

BÀI TẬP CHƯƠNG I

Bài 1. Có ba hộp bẻ ngoài giống hệt nhau. Các hộp lần lượt chứa 10, 15, 20 sản phẩm và mỗi hộp đều có 5 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên một hộp, từ đó rút ngẫu nhiên một sản phẩm.

a) Tính xác suất lấy được chính phẩm.

b) Kiểm tra thấy sản phẩm lấy được đúng là chính phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó được rút từ hộp thứ nhất.

ĐS:

Bài 2. Một bệnh nhân bị nghi mắc một trong hai bệnh A và B. Bác sỹ chuẩn đoán, xác suất mắc bệnh A là 0,7 và xác suất mắc bệnh B là 0,3. Để có thêm thông tin chuẩn đoán, bác sỹ cho xét nghiệm sinh hóa thấy khả năng dương tính đối với bệnh A và bệnh B tương ứng là 0,1 và 0,3. Khi tiến hành xét nghiệm sinh hóa, người ta thấy có kết quả dương tính. Hỏi khi đó xác suất mắc bệnh A là bao nhiêu?

ĐS: 0,4375

Bài 3. Trong một làng tỷ lệ nam:nữ là 12:13. Khả năng mắc bệnh bạch tạng ở nam là 0,6%; ở nữ là 0,35%.

a) Tính tỷ lệ mắc bệnh bạch tạng chung của cả làng?

b) Gặp trong làng một người không mắc bệnh. Tìm xác suất để người đó là nam?

ĐS: 0,47%; 0,479

Bài 4. Người ta truyền đi 2 tín hiệu A, B theo tỷ lệ 2/3. Do có tạp âm nên xác suất nhận đúng tín hiệu A khi

truyền đi tín hiệu A là $\frac{4}{5}$ và nhận đúng tín hiệu B khi truyền đi tín hiệu B là $\frac{2}{3}$.

a) Tính xác suất nhận được tín hiệu A.

b) Biết rằng đã nhận được tín hiệu A. Tính xác suất tín hiệu truyền đi là tín hiệu A.

ĐS: 13/25; 8/13

Bài 5. Có hai lô sản phẩm. Lô I có 12 chính phẩm và 2 phế phẩm. Lô II có 20 chính phẩm và 4 phế phẩm. Từ mỗi lô ta lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Sau đó trong hai sản phẩm thu được ta lại lấy hù họa ra một sản phẩm. Tìm xác suất để sản phẩm lấy ra sau cùng là chính phẩm.

ĐS: 0,845

Bài 6. Có hai lô gà giống. Lô I gồm 15 con, trong đó có 3 con trống. Lô II gồm 20 con trong đó có 4 con trống. Một con từ lô II nhảy sang lô I. Từ lô I ta bắt ngẫu nhiên ra một con. Tìm xác suất để con gà bắt ra là gà trống?

ĐS: 0,2

Bài 7. Một hộp có 10 quả bóng bàn, trong đó có 6 quả còn mới. Hôm qua nhóm tập đã lấy ra 3 quả để chơi, sau đó lại trả vào hộp. Hôm nay nhóm tập lại lấy ra 3 quả. Tìm xác suất để 3 quả bóng lấy ra hôm nay đều là bóng mới?

ĐS: 0,0486

Bài 8. Một chuồng gà có 9 con gà mái và một con gà trống. Chuồng gà kia có 1 con mái và 5 con trống. Từ mỗi chuồng ta bắt ngẫu nhiên một con ra làm thịt. Các con gà còn lại ta dồn vào một chuồng thứ ba. Từ chuồng thứ ba này lại bắt ngẫu nhiên một con gà. Tính xác suất để bắt được gà trống?

ĐS: 0,362

Bài 9. Tỷ lệ người hút thuốc lá trong tổng số dân cư ở Hà nội là 20%. Theo thống kê người bị bệnh phổi trong những người hút thuốc lá là 70%, còn trong những người không hút thuốc lá là 10%. Kiểm tra ngẫu nhiên một người.

a) Tính xác suất để người kiểm tra bị bệnh phổi.

b) Biết người kiểm tra không bị bệnh phổi. Tính xác suất để người đó không hút thuốc lá.

ĐS: 0,22; 12/13

Bài 10. Một nhà máy sản xuất giày da có tỷ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn là 90%. Trước khi xuất xưởng, mỗi sản phẩm đều được trải qua khâu kiểm tra chất lượng. Trong quá trình kiểm tra, một sản phẩm đạt tiêu chuẩn có xác suất 0,95 được công nhận là đạt tiêu chuẩn còn một sản phẩm không đạt tiêu chuẩn có xác suất 0,9 bị loại bỏ. Hãy tính tỷ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

ĐS: 0,988

Bài 11. Bắn ba phát súng vào một chiếc lô cốt với xác suất trúng đích của phát thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là 0,4; 0,7; 0,8.

Nếu trúng một phát thì khả năng lô cốt bị phá hủy là 0,3. Nếu trúng hai phát thì khả năng lô cốt bị phá hủy là 0,7. Nếu trúng ba phát thì chắc chắn lô cốt bị phá hủy.

a) Tính xác suất lô cốt bị phá hủy.

b) Sau loạt bắn thấy lô cốt bị phá hủy. Tính xác suất để cả ba phát trúng đích.

ĐS: 0,6412; 0,35

Bài 12. Có hai hộp linh kiện. Hộp I có 12 linh kiện tốt, 4 linh kiện hỏng. Hộp II có 6 linh kiện tốt và 8 linh kiện hỏng. Lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ hộp I chuyển vào hộp II và sau đó lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ hộp II ra.

a) Tìm xác suất để linh kiện là loại tốt.

b) Giả sử linh kiện lấy ra lần sau là loại tốt. Tính xác suất để linh kiện này là của hộp (I) cũ.

ĐS: 0,45; 0,11

Bài 13. Hai người bắn bia một cách độc lập, kết quả bắn ở các lần là độc lập. Người thứ nhất bắn 3 phát với xác suất trúng đích của mỗi phát là 0,6. Người thứ hai bắn 4 phát với xác suất trúng đích của mỗi phát là 0,7. Tính xác suất:

a) Người thứ nhất bắn trúng đích

b) Người thứ hai bắn trúng đích

c) Có ít nhất 1 người bắn trúng đích.

ĐS: 0,936; 0,992; 0,999

Bài 14. Một xạ thủ bắn bia. Xác suất để : đạt điểm 10 là 0,2, đạt điểm 8 là 0,15 và dưới 8 là 0,4. Giả sử xạ thủ bắn 3 viên độc lập. Tính xác suất để tổng số điểm của xạ thủ đạt ít nhất 28 điểm

ĐS: 0,0935

Bài 15. Trong một thành phố nào đó, tỷ lệ người thích xem bóng đá là 65%. Chọn ngẫu nhiên 12 người. Tìm xác suất để trong đó có đúng 5 người thích xem bóng đá.

ĐS: 0,0519

Bài 16. Một lớp học có 6 bóng đèn, mỗi bóng có xác suất bị cháy là $\frac{1}{4}$. Lớp học đủ sáng nếu có ít nhất 4 bóng đèn sáng. Tính xác suất để lớp học đủ ánh sáng.

Bài 17. Một doanh nghiệp xuất khẩu một lô hàng gồm 50 nghìn đôi giày vào thị trường A. Nhà nhập khẩu tiến hành kiểm tra ngẫu nhiên 100 đôi, nếu có không quá 2 đôi bị lỗi thì chấp nhận lô hàng.

Tính xác suất lô hàng được chấp nhận. Biết rằng tỷ lệ số đôi bị lỗi trong lô hàng là 2%.

ĐS: 0,667

Bài 18. Trong một kỳ thi lấy bằng lái xe, mỗi người tham dự phải trả lời 15 câu hỏi trắc nghiệm. Mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Thí sinh đạt yêu cầu nếu trả lời đúng ít nhất 12 câu hỏi. Một người tham dự kỳ thi, trong mỗi câu hỏi người đó chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Tính xác suất người đó đạt yêu cầu.

ĐS: $12,4/10^6$

Bài 19. Sản phẩm X bán ra ở thị trường do một nhà máy gồm ba phân xưởng I, II và III sản xuất, trong đó phân xưởng I chiếm 30%; phân xưởng II chiếm 45% và phân xưởng III chiếm 25%. Tỷ lệ sản phẩm loại A do ba phân xưởng I, II và III sản xuất lần lượt là 70%, 90% và 50%.

a) Tính tỷ lệ sản phẩm loại A nói chung do nhà máy sản xuất.

b) Chọn mua ngẫu nhiên 121 sản phẩm X (trong rất nhiều sản phẩm X) ở thị trường. Tính xác suất để có 80 sản phẩm loại A. Trung bình có bao nhiêu sản phẩm loại A trong số 121 sản phẩm đã mua.

ĐS: 0,74; 0,012; 89,54

Bài 20. Một nhà máy có ba phân xưởng tương ứng làm ra 25%, 35% và 40% số sản phẩm của nhà máy. Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của các phân xưởng tương ứng là 2%, 3% và 4%. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy.

a) Tính xác suất sản phẩm đó là sản phẩm tốt. Nếu sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt thì xác suất sản phẩm đó do phân xưởng thứ ba sản xuất bằng bao nhiêu?

b) Người ta lấy ngẫu nhiên từng sản phẩm của nhà máy. Tính xác suất phải lấy đến lần thứ ba mới được sản phẩm bị lỗi.

ĐS: 0,3965; 0,0295

Bài 21. Một xét nghiệm HIV cho kết quả dương tính với xác suất 98% nếu bệnh nhân đúng là nhiễm HIV, và cho kết quả âm tính với xác suất 99% nếu bệnh nhân thực sự không nhiễm HIV. Biết rằng, có 1% dân số bị nhiễm HIV. Chọn ngẫu nhiên một người làm xét nghiệm HIV.

a) Tính xác suất để người được chọn đó có kết quả xét nghiệm dương tính.

Biết rằng người được chọn có kết quả dương tính. Tính xác suất để người đó thực sự không bị nhiễm HIV

Bài 22. Có 3 khẩu súng I, II và III bắn độc lập vào một mục tiêu. Mỗi khẩu bắn 1 viên. Xác suất bắn trúng mục tiêu của 3 khẩu I, II và III lần lượt là 0,7; 0,8 và 0,5. Tính xác suất để:

a) Có 2 khẩu bắn trúng.

b) Khẩu thứ 2 bắn trúng biết rằng có hai khẩu bắn trúng

Bài 23. Từ một hộp chứa 11 viên bi đỏ và 5 viên bi trắng người ta lấy ngẫu nhiên hai lần, mỗi lần một viên bi, không hoàn lại.

a) Tính xác suất để viên bi thứ hai là bi trắng.

b) Giả sử biết viên bi lấy lần hai là bi trắng, tính xác suất bi lấy lần một cũng là bi trắng.

BÀI TẬP CHƯƠNG II + III: BIẾN NGẪU NHIÊN + VÉC TƠ NGẪU NHIÊN

Bài 1. Một lô hàng có 12 sản phẩm, trong đó có 4 phế phẩm. Chọn ngẫu nhiên ra 3 sản phẩm. Gọi X là số sản phẩm tốt trong 3 sản phẩm lấy ra

a) Tìm phân bố xác suất của X . Hàm phân bố của X .

b) Tìm EX , DX , $E(3X-5)$, $D(2-5X)$, $\text{Mod}X$.

Bài 2. Có 2 lô hàng, lô thứ nhất có 12 sản phẩm, trong đó có 4 phế phẩm. Lô thứ 2 có 15 sản phẩm, trong đó có 3 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô thứ nhất một sản phẩm, từ lô thứ hai 2 sản phẩm. Gọi X là số phế phẩm trong 3 sản phẩm lấy ra. Lập bảng phân bố xác suất của X .

Bài 3. Một người đi săn có 5 viên đạn. Anh ta đi săn với một nguyên tắc sau: nếu bắn trúng được mục tiêu thì về ngay không săn nữa. Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số đạn phải tiêu thụ. Biết rằng xác suất trúng đích của mỗi phát đạn là 0,8. Hãy:

a) Lập bảng phân bố xác suất của X .

b) Tìm hàm phân bố $F(X)$.

c) Tính kỳ vọng và phương sai của X .

Bài 4. Xác suất để một xạ thủ bắn trúng bia là 0,8. Xạ thủ bắn từng phát cho đến khi trúng. Lập bảng phân bố xác suất của số đạn cần bắn. Tính xác suất để xạ thủ đó phải bắn ít nhất ba lần. Tính xác suất $P(-5 < X < 2,1)$; $P(1,5 < X < 3)$.

Bài 5. Một hộp bi có 5 bi đỏ, 6 bi xanh và 4 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 4 viên bi. Gọi X là tổng số bi xanh và bi đỏ trong số 4 viên lấy ra. Lập bảng phân bố xác suất của X .

Bài 6. Hai xạ thủ, mỗi người bắn hai viên đạn vào bia. Xác suất bắn trúng đích trong mỗi lần bắn của các xạ thủ tương ứng là 0,3 và 0,4. Gọi X là tổng số viên đạn trúng đích của hai xạ thủ. Lập bảng phân bố xác suất của X .

Bài 7. Cho X là đại lượng ngẫu nhiên có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} kx^3(1-x) & \text{ khi } x \in [0;1] \\ 0 & \text{ khi } x \notin [0;1]. \end{cases}$$

a) Tìm hằng số k , tính kỳ vọng và phương sai của X .

b) Tìm hàm phân bố của X và tính $P(0.5 < X < 1)$.

Bài 8. Cho biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ

$$f_x(x) = \begin{cases} k \cos 2x & \text{ khi } -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4} \\ 0 & \text{ khi } x \notin [-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}] \end{cases}$$

a) Tìm hằng số k và hàm phân bố của X .

b) Tính kỳ vọng và phương sai của X .

Bài 9. Cho BNN liên tục X có hàm mật độ: $f(x) = \begin{cases} kx^2(x-1)^2 & \text{ khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ trái lại} \end{cases}$

a) Tìm hằng số k , tính $P\left(-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}\right)$

b) Tính kỳ vọng và phương sai của BNN X .

c) Tính kỳ vọng, phương sai của BNN $Y = -X + 3$

Bài 10. Cho X là biến ngẫu nhiên có hàm mật độ $f(x) = \begin{cases} 4x(1-x^2) & \text{ khi } x \in (0;1) \\ 0 & \text{ khi } x \notin (0;1) \end{cases}$

a) Tính kỳ vọng và độ lệch chuẩn của X .

b) Tìm $\text{med}X$ và tính $P\left(0 < X < \frac{1}{2}\right)$.

Bài 11. Tuổi thọ (năm) của một thiết bị là biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} kx^3(4-x)^2 & \text{khi } x \in [0; 4] \\ 0 & \text{khi } x \notin [0; 4] \end{cases}$$

a) Tìm k . Tính tuổi thọ trung bình của thiết bị đó.

b) Nhà sản xuất bảo hành thiết bị đó trong vòng 1 năm. Tính tỷ lệ số thiết bị bị hỏng trong thời gian còn được bảo hành.

Bài 12. Cho BNN liên tục X có hàm mật độ: $f(x) = \begin{cases} kx^{-3} & \text{khi } x \geq 1 \\ 0 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

a) Tìm hằng số k và hàm phân bố của X .

b) Tìm hàm mật độ của BNN $Y = \frac{1}{3X}$.

Bài 13. Cho X là biến ngẫu nhiên có mật độ $f(x) = \begin{cases} kxe^{-x} & \text{khi } x \geq 0 \\ 0 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

a) Tìm hằng số k và tính $P(X > e) \cdot \text{Mod}X$

b) Tính EX , EX^2 , DX .

c) Tìm hàm mật độ của biến ngẫu nhiên \sqrt{X} .

d) Tìm hàm mật độ của BNN X^2 .

Bài 14. Một thiết bị điện tử có tuổi thọ (giờ) là biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ dạng

$$f(x) = \begin{cases} k \cdot x^3 e^{-x} & \text{khi } x \geq 0 \\ 0 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

a) Tìm k , tính tuổi thọ trung bình của thiết bị đó và xác suất thiết bị đó hỏng trong 2 giờ đầu làm việc.

b) Nếu biết rằng sau 2 giờ đầu làm việc vẫn thấy thiết bị đó hoạt động tốt thì xác suất thiết bị đó bị hỏng trong 2 giờ tiếp theo là bao nhiêu?

Bài 15. Tuổi thọ X của một loại thiết bị điện tử là biến ngẫu nhiên có phân bố với mật độ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}xe^{-x/2} & \text{khi } x > 0 \\ 0 & \text{khi } x \leq 0. \end{cases}$$

a) Tính $P(X \geq 4)$ và $P(X \geq 4 | X \geq 2)$.

b) Tính kỳ vọng và phương sai của X .

Bài 16. Cho X là BNN có hàm mật độ $f(x) = \begin{cases} 12x^2(1-x) & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{trái lại} \end{cases}$

a) Tính kỳ vọng và độ lệch chuẩn của X .

b) Tiến hành quan sát giá trị của X . Tính xác suất trong 5 lần quan sát có đúng 2 lần X nhận giá trị nhỏ hơn $\frac{1}{2}$.

Bài 17. Kích thước của các chi tiết do một máy sản xuất ra là BNN có phân bố chuẩn với trung bình 5cm và sai số (σ) là 0,9 cm. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên một chi tiết có kích thước nằm trong khoảng từ 4 đến 7 cm.

Cho biết $\Phi_0(2,222) = 0,4863$; $\Phi_0(1,111) = 0,3665$

Bài 18. Chiều cao của một nam giới trưởng thành ở một vùng dân cư A là BNN X có phân bố chuẩn với trung bình bằng 175 cm và $\sigma = 8$ cm. Một người sẽ được coi là lùn nếu chiều cao nhỏ hơn 165 cm.

a) Tính tỷ lệ nam giới lùn ở vùng đó.

b) Tính xác suất để chọn ngẫu nhiên ra bốn người thì có ít nhất một người không bị lùn.

Cho biết $\Phi_0(1,25) = 0,389$; $\Phi_0(\infty) = 0,5$

Bài 19. Tuổi thọ X của một loại đèn điện tử do nhà máy sản xuất ra là đại lượng ngẫu nhiên có phân bố chuẩn với trung bình $\mu = 1500$ và $\sigma = 150$ giờ. Nếu thời gian sử dụng thực tế chỉ đạt dưới 1200 giờ thì nhà máy phải bảo hành miễn phí.

a) Tính tỷ lệ sản phẩm phải bảo hành miễn phí

b) Nếu muốn tỷ lệ bảo hành miễn phí chỉ còn 1% thì nhà máy phải quy định thời gian bảo hành là bao nhiêu giờ.

Cho biết: $\Phi_0(2) = 0,4772$; $\Phi_0(2,33) = 0,49$; $\Phi_0(\infty) = 0,5$

Bài 20. Qua nghiên cứu ở một vùng trồng cam, người ta thấy số quả cam trên một cây là đại lượng ngẫu nhiên có phân bố chuẩn. Người ta đếm thử 600 cây thì thấy 15 cây có ít hơn 20 quả, 30 cây có ít hơn 25 quả.

a) Hãy ước lượng số quả cam trung bình trên một cây.

b) Ước lượng tỷ lệ cây cam có từ 60 quả trở lên.

Biết rằng: $u(0.05) = 1.65$; $u(0.302) = 0.52$; $u(0.025) = 1.96$; $u(0.10) = 1.28$.

Bài 21. Cho hai biến ngẫu nhiên X và Y có hàm phân bố đồng thời là:

$$F(x, y) = \begin{cases} (1 - e^{-2x})(1 - e^{-y}) & \text{nếu } x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{nếu tr, i l'i} \end{cases}$$

a) Tìm hàm phân bố của X và của Y .

b) Chứng minh X và Y độc lập. Tính $P(X < 2, Y < 2)$.

Bài 22. Véc tơ ngẫu nhiên (X, Y) có hàm mật độ đồng thời

$$f(x, y) = \begin{cases} k(x^2 + y), & (x, y) \in D = \{(x, y) \mid |x| \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x^2\} \\ 0, & (x, y) \notin D = \{(x, y) \mid |x| \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x^2\} \end{cases}$$

a) Xác định hằng số k . Tính kỳ vọng của X .

b) Tính xác suất $P\left(0 \leq X \leq \frac{1}{2}\right)$.

Bài 23. Cho hai biến ngẫu nhiên X và Y có hàm mật độ đồng thời là:

$$f(x, y) = \begin{cases} k(1 - x)y & \text{nếu } 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0 & \text{nếu ng- i c l'i} \end{cases}$$

a) Tìm hằng số k và các hàm mật độ của X và của Y .

b) X và Y có độc lập hay không? Tính EX .

Bài 24. Cho biến ngẫu nhiên hai chiều (X, Y) , có hàm mật độ:

$$f(x, y) = \begin{cases} k\left(\frac{x^2}{2} + xy\right) & \text{nếu } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{nếu tr, i l'i} \end{cases}$$

a) Tìm hằng số k .

b) Tính xác suất $P\left((X, Y) \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \times \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]\right)$.

Bài 25. Cho biến ngẫu nhiên hai chiều (X, Y) có hàm mật độ là

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi} & \text{vì } x^2 + y^2 \leq 4 \\ 0 & \text{vì } x^2 + y^2 > 4 \end{cases}$$

a) Tính hệ số tương quan $R(X, Y)$ và $P(|X| + |Y| \leq 1)$

b) X và Y có độc lập không?

Bài 26. Cho X và Y là hai biến ngẫu nhiên có hàm mật độ đồng thời là

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{6}{5}(x^2 + y) & \text{nếu } 0 < x, y < 1 \\ 0 & \text{nếu ngoài } [0, 1]^2. \end{cases}$$

- a) Tìm hàm mật độ của X và Y , kiểm tra tính độc lập giữa X và Y .
b) Tính $P(X + Y < 1)$.

Bài 27. Véc tơ ngẫu nhiên (X, Y) có mật độ

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)} & \text{nếu } x \geq 0, y \geq 0; \\ 0 & \text{nếu trái lại.} \end{cases}$$

Tìm các mật độ biên $f_X(x)$; $f_Y(y)$; suy ra rằng X, Y là 2 biến ngẫu nhiên độc lập.

Bài 28. Cho véc tơ ngẫu nhiên (X, Y) có hàm mật độ

$$f(x, y) = \begin{cases} k(x + 2xy), & (x, y) \in D = (0, 3) \times (0, 1) \\ 0, & (x, y) \notin D = (0, 3) \times (0, 1) \end{cases}$$

- a) Tính hàm phân bố đồng thời của (X, Y) .
b) Hỏi X và Y có độc lập hay không.

Bài 29. Cho véc tơ ngẫu nhiên (X, Y) có hàm mật độ

$$f(x, y) = \begin{cases} k(x^2 + 3xy^2), & (x, y) \in D = (0, 2) \times (0, 1) \\ 0, & (x, y) \notin D = (0, 2) \times (0, 1) \end{cases}$$

Tìm hệ số tương quan của X, Y .

BÀI TẬP CHƯƠNG THỐNG KÊ

Bài 1. Cho mẫu ngẫu nhiên (X_1, X_2, \dots, X_n) được rút ra từ biến ngẫu nhiên X có phân bố Poisson với tham số λ ($\lambda > 0$). Hãy tìm ước lượng hợp lý cực đại cho λ .

Bài 2. Để ước lượng điểm thi đại học trung bình môn toán của học sinh trường A, người ta theo dõi điểm thi (X) của 50 học sinh và thu được kết quả sau:

X	$[0; 2]$	$(2; 4]$	$(4; 6]$	$(6; 8]$	$(8; 10]$
Số học sinh	4	6	13	17	10

- a) Hãy ước lượng điểm thi trung bình.
b) Với độ tin cậy 95%, điểm thi trung bình nằm trong khoảng nào? Muốn giảm độ rộng khoảng tin cậy còn một nửa thì cần theo dõi bao nhiêu học sinh?

Bài 3. Mở thử 100 hộp của một kho đồ hộp, người ta thấy có 18 hộp bị biến chất. Với độ tin cậy 0,95, hãy tìm một khoảng tin cậy cho tỷ lệ biến chất của cả kho đồ hộp

Bài 4. Thăm dò ý kiến của 200 người ở cơ quan A về bỏ phiếu tín nhiệm cho lãnh đạo thấy có 150 người tín nhiệm. Hãy ước lượng với độ tin cậy 95% xem tỷ lệ ủng hộ cho lãnh đạo cơ quan A thấp nhất và cao nhất là bao nhiêu.

Bài 5. Gieo thử 400 hạt giống trong một bao bì thấy có 50 hạt không nảy mầm. Ước lượng xem tỷ lệ hạt không nảy mầm trong cả bao bì tối đa là bao nhiêu với độ tin cậy 95%.

Bài 6. Để đánh giá chiều cao của nam sinh viên ở một quốc gia EU ta lấy ra 100 sinh viên nam của một trường đại học. Số liệu đo chiều cao của 100 sinh viên nam này cho thấy:

Chiều cao(cm)	≤ 150	155-165	165-175	175-185	≥ 190
Số em	6	28	38	23	5

Nếu coi chiều cao nam sinh viên là bnn có phân bố chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$

- a) Với độ tin cậy 95% chiều cao trung bình nằm trong khoảng nào?
b) Có người cho rằng chiều cao trung bình lớn hơn 1,7m. Với mức ý nghĩa 5% hãy kiểm định xem khẳng định đó đúng hay sai?

Cho biết : $t_{99}(0,05) = 1,66$; $t_{99}(0,025) = 1,99$

Bài 7. Người ta điều tra mức thu nhập hàng tháng của một số người dân trong một vùng và được số liệu sau đây:

Mức thu nhập (triệu)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)	[4; 5)	[5; 6]
Số người	3	8	12	14	9	4

- a) Với độ tin cậy 95%, hãy ước lượng mức thu nhập trung bình hàng tháng của người dân ở vùng đó.
b) Có người nói rằng mức thu nhập trung bình hàng tháng của người dân vùng đó là 3.5 triệu. Với mức ý nghĩa 5%, hãy kiểm tra xem người đó nói có đúng không?

Cho biết $t_{29}(0,025) = 2,05$; $t_{95}(0,05) = 1,66$; $u(0,025) = 1,96$; $u(0,05) = 1,65$.

Bài 8. Điều tra doanh số bán hàng của 100 hộ kinh doanh một ngành nào đó ta thu được số liệu sau:

Doanh số X(triệu đồng)	10,1	10,2	10,4	10,5	10,7	10,8	10,9	11	11,3	11,4
Số hộ	2	3	8	13	25	20	12	10	6	1

- a) Với độ tin cậy 95% có thể nói doanh số trung bình /tháng của các hộ nằm trong khoảng nào? Coi X là bnn có phân bố chuẩn.
b) Ước lượng tỷ lệ % các hộ có doanh số/tháng ≥ 11 triệu. Với độ tin cậy 99% tỷ lệ này thấp nhất là bao nhiêu?

Bài 9. Để điều tra khối lượng trứng(đơn vị gam), người ta chọn ngẫu nhiên 100 quả và thu được kết quả sau:

K. lượng	[140;145)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả	8	10	17	23	19	16	7

- a) Với $\alpha = 5\%$, hãy ước lượng khối lượng trung bình của trứng.
b) Trứng là loại I nếu khối lượng từ 160 gam trở lên. Với $\alpha = 5\%$, hỏi có thể chấp nhận giả thuyết: tỷ lệ trứng loại I là 40% hay không?

Cho biết: $t_{99}(0,025) = 1,99$; $t_{95}(0,05) = 1,66$; $Z(0,025) = 1,96$; $Z(0,05) = 1,65$

Bài 10. Để điều tra thời gian hoàn thành sản phẩm của công nhân người ta chọn ngẫu nhiên 100 công nhân và thu được kết quả sau:

Tgian(phút)	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20
Số c.nhân	6	10	15	23	19	16	7	4

- a) Với $\alpha = 5\%$, hãy ước lượng khoảng cho thời gian trung bình công nhân hoàn thành xong sản phẩm.
b) Có người nói thời gian trung bình hoàn thành một sản phẩm của công nhân là 15 phút. Với $\alpha = 5\%$, hãy kiểm định xem điều đó đúng hay sai?

Cho biết: $t_{99}(0,025) = 1,99$; $t_{95}(0,05) = 1,66$; $Z(0,025) = 1,96$; $Z(0,05) = 1,65$

Bài 11. Để điều tra mức chi tiêu hàng năm của 100 công nhân ở một công ty, ta thu được số liệu sau:

Mức chi tiêu (triệu đồng/năm)	15,6	16,0	16,4	16,8	17,2	17,6	18,0
Số công nhân	10	14	26	28	12	8	2

- a) Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng: số công nhân của công ty có mức chi tiêu hàng năm dưới 16 triệu đồng, biết công ty có 1000 công nhân.
b) Nếu năm trước mức chi tiêu trung bình mỗi công nhân là 16 triệu đồng/năm thì so với mức ý nghĩa 0,05 có thể nói mức chi tiêu trung bình của mỗi công nhân năm nay cao hơn năm trước không? Giả thiết mức chi tiêu nói trên có phân bố chuẩn.

Cho biết: $t_{0,025}(99) = 1,99$; $t_{0,05}(95) = 1,66$; $Z_{0,025} = 1,96$; $Z_{0,05} = 1,65$

Bài 12. Một kho hạt giống có tỷ lệ nảy mầm là 0,9. Do điều kiện thời tiết thay đổi, nên người ta kiểm tra lại chất lượng hạt giống bằng cách: gieo 200 hạt và thấy có 140 hạt nảy mầm. Hỏi với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ thời tiết có ảnh hưởng xấu tới tỷ lệ nảy mầm của hạt giống hay không?

Cho biết: $t_{0,05}(100) = 1,66$; $Z_{0,025} = 1,96$; $Z_{0,05} = 1,645$

Bài 13. Một chi tiết máy được mạ Cr. Trong ngày, 8 mẫu được kiểm tra ngẫu nhiên và kết quả là lớp Cr được mạ dày trung bình 30,5 với độ lệch chuẩn là $s = 2,1$ (đơn vị đo μm).

- a) Ước lượng khoảng tin cậy 90% cho độ dày trung bình của lớp Cr được mạ. Giả sử rằng độ dày của lớp mạ Cr là biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn.

b) Hôm sau người ta quyết định kiểm tra ngẫu nhiên 13 mẫu và thu được độ lệch tiêu chuẩn là 1,95. Xét xem độ rộng khoảng tin cậy rộng ra hay thu hẹp lại.

Cho $t_7(0.05) = 1.895$; $t_{13}(0.025) = 2.160$; $t_8(0.025) = 2.306$; $t_{12}(0.05) = 1.782$

Bài 14. Trong kho để rất nhiều sản phẩm của xí nghiệp A, lấy ngẫu nhiên 100 sản phẩm đem cân lên có kết quả:

Trọng lượng (g)	850-900	900-950	950-1000	1000-1050	1050-1100	1100-1150
Số sản phẩm	15	20	30	15	10	10

a) Các sản phẩm có trọng lượng trên 1050g là loại một. Hãy ước lượng trung bình của các sản phẩm loại một với độ tin cậy 98% (giả thiết trọng lượng này có phân bố chuẩn).

b) Muốn ước lượng tỷ lệ sản phẩm loại một với độ tin cậy 80% và độ chính xác 3% thì cần điều chỉnh thêm bao nhiêu sản phẩm nữa?

Cho biết $t_{99}(0,01) = 2,364$; $t_{95}(0,05) = 1,66$; $u(0,1) = 1,282$; $u(0,05) = 1,65$.

Bài 15. Đo đường kính 100 chi tiết do một máy sản xuất ra, kết quả cho ở bảng sau:

Đường kính (mm)	19,85-19,9	19,9-19,95	19,95-20,0	20,0-20,05	20,05-20,10	20,10-20,15
Số chi tiết	8	16	28	23	14	11

Theo quy định những chi tiết có đường kính lớn hơn 19,9 mm đến 20,1 mm là những chi tiết đạt tiêu chuẩn.

a) Ước lượng đường kính trung bình của những chi tiết đạt tiêu chuẩn do máy này sản xuất với độ tin cậy 95%.

b) Khi ước lượng tỷ lệ chi tiết đạt tiêu chuẩn, nếu ta muốn độ chính xác đạt được là 5% và độ tin cậy 99% thì cần đo thêm bao nhiêu chi tiết nữa?

Cho biết $t_{99}(0,01) = 2,364$; $u(0,005) = 2,576$; $u(0,025) = 1,96$; $u(0,05) = 1,65$.

Bài 16. Khảo sát về trọng lượng của một loại trái cây, ta thu được số liệu sau:

Trọng lượng(g)	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700
Số trái	20	50	140	120	60	10

a) Hãy ước lượng trọng lượng trung bình của loại trái cây này với độ tin cậy 95%.

b) Những trái có trọng lượng trên 400g là trái loại I. Nếu cho rằng tỷ lệ trái loại I là 50% thì có chấp nhận được không? (Với mức ý nghĩa 5%).

Cho biết $t_{99}(0,01) = 2,364$; $t_{95}(0,05) = 1,66$; $u(0,025) = 1,96$; $u(0,05) = 1,65$

Bài 17. Tiến hành 50 quan sát về biến ngẫu nhiên X ta thu được số liệu có

$$\bar{X} = 5.52, \quad s_X = 2.05.$$

a) Với độ tin cậy 0.95, hãy chỉ ra khoảng tin cậy cho EX .

b) Nếu giả thiết rằng X có phân bố chuẩn thì với mức ý nghĩa 0.05, có thể nói phương sai của X lớn hơn 4.00 được không?

Cho biết $\chi_{49}(0,05) = 67,5$; $t_{95}(0,05) = 1,66$; $u(0.025) = 1,96$; $u(0,05) = 1,65$.

Bài 18. So sánh mức tiền thưởng hàng tháng (theo đơn vị 1000 đồng) của hai công ty xây dựng, người ta nhận thấy các công nhân được thưởng như sau:

Công ty A	175	170	166	168	204	96	147	
Công ty B	89	120	136	160	111	101	98	80

Với mức ý nghĩa 0,05, có thể nói mức thưởng trung bình ở hai công ty là như nhau được không?

Bài 19. Để đánh giá hiệu quả của một loại thức ăn gia súc mới, người ta theo dõi hai lô con giống sau hai tháng chăn nuôi và được kết quả như sau:

Lô 1: Dùng thức ăn mới

Cân nặng (kg)	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65
Số con	1	4	9	17	6	5	3

Lô 2: Dùng thức ăn cũ

Cân nặng (kg)	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65
Số con	3	6	4	19	5	7	1

Từ số liệu trên, với độ tin cậy 0.95 hãy đánh giá hiệu quả của loại thức ăn gia súc mới.

Giả sử cân nặng của lợn là biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn.

Cho biết $t_{29}(0,025) = 2,05$; $t_{88}(0,05) = 1,66$; $u(0,025) = 1,96$; $u(0,05) = 1,65$.

Bài 20. Để so sánh chiều cao trung bình của thanh niên nam của hai vùng dân cư A và B, người ta chọn ngẫu nhiên 10 thanh niên nam ở vùng A và 10 thanh niên nam ở vùng B. Số đo chiều cao của hai nhóm người này được cho như sau (đơn vị cm):

Vùng A	165	167	174	172	165	167	168	172	170	173
Vùng B	172	170	167	169	171	167	173	165	163	174

Với mức ý nghĩa 1% hãy so sánh chiều cao trung bình của thanh niên nam ở vùng A và vùng B.

Bài 21. Một cuộc nghiên cứu được tiến hành nhằm so sánh tỷ lệ học sinh bỏ học trước khi tốt nghiệp ở hai vùng A và B. Ở vùng A trong số 600 học sinh theo dõi có 90 học sinh bỏ học trước lớp 12, ở vùng B trong số 400 học sinh theo dõi có 48 em bỏ học trước lớp 12.. Với mức ý nghĩa 2%, có thể cho rằng hai tỷ lệ đó khác nhau hay không?

Bài 22. Điều tra ngẫu nhiên thu nhập của 400 kỹ sư ở Hà Nội và thành phố Hồ Chí Minh ta thu được kết quả sau (đơn vị triệu đồng/tháng).

Thu nhập	(0; 5]	(5; 10]	(10; 15]	>15
Hà Nội	28	42	30	24
Sài Gòn	44	78	78	76

Với mức ý nghĩa 5% hãy kiểm định xem thu nhập của kỹ sư có phụ thuộc vào thành phố mà họ làm việc hay không?

Cho biết $\chi^2_3(0,05) = 7,81$; $\chi^2_3(0,025) = 9,15$.

Bài 23. Một hãng sử dụng 4 máy và 3 ca mỗi ngày. Từ nhật ký sản xuất, dữ liệu sau về sự cố được thu thập.

Ca	Máy			
	A	B	C	D
1	41	20	11	16
2	31	12	9	15
3	15	11	15	11

Với mức ý nghĩa 5% kiểm tra giả thuyết rằng số lần hỏng hóc là độc lập với ca.

Bài 24. Để lập kế hoạch sản xuất, một công ty đã tiến hành kiểm tra về sở thích của khách hàng về ba loại mẫu khác nhau của cùng một loại hàng. Kết quả điều tra được cho trong bảng sau:

Mẫu hàng	A	B	C
Thích	43	30	42
Không thích	35	53	39
Không có ý kiến	22	17	19

Có hay không sự phân biệt về sở thích của khách hàng đối với 3 loại mẫu nói trên. Cho kết luận với mức ý nghĩa 5%.

Cho $t_{88}(0,05) = 1,66$; $u(0,025) = 1,96$; $u(0,05) = 1,65$; $\chi^2_4(0,05) = 9,488$

Bài 25. Để nghiên cứu xem quy mô của một công ty có ảnh hưởng đến hiệu quả quảng cáo đối với khách hàng hay không, người ta tiến hành phỏng vấn 400 khách hàng và thu được kết quả sau:

Quy mô công ty	Hiệu quả quảng cáo		
	Mạnh	Vừa phải	Yếu
Nhỏ	30	57	32
Vừa	58	52	36
Lớn	70	40	25

Với mức ý nghĩa 5%, có thể cho rằng quy mô của công ty có ảnh hưởng đến hiệu quả của quảng cáo đối với khách hàng hay không?

Cho $t_{88}(0,05) = 1,66$; $u(0,025) = 1,96$; $u(0,05) = 1,65$; $\chi_4^2(0,05) = 9,488$

Bài 26. Trong một vườn cây, tỷ lệ côn trùng có phân bố như sau

Bọ rùa	Ong	Mọt ngũ cốc	Sâu xanh	Bướm
10%	20%	30%	35%	5%

Sau khi phun một loại thuốc trừ sâu, người ta bắt ngẫu nhiên một số côn trùng và được kết quả sau:

Bọ rùa	Ong	Mọt ngũ cốc	Sâu xanh	Bướm
28(con)	23	17	29	9

Hỏi rằng thuốc trừ sâu có làm thay đổi côn trùng trong vườn không? mức ý nghĩa 0,05.

Cho $t_{88}(0,05) = 1,66$; $u(0,025) = 1,96$; $u(0,05) = 1,65$; $\chi_4^2(0,05) = 9,49$

Bài 27. Quan sát một thiết bị có 10 trạng thái tất cả 86 lần ta thu được kết quả

Trạng thái	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Số lần n_i	5	8	7	11	9	5	6	14	13	8

với $\alpha = 0,05$ có thể cho rằng vai trò các trạng thái là như nhau hay không?

Cho biết $\chi_9^2(0,05) = 16,92$; $u(0,05) = 1,65$; $u(0,025) = 1,96$.

Bài 28. Gọi X là số vụ tai nạn xảy ra trong một ngày trên đường quốc lộ từ A đến B. Qua thống kê ta thu được số liệu sau:

X	0	1	2	3	4	5	6
Số ngày xảy ra	10	12	7	8	2	4	1

Với mức ý nghĩa 5% hãy kiểm định xem X có tuân theo luật phân bố Poisson hay không?

Cho biết $\chi_3^2(0,05) = 7,81$; $\chi_3^2(0,025) = 9,15$.

Bài 29. Quan sát số người đến một trung tâm bưu điện trong 110 khoảng (mỗi khoảng 5 phút) ta thu được kết quả như sau:

Số người đến	0	1	2	3	4	5
Số khoảng	19	34	19	15	12	11

Gọi X là số người đến trung tâm bưu điện trong một khoảng thời gian 5 phút. Với mức ý nghĩa 5% hãy kiểm định xem X có tuân theo luật phân bố Poisson hay không?

Cho biết $\chi_4^2(0,05) = 0,488$; $\chi_4^2(0,025) = 11,143$.

Bài 30. Tiến hành quan sát về đại lượng ngẫu nhiên X (phút) chỉ thời gian khách vào một cửa hàng, người ta nhận được các số liệu sau:

Khoảng thời gian (phút)	(0,5)	[5,10)	[10,15)	[15,20)	[20,25)	[25,30)	[30,35)
Số khách hàng	15	43	14	11	9	5	3

Với mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$, hỏi X có tuân theo luật phân bố mũ hay không.

Cho biết $z_{0,025} = 1,95$; $z_{0,05} = 1,64$; $\chi_5^2(0,05) = 11,1$; $\chi_6^2(0,05) = 12,59$

Bài 31. Quan sát X ta thu được kết quả sau:

X	0-0,4	0,4-0,6	0,6-0,8	0,8-1	1-1,4	1,4-1,6	1,6-2,0
Tần số	8	4	6	5	7	3	5

a) Với $1-\alpha=90\%$ hãy ước lượng cho $P(X > 1)$?

b) Với $\alpha = 5\%$ có thể nói $X \square U([a,b])$?

Bài 32. X : Thời gian gọi điện của khách tại 1 bưu điện

$X(P)$	0-2,5	2,5-5	5-10	10-15	15-20	>20
Tần số	32	30	24	9	3	2

Với $\alpha = 5\%$, có thể nói $X \square E(\lambda)$?

Bài 33. Tiến hành 50 quan sát về cặp biến ngẫu nhiên (X, Y) ta thu được số liệu có

$\bar{X} = 5.52$, $\bar{Y} = 6.50$, $s_x = 2.05$, $s_y = 2.87$ và $\overline{XY} = 41.69$.

a) Với độ tin cậy $\beta = 0.95$, hãy chỉ ra khoảng tin cậy cho EX .

b) Tính hệ số tương quan mẫu và lập hàm hồi quy bình phương trung bình tuyến tính thực nghiệm của Y theo X . Tính sai số bình phương trung bình thực nghiệm.

Cho $t_{88}(0,05) = 1,66$; $u(0,025) = 1,96$; $u(0,05) = 1,65$; $\chi_4^2(0,05) = 9,49$.

Bài 34. Đo chiều cao của 12 cặp bố và con người ta được kết quả sau:

X - Bố (inches)	65	63	67	64	68	62	70	66	68	67	69	71
Y - Con (inches)	68	66	68	65	69	66	68	65	71	67	68	70

a) Tính hệ số tương quan mẫu giữa X và Y .

b) Tìm hàm hồi quy tuyến tính thực nghiệm của Y theo X . Dựa vào hàm hồi quy, hãy dự đoán chiều cao của con nếu chiều cao của bố là 68.5 inches

Cho $t_{88}(0,05) = 1,66$; $u(0,025) = 1,96$; $u(0,05) = 1,65$; $\chi_4^2(0,05) = 9,49$

Bài 32. Đo chiều cao Y và đường kính gốc X (đơn vị đo m) của một giống cây, gồm 20 cá thể được chọn ngẫu nhiên, ta có kết quả sau:

Chiều cao	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13
Đ.kính gốc	0.16	0.18	0.20	0.18	0.20	0.20	0.22	0.25	0.26	0.26
Số cây	2	4	2	2	1	3	2	2	1	1

a) Tính hệ số tương quan mẫu giữa X và Y

b) Viết phương trình đường hồi quy tuyến tính thực nghiệm của Y theo X . Từ đó dự đoán chiều cao của cây có đường kính gốc là 0.30 m

Cho $t_{88}(0,05) = 1,66$; $u(0,025) = 1,96$; $u(0,05) = 1,65$; $\chi_4^2(0,05) = 9,49$.

Bài 35. Người ta quan sát chiều cao $X(m)$ của một loại cây công nghiệp ở nông trường nhận được kết quả sau

x_i	(3,4]	(4,5]	(5,6]	(6,7]	(7,8]	(8,9]
n_i	2	8	23	32	23	12

Biết chiều cao của cây tuân theo phân bố chuẩn.

a) Ước lượng chiều cao trung bình của loại cây đó với độ tin cậy 90%.

b) Để ước lượng chiều cao trung bình của loại cây đó với độ tin cậy 95%, với độ rộng khoảng tin cậy không quá 0,2(m) thì cần phải quan sát khoảng bao nhiêu cây.

Cho biết $t_{99}(0,05) = 1,66$; $t_{99}(0,025) = 1,99$

Bài 36. Quan sát $n=100$ lần về biến ngẫu nhiên X , người ta thu được số liệu sau

x_i	1	2	x_3	x_4
n_i	20	34	27	19

Cho biết khoảng tin cậy 95% của $\mu = EX$ là $(1,59; 2,61)$.

a) Tính giá trị trung bình mẫu và độ lệch tiêu chuẩn mẫu của X .

b) Tìm các giá trị x_3 , x_4 .

Cho biết $z_{0,025} = 1,95$; $z_{0,05} = 1,64$

Bài 37. Quan sát thu nhập X (USD/tuần) và chi tiêu Y (USD/tuần) của 10 người, người ta thu được số liệu sau:

$\sum X_i = 432$, $\sum Y_i = 358$, $\sum X_i^2 = 19066$, $\sum Y_i^2 = 13364$, $\sum X_i Y_i = 15851$.

a) Tính hệ số tương quan mẫu của X và Y .

b) Ước lượng hàm hồi quy tuyến tính của Y theo X . Dự báo chi tiêu của một người có mức thu nhập 40 USD/tuần.