

ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ NHIỀU BIẾN

Bài 1. Tính các đạo hàm riêng của các hàm số:

a. $z = x^4 - 2x^2y^2 + 3xy^3$

b. $z = \frac{x-y}{x+y}$

c. $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$

d. $z = y^2 \sin \frac{x}{y}$

e. $z = e^{xy} \cos x \sin y$

f. $z = \arctan \frac{y}{x}$

g. $u = xy^2z^3 + \ln z$

h. $u = x^{yz}$

Bài 2. Tìm các đạo hàm riêng của hàm u và tính giá trị đạo hàm riêng tại các điểm tương ứng:

a. $u = \sin(xy \ln z)$ tại $M(1,0,1)$

b. $u = xy^3z^3$ tại $M(1,2,0)$

Bài 3. Tìm các đạo hàm $\frac{\partial z}{\partial s}, \frac{\partial z}{\partial t}$ của hàm số $z = x^2 + 2xy + 3y^2, x = s + t, y = st$ tại $s = 1, t = 0$.

Bài 4. Tìm vi phân toàn phần của các hàm số:

a. $z = e^x (\cos y + x \sin y)$

b. $z = x^2 \cos y$

c. $z = \ln(x^2 + y)$

c. $u = \frac{x+y}{z-xy}$

Bài 5. Dùng quy tắc tính đạo hàm hàm ẩn, để tìm đạo hàm:

a. z'_x và z'_y biết $z = z(x, y)$ xác định ẩn từ phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 = 4xyz$.

b. z'_x và z'_y tại $(1,1)$ biết $z = z(x, y)$ xác định ẩn từ phương trình: $xe^y + yz - ze^{xy} = 0$

c. $dz(1,1); d^2z(1,1)$, biết $z = z(x, y)$ xác định ẩn từ phương trình: $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$.

d. $dz(0,1)$, biết $z = z(x, y)$ xác định ẩn từ phương trình $z - ye^{x/z} = 0$

e. $d^2y(0)$, biết $y = y(x)$ xác định ẩn từ phương trình $x^3 + y^3 - 3xy - 1 = 0$.

Bài 6. a. Tìm $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ của hàm số $z = \cos(xe^y)$.

b. Tìm f''_{xy}, f'''_{xyy} của hàm số $z = 2x^2y + x^2 \ln y$.

Bài 7. Tính đạo hàm riêng đến cấp hai của các hàm số:

a. $z = x \ln y + \tan(xy)$

b. $z = x^y$

c. $z = x^3 \ln(x + y)$

Bài 8. Tính vi phân cấp hai của các hàm số:

a. $z = x^4 + 3xy^2 - y^3$

b. $u = x^2 + y^2 - 3z^3 + xy + 3xz$

Bài 9. Xét xem hàm nào sau đây là nghiệm của phương trình Laplace $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

a. $u = 2x^2 + y^2$

b. $u = y^3 - 3x^2y$

Bài 10. Cho hàm số $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ và điểm $A(2,2,1)$. Tính đạo hàm của u theo hướng vecto \overrightarrow{OA} . Tìm $\max \left| \frac{\partial u(A)}{\partial l_0} \right|$.

Bài 11. Tìm vecto gradient và tìm tốc độ biến thiên của hàm f tại điểm P cho trước theo hướng vecto \vec{l} .

a. $u = \frac{z}{x+y}$, $P = (1,1,4)$, $\vec{l} = (1,2,3)$

b. $u = xsinyz$, $P(1,3,0)$, $\vec{l} = (1,2,-1)$.

Bài 12. Tính gần đúng giá trị các biểu thức sau bằng vi phân.

a. $\sqrt{(1,02)^2 + (1,97)^3}$

b. $\sqrt{5e^{0,06} + (2,03)^2}$

c. $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98})$

d. $\sqrt{5e^{0,06} + (2,03)^2}$

e. $\sqrt{(1,02)^2 + 3e^{0,04}}$