TÍNH TÍCH PHÂN BỘI

Bài 1. Tính các tích phân bội hai sau:

a. $I=\iint_D (6x^2y^3-5y^4)dxdy$ trong đó $D=\{(x,y):0\le x\le 3, 0\le y\le 1\}$

b. $I=\iint_D \frac{xy^2}{x^2+1}dxdy$ trong đó $D=\{(x,y):0\le x\le 1, -3\le y\le 3\}$

c. $I=\iint_D e^{|x-y|}dxdy$ trong đó $D=\{(x,y):0\le x\le 1, 0\le y\le 1\}$

d. $I=\iint_D (x^2+3xy-y\sqrt{x})dxdy$ trong đó $D=[0,2]\times[-2,2]$

e. $I=\iint_D x^3y^2dxdy$ trong đó $D=\{(x,y):0\le x\le 2, -x\le y\le x\}$

f. $I=\iint_D \frac{y}{x^2+1}dxdy$ trong đó $D=\left\{(x,y):0\le x\le 1, 0\le y\le \sqrt{x}\right\}$

g. $I=\iint_D x\sin(x+y)dxdy$ trong đó $D=\{(x,y):0\le x\le \pi/2, 0\le y\le x\}$

Bài 2. Đổi thứ tự lấy tích phân rồi tính các tích phân sau:

a. $I=\int_0^1 dy\int_{3y}^3 e^{x^2}dx$ b. $I=\int_0^3 dy\int_{y^2}^9 y\cos x^2dx$

c. $I=\int_0^1 dx\int_x^1 \cos y^2dy$ d. $I=\int_0^1 dx\int_x^1 xydy$

Bài 3. Dùng các phép đổi biến thích hợp tính các tích phân sau:

a. $I=\iint_D (x^2-y^2)dxdy$ trong đó D là hình vuông với các đỉnh có tọa độ:

$$(0,2),(1,1),(2,2),(1,3)$$

b. $I=\iint_D xydxdy$, trong đó D là miền trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng Oxy giới hạn bởi các đường thẳng $y=x,\ y=3x$ và các hypebol $xy=1,\ xy=3.$

c. $I = \iint\limits_D \frac{x-2y}{3x-y}dxdy$ trong đó D giới hạn bởi các đường

$$x-2y=0,\ x-2y=4,\ 3x-y=1,\ 3x-y=8.$$

d. $I = \iint\limits_D (x+y)^3(x-y)^2 dxdy$ với

$$D = \{(x,y): y+x=1, x+y=3, x-y=-1, x-y=1\}$$

Bài 4. Tính các tích phân bằng cách đổi biến sang tọa độ cực:

a. $I = \iint\limits_D xydxdy$ trong đó $D = \{(x,y): x^2+y^2 \le 9\}$;

b. $I = \iint\limits_D (x+y)dxdy$ với $D = \{(x,y): x^2+y^2 = 1, x^2+y^2 = 4, x<0\}$;

c. $I = \iint\limits_D e^{-x^2-y^2}dxdy$ trong đó $D = \{(x,y): x^2+y^2 \le 4, x \ge 0\}$;

e. $I = \iint\limits_D \frac{y}{x}dxdy$ trong đó

$$D = \{(x,y): (x-1)^2+y^2 \le 1, x^2+y^2 \ge 1, y \ge 0\}$$

f. $I = \iint\limits_D \frac{ydxdy}{\sqrt{4+x^2+y^2}}$ trong đó $D = \{(x,y): x^2+y^2 \le 4, x \ge 0, y \ge 0\}$;

Bài 5. Tính các tích phân bội ba sau:

a. $I = \iiint\limits_V xydxdydz$ trong đó V là miền phía dưới mặt phẳng $x+y-z+1=0$ và trên miền trong mặt phẳng xOy được giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=0, x=1$;

b. $I = \iiint\limits_V xdxdydz$ trong đó $V = \{(x,y,z): 4z^2+4y^2 \le x, x=4\}$;

c. $I = \iiint\limits_V x^2dxdydz$ trong đó V giới hạn bởi mặt Oxz và hai nửa mặt cầu:

$$y=\sqrt{9-x^2-z^2} \text{ và } y=\sqrt{16-x^2-z^2}.$$

d. $I = \iiint\limits_V zdxdydz$ trong đó V nằm trên paraboloid $z=x^2+y^2$ và nằm dưới mặt phẳng $z=2y$.

e. $I = \iiint\limits_V \left[(x+y)^2 - z\right]dxdydz$ trong đó V giới hạn bởi mặt phẳng Oxy và mặt nón $(z-1)^2 = x^2 + y^2$.

Bài 6. Dùng toạ độ trụ hãy tính các tích phân sau:

a. $I = \iiint\limits_V \sqrt{x^2+y^2}\,dxdydz$ trong đó V là miền nằm trong mặt trụ $x^2 + y^2 = 16$ và các mặt phẳng $z = -5, z = 4$.

b. $I = \iiint\limits_V x^2 dxdydz$ trong đó V là miền nằm trong mặt trụ $x^2 + y^2 = 1$, trên mặt phẳng z = 0 và dưới mặt nón $4x^2 + 4y^2 = z^2$.

c. $I = \iiint\limits_V ze^{x^2+y^2}dxdydz$ với $V = \left\{(x,y,z): x^2+y^2+z^2 \le 2,\ z \ge \sqrt{x^2+y^2}\right\}$

d. $I = \iiint\limits_V z\sqrt{x^2+y^2}\,dxdydz$ trong đó $V = \left\{(x,y,z): x^2+y^2 \le 2x, 0 \le z \le a\right\}$.

Bài 7. Tính các tích phân bằng cách đổi sang toạ độ cầu:

a. $I = \int\limits_{-3}^{3} dx \int\limits_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{9-x^2-y^2}} z\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dz$;

b. $I = \iiint\limits_V (x^2+y^2)dxdydz$ trong đó

$V = \left\{(x,y,z): r^2 \le x^2+y^2+z^2 \le R^2,\ z \ge 0\right\}$

c. $I = \iiint\limits_V \sqrt{x^2+y^2+z^2}\ dxdydz$ trong đó $V = \left\{(x,y,z): x^2+y^2+z^2 \le 2z\right\}$;

d. $I = \iiint\limits_V x^2y^2z^2\ dxdydz$ trong đó $V = \left\{(x,y,z): \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} \le 1\right\}$;