

BÀI TẬP CHƯƠNG VẬT DẪN – TỤ ĐIỆN

Tóm tắt lý thuyết

1. Điều kiện cân bằng tĩnh điện

- Véc-tơ cường độ điện trường tại mọi điểm bên trong vật dẫn phải bằng không: $\vec{E}_{\text{trong}} = \vec{0}$
- Thành phần tiếp tuyến \vec{E}_t của véc-tơ cường độ điện trường tại mọi điểm trên mặt vật dẫn phải bằng không (tức là véc-tơ cường độ điện trường phải vuông góc với mặt vật dẫn): $\vec{E}_t = \vec{0}$, $\vec{E} = \vec{E}_n$

2. Những tính chất của vật dẫn mang điện:

- Vật dẫn cân bằng tĩnh điện là một khối đẳng thế. Mặt vật dẫn là một mặt đẳng thế.
- Nếu truyền cho vật dẫn một điện tích q nào đó thì điện tích q chỉ được phân bố trên bề mặt của vật dẫn, bên trong vật dẫn, điện tích bằng không (các điện tích âm và dương trung hòa nhau).
- Đối với một vật dẫn rỗng đã ở trạng thái cân bằng tĩnh điện, điện trường ở phần rỗng và trong thành của vật rỗng cũng luôn luôn bằng không.

3. Hiện tượng điện hưởng

- Hiện tượng các điện tích cảm ứng xuất hiện trên một vật dẫn (lúc đầu không mang điện) khi đặt trong điện trường ngoài được gọi là hiện tượng điện hưởng.
- Điện tích cảm ứng trên các phần tử tương ứng có độ lớn bằng nhau và trái dấu.

Trong trường hợp điện hưởng một phần, độ lớn của điện tích cảm ứng nhỏ hơn độ lớn điện tích trên vật mang điện.

Trong trường hợp điện hưởng toàn phần, độ lớn của điện tích cảm ứng bằng độ lớn điện tích trên vật mang điện.

4. Điện dung của một vật dẫn cô lập (về điện)

Điện dung của một vật dẫn cô lập là một đại lượng về giá trị bằng điện tích cân truyền cho vật dẫn để điện thế của vật tăng lên một đơn vị điện thế.

(Điện dung của vật dẫn cô lập là một đại lượng về giá trị bằng điện tích mà vật dẫn tích được khi điện thế của nó bằng một đơn vị điện thế).

$$C = \frac{Q}{V}$$

Đơn vị: 1 fara = $\frac{1 \text{ culomb}}{1 \text{ von}}$, các đơn vị ước của fara: $1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$, $1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$, $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$

Điện dung của 1 quả cầu bằng kim loại (cô lập)

Quả cầu là vật dẫn nên điện thế tại mọi điểm của quả cầu là như nhau và bằng điện thế do điện tích Q coi như đặt

tại tâm của quả cầu gây ra tại điểm cách tâm một khoảng bằng bán kính R : $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} = \frac{kQ}{\epsilon R}$

Theo định nghĩa, điện dung: $C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0\epsilon R = \frac{\epsilon R}{k}$

5. Tụ điện

Tụ điện là hệ hai vật dẫn cô lập ở điều kiện điện hưởng toàn phần.

a. Tụ điện phẳng: là hệ hai bản kim loại phẳng cùng diện tích S đặt song song và cách nhau một đoạn d .

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{Q}{U}, \text{ trong đó: } U = Ed, E \text{ là điện trường đều giữa 2 bản tụ: } E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} = \frac{Q}{\epsilon_0\epsilon S}$$

$$\text{Thay vào ta được: } C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}$$

b. Tụ điện cầu: hai bản tụ là hai mặt cầu kim loại đồng tâm có bán kính R_1 và R_2 ($R_1 > R_2$)

$$\text{Ta có: } V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{Q(R_1 - R_2)}{4\pi\epsilon_0\epsilon R_1 R_2} = \frac{kQ(R_1 - R_2)}{\epsilon R_1 R_2}$$

Trong đó Q là giá trị tuyệt đối của điện thế mỗi bản, $V_1 - V_2 = U$ là hiệu điện thế giữa hai bản tụ. Điện dung C của tụ được tính:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1} = \frac{\epsilon R_1 R_2}{k(R_2 - R_1)}$$

c. Tụ điện trụ: hai bản của tụ điện là hai mặt trụ kim loại đồng trục bán kính lần lượt là R_1 và R_2 ($R_1 < R_2$) có độ cao là l, rất lớn so với R_1 và R_2 .

$$\text{Ta có: } V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon l} \ln \frac{R_2}{R_1}, \text{ do đó: } C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln \frac{R_2}{R_1}} = \frac{\epsilon l}{2k \ln \frac{R_2}{R_1}}$$

6. Năng lượng vật dẫn cô lập

$$W = \frac{QV}{2} = \frac{CV^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

7. Năng lượng của tụ điện

$$W = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

8. Năng lượng điện trường của 1 tụ điện phẳng

$$W = \frac{1}{2} CU^2,$$

lại có: $C = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}$, $U = Ed$ suy ra: $W = \frac{1}{2} \epsilon_0\epsilon E^2 Sd = \frac{1}{2} \epsilon_0\epsilon E^2 V \rightarrow w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \epsilon_0\epsilon E^2 = \frac{ED}{2}$ - mật độ năng lượng điện trường.

$$\text{Năng lượng của một điện trường bất kỳ: } W = \int_V \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} dV = \int_V \frac{ED}{2} dV$$

Phần bài tập

Bài 1.1. Cho 2 mặt cầu kim loại đồng tâm bán kính $R_1 = 4 \text{ cm}$, $R_2 = 2 \text{ cm}$ mang điện tích $Q_1 = -(2/3) \cdot 10^{-9} \text{ C}$, $Q_2 = 3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$. Tính cường độ điện trường và điện thế tại những điểm cách tâm mặt cầu những khoảng lần lượt bằng 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm.

Bằng phép tính tích phân tính được: điện thế tại 1 điểm cách tâm quả cầu là x được tính theo công thức:

$$V = \begin{cases} \frac{kq}{\epsilon R} & (x \leq R) \\ \frac{kq}{\epsilon x} & (x > R) \end{cases}$$

Còn cường độ điện trường thì phía trong quả cầu $E = 0$,

$$\text{Phía ngoài vỏ cầu } E = \frac{kq}{\epsilon x^2}$$

Bài 2.2. Một quả cầu kim loại bán kính 10 cm, điện thế 300 V. Tính mật độ điện mặt của quả cầu. Điện thế quả cầu được tính theo công thức:

$$V = \frac{kq}{R}, \text{ trong đó } q = \sigma S = \sigma 4\pi R^2, \text{ từ đó suy ra:}$$

$$V = \frac{k\sigma 4\pi R^2}{R} = 4k\pi\sigma R \rightarrow \sigma = \frac{V}{4k\pi R} = \frac{300}{4.9.10^9 \pi .0,1} = 26,5.10^{-9} \text{ C/m}^2$$

Bài 2.8. Một quả cầu kim loại bán kính $R = 1 \text{ m}$ mang điện tích $q = 10^{-6} \text{ C}$. Tính:

a) Điện dung của quả cầu;

b) Điện thế của quả cầu;

c) Năng lượng trường tĩnh điện của quả cầu.

a) Ta có điện thế của quả cầu được tính theo công thức: $V = \frac{kq}{\epsilon R}$, suy ra: $C = \frac{q}{V} = \frac{\epsilon R}{k}$

Thay số ta được: $C = \frac{1}{9.10^9} = 1,1.10^{-10} \text{ F}$

b) Điện thế: $V = \frac{q}{C} = \frac{10^{-6}}{1,1.10^{-10}} = 9000 \text{ V}$

c) Năng lượng trường tĩnh điện của quả cầu: $W = \frac{CV^2}{2} = \frac{1,1.10^{-10}.9000^2}{2} = 4,5.10^{-3} \text{ J}$

Bài 2.9. Tính điện dung của Trái Đất, biết bán kính của Trái Đất là $R = 6400 \text{ km}$. Tính độ biến thiên điện thế của Trái Đất nếu tích thêm cho nó 1 C .

Coi như Trái Đất là 1 quả cầu, ta có điện dung của trái đất là: $C = \frac{q}{V} = \frac{\epsilon R}{k} = \frac{6400.10^3}{9.10^9} = 7,1.10^{-4} \text{ F}$

Lại có $V = \frac{q}{C} \rightarrow \Delta V = \frac{\Delta q}{C} = \frac{1}{7,1.10^{-4}} = 1405 \text{ V}$

Bài 2.11. Cho một tụ điện cầu bán kính hai bản là $r = 1 \text{ cm}$ và $R = 4 \text{ cm}$, hiệu điện thế giữa hai bản là 3000 V . Tính cường độ điện trường ở một điểm cách tâm tụ điện 3 cm .

Dùng định lý Gauss dễ dàng suy ra được cường độ điện trường chỉ do bản tụ phía trong gây ra.

$E = \frac{kq}{\epsilon x^2}$, điện thế tại một điểm nằm giữa 2 bản tụ là:

$$V(x) = \int \frac{kq}{x^2} dx = -\frac{kq}{x} + \text{const}$$

Hiệu điện thế giữa 2 bản tụ là:

$$U = \int_r^R \frac{kq}{x^2} dx = \left. -\frac{kq}{x} \right|_r^R = kq \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$$

$$\text{Điện dung: } C = \frac{q}{U} = \frac{rR}{k(R-r)} \rightarrow q = \frac{URr}{k(R-r)}$$

$$\text{Suy ra: } E = \frac{kq}{\epsilon x^2} = \frac{kURr}{k(R-r)x^2} = \frac{URr}{(R-r)x^2} = \frac{3000.0,04.0,01}{(0,04-0,01).0,03^2} = 44,4.10^3 \text{ V/m} = 44,4 \text{ kV/m}$$