

## Bài tập chương 6. Trường tĩnh điện

### A. Phần tóm tắt lý thuyết

#### 1. Lực tương tác Coulomb

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r} = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r}, \text{ độ lớn: } F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = k \frac{|q_1||q_2|}{\epsilon r^2}$$

$\epsilon_0 \approx 8,86 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2$  - hằng số điện môi (hằng số điện môi tuyệt đối của chân không),  $\epsilon$  là hằng số điện môi tỷ đối của môi trường.

#### 2. Vector cường độ điện trường

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Cường độ điện trường gây ra bởi một điện tích điểm  $Q$  tại một điểm cách nó một khoảng  $r$ :

$$\vec{E} = k \frac{Q}{\epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}, \text{ độ lớn: } E = k \frac{|Q|}{\epsilon r^2}$$

$Q > 0$ :  $\vec{E}$  hướng ra xa điện tích;

$Q < 0$ :  $\vec{E}$  hướng vào điện tích.

#### 3. Véc-tơ điện cảm (cảm ứng điện)

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

Véc-tơ điện cảm do một điện tích điểm gây ra:  $\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^3} \cdot \vec{r}$

4. Cường độ điện trường gây bởi một sợi dây thẳng dài vô hạn mang điện đều tại một điểm cách dây một khoảng  $r$ :

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon r}, \text{ trong đó } \lambda \text{ là mật độ điện dài của dây.}$$

5. Cường độ điện trường gây bởi một mặt phẳng mang điện đều:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}, \text{ trong đó } \sigma \text{ là mật độ điện mặt.}$$

#### 6. Định lý Ostrogradski – Gauss:

Thông lượng cảm ứng điện gửi qua một mặt kín ( $S$ ) bất kỳ bằng tổng đại số các điện tích có trong mặt kín.

$$\Phi = \int_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^n q_i$$

7. Công của lực tĩnh điện khi dịch chuyển điện tích điểm  $q_0$  từ điểm A đến điểm B trong điện trường:

$$A = q_0 (V_A - V_B), \text{ trong đó } V_A \text{ và } V_B \text{ lần lượt là điện thế tại điểm A và B.}$$

#### 8. Tính chất thế của trường tĩnh điện

Lưu số của véc-tơ  $\vec{E}$  theo một đường cong kín bằng 0:  $\oint \vec{E} d\vec{l} = 0$

9. Hiệu điện thế giữa hai điểm A và B trong điện trường:

$$U_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} d\vec{l}$$

#### 10. Mối liên hệ giữa cường độ điện trường và điện thế

$$E = -\frac{\partial V}{\partial s} \text{ hay } \vec{E} = -\vec{\text{grad}} V$$

**Trong trường hợp điện trường đều:**  $E = \frac{U}{d}$ , trong đó  $U = V_1 - V_2$  là hiệu điện thế,  $d$  là khoảng cách giữa 2

mặt đẳng thế tương ứng.

11. Điện thế gây bởi một điện tích điểm  $Q$  tại một điểm cách nó 1 khoảng  $r$ :

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$$

**12. Hiệu điện thế giữa hai mặt cầu đồng tâm** mang điện đều, bằng nhau, trái dấu:

$$V_1 - V_2 = \frac{Q(R_2 - R_1)}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R_1 R_2}, \text{ trong đó } R_1 \text{ là bán kính của mặt cầu trong, } R_2 \text{ là bán kính của mặt cầu ngoài, } Q \text{ là độ}$$

lớn điện tích trên mỗi mặt cầu.

**13. Hiệu điện thế giữa 2 mặt trụ đồng trục dài vô hạn mang điện đều bằng nhau và trái dấu:**

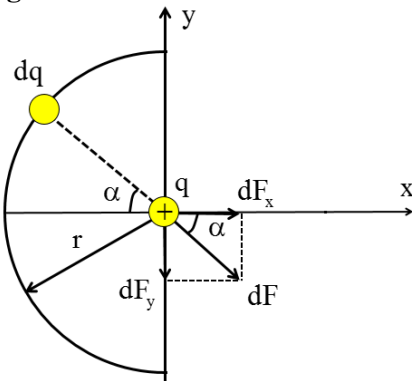
$$V_1 - V_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{R_2}{R_1}, \text{ trong đó } R_1 \text{ là bán kính mặt trong, } R_2 \text{ là bán kính mặt ngoài, } \lambda \text{ là mật độ điện dài trên}$$

mặt trụ.

## B. Phần bài tập

**Bài 1.9.** Tìm lực tác dụng lên một điện tích điểm  $q = (5/3) \cdot 10^{-9} \text{ C}$  đặt ở tâm nửa vòng xuyến bán kính  $r_0 = 5 \text{ cm}$  tích điện đều với điện tích  $Q = 3 \cdot 10^{-7} \text{ C}$  (đặt trong chân không).

**Bài giải:**



Xét một điện tích nguyên tố  $dq$  gây ra cường độ điện trường  $dF$  cho điện tích  $q$ . Phân tích  $dF$  theo phương  $x$  và  $y$  như trên hình vẽ. Để dễ dàng thấy do tính chất đối xứng nên các thành phần  $dF_y$  triệt tiêu nhau.

$$\text{Như vậy: } F = \int dF = \int dF_x = \int \frac{kq}{r^2} dQ \cos \alpha$$

Trong đó:  $dQ = \frac{Q}{\pi r} dl$  (điện tích chia đều theo độ dài  $\pi r$ ),  $dl = r d\alpha$  (độ dài cung bằng bán kính nhân với góc chắn cung).

$$\text{Thay vào trên ta được: } F = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{kq}{r^2} \frac{Q}{\pi r} r \cos \alpha d\alpha$$

Từ hình vẽ dễ thấy góc  $\alpha$  biến thiên từ  $-\frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2}$  khi lấy tích phân trên toàn bộ nửa vòng xuyến.

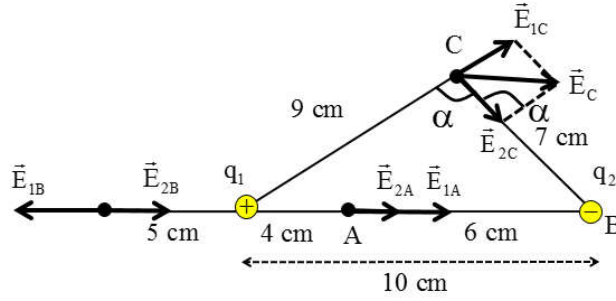
$$F = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{kqQ}{\pi r^2} \cos \alpha d\alpha = \frac{kqQ}{\pi r^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \alpha d\alpha = \frac{kqQ}{\pi r^2} \sin \alpha \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{2kqQ}{\pi r^2} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot (5/3) \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 0,05^2} = 1,146 \cdot 10^{-3} \text{ (N)}$$

**Bài 1.10.** Có hai điện tích điểm  $q_1 = 8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  và  $q_2 = -3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  đặt cách nhau một khoảng  $d = 10 \text{ cm}$  trong không khí. Tính:

a) Cường độ điện trường gây bởi các điện tích đó tại các điểm A, B, C. Cho biết:  $MN = d = 10 \text{ cm}$ ,  $MA = 4 \text{ cm}$ ,  $MB = 5 \text{ cm}$ ,  $MC = 9 \text{ cm}$ ,  $NC = 7 \text{ cm}$ .

b) Lực tác dụng lên điện tích  $q = -5 \cdot 10^{-10} \text{ C}$  đặt tại C.

**Bài giải:**



**Tại điểm A:**  $\vec{E}_{1A}$  và  $\vec{E}_{2A}$  cùng chiều nhau như hình vẽ:

$$E_A = E_{1A} + E_{2A} = k \left( \frac{|q_1|}{MA^2} + \frac{|q_2|}{NA^2} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{8 \cdot 10^{-8}}{0,04^2} + \frac{3 \cdot 10^{-8}}{0,06^2} \right) = 525 \cdot 10^3 \text{ (V/m)}$$

**Tại điểm B:**  $\vec{E}_{1B}$  và  $\vec{E}_{2B}$  ngược chiều nhau như hình vẽ:

$$E_B = E_{1B} - E_{2B} = k \left( \frac{|q_1|}{MB^2} - \frac{|q_2|}{NB^2} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{8 \cdot 10^{-8}}{0,05^2} - \frac{3 \cdot 10^{-8}}{0,15^2} \right) = 276 \cdot 10^3 \text{ (V/m)}$$

**Tại điểm C:**  $\vec{E}_{1C}$  và  $\vec{E}_{2C}$  có chiều nhau như hình vẽ.

Ta có:  $E_C = \sqrt{E_{1C}^2 + E_{2C}^2 - 2E_{1C}E_{2C}\cos\alpha}$ , trong đó:

$$E_{1C} = k \frac{|q_1|}{MC^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{8 \cdot 10^{-8}}{0,09^2} = 88,9 \cdot 10^3 \text{ (V/m)} \text{ và } E_{2C} = k \frac{|q_2|}{NC^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-8}}{0,07^2} = 55,1 \cdot 10^3 \text{ (V/m)}$$

$$\cos\alpha = \frac{MC^2 + NC^2 - MN^2}{2MC \cdot NC} = \frac{9^2 + 7^2 - 10^2}{2 \cdot 9 \cdot 7} = \frac{5}{21}, \alpha = 76,2^\circ$$

$$\text{Thay vào ta được: } E_C = 10^3 \sqrt{88,9^2 + 55,1^2 - 2 \cdot 88,9 \cdot 55,1 \cdot (5/21)} = 92,8 \cdot 10^3 \text{ (V/m)}$$

Cường độ điện trường tại C tạo với cạnh CN 1 góc:  $90 - \alpha = 90 - 76,2^\circ = 13,8^\circ$

$$\text{b) Lực } F_C = |q|E_C = 5 \cdot 10^{-10} \cdot 92,8 \cdot 10^3 = 4,6 \cdot 10^{-5} \text{ (N)}$$

Lực này **ngược chiều** với  $E_C$ .

**Bài 1.20.** Một mặt phẳng vô hạn mang điện đều có mật độ điện tích mặt là  $2 \cdot 10^{-9} \text{ C/cm}^2 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ C/m}^2$ . Hỏi lực tác dụng lên một đơn vị chiều dài của một sợi dây dài vô hạn mang điện đều. Cho biết mật độ điện dài của dây là  $\lambda = 3 \cdot 10^{-8} \text{ C/cm} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}$ .

**Bài giải:**

Lực tác dụng của mặt phẳng lên sợi dây bằng tổng lực tác dụng lên các phần tử của sợi dây. Ta đã biết điện

trường do 1 mặt phẳng gây ra là  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$  không phụ thuộc vào khoảng cách từ mặt phẳng đến các phần tử

điện tích của sợi dây nên dù đặt sợi dây thế nào thì lực tác dụng lên 1 phần tử  $dq$  của sợi dây vẫn đều là

$$dF = Edq = \frac{\sigma dq}{2\epsilon\epsilon_0}, \text{ trong đó } dq = \lambda dl \text{ nên } dF = \frac{\sigma \lambda dl}{2\epsilon\epsilon_0}. \text{ Lực tác dụng lên mỗi đơn vị chiều dài của dây là:}$$

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\sigma \lambda}{2\epsilon\epsilon_0} = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 1,8 \cdot 86 \cdot 10^{-12}} = 3,4 \text{ (N/m)}$$

**Bài 1.23.** Cho 2 điện tích điểm  $q_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ ,  $q_2 = -10^{-6} \text{ C}$  đặt cách nhau 10 cm. Tính công của lực tĩnh điện khi điện tích  $q_2$  dịch chuyển trên đường thẳng nối hai điện tích đó xa thêm một đoạn 90 cm.

**Bài giải:**

Ta coi đây là bài toán xác định công của lực tĩnh điện do điện tích  $q_1$  tác dụng để dịch chuyển điện tích điểm  $q_2$  dịch chuyển trong điện trường mà nó gây ra.

Như vậy:  $A_{MN} = q_2 (V_M - V_N)$ , trong đó  $V_M$  và  $V_N$  lần lượt là điện thế tại 2 điểm MN trên đường thẳng nối 2 điện tích và cách nhau 1 khoảng 90 cm.

Giả sử:  $V_M = \frac{kq_1}{\epsilon r}$  và  $V_N = \frac{kq_1}{\epsilon(r + \Delta r)}$

Suy ra:  $A_{MN} = q_2 \left( \frac{kq_1}{\epsilon r} - \frac{kq_1}{\epsilon(r + \Delta r)} \right) = \frac{kq_1 q_2}{\epsilon} \frac{\Delta r}{r(r + \Delta r)} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot (-10^{-6}) \cdot 0,9}{1,0 \cdot 1,1 \cdot (0,1 + 0,9)} = -0,162 \text{ (J)}$

Dấu “-” có nghĩa là lực điện trường là lực cản, tức là ta phải thực hiện 1 công là +0,162 J để thắng lực điện trường. Trong bài toán này, 2 điện tích là trái dấu nên hút nhau, vì thế muốn đưa 1 điện tích ra xa thêm thì đương nhiên là phải thực hiện công thắng lại lực hút này.

**Bài 1.24.** Tính công cần thiết để dịch chuyển một điện tích  $q = \frac{1}{3} \cdot 10^{-7} \text{ C}$  từ một điểm M cách quả cầu tích điện bán kính  $r = 1 \text{ cm}$  một khoảng  $R = 10 \text{ cm}$  ra xa vô cực. Biết quả cầu có mật độ điện mặt là  $\sigma = 10^{-11} \text{ C/cm}^2 = 10^{-7} \text{ C/m}^2$ .

**Bài giải:**

Vẫn sử dụng công thức tính công của điện trường khi dịch chuyển điện tích từ điểm M đến N (trong trường hợp này N ở vô cực):  $A_{MN} = q(V_M - V_N)$ . Như vậy, cần phải tính điện thế tại các điểm M và N.

Nhân đây phải nói đến bài toán tính điện thế tại 1 điểm nằm bên ngoài và cách tâm quả cầu mang điện đều 1 khoảng là  $r > r_0$  (bài mà thầy chưa có dịp tính trên lớp trong giờ lý thuyết).

Ta có:  $dV = -E dr$  (mối liên hệ giữa điện trường và điện thế)

Mặt khác sử dụng định lý Ostrogradski – Gauss ta dễ dàng tính được:  $E = \frac{kQ}{\epsilon r^2}$ , trong đó  $Q$  là điện tích của quả cầu.

Thay vào ta được:  $dV = -\frac{kQ}{\epsilon r^2} dr \rightarrow V = \frac{kQ}{\epsilon r} + C$ , chọn gốc điện thế tại vô cực ta có  $C = 0$ , suy ra:  $V = \frac{kQ}{\epsilon r}$

Quay trở lại bài toán của chúng ta:  $A_{MN} = q(V_M - V_N)$

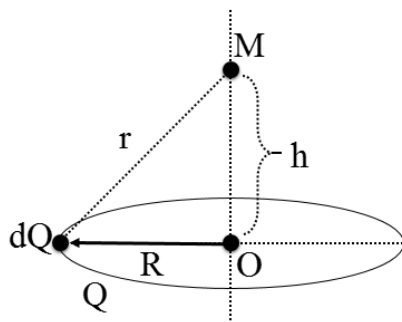
$V_M = \frac{kQ}{\epsilon(r + R)}$ ;  $V_N = 0 \rightarrow A_{MN} = \frac{kqQ}{\epsilon(r + R)} = \frac{kq4\pi r^2 \sigma}{\epsilon(r + R)} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (1/3) \cdot 10^{-7} \cdot 4\pi(0,01)^2 \cdot 10^{-7}}{1(0,01 + 0,1)} = 3,42 \cdot 10^{-7} \text{ (J)}$ ,

trong đó  $Q = 4\pi r^2 \sigma$ .

**Bài 1.25.** Một vòng dây tròn bán kính 4 cm tích điện đều với điện tích  $Q = (1/9) \cdot 10^{-8} \text{ C}$ . Tính điện thế tại:

a) Tâm vòng dây;

b) Tại một điểm M trên trục vòng dây, cách tâm của vòng dây 1 đoạn là  $h = 3 \text{ cm}$ .



Ta làm 1 bài tổng quát, tìm điện thế tại 1 điểm M trên trục vòng dây, cách tâm vòng dây 1 đoạn là  $h$ .

Ta có:  $dV = \frac{kdQ}{\epsilon \sqrt{R^2 + h^2}}$

Suy ra:  $V = \int dV = \int \frac{kdQ}{\epsilon \sqrt{R^2 + h^2}} = \frac{kQ}{\epsilon \sqrt{R^2 + h^2}}$

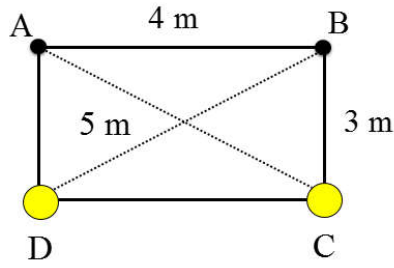
a) Điện thế tại tâm vòng dây  $h = 0$

$V_o = \frac{kQ}{\epsilon R} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (1/9) \cdot 10^{-8}}{1,0 \cdot 0,04} = 250 \text{ (V)}$

b) Tại điểm M:  $V_H = \frac{kQ}{\epsilon \sqrt{R^2 + h^2}} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (1/9) \cdot 10^{-8}}{1 \cdot \sqrt{0,04^2 + 0,03^2}} = 200 \text{ (V)}$

**Bài 1.32.** Tại hai đỉnh C, D của một hình chữ nhật ABCD (có các cạnh  $AB = 4 \text{ m}$ ,  $BC = 3 \text{ m}$ ) người ta đặt hai điện tích điểm  $q_1 = -3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  (tại C) và  $q_2 = 3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  (tại D). Tính hiệu điện thế giữa A và B.

**Bài giải:**



$$AC = BD = 5 \text{ m}$$

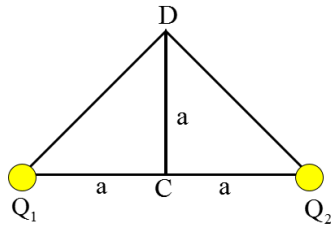
$$V_A = V_{CA} + V_{DA} = \frac{k}{\epsilon} \left( \frac{q_1}{CA} + \frac{q_2}{DA} \right) = \frac{9 \cdot 10^9}{1} \left( \frac{-3 \cdot 10^{-8}}{5} + \frac{3 \cdot 10^{-8}}{3} \right) = 36 \text{ (V)}$$

$$V_B = V_{CB} + V_{DB} = \frac{k}{\epsilon} \left( \frac{q_1}{CB} + \frac{q_2}{DB} \right) = \frac{9 \cdot 10^9}{1} \left( \frac{-3 \cdot 10^{-8}}{3} + \frac{3 \cdot 10^{-8}}{5} \right) = -36 \text{ (V)}$$

$$\text{Hiệu điện thế giữa A và B là: } U_{AB} = V_A - V_B = 72 \text{ (V)}$$

**Bài 1.33.** Tính công của lực điện trường khi chuyển dịch điện tích  $q = 10^{-9} \text{ C}$  từ điểm C đến điểm D nếu  $a = 6 \text{ cm}$ ,  $Q_1 = (10/3) \cdot 10^{-9} \text{ C}$ ,  $Q_2 = 2 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ .

**Bài giải:**



Nhớ là muốn tính công của lực điện trường thì có công thức:

$$A_{CD} = q(V_C - V_D)$$

Ta có:

$$V_C = \frac{kQ_1}{\epsilon AC} + \frac{kQ_2}{\epsilon BC} = \frac{9 \cdot 10^9}{1} \left( \frac{10/3}{0,06} - \frac{2}{0,06} \right) \cdot 10^{-9} = 200 \text{ (V)}$$

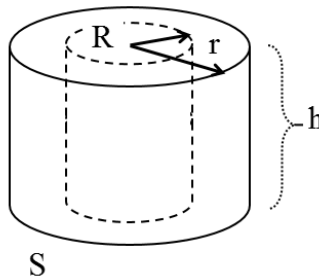
$$V_D = \frac{kQ_1}{\epsilon AD} + \frac{kQ_2}{\epsilon BD} = \frac{9 \cdot 10^9}{1} \left( \frac{10/3}{0,06\sqrt{2}} - \frac{2}{0,06\sqrt{2}} \right) \cdot 10^{-9} = 141 \text{ (V)}$$

$$\text{Công của lực điện khi đó: } A = q(V_C - V_D) = 10^{-9} (200 - 141) = 59 \cdot 10^{-9} \text{ (J)}$$

**Bài 1.37.** Cho hai mặt trụ đồng trục mang điện đều bằng nhau và trái dấu có bán kính lần lượt là 3 cm và 10 cm, hiệu điện thế giữa chúng là 50 V. Tính mật độ điện dài trên mỗi mặt trụ và cường độ điện trường tại điểm ở khoảng cách bằng trung bình cộng của hai bán kính.

**Bài giải:**

Trước tiên quay trở lại bài toán tính điện trường gây ra bởi một mặt trụ dài vô hạn tích điện đều.



Xét 1 mặt Gauss có dạng mặt trụ có độ cao là h, diện tích đáy là S.

Thông lượng điện:

$$\Phi_e = \int_{\text{mặt trụ}} D_n dS = \int_{\text{mặt bên}} D_n dS + \int_{\text{hai đáy}} D_n dS$$

$$\text{trong đó } \int_{\text{hai đáy}} D_n dS = 0 \text{ vì } D_n = 0 \text{ nên:}$$

$$\Phi_e = \int_{\text{mặt bên}} D_n dS = D 2\pi r h = 2\pi \epsilon \epsilon_0 E r h$$

Điện tích của khối trụ:  $Q = \lambda h$ , trong đó  $\lambda$  là mật độ điện dài của khối trụ theo chiều cao.

$$\text{Theo định lý O - G: } Q = \Phi_e \rightarrow \lambda h = 2\pi \epsilon \epsilon_0 E r h \rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon \epsilon_0 r}$$

Đối với những điểm nằm giữa 2 mặt trụ thì chỉ có mặt trụ ở phía trong gây ra điện trường. Ta tính điện thế tại 1 điểm cách trục của mặt trụ trong 1 khoảng là r.

$$dV = -E dr \rightarrow dV = -\frac{\lambda dr}{2\pi \epsilon \epsilon_0 r} \rightarrow V = \frac{-\lambda \ln r}{2\pi \epsilon \epsilon_0} + C$$

Như vậy hiệu điện thế giữa 2 mặt trụ  $R_1 = 3 \text{ cm}$  và  $R_2 = 10 \text{ cm}$  là:

$$V = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon \epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi \epsilon \epsilon_0 V}{\ln \frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\pi \cdot 1,8,86 \cdot 10^{-12} \cdot 50}{\ln \frac{10}{3}} = 2,3 \cdot 10^{-9} \text{ (C)}$$