



# CHƯƠNG 2

## CƠ HỌC VẬT RẮN

*Nguyễn Xuân Thấu -BMVL*

1

HÀ NỘI

2017



## **NỘI DUNG**

- 1. KHỐI TÂM**
- 2. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN**
- 3. MÔ MEN QUÁN TÍNH**
- 4. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA VẬT RẮN QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH**
- 5. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA MỘT HỆ CHẤT ĐIỂM**
- 6. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG**



# 1. KHỐI TÂM

## 1.1. Định nghĩa

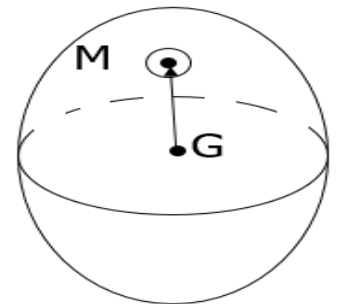
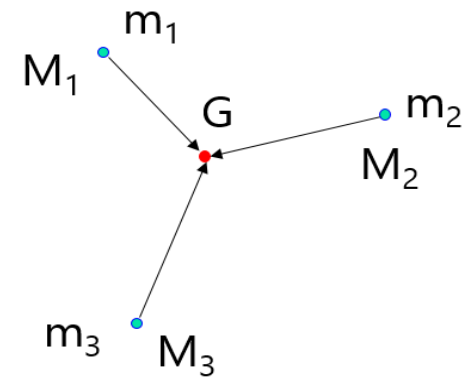
Khối tâm của một hệ chất điểm  $M_1, M_2, \dots, M_n$  lần lượt có khối lượng  $m_1, m_2, \dots, m_n$  là một điểm  $G$  được xác định bởi đẳng thức:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{M_i G} = 0$$

Suy rộng ra, khối tâm của một vật rắn (*vật rắn là một hệ chất điểm trong đó khoảng cách giữa các chất điểm luôn luôn không đổi*):

$$\int_{VR} \vec{MG} dm = 0 \quad \text{Trong đó: } M \text{ là vị trí của yếu tố khối lượng vi phân } dm$$

$$dm = \rho dV = \sigma dS = \lambda dl$$





## 1. KHỐI TÂM

### **Đặc điểm của G:**

Đặc trưng cho hệ; là điểm rút gọn của hệ.

Nằm trên các yếu tố đối xứng.

Trên thực tế G trùng với trọng tâm hình học



## 1.2. Xác định khối tâm

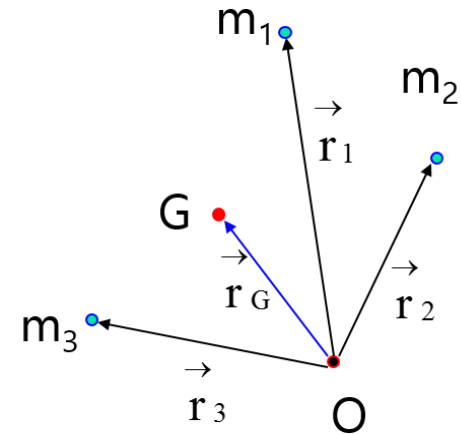
### Thực hành:

- Tìm giao của các trục đối xứng.
- Dùng quả rơi.

Lý thuyết (phương pháp tọa độ):

Tọa độ khối tâm của hệ chất điểm – vật rắn:

$$\vec{r}_G = \vec{OG} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$



$$x_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\int_{\text{vật rắn}} x dm}{\int_{\text{vật rắn}} dm}; y_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\int_{\text{vật rắn}} y dm}{\int_{\text{vật rắn}} dm}; z_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\int_{\text{vật rắn}} z dm}{\int_{\text{vật rắn}} dm}$$

$(x_i, y_i, z_i)$  là tọa độ của chất điểm thứ  $i$ ;  $(x, y, z)$  là tọa độ của phần tử  $dm$ ;  
 $(x_G, y_G, z_G)$  là tọa độ của khối tâm  $G$



### 1.3. Chuyển động của khối tâm:

#### a. Vận tốc của khối tâm

$$\vec{v}_G = \frac{d\vec{r}_G}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{m}, \text{ trong đó: } m \text{ là khối lượng của hệ}$$

của hệ.

**Hệ quả:** Tổng động lượng của hệ chất điểm là  $\vec{K} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \left( \sum_{i=1}^n m_i \right) \vec{v}_G$ , tức là bằng động lượng của một chất điểm đặt tại khối tâm, có khối lượng bằng tổng khối lượng cả hệ, có vận tốc bằng vận tốc của khối tâm của hệ.



### b. Gia tốc của khối tâm

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{m} = \frac{\vec{F}}{m} \rightarrow \vec{F} = m\vec{a}_G$$

(phương trình chuyển động của khối tâm)

**Kết luận:** Khối tâm  $G$  chuyển động như một chất điểm có khối lượng bằng khối lượng của toàn hệ.

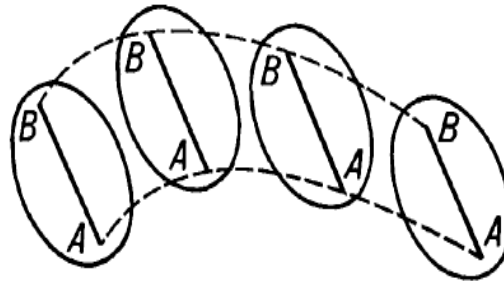


## 2. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

Chuyển động của một vật rắn nói chung rất phức tạp, nhưng người ta chứng minh được rằng chuyển động của một vật rắn bao giờ cũng là tổng hợp của 2 loại chuyển động cơ bản: *chuyển động tịnh tiến* và *chuyển động quay quanh một trục cố định*.

### 2.1. Chuyển động tịnh tiến

Khi một vật rắn chuyển động tịnh tiến mọi chất điểm của nó chuyển động theo những quỹ đạo giống nhau; tại mỗi thời điểm các chất điểm của vật rắn tịnh tiến đều có cùng véc-tơ vận tốc và véc-tơ gia tốc.







## 2. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

### 2.1. Chuyển động tịnh tiến

Giả sử  $\vec{a}$  là véc-tơ gia tốc chung của các chất điểm  $M_1, M_2, \dots, M_n$  của vật rắn, các chất điểm này có khối lượng lần lượt là  $m_1, m_2, \dots, m_n$  và lần lượt chịu tác dụng của các ngoại lực (tổng ngoại lực)  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$

Ta có:

$$m_1 \vec{a} = \vec{F}_1, m_2 \vec{a} = \vec{F}_2, \dots, m_n \vec{a} \rightarrow \left( \sum_{i=1}^n m_i \right) \vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}$$

Đây là phương trình chuyển động của vật rắn tịnh tiến, cũng chính là phương trình chuyển động của khối tâm vật rắn, trong đó  $\vec{a} = \vec{a}_G$ .

**Kết luận:** Chuyển động tịnh tiến của vật rắn được quy về chuyển động của khối tâm của nó.



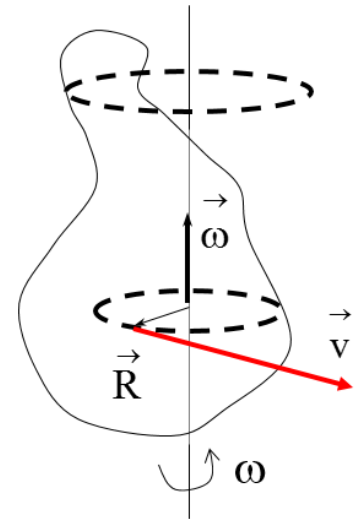
## 2. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

### 2.2. Chuyển động quay quanh một trục cố định

Khi một vật rắn chuyển động quay quanh một trục cố định  $\Delta$  (trục quay) thì:

- Mọi điểm của vật rắn đều vạch ra những quỹ đạo tròn có cùng trục  $\Delta$  (tức là những vòng tròn mà mặt phẳng chứa nó vuông góc với  $\Delta$  và có tâm nằm trên  $\Delta$ );
- Trong cùng một khoảng thời gian, mọi điểm của vật rắn đều quay được cùng 1 góc  $\theta$ ;
- Tại cùng 1 thời điểm, mọi điểm của vật rắn đều có cùng

vận tốc  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  và có cùng gia tốc góc  $\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$  ;





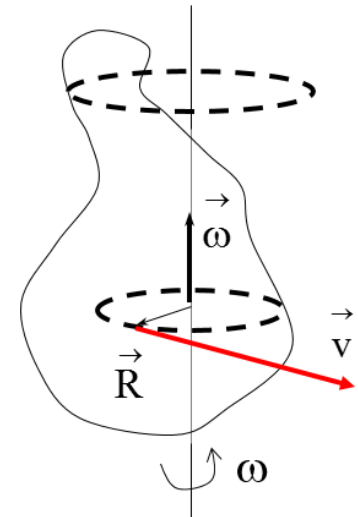
## 2. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

### 2.2. Chuyển động quay quanh một trục cố định

-Tại 1 thời điểm bất kỳ, véc-tơ vận tốc thẳng và véc-tơ gia tốc tiếp tuyến của 1 chất điểm bất kỳ của vật rắn cách trục quay  $\Delta$  một khoảng  $r$  được xác định bởi các công thức:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{R} \rightarrow v = \omega R$$

$$\vec{a}_t = \vec{\beta} \wedge \vec{R} \rightarrow a_t = \beta R$$





## 2. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

### 2.3. Chuyển động phức tạp của vật rắn

Phân tích chuyển động phức tạp của vật rắn thành 2 thành phần chuyển động đồng thời:

- Chuyển động tịnh tiến của khối tâm G;
- Chuyển động quay quanh trục đi qua G.

Vận tốc của một điểm M bất kỳ trên vật rắn là;

$$\vec{V}_M = \vec{V}_G + \vec{\omega} \wedge \vec{R}$$

Nếu chọn 1 điểm N bất kỳ làm gốc tọa độ thì

$$\vec{v}_M = \vec{v}_N + \vec{\omega} \wedge \vec{R}', \text{ trong đó } \vec{NM} = \vec{R}'$$



### 3. MÔ MEN QUÁN TÍNH

#### 3.1. Định nghĩa

Mô-men quán tính là đại lượng vật lý đặc trưng cho mức quán tính trong chuyển động quay.

- Mô-men quán tính của một chất điểm:

$I_{\Delta} = mr^2$  -  $r$  là khoảng cách từ chất điểm đến trục quay  $\Delta$ ;

- Mô-men quán tính của hệ chất điểm:

$I_{\Delta} = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$  -  $r_i$  là khoảng cách từ chất điểm thứ  $i$  đến trục quay  $\Delta$ ;

- Mô-men quán tính của 1 vật rắn:

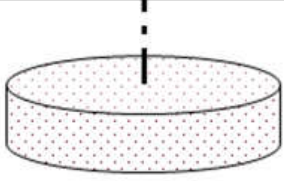


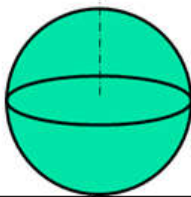

$I_{\Delta} = \int_V r^2 dm$  -  $r$  là khoảng cách từ khối lượng nguyên tố  $dm$  đến trục quay  $\Delta$ .

Đơn vị của mô-men quán tính:  $\text{kgm}^2$ , thứ nguyên:  $\text{ML}^2$



### 3. MÔ MEN QUÁN TÍNH

#### 3.2. Mô men quán tính đối với trục quay đi qua khối tâm của các vật rắn đồng chất

Khối trụ đặc, đĩa tròn	$I = \frac{1}{2} mR^2$	
Khối trụ rỗng, vành tròn:	$I = mR^2$	
Thanh mảnh có chiều dài L:	$I = \frac{1}{12} mL^2$	
Khối cầu đặc:	$I = \frac{2}{5} mR^2$	
Quả cầu rỗng:	$I = \frac{2}{3} mR^2$	
Mặt chữ nhật	$I = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$	



### 3. MÔ MEN QUÁN TÍNH

#### 3.3. Định lý Huygens-Steiner

Mô-men quán tính của một vật rắn đối với 1 trục quay  $\Delta$  bất kỳ bằng mô-men quán tính của vật đối với trục  $\Delta_0$  song song với  $\Delta$  và đi qua khối tâm G của vật cộng với tích của khối lượng m của vật với khoảng cách d giữa 2 trục:

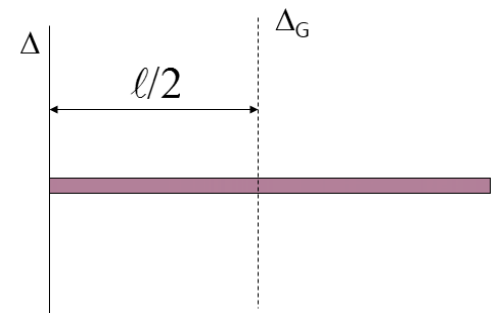
$$I_{\Delta} = I_{\Delta_0} + md^2, \text{ trong đó } d \text{ là khoảng cách giữa 2 trục } \Delta \text{ \& } \Delta_0.$$

Ví dụ: Tính mô-men quán tính của 1 thanh dài đối với 1 trục vuông góc với thanh và đi qua 1 đầu của thanh.

Ví dụ: Tính mô-men quán tính của 1 thanh dài đối với 1 trục vuông góc với thanh và đi qua 1 đầu của thanh.

Theo định lý Huygens-Steiner:

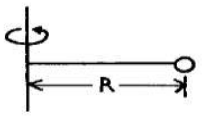
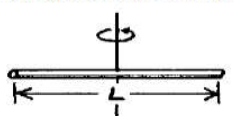


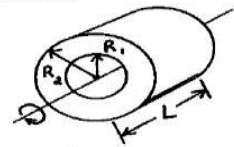
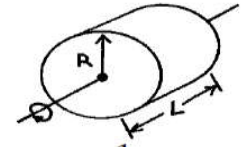
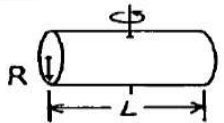
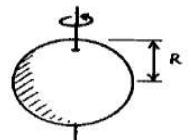
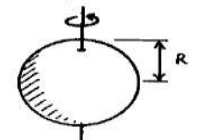
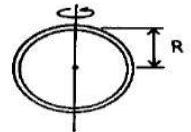
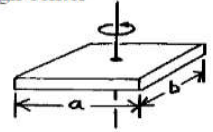
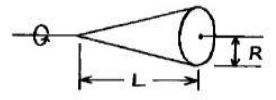
$$I = \frac{1}{12} m \ell^2 + m \left( \frac{\ell}{2} \right)^2 = \frac{1}{3} m \ell^2$$







## Mô-men quán tính của một số vật rắn thường gặp

<p>Point mass at a radius R</p>  $I = MR^2$	<p>Thin rod about axis through center perpendicular to length</p>  $I = \frac{1}{12} ML^2$	<p>Thin rod about axis through end perpendicular to length</p>  $I = \frac{1}{3} ML^2$
<p>Thin-walled cylinder about central axis</p>  $I = MR^2$	<p>Thick-walled cylinder about central axis</p>  $I = \frac{1}{2} M(R_1^2 + R_2^2)$	<p>Solid cylinder about central axis</p>  $I = \frac{1}{2} MR^2$
<p>Solid cylinder about central diameter</p>  $I = \frac{1}{4} MR^2 + \frac{1}{12} ML^2$	<p>Solid sphere about center</p>  $I = \frac{2}{5} MR^2$	<p>Thin hollow sphere about center</p>  $I = \frac{2}{3} MR^2$
<p>Thin ring about diameter</p>  $I = \frac{1}{2} MR^2$	<p>Slab about perpendicular axis through center</p>  $I = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$	<p>Cone about central axis</p>  $I = \frac{3}{10} MR^2$

Note: All formulas shown assume objects of uniform mass density.





## 4. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA VẬT RẮN QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

### 4.1. Tác dụng của lực trong chuyển động quay – Mô men lực.

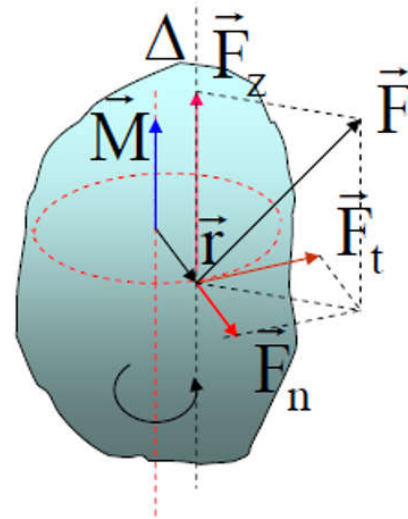
Giả sử vật rắn chịu tác dụng ngoại lực  $\vec{F}$ :

Lực  $\vec{F}$  được phân tích thành 3 thành phần:  $\vec{F} = \vec{F}_z + \vec{F}_n + \vec{F}_t$ , trong đó:

Lực song song:  $\vec{F}_z \parallel \Delta$ ; lực pháp tuyến:  $\vec{F}_n \times \Delta$  - 2 lực này không gây ra chuyển động quay (2 lực đồng phẳng với trục quay).

Lực tiếp tuyến:  $\vec{F}_t$  gây ra chuyển động quay.

**Kết luận:** Trong chuyển động quay của vật rắn quanh một trục chỉ có thành phần lực tiếp tuyến với quỹ đạo của điểm đặt mới có tác dụng quay thực sự.





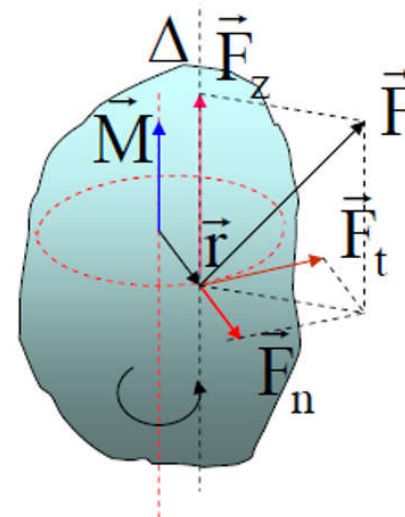
## 4. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA VẬT RẮN QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

### 4.1. Tác dụng của lực trong chuyển động quay – Mô men lực.

**Mô-men lực:** là đại lượng đặc trưng cho tác dụng của lực trong chuyển động quay.

$$\vec{\mathcal{M}} \equiv \vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{r} \wedge \vec{F}_t$$

$$\text{Độ lớn: } |\vec{\mathcal{M}}| \equiv |\vec{M}| = rF \sin \theta = rF_t$$





## 4. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA VẬT RẮN QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

### 4.2. Phương trình cơ bản của chuyển động quay.

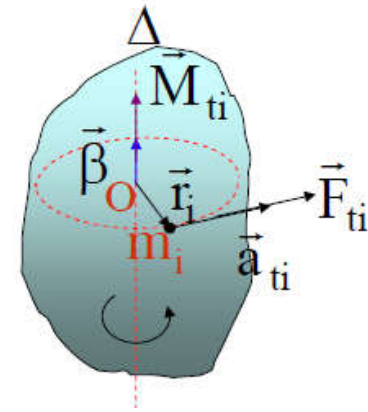
Chia vật rắn thành các chất điểm, mỗi chất điểm có khối lượng  $m_i$ , chịu tác dụng lực tiếp tuyến  $F_{ti}$ .

Viết phương trình định luật 2 Newton cho chất điểm thứ  $i$ :

$$m_i \vec{a}_{ti} = \vec{F}_{ti} \Leftrightarrow m_i \vec{r}_i \wedge \vec{a}_{ti} = \vec{r}_i \wedge \vec{F}_{ti}$$

Vì:  $\vec{r}_i \wedge \vec{a}_{ti} = \vec{r}_i \wedge (\vec{\beta} \wedge \vec{r}_i) = \vec{\beta}(\vec{r}_i \times \vec{r}_i) - \vec{r}_i(\vec{r}_i \times \vec{\beta})$ , vì  $\vec{r}_i \perp \vec{\beta}$  nên:

$$\vec{r}_i \wedge \vec{a}_{ti} = \vec{\beta}(\vec{r}_i \times \vec{r}_i) = r_i^2 \vec{\beta} \rightarrow m r_i^2 \vec{\beta} = \vec{r}_i \wedge \vec{F}_{ti} = \vec{\mathcal{M}}_{ti}$$





## 4. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA VẬT RẮN QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

### 4.2. Phương trình cơ bản của chuyển động quay.

Cộng tất cả các phương trình trên ta được:

$\left( \sum_{i=1}^n m r_i^2 \right) \vec{\beta} = \sum_{i=1}^n \vec{\mathfrak{M}}_{ti}$ , trong đó  $\left( \sum_{i=1}^n m r_i^2 \right)$  là mô-men quán tính  $I$ ,  $\sum_{i=1}^n \vec{\mathfrak{M}}_{ti}$  là tổng mô-men ngoại lực.

$$\rightarrow I \vec{\beta} = \vec{\mathfrak{M}} \rightarrow \vec{\beta} = \frac{\vec{\mathfrak{M}}}{I} \rightarrow \text{Phương trình cơ bản của chuyển động quay.}$$

**Phát biểu:** Gia tốc góc trong chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục tỷ lệ với tổng hợp mô-men các ngoại lực đối với trục và tỷ lệ nghịch với mô-men quán tính của vật rắn đối với trục.



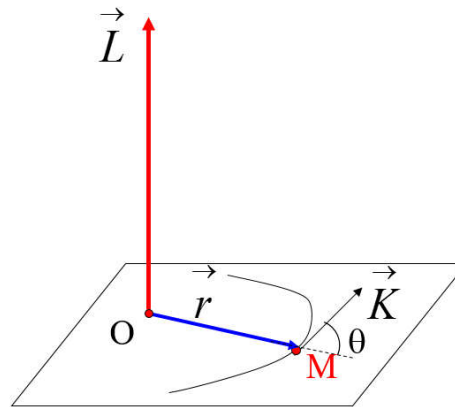
## 5. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA MỘT HỆ CHẤT ĐIỂM

### 5.1. Mô-men động lượng của một hệ chất điểm

Một hệ chất điểm  $M_1, M_2, \dots, M_n$  lần lượt có khối lượng là  $m_1, m_2, \dots, m_n$  và chuyển động với những vận tốc lần lượt là  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$  đối với hệ quy chiếu gốc O. Tại thời điểm t, vị trí những chất điểm ấy được xác định bằng véc-tơ bán kính  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n$

Mô-men động lượng của 1 hệ đối với O được định nghĩa là:

$\vec{L} = \sum \vec{L}_i = \sum \vec{r}_i \wedge m\vec{v}_i$  bằng tổng mô-men động lượng của các chất điểm trong hệ đối với tâm O.





## 5. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA MỘT HỆ CHẤT ĐIỂM

### 5.1. Mô-men động lượng của một hệ chất điểm

a) Đối với 1 hệ chất điểm quay xung quanh một trục cố định  $\Delta$ :

Ta có:  $|\vec{L}_i| = r_i m v = m r_i^2 \frac{v_i}{r_i} = I_i \omega_i$  và dưới dạng véc-tơ:  $\vec{L}_i = I_i \vec{\omega}_i$

Từ biểu thức:  $\vec{L} = \sum \vec{L}_i = \sum I_i \vec{\omega}_i$

b) Trường hợp vật rắn quay xung quanh một trục cố định  $\Delta$ :

Ta có:  $\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_2 = \dots = \vec{\omega}_n$  nên:  $\vec{L} = \left( \sum_i I_i \right) \vec{\omega} = I \vec{\omega}$ , trong đó:  $I = \sum_i I_i = \sum_i m r_i^2$  là mô-men quán tính của vật rắn đối với trục quay  $\Delta$ .



## 5. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA MỘT HỆ CHẤT ĐIỂM

### 5.2. Các định lý về Mô-men động lượng của hệ chất điểm.

- **Định lý 1:** Đạo hàm mô men động lượng của chất điểm theo thời gian có giá trị bằng tổng các mô men ngoại lực tác dụng lên chất điểm đó.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

- **Định lý 2:** Độ biến thiên động lượng của một chất điểm trong một khoảng thời gian nào đó có giá trị bằng xung lượng của lực tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian đó.

$$\Delta\vec{L} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1 = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{L} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M} dt$$

- xung lượng của mô men lực  $F$  tác dụng lên hệ chất điểm trong khoảng thời gian  $\Delta t = t_2 - t_1$ .





## 5. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA MỘT HỆ CHẤT ĐIỂM

### 5.2. Các định lý về Mô-men động lượng của hệ chất điểm.

Hệ quả: Độ biến thiên mô men động lượng của hệ chất điểm theo thời gian có giá trị bằng mô men lực (trung bình) tác dụng lên chất điểm trong thời gian đó.

$$\vec{M} \equiv \vec{M}_{TB} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t}$$





## 5. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA MỘT HỆ CHẤT ĐIỂM

### 5.3. Định luật bảo toàn mô men động lượng của hệ chất điểm.

$$\vec{\mathcal{M}} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \frac{d\vec{L}_i}{dt}$$

Với hệ cô lập:  $\sum_{i=1}^n \vec{\mathcal{M}}_i = \vec{\mathcal{M}} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{const} \Rightarrow \sum (I_i \cdot \omega_i) = \text{const}$

*“Hệ cô lập hoặc có mômen ngoại lực triệt tiêu thì mômen động lượng không đổi”*



## 5. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA MỘT HỆ CHẤT ĐIỂM

### 5.4. Ứng dụng của định luật bảo toàn mô-men động lượng

Xét một hệ quay xung quanh một trục cố định với vận tốc góc là  $\omega$ , nếu tổng hợp mô-men ngoại lực tác dụng bằng 0 thì mô-men động lượng của hệ được bảo toàn, tức là:  $I\omega = \text{const}$ .

- Một diễn viên múa balet thực hiện động tác xoay vòng trên 1 mũi chân, khi đó lực tác dụng chủ yếu là trọng lực và phản lực đều song song với trục quay thẳng đứng dọc theo thân người vì thế không ảnh hưởng đến chuyển động xoay. Khi đó mô-men động lượng coi như bảo toàn và nếu diễn viên đó dang 2 tay ra (mô-men quán tính  $I$  tăng) nên sẽ quay chậm lại ( $\omega$  giảm) và ngược lại khi thu tay vào sẽ quay nhanh lên.

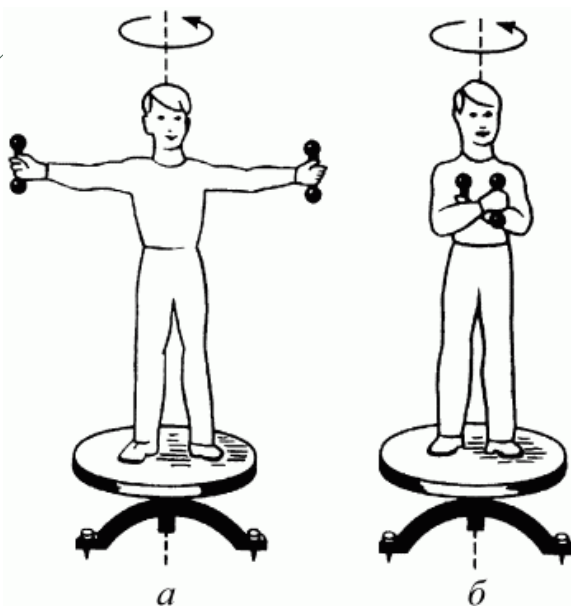


## 5. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA MỘT HỆ CHẤT ĐIỂM

### 5.4. Ứng dụng của định luật bảo toàn mô-men động lượng

- Thí nghiệm với ghế Zhukovskii.

Thí nghiệm 1 (tương tự như diễn viên múa balet)

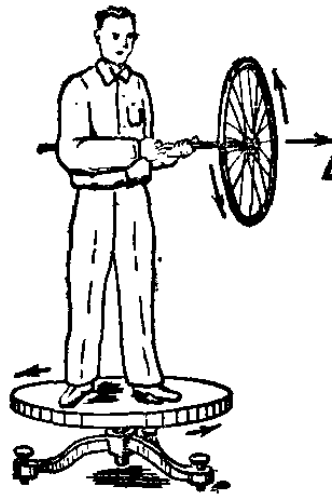




## 5. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA MỘT HỆ CHẤT ĐIỂM

### 5.4. Ứng dụng của định luật bảo toàn mô-men động lượng

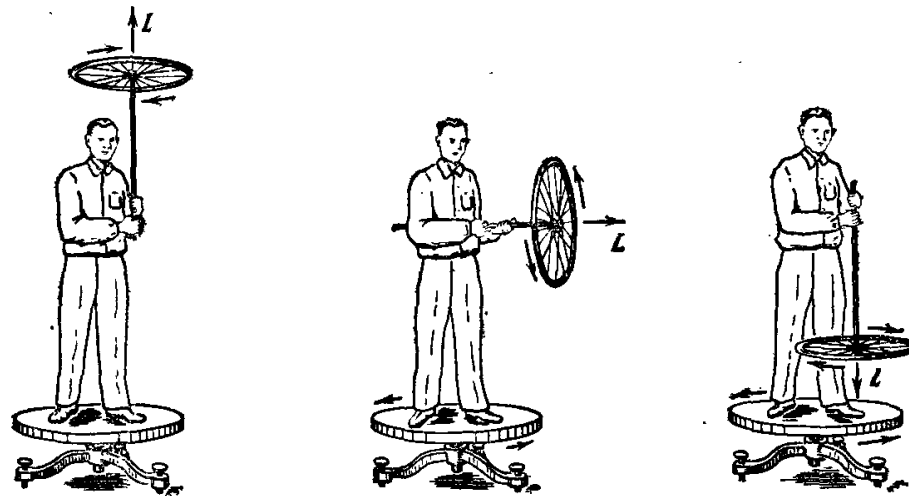
Thí nghiệm 2:





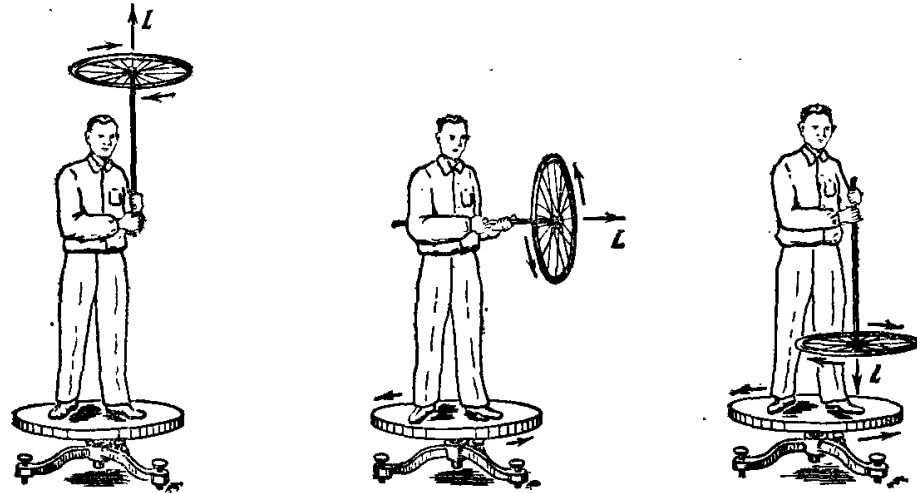
### Thí nghiệm 2:

Thí nghiệm với ghê Zhukovski: Thí nghiệm viên đứng trên ghê Zhukovski. Người ta đưa cho anh ta một cái bánh xe đang quay khá nhanh quanh 1 trục hướng thẳng đứng lên trên (hình đầu tiên) với vận tốc góc  $\Omega$ . Mô men động lượng toàn phần của hệ như vậy sẽ hướng thẳng đứng lên trên và bằng  $I\Omega$ . Giả sử trục thẳng đứng đứng là trục X. Vì mô men của ngoại lực theo trục X này bằng 0 nên hình chiếu  $L_x$  của mô-men động lượng toàn phần phải được bảo toàn.





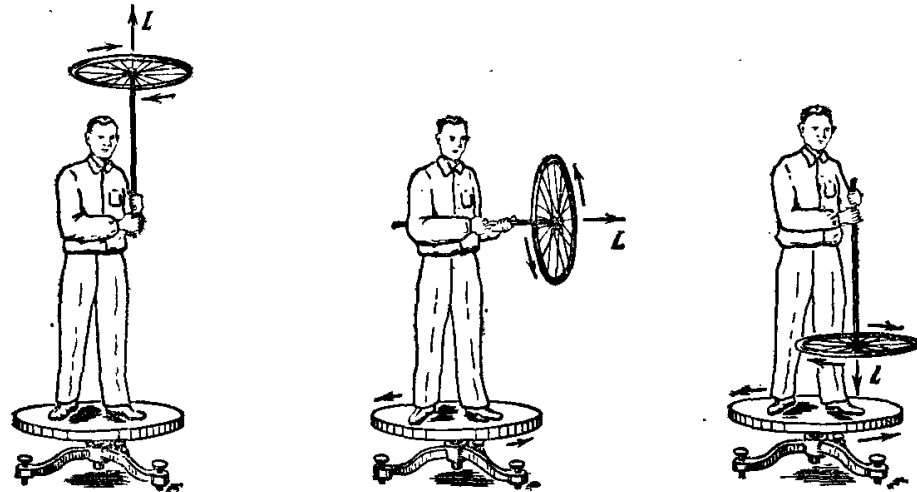
## Thí nghiệm 2:



Lúc đầu thì toàn bộ động lượng quay tập trung vào cái bánh xe. Sau đó thí nghiệm viên nghiêng trục của góc quay đi 1 góc  $\alpha$ , khi đó hình chiếu của véc-tơ mô men động lượng lên phương X là:  $L_x = I\Omega \cos \alpha$ , tức là nó đã bị giảm đi 1 lượng là:  $I\Omega(1 - \cos \alpha)$  so với ban đầu. Độ giảm này sẽ phải được bù đắp bằng độ tăng hình chiếu mô men động lượng của...cái ghế + thí nghiệm viên lên 1 lượng đúng bằng:  $I\Omega(1 - \cos \alpha)$ . Như vậy lúc đầu ghế và thí nghiệm viên đứng yên, lúc này sẽ phải quay với 1 vận tốc góc là  $\omega$ , được xác định bởi biểu thức:  $I_0\omega = I\Omega(1 - \cos \alpha)$ , nghĩa là:  $\omega = \frac{I\Omega(1 - \cos \alpha)}{I_0}$ , trong đó  $I_0$  là mô-men quán tính của cái ghế quay + người.



### Thí nghiệm 2:



Nếu người đó xoay trục bánh xe đi vuông góc (như hình thứ 2), khi đó hình chiếu mô men động lượng của bánh xe lên phương X sẽ bằng 0, và khi đó, toàn bộ mô men động lượng  $I\Omega$  của nó được chuyển sang cho ghế quay + người. Nếu người đó quay trục bánh xe hướng xuống dưới (như hình 3), khi đó mô-men động lượng của bánh xe là  $-I\Omega$ , tức là ghế quay + người phải có 1 mô men động lượng là  $2I\Omega$  để bù lại:  $\omega = \frac{2I\Omega}{I_0}$ . Khi thí nghiệm viên đưa trục bánh xe trở lại trạng thái như ban đầu (hình đầu tiên) thì ghế + người sẽ ngừng quay.



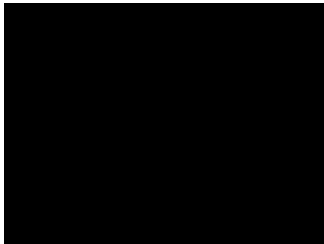


## 5. MÔ MEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA MỘT HỆ CHẤT ĐIỂM

### 5.4. Ứng dụng của định luật bảo toàn mô-men động lượng

Con quay hồi chuyển

Click vào đây mà xem







**Bài tập cần làm:**

**3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.9, 3.11, 3.12, 3.13, 3.14, 3.19-3.22, 3.24**

33

**Bài tập cần trình bày ra giấy A4 & ghim vào nộp cho thầy**

**3.4, 3.5, 3.9, 3.12, 3.13, 3.20, 3.22, 3.24**



# HẾT