. Entrôpi là một đại lượng có tính cộng được theo ý nghĩa là độ biến thiên entrôpi của hệ bằng tổng các độ biến thiên entrôpi của các hệ con của nó. Xét một hệ nước bao gồm hai phần $0,30\text{kg}$ ban đầu ở 90°C và phần kia là $0,70\text{kg}$ ban đầu ở 10°C . Giả sử hai phần này được pha lẩn vào nhau trong một bình chứa cách nhiệt và di đến trạng thái cân bằng (quá trình không thuận nghịch). Hãy xác định độ biến thiên entrôpi của hệ $1,0\text{kg}$ nước này.

Giải. Nhiệt độ cân bằng cuối cùng T_f của hệ tìm được bằng cách đòi hỏi rằng phần nhiệt được lấy ra khi hạ nhiệt độ của phần nước nóng phải bằng phần nhiệt được thêm vào khi nâng nhiệt độ của phần nước mát hơn. Như vậy

$$(0,30\text{kg})c_p(90^\circ\text{C} - T_f) = (0,70\text{kg})c_p(T_f - 10^\circ\text{C})$$

Nhiệt độ cuối cùng $T_f = 34^\circ\text{C} = 307\text{K}$. Ta tính riêng rẽ độ biến thiên entrôpi của mỗi hệ con bằng cách cho thay đổi nhiệt độ của nó một cách thuận nghịch tới giá trị T_f . Đối với phần nước nóng hơn mà ta gọi là hệ con 1 :

$$\begin{aligned}\Delta S_1 &= \int_l^f \frac{dQ}{T} = m_1 c_p \int_{T_l}^{T_f} \frac{dT}{T} = m_1 c_p \ln \frac{T_f}{T_l} \\ &= (0,30\text{kg})(4,2\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}) \left(\ln \frac{307\text{K}}{363\text{K}} \right) = -210\text{J/K}.\end{aligned}$$

Entrôpi của phần nước nóng hơn giảm khi nó nguội đi. Entrôpi của phần nước mát hơn tăng lên theo cách tính tương tự :

$$\begin{aligned}\Delta S_2 &= (0,70\text{kg})(4,2\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}) \left(\ln \frac{307\text{K}}{283\text{K}} \right) \\ &= 240\text{J/K}.\end{aligned}$$

Độ biến thiên entrôpi của hệ là tổng của hai đóng góp này :

$$\begin{aligned}\Delta S &= \Delta S_1 + \Delta S_2 = -210\text{J/K} + 240\text{J/K} \\ &= 30\text{J/K}.\end{aligned}$$

Chú ý rằng entrôpi của hệ tăng lên. Kết quả này nói chung là hợp lí đối với một quá trình hỗn hợp. Trong khi entrôpi của phần này của hệ có thể giảm thì entrôpi của phần khác của hệ lại tăng lên với một lượng lớn hơn.

Bài tự kiểm tra 14-8

Hai mẫu nước cùng có khối lượng 0,5kg được trộn với nhau trong một bình cách nhiệt tốt. Một trong hai mẫu mới đầu ở 290K còn mẫu kia ở 310K sao cho hỗn hợp đi tới trạng thái cân bằng ở 300K. (a) Độ biến thiên entrôpi của hệ do hoà trộn hai mẫu nước bằng bao nhiêu ? (b) Giải thích xem vì sao độ biến thiên entrôpi này lại không bằng 0.

Đáp số : (a) 2,3mJ/K. (b) Độ biến thiên entrôpi của môi trường xung quanh là bằng 0 vì bình chứa được cách nhiệt tốt. Nhưng quá trình là không thuận nghịch cho nên độ biến thiên entrôpi của hệ phải tăng lên.

14-6. ENTRÔPI VÀ ĐỊNH LUẬT THỨ HAI

Entrôpi là gì? Giá trị về mặt khái niệm của nó trong việc nâng cao hiểu biết của chúng ta về nhiệt động lực học là gì? Trong chừng mực nào đó, những câu hỏi này đã nảy sinh từ lúc đánh giá những thay đổi của entrôpi như ta đã làm ở một vài ví dụ trong mục trước. Từ ví dụ 14-9 ta có thể thấy rằng, không giống như năng lượng, entrôpi của một hệ cô lập không nhất thiết phải bảo toàn. Entrôpi của phần này của hệ được mô tả trong ví dụ đó giảm xuống trong khi entrôpi của phần khác lại tăng một lượng lớn hơn, entrôpi của hệ cô lập tăng. Ta hãy tổng quát hoá điều này.

Bất kì một quá trình nào cũng có thể được mô tả theo các thay đổi trong hệ mà ta quan tâm và những thay đổi ở xung quanh hệ này. Hệ của chúng ta và phần có liên quan của xung quanh làm thành một **hệ cô lập** lớn hơn mà ta gọi là **vũ trụ**. Hãy khảo sát những thay đổi về entrôpi diễn ra đối với một quá trình. Ta kí hiệu phần thay đổi về entrôpi của hệ đang xét là $\Delta S_{\text{hệ}}$ và phần thay đổi về entrôpi của xung quanh hệ là ΔS_{xq} . Tổng của các thay đổi này là độ biến thiên entrôpi của vũ trụ $\Delta S_{\text{vũ trụ}}$:

$$\Delta S_{\text{vũ trụ}} = \Delta S_{\text{hệ}} + \Delta S_{\text{xq}}$$

Trong mỗi tính toán, ta đều thấy rằng entrôpi của vũ trụ hoặc tăng lên hoặc giữ nguyên không đổi. Entrôpi của vũ trụ không bao giờ giảm. Kết quả này cũng phù hợp với một cách phát biểu khác của định luật thứ hai của nhiệt động lực học.

Đối với mọi quá trình, entrôpi của vũ trụ hoặc tăng lên (nếu quá trình là không thuận nghịch) hoặc giữ nguyên

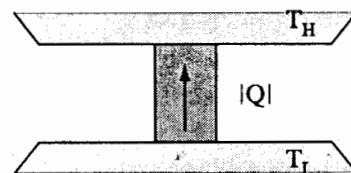
không đổi (nếu quá trình là thuận nghịch).

Dưới dạng phương trình: $\Delta S_{\text{vũ trụ}} \geq 0$

Vì được biểu thị theo entrôpi, chúng ta gọi đó là **cách phát biểu theo entrôpi** của định luật thứ hai. Nhớ lại rằng quá trình thuận nghịch là một sự lí tưởng hoá, tất cả các quá trình thực đều là không thuận nghịch. Đối với bất kì quá trình thực nào, entrôpi của vũ trụ đều tăng.

Quá trình mà trong đó entrôpi của vũ trụ giảm là một quá trình không thể có được theo cách phát biểu này. Chẳng hạn hãy xét dòng nhiệt tự phát $|Q|$ từ nhiệt độ thấp hơn T_L sang nhiệt độ cao hơn T_H như hình 14-9. Đây là một quá trình không thể có được vì nó vi phạm cách phát biểu Clausius của định luật thứ hai. Nếu nó có thể xảy ra thì các độ biến thiên entrôpi, ΔS_L và ΔS_H của các bình chứa nhiệt độ thấp và nhiệt độ cao sẽ phải là:

$$\Delta S_L = \frac{-|Q|}{T_L} \quad \Delta S_H = \frac{|Q|}{T_H}$$



Hình 14-9. Dòng nhiệt tự phát truyền từ nhiệt độ thấp hơn sang nhiệt độ cao hơn không xảy ra. Entrôpi của vũ trụ mà giảm sẽ vi phạm định luật thứ hai.

Độ biến thiên entrôpi của vũ trụ là tổng của hai lượng này:

$$\Delta S_{vũ trụ} = \frac{-|Q|}{T_L} + \frac{|Q|}{T_H} = -|Q| \left(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_H} \right)$$

Lượng nằm trong dấu ngoặc là dương vì $T_L < T_H$ và độ biến thiên entrôpi của vũ trụ phải là âm. Như vậy dòng nhiệt tự phát truyền từ nhiệt độ thấp sang nhiệt độ cao cũng vi phạm cách phát biểu theo entrôpi của định luật thứ hai.

Truyền nhiệt tự phát từ nhiệt độ cao hơn xuống nhiệt độ thấp hơn không vi phạm định luật thứ hai. Bằng một phép tính giống như đã làm trên đây, bạn có thể chứng tỏ rằng entrôpi của vũ trụ tăng đối với quá trình bình thường diễn ra này. Như vậy định luật thứ hai cho phép dòng nhiệt tự phát truyền từ nhiệt độ cao hơn xuống nhiệt độ thấp hơn nhưng lại ngăn cấm quá trình ngược lại vì dòng nhiệt là không thuận nghịch.

Định luật thứ hai hay sự tăng entrôpi của vũ trụ đã giải thích được bản chất một chiều của các quá trình vĩ mô. “Mùi tên thời gian” có chiều hay có hướng tương ứng với entrôpi tăng. Nghĩa là chuỗi các sự kiện luôn luôn hướng tới các trạng thái của vũ trụ có entrôpi bằng hay lớn hơn.

Entrôpi và định luật thứ hai cũng có thể được giải thích ở mức **vi mô**. Ở đó người ta mô tả theo ngôn ngữ thống kê. Thay vì nói một quá trình cá biệt bị cấm, ta nói quá trình là có xác suất xảy ra rất thấp. Chẳng hạn xác suất gần như bằng 0 để tất cả các phân tử khí nằm dồn vào một phần của bình chứa. Sau khi sự giãn nở khí tự do (không thuận nghịch) trong ví dụ 14-8 xảy ra, thì **gần như chắc chắn không thể có** việc chất khí sẽ quay trở lại trạng thái ban đầu một cách tự phát với tất cả các phân tử lại chỉ chiếm có một phía của bình.

Entrôpi tăng có thể được giải thích ở mức vi mô như là ứng với sự thay đổi từ tình huống có cấu hình **trật tự hơn** sang tình huống có cấu hình **ít trật tự hơn**. Nghĩa là các quá trình tự nhiên dẫn đến các trạng thái hỗn độn hơn của vũ trụ. Thường thì có thể dễ dàng quyết định được cấu hình nào trong hai cấu hình là hỗn độn hơn. Ví dụ pha lỏng của một chất với các phân tử chuyển động hỗn loạn thường là hỗn độn hơn pha rắn với các phân tử được sắp đặt trên một mạng (ví dụ 14-6). Chất khí giam trong một thể tích nhỏ hơn sẽ trở nên hỗn độn hơn nếu nó giãn nở tự do vào một thể tích lớn hơn (ví dụ 14-8). Một hệ cô lập có các phần ở những nhiệt độ khác nhau thì trật tự hơn hệ này khi tất cả các phần đã trở nên có cùng nhiệt độ (ví dụ 14-9). Trong ví dụ cuối này một động cơ nhiệt có thể được cho chạy giữa các phân có các nhiệt độ khác nhau, nhưng không thể chạy được giữa các phân có cùng nhiệt độ.

Các khảo sát loại này có thể dẫn đến sự suy đoán về ngày tận số của vũ trụ. Trong mỗi quá trình tự nhiên (không thuận nghịch), entrôpi của vũ trụ đều tăng lên. Vũ trụ tiến hoá từ trạng thái trật tự cao hơn sang các trạng thái hỗn độn hơn. Cái gọi là sự chết nhiệt của vũ trụ sẽ ứng với trạng thái entrôpi cực đại có nhiệt độ và kết cấu đồng đều, ở đó không có cơ hội nào để thực hiện công. Ở cấp độ vũ trụ học thấp hơn ta có thể hiểu được (có thể là không hoàn hảo) quá trình già đi, dòng nhiệt tự phát, sự hư hỏng không tránh khỏi của bất kì loại máy nào cũng như mọi máy móc đều không có khả năng tự sửa chữa một cách tự phát.

Bài đọc thêm

CON QUÝ CỦA MAXWELL

Sự hiểu biết của chúng ta về một khái niệm tinh tế thường có thể được mài sắc bén hơn bằng cách xây dựng hay xem xét một nghịch lí. Định luật thứ hai của nhiệt động lực học là một khái niệm khá tinh tế nên có nhiều cơ hội để hoàn thiện sự hiểu biết về nó. Nghịch lí thường được phát biểu theo cách đùa cợt, có thể dùng cả các tranh biếm họa, kể về các con vật hay một cái gì đại loại như thế. Trong một nghịch lí nổi tiếng được mô tả dưới đây nhân vật chính là "con quý của Maxwell".

James Clerk Maxwell là người đưa vào phần lớn các ý tưởng về xác suất mà chúng ta đã dùng ở chương trước để mô tả hệ ở mức phân tử. Trong khi tìm cách làm cho việc sử dụng các phương pháp thống kê được tôn trọng hơn, Maxwell đã nhận thấy tính thực tiễn của nó khi nói rằng : "Ngành toán này vốn thường được xem là chỉ giúp cho trò đánh bạc, xóc đĩa và cá cược, vậy là rất vô đạo đức nhưng lại là "ngành toán học duy nhất cho những người thực tiễn", mà chúng ta cần phải là những người như thế".

Maxwell đã góp phần phát triển chiếc cầu nối hiểu biết giữa các mặt vĩ mô và vi mô của định luật thứ hai của nhiệt động lực học. Ở mức vĩ mô, định luật thứ hai xử lí tính không thuận nghịch bằng cách dùng các thuật ngữ như "nhiệt", "các chênh lệch nhiệt độ" và "ma sát". Trái lại, ở mức vi mô định luật thứ hai lại được diễn đạt bằng các thuật ngữ thống kê. Ở đó tính không thuận nghịch được xem như hậu quả có thể có của gần như nhiều vô số các quá trình ngẫu nhiên có liên quan tới rất nhiều phân tử.

Ta hãy xét tình huống đơn giản dưới đây : Một bình cách nhiệt có hai buồng

giống hệt nhau được tách ra bằng một vách ngăn cố định. Các mẫu khí giống hệt nhau chiếm hai buồng và mỗi một chúng ở trạng thái cân bằng tại nhiệt độ T . Không một công nào được thực hiện ở mỗi phần của hệ và cũng không có một lượng nhiệt nào được cung cấp cho hệ. Theo định luật thứ hai của nhiệt động lực học, giữa hai buồng khí không có một chênh lệch nhiệt độ nào có thể xuất hiện một cách tự phát. Nói cách khác, entrôpi của hệ có lập gồm hai buồng khí không thể giảm.

Maxwell, trong bản văn **Lí thuyết về nhiệt** đã đưa vào một nghịch lí cùng với một sinh vật nhỏ xíu mà sau này được biết đến như là con quý của Maxwell. Con quý được đặt ở vách ngăn phân cách hai khối khí nói ở trên. Một cửa lật nhỏ được đặt khít vào vách ngăn và có thể mở hay đóng nó bằng một công nhỏ không đáng kể. Con quý có thể xác định được tốc độ phân tử khi tới gần cửa lật và khả năng phản xạ nhanh cho phép nó mở và đóng cửa lật một cách có chọn lọc, cho phép các phân tử bay nhanh hơn đi qua cửa lật từ buồng bên trái sang buồng bên phải, còn các phân tử bay chậm hơn thì cho đi qua theo chiều ngược lại. Kết quả là không phải sản ra bất kì một công nào mà làm xuất hiện một chênh lệch nhiệt độ giữa hai buồng khí và entrôpi của hệ hai buồng khí giảm xuống. Như vậy con quý của Maxwell đã gây ra sự vi phạm định luật thứ hai một cách nghịch lí.

Thường nghịch lí được giải quyết bằng một khám phá mới hay cách đoán nhận mở rộng. Nghịch lí Maxwell đã kích thích nhiều tư tưởng phê phán mà việc giải quyết nó kéo theo các hiện tượng sẽ được trình bày ở các chương dưới đây. Chẳng hạn

Brillouin (1854-1948) biện luận rằng các buồng kín này được bơi trong một phông bức xạ nhiệt (vật đen) như mô tả ở chương 36 (tập 3). Do phông bức xạ nhiệt này mà con quỷ không có khả năng phân biệt được các phân tử cá thể hay phân loại được chúng theo tốc độ của từng cá thể. Brillouin cũng phát triển mối liên hệ giữa entrôpi và thông tin. Nếu thông tin về một hệ được tập hợp lại bởi một quá trình nào đó, khi đó bậc hỗn độn của hệ (và entrôpi

của nó) giảm một cách tương ứng. Nếu con quỷ dùng một thiết bị nào đó để phân loại tốc độ của các phân tử, ví dụ như ánh sáng không ở trạng thái cân bằng với phần còn lại của hệ, khi đó phần giảm entrôpi của các khối khí sẽ được đền bù lượng tăng entrôpi của con quỷ và công cụ của nó. Nói cách khác tính gộp tất cả các thay đổi entrôpi thì entrôpi tổng cộng vẫn không thể giảm đi.

?

CÂU HỎI

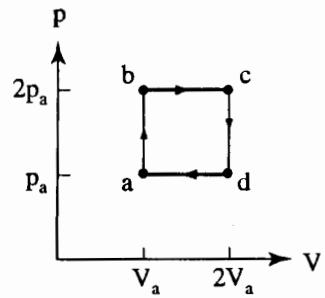
- 1** Có phải mỗi chu trình đều là động cơ nhiệt ? Có phải mỗi động cơ nhiệt đều vận hành trong một chu trình ? Giải thích.
- 2** Liệu có thể làm mát một căn phòng, như bếp nấu ăn chẳng hạn, bằng cách để cánh cửa tủ lạnh mở ? Giải thích.
- 3** Máy bơm nhiệt thực hiện việc bơm nhiệt theo hướng nào ? Liệu có một sự tương tự hữu ích nào với một máy bơm nước không ? Mô tả các điểm tương đồng và dị biệt.
- 4** Một số nhân tố làm cho các động cơ nhiệt thực có hiệu suất thấp hơn hiệu suất của động cơ Carnot. Đó là những nhân tố nào ?
- 5** Để tăng hiệu suất của động cơ Carnot, tăng T_H một lượng ΔT hay giảm T_L một lượng ΔT sẽ hiệu quả hơn ? Giải thích!
- 6** Mô tả vài quá trình được xem là gần như hoặc xấp xỉ quá trình thuận nghịch, quá trình không thuận nghịch.
- 7** Cái gì đóng vai trò bình chứa nhiệt độ cao trong động cơ chạy xăng ? Cái gì đóng vai trò bình chứa nhiệt độ thấp ?
- 8** Trong nhà máy thủy điện, điện năng được sinh ra khi thác nước đổ xuống làm quay tuabin. Có cần phải có động cơ nhiệt trong quá trình chuyển hóa năng lượng này không ? Giải thích. Có giới hạn trên về hiệu suất cho quá trình này không ? Nếu có, giới hạn này là bao nhiêu ? Nếu không có thì tại sao ?
- 9** Entrôpi của khí sẽ tăng, giảm hay giữ nguyên như cũ nếu nó giãn nở (a) một cách thuận nghịch và đẳng nhiệt ? (b) Một cách thuận nghịch và đoạn nhiệt ?
- 10** Entrôpi của khí sẽ tăng, giảm hay giữ nguyên như cũ nếu nó bị nén (a) một cách thuận nghịch và đẳng nhiệt ? (b) Một cách thuận nghịch và đoạn nhiệt ?

- 11** Giải thích sự khác biệt giữa quá trình chuẩn tịnh và quá trình thuận nghịch.
- 12** Trạng thái nào của vật chất là trật tự hơn - lỏng hay hơi ? Trạng thái nào có entrôpi lớn hơn ở điểm sôi ? Có phải cung cấp nhiệt để thay đổi từ trạng thái lỏng sang trạng thái hơi hay từ trạng thái hơi sang trạng thái lỏng ?
- 13** Trong khi đông đặc, một chất thay đổi từ thể lỏng sang thể rắn - một cấu trúc trật tự hơn và entrôpi của chất đó giảm. Giải thích tại sao quá trình này lại không vi phạm định luật thứ hai.
- 14** Bằng cách nào bạn có thể làm tăng entrôpi của 1kg nước ? Bằng cách nào bạn có thể làm giảm entrôpi của 1kg nước ?
- 15** Thuật ngữ "chất lượng" đôi khi được dùng để mô tả nhiệt lấy được từ một thùng chứa và gắn liền với tiềm năng chuyển hoá nó một cách kinh tế có hiệu quả. Trong số nhiệt được lấy từ nhiều bình chứa ở các nhiệt độ khác nhau, theo bạn bình chứa nào có chất lượng cao nhất ? Vì sao ?

ĐỀ TẬP

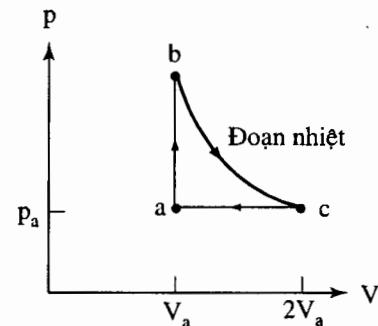
Mục 14-1. Các động cơ nhiệt và định luật thứ hai

- 1** Trong mỗi chu trình vận hành, một động cơ nhiệt hấp thụ 440J nhiệt và thực hiện công với hiệu suất 28%. Hãy xác định đối với chu trình (a) công được thực hiện, (b) nhiệt xả ra từ động cơ và (c) độ biến thiên nội năng của chất sinh công.
- 2** Trong một chu trình vận hành, một động cơ nhiệt hấp thụ 2200J nhiệt và thực hiện 620J công. (a) Hiệu suất của động cơ này bằng bao nhiêu ? (b) Lượng nhiệt được xả ra trong mỗi chu trình là bao nhiêu ? (c) Nếu cứ 0,33s động cơ hoàn tất một chu trình, thì khi đó lượng nhiệt được cung cấp, lượng nhiệt được xả, lượng công được thực hiện với tốc độ bao nhiêu ?
- 3** Một mol khí He được xem là khí lí tưởng, là chất sinh công trong một động cơ nhiệt vận hành theo chu trình cho trên hình 14-10. Trạng thái a có các giá trị áp suất và thể tích $p_a = 101\text{kPa}$, $V_a = 22,4l$. (a) Xác định nhiệt độ của các trạng thái a, b, c và d. (b) Nhiệt được cung cấp trong mỗi chu trình bằng bao nhiêu ? (c) Công được thực hiện trong một chu trình bằng bao nhiêu ? (d) Lượng nhiệt được xả trong một chu trình bằng bao nhiêu ? (e) Hiệu suất của động cơ này bằng bao nhiêu ?



Hình 14-10. Bài tập 3

- 4) Một động cơ nhiệt đưa 2,2mol không khí ($\gamma = 1,4$) qua chu trình cho trên hình 14-11, ở đó quá trình bc là đoạn nhiệt. Trạng thái a có áp suất là $p_a = 150\text{kPa}$ và thể tích $V_a = 38l$. Xác định : (a) Áp suất của trạng thái b và nhiệt độ của b và c. (b) Lượng nhiệt được cung cấp cho không khí trong một chu trình. (c) Lượng nhiệt được lấy từ không khí trong một chu trình. (d) Hiệu suất của động cơ. Giả định không khí là một khí lí tưởng.



Hình 14-11. Bài tập 4

Mục 14-2. Các máy làm lạnh và định luật thứ hai

- 5) Một chu trình làm lạnh xả 250J nhiệt vào phòng trong khi môtơ cung cấp 80J công. (a) Lượng nhiệt được lấy từ bên trong máy làm lạnh bằng bao nhiêu ? (b) Hiệu suất của máy làm lạnh là bao nhiêu ?
- 6) Một máy bơm nhiệt vận hành với hiệu suất $K' = 2,2$. Công được cung cấp bởi một môtơ điện với tốc độ 3,5kW. Với tốc độ bao nhiêu thì lượng nhiệt (a) được xả ra ở nhiệt độ cao hơn và (b) được lấy đi ở nhiệt độ thấp hơn ?
- 7) Trong một đêm mùa đông, tốc độ mất nhiệt từ phía trong ngôi nhà trung bình là 6kW. Giả định rằng các mát mát này được cân bằng nhờ một máy bơm nhiệt có môtơ 3kW chạy khoảng 30 phút mỗi giờ. (a) Hiệu suất của máy bơm nhiệt trong các điều kiện này bằng bao nhiêu ? (b) Nhiệt được lấy từ bên ngoài với tốc độ bao nhiêu ?

Mục 14-3. Tính thuận nghịch và chu trình Carnot

- 8) Trên giản đồ p-V, chu trình Carnot đối với không khí (một khí lí tưởng với $\gamma = 1,4$) vận hành giữa 250K và 350K. Lấy $n = 1,0\text{mol}$ và quá trình giãn nở đẳng nhiệt ở 350K đưa thể tích từ $22l$ lên $32l$. Hãy đánh giá công được thực hiện trong chu trình.
- 9) Xét chu trình Carnot được mô tả ở bài tập trước. Hãy xác định (a) lượng nhiệt được cung cấp ở 350K và (b) lượng nhiệt được xả ở 250K. (c) Hiệu suất của động cơ này bằng bao nhiêu ?

Mục 14-4. Hiệu suất của chu trình Carnot

- 10) Giả sử một chu trình thuận nghịch với He là chất sinh công, vận hành giữa nước ở điểm nóng chảy chuẩn và nước ở điểm sôi chuẩn. (a) Tỉ số của các lượng nhiệt trao đổi ở hai bình chứa này bằng bao nhiêu ? (b) Nếu $0,0125\text{J}$ nhiệt được lấy từ nước ở nhiệt độ cao hơn trong một chu trình thì có bao nhiêu nhiệt được xả ra ở nhiệt độ thấp hơn ? (c) Các đáp số trên liệu có bị thay đổi không nếu chu trình Carnot dùng freon làm chất sinh công được vận hành giữa hai bình chứa này ? Giải thích.

- 11** Chứng minh rằng hiệu suất của một máy bơm nhiệt thuận nghịch vận hành giữa các bình chứa ở T_H và T_L được cho bởi :

$$K' = \frac{T_H}{T_H - T_L}$$

Điều gì sẽ xảy ra nếu $T_H = T_L$? Giải thích.

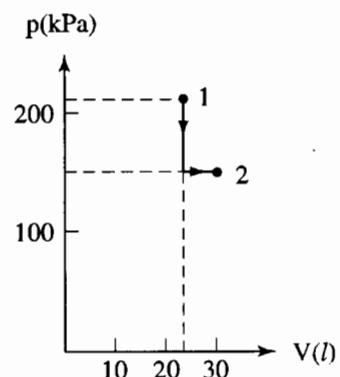
- 12** Giả sử một động cơ Carnot vận hành giữa $T_L = 300K$ và $T_H = 400K$. (a) Xác định hiệu suất của động cơ. Nếu $Q_H = 0,160J$ đối với mỗi chu trình, thì giá trị của (b) $|Q_L|$ là bao nhiêu và (c) W là bao nhiêu? (d) Liệu các đáp số trên có thay đổi không nếu dùng một động cơ không phải động cơ Carnot nhưng là thuận nghịch? Giải thích.
- 13** Xét động cơ cho ở bài tập trên. Xác định độ biến thiên của hiệu suất của động cơ thuận nghịch do : (a) T_L bị giảm 20K và (b) T_H được tăng 20K. (c) Xem xét lại các phần (a) và (b) khi nhiệt độ thay đổi là 10% (chứ không phải thay đổi 20K) ở mỗi nhiệt độ. (d) Bạn rút ra được kết luận chung nào từ các tính toán này?
- 14** Một động cơ nhiệt được đề xuất dùng để sản xuất điện năng bằng cách cho vận hành giữa bề mặt đại dương và dưới tầng sâu đại dương. Giả sử rằng các nhiệt độ ở đó là khoảng $25^{\circ}C$ và $10^{\circ}C$. (a) Hãy đánh giá hiệu suất của một động cơ như thế. (b) Nếu công được thực hiện với tốc độ 2MW, nhiệt phải được lấy khỏi lớp nước bề mặt với tốc độ bao nhiêu? (c) Lớp nước bề mặt phải được xử lý với tốc độ tính theo thể tích là bao nhiêu (m^3/s) nếu nhiệt được lấy đi bằng cách hạ nhiệt độ xuống $1^{\circ}C$?
- 15** Đánh giá nhu cầu điện năng cung cấp cho máy nén của một máy bơm nhiệt được dùng để làm mát bên trong một ngôi nhà với tốc độ 20kW. Lấy các giá trị hợp lý đối với nhiệt độ bên trong và bên ngoài nhà. Kết quả đánh giá của bạn là quá cao hay quá thấp? Giải thích.

Mục 14-5 và 14-6. Entrôpi và định luật thứ hai

- 16** Lượng nhiệt Q được cung cấp một cách thuận nghịch và đẳng nhiệt cho một hệ ở nhiệt độ T . (a) Xác định biểu thức tính độ biến thiên entrôpi của hệ. (b) Giá trị ΔS là bao nhiêu nếu $Q = 30J$ và $T = 300K$?
- 17** Xác định chênh lệch entrôpi giữa các pha lỏng và pha hơi (hơi nước) của 1,0kg H_2O ở $100^{\circ}C$. Pha nào có entrôpi cao hơn?
- 18** Trạng thái cuối của một hệ phức hợp ứng với 250g nước đá ở $0,0^{\circ}C$ và 950g nước lỏng ở $85^{\circ}C$. Hai phần được hoà trộn trong một bình cách nhiệt và đi tới trạng thái cân bằng. Bỏ qua các trao đổi nhiệt với xung quanh. (a) Nhiệt độ cuối cùng của nước là bao nhiêu? (b) Độ biến thiên về entrôpi

của mỗi một thành phần của hệ là bao nhiêu ? (c) Độ biến thiên entrôpi của toàn hệ là bao nhiêu ? (d) Quá trình này là thuận nghịch hay không thuận nghịch ? Giải thích.

- 19** Một mol không khí ($\gamma = 1,4$) mới đầu ở $p_1 = 210\text{kPa}$, $V_1 = 24l$. Nó thực hiện một quá trình không thuận nghịch, kết thúc ở trạng thái cuối có $p_2 = 146\text{kPa}$ và $V_2 = 31l$.
- (a) Dùng quá trình thuận nghịch cho trên hình 14-12 để xác định hiệu entrôpi của hai trạng thái này. Xem không khí như một khí lí tưởng. Bạn có thể nói gì về giá trị độ biến thiên entrôpi (b) của không khí và (c) của vũ trụ đối với quá trình không thuận nghịch này ?
- 20** Một nhà máy điện sản xuất 550MW điện năng, có hiệu suất 0,34. Nhà máy truyền nhiệt ra môi trường xung quanh nó với tốc độ bao nhiêu ?
- 21** Một máy bơm nhiệt hấp thụ nhiệt từ môi trường xung quanh ngôi nhà với tốc độ 960W trong khi đó máy nén của nó dùng 1,15kW điện năng. (a) Máy bơm nhiệt này cung cấp nhiệt vào trong ngôi nhà với tốc độ bằng bao nhiêu ? (b) Hiệu suất của máy bơm nhiệt bằng bao nhiêu ?
- 22** (a) Entrôpi của một khối đồng nặng 0,50kg thay đổi bao nhiêu khi nhiệt độ của nó giảm từ 310K xuống 300K ? (b) Entrôpi của khối đồng này thay đổi bao nhiêu khi nhiệt độ của nó tăng từ 290K lên 300K ? (c) Hai khối đồng mỗi khối nặng 0,50kg, một khối ở 290K, khối kia ở 310K được đặt tiếp xúc với nhau trong một bình cách nhiệt. Entrôpi của vũ trụ thay đổi bao nhiêu, sau khi hệ gồm hai khối đạt tới trạng thái cân bằng nhiệt ? Với đồng $c_p = 36 \text{ J/kg.K}$ trong khoảng nhiệt độ từ 290K đến 310K.
- 23** Giả sử 0,361mol khí lí tưởng được dùng làm chất sinh công trong một động cơ Carnot có hiệu suất là 0,500. Thể tích của khí được tăng gấp đôi trong khi giãn nở đẳng nhiệt ở 602K. (a) Nhiệt độ của khí là bao nhiêu khi khí bị nén đẳng nhiệt ? (b) Mỗi chu trình hấp thụ bao nhiêu nhiệt ? (c) Mỗi chu trình nhả ra bao nhiêu nhiệt ? (d) Mỗi chu trình thực hiện bao nhiêu công ?



Hình 14-12. Bài tập 19

BÀI TẬP NÂNG CAO

- 1** Các độ biến thiên entrôpi đối với chu trình Carnot. Một động cơ Carnot vận hành giữa các bình chứa ở T_H và T_L với các lượng trao đổi nhiệt là Q_H

và Q_L . Đối với mỗi một trong bốn bước của động cơ, hãy xác định biểu thức tính độ biến thiên entrôpi của chất sinh công.

2

Động cơ chạy xăng và chu trình Otto. Một chu trình gần đúng với chu trình một động cơ đốt trong chạy xăng là chu trình lí tưởng hoá, gọi là **chu trình Otto** được vẽ trên hình 14-13.

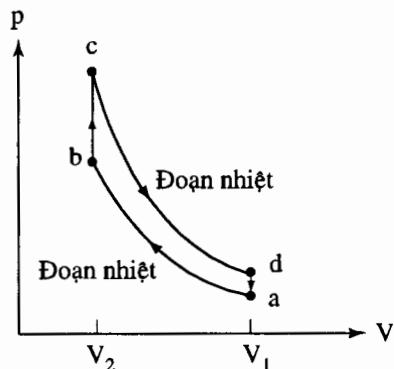
Chất sinh công trong động cơ chạy xăng hầu hết là không khí với một hỗn hợp nhỏ hơi ét xăng. Chu trình Otto lấy không khí làm chất sinh công và sử dụng cùng một không khí nhiều lần. Xuất phát từ điểm a trên giản đồ p-V, không khí bị nén đoạn nhiệt, ứng với kì nén, từ thể tích V_1 đến thể tích V_2 ở điểm b. Tỉ số nén $r = \frac{V_1}{V_2}$ đặc trưng cho động

cơ và được xác định bằng chuyển động của pittông trong xilanh. Áp suất tăng ở thể tích không đổi từ b đến c ứng với sự đốt nhanh nhiên liệu. Nhiên liệu bị đốt bởi tia lửa điện. Sự giãn nở đoạn nhiệt, ứng với khoảng chạy công suất đi dọc từ c tới d và áp suất bị giảm ở thể tích không đổi từ d trở ngược về a và hoàn tất một chu trình. (a) Tìm hiệu suất của chu trình Otto được cho theo tỉ số nén và hệ số γ .

(b) Tỉ số nén đối với một động cơ ô tô điển hình là $c_r = 8$ và $\gamma = 1,4$ đối với không khí. Hãy đánh giá hiệu suất chu trình Otto đối với trường hợp này. Hiệu suất của một động cơ thực chỉ khoảng chừng 20%.

3

Động cơ không thuận nghịch. Một động cơ không thuận nghịch vận hành giữa các bình chứa ở $T_H = 550K$ và $T_L = 350K$ với hiệu suất 25%. Trong mỗi chu trình, lượng nhiệt $Q_H = 1200J$ được lấy từ bình chứa ở T_H và cung cấp cho chất sinh công trong động cơ. Lượng nhiệt $|Q_L|$ được xả từ động cơ vào bình chứa ở T_L . (a) Xác định độ biến thiên entrôpi của vũ trụ đối với một chu trình vận hành. (b) Một động cơ thuận nghịch vận hành giữa hai bình chứa này sẽ sản ra một công nhiều hơn bao nhiêu với cùng một lượng nhiệt lối vào cho mỗi chu trình? (c) Chứng minh rằng, với mỗi chu trình lượng công vô ích do quá trình không thuận nghịch thì bằng $T_L \Delta S_{vũ\ trụ}$.



Hình 14-13. BTNC 2 : Chu trình Otto biểu diễn gần đúng một động cơ đốt trong. Tỉ số nén $r = 3$ đối với hình vẽ này.

4 **Thay đổi entrôpi đối với hêli.** Đối với 1,0mol khí He, hãy xác định hiệu entrôpi giữa trạng thái với $V = 22l$, $T = 280K$ và trạng thái với $V = 44l$, $T = 1120K$. Xem He là một khí lí tưởng.

5 Entrôpi của hỗn hợp hai lượng bằng nhau. Một mẫu chất lỏng có khối lượng m được tách ra thành hai phần bằng nhau, mỗi phần có khối lượng $\frac{1}{2}m$. Một phần được đặt ở nhiệt độ T_1 và phần kia được đặt ở nhiệt độ cao hơn T_2 . Sau đó hai phần được hoà trộn trong một bình cách nhiệt ở áp suất không đổi. (a) Chứng minh rằng độ biến thiên entrôpi của hệ do hoà trộn hai phần của hệ là :

$$\Delta S = mc_p \ln \left(\frac{T_1 + T_2}{2\sqrt{T_1 T_2}} \right)$$

(b) Chứng minh rằng $\Delta S > 0$.

CHƯƠNG 15

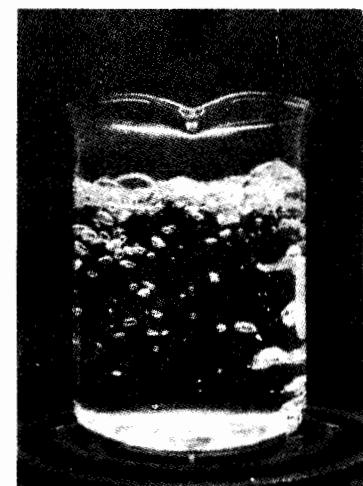
KHÍ THỰC VÀ CHUYỂN PHA



Các pha của vật chất biểu hiện mình trước thiên nhiên.

Dáng điệu các chất khí thực, nhất là ở áp suất cao và nhiệt độ thấp không còn tuân theo phương trình trạng thái của khí lí tưởng. Trong chương này, chúng ta sẽ nghiên cứu các nguyên nhân dẫn đến sự sai lệch đó và đưa ra một trong số các phương trình thuộc loại đơn giản nhất để mô tả khí thực. Ngoài ra chúng ta cũng đề cập tới khái niệm các pha của vật chất cũng như sự cân bằng giữa các pha. Mặc dù chỉ là các khái niệm mỏng dàu nhưng rất cơ bản, giúp cho các bạn nghiên cứu sâu hơn các trạng thái của vật chất cũng như các ứng dụng thực tiễn ở lĩnh vực này.

- 15-1. Tương tác phân tử
- 15-2. Phương trình Van der Waals
- 15-3. Nội năng khí thực, hiệu ứng Joule-Thomson
- 15-4. Pha và chuyển pha
- 15-5. Cân bằng pha, phương trình Clapeyron-Clausius



Các bong bóng hơi nước nổi lên trên mặt cốc khi được đun sôi.

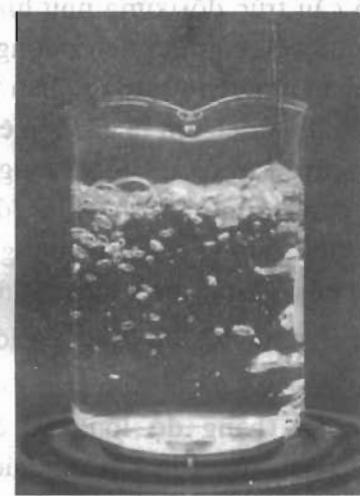
CHƯƠNG 15

KHÍ THỰC VÀ CHUYỂN PHA



Các pha của vật chất biểu hiện mình trước thiên nhiên

Dáng điệu các chất khí thực, nhất là ở áp suất cao và nhiệt độ thấp không còn tuân theo phương trình trạng thái của khí lí tưởng. Trong chương này, chúng ta sẽ nghiên cứu các nguyên nhân dẫn đến sự sai lệch đó và đưa ra một trong số các phương trình thuộc loại đơn giản nhất để mô tả khí thực. Ngoài ra chúng ta cũng đề cập tới khái niệm các pha của vật chất cũng như sự cân bằng giữa các pha. Mặc dù chỉ là các khái niệm mở đầu nhưng rất cơ bản, giúp cho các bạn nghiên cứu sâu hơn các trạng thái của vật chất cũng như các ứng dụng thực tiễn ở lĩnh vực này.



Các bong bóng hơi nước nổi lên trên mặt cốc khi được đun sôi.

15-1. Tương tác phân tử

15-2. Phương trình Van der Waals

15-3. Nội năng khí thực, hiệu ứng Joule-Thomson

15-4. Pha và chuyển pha

15-5. Cân bằng pha, phương trình Clapeyron-Clausius

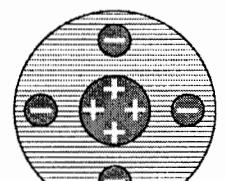
15-1. TƯƠNG TÁC PHÂN TỬ

Lực phân tử. Các phân tử đều cấu tạo từ các nguyên tử, còn mỗi nguyên tử gồm một hạt nhân mang điện dương và các electron mang điện âm chuyển động xung quanh. Do tương tác giữa các điện tích, nên giữa các phân tử có **lực hút** và **lực đẩy**. Khi các phân tử xa nhau, lực hút chiếm ưu thế còn khi các phân tử gần nhau thì lực đẩy chiếm ưu thế. Lực phân tử chỉ có tác dụng khi khoảng cách giữa chúng rất nhỏ, vào cỡ kích thước của các phân tử. Còn khi khoảng cách giữa chúng là lớn thì các lực này thực tế bằng 0. Độ lớn của các lực phân tử không phụ thuộc vào số lượng phân tử có trong hệ. Vì vậy, một giọt nước hay nước ở các đại dương ở cùng nhiệt độ và áp suất thì đều có cùng mật độ và độ nén như nhau.

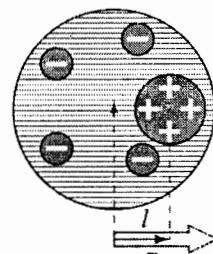
Vì sao các phân tử lại tương tác với nhau ? Nguồn gốc của chúng là gì ? Cỡ độ lớn và phạm vi lực này là như thế nào ? Để hiểu được chúng, ta phải xét tới bản chất điện của các lực này. Bình thường các phân tử trung hoà về điện, ở nhiều chất các phân tử có cấu trúc đối xứng như hình 15-1a, ở đây quả cầu có diện tích dương mô tả các hạt nhân nguyên tử trong phân tử, còn quả cầu có diện tích âm là các lớp electron của các nguyên tử này. Giả sử rằng phân tử bị biến dạng (hình 15-1b), khi đó trung tâm điện tích dương và âm không còn trùng nhau nữa và tạo nên một lưỡng cực điện (xem chương 16, tập 2) có độ lớn $p_e = |q|l$ trong đó $|q|$ là độ lớn của điện tích các hạt nhân (bằng độ lớn các electron có trong phân tử), l là khoảng cách giữa hai trung tâm điện tích dương và âm của phân tử khi biến dạng. Điện trường của lưỡng

cực điện này gây ra sự biến dạng của các phân tử lân cận, trung tâm điện tích dương của các phân tử lân cận bị đẩy ra hướng dọc theo chiều của điện trường \vec{E} , còn trung tâm điện tích âm của phân tử lân cận bị hút theo chiều ngược lại. Như vậy, nếu một phân tử nào đó có lưỡng cực điện p_e sẽ gây ra ở phân tử lân cận một lưỡng cực cảm ứng \vec{p}'_e và giữa chúng xuất hiện một lực hút f ; các phép tính chỉ ra rằng lực này tỉ lệ nghịch với luỹ thừa bậc 7 của khoảng cách giữa hai phân tử :

$$f_{\text{hút}} = -\frac{a}{r^7} \quad (15-1)$$



(a)



(b)

Hình 15-1. (a) Cấu tạo đối xứng của phân tử ; trung tâm điện tích dương trùng với trung tâm điện tích âm. (b) Do bị biến dạng các trung tâm điện tích dương và âm không còn trùng nhau nữa và tạo nên một lưỡng cực điện $p_e = |q|l$.

dấu trừ chỉ ra rằng lực tác dụng này là lực hút, a là một hệ số, phụ thuộc vào cấu tạo của phân tử. Khi các phân tử lại rất gần nhau thì giữa chúng xuất hiện một

lực đẩy, nguồn gốc của lực đẩy này cũng có bản chất điện. Độ lớn của lực đẩy có dạng

$$f_{\text{đẩy}} = \frac{b}{r^{13}} \quad (15-2)$$

hệ số b cũng phụ thuộc vào cấu tạo của phân tử. Như vậy lực tổng hợp tác dụng lên phân tử là :

$$f = -\frac{a}{r^7} + \frac{b}{r^{13}} \quad (15-3)$$

VÍ DỤ 15-1

Khoảng cách cân bằng giữa các phân tử. Có tồn tại một khoảng cách $r = d$ mà tại đó lực đẩy cân bằng với lực hút. Hãy tìm d .

Giải. Từ công thức 15-3 ta có

$$f = -\frac{a}{r^7} + \frac{b}{r^{13}} = 0$$

suy ra $r = d = \sqrt[6]{\frac{b}{a}}$. Khi $r < d$ lực đẩy lớn hơn lực hút, khi $r > d$ lực hút lớn hơn lực đẩy.

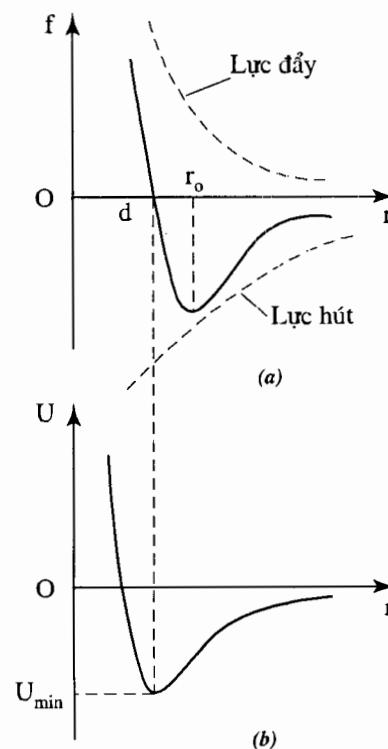
Thế năng tương tác phân tử

Như ta thấy, lực tương tác phân tử (công thức 15-3) chỉ phụ thuộc vào khoảng cách r giữa các phân tử, lực này cũng tương tự như các lực hấp dẫn hay lực đàn hồi của lò xo, đều là **lực bảo toàn**, công của lực bảo toàn không phụ thuộc vào dạng quỹ đạo mà chỉ phụ thuộc vào điểm đầu và điểm cuối của chuyển động, do đó đối với lực phân tử ta cũng có thể năng lượng tương tác phân tử. Trong chương 6 (mục 6.6 và 6.7, công thức 6-21) từ mối liên hệ đã biết giữa thế năng lượng tương tác và lực bảo toàn $F(r) = -\frac{dU}{dr}$ có thể tìm được thế năng tương tác phân tử :

$$U = -\int Edr + C = -\frac{A}{r^6} + \frac{B}{r^{12}} + C \quad (15-4)$$

trong đó A, B là các hệ số, còn hằng số C được xác định khi ta lựa chọn một mốc tính thế năng. Khi $r \rightarrow \infty$ thì lực tương tác phân tử bằng 0, vì vậy xem thế năng ở vô cùng bằng 0, do đó hằng số C bằng 0. Đồ thị của lực phân tử và thế năng tương tác phân tử được cho trên hình 15-2.

Sự phụ thuộc mạnh của lực phân tử vào khoảng cách r chứng tỏ lực phân tử là các lực **tác dụng ngắn**, các phân tử chỉ tương tác với các phân tử ở gần với mình (xem bài tập 15-2). Chúng ta đã nói rằng, nguồn gốc của lực hút và lực đẩy phân tử có bản chất là lực điện nhưng thực ra còn có những hiệu ứng lượng tử khác mà chúng ta không xét ở đây.



Hình 15-2. (a) Đồ thị của lực tương tác phân tử phụ thuộc vào khoảng cách r . (b) Đường cong thế năng tương tác phân tử.

Từ hình 15-2 ta thấy, khi $r < d$ đường cong thế năng tương tác ứng với lực đẩy phân tử, còn khi $r > d$ đường cong thế năng tương tác ứng với lực hút phân tử. Tại $r = d$ thế năng có giá trị cực tiểu U_{\min} tương ứng với lực tương tác phân tử bằng 0, tại đó lực hút cân bằng với lực đẩy. Vì lực đẩy thay đổi rất nhanh theo khoảng cách nên đường cong thế năng **không đối xứng**. Năng lượng của chuyển động nhiệt vào cỡ kT , đối với **chất rắn** năng lượng này nhỏ hơn U_{\min} rất nhiều, vì vậy, phân tử nằm ở vị trí cân bằng bền, chuyển động

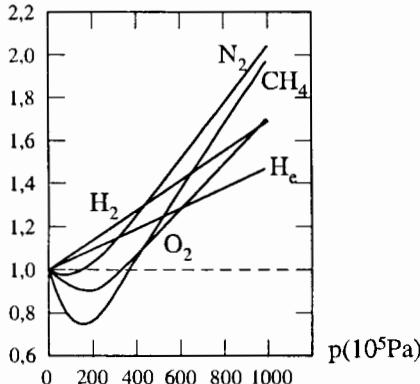
nhiệt chỉ làm cho phân tử dao động xung quanh vị trí đó. Đối với **chất lỏng**, năng lượng chuyển động nhiệt vào cỡ U_{\min} , do vậy phân tử vừa dao động xung quanh vị trí cân bằng, vừa có thể di chuyển trong khối chất lỏng từ vị trí này sang vị trí khác, ta nói rằng, chuyển động của phân tử trong chất lỏng có tính “du mục”. Còn đối với **chất khí**, năng lượng chuyển động nhiệt lớn hơn U_{\min} rất nhiều, vì vậy các phân tử chất khí có thể di chuyển dễ dàng trong cả khối khí.

15-2. PHƯƠNG TRÌNH VAN DER WAALS

Ở chương 13 chúng ta đã nghiên cứu chất khí lí tưởng, trong các giả thuyết của mẫu có hai điểm lưu ý. Thứ nhất là bỏ qua kích thước của phân tử, xem chúng như các hạt, thứ hai là xem các phân tử chuyển động tự do giữa hai lần va chạm liên tiếp, như vậy là các phân tử không tương tác lẫn nhau trừ khi va chạm. Trong thực tế, chỉ những chất khí trong điều kiện giới hạn có nhiệt độ cao và áp suất thấp (khí loãng) có thể áp dụng được mô hình này và chúng tuân theo phương trình trạng thái của khí lí tưởng. Nhưng ở áp suất cao và

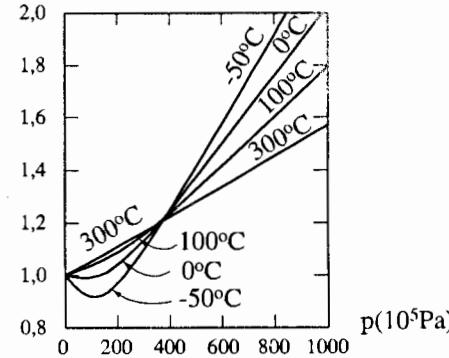
nhiệt độ thấp thì chất khí không còn tuân theo phương trình trạng thái của khí lí tưởng nữa. Ta xét một đại lượng gọi là **thừa số nén** (compressibility factor) $Z = \frac{p\bar{V}}{RT}$ trong đó \bar{V} là *thể tích của một mol chất khí*. Các phép đo thực nghiệm chỉ ra sự khác biệt đáng kể của Z đối với các chất khí khác nhau và ở các nhiệt độ khác nhau (hình 15-3). Đối với khí lí tưởng thừa số nén $Z = 1$ còn với khí thực, khi áp suất tiến dần tới 0 thì Z tiến dần tới 1 như khí lí tưởng, ở áp suất cao, Z lớn hơn 1 rất nhiều.

$$Z = \frac{p\bar{V}}{RT}$$



(a)

$$Z = \frac{p\bar{V}}{RT}$$



(b)

Hình 15-3. (a) Ảnh hưởng của áp suất cao lên thừa số nén đối với một vài loại khí ở nhiệt độ 298K.
(b) Ảnh hưởng của áp suất cao lên thừa số nén đối với nitơ ở các nhiệt độ khác nhau.

Người ta đã nghiên cứu nhiều dạng phương trình mô tả khí thực, nhưng trong các phương trình đó thì phương trình Van der Waals là đơn giản nhất.

Cộng tích và nội áp

Đối với khí lí tưởng ta xem phân tử như là hạt, do đó thể tích của khối khí cũng chính là thể tích để các phân tử chuyển động tự do trong đó. Còn đối với khí thực, các phân tử có kích thước, mỗi phân tử chiếm một khoảng không gian nào đó vì vậy nếu gọi \bar{V}_t là thể tích của *một mol khí thực* thì thể tích dành cho chuyển động tự do của các phân tử sẽ nhỏ hơn và bằng

$$\bar{V} = \bar{V}_t - b$$

b là số hiệu chính về thể tích, gọi là **cộng tích**, đơn vị của b là m^3/mol . Với các phép tính chi tiết, người ta đã chỉ ra rằng b bằng 4 lần thể tích riêng của các phân tử

$$b = 4N_A \frac{4}{3}\pi r_0^3, N_A$$
 là số Avogadro và r_0

là bán kính của phân tử.

Đối với khí lí tưởng, ta xem các phân tử không tương tác với nhau nên áp suất p trong phương trình (12-1) là áp suất của khí khi các phân tử không hút nhau. Với khí thực, do hút nhau nên khi các phân tử tới và chạm vào thành bình thì bị các phân tử bên trong kéo lại, do đó so với khí lí tưởng, lực do các phân tử khí thực tác dụng lên thành bình sẽ nhỏ hơn và áp suất khí thực nhỏ hơn áp suất khí lí tưởng trong cùng một điều kiện. Gọi p_t là áp suất khí thực thì áp suất khí lí tưởng

$$p = p_t + p_i$$

p_i là số hiệu chính về áp suất, gọi là **nội áp**. Nội áp p_i phụ thuộc vào lực hút tác dụng lên các phân tử ở sát thành bình, nếu

số phân tử ở sát thành bình càng nhiều thì lực hút càng lớn, do đó nó tỉ lệ nghịch với mật độ phân tử ở sát thành bình. Mặt khác lực hút cũng càng lớn nếu số phân tử làm nhiệm vụ kéo về càng lớn. Do lực tương tác giảm nhanh theo khoảng cách nên các phân tử làm nhiệm vụ kéo về chỉ nằm trong một lớp mỏng gần sát thành bình, vì vậy lực hút cũng tỉ lệ với mật độ phân tử của lớp mỏng này. Kết quả, lực tác dụng lên các phân tử nằm sát thành bình tỉ lệ với bình phương của mật độ phân tử. Do mật độ tỉ lệ nghịch với thể tích khối khí nên ta có thể viết :

$$p_i = \frac{a}{\bar{V}_t^2}$$

trong đó a là hệ số tỉ lệ, phụ thuộc vào từng loại khí, đơn vị của a là $\frac{N.m^4}{mol^2}$ hay $\frac{m^6.Pa}{mol^2}$.

Phương trình Van der Waals

Bây giờ ta thay các giá trị của áp suất p và thể tích \bar{V} vào phương trình trạng thái khí lí tưởng (12-1) đổi với 1mol khí

$$\left(p_t + \frac{a}{\bar{V}_t^2} \right) (\bar{V}_t - b) = RT$$

để thuận tiện ta bỏ chỉ số t đi và hiểu rằng p và \bar{V} là áp suất và thể tích của 1mol khí thực, ta thu được phương trình trạng thái đổi với 1mol khí thực sau đây :

$$\left(p + \frac{a}{\bar{V}^2} \right) (\bar{V} - b) = RT \quad (15-5)$$

Phương trình này gọi là **phương trình Van der Waals**, đã được đưa ra vào năm 1879.

VÍ DỤ 15-2

Phương trình Van der Waals đối với một lượng khí bất kì. Hãy viết phương trình Van der Waals đối với một khối khí có khối lượng m.

Giải. Gọi M_0 là khối lượng của một mol chất khí, thì thể tích của khối khí V bằng $\frac{m}{M_0}$

lần thể tích của một mol. Thay $\bar{V} = \frac{M_0}{m}V$ vào (15-5) và nhân hai vế với $\frac{m}{M_0}$, ta có

$$\left(p + \frac{m^2}{M_0^2} \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{M_0} b \right) = \frac{m}{M_0} RT \quad (15-6)$$

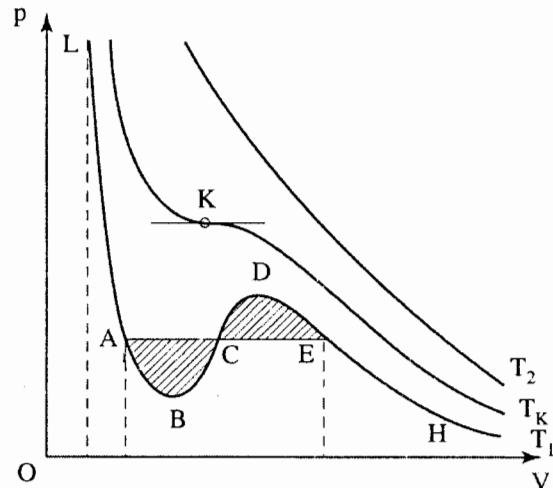
Từ phương trình (15-5) ta rút ra

$$p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}$$

Nếu giữ T không đổi và biểu diễn sự phụ thuộc của p vào \bar{V} trong hệ toạ độ OP \bar{V} ta được một đường cong gọi là **đường đẳng nhiệt Van der Waals**. Ứng với các nhiệt độ khác nhau, ta được các đường đẳng nhiệt khác nhau, kết quả thu được một họ các đường đẳng nhiệt Van der Waals (hình 15-4).

Nhìn đồ thị ta thấy, có một nhiệt độ T_K gọi là **nhiệt độ tới hạn** mà đường đẳng nhiệt có một **điểm uốn K**, tiếp tuyến với đường này tại K song song với trục hoành. Khi $T > T_K$ đường đẳng nhiệt Van der Waals có dạng gần giống như đường đẳng nhiệt của khí lí tưởng. Còn khi $T < T_K$ đường đẳng nhiệt Van der

Waals rất khác với đường đẳng nhiệt của khí lí tưởng, nó có một đoạn lượn sóng ABCDE. Khi \bar{V} tăng thì áp suất giảm đơn điệu (đoạn AB), sau đó trên đoạn BCD áp suất tăng đơn điệu và từ điểm D áp suất lại giảm đơn điệu. Các phép đo thực nghiệm ở nhiệt độ thấp đã chỉ ra rằng, đường đẳng nhiệt của một chất khí tại nhiệt độ $T < T_K$ gần với đường đẳng nhiệt Van der Waals ở đoạn LA ứng với trạng thái lỏng và ở đoạn EH ứng với trạng thái hơi của chất đó. Tuy nhiên ở phần giữa của đường đẳng nhiệt không phải là đường lượn sóng ABCDE như phương trình Van der Waals mô tả mà là một đường đẳng áp AE. Điểm A ứng với trạng thái lỏng, điểm E ứng với trạng thái hơi, còn các điểm khác trên AE ứng với trạng thái vừa lỏng, vừa hơi (xem mục 15-5).



Hình 15-4. Họ các đường đẳng nhiệt Van der Waals. Trên hình vẽ ba đường cong tiêu biểu $T_1 < T_K < T_2$, trong đó T_K là nhiệt độ tới hạn.

Trạng thái tối hạn

Điểm uốn K trên đường đẳng nhiệt T_K gọi là điểm tối hạn (ứng với **trạng thái tối hạn** của khói khí). Áp suất và thể tích ở trạng thái tối hạn gọi là **áp suất tối hạn** P_K và **thể tích tối hạn** \bar{V}_K ứng với một

mol chất. Các giá trị này có thể được xác định từ các phép đo thực nghiệm. Bảng 15-1 dưới đây chỉ ra các giá trị tối hạn đo được của một số chất.

Bảng 15-1. Các giá trị tối hạn P_K , \bar{V}_K , T_K .^(*)

Chất khí	P_K (atm)	\bar{V}_K (cm^3/mol)	T_K	$Z_K = \frac{P_K \bar{V}_K}{RT_K}$	Chất khí	P_K (atm)	\bar{V}_K (cm^3/mol)	T_K	$Z_K = \frac{P_K \bar{V}_K}{RT_K}$
He	2,26	57,8	5,21	0,306	O ₂	50,5	73,4	154,6	0,288
Ne	26,9	41,7	44,4	0,308	Cl ₂	76,1	124	417,2	0,276
Ar	48,0	73,3	150,7	0,285	Br ₂	102	135	584,0	0,287
Xe	58,8	119	289,8	0,290	CO ₂	72,7	94,0	304,2	0,275
H ₂	12,8	65,0	33,2	0,305	H ₂ O	218	55,3	647,4	0,227
N ₂	33,5	90,1	126,3	0,291	NH ₃	113,0	72,5	405,6	0,252

Vì K là điểm uốn nên các đạo hàm bậc 1 và bậc 2 của áp suất theo \bar{V} phải bằng 0 tại điểm uốn.

$$\left(\frac{dP}{d\bar{V}} \right)_K = 0 \quad \text{và} \quad \left(\frac{d^2P}{d\bar{V}^2} \right)_K = 0$$

Giải các phương trình này, ta có

$$\bar{V}_K = 3b ;$$

$$P_K = \frac{a}{27b^2} ; \quad (15-7)$$

$$T_K = \frac{8a}{27bR}$$

Từ đó thừa số nén Z_K (theo tính toán) bằng

$$Z_K = \frac{P_K \bar{V}_K}{RT_K} = \frac{3}{8} = 0,375.$$

Giá trị Z_K đo bằng thực nghiệm có nhỏ hơn Z_K tính từ lí thuyết, nhưng sự khác biệt này tương đối nhỏ. Các hằng số a, b trong phương trình Van der Waals có thể được xác định thông qua các đại lượng P_K

(*) Số liệu trong bảng 15-1 từ các tài liệu [10] và [11].

và T_K . Từ công thức (15-7) có thể tìm được

$$a = \frac{27T_K^2 R^2}{64P_K} ; \quad b = \frac{T_K R}{8P_K} \quad (15-8)$$

Bảng 15-2 chỉ ra các hằng số a , b đối với một số chất khí được xác định từ các đại lượng đo được P_K và T_K .

Bảng 15-2. Các hằng số a , b trong phương trình Van der Waals^()*

Chất khí	a $m^6 Pa/(mol^2)$	b $10^{-5}(m^3/mol)$	Chất khí	a $m^6 Pa/(mol^2)$	b $10^{-5}(m^3/mol)$
He	$0,3457 \cdot 10^{-2}$	2,370	O_2	0,1378	3,183
Ne	$0,2134 \cdot 10^{-1}$	1,709	Cl_2	0,6579	5,622
Ar	0,136	3,219	NO	0,1358	2,789
Xe	0,4248	5,105	NO_2	0,5354	4,424
H_2	$0,2476 \cdot 10^{-1}$	2,661	CO_2	0,3640	4,267
N_2	0,1408	3,913	H_2O	0,5536	3,049

15-3. NỘI NĂNG KHÍ THỰC, HIỆU ỨNG JOULE-THOMSON

Nội năng khí thực

Với chất khí lí tưởng, nội năng của hệ là tổng động năng của các chuyển động nhiệt bao gồm động năng của chuyển động tịnh tiến, chuyển động quay, dao động... Với một mol chất khí lí tưởng thì $\bar{U} = \frac{i}{2}RT = C_V T$, còn đối với một lượng

khí bất kì thì $U = \frac{m}{M_0} C_V T$. Nhưng đối

với khí thực, ngoài các phần động năng chuyển động trên còn phải kể đến thế năng tương tác giữa các phân tử. Thế năng này có thể được tính như sau. Khi một mol chất khí giãn nở từ thể tích \bar{V}_1 đến \bar{V}_2 thì

nội áp $p_i = \frac{a}{\bar{V}^2}$ thực hiện một công

$$A = \int_1^2 p_i d\bar{V} = \int_1^2 \frac{a}{\bar{V}^2} d\bar{V} = \frac{a}{\bar{V}_1} - \frac{a}{\bar{V}_2}$$

(*) Số liệu trong bảng 15-2 từ các tài liệu [10] và [11].

Vì công của nội lực bằng sự thay đổi thế năng của hệ, vì vậy có thể xem đại lượng $-\frac{a}{V}$ là biểu thức thế năng của một mol chất khí. Năng lượng này có dấu âm vì lực phân tử tạo nên nội áp là lực hút. Do vậy nội năng của một mol khí thực là

$$\bar{U} = C_V T - \frac{a}{V} \quad (15-9)$$

và nội năng của một lượng khí thực bất kì là

$$U = \frac{m}{M_0} C_V T - \frac{m^2}{M_0^2} \frac{a}{V} \quad (15-10)$$

Hiệu ứng Joule-Thomson

Xét một mol khí thực **giãn nở đoạn nhiệt** từ thể tích \bar{V}_1 đến \bar{V}_2 . Theo định luật thứ nhất nhiệt động lực học : $Q = \Delta \bar{U} + W$ (công thức 12-14), vì là đoạn nhiệt nên $Q = 0$, ta có $\Delta \bar{U} = -W$. Từ công thức (15-9) ta suy ra

$$\Delta \bar{U} = C_V (T_2 - T_1) - \left(\frac{a}{\bar{V}_2} - \frac{a}{\bar{V}_1} \right) = -W$$

hay

$$T_1 - T_2 = \frac{W + \left(\frac{a}{\bar{V}_1} - \frac{a}{\bar{V}_2} \right)}{C_V} \quad (15-11)$$

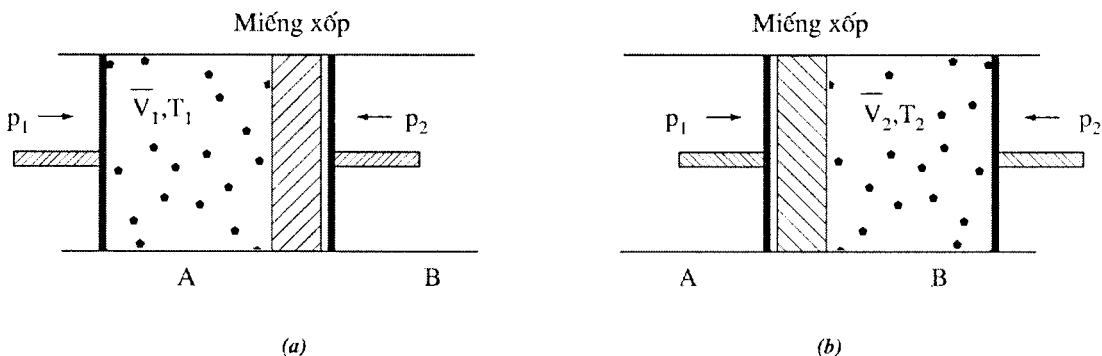
vì hằng số $a \neq 0$ nên nhiệt độ thay đổi còn tuỳ thuộc vào a , tức là còn phụ thuộc vào bản thân các chất khí. Có hai trường hợp đặc biệt lưu ý. Trước hết xét **sự giãn nở đoạn nhiệt trong chân không**, hay **giãn nở tự do** (xem mục 12-5). Trong sự giãn nở này, công của ngoại lực $W = 0$, vì vậy

$\Delta \bar{U} = 0$ tức là $\bar{U}_1 = \bar{U}_2$. Trong **quá trình giãn nở tự do, nội năng của hệ là không đổi**. Tuy nhiên, đối với khí lí tưởng $\bar{U}_1 = \bar{U}_2$ dẫn tới $T_1 = T_2$, còn đối với khí thực $\bar{U}_1 = \bar{U}_2$ dẫn tới $T_1 \neq T_2$. Thật vậy từ công thức 15-11 ta có

$$T_1 - T_2 = \frac{a}{C_V} \left(\frac{1}{\bar{V}_1} - \frac{1}{\bar{V}_2} \right) \quad (15-12)$$

Ta thấy khi giãn nở đoạn nhiệt trong chân không $\bar{V}_2 > \bar{V}_1$ thì $T_1 > T_2$ có nghĩa là chất khí **bị lạnh đi** khi giãn nở. Sự lạnh đi này được giải thích là một phản động năng của chuyển động nhiệt của các phân tử trong khi giãn nở được chuyển thành thế năng tương tác giữa chúng. Sự giãn nở tự do này còn gọi là **sự giãn nở Joule-Gay-Lussac**.

Bây giờ ta xét **sự giãn nở đoạn nhiệt có công của ngoại lực**, gọi là **sự giãn nở Joule-Thomson**. Xét một mol khí thực ban đầu hoàn toàn chứa trong bình A, có thể tích \bar{V}_1 và nhiệt độ T_1 . Nhờ một lực ngoài tác dụng lên pittông 1 với áp suất p_1 không đổi, các phân tử khí bị đẩy thấm qua màng xốp, giãn nở vào bình B và đẩy pittông 2 ra, vị trí của pittông 2 lúc đầu ở sát miếng xốp (hình 15-5a), áp suất ở bình B là p_2 và cũng được giữ không đổi ($p_2 < p_1$). Toàn bộ quá trình này được thực hiện cách nhiệt với môi trường xung quanh. Sau khi khói khí từ bình A bị đẩy hết, bình B có áp suất p_2 , thể tích \bar{V}_2 và nhiệt độ T_2 (hình 15-5b).



Hình 15-5. (a) *Trạng thái đầu của khối khí ở bên bình A.* (b) *Trạng thái cuối của khối khí ở bên bình B*

Trong quá trình biến đổi đó, khối khí ở bình A nhận một công $-W_1 = -p_1 \bar{V}_1$, khối khí ở bình B sinh một công $W_2 = p_2 \bar{V}_2$. Theo định luật thứ nhất nhiệt động học ta có

$$Q = \Delta \bar{U} + W = (\bar{U}_2 - \bar{U}_1) + (W_2 - W_1) = 0$$

hay

$$\bar{U}_2 - \bar{U}_1 + p_2 \bar{V}_2 - p_1 \bar{V}_1 = 0$$

Từ phương trình Van der Waals đối với một mol khí

$$p \bar{V} = RT - \frac{a}{\bar{V}} + pb + \frac{ab}{\bar{V}^2}$$

Thay $p_1 \bar{V}_1$ và $p_2 \bar{V}_2$ vào biểu thức trên, sắp xếp lại, ta có :

$$(C_V + R)(T_1 - T_2) = 2a\left(\frac{1}{\bar{V}_1} - \frac{1}{\bar{V}_2}\right) - b(p_1 - p_2) - ab\left(\frac{1}{\bar{V}_1^2} - \frac{1}{\bar{V}_2^2}\right) \quad (15-13)$$

Dấu của hiệu nhiệt độ $T_1 - T_2$ phụ thuộc vào các số hạng a, b . Chúng ta xét hai trường hợp giới hạn :

Trường hợp 1 : a rất nhỏ, b lớn, có nghĩa là lực tương tác phân tử yếu, còn kích thước phân tử lớn, khi đó a có thể bỏ qua, ta có

$$(C_V + R)(T_1 - T_2) \approx -b(p_1 - p_2)$$

do $p_1 > p_2$ nên $T_1 < T_2$, tức là chất khí **nóng lên** khi giãn nở, trường hợp này gọi là **hiệu ứng Joule-Thomson âm**.

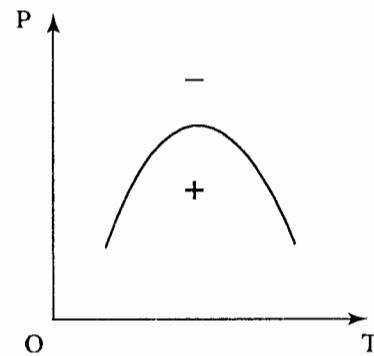
Trường hợp 2 : b rất nhỏ, a lớn, có nghĩa là kích thước phân tử nhỏ còn lực tương tác phân tử lớn, khi đó b có thể bỏ qua, ta có

$$(C_V + R)(T_1 - T_2) \approx 2a\left(\frac{1}{\bar{V}_1} - \frac{1}{\bar{V}_2}\right)$$

vì $\bar{V}_1 < \bar{V}_2$ nên $T_1 > T_2$, tức là chất khí **lạnh đi** khi giãn nở, trường hợp này gọi là **hiệu ứng Joule-Thomson dương**.

Chúng ta nhận xét rằng độ lớn và dấu của $T_1 - T_2$ phụ thuộc không những vào các hằng số a, b mà còn vào thể tích \bar{V} và áp suất p trước và sau khi giãn nở, do đó phụ thuộc vào nhiệt độ T_1 ban đầu của hệ. Có thể lựa chọn các giá trị ban đầu của p, T để với những giá trị a, b cho trước thì $T_1 = T_2$;

trạng thái (p , T) mà hiệu ứng Joule-Thomson bằng 0 gọi là **điểm đảo**. Với một chất khí có nhiều điểm đảo, tập hợp các điểm đảo tạo thành một **đường cong đảo** (hình 15-6). Các trạng thái có p , T ở dưới đường cong đảo ứng với hiệu ứng Joule-Thomson dương, còn ở phía trên ứng với hiệu ứng Joule-Thomson âm.



Hình 15-6. Đường cong đảo

15-4. PHA VÀ CHUYỂN PHA

Pha của các chất

Ở đầu chương 10, chúng ta đã nói một cách sơ lược về các pha của vật chất, trong chương này chúng ta sẽ đề cập chi tiết hơn. Tất cả mọi chất đều tồn tại dưới các dạng khác nhau mà ta gọi là pha, nó tương ứng với các kiểu sắp xếp khác nhau của các phân tử. Chẳng hạn như nước, ta có thể gặp nó dưới dạng vật rắn gọi là nước đá, có thể dưới dạng chất lỏng và dạng hơi nước. Vậy pha là gì? Pha được định nghĩa là **tập hợp các phần vĩ mô có các tính chất vật lí và hoá học giống nhau tồn tại trong một hệ nhiệt động**. Mỗi chất đều có thể tồn tại ở các pha khác nhau, thông thường có ba pha - pha rắn, pha lỏng và pha khí (hay hơi). Ví dụ trong một bình kín có nước và trên mặt nước có không khí và hơi nước, khi đó hệ có hai pha - pha lỏng (nước) và pha khí (hơi nước và không khí). Nếu ta thêm một cục nước đá vào thì hệ có ba pha (rắn, lỏng, khí). Khi đổ thêm một ít rượu vào, hệ vẫn có ba pha, trong đó pha lỏng là hỗn hợp của nước và rượu. Nay giờ thay cho rượu ta cho một vài giọt

thuỷ ngân vào thì hệ có bốn pha, trong đó có hai pha lỏng khác nhau là nước và thuỷ ngân.

Từ ví dụ trên, ta thấy rằng một hệ nhiệt động có thể có nhiều pha rắn và pha lỏng khác nhau, tuy nhiên chỉ có *một pha khí* vì mọi chất khí đều trộn lẫn với nhau để tạo thành một hỗn hợp khí.

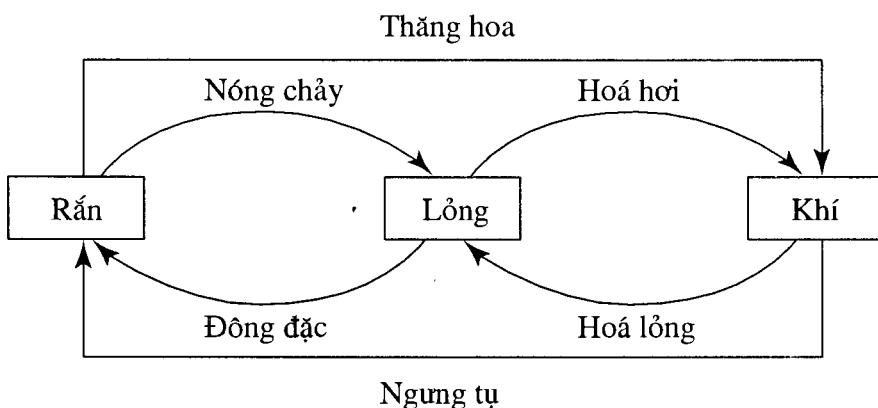
Chuyển pha

Mỗi pha của hệ chỉ tồn tại trong miền nhiệt độ và áp suất nhất định. Mỗi chất có thể chuyển từ pha này sang pha khác. Quá trình biến đổi của một hệ nhiệt động từ pha này sang pha khác gọi là **sự chuyển pha**. Tuy nhiên, sự chuyển pha trong hệ không phải là tự nhiên mà chỉ xảy ra ở những nhiệt độ và áp suất nhất định. Chẳng hạn dưới áp suất khí quyển, cục nước đá (pha rắn) chỉ tan thành nước (pha lỏng) ở nhiệt độ xác định là 0°C . Còn nước (pha lỏng) biến thành hơi nước (pha khí) ở nhiệt độ 100°C . Bảng 15-3 chỉ ra nhiệt độ chuyển pha của một số chất ở áp suất khí quyển từ pha rắn sang pha lỏng.

Bảng 15-3. Nhiệt độ chuyển pha của một số chất

Chất	Nhiệt độ chuyển pha	Chất	Nhiệt độ chuyển pha
H ₂	- 259,2 °C	Nhôm (Al)	660 °C
O ₂	- 219 °C	Bạc (Ag)	961 °C
Thuỷ ngân (Hg)	- 38,6 °C	Đồng (Cu)	1083 °C
Thiếc (Zn)	327 °C	Thạch anh	1728 °C

Sơ đồ sau đây chỉ ra sự chuyển dời giữa các pha:



Quá trình biến đổi hệ từ pha rắn sang pha lỏng gọi là **sự nóng chảy**, quá trình ngược lại từ pha lỏng sang pha rắn gọi là **sự đông đặc**. Quá trình biến đổi hệ từ pha lỏng sang pha khí gọi là **sự hoá hơi**, quá trình ngược lại từ pha khí sang pha lỏng gọi là **sự hoá lỏng**. Tương tự, quá trình biến đổi hệ từ pha rắn sang pha khí gọi là **sự thăng hoa**, và quá trình ngược lại gọi là **sự ngưng tụ**. Các quá trình nóng chảy-

đông đặc, hoá hơi-hóah lỏng thường gặp nhiều trong thực tế. Quá trình thăng hoa-ngưng tụ ít gặp hơn nhưng cũng luôn tồn tại, chẳng hạn một tinh thể iốt (pha rắn) đặt trong một bình thuỷ tinh kín, khi đốt nóng trong bình có hơi màu tím bay lên (pha khí) đó là **sự thăng hoa**, nếu làm lạnh hơi iốt trong bình ngưng tụ lại thành các tinh thể iốt nhỏ, đó là **sự ngưng tụ**.

15-5. CÂN BẰNG PHA, PHƯƠNG TRÌNH CLAPEYRON-CLAUSIUS

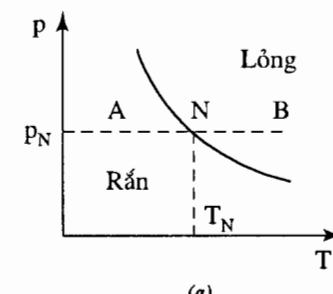
Cân bằng pha

Mỗi chất có thể tồn tại đồng thời ở hai hoặc ba pha. Trong những điều kiện nhất

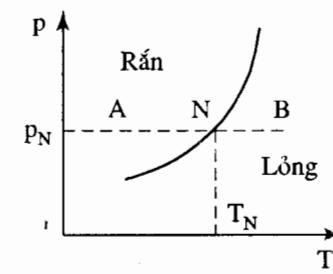
định, các pha khác nhau có thể nằm cân bằng với nhau khi tiếp xúc. Trước hết chúng ta hãy xét sự cân bằng giữa hai pha.

Cân bằng giữa hai pha có nghĩa là các pha này cân bằng với nhau về mặt **cơ học** và **nhiệt học**. Cân bằng cơ học có nghĩa là **áp suất** trên bề mặt phân cách giữa hai pha tiếp xúc nhau là bằng nhau. Còn cân bằng về mặt nhiệt học tức là các pha có cùng **nhiệt độ**. Như vậy sự cân bằng giữa hai pha chỉ có thể xảy ra ở nhiệt độ và áp suất nhất định gọi là **nhiệt độ và áp suất chuyển pha**. Trên giản đồ áp suất-nhiệt độ ($p-T$) các trạng thái cân bằng của hai pha được mô tả bởi một đường cong $p = f(T)$. Đường cong này là tập hợp các điểm cân bằng giữa hai pha, nó chia mặt phẳng p, T thành hai miền, mỗi điểm nằm trong một miền ứng với một pha, còn điểm nằm trên đường cong chuyển pha ứng với hai pha đồng thời tồn tại và nằm cân bằng với nhau. Vì vậy đường cong chuyển pha còn gọi là **đường cong cân bằng pha**. Đối với **pha rắn** và **pha lỏng**, đường cong cân bằng pha có dạng như hình 15-7. Đường cong cân bằng giữa pha rắn và pha lỏng có hai loại, một loại khi nhiệt độ tăng thì áp suất chuyển pha giảm, độ dốc của đường cong có $\operatorname{tg}\alpha < 0$, vì vậy gọi là **đường cong chuyển pha với độ lệch âm**. Một số chất như Bi, Ga có tính chất này. Một loại khác khi nhiệt độ tăng thì áp suất chuyển pha cũng tăng, độ dốc của đường cong $\operatorname{tg}\alpha > 0$, vì vậy gọi là **đường cong chuyển pha với độ lệch dương**. Các chất như Fe, Ni có tính chất này. Như trên hình cho thấy: Nếu hệ ở trạng thái A có áp suất p_N và nhiệt độ $T < T_N$ thì hệ ở pha rắn khi hệ ở trạng thái B có áp suất p_N và nhiệt độ $T > T_N$ thì hệ ở pha lỏng. Còn khi hệ ở trạng thái N có áp suất p_N và T_N thì hệ đồng thời ở hai pha.

Đối với pha lỏng và pha khí cũng như pha rắn và pha khí, đường cong cân bằng pha có dạng như trên hình 15-8.

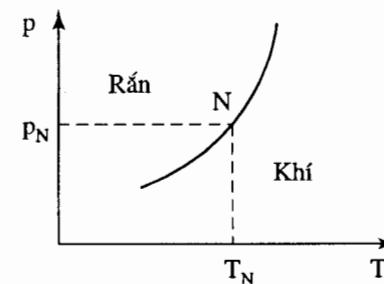
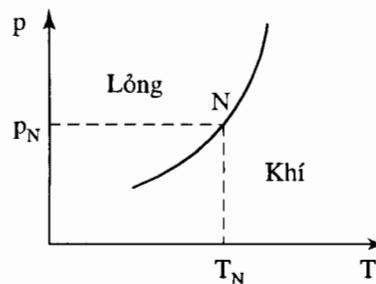


(a)



(b)

Hình 15-7. Đường cong cân bằng pha giữa pha rắn và pha lỏng. (a) Độ lệch âm (ví dụ Bi, Ga); (b) Độ lệch dương (ví dụ Fe, Ni).



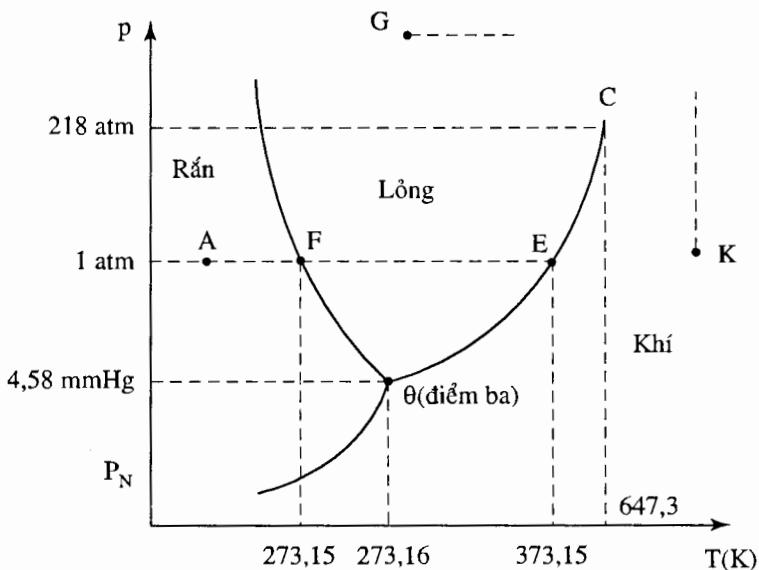
Hình 15-8. Đường cong cân bằng pha (a) giữa pha lỏng và pha khí (b) giữa pha rắn và pha khí.

Một chất tinh khiết cũng có thể tồn tại đồng thời ở **ba pha** ở một **nhiệt độ T** và

áp suất p hoàn toàn xác định. Trong giản đồ $p-T$, trạng thái đó được biểu diễn

tại một điểm gọi là **điểm ba**, điểm này là điểm chung của các đường cân bằng pha giữa hai pha rắn-lỏng ; lỏng-khí và rắn-

khí. Như là một ví dụ minh họa, chúng ta xét các đường cong cân bằng pha của **nước**. Hình 15-9 là giản đồ P, T của nước.



Hình 15-9. Giản đồ pha p, T của nước. Tại điểm ba, $p_\theta = 4,58\text{mmHg}$ và nhiệt độ $T_\theta = 273,16\text{K}$. Hình vẽ có tính chất mô phỏng, thang đo không theo tỉ lệ.

Ở áp suất thường 1atm, một cục nước đá ở trạng thái A, nếu đun nóng đẳng áp thì đến trạng thái F có nhiệt độ $273,15\text{K}$ (tức là 0°C), nước đá bắt đầu nóng chảy, trong quá trình nóng chảy, nhiệt độ không đổi. Khi cục nước đá nóng chảy hết, chuyển thành pha lỏng, nếu tiếp tục đun nóng đẳng áp thì khi hệ đến trạng thái E (có nhiệt độ $T_E = 373,15\text{K}$, tức là 100°C), lúc đó nước bắt đầu sôi và bốc hơi ; trong suốt thời gian sôi và bốc hơi nhiệt độ không đổi. Khi bốc hơi hết, hệ ở pha khí. Nếu tiếp tục đun nóng đẳng áp thì nhiệt độ của hệ tăng. Trên đường cong cân bằng pha giữa pha lỏng và pha khí, có tồn tại một điểm C gọi là **điểm tối hạn**, có $T_C = 647,3\text{K}$ ($374,15^\circ\text{C}$) và $p_C = 218\text{atm}$. Nếu ta đun nước đẳng áp ở áp suất $p > p_C$ (điểm G), hệ vẫn đồng nhất là nước, không có khả năng chuyển từ pha lỏng

sang pha khí. Ngược lại, nếu hệ ở pha khí, nhiệt độ $T > T_C$ (điểm K) nếu nén hệ một cách đẳng nhiệt ; hệ vẫn đồng nhất là pha khí không thể hoá lỏng được.

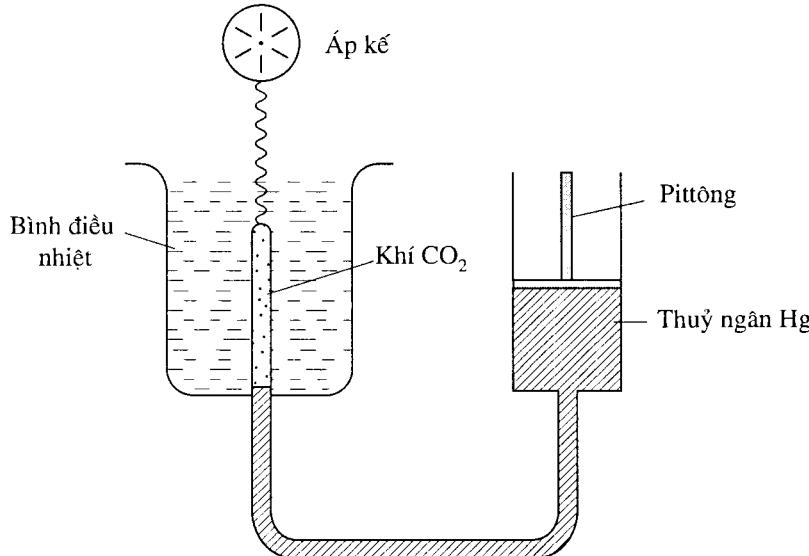
Đặc điểm của sự cân bằng giữa hai pha 1 và 2 (ví dụ pha lỏng và pha khí), là các pha không phải ở trong **trạng thái tịnh**, tại đó hoàn toàn không có sự chuyển pha, mà ngược lại liên tục có sự chuyển pha từ pha 1 sang pha 2 và từ pha 2 sang pha 1. Tốc độ trung bình của hai quá trình đó bằng nhau, nghĩa là số phân tử tính trung bình chuyển từ pha 1 sang 2 bằng số phân tử trung bình chuyển từ pha 2 sang pha 1, có nghĩa là hệ ở trong **trạng thái cân bằng động**. Khi hệ cân bằng pha thì **nhiệt độ** và **áp suất** của hai pha bằng nhau.

Phương trình Clapeyron-Clausius

Phương trình Clapeyron-Clausius là phương trình mô tả sự phụ thuộc của các

đại lượng nhiệt động học p , V , T của hệ tại các trạng thái cân bằng pha, nghĩa là tại các trạng thái của hệ đồng thời tồn tại ở hai pha. Chúng ta xét một khối khí (chẳng hạn như CO_2) có *khối lượng một*

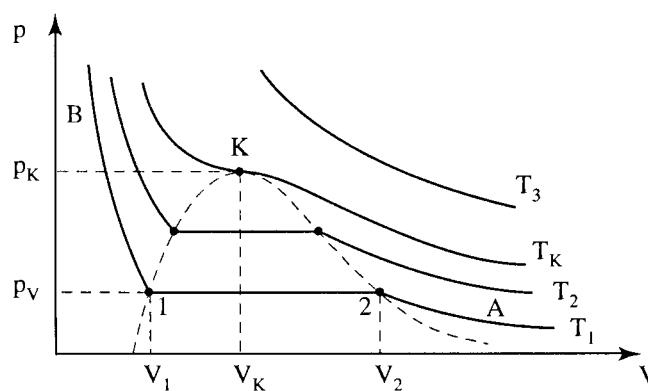
đơn vị được giữ trong một ống kín nằm cân bằng nhiệt với một bình nhiệt độ T có thể điều chỉnh được (bình điều nhiệt) (hình 15-10).



Hình 15-10. Thiết bị nghiên cứu đường cong đẳng nhiệt của chất khí.

Ta có thể làm thay đổi áp suất của chất khí bằng cách nén hay giãn pittông trong một xilanh chứa thuỷ ngân (Hg). Áp suất p của chất khí có thể đo bằng một áp kế, nhiệt độ

của chất khí được giữ ở nhiệt độ T của bình điều nhiệt. Các đường cong đẳng nhiệt thực nghiệm của chất khí trong hệ toạ độ OpV được biểu diễn trên hình 15-11.



Hình 15-11. Họ đường đẳng nhiệt thực nghiệm ở các nhiệt độ $T_1 < T_2 < T_K < T_3$.

Giả sử hệ được giữ ở nhiệt độ T_1 , nếu nén chất khí thì thể tích V ứng với một đơn vị khối lượng (gọi là **thể tích riêng**) giảm dần và áp suất tăng (đường cong A-2). Khi

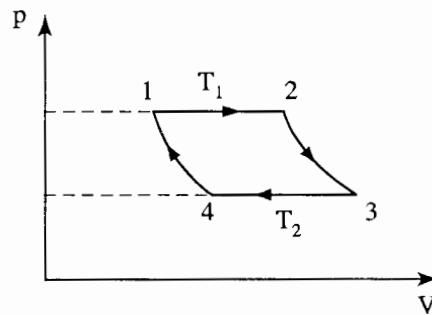
$V = V_2$ bắt đầu xuất hiện các giọt chất lỏng, nếu tiếp tục nén thì thể tích V giảm, lượng chất lỏng tăng dần, lượng chất khí giảm dần, nhưng áp suất của hệ lại

không đổi, bằng p_V trong suốt thời gian hoá lỏng (đường thẳng 2-1), lúc đó đồng thời tồn tại hai pha là pha lỏng và pha hơi. Khi thể tích V bằng V_1 , hệ ở pha lỏng hoàn toàn và từ đó nếu tiếp tục nén để thể tích V giảm thì áp suất của hệ tăng lên rất mạnh (đường cong 1-B). Như vậy đường cong đẳng nhiệt ở nhiệt độ T_1 có ba đoạn :

- Đoạn A-2 chỉ có một pha khí.
- Đoạn 2-1 đồng thời tồn tại hai pha, khí và lỏng. Áp suất p_V lúc đó không thay đổi và gọi là áp suất bão hòa.
- Đoạn 1-B chỉ có một pha lỏng.

Nếu nhiệt độ T tăng lên (ví dụ $T_2 > T_1$) thì đường đẳng nhiệt có dạng tương tự nhưng áp suất bão hòa p_V tăng lên theo nhiệt độ và đoạn thẳng 2-1 (từ điểm 2 bắt đầu hoá lỏng đến điểm 1 hoá lỏng hoàn toàn) ngắn lại. Khi nhiệt độ $T = T_K$ gọi là nhiệt độ tới hạn thì hai điểm 2 và 1 chập lại làm một. Tập hợp các điểm 1 và 2 ở các nhiệt độ khác nhau tạo nên đường cong gọi là **đường cong bão hòa**. Còn khi nhiệt độ $T_3 > T_K$ thì đường đẳng nhiệt của khí thực CO_2 giống như đường đẳng nhiệt của chất khí lí tưởng. Đường cong bão hòa chia mặt phẳng pV thành hai miền, miền phía trên đường cong bão hòa biểu thị hệ một pha (hoặc pha khí hoặc pha lỏng); các tham số p , T là độc lập còn thể tích V được xác định từ phương trình trạng thái $f(p, T, V) = 0$. Miền phía dưới đường cong bão hòa biểu thị hệ hai pha (lỏng và khí) ở trạng thái cân bằng. Trong miền này chỉ có một tham số độc lập, đó là nhiệt độ T . Phương trình mô tả sự phụ thuộc của áp suất chuyển pha vào nhiệt độ gọi là **phương trình Clapeyron-Clausius**. Có thể thiết lập phương trình này bằng phương pháp chu trình. Xét một chu trình Carno

thuận nghịch của hệ có *khối lượng một đơn vị* có hai pha lỏng và hơi bão hòa của nó. Vì áp suất hơi bão hòa được xác định đơn trị bởi nhiệt độ nên đối với đường đẳng nhiệt ($T = \text{const}$) cũng là đường đẳng áp ($p = \text{const}$). Trên giản đồ (p, V) đường đẳng nhiệt là đường nằm ngang (hình 15-12).



Hình 15-12. Chu trình Carno đối với hệ ở cân bằng pha (lỏng-khí).

Coi quá trình chuyển pha của hệ từ pha 1 (hoàn toàn lỏng) đến pha 2 (hoàn toàn hơi) như là một quá trình cân bằng, trong đó hệ tiếp xúc với nguồn nóng T_1 , đây là quá trình giãn nở 1-2. Khi chất lỏng bay hơi hoàn toàn, cho hệ cách ly với nguồn nóng và giãn nở đoạn nhiệt theo đường 2-3 tới nhiệt độ T_2 của nguồn lạnh khác với nhiệt độ T_1 một lượng dT vô cùng nhỏ. Sau đó lại nén đẳng nhiệt 3-4 ở T_2 và cuối cùng là nén đoạn nhiệt 4-1 để đưa hệ về trạng thái ban đầu. Lượng nhiệt mà hệ nhận được từ nguồn nóng là $Q_1 = mL = L$ trong đó L là ẩn nhiệt hoá hơi. Khi giãn nở đẳng nhiệt 1-2, hệ thực hiện một công dương $A_1 = p(T_1)(V_2 - V_1)$; còn khi nén đẳng nhiệt 3-4, hệ thực hiện một công âm $A_2 = -p(T_2)(V_3 - V_4)$. Trong các quá trình đoạn nhiệt 2-3 và 4-1 hệ không trao đổi nhiệt với bên ngoài nên $dQ = 0$. Áp dụng định luật thứ nhất nhiệt động lực học đối với các quá trình đoạn nhiệt, ta có $dA = dU =$

$\frac{1}{M} RdT \approx 0$ (do dT rất bé). Do đó $dV \approx 0$, tức là xem gần đúng $V_2 \approx V_3$ và $V_4 \approx V_1$. Vậy trong chu trình Carno này, công toàn phần của hệ là

$$A = A_1 + A_2 = [p(T_1) - p(T_2)](V_2 - V_1)$$

Theo định lí Carno, hiệu suất của chu trình là $\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, thay A và Q_1

$$\text{vào } \frac{[p(T_1) - p(T_2)](V_2 - V_1)}{L} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

thay $T_1 = T$, $T_2 = T + dT$; $p(T_1)$ bằng p và $p(T_2) = p + dp$ ta có

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)} \quad (15-14)$$

Phương trình 15-14 được gọi là **phương trình Clapeyron-Clausius**. Chúng ta dẫn ra phương trình 15-14 đối với hệ hai pha lỏng và hơi bão hoà của nó. Tuy nhiên, phương trình này còn đúng đối với các sự chuyển pha khác như nóng chảy và thăng hoa. Đối với quá trình **nóng chảy** thì L là ẩn nhiệt nóng chảy; V_1 và V_2 là thể tích ứng với một đơn vị khối lượng của hệ ở pha rắn và pha lỏng. Đối với quá trình **thăng hoa** thì L là ẩn nhiệt thăng hoa; V_1 và V_2 là thể tích ứng với một đơn vị khối lượng của hệ ở pha rắn và pha khí.

Phương trình (15-14) đôi khi được viết dưới dạng

$$\frac{dT}{dp} = \frac{T(V_2 - V_1)}{L} \quad (15-15)$$

để diễn tả sự phụ thuộc của nhiệt độ chuyển pha vào áp suất.

VÍ DỤ 15-3

Sự phụ thuộc của áp suất hơi bão hoà vào nhiệt độ. Trong sự gần đúng, xem ẩn nhiệt hoá hơi L là hằng số và thể tích V_1 ở pha lỏng là nhỏ hơn rất nhiều so với thể tích V_2 ở pha khí. Xem hơi bão hoà như một khí lí tưởng. Tìm sự phụ thuộc của áp suất hơi bão hoà vào nhiệt độ.

Giải. Từ phương trình (15-14) ta có $\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T_V}$ (bỏ qua chỉ số 2 của V).

Mặt khác $pV = \frac{1}{M_0} RT$, thay V vào phương trình trên ta được $\frac{dp}{p} = \frac{M_0 L}{R T^2} dT$. Tích phân phương trình này ta có

$$p = p_0 \exp \left[\frac{M_0 L}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right] \quad (15-16)$$

với p_0 là áp suất hơi bão hoà ở nhiệt độ ban đầu T_0 nào đó lấy làm mốc, M_0 là khối lượng mol của chất khí.

Từ công thức trên, ta thấy ở nhiệt độ càng cao thì áp suất hơi bão hoà càng lớn, điều này cho phép giải thích được nhiệt độ sôi cao trong các nồi hơi áp suất và khi ở trên núi cao áp suất thấp nên nhiệt độ sôi cũng thấp.

Phân loại chuyển pha

Chúng ta sẽ trình bày một cách khái lược về các loại chuyển pha. Căn cứ vào các đặc điểm của sự chuyển pha, người ta phân chia thành hai loại, chuyển pha loại một và chuyển pha loại hai.

Chuyển pha loại một là sự chuyển pha có kèm theo sự hấp thụ nhiệt hay toả nhiệt. Các quá trình chuyển pha nóng chảy-đóng đặc, hoá hơi-hoa lỏng, thăng hoa-nung tụ mà chúng ta đã nói ở trên đều là các chuyển pha loại một. Lượng nhiệt mà hệ hấp thụ hay toả ra khi chuyển pha gọi là *ẩn nhiệt chuyển pha*. Phương trình Clapeyron-Clausius (15-14) là phương trình mô tả chuyển pha loại một. Ngoài đặc điểm nổi bật là hấp thụ nhiệt hay toả nhiệt, chuyển pha loại một còn có một số đặc trưng khác :

- Khi chuyển từ pha này sang pha khác, các đặc trưng sắp xếp của các hạt bị thay đổi. Trong pha rắn, các hạt được sắp xếp theo một trật tự xác định (mạng tinh thể), ta nói ở pha rắn các hạt có tính **trật tự xa**. Trong pha lỏng, do chuyển động hỗn độn hơn nên khoảng cách giữa các hạt không còn đều đặn như trong pha rắn, chúng chỉ còn sắp xếp theo **trật tự gần** trong một phạm vi nhỏ. Còn ở pha khí, các hạt chuyển động hoàn toàn hỗn loạn.

- Trong chuyển pha loại một, luôn kèm theo sự thay đổi thể tích của hệ ở hai pha : $V_2 \neq V_1$. Mặt khác, từ định luật thứ hai nhiệt động lực học ta có : $L = T(s_2 - s_1)$ do L (ẩn nhiệt chuyển pha) khác 0 nên $s_2 \neq s_1$. Như vậy, entrôpi riêng (ứng với một đơn vị khối lượng) của hệ cũng thay đổi khi chuyển pha. Trong nhiệt động lực học,

người ta thường xét một hàm gọi là **hàm thế nhiệt động riêng Gibbs**, hàm này được định nghĩa là $g = u + pV - Ts$, trong đó u , V , s là nội năng riêng, thể tích riêng và entrôpi riêng. Người ta cũng chỉ ra rằng $s = -\left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_p$ và $V = \left(\frac{\partial g}{\partial p}\right)_T$. Như vậy trong

chuyển pha loại một, tại nhiệt độ và áp suất chuyển pha, *đạo hàm bậc một của hàm thế nhiệt động riêng Gibbs biến đổi một cách nhảy bậc*.

Chuyển pha loại hai là sự chuyển pha không kèm theo sự hấp thụ nhiệt hay toả nhiệt, đồng thời cũng không có sự thay đổi đột biến của thể tích V và entrôpi s . Trong chuyển pha này, các đặc trưng sắp xếp của các hạt không bị thay đổi, tuy nhiên nhiều tính chất vật lí của hệ đã bị biến đổi. Ví dụ, một số vật liệu như Fe, Ni, Co... bình thường là những chất sắt từ, nhưng nếu vật liệu trên ở một nhiệt độ xác định gọi là nhiệt độ Curie T_C thì chúng mất tính sắt từ, chuyển thành các chất thuận từ. Hay như kim loại, bình thường là vật liệu có điện trở, nhưng nếu hạ nhiệt độ đến một giá trị nhất định gần 0°K không tuyệt đối thì điện trở giảm đột ngột đến giá trị 0, lúc đó kim loại chuyển vào trạng thái siêu dẫn. Trong chuyển pha loại hai không có sự thay đổi thể tích của hệ, và không kèm theo sự hấp thụ nhiệt hay toả nhiệt nên nhiệt chuyển pha L bằng 0, phương trình Clapeyron-Clausius mất ý nghĩa và không sử dụng được. Tuy nhiên trong chuyển pha loại hai một số đại lượng như nhiệt dung đẳng áp c_p , hệ số

giản nở nhiệt $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$, hệ số nén

đẳng nhiệt $\beta = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$... đều bị thay

đổi khi chuyển pha. Các đại lượng trên

đều liên quan đến đạo hàm bậc hai của thế nhiệt động riêng Gibbs g vì vậy trong chuyển pha loại hai, *đạo hàm bậc một của g biến đổi liên tục (không nhảy bậc) còn đạo hàm bậc hai của g biến đổi một cách nhảy bậc.*

? CÂU HỎI

- 1** Lực tương tác phân tử bắt nguồn từ nguyên nhân nào ?
- 2** Đặc điểm của lực tương tác phân tử là gì ? Hãy viết biểu thức của lực và thế năng tương tác giữa các phân tử.
- 3** Nêu sự khác nhau giữa khí thực và khí lí tưởng. Trong những điều kiện nào thì có thể xem một chất khí là khí lí tưởng ?
- 4** Thiết lập phương trình Van der Waals cho một mol khí thực, nêu ý nghĩa của cộng tích và nội áp.
- 5** So sánh đường đẳng nhiệt Van der Waals với đường đẳng nhiệt khí lí tưởng khi $T < T_K$ và $T > T_K$.
- 6** Những phần năng lượng nào đóng góp vào nội năng của khí thực ? Biểu thức nội năng của khí thực như thế nào ?
- 7** Thế nào là hiệu ứng Joule-Thomson ? Khi giãn nở đoạn nhiệt trong chân không, nhiệt độ chất khí thay đổi như thế nào ?
- 8** Khi giãn nở đoạn nhiệt có công của ngoại lực thì sự lạnh đi hoặc nóng lên của khối khí phụ thuộc vào những đặc điểm nào của hệ ?
- 9** Định nghĩa pha của hệ. Hãy nêu những đặc điểm của sự chuyển pha.
- 10** Thế nào là cân bằng pha ? Thiết lập phương trình Clapeyron-Clausius. Nêu ý nghĩa và ứng dụng của phương trình này.
- 11** Hãy nêu những đặc điểm của chuyển pha loại một và chuyển pha loại hai.

■ BÀI TẬP

- 1** Lực tổng hợp tác dụng lên mỗi phân tử có dạng : $f = -\frac{a}{r^7} + \frac{b}{r^{13}}$.
 - (a) Tìm khoảng cách d để lực đó bằng 0. (b) Tìm khoảng cách r_0 để lực hút có giá trị lớn nhất (tính theo d). (c) Tìm $f_{hút}$ (max).
- 2** Hãy tính lực đẩy và lực hút (theo $|f_{hút}$ (max)|) tại các khoảng cách r bằng $0,7d$; $0,95d$; $1,5d$; $2d$; $3d$.

- 3** Tại điểm uốn trên đường đẳng nhiệt tới hạn, các hàm bậc một và bậc hai của áp suất theo thể tích \bar{V} bằng 0. Tìm các đạo hàm này và suy ra các đại lượng \bar{V}_K, p_K, T_K .
- 4** Có 5g khí ôxi ở áp suất 2at và thể tích 1l. Tìm nhiệt độ của khối khí trong hai trường hợp : (a) Khí lí tưởng và (b) khí thực theo phương trình Van der Waals.
- 5** Có 10g khí nitơ ở thể tích 0,1dm³ và áp suất 100at. Tìm nhiệt độ của khối khí trong hai trường hợp : (a) Khí lí tưởng và (b) khí thực theo phương trình Van der Waals.
- 6** Một bình kín có thể tích 0,2m³ chứa một kmol khí NO₂ ở áp suất 4MPa. Nếu áp suất tăng lên ba lần thì nhiệt độ tăng lên bao nhiêu lần ? (a) Xem khối khí là khí lí tưởng. (b) Xem khối khí là khí thực theo phương trình Van der Waals.
- 7** Tìm nội áp của khí CO₂, cho biết khối lượng riêng $\rho = 550\text{kg/m}^3$, các thông số tới hạn $p_K = 7,36\text{MPa}, T_K = 304\text{K}$.
- 8** Thể tích của một khối hơi nước có khối lượng $m = 5\text{g}$ tăng từ 1l đến 5l. Tìm công thực hiện để chống lại lực hút giữa các phân tử.
- 9** Một mol khí nitơ được nén đẳng nhiệt từ thể tích \bar{V}_1 đến thể tích \bar{V}_2 . Tính công của hệ thực hiện trong quá trình đó.

PHỤ LỤC 1

CÁC SỐ LIỆU THIÊN VĂN

Thiên thể	Thiên thể được quay quanh	Bán kính trung bình quỹ đạo (m)	Bán kính thiên thể (m)	Chu kỳ quỹ đạo (s)	Khối lượng thiên thể (kg)
Mặt Trời	Thiên hà	$5,6 \cdot 10^{20}$	$6,96 \cdot 10^8$	$8 \cdot 10^{15}$	$1,99 \cdot 10^{30}$
Thuỷ tinh	Mặt Trời	$5,79 \cdot 10^{10}$	$2,42 \cdot 10^6$	$7,60 \cdot 10^6$	$3,35 \cdot 10^{23}$
Kim tinh	Mặt Trời	$1,08 \cdot 10^{11}$	$6,10 \cdot 10^6$	$1,94 \cdot 10^7$	$4,89 \cdot 10^{24}$
Trái Đất	Mặt Trời	$1,50 \cdot 10^{11}$	$6,37 \cdot 10^6$	$3,16 \cdot 10^7$	$5,97 \cdot 10^{24}$
Hoả tinh	Mặt Trời	$2,28 \cdot 10^{11}$	$3,38 \cdot 10^6$	$5,94 \cdot 10^7$	$6,46 \cdot 10^{23}$
Mộc tinh	Mặt Trời	$7,78 \cdot 10^{11}$	$7,13 \cdot 10^7$	$3,74 \cdot 10^8$	$1,90 \cdot 10^{27}$
Thổ tinh	Mặt Trời	$1,43 \cdot 10^{12}$	$6,04 \cdot 10^7$	$9,35 \cdot 10^8$	$5,69 \cdot 10^{26}$
Thiên Vương tinh	Mặt Trời	$2,87 \cdot 10^{12}$	$2,38 \cdot 10^7$	$2,64 \cdot 10^9$	$8,73 \cdot 10^{25}$
Hải Vương tinh	Mặt Trời	$4,50 \cdot 10^{12}$	$2,22 \cdot 10^7$	$5,22 \cdot 10^9$	$1,03 \cdot 10^{26}$
Điêm Vương tinh	Mặt Trời	$5,91 \cdot 10^{12}$	$3 \cdot 10^6$	$7,82 \cdot 10^9$	$5,4 \cdot 10^{24}$
Mặt Trăng	Trái Đất	$3,84 \cdot 10^6$	$1,74 \cdot 10^6$	$2,36 \cdot 10^6$	$7,35 \cdot 10^{22}$
Phobos	Hoả tinh	$9 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^{16}$
Deimos	Hoả tinh	$2,3 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^3$	$1,09 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^{15}$
Io	Mộc tinh	$4,22 \cdot 10^8$	$1,67 \cdot 10^6$	$1,53 \cdot 10^5$	$7,3 \cdot 10^{22}$
Europa	Mộc tinh	$6,71 \cdot 10^8$	$1,46 \cdot 10^6$	$3,07 \cdot 10^5$	$4,75 \cdot 10^{22}$
Ganymede	Mộc tinh	$1,07 \cdot 10^9$	$2,55 \cdot 10^6$	$6,18 \cdot 10^5$	$1,54 \cdot 10^{23}$
Callisto	Mộc tinh	$1,88 \cdot 10^9$	$2,36 \cdot 10^6$	$1,44 \cdot 10^6$	$9,5 \cdot 10^{22}$
Mimas	Thổ tinh	$1,86 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^5$	$8,12 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^{19}$
Enceladus	Thổ tinh	$2,38 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^5$	$1,18 \cdot 10^5$	$7 \cdot 10^{19}$
Tethys	Thổ tinh	$2,95 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^5$	$1,63 \cdot 10^5$	$6,5 \cdot 10^{20}$
Dione	Thổ tinh	$3,77 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^5$	$2,37 \cdot 10^5$	$1,0 \cdot 10^{21}$
Rhea	Thổ tinh	$5,27 \cdot 10^8$	$7 \cdot 10^5$	$3,91 \cdot 10^5$	$2,3 \cdot 10^{21}$
Titan	Thổ tinh	$1,22 \cdot 10^9$	$2,44 \cdot 10^7$	$1,38 \cdot 10^6$	$1,37 \cdot 10^{23}$
Iapetus	Thổ tinh	$1,48 \cdot 10^9$	$5 \cdot 10^5$	$6,85 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^{21}$
Ariel	Thiên Vương tinh	$1,92 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^5$	$2,18 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^{21}$
Umbriel	Thiên Vương tinh	$2,67 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^5$	$3,58 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^{20}$
Sao Titania	Thiên Vương tinh	$4,38 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^5$	$7,53 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^{21}$
Sao Oberon	Thiên Vương tinh	$5,86 \cdot 10^9$	$4 \cdot 10^5$	$1,16 \cdot 10^6$	$2,6 \cdot 10^{21}$
Sao Triton	Hải Vương tinh	$3,53 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^6$	$4,82 \cdot 10^5$	$1,40 \cdot 10^{23}$
Sao Nereid	Hải Vương tinh	$5,6 \cdot 10^9$	$1 \cdot 10^5$	$3,11 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^{19}$

PHỤ LỤC 2

CÁC HỆ SỐ CHUYỂN ĐỔI

Độ dài	m	in	ft
1 mét (m)	1	39,37	3,281
1 inch	$2,540 \cdot 10^{-2}$	1	$8,333 \cdot 10^{-2}$
1 fut (ft)	0,3048	12	1

1 fermi = 10^{-15} m

1 mi (dặm) = 5280 ft = 1,61 km

1 bán kính Bohr = $5,292 \cdot 10^{-11}$ m

1 hải lí = 1,852 km

1 angstrom = 10^{-10} m

1 parsec = $3,084 \cdot 10^{16}$ m

1 năm ánh sáng = $9,460 \cdot 10^{15}$ m

Thời gian	s	phút	giờ	ngày	năm
1 giây	1	$1,667 \cdot 10^{-2}$	$2,778 \cdot 10^{-4}$	$1,157 \cdot 10^{-5}$	$3,169 \cdot 10^{-8}$
1 phút	60	1	$1,667 \cdot 10^{-2}$	$6,944 \cdot 10^{-4}$	$1,901 \cdot 10^{-6}$
1 giờ	3600	60	1	$4,167 \cdot 10^{-2}$	$1,141 \cdot 10^{-4}$
1 ngày	$8,640 \cdot 10^4$	1440	24	1	$2,738 \cdot 10^{-3}$
1 năm	$3,156 \cdot 10^4$	$5,260 \cdot 10^5$	$8,766 \cdot 10^3$	365,2	1

Khối lượng. Các đơn vị khối lượng aoxơ (oz), pao (lb), tấn Anh là các trọng lượng không phải là khối lượng nhưng nói chung chúng đều tương ứng với các khối lượng, chẳng hạn như 1kg có trọng lượng 2,205/lb tại vùng có g = 9,80665 m/s².

Khối lượng	kg	u	slug	1 aoxơ (oz) = 28,35g (lực) = $2,835 \cdot 10^{-2}$ kg (lực)
1 kilogram	1	$6,022 \cdot 10^{26}$	$6,852 \cdot 10^{-2}$	1 pao (lb) = 453,6g (lực) = 0,4536kg (lực)
1 đơn vị khối lượng nguyên tử (u)	$1,661 \cdot 10^{-27}$	1	$1,138 \cdot 10^{-28}$	1 tấn Anh = 907,2kg (lực)
1 slug	14,59	$8,788 \cdot 10^{27}$	1	1 tấn hệ mét = 1000kg

Diện tích	m ²	in ²	ft ²
1 mét vuông	1	1550	10,76
1 inch vuông	$6,452 \cdot 10^{-4}$	1	$6,944 \cdot 10^{-3}$
1 fut vuông	$9,290 \cdot 10^{-2}$	144	1

1 barn = 10^{-26} m²

1 acre = $4,356 \cdot 10^4$ ft² = 0,4049ha

1 hecta = 10^4 m² = 2,471 acre

1 dặm vuông = 640 acre = $2,788 \cdot 10^7$ ft²

Thể tích	m^3	cm^3	l	in^3	ft^3
1 mét khối	1	10^6	10^3	$6,102 \cdot 10^4$	35,31
1 centimét khối	10^{-6}	1	10^{-3}	$6,102 \cdot 10^{-2}$	$3,531 \cdot 10^{-5}$
1 lít	10^{-3}	10^3	1	61,02	$3,531 \cdot 10^{-2}$
1 inch khối	$1,639 \cdot 10^{-5}$	16,39	$1,639 \cdot 10^{-2}$	1	$5,787 \cdot 10^{-4}$
1 fut khối	$2,832 \cdot 10^{-2}$	$2,831 \cdot 10^4$	28,32	1728	1

1 gallon Mĩ = $231 in^3$

1 gallon Anh = $277,42 in^3$

Tốc độ	m/s	km/h	ft/s	mi/h
1 mét trên giây	1	3,600	3,2810	2,2370
1 kilômét trên giờ	0,2778	1	0,9113	0,6214
1 fut trên giây	0,3048	1,097	1	0,6818
1 dặm trên giờ (mi/h)	0,4470	1,609	1,4670	1

Lực	N	dyn	lb
1 niutơn	1	10^5	0,2248
1 dyn	10^{-5}	1	$2,248 \cdot 10^{-6}$
1 pao (lb)	4,448	$4,448 \cdot 10^5$	1

Công suất	W	cal/s	hp	ft.lb/s	Btu/h
1 oát	1	0,2390	$1,341 \cdot 10^{-3}$	0,7376	3,414
1 calo trên giây	4,184	1	$5,611 \cdot 10^{-3}$	3,086	14,29
1 mã lực (hp)	745,7	178,2	1	550	2546
1 fut pao trên giây	1,356	0,3240	$1,818 \cdot 10^{-3}$	1	4,629
1 đơn vị nhiệt lượng Anh trên giờ	0,2929	$7,000 \cdot 10^{-2}$	$3,928 \cdot 10^{-4}$	0,2160	1

Calo nhiệt động hoá học theo định nghĩa bằng $4,186 J$. Calo lớn dùng trong khẩu phần ăn là 10^3 cal.

Khối lượng riêng	kg/m^3	g/cm^3	lb/ft^3
1 kilogram trên mét khối	1	10^{-3}	$6,243 \cdot 10^{-2}$
1 gam trên centimét khối	10^3	1	62,43
1 pao trên fut khối	16,02	$1,602 \cdot 10^{-2}$	1

Pao trên fut khối là trọng lượng riêng, các đơn vị khác là khối lượng riêng. Xem bảng khối lượng.

Áp suất	Pa	dyn/cm ²	atm	mmHg	Ib/in ²
1 pascal (1N/m ²)	1	10	$9,869.10^{-6}$	$7,501.10^{-3}$	$1,450.10^{-4}$
1 dyn trên centimét vuông	0,1	1	$9,869.10^{-7}$	$7,501.10^{-4}$	$1,450.10^{-5}$
1 atmốt phe	$1,013.10^5$	$1,013.10^6$	1	760	14,70
1 milimét thuỷ ngân	133,3	$1,333.10^3$	$1,316.10^{-3}$	1	$1,934.10^{-2}$
1 pao trên inch vuông	6895	$6,895.10^4$	0,6805	51,71	1

1 bar = 10^5 Pa

Năng lượng	J	ec	eV	Cal	kW.h	ft.lb	Btu
1 jun	1	10^7	$6,242.10^{18}$	0,2390	$2,778.10^{-7}$	0,7376	$9,484.10^{-4}$
1 ec	10^{-7}	1	$6,242.10^{11}$	$2,390.10^{-8}$	$2,778.10^{-14}$	$7,376.10^{-3}$	$9,484.10^{-11}$
1 electron-vôn	$1,602.10^{-19}$	$1,602.10^{-12}$	1	$3,829.10^{-20}$	$4,450.10^{-26}$	$1,182.10^{-19}$	$1,520.10^{-22}$
1 calo	4,184	$4,184.10^7$	$2,611.10^{19}$	1	$1,162.10^{-6}$	3,086	$3,968.10^{-3}$
1 kiloát giờ	$3,6.10^6$	$3,6.10^{13}$	$2,247.10^{25}$	$8,604.10^5$	1	$2,655.10^6$	3414
1 futpao	1,356	$1,356.10^7$	$8,462.10^{18}$	0,324	$3,766.10^{-7}$	1	$1,286.10^{-3}$
1 đơn vị nhiệt lượng Anh	1054	$1,054.10^{10}$	$6,581.10^{21}$	252	$2,929.10^{-4}$	$7,777.10^2$	1

PHỤ LỤC 3

CÁC HẰNG SỐ CƠ BẢN

Bảng tóm tắt các giá trị được đề nghị năm 1993 của các hằng số vật lí cơ bản (B. N Taylor, Viện tiêu chuẩn và Công nghệ quốc gia).

Đại lượng	Kí hiệu	Giá trị	Đơn vị	Sai số tương đối phần nghìn
Tốc độ ánh sáng trong chân không	c	299792458	m.s^{-1}	chính xác
Nhiệt độ điểm ba	T_t	273,16	K	chính xác
Hằng số từ thẩm của chân không	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} = 12,566370614 \cdot 10^{-7}$	N.A^{-2}	chính xác
Hằng số điện môi của chân không, $1/\mu_0 c^2$	ε_0	8,854187817	10^{-12}F.m^{-1}	chính xác
Hằng số hấp dẫn của Newton	G	6,67259(85)	$10^{-11} \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$	128
Hằng số Planck $h/2\pi$	h \hbar	6,6260755(40) 1,05457266(63)	10^{-34}J.s 10^{-34}J.s	0,60 0,60
Điện tích nguyên tố	e	1,60217733(49)	10^{-19}C	0,30
Lượng tử từ thông $h/2e$	ϕ_0	2,06783461(61)	10^{-15}Wb	0,30
Khối lượng electron	m_e	9,1093897(54)	10^{-31}kg	0,59
Khối lượng proton	m_p	1,6726231(10)	10^{-27}kg	0,59
Tỉ số khối lượng proton electron	m_p/m_e	1836,152701(37)		0,020
Khối lượng neutron	m_n	1,6749286(10)	10^{-27}kg	0,59
Bước sóng Compton $h/m_e c$	λ_c	2,42631058(22)	10^{-12}m	0,089
Hằng số cấu trúc tinh tế $\mu_0 c e^2 / 2h$	α	7,29735308(33)	10^{-3}	0,045
Hằng số cấu trúc tinh tế nghịch đảo	α^{-1}	137,0359895(61)		0,045
Hằng số Rydberg $m c \alpha^2 / 2h$	R_∞	10973731,534(13)	m^{-1}	0,0012

Hằng số Avogadro	N_A	6,0221367(36)	10^{23}mol^{-1}	0,59
Hằng số Fraday $N_A e$	F	96485,309(29)	C.mol^{-1}	0,30
Hằng số khí ứng với 1 mol	R	8,314510(70)	$\text{J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$	8,4
Hằng số Boltzmann R/ N_A	k	1,380658(12)	10^{-23}J.K^{-1}	8,5
Hằng số Stefan – Boltzmann $(\pi^2/60)k^4/\hbar^3 c^2$	σ	5,67051(19)	$10^{-8} \text{Wm}^{-2}.\text{K}^{-4}$	34

Các đơn vị không SI được dùng với SI

électron - vôn (e/C)J = {e}J	eV	1,60217733(49)	10^{-19}J	0,30
Đơn vị khối lượng nguyên tử $1u = m_u = 1/12 m(^{12}\text{C})$	u	1,6605402(10)	10^{-27}kg	0,59

$$\text{Khối lượng électron } m_e = 0,000\ 549u = 0,511\text{Mev/c}^2$$

$$\text{Khối lượng prôtôn } m_p = 1,007\ 28u = 938,3\text{Mev/c}^2$$

$$\text{Khối lượng nơtron } m_n = 1,008\ 665u = 939,6\text{Mev/c}^2$$

$$1u = 931,5\text{Mev/c}^2$$

PHỤ LỤC 4

CÁC PHÉP TÍNH VI PHÂN

Đạo hàm của $y = f(x)$ được định nghĩa là giới hạn của độ dốc $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của đường cong y theo x :

$$\frac{dx}{dy} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Một số hệ thức tổng quát về các đạo hàm:

Tổng của các hàm:

$$\frac{d}{dx} [f(x) \pm g(x)] = \frac{df}{dx} \pm \frac{dg}{dx}$$

Tích của các hàm:

$$\frac{d}{dx} [f(x)g(x)] = f \frac{dg}{dx} + g \frac{df}{dx}$$

Thương của hai hàm:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{f}{g} \right) = \frac{gdf}{dx} - \frac{fdg}{dx} \quad g^2$$

Đạo hàm của hàm hợp (quy tắc dây chuyền): Nếu $y = f(x)$ và $x = g(z)$ thì:

$$\frac{df(x)}{dz} = \frac{df(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dz}$$

Các đạo hàm của một số hàm đặc biệt (a và n là các hằng số):

$$\frac{d(ax^n)}{dx} = nax^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} \sin(ax) = a \cos(ax);$$

$$\frac{d}{dx} a^{nx} = na^x \ln a;$$

$$\frac{d}{dx} \arcsin(ax) = \frac{a}{\sqrt{1-a^2x^2}}$$

$$\frac{d}{dx} \cos(ax) = -a \sin(ax);$$

$$\frac{d}{dx} e^{ax} = ae^{ax}$$

$$\frac{d}{dx} \arccos(ax) = \frac{-a}{\sqrt{1-a^2x^2}}$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{tg}(ax) = a \sec^2(ax);$$

$$\frac{d}{dx} \ln(ax) = \frac{1}{x};$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{arctg}(ax) = \frac{a}{1+a^2x^2}$$

PHỤ LỤC 5

CÁC PHÉP TÍNH TÍCH PHÂN

Tích phân I của hàm $f(x)$ giữa các giới hạn a và b được viết là :

$$I = \int_a^b f(x)dx$$

và bằng diện tích giới hạn bởi đường cong $f(x)$, các đường $x = a$, $x = b$ và trục hoành.
Định lí cơ bản của các phép tính chứng tỏ rằng nếu giới hạn trên là một biến w thì :

$$I(w) = \int_a^b f(x)dx$$

$$\frac{d}{dw} I(w) = \frac{d}{dw} \int_a^w f(x)dx = f(w)$$

Vậy ta coi tích phân như là nghịch đảo của đạo hàm. Tích phân không định hạn $I(x)$ của $f(x)$ là hàm mà đạo hàm của nó là $f(x)$: ví dụ như tích phân không định hạn $ax^2 + bx + c$ là $\frac{1}{3}ax^3 + \frac{1}{2}bx^2 + cx + d$.

Một số quy tắc chung về các tích phân không định hạn (f, g, u và v là các hàm ; a, b và c là các hằng số) có thể được biểu diễn là :

$$\int dx = x + c \quad ; \quad \int \frac{d[f(x)]}{dx} dx = f(x) + c$$

$$\int af(x)dx = a \int f(x)dx$$

$$\int [af(x) + bg(x)]dx = a \int f(x)dx + b \int g(x)dx$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Sau đây là các bảng của một số tích phân không định hạn và định hạn.

Các tích phân không định hạn

Một hằng số tuỳ ý có thể được cộng vào mỗi tích phân ; a, b và n biểu diễn các hằng số.

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad ; \quad \int e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a}$$

$$\int (a + bx)^n dx = \frac{(a + bx)^{n+1}}{b(n+1)} \quad (\text{với } n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{a + bx} = \frac{1}{b} \ln(a + bx)$$

$$\int \frac{xdx}{a + bx^2} = \frac{1}{2b} \ln(a + bx^2) \quad ; \quad \int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$\int x^2 e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^3} (a^2 x^2 - 2ax + 2)$$

$$\int xe^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^2} (ax - 1)$$

$$\int \ln(ax)dx = (x \ln ax) - x$$

$$\int \sin(ax)dx = -\frac{\cos(ax)}{a}$$

$$\int \cos(ax)dx = \frac{\sin(ax)}{a}$$

$$\int \operatorname{tg}(ax)dx = -\frac{\ln(\cos ax)}{a}$$

$$\int \sin^2(ax)dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin(2ax)}{4a}$$

$$\int \cos^2(ax)dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin(2ax)}{4a}$$

$$\int \operatorname{tg}^2(ax)dx = \frac{\operatorname{tg}(ax)}{a} - x$$

Các tích phân định hạn

($a > 0$)

$$\int_0^\infty e^{-ax} dx = \frac{1}{a} \quad ; \quad \int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a^2} \quad ;$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = n! a^{-n-1}$$

$$\int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{a^5}} \quad ; \quad \int_0^\infty \frac{dx}{1 + e^{ax}} = \frac{\ln 2}{a}$$

$$\int_0^\infty \frac{\sin(ax)}{x} dx = \frac{\pi}{2} \quad ; \quad \int_0^\infty e^{-a^2 x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2a}$$

$$\int_0^\infty x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a} \quad ; \quad \int_0^\infty x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{a^3}}$$

PHỤ LỤC 6

CÁC CÔNG THỨC TÍNH GẦN ĐÚNG, CÁC CÔNG THỨC VÀ KÍ HIỆU

Các khai triển

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \dots \quad |x| < 1$$

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots \quad \theta \text{ đo bằng rad}$$

$$\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \dots \quad \theta \text{ đo bằng rad}$$

$$\operatorname{tg}\theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2\theta^5}{15} + \dots \quad \theta \text{ đo bằng rad}$$

$$\sin^{-1}x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \dots \quad |x| < 1 \text{ góc đo bằng rad}$$

$$\cos^{-1}x = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}x$$

$$\operatorname{tg}^{-1}x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots \quad x^2 < 1$$

$$= \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \dots \quad x^2 > 1$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \dots \quad |x| < 1$$

Diện tích

$$\text{Hình vuông có cạnh } a \quad a^2$$

$$\text{Hình chữ nhật với các cạnh } a \text{ và } b \quad ab$$

$$\text{Hình tam giác có đáy } b \text{ và chiều cao } h \quad \frac{1}{2}bh$$

$$\text{Hình bình hành có đáy } b \text{ và chiều cao } h \quad bh$$

$$\text{Hình tròn có bán kính } r \quad \pi r^2$$

$$\text{Hình elip với bán trục dài } a \text{ và bán trục ngắn } b \quad \pi ab$$

$$\text{Hình cầu có bán kính } r \quad 4\pi r^2$$

$$\text{Hình trụ tròn có bán kính } r \text{ và chiều cao } h \quad 2\pi r^2 + 2\pi rh \\ (\text{đỉnh và đáy}) + (\text{diện tích xung quanh})$$

Thể tích

Hình lập phương có cạnh a

$$a^3$$

Hình lăng trụ với diện tích đáy A và chiều cao h

$$Ah$$

Hình cầu có bán kính r

$$\frac{4}{3} \pi r^3$$

Hình trụ có diện tích đáy A, chiều cao h

$$Ah$$

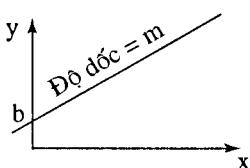
Hình nón có diện tích A và chiều cao h

$$\frac{1}{3} Ah$$

Phương trình của các đường cong

Đường thẳng có độ dốc m và phần bị chấn b (hình PL.1) :

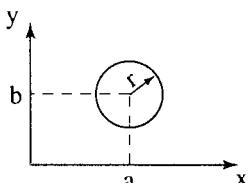
$$y = mx + b$$



Hình PL.1

Đường tròn có bán kính r, tâm tại (a, b) (hình PL.2) :

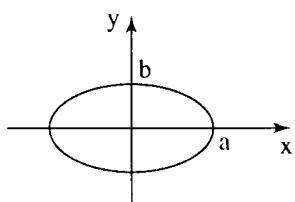
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$



Hình PL.2

Elip với các bán trục a và b, có tâm tại (0, 0) (hình PL.3) :

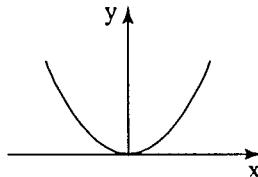
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Hình PL.3

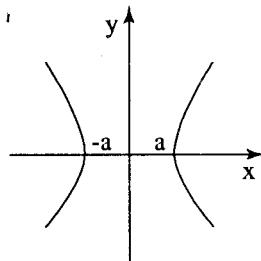
Parabol có đỉnh tại gốc, nhánh hướng lên trên (hình PL.4) :

$$y = Ax^2$$



Hình PL.4

Hyperbol với các đỉnh tại ($\pm a, 0$) và tâm sai e cho bởi $e^2 = \frac{b^2}{a^2} + 1$, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (hình PL.5)



Hình PL.5

Phương trình bậc hai

Các nghiệm phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ được cho bởi :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Lôgarit

Nếu $x = a^y$ thì $y = \log_a x$

$$\log(u/v) = \log u - \log v$$

Cơ số của lôgarit tự nhiên là :

$$\log u^n = n \log u$$

$e = 2,718281828\dots$ sao cho $y = \log_e x = \ln x$

$$\ln e = 1$$

$\log 1 = 0$

$$\ln e^n = n$$

$\log_a a = 1$

$$\ln 10 = 2,303$$

$\log(uv) = \log u + \log v$

$$\ln 2 = 0,693$$

Bộ chữ cái Hi Lạp

Tên chữ	Chữ hoa	Chữ thường	Tên chữ	Chữ hoa	Chữ thường
Anpha	A	α	Nuy	N	ν
Bêta	B	β	Xi	Ξ	ξ
Gamma	Γ	γ	Ômicrôn	Ο	ο
Đenta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsilon	Ε	ε	Rô	Ρ	ρ
Zêta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Êta	H	η	Tau	Τ	τ
Têta	Θ	θ	Upsilon	Υ	υ
lôta	I	ι	Phi	Φ	ϕ, φ
Kappa	K	κ	Khi	Χ	χ
Lamda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Muy	M	μ	Ômêga	Ω	ω

PHỤ LỤC 7

VECTƠ VÀ PHÉP TÍNH VECTƠ

Vectơ là một đại lượng có cả độ lớn lẫn hướng, thường kí hiệu là **A** (đậm) hoặc \vec{A} . Độ lớn của vectơ **A** là : $A = |\mathbf{A}|$, nó không bao giờ âm.

Biểu diễn vectơ trong hệ toạ độ Descartes

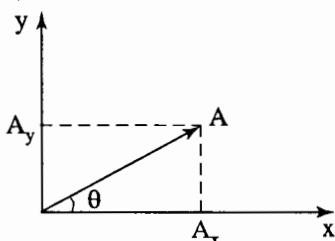
Trong *mặt phẳng* (không gian 2 chiều) :

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j}$$

trong đó \mathbf{i}, \mathbf{j} là các vectơ đơn vị dọc theo các trục Ox, Oy . A_x, A_y là các thành phần vectơ dọc theo các trục đó. Thành phần vectơ có thể dương hoặc âm. Độ lớn và hướng của vectơ **A** được xác định như sau (hình PL.6) :

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{A_y}{A_x}$$



Hình PL.6

Nếu độ lớn A và hướng (góc θ) đã cho thì các thành phần vectơ có thể tìm được bằng :

$$A_x = A \cos \theta; \quad A_y = A \sin \theta$$

Mở rộng trong không gian 3 chiều thì độ lớn của vectơ **A** là :

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

với A_x, A_y, A_z là các thành phần vectơ dọc theo ba trục Ox, Oy, Oz . Hướng của vectơ

A có thể biểu thị qua các góc đối với trục toạ độ, nhưng trong không gian 3 chiều cho ba thành phần A_x, A_y, A_z sẽ thuận tiện hơn.

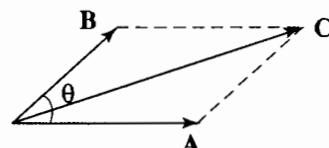
Cộng vectơ (phương pháp hình học) :

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}$$

Các vectơ **A** và **B** được cộng theo phương pháp hình học để tạo ra vectơ tổng **C**. Vectơ **C** là đường chéo của hình bình hành mà **A** và **B** là hai cạnh. Độ lớn của **C** là :

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

trong đó A, B là các độ lớn của vectơ **A** và **B**, θ là góc giữa hai vectơ đó (hình PL.7).



Hình PL.7

Phép cộng vectơ có các tính chất sau :

- Giao hoán : $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$
- Kết hợp : $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$
- Nhân vectơ với một vô hướng : $\mathbf{B} = s \cdot \mathbf{A}$, nếu $s > 0$ thì **B** cùng hướng với **A** và có độ lớn $B = s \cdot A$; nếu $s < 0$ thì **B** ngược hướng với **A** và có độ lớn $B = |s| A$.

Cộng vectơ (phương pháp giải tích).

Khi biểu diễn vectơ trong hệ toạ độ thì vectơ tổng $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ có các thành phần vectơ như sau :

$$C_x = A_x + B_x; \quad C_y = A_y + B_y; \quad C_z = A_z + B_z$$

Độ lớn của vectơ tổng **C** được tính :

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2}$$

$$= \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2 + (A_z + B_z)^2}$$

Tích vô hướng (tích chấm)

Tích vô hướng của hai vectơ \mathbf{A} và \mathbf{B} là một vô hướng được định nghĩa (hình PL.8) :

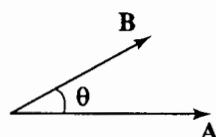
$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$$

Nó có thể biểu diễn theo các thành phần vectơ :

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Tích vô hướng có các tính chất :

- Giao hoán : $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$
- Phân phối : $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$



Hình PL.8

- Ngoài ra còn có tính chất : $\mathbf{A} \cdot (s\mathbf{B}) = s(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$, trong đó s là một vô hướng.

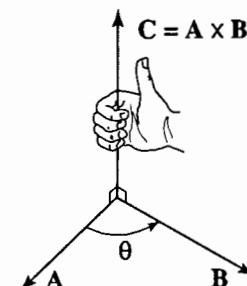
Tích vectơ

Tích vectơ của hai vectơ \mathbf{A} và \mathbf{B} được định nghĩa là vectơ :

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

* Hướng của vectơ \mathbf{C} được xác định bằng quy tắc bàn tay phải : Vectơ \mathbf{C} vuông góc với mặt phẳng chứa \mathbf{A} và \mathbf{B} , uốn cong các ngón tay của bàn tay phải theo chiều quay

từ \mathbf{A} đến \mathbf{B} , ngón tay cái choãi ra chỉ chiều của \mathbf{C} (hình PL.9).



Hình PL.9

* Độ lớn của vectơ \mathbf{C} là :

$$C = AB \sin \theta$$

Nếu biểu diễn các vectơ trong hệ toạ độ thì :

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = C_x \mathbf{i} + C_y \mathbf{j} + C_z \mathbf{k}$$

trong đó các thành phần vectơ là :

$$C_x = A_y B_z - A_z B_y$$

$$C_y = A_z B_x - A_x B_z$$

$$C_z = A_x B_y - A_y B_x$$

Tích vectơ có các tính chất như sau :

- Không giao hoán : $\mathbf{A} \times \mathbf{B} \neq \mathbf{B} \times \mathbf{A}$, khi đổi chỗ hai vectơ ta có : $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$
- Phân phối : $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \mathbf{C}$

PHỤ LỤC 8

CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Sin, côsin, tang của θ (xem hình PL.10) được cho bởi :

$$\begin{aligned}\sin \theta &= \frac{y}{r} ; & \cos \theta &= \frac{x}{r} ; & \operatorname{tg} \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{y}{x} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}\end{aligned}$$

Côsec, sec và cốtang của θ được cho bởi :

$$\begin{aligned}\csc \theta &= \frac{r}{y} = \frac{1}{\sin \theta} ; & \sec \theta &= \frac{r}{x} = \frac{1}{\cos \theta} ; \\ \cotg \theta &= \frac{x}{y} = \frac{1}{\operatorname{tg} \theta}\end{aligned}$$

Từ hình PL.10 :

$$\sin\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm \cos \theta$$

$$\cos\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm \sin \theta$$

$$\operatorname{tg}\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \mp \cotg \theta$$

Từ định lí Pithagor, $x^2 + y^2 = r^2$ và :

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 ; \quad \sec^2 \theta - \operatorname{tg}^2 \theta = 1 ;$$

$$\csc^2 \theta - \cotg^2 \theta = 1$$

Dưới đây là một số công thức lượng giác :

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

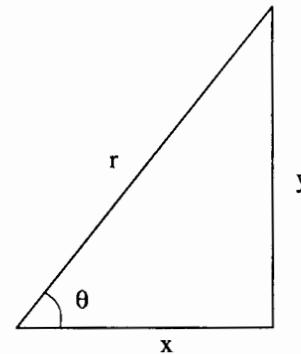
$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\beta - \alpha)$$

$$\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$



Hình PL.10

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\begin{aligned}\cos 2\theta &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 \theta\end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2 \operatorname{tg} \theta}{1 - \operatorname{tg}^2 \theta}$$

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta) ;$$

$$\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta)$$

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta ; \quad \cos(-\theta) = \cos \theta ;$$

$$\operatorname{tg}(-\theta) = -\operatorname{tg} \theta$$

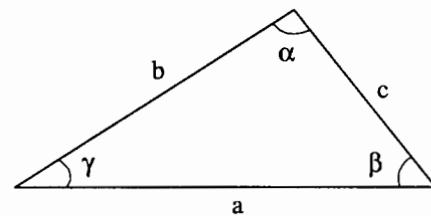
Đối với một tam giác bất kì (xem hình PL.11) :

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \text{ rad} = 180^\circ$$

Định lí hàm số côsin :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$= b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos(180^\circ - \alpha)$$



Hình PL.11

Định lí hàm số sin :

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

PHỤ LỤC 9

BẢNG TUẦN HOÀN CÁC NGUYÊN TỐ

Các nguyên tố chuyển tiếp

Nhóm I Nhóm II Nhóm III Nhóm IV Nhóm V Nhóm VI Nhóm VII Nhóm VIII

H 1 1,00794 1s ¹	Li 3 Be 4 9,012182 2s ²	Cl 17 35,4527 3p ⁵	Kí hiệu — Cl 17 — Số nguyên tử — 17 — Khối lượng nguyên tử — 35,4527 — Cấu hình electron (chỉ những lớp ngoài)
Na 11 Mg 12 22,989768 24,3050 3s ²	Ca 20 Sc 21 Ti 22 V 23 Cr 24 Mn 25 Fe 26 Co 27 Ni 28 Cu 29 Zn 30 Ga 31 Ge 32 As 33 Se 34 Br 35 Kr 36 40,078 44,955910 47,88 50,9415 51,9961 54,93805 55,847 58,93320 58,69324 63,546 65,39 69,723 72,61 74,92159 78,96 79,904 83,80		
K 19 Ca 20 Sc 21 Ti 22 V 23 Cr 24 Mn 25 Fe 26 Co 27 Ni 28 Cu 29 Zn 30 Ga 31 Ge 32 As 33 Se 34 Br 35 Kr 36 39,0983 40,078 44,955910 47,88 50,9415 51,9961 54,93805 55,847 58,93320 58,69324 63,546 65,39 69,723 72,61 74,92159 78,96 79,904 83,80			
Rb 37 Sr 38 Y 39 Zr 40 Nb 41 Mo 42 Tc 43 Ru 44 Rh 45 Pd 46 Ag 47 Cd 48 In 49 Sn 50 Sb 51 Te 52 I 53 Xe 54 85,4678 87,62 88,90385 91,224 92,90638 95,94 97,9072 101,07 102,90550 106,42 107,8682 112,411 114,818 118,710 121,757 127,60 126,90447 131,29			
Cs 55 Ba 56 57 - 71+ Hf 72 Ta 73 W 74 Re 75 Os 76 Ir 77 Pt 78 Au 79 Hg 80 Tl 81 Pb 82 Bi 83 Po 84 At 85 Rn 86 132,90543 137,327 4d ¹ 5s ² 4d ² 5s ² 4d ³ 5s ¹ 4d ⁴ 5s ¹ 4d ⁵ 5s ¹ 4d ⁶ 5s ¹ 4d ⁷ 5s ¹ 4d ⁸ 5s ¹ 4d ⁹ 5s ⁰ 4d ¹⁰ 5s ¹ 4d ¹¹ 5s ² 4d ¹² 5s ² 4d ¹³ 5s ¹ 4d ¹⁴ 5s ² 4d ¹⁵ 5s ² 4d ¹⁶ 5s ² 4d ¹⁷ 5s ² 4d ¹⁸ 5s ² 4d ¹⁹ 5s ² 4d ²⁰ 5s ² 4d ²¹ 5s ² 4d ²² 5s ² 4d ²³ 5s ² 4d ²⁴ 5s ² 4d ²⁵ 5s ² 4d ²⁶ 5s ² 4d ²⁷ 5s ² 4d ²⁸ 5s ² 4d ²⁹ 5s ² 4d ³⁰ 5s ² 4d ³¹ 5s ² 4d ³² 5s ² 4d ³³ 5s ² 4d ³⁴ 5s ² 4d ³⁵ 5s ² 4d ³⁶ 5s ² 4d ³⁷ 5s ² 4d ³⁸ 5s ² 4d ³⁹ 5s ² 4d ⁴⁰ 5s ² 4d ⁴¹ 5s ² 4d ⁴² 5s ² 4d ⁴³ 5s ² 4d ⁴⁴ 5s ² 4d ⁴⁵ 5s ² 4d ⁴⁶ 5s ² 4d ⁴⁷ 5s ² 4d ⁴⁸ 5s ² 4d ⁴⁹ 5s ² 4d ⁵⁰ 5s ² 4d ⁵¹ 5s ² 4d ⁵² 5s ² 4d ⁵³ 5s ² 4d ⁵⁴ 5s ² 4d ⁵⁵ 5s ² 4d ⁵⁶ 5s ² 4d ⁵⁷ 5s ² 4d ⁵⁸ 5s ² 4d ⁵⁹ 5s ² 4d ⁶⁰ 5s ² 4d ⁶¹ 5s ² 4d ⁶² 5s ² 4d ⁶³ 5s ² 4d ⁶⁴ 5s ² 4d ⁶⁵ 5s ² 4d ⁶⁶ 5s ² 4d ⁶⁷ 5s ² 4d ⁶⁸ 5s ² 4d ⁶⁹ 5s ² 4d ⁷⁰ 5s ² 4d ⁷¹ 5s ² 4d ⁷² 5s ² 4d ⁷³ 5s ² 4d ⁷⁴ 5s ² 4d ⁷⁵ 5s ² 4d ⁷⁶ 5s ² 4d ⁷⁷ 5s ² 4d ⁷⁸ 5s ² 4d ⁷⁹ 5s ² 4d ⁸⁰ 5s ² 4d ⁸¹ 5s ² 4d ⁸² 5s ² 4d ⁸³ 5s ² 4d ⁸⁴ 5s ² 4d ⁸⁵ 5s ² 4d ⁸⁶ 5s ² 4d ⁸⁷ 5s ² 4d ⁸⁸ 5s ² 4d ⁸⁹ 5s ² 4d ⁹⁰ 5s ² 4d ⁹¹ 5s ² 4d ⁹² 5s ² 4d ⁹³ 5s ² 4d ⁹⁴ 5s ² 4d ⁹⁵ 5s ² 4d ⁹⁶ 5s ² 4d ⁹⁷ 5s ² 4d ⁹⁸ 5s ² 4d ⁹⁹ 5s ² 4d ¹⁰⁰ 5s ² 4d ¹⁰¹ 5s ² 4d ¹⁰² 5s ² 4d ¹⁰³ 5s ² 4d ¹⁰⁴ 5s ² 4d ¹⁰⁵ 5s ² 4d ¹⁰⁶ 5s ² 4d ¹⁰⁷ 5s ² 4d ¹⁰⁸ 5s ² 4d ¹⁰⁹ 5s ² 4d ¹¹⁰ 5s ² 4d ¹¹¹ 5s ² 4d ¹¹² 5s ² 4d ¹¹³ 5s ² 4d ¹¹⁴ 5s ² 4d ¹¹⁵ 5s ² 4d ¹¹⁶ 5s ² 4d ¹¹⁷ 5s ² 4d ¹¹⁸ 5s ² 4d ¹¹⁹ 5s ² 4d ¹²⁰ 5s ² 4d ¹²¹ 5s ² 4d ¹²² 5s ² 4d ¹²³ 5s ² 4d ¹²⁴ 5s ² 4d ¹²⁵ 5s ² 4d ¹²⁶ 5s ² 4d ¹²⁷ 5s ² 4d ¹²⁸ 5s ² 4d ¹²⁹ 5s ² 4d ¹³⁰ 5s ² 4d ¹³¹ 5s ² 4d ¹³² 5s ² 4d ¹³³ 5s ² 4d ¹³⁴ 5s ² 4d ¹³⁵ 5s ² 4d ¹³⁶ 5s ² 4d ¹³⁷ 5s ² 4d ¹³⁸ 5s ² 4d ¹³⁹ 5s ² 4d ¹⁴⁰ 5s ² 4d ¹⁴¹ 5s ² 4d ¹⁴² 5s ² 4d ¹⁴³ 5s ² 4d ¹⁴⁴ 5s ² 4d ¹⁴⁵ 5s ² 4d ¹⁴⁶ 5s ² 4d ¹⁴⁷ 5s ² 4d ¹⁴⁸ 5s ² 4d ¹⁴⁹ 5s ² 4d ¹⁵⁰ 5s ² 4d ¹⁵¹ 5s ² 4d ¹⁵² 5s ² 4d ¹⁵³ 5s ² 4d ¹⁵⁴ 5s ² 4d ¹⁵⁵ 5s ² 4d ¹⁵⁶ 5s ² 4d ¹⁵⁷ 5s ² 4d ¹⁵⁸ 5s ² 4d ¹⁵⁹ 5s ² 4d ¹⁶⁰ 5s ² 4d ¹⁶¹ 5s ² 4d ¹⁶² 5s ² 4d ¹⁶³ 5s ² 4d ¹⁶⁴ 5s ² 4d ¹⁶⁵ 5s ² 4d ¹⁶⁶ 5s ² 4d ¹⁶⁷ 5s ² 4d ¹⁶⁸ 5s ² 4d ¹⁶⁹ 5s ² 4d ¹⁷⁰ 5s ² 4d ¹⁷¹ 5s ² 4d ¹⁷² 5s ² 4d ¹⁷³ 5s ² 4d ¹⁷⁴ 5s ² 4d ¹⁷⁵ 5s ² 4d ¹⁷⁶ 5s ² 4d ¹⁷⁷ 5s ² 4d ¹⁷⁸ 5s ² 4d ¹⁷⁹ 5s ² 4d ¹⁸⁰ 5s ² 4d ¹⁸¹ 5s ² 4d ¹⁸² 5s ² 4d ¹⁸³ 5s ² 4d ¹⁸⁴ 5s ² 4d ¹⁸⁵ 5s ² 4d ¹⁸⁶ 5s ² 4d ¹⁸⁷ 5s ² 4d ¹⁸⁸ 5s ² 4d ¹⁸⁹ 5s ² 4d ¹⁹⁰ 5s ² 4d ¹⁹¹ 5s ² 4d ¹⁹² 5s ² 4d ¹⁹³ 5s ² 4d ¹⁹⁴ 5s ² 4d ¹⁹⁵ 5s ² 4d ¹⁹⁶ 5s ² 4d ¹⁹⁷ 5s ² 4d ¹⁹⁸ 5s ² 4d ¹⁹⁹ 5s ² 4d ²⁰⁰ 5s ² 4d ²⁰¹ 5s ² 4d ²⁰² 5s ² 4d ²⁰³ 5s ² 4d ²⁰⁴ 5s ² 4d ²⁰⁵ 5s ² 4d ²⁰⁶ 5s ² 4d ²⁰⁷ 5s ² 4d ²⁰⁸ 5s ² 4d ²⁰⁹ 5s ² 4d ²¹⁰ 5s ² 4d ²¹¹ 5s ² 4d ²¹² 5s ² 4d ²¹³ 5s ² 4d ²¹⁴ 5s ² 4d ²¹⁵ 5s ² 4d ²¹⁶ 5s ² 4d ²¹⁷ 5s ² 4d ²¹⁸ 5s ² 4d ²¹⁹ 5s ² 4d ²²⁰ 5s ² 4d ²²¹ 5s ² 4d ²²² 5s ² 4d ²²³ 5s ² 4d ²²⁴ 5s ² 4d ²²⁵ 5s ² 4d ²²⁶ 5s ² 4d ²²⁷ 5s ² 4d ²²⁸ 5s ² 4d ²²⁹ 5s ² 4d ²³⁰ 5s ² 4d ²³¹ 5s ² 4d ²³² 5s ² 4d ²³³ 5s ² 4d ²³⁴ 5s ² 4d ²³⁵ 5s ² 4d ²³⁶ 5s ² 4d ²³⁷ 5s ² 4d ²³⁸ 5s ² 4d ²³⁹ 5s ² 4d ²⁴⁰ 5s ² 4d ²⁴¹ 5s ² 4d ²⁴² 5s ² 4d ²⁴³ 5s ² 4d ²⁴⁴ 5s ² 4d ²⁴⁵ 5s ² 4d ²⁴⁶ 5s ² 4d ²⁴⁷ 5s ² 4d ²⁴⁸ 5s ² 4d ²⁴⁹ 5s ² 4d ²⁵⁰ 5s ² 4d ²⁵¹ 5s ² 4d ²⁵² 5s ² 4d ²⁵³ 5s ² 4d ²⁵⁴ 5s ² 4d ²⁵⁵ 5s ² 4d ²⁵⁶ 5s ² 4d ²⁵⁷ 5s ² 4d ²⁵⁸ 5s ² 4d ²⁵⁹ 5s ² 4d ²⁶⁰ 5s ² 4d ²⁶¹ 5s ² 4d ²⁶² 5s ² 4d ²⁶³ 5s ² 4d ²⁶⁴ 5s ² 4d ²⁶⁵ 5s ² 4d ²⁶⁶ 5s ² 4d ²⁶⁷ 5s ² 4d ²⁶⁸ 5s ² 4d ²⁶⁹ 5s ² 4d ²⁷⁰ 5s ² 4d ²⁷¹ 5s ² 4d ²⁷² 5s ² 4d ²⁷³ 5s ² 4d ²⁷⁴ 5s ² 4d ²⁷⁵ 5s ² 4d ²⁷⁶ 5s ² 4d ²⁷⁷ 5s ² 4d ²⁷⁸ 5s ² 4d ²⁷⁹ 5s ² 4d ²⁸⁰ 5s ² 4d ²⁸¹ 5s ² 4d ²⁸² 5s ² 4d ²⁸³ 5s ² 4d ²⁸⁴ 5s ² 4d ²⁸⁵ 5s ² 4d ²⁸⁶ 5s ² 4d ²⁸⁷ 5s ² 4d ²⁸⁸ 5s ² 4d ²⁸⁹ 5s ² 4d ²⁹⁰ 5s ² 4d ²⁹¹ 5s ² 4d ²⁹² 5s ² 4d ²⁹³ 5s ² 4d ²⁹⁴ 5s ² 4d ²⁹⁵ 5s ² 4d ²⁹⁶ 5s ² 4d ²⁹⁷ 5s ² 4d ²⁹⁸ 5s ² 4d ²⁹⁹ 5s ² 4d ³⁰⁰ 5s ² 4d ³⁰¹ 5s ² 4d ³⁰² 5s ² 4d ³⁰³ 5s ² 4d ³⁰⁴ 5s ² 4d ³⁰⁵ 5s ² 4d ³⁰⁶ 5s ² 4d ³⁰⁷ 5s ² 4d ³⁰⁸ 5s ² 4d ³⁰⁹ 5s ² 4d ³¹⁰ 5s ² 4d ³¹¹ 5s ² 4d ³¹² 5s ² 4d ³¹³ 5s ² 4d ³¹⁴ 5s ² 4d ³¹⁵ 5s ² 4d ³¹⁶ 5s ² 4d ³¹⁷ 5s ² 4d ³¹⁸ 5s ² 4d ³¹⁹ 5s ² 4d ³²⁰ 5s ² 4d ³²¹ 5s ² 4d ³²² 5s ² 4d ³²³ 5s ² 4d ³²⁴ 5s ² 4d ³²⁵ 5s ² 4d ³²⁶ 5s ² 4d ³²⁷ 5s ² 4d ³²⁸ 5s ² 4d ³²⁹ 5s ² 4d ³³⁰ 5s ² 4d ³³¹ 5s ² 4d ³³² 5s ² 4d ³³³ 5s ² 4d ³³⁴ 5s ² 4d ³³⁵ 5s ² 4d ³³⁶ 5s ² 4d ³³⁷ 5s ² 4d ³³⁸ 5s ² 4d ³³⁹ 5s ² 4d ³⁴⁰ 5s ² 4d ³⁴¹ 5s ² 4d ³⁴² 5s ² 4d ³⁴³ 5s ² 4d ³⁴⁴ 5s ² 4d ³⁴⁵ 5s ² 4d ³⁴⁶ 5s ² 4d ³⁴⁷ 5s ² 4d ³⁴⁸ 5s ² 4d ³⁴⁹ 5s ² 4d ³⁵⁰ 5s ² 4d ³⁵¹ 5s ² 4d ³⁵² 5s ² 4d ³⁵³ 5s ² 4d ³⁵⁴ 5s ² 4d ³⁵⁵ 5s ² 4d ³⁵⁶ 5s ² 4d ³⁵⁷ 5s ² 4d ³⁵⁸ 5s ² 4d ³⁵⁹ 5s ² 4d ³⁶⁰ 5s ² 4d ³⁶¹ 5s ² 4d ³⁶² 5s ² 4d ³⁶³ 5s ² 4d ³⁶⁴ 5s ² 4d ³⁶⁵ 5s ² 4d ³⁶⁶ 5s ² 4d ³⁶⁷ 5s ² 4d ³⁶⁸ 5s ² 4d ³⁶⁹ 5s ² 4d ³⁷⁰ 5s ² 4d ³⁷¹ 5s ² 4d ³⁷² 5s ² 4d ³⁷³ 5s ² 4d ³⁷⁴ 5s ² 4d ³⁷⁵ 5s ² 4d ³⁷⁶ 5s ² 4d ³⁷⁷ 5s ² 4d ³⁷⁸ 5s ² 4d ³⁷⁹ 5s ² 4d ³⁸⁰ 5s ² 4d ³⁸¹ 5s ² 4d ³⁸² 5s ² 4d ³⁸³ 5s ² 4d ³⁸⁴ 5s ² 4d ³⁸⁵ 5s ² 4d ³⁸⁶ 5s ² 4d ³⁸⁷ 5s ² 4d ³⁸⁸ 5s ² 4d ³⁸⁹ 5s ² 4d ³⁹⁰ 5s ² 4d ³⁹¹ 5s ² 4d ³⁹² 5s ² 4d ³⁹³ 5s ² 4d ³⁹⁴ 5s ² 4d ³⁹⁵ 5s ² 4d ³⁹⁶ 5s ² 4d ³⁹⁷ 5s ² 4d ³⁹⁸ 5s ² 4d ³⁹⁹ 5s ² 4d ⁴⁰⁰ 5s ² 4d ⁴⁰¹ 5s ² 4d ⁴⁰² 5s ² 4d ⁴⁰³ 5s ² 4d ⁴⁰⁴ 5s ² 4d ⁴⁰⁵ 5s ² 4d ⁴⁰⁶ 5s ² 4d ⁴⁰⁷ 5s ² 4d ⁴⁰⁸ 5s ² 4d ⁴⁰⁹ 5s ² 4d ⁴¹⁰ 5s ² 4d ⁴¹¹ 5s ² 4d ⁴¹² 5s ² 4d ⁴¹³ 5s ² 4d ⁴¹⁴ 5s ² 4d ⁴¹⁵ 5s ² 4d ⁴¹⁶ 5s ² 4d ⁴¹⁷ 5s ² 4d ⁴¹⁸ 5s ² 4d ⁴¹⁹ 5s ² 4d ⁴²⁰ 5s ² 4d ⁴²¹ 5s ² 4d ⁴²² 5s ² 4d ⁴²³ 5s ² 4d ⁴²⁴ 5s ² 4d ⁴²⁵ 5s ² 4d ⁴²⁶ 5s ² 4d ⁴²⁷ 5s ² 4d ⁴²⁸ 5s ² 4d ⁴²⁹ 5s ² 4d ⁴³⁰ 5s ² 4d ⁴³¹ 5s ² 4d ⁴³² 5s ² 4d ⁴³³ 5s ² 4d ⁴³⁴ 5s ² 4d ⁴³⁵ 5s ² 4d ⁴³⁶ 5s ² 4d ⁴³⁷ 5s ² 4d ⁴³⁸ 5s ² 4d ⁴³⁹ 5s ² 4d ⁴⁴⁰ 5s ² 4d ⁴⁴¹ 5s ² 4d ⁴⁴² 5s ² 4d ⁴⁴³ 5s ² 4d ⁴⁴⁴ 5s ² 4d ⁴⁴⁵ 5s ² 4d ⁴⁴⁶ 5s ² 4d ⁴⁴⁷ 5s ² 4d ⁴⁴⁸ 5s ² 4d ⁴⁴⁹ 5s ² 4d ⁴⁵⁰ 5s ² 4d ⁴⁵¹ 5s ² 4d ⁴⁵² 5s ² 4d ⁴⁵³ 5s ² 4d ⁴⁵⁴ 5s ² 4d ⁴⁵⁵ 5s ² 4d ⁴⁵⁶ 5s ² 4d ⁴⁵⁷ 5s ² 4d ⁴⁵⁸ 5s ² 4d ⁴⁵⁹ 5s ² 4d ⁴⁶⁰ 5s ² 4d ⁴⁶¹ 5s ² 4d ⁴⁶² 5s ² 4d ⁴⁶³ 5s ² 4d ⁴⁶⁴ 5s ² 4d ⁴⁶⁵ 5s ² 4d ⁴⁶⁶ 5s ² 4d ⁴⁶⁷ 5s ² 4d ⁴⁶⁸ 5s ² 4d ⁴⁶⁹ 5s ² 4d ⁴⁷⁰ 5s ² 4d ⁴⁷¹ 5s ² 4d ⁴⁷² 5s ² 4d ⁴⁷³ 5s ² 4d ⁴⁷⁴ 5s ² 4d ⁴⁷⁵ 5s ² 4d ⁴⁷⁶ 5s ² 4d ⁴⁷⁷ 5s ² 4d ⁴⁷⁸ 5s ² 4d ⁴⁷⁹ 5s ² 4d ⁴⁸⁰ 5s ² 4d ⁴⁸¹ 5s ² 4d ⁴⁸² 5s ² 4d ⁴⁸³ 5s ² 4d ⁴⁸⁴ 5s ² 4d ⁴⁸⁵ 5s ² 4d ⁴⁸⁶ 5s ² 4d ⁴⁸⁷ 5s ² 4d ⁴⁸⁸ 5s ² 4d ⁴⁸⁹ 5s ² 4d ⁴⁹⁰ 5s ² 4d ⁴⁹¹ 5s ² 4d ⁴⁹² 5s ² 4d ⁴⁹³ 5s ² 4d ⁴⁹⁴ 5s ² 4d ⁴⁹⁵ 5s ² 4d ⁴⁹⁶ 5s ² 4d ⁴⁹⁷ 5s ² 4d ⁴⁹⁸ 5s ² 4d ⁴⁹⁹ 5s ² 4d ⁵⁰⁰ 5s ² 4d ⁵⁰¹ 5s ² 4d ⁵⁰² 5s ² 4d ⁵⁰³ 5s ² 4d ⁵⁰⁴ 5s ² 4d ⁵⁰⁵ 5s ² 4d ⁵⁰⁶ 5s ² 4d ⁵⁰⁷ 5s ² 4d ⁵⁰⁸ 5s ² 4d ⁵⁰⁹ 5s ² 4d ⁵¹⁰ 5s ² 4d ⁵¹¹ 5s ² 4d ⁵¹² 5s ² 4d ⁵¹³ 5s ² 4d ⁵¹⁴ 5s ² 4d ⁵¹⁵ 5s ² 4d ⁵¹⁶ 5s ² 4d ⁵¹⁷ 5s ² 4d ⁵¹⁸ 5s			

ĐÁP SỐ CỦA CÁC BÀI TẬP

Chương 1

Bài tập

1. $\frac{\text{Chiều dài}}{[\text{Thời gian}]^2}$; gia tốc.
2. $\frac{[\text{Khối lượng}][\text{Chiều dài}]^2}{[\text{Thời gian}]^2}$.
3. 114m^2 .
4. $3,3 \cdot 10^{24}\text{kg}$.
5. $2,3 \cdot 10^4\text{cm}^3$.
6. 239người/km^2 .
7. 390 lần.
8. 500s.
9. $2,5ml = 2,5\text{cm}^3$.
10. $1,6 \cdot 10^8\text{hạt}$.
11. $34,8 \cdot 10^5\text{m}$.
12. (a) $1,6\text{m}^2$; (b) $0,737\text{m}^2$; (c) $2,4\text{m}^2$.

Chương 2

Bài tập

1. -16m ; 37m ; $(-16\text{m})\mathbf{i}$;
 $(37\text{m})\mathbf{i}$; $(53\text{m})\mathbf{i}$.
2. (b) 153mm ; (c) $(-49\text{mm})\mathbf{i}$.
4. (a) 500s ; (b) 9 phút - ánh sáng.
7. (a) 29m/s ; (b) 26m/s .
8. $0,50\text{s}$.
10. (a) $-0,9\text{m/s}^2$; (b) $+0,9\text{m/s}^2$.
12. (a) $a(t) = (6,4\text{m/s}^3)t$; (b) 17m/s^2 ;
(c) 0.
13. (a) $v(t) = (3,6\text{m/s}^2)t$; (b) 86m/s ;
(c) $x(t) = (1,8\text{m/s}^2)t^2$; (d) $1,0\text{km}$.

14. (a) 12m/s ; (b) 16m/s .
16. $1,8\text{m/s}^2$.
18. (a) $1,6\text{s}$; (b) $2,3\text{s}$.
19. $4,2\text{s}$.
20. $2 \cdot 10^5\text{m/s}^2$.
21. (a) $3,0\text{m}$; (b) $3,2\text{m/s}^2$; (c) $2,9\text{m/s}$;
(d) $x(t) = 3,0\text{m} + (2,9\text{m/s})t + (1,6\text{m/s}^2)t^2$.
23. $0,64\text{g}$.
24. 10m/s^2 .
26. (a) $h_{\max} = 9,1\text{m}$; $t_{\max} = 1,2\text{s}$;
(b) $0,71\text{s}$ và $1,7\text{s}$; (c) $7,8\text{m}$ và $7,8\text{m}$.
28. 10m/s .

Bài tập nâng cao

1. (a) $11,5\text{m/s}$; (b) $2,6\text{s}$;
(c) $7,4\text{s}$; (d) $4,4\text{m/s}^2$.
2. (a) $7,8\text{s}$; (b) 140m ; (c) 36m/s .
4. $1,6\text{km}$.
8. Mật sáp
10. (a) $b = 6,0\text{m/s}^2$, $c = 1,0\text{m/s}^3$;
(b) $t = 2,0\text{s}$, $x = 16\text{m}$.
12. (b) $9,815\text{m/s}^2$
13. (a) $v = (\lambda/\tau)(1 - e^{-t/\tau})$;
(b) $a = (\lambda/\tau^2)e^{-t/\tau}$.
15. (a) $6,3\text{m/s}$; (b) $4,4\text{m/s}$;
(c) $9,8 \cdot 10^3\text{m/s}^2$ hướng lên ;
(d) $4,9 \cdot 10^3\text{m/s}^2$ hướng lên.

Chương 3

Bài tập

1. (a) $\mathbf{r} = (31,8\text{m})\mathbf{i} + (31,8\text{m})\mathbf{j}$;

- (b) $\Delta \mathbf{r} = -(45,0\text{m})\mathbf{i} + (45,0\text{m})\mathbf{j}$;
(c) 70,7m.
2. (a) $\bar{\mathbf{v}} = -(1,34\text{m/s})\mathbf{i} + (1,34\text{m/s})\mathbf{j}$
(b) $\bar{\mathbf{v}} = -(1,45\text{m/s})\mathbf{i} + (1,45\text{m/s})\mathbf{j}$.
3. $\mathbf{v} = (3,5\text{m/s})\mathbf{i} + (5,1\text{m/s})\mathbf{j}$.
5. (a) $u_h = 14\text{m/s}$; (b) $u_v = 7,8\text{m/s}$.
7. (a) $a_x = 1,7\text{m/s}^2$, $a_y = -0,47\text{m/s}^2$,
 $v_x = (1,7\text{m/s}^2)t$, $v_y = -(0,47\text{m/s}^2)t$,
 $x = (0,87\text{m/s}^2)t^2$, $y = -(0,23\text{m/s}^2)t^2$,
- (b) $a_x = 1,81\text{m/s}^2$, $a_y = 0$,
 $v_x = (1,81\text{m/s}^2)t$, $v_y = 0$,
 $x = (0,905\text{m/s}^2)t^2$, $y = 0$.
8. $v_x = 17\text{m/s}$, $v_y = 32\text{m/s} - (9,8\text{m/s}^2)t$,
 $x = (17\text{m/s})t$,
 $y = (32\text{m/s})t - (4,9\text{m/s}^2)t^2$.
9. 16m/s.
11. (a) 13° ; (b) 77° .
12. (a) 5,1s ; (b) 130m ; (c) 140m.
13. $v_0 = 28\text{m/s}$, $\theta_0 = 45^\circ$.
15. (a) $1,6\text{m/s}^2$; (b) $2,9\text{m/s}^2$.
16. (a) $5,5\text{m/s}$; (b) 31m/s^2 .
18. (a) $3,37 \cdot 10^{-2}\text{m/s}^2 = 3,44 \cdot 10^{-3}\text{g}$;
(b) $5,9 \cdot 10^{-3}\text{m/s}^2 = 6,1 \cdot 10^{-4}\text{g}$;
(c) $2,2 \cdot 10^{-10}\text{m/s}^2 = 2,2 \cdot 10^{-11}\text{g}$.
20. (b) 14m/s^2 .
21. (a) 6m/s ; 6m/s hướng Nam ;
(b) 6m/s ; 6m/s hướng Bắc.
23. (a) 4,3m/s ; 11° , phía Bắc của hướng Đông.
24. (a) $\mathbf{v}_{BW} = -(2,3\text{m/s})\mathbf{i} + (7,5\text{m/s})\mathbf{j}$;
(b) 4,0 phút ;

- (c) $\mathbf{v}_{BW} = -(4,6\text{m/s})\mathbf{i} + (6,3\text{m/s})\mathbf{j}$;
4,8 phút.

Bài tập nâng cao

2. (b) 38° ; (c) 76° ; (d) $h_m = \frac{R_m}{4}$.

4. 130m.

7. (b) $\frac{(0,900)v^2}{R}$; (c) $\frac{(0,974)v^2}{R}$;

(d) $\frac{(0,996)v^2}{R}$; (e) $\frac{(1000)v^2}{R}$;

(f) 1/2.

9. $3,8\text{m/s}^2$.

10. (a) 108s ; (b) 87s ; (c) Song song với dòng nước mất nhiều thời gian hơn 21 giây.

12. 70m/s.

14. (a) 8,4m/s ; (b) 13m/s.

16. (b) $v_x = v - v \cos\left(\frac{vt}{R}\right)$,

$v_y = v \sin\left(\frac{vt}{R}\right)$;

(c) $a_x = \frac{v^2}{R} \sin\left(\frac{vt}{R}\right)$;

$a_y = \frac{v^2}{R} \cos\left(\frac{vt}{R}\right)$.

17. (b) 20m/s.

18. (a) $3,21 \cdot 10^{-3}\text{m/s}^2$; (b) $8,65 \cdot 10^{-3}\text{m/s}^2$.

Chương 4

Bài tập

1. (a) $F_1 = 6,6\text{N}$; $F_2 = 13,0\text{N}$;

(b) $\theta_1 = 111^\circ$; $\theta_2 = -49^\circ$;

(d) $|\sum F| = 7,1\text{N}$; $\theta = 31^\circ$.

2. 300N , 19° phía Đông của hướng Bắc.
3. (b) $F_{kk} = 720\text{N}$ hướng lên, $F_e = 720\text{N}$ hướng xuống.
5. $1,8\text{kN}$.
7. 2kN .
8. (a) $7 \cdot 10^{28}\text{N}$; (b) $3,5 \cdot 10^{22}\text{N}$
9. $1,24\text{kg}$.
10. (a) $\mathbf{F}_{12} = (4\text{N})\mathbf{i}$, $\mathbf{F}_{21} = -(4\text{N})\mathbf{i}$;
 (b) $\mathbf{F}_{12} = (8\text{N})\mathbf{i}$, $\mathbf{F}_{21} = -(8\text{N})\mathbf{i}$.
12. 13m/s^2 .
14. (a) 970N ; (b) 520N ; (c) 750N .
15. (a) 310N ; (b) 190N ; (c) zero.
17. (a) 180N ; (b) 160N .
19. (a) $1,1$; (b) $0,75$.
20. Có, $v = 30\text{m/s}$.
21. 11m .
22. (c) $F_N = 310\text{N}$, $F_c = 370\text{N}$.
23. (a) 77N ; (b) 71N .
24. 83N .
26. $0,25\text{m/s}^2$.
28. $0,061\text{m/s}$.
29. $1,7\text{s}$.
31. (b) 270N hướng lên; (c) $4,2\text{m/s}^2$;
 (d) $3,5\text{m}$.
32. (a) 21N ; (b) $6,5\text{N}$.
34. (a) $2,2\text{N}$; (b) $1,0\text{N}$; hướng Tây.
35. (b) $1,5\text{N}$; (c) 15N
- Bài tập nâng cao**
1. $6,5 \cdot 10^3\text{m/s}^2$; không; một hệ quy chiếu
 quán tính.
3. $7,6\text{m/s}^2$.
4. $F_{r1} = 10\text{N}$, $F_{r2} = 6\text{N}$, $F_{r3} = 4\text{N}$.
7. (a) $a_A = 0,10\text{m/s}^2$, $a_B = 0,20\text{m/s}^2$;
 (b) $0,50$;
 (c) $d_A = 2,0\text{m}$, $d_B = 4,0\text{m}$;
 (d) các phần (b) và (c)
11. (b) Hướng lên; (c) 1kN ; (d) Lớn hơn,
 các thừa số m và d.
12. (b) 20kg .
16. (a) $m_C g \sin \theta$; (b) $(m_C + m_B)g \sin \theta$;
 (c) $m_B g \cos \theta$.
18. $F_{a,\min} = \frac{mg}{\mu_s} \left(1 + \frac{m}{M}\right)$.
20. (c) 290N ; (d) 35° ; (e) 350N .
22. 33m .
23. (a) $0,64\text{m/s}^2$; (b) 46N .
26. (a) $1,5\text{kN}$, hướng vào trong;
 (b) $1,2\text{kN}$, hướng ra ngoài.

Chương 5

Bài tập

2. 12° .
3. $1,1\text{km}$.
5. (a) $3,7\text{m/s}^2$; (b) $3,3\text{kN}$;
 (c) $8,6\text{kN}$; (d) $9,2\text{kN}$; (e) 21° .
6. $0,11$.
8. (a) $v_m = \sqrt{gR}$; (b) $3,1\text{m/s}$.
9. (a) 1kN ; (b) $6,7\text{m/s}$; (c) $6,6\text{s}$.
11. $12,79\text{N}$.
12. (a) $12,8\text{m/s}^2$; (b) $5,2\text{Mm}$.
15. (a) $3,86 \cdot 10^7\text{s}$; (b) $5,69 \cdot 10^7\text{s}$.
17. $1,3 \cdot 10^{-10}\text{N}$.
19. $0,64\text{m}$.
20. 20Mm .

21. (a) $4,18 \cdot 10^{15} \text{N}$;
 (b) $1,80 \cdot 10^{15} \text{N}$; (c) $8,69 \cdot 10^{15} \text{N}$.
22. Xem bảng 5-1.
23. 259Mm , $0,175\%$.
24. (a) 281N ; (b) $69,4 \text{N}$; (c) $27,8 \text{N}$.
25. $F = \sqrt{\frac{3Gm^2}{a^2}}$.
26. $9,75 \text{m/s}^2$.
28. (a) $3,7 \text{N/kg}$; (b) 260N .
29. $\mathbf{g} = (2,2 \cdot 10^{-11} \text{N/kg})\mathbf{i} - (5,5 \cdot 10^{-11} \text{N/kg})\mathbf{j}$.
30. (a) $7,44 \cdot 10^3 \text{m/s}$; (b) $6,07 \cdot 10^3 \text{s}$.
33. $\frac{r^3}{T^2} = 3,21 \cdot 10^{15} \text{m}^3/\text{s}^2$.
34. Xem bảng 5-1.
- Bài tập nâng cao**
5. (a) $G \approx 14 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$ (với sai số hơn một thừa số bằng 2) ;
 (b) $5,51 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$.
6. (a) $2,908 \cdot 10^{25} \text{kg}$; (b) $8,00 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$;
 (c) $21,3 \text{N/kg}$; (d) $17,8 \text{N}$.
8. (a) $x_n = \frac{x_c}{1 + \sqrt{\frac{m_c}{m_b}}}$;
 (b) $x_n = 2 \text{m}$.
13. (b) $7 \cdot 10^3 \text{s}$; (c) $7 \cdot 10^{-4} \text{s}$.
5. (a) -21J ;
 (b) cực tiểu bằng 0, cực đại bằng 290N .
7. $C \left(\frac{1}{z_2} - \frac{1}{z_1} \right)$.
8. (a) 22J ; (b) 0 .
9. (a) 86kJ ; (b) 170kJ .
11. 11m/s .
13. (a) $-2,9 \text{J}$; (b) $0,050$; (c) $4,6 \text{N}$; (d) 0 .
15. (a) $-5,8 \text{J}$; (b) 12m/s .
17. $4,8 \text{m/s}$.
18. 410N .
19. (a) 2100mã lực ; (b) 690kN ;
 (c) $2,1 \text{MN}$.
20. (a) $-(A/4)(x_2^4 - x_1^4)$; (b) $-4 \cdot 10^{-18} \text{J}$.
22. (a) 54J ; (b) 54J ; (c) 10m .
24. (a) $0,21 \text{m}$; (b) 11m/s ; (c) $0,18 \text{m}$.
25. $4,2 \text{MN/m}$.
27. (a) $3,5 \text{kJ}$; (b) Không ; (c) $9,6 \text{m/s}$.
28. (a) 60J ; (b) $4,9 \text{m/s}$; (c) $4,2 \text{m/s}$.
30. (a) -2kJ ; (b) 2kJ ; (c) 0 .
32. (a) $-(3N)(x_2 - x_1) - (4N)(y_2 - y_1)$;
 (b) $-(3N)x - (4N)y$; (c) -48J ; (d) 0 .
33. (a) 87J ; (b) 26m/s ; (c) 44J .
35. (a) $1,1 \text{m/s}$; (b) $mg(3 - 2\cos 30^\circ)$.
37. $\sqrt{3}gr$.
39. (a) $2,7 \text{J}$, nếu y được đo từ vị trí ban đầu ở đỉnh đối diện ;
 (b) $8,6 \text{kN/m}$; (c) $6,2 \text{m}$.
41. (a) -4200J .
43. (a) 6kJ .
44. (a) $0,05 \text{mg} \approx 500 \text{N}$; (b) 10kW .
45. (a) $\Delta K = -59 \text{J}$, $\Delta U = 45 \text{J}$,
 $\Delta E_{int} = 14 \text{J}$.

46. (a) $-1,7 \cdot 10^{11} \text{J}$; (b) $8,5 \cdot 10^{10} \text{J}$;
 (c) $-8,5 \cdot 10^{10} \text{J}$; (d) Động năng.

48. (a) $-3,8 \cdot 10^{32} \text{J}$; (b) $2,3 \cdot 10^{32} \text{J}$.

50. (a) 7,0km/s; (b) 7,5km/s.

Bài tập nâng cao

1. (a) -160J ; (b) -100J ; (c) 0;
 (d) -60J ; (e) 1,4m.

2. 0.

3. (a) 14kJ; (b) -14kJ ; (c) 1,0kW;
 (d) 1,2kW.

5. (a) 4,7m/s; (b) 42N.

6. (a) $1 \cdot 10^7 \text{J}$; (b) $3 \cdot 10^7 \text{J}$; (c) 2kW.

8. (a) 3m/s; (b) 300N;
 (c) 1,2kJ trong mỗi trường hợp.

9. (a) -300kJ ; (b) 7kW.

$$11. W = \frac{1}{2} k(x_1^2 - x_2^2) + \frac{1}{2} k(y_1^2 - y_2^2).$$

12. (a) 1,6m; (b) 7,7m/s.

$$15. (b) \sqrt{\frac{2ghm_1}{(m_1 + m_2)}}.$$

16. (a) -10^{39}J ; (b) $2 \cdot 10^5 \text{m/s}$.

18. 1,8m.

22. $2 \cdot 10^{-14} \text{J}$.

Chương 7

Bài tập

1. $x_C = -1,1 \text{m}$, $y_C = 0,79 \text{m}$.

3. 0,50m/s.

4. (a) $1,7 \text{m/s}^2$, hướng Nam; (b) 0.

$$5. (a) g \left[\frac{(m_2 - m_1)^2}{(m_1 + m_2)^2} \right];$$

- (b) $g \left[\frac{(m_2 - m_1)^2}{(m_1 + m_2)} \right]$; (c) Trái Đất và ròng rọc.

6. $1,8 \cdot 10^{29} \text{kgm/s}$.

8. (a) $1,1 \cdot 10^{-23} \text{kgm/s}$, hướng Bắc;

- (b) $1,1 \cdot 10^{-23} \text{kgm/s}$, hướng Nam;

- (c) $2,1 \cdot 10^{-23} \text{kgm/s}$, hướng Nam.

9. (a) 2200kgm/s ; (b) 50kN.

10. $0,53 \text{N.s}$ hướng lên; $0,53 \text{N.s}$ hướng xuống.

12. (a) 4,02m/s; (b) 29J.

13. 0,23m/s.

16. 0,68m/s.

17. 51kg.

19. 5,0m/s.

21. $1,2 \cdot 10^5 \text{m/s}$.

23. + 420m/s.

25. ($-1,2 \text{m/s}$)i. Xe ban đầu đứng yên có khối lượng lớn hơn.

27. 18km/h , 11° phía Đông của hướng Nam.

28. $(-6,0 \text{m/s})\mathbf{i} + (3,0 \text{m/s})\mathbf{j}$.

30. (a) $0,85 \text{m/s}$; (b) 15° ; (c) 75° .

33. 736kg.

34. (a) 20N; (b) 1000s; (c) 10kg.

Bài tập nâng cao

8. (a) $v_1' = -1,0 \text{m/s}$, $v_2' = 2,0 \text{m/s}$;

- (b) $v_1' = 1,3 \text{m/s}$, $v_2' = 3,0 \text{m/s}$;

- (c) $v_1' = -0,3 \text{m/s}$, $v_2' = 1,0 \text{m/s}$.

9. 10^{-9}m .

Chương 8

Bài tập

2. (a) 0,51m ; (b) 0,51m.

3. $2,66 \cdot 10^9$ m.

5. (a) $-(4,2 \text{rad/s}^3)t^2$; (b) -19rad/s ;
(d) 19rad/s ; (c) $-6,2 \text{rad}$.

6. $9,7 \text{Mm/s}$.

8. (a) $|a_t| = 0,25 \text{m/s}^2$, $|a_n| = 0,16 \text{m/s}^2$;

(b) $v = 0,48 \text{m/s}$, $a = 0,30 \text{m/s}^2$.

10. $\theta(t) = -(3,5 \text{rad/s})t$.

11. (a) $\alpha_z = -2,2 \text{rad/s}^2$;

(b) $\theta(t) = (5,8 \text{rad/s})t - (1,1 \text{rad/s}^2)t^2$;

(c) $t_q = 2,6 \text{s}$; (d) hướng Bắc trước t_q ,
hướng Nam sau t_q ;

(e) $\omega_z^2 = (5,8 \text{rad/s})^2 - (4,4 \text{rad/s}^2)\theta$.

12. (a) $\omega_z(t) = -(1,4 \text{rad/s}^2)t$;

(b) $\theta(t) = -(0,7 \text{rad/s}^2)t^2$;

(c) $\omega_z^2 = -(2,7 \text{rad/s}^2)\theta$.

13. (a) 20kgm^2 ; (b) 9kgm^2 ;

(c) 29kgm^2 .

15. 34kgm^2 .

16. $\frac{Ma^2}{6}$.

17. $\frac{13Mr_0^2}{20}$.

19. $0,34 \text{kgm}^2$.

20. (a) $4,1 \text{rad/s}$; (b) $2,8 \text{m/s}$.

22. (a) $3,9 \text{m/s}$; (b) 41rad/s .

24. (a) $6,10 \cdot 10^6 \text{kgm}^2/\text{s}$, hướng xuống.

(b) $6,10 \cdot 10^6 \text{kgm}^2/\text{s}$, hướng xuống.

26. $(100 \text{kgm}^2/\text{s})\mathbf{k}$.

27. $-(0,25 \text{kgm}^2/\text{s})\mathbf{k}$.

29. $-(2,4 \text{kgm}^2/\text{s})\mathbf{i} + (1,6 \text{kgm}^2/\text{s})\mathbf{j} - (6,1 \text{kgm}^2/\text{s})\mathbf{k}$.

31. $7,8 \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2/\text{s}$, hướng xuống.

32. $\alpha_z = 120 \text{rad/s}^2$, $\omega_z = (120 \text{rad/s}^2)t$,
 $\theta = \theta_0 + (60 \text{rad/s}^2)t^2$.

33. (a) $\alpha = 64 \text{rad/s}^2$; (b) $\alpha = 30 \text{rad/s}^2$.

36. (a) $\frac{m_c g}{\left(m_c + m_b + \frac{I_0}{R_0^2}\right)}$;

(b) $\frac{m_c m_b g}{\left(m_c + m_b + \frac{I_0}{R_0^2}\right)}$;

(c) $\frac{m_c g \left(m_b + \frac{I_0}{R_0^2}\right)}{\left(m_c' + m_b + \frac{I_0}{R_0^2}\right)}$.

40. (a) 15rad/s ; (b) $K_2 - K_1 = 44 \text{J}$.

42. (c) $\omega = \frac{MD(v_1 + v_2)}{\frac{Mu^2}{3}}$;

(d) $4,7 \text{rad/s}$.

43. (b) 27N .

44. (a) $\frac{2v}{D}$; (b) $\Delta K = 0$.

Bài tập nâng cao

1. (a) $\alpha_z = 2,6 \text{rad/s}^2$, $\omega_{z0} = -5,1 \text{rad/s}$;

(b) $\omega_z = -5,1 \text{rad/s} + (2,6 \text{rad/s}^2)t$,

$\theta = -(5,1 \text{rad/s})t + (1,3 \text{rad/s}^2)t^2$.

3. $K_{\text{quay}} = 2,7 \cdot 10^{33} \text{J}$, $K_{\text{đạo}} = 2,6 \cdot 10^{29} \text{J}$.

4. (b) $v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{K^2}{R^2}}}$.

6. $I = \frac{MR^2}{4}$.

7. $6,0 \cdot 10^{-5} \text{kgm}^2$.

8. (a) $v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{M}{2m}}}$

(b) $\omega = \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{M}{2m}}}$

9. (a) $(2,5 \text{rad/s})\mathbf{k}$; (b) $-(1,8 \text{rad/s}^2)\mathbf{k}$;
(c) $-(32 \text{m/s}^2)\mathbf{i} - (9,8 \text{m/s}^2)\mathbf{j}$.

11. $4m \left(\frac{a^4 + 2a^2b^2}{2a^2 + b^2} \right)$.

12. $0,31 \text{rad/s}$.

14. $h = 2r_0/5$.

17. $h = 27R_0/10$.

19. (b) $W = -\frac{1}{2}mv_1^2(1 - R_1^2/R_2^2)$.

21. (b) $Mg\sqrt{1 + [M^4 g^2 D^6 / (I_s \omega_s)^4]}$;

(c) $\operatorname{tg}^{-1} [M^2 g D^3 / (I_s \omega_s)^2]$.

Chương 9

Bài tập

1. (a) $7,8 \text{Nm}$, theo chiều kim đồng hồ ;
(b) 0 ; (c) $7,8 \text{Nm}$, ngược chiều kim đồng hồ ; (d) 0 .

2. (a) $20,0 \text{N}$; (b) $20,0 \text{Nm}$ giả sử cánh tay đòn là 1m .

3. (a) tại $20,9 \text{ cm}$; (b) 14N .

4. 400N .

5. (a) thẳng đứng, 0 ; nằm ngang, 24kN ;
sức căng, 31kN . (b) Dọc theo xà sang phải.

6. (a) 10kN trước, 40kN sau ;
(b) 36kN .

7. (a) 470N ; (b) 400N ; (c) 120N .

8. (a) $0,81 F_e$; (b) $0,33 F_e$ nằm ngang sang trái, $0,19 F_e$ thẳng đứng hướng lên ;
(c) Hướng vào tâm đĩa.

9. (a) $\frac{F_a}{\sqrt{2}}$, lực căng ; $\frac{1}{2} F_a$, lực ma sát,

$\frac{1}{2} F_a$, lực pháp tuyến.

10. $(369 \text{Nm})\mathbf{i} + (224 \text{Nm})\mathbf{j} + (660 \text{Nm})\mathbf{k}$.

11. (a) $M_{z1} = 5,0 \text{Nm}$, $M_{z2} = 5,0 \text{Nm}$,
 $M_z = 10,0 \text{Nm}$;

(b) $M_{z1} = 0,0 \text{Nm}$, $M_{z2} = 10,0 \text{Nm}$,
 $M_z = 10,0 \text{Nm}$.

(c) $M_{z1} = 10,0 \text{Nm}$, $M_{z2} = 0,0 \text{Nm}$,
 $M_z = 10,0 \text{Nm}$.

Bài tập nâng cao

2. (a) 150N bên trái, 130N bên phải ;

(b) 120N ; (c) 120N tại 15° so với phương nằm ngang.

3. (a) 28kN lực căng, $F_{px} = 28 \text{kN}$,

$F_{py} = 18 \text{kN}$; (b) 12kN lực căng,

$F_{px} = 11 \text{kN}$, $F_{py} = 21 \text{kN}$.

4. 10^{-9}Nm .

6. $6,0 \text{kN}$.

7. (a) $F_{Ax} = 0$, $F_{Ay} = 150 \text{N}$;

(b) $F_{Bx} = 77 \text{N}$, $F_{By} = 0$;

(c) $F_{Cx} = -150 \text{N}$, $F_{Cy} = 0$;

(d) $F_{Dx} = -77N$, $F_{Dy} = 0$;

(e) $F_{Ex} = 0$, $F_{Ey} = 150N$.

8. $F_{Ax} = \frac{Mg}{\cos 30^\circ}$;

$$F_{Bx} = -\frac{Mg}{\cos 30^\circ} ; F_{Ay} + F_{By} = Mg.$$

9. 280N nằm ngang, 310N lực căng,
350N thẳng đứng.

Chương 10

Bài tập

1. 1,33MPa.

3. 34kPa ; (b) 30kPa.

4. (a) $1,21 \cdot 10^5$; (b) 154Nm.

5. $1,98 \cdot 10^4 \text{kg/m}^3$.

7. (a) $1,01 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$;

(b) $11,3 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$.

8. 100MPa.

9. 37,1kPa.

10. 27N.

11. 840m^3 .

14. 1,00129.

16. (a) $3,3 \cdot 10^{-3} \text{m}^3/\text{s}$, $1,7 \cdot 10^{-3} \text{m}^3/\text{s}$;
(b) 3,4m/s ; (c) 71kPa.

18. -2,5kPa.

20. (a) 7,7m/s ; (b) $0,19 \text{ m}^3/\text{s}$;
(c) $2,3 \cdot 10^4 \text{Pa}$; $1,8 \cdot 10^4 \text{Pa}$.

21. 0,32N.

23. $0,554 \text{m}^3$.

24. 0,15m/s.

25. (a) 65Pa.s, (b) 7,2Pa.s.

26. 0,66m/s.

27. 19Hz.

Bài tập nâng cao

1. (a) 4,8kg ; (b) $6,8 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$;

(c) 0,47Mm.

3. $\frac{P_c - P_0}{P - P_0}$.

4. $80h_1$.

6. 90 phút.

7. (b) $12,3^\circ$.

8. 16km.

10. 1600kg/m^3 .

Chương 11

Bài tập

1. 10^6 năm.

3. (a) 0,282m ; (b) 8,03kN.

4. (a) 3650Pa ; (b) 77,1K.

5. (a) $17,9 \text{mm}_{\text{Hg}}$; (b) $17,9 \text{mm}_{\text{Hg}}$;

(c) $20,4 \text{mm}_{\text{Hg}}$.

7. (a) -40° ; (b) 575 K ; (c) Không.

9. (a) 9,997mm ; (b) 0,03% ; (c) 30mm.

10. (a) -22°C ; (b) Không.

11. (a) $-2,8 \cdot 10^{-5} \text{s}$; (b) 2,4s.

12. 280mm.

13. 600W.

14. (a) $1700^\circ\text{C}/\text{m}$; (b) $0,070 \text{WK}^{-1}\text{m}^{-1}$;
(c) Chất cách nhiệt.

16. (a) 70MW/m^2 ; (b) 500W/m^2 ;

(c) 100W/m^2 ; (d) $5 \mu\text{W/m}^2$.

18. (a) 0,021kg ; (b) $1,2 \cdot 10^{24}$.

19. (a) 23°C ; (b) 1,0044 m.

20. $5 \cdot 10^{26} \text{W}$.

Bài tập nâng cao

5. (a) 86W ;

(b) $T = 140^\circ\text{C} - (124^\circ\text{C}) \ln\left(\frac{r}{12} \text{ mm}\right)$;

(d) $-6,2 \cdot 10^3 \text{C}^\circ/\text{m}$.

7. $T = T_2 - \frac{T_2 - T_1}{L} x$.

11. 280K.

12. 3600K.

13. (a) 310K, 400K, 1300K ; (b) 10km.

Chương 12

Bài tập

1. (a) 2/3.

2. (a) $3,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$; (b) 0,49kPa.

3. $0,0823 \text{ atm.L.mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

4. $2,7 \cdot 10^{25} \text{ phân tử/m}^3$.

5. 30J.

6. (a) 24°C ; (b) 11kJ.

7. 1,1kg.

9. (a) 8,08kJ ; (b) -8,08kJ.

10. (a) 60kJ ; (b) -55kJ ; (c) 5kJ.

11. (a) $\frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)$.

13. (a) 3,1kJ ; (b) 121kPa.

15. (a) 13,0kJ ; (b) 24,0kJ ; (c) 25,6kJ.

16. (a) 6,0kJ ; (b) 9,0kJ ; (c) 15,0kJ.

17. 7,53kJ.

19. 0,3K.

20. 1,6kg.

21. (b) -160J.

22. 340K.

23. (a) 0 ; (b) 12kJ ; 12kJ cho toàn quá trình.

24. 3,13kJ.

Bài tập nâng cao

1.

(a) $20,7 \text{ Jmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} + (0,0123 \text{ Jmol}^{-1} \text{ K}^{-2})T$;
(c) 13kJ.

5. (a) 250K, 1000K ; (b) 1,08kJ ;

(c) -1,38kJ ; (d) 255J.

6.

Quá trình	W(J)	Q(J)	$\Delta U(J)$
a	0	416	416
b	-270	-502	-232
c	184	0	-184
Chu trình	-86	-86	0

7. (b) 3,1kJ.

Chương 13

Bài tập

1. (a) 298m/s ; (b) $1,01 \cdot 10^5 \text{ m}^2/\text{s}^2$;

(c) $\langle v \rangle^2 = 0,89 \cdot 10^5 \text{ m}^2/\text{s}^2$.

5. (a) 520m/s ; (b) 480m/s ;

(c) 410m/s ; (d) $6,2 \cdot 10^{-21} \text{ J}$.

7. (a) 1,2 ; (b) 0,8 ; (c) 2,3.

9. (a) 0,01 eV ; (b) 0,04 eV ; (c) 0,8 eV.

10. (a) $\langle v_x \rangle = 80 \text{ km/h}$, $\langle v_y \rangle = \langle v_z \rangle = 0$;

(b) $\langle v_x \rangle = \langle v_y \rangle = \langle v_z \rangle = 0$.

12. (a) 6,0kJ.

13. (a) 6,0kJ ; 0 ; (b) $29,4 \text{ Jmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$;

(c) 8,4kJ ; 2,4kJ.

14. (a) $23,1 \text{ Jmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

16. (a) Xấp xỉ 0 ; (b) -1,1kJ.

17. (a) 160kPa ; (b) 330K, 250K.

18. $\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$ đối với quá trình đẳng áp.

19. (a) 1,3kJ ; (b) 1,3kJ ; (c) 1,3kJ.

25. 0,80 ; 074.

Bài tập nâng cao

2. (a) 940m/s ;
 (b) 1.10^{-89} ($v_1 = 1,1.10^4$ m/s) ;
 (c) Có.
 4. (a) 5.10^{-46} kgm² ; (b) 5.10^{12} rad/s.
- Chương 14**
- Bài tập**
1. (a) 120J ; (b) 320J ; (c) 0.
 2. (a) 0,28 ; (b) 1600J ;
 (c) 67kW, 49kW, 18kW.
 3. (a) 272K, 544K, 1088K, 554K ;
 (b) 14,7kJ ; (c) 2,3kJ ; (d) 12,4kJ ;
 (e) 15%.
 5. (a) 170J ; (b) 2,1.
 6. (a) 7,7kW ; (b) 4,2kW.
10. (a) $\frac{|Q_L|}{|Q_H|} = 0,732$; (b) 9,15mJ ;
 (c) Không.
 13. (a) $\Delta\eta = + 0,05$; (b) 0,04 ;
 (c) 0,08,0,07.
 14. (a) 5% ; (b) 40MW ; (c) $10m^3/s$.
 15. 1kW.
 16. (a) $\frac{Q}{T}$; (b) 0,1J/K.
 17. 6,1kJ/K.
 18. (a) $51^\circ C$;
 (b) $\Delta S_{250} = 490J/K$, $\Delta S_{950} = - 400K$;
 (c) 90J/K ; (d) Bất thuận nghịch.
 19. (a) $-0,1J/K$; (b) $-0,1J/K$;
 (c) Lớn hơn 0,1J/K.
 20. 1070MW.
 21. (a) 2,11kW ; (b) 2,2.

22. (a) $-6,3J/K$; (b) $+6,2J/K$;
 (c) $+0,2J/K$.

23. (a) 301K ; (b) 1252J ;
 (c) 626J ; (d) 626J.

Bài tập nâng cao

1. $\frac{|Q_H|}{|T_H|} ; 0 ; - \frac{|Q_C|}{|T_C|} ; 0$.
3. (a) 0,40J/K ; (b) Thêm 140J.
 4. 23J/K.
- Chương 15**
- Bài tập**
1. (a) $d = \sqrt[6]{\frac{b}{a}}$;
 (b) $r_0 = d\sqrt[6]{\frac{13}{7}} \approx 1,11d$;
 (c) $|F_{hút}(max)| \equiv f_0 \approx + \frac{0,2a}{d^7}$.
 2. Lực đẩy : $f(0,7d) \approx 400f_0$;
 $f(0,95d) \approx 9f_0$.
 Lực hút : $f(1,5d) \approx \frac{1}{4}f_0$;
 $f(2d) \approx \frac{1}{30}f_0$;
 $f(3d) \approx \frac{1}{400}f_0$.
 4. (a) 151K ; (b) 147,7K.
 5. (a) 330K ; (b) 336,5K
 6. (a) $\frac{T_2}{T_1} = 3$; (b) $\frac{T_2}{T_1} = 1,46$.
 7. $p_i = 5,4 \cdot 10^7 N/m^2$.
 8. 34J.
 9. $A = RT \ln \frac{\overline{V_2} - b}{\overline{V_1} - b} - a(\frac{1}{\overline{V_1} - \overline{V_2}})$

Tài liệu tham khảo

- [1] Frederick J. Keller, W. Edward Gettys, Malcolm J. Skove ; Physics Classical and Modern ; Second Edition ; Mc Graw - Hill, Inc, 1993.
- [2] David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker ; Fundamentals of Physics ; John Wiley & Sons, Inc, 1993, 2005.
- [3] Douglas C. Giancoli ; Physics, Principles with Applications (Fourth Edition) ; Prentice Hall International Editions, 1995.
- [4] Edwin R. Jones ; Richard L. Childers ; Contemporary college Physics (Second Edition) ; Addison - Wesley Publishing Company, Inc, 1993.
- [5] I. V. Savalyev ; Physics. A general Course (volume 1, 2, 3) ; Mir Publishers Moscow, 1981.
- [6] Lương Duyên Bình (Chủ biên) ; Vật lí đại cương, tập 1, 2, 3 ; Nhà xuất bản Giáo dục, 1996.
- [7] Francis A. Jenkins, Harvey E. White ; Fundamentals of Optics (Fourth Edition) ; Mc Graw - Hill, Inc, 1981.
- [8] Beiser ; Concepts of Modern Physics (Fifth Edition) ; Mc Graw - Hill, Inc, 1995.
- [9] Raymond A. Serway ; Physics for Scientists & Engineers (Third Edition) ; Saunders College Publishing, 1990.
- [10] P. W. Atkins ; Physical Chemistry ; Oxford University Press, 1978.
- [11] Robert A. Alberty, Robert J. Silbey ; Physical Chemistry ; John Wiley & Sons, Inc, 1995.

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI

Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung :

Phó Tổng Giám đốc kiêm Giám đốc NXBGD tại TP. Hà Nội NGUYỄN XUÂN HOÀ

Biên tập nội dung :

PHẠM THỊ NGỌC THẮNG

Trình bày bìa và biên tập mĩ thuật :

NGUYỄN HỒNG VY

Biên tập kỹ thuật :

ĐINH XUÂN DUNG

Sửa bản in :

PHÒNG SỬA BẢN IN (NXB GIÁO DỤC)

Ché bản :

PHÒNG CHẾ BẢN (NXB GIÁO DỤC)

VẬT LÍ ĐẠI CƯƠNG - CÁC NGUYÊN LÍ VÀ ỨNG DỤNG - TẬP MỘT

Mã số : 7K638M6 - DAI

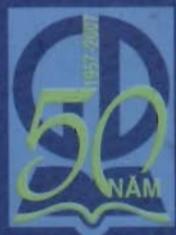
In 1000 cuốn, khổ 19 x 27 cm, tại Công ty cổ phần In Phúc Yên

Số xuất bản: 68-2006/CXB/3-60/GD

In xong và nộp lưu chiểu tháng 2 năm 2006



NGÔI SAO BẠCH KIM
CHẤT LƯỢNG
QUỐC TẾ



50 NĂM
THÀNH LẬP
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

A standard 1D barcode is positioned at the bottom left. Below the barcode, the number "8934980 698235" is printed in a small, black, sans-serif font.



Giá: 120.600đ