LƯƠNG DUYÊN BÌNH (Chủ biên)
NGUYỄN HỮU HỒ – LÊ VĂN NGHĨA

Bài tập
VẬT LÍ ĐẠI CƯƠNG

Tập ba

QUANG HỌC – VẬT LÍ LƯỢNG TỬ

BIÊN SOẠN THEO CHƯƠNG TRÌNH CỦA BỘ GIÁO DỤC
VÀ ĐÀO TẠO BAN HÀNH NĂM 1990

Dùng cho các trường đại học kĩ thuật (Công nghiệp, Xây dựng, Kiến trúc, Thuỷ lợi, Giao thông vận tải, Mỏ địa chất, Sư phạm kĩ thuật Công nghiệp...)

(Tái bản lần thứ mười bảy)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

PHẦN QUANG LÍ

Chương 1

GIAO THOA ÁNH SÁNG

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Điều kiện cho cực đại giao thoa và cực tiểu giao thoa đối với hai nguồn sáng kết hợp

a) Cực đại giao thoa

Hiệu quang lộ của hai sóng ánh sáng tại nơi gặp nhau bằng một số nguyên lần bước sóng ánh sáng :

$$L_1 - L_2 = k\lambda \qquad (k = 0, \pm 1, \pm 2, ...). \qquad (1-1)$$

b) Cực tiểu giao thoa

Hiệu quang lộ của hai sóng ánh sáng tại nơi gặp nhau bằng một số lẻ lần nửa bước sóng ánh sáng :

$$L_1 - L_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (k = 0, \pm 1, \pm 2, ...). \qquad (1-2)$$

Trong các công thức (1–1) và (1–2), L_1 là quang lộ của tia sáng từ nguồn thứ nhất đến điểm quan sát, L_2 là quang lộ của tia sáng từ nguồn sáng thứ hai đến điểm quan sát, λ là bước sóng ánh sáng (trong chân không).

Trường hợp môi trường truyền ánh sáng là chân không hoặc không khí, hiệu quang lộ sẽ bằng hiệu khoảng cách (quãng đường hình học) từ hai nguồn sáng đến điểm quan sát :

$$L_1 - L_2 = r_1 - r_2$$

2. Vân giao thoa trong máy giao thoa Yâng (hoặc các máy giao thoa tương tự), môi trường ánh sáng truyền qua là chân không (hoặc không khí).

a) Vị trí của các vân sáng trên màn

$$y_s = k\frac{\lambda D}{l} \qquad (k = 0, \pm 1, \pm 2, ...). \tag{1–3}$$

b) Vị trí của các vân tối trên màn

$$y_t = (2k+1)\frac{\lambda D}{2l} \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, ...). \tag{1–4}$$

c) *Bề rộng của vân giao thoa* (vân sáng hoặc vân tối) (khoảng vân)

$$i = \frac{\lambda D}{l}. \tag{1–5}$$

Trong các công thức (1–3), (1–4) và (1–5) :

k là các số nguyên đại số (0, ±1, ±2, ...) ;

λ là bước sóng ánh sáng tới ;

l là khoảng cách giữa hai nguồn sáng kết hợp ;

D là khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai nguồn sáng đến màn quan sát các vân giao thoa.

3. Giao thoa trên bản mỏng có bề dày thay đổi – vân cùng độ dày

a) Bản mỏng có bề dày thay đổi

Hiệu quang lộ giữa hai tia phản xạ trên hai mặt của bản mỏng :

$$L_1 - L_2 = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2}, \tag{1–6}$$

trong đó : d là bề dày của bản mỏng tại điểm quan sát ;

n là chiết suất của bản mỏng ;

i là góc tới của tia sáng trên bản mỏng.

b) Nêm không khí

Vị trí của các vân tối :

$$d_t = k\frac{\lambda}{2} \qquad (k = 0, 1, 2, ...) \qquad (1-7)$$

Vị trí của các vân sáng :

$$d_s = (2k-1)\frac{\lambda}{4} \qquad (k = 1, 2, ...) \qquad (1-8)$$

trong các công thức (1–7) và (1–8), **d** là bề dày của nêm ứng với các vân giao thoa.

c) Bản cho vân tròn Niutơn (Môi trường chân không hoặc không khí)

Vị trí của các vân tối và vân sáng :

$$d_t = k\frac{\lambda}{2} \qquad (k = 0, 1, 2, ...) \qquad (1-9)$$

$$d_s = (2k-1)\frac{\lambda}{4} \qquad (k = 1, 2...). \qquad (1-10)$$

Bán kính của vân tối thứ **k** :

$$r_k = \sqrt{R\lambda}.\sqrt{k} \qquad (k = 0, 1, 2, ...), \qquad (1-11)$$

trong đó R là bán kính cong của thấu kính trong bản cho vân tròn Niutơn.

4. Bản mỏng hai mặt song song (hay bản mỏng có bề dày không đổi) – vân cùng độ nghiêng

Hiệu quang lộ giữa hai tia phản xạ trên hai mặt của bản mỏng :

$$L_1 - L_2 = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2}, \qquad (1-12)$$

trong đó : d là bề dày của bản mỏng ;

n là chiết suất của bản ;

i là góc tới của ánh sáng tới mặt bản ;

λ là bước sóng của ánh sáng tới.

Bài tập thí dụ 1

Một nguồn sáng đơn sắc phát ra ánh sáng có bước sóng $\lambda = 0,6\mu m$.

Chiếu ánh sáng trên vào hai khe hở hẹp song song cách nhau $l = 1mm$ và cách đều nguồn sáng. Trên một màn ảnh đặt song song và cách mặt phẳng chứa hai khe hở một đoạn D = 1m, ta thu được một hệ thống vân giao thoa.

a) Tính khoảng cách giữa hai vân sáng (hoặc hai vân tối) liên tiếp nếu toàn bộ hệ thống đặt trong không khí.

b) Xác định vị trí của ba vân tối đầu tiên.

c) Đặt trước một trong hai khe hở một bản mỏng phẳng, trong suốt có hai mặt song song, dày $e = 12\mu m$ và có chiết suất n = 1,5. Khi đó hệ thống vân giao thoa có gì thay đổi ? Xác định độ dịch chuyển của hệ thống vân.

d) Nếu không đặt bản mỏng, mà lại đổ vào khoảng giữa màn ảnh và mặt phẳng chứa hai khe một chất lỏng thì người ta thấy bề rộng của mỗi vân giao thoa bây giờ là i' = 0,45mm.

Tính chiết suất của chất lỏng.

Bài giải

$$Cho: \begin{cases} \lambda = 0,6\mu m = 0,6.10^{-6} m \; ; \\ l = 1mm = 1.10^{-3} m \; ; \\ D = 1m \; ; \\ n = 1,5 \; ; \\ e = 12\mu m = 12.10^{-6} m \; ; \\ i' = 0,45mm = 0,45.10^{-3} m \; ; \end{cases} \qquad Hỏi: \begin{cases} i\,? \\ y_t\,? \\ \Delta y\,? \\ n'\,? \end{cases}$$

a) Hệ thống quang học cho trong bài chính là một máy giao thoa Yâng. Nếu hệ thống đặt trong không khí, trên màn ta thu được một hệ thống vân sáng và tối xen kẽ nhau. Bề rộng của mỗi vân bằng :

$$i = \frac{\lambda D}{l}.$$

$$i = \frac{0,6.10^{-6}.1}{1.10^{-3}} = 0,6.10^{-3} m = 0,6mm.$$

b) Vị trí của các vân tối được xác định bởi công thức (1–4)

$$y_t = (2k+1)\frac{\lambda D}{2l} = (2k+1)\frac{i}{2}, \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, ...).$$

Xét các vân tối ở phía trên vân sáng giữa :

Vị trí của các vân tối thứ nhất ứng với k = 0

$$y_{1t} = \frac{i}{2} = 0,3\,\text{mm}.$$

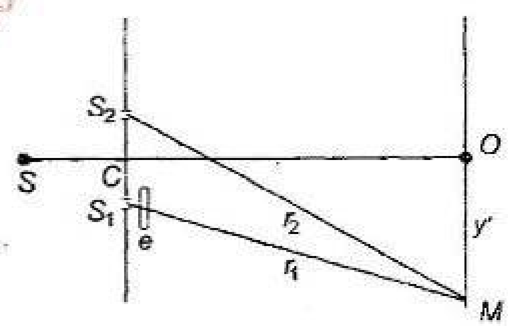
Vị trí của vân tối thứ hai ứng với k = 1

$$y_{2t} = \frac{3i}{2} = 0,9\,\text{mm}.$$

Vị trí của vân tối thứ ba ứng với k = 2

$$y_{3t} = \frac{5i}{2} = 1,5\,\text{mm}.$$

c) Khi đặt một bản mỏng trong suốt trước một trong hai khe hở, hiệu quang lộ giữa các tia sáng từ hai khe đến một điểm trên màn thay đổi. Khi đó hệ thống vân sẽ thay đổi. Muốn biết hệ thống vân thay đổi như thế nào, ta tính hiệu quang lộ của hai tia sáng tại một điểm trên màn. Theo hình vẽ 1.1, ta có hiệu quang lộ



Hình 1.1

$$L_1 - L_2 = [(r_1 - e) + n.e] - r_2 = (r_1 - r_2) + (n-1)e.$$

Đã biết $r_1 - r_2 = \frac{y'l}{D}$.

Do đó $L_1 - L_2 = \frac{y'l}{D} + (n-1)e.$

Vị trí của các vân sáng được xác định bởi điều kiện (1–1)

$$L_1 - L_2 = \frac{y'l}{D} + (n-1)e = k\lambda,$$

suy ra : $$y'_s = k\frac{\lambda D}{l} - \frac{(n-1)eD}{l}. \qquad (1)$$

Tương tự vị trí của các vân tối được xác định bởi

$$y'_t = (2k+1)\frac{\lambda D}{2l} - \frac{(n-1)eD}{l} \qquad (2)$$

Mặt khác, khi chưa có bản mỏng, vị trí của các vân sáng và tối được tính bởi công thức :

$$y_s = k\frac{\lambda D}{l}\ ; \qquad (3)$$

$$y_t = (2k+1)\frac{\lambda D}{2l}. \qquad (4)$$

So sánh (1), (2), (3) và (4) ta rút ra được các nhận xét sau :

– Khoảng cách giữa hai vân sáng (hoặc hai vân tối) liên tiếp không thay đổi. Thật vậy :

$$i' = \left[\left|(k+1)\frac{\lambda D}{l} - \frac{(n-1)eD}{l}\right|\right] - \left[\left|k\frac{\lambda D}{l} - \frac{(n-1)eD}{l}\right|\right] =$$

$$= \frac{\lambda D}{l} = i.$$

– Toàn bộ hệ thống vân bị dịch chuyển đi một đoạn

$$\Delta y = -\frac{(n-1)eD}{l}.$$

Thực vậy, chẳng hạn đối với vân sáng thứ k, độ dịch chuyển bằng :

$$\Delta y = y'_s - y_s = \left[k\frac{\lambda D}{l} - \frac{(n-1)eD}{l}\right] - k\frac{\lambda D}{l}$$

hay $$\Delta y = -\frac{(n-1)eD}{l}. \qquad (5)$$

Với n luôn luôn lớn hơn 1, ta có $\Delta y = -\dfrac{(n-1)eD}{l} < 0$, nghĩa là hệ thống vân đã dịch chuyển xuống phía dưới (cùng phía với khe có đặt bản mỏng). Thay các trị số vào (5), ta có độ dịch chuyển của hệ thống vân có độ lớn bằng :

$$|\Delta y| = \frac{(n-1)eD}{l} = \frac{(1,5-1)12.10^{-6}.1}{1.10^{-3}} = 6.10^{-3}\text{m} = 6\text{mm}.$$

d) Khi đặt hệ thống trong chất lỏng chiết suất n', lập luận tương tự như câu hỏi c) ; hiệu quang lộ giữa hai tia sáng từ các khe đến một điểm M ở trên màn là

$$L_1 - L_2 = n'r_1 - n'r_2 \text{ ; n' là chiết suất của chất lỏng.}$$

$$L_1 - L_2 = n'(r_1 - r_2) = n'\frac{y'l}{D}$$

Theo các điều kiện (1–1) và (1–2), vị trí của các vân sáng và tối được xác định bởi các công thức :

$$y'_s = k\frac{\lambda D}{n'l} = k\frac{i}{n'},$$

$$y'_t = (2k+1)\frac{i}{2n'}. \qquad (6)$$

Từ các công thức (6), ta tính được khoảng cách giữa hai vân liên tiếp

$$i' = \frac{i}{n'}. \qquad (7)$$

Vậy khi đổ đầy chất lỏng vào toàn bộ hệ thống, bề rộng mỗi vân sẽ giảm đi n' lần.

Từ (7), suy ra chiết suất của chất lỏng

$n' = \dfrac{i}{i'} = \dfrac{0,6}{0,45} = \dfrac{4}{3}$ (đó là chiết suất của nước n' = 1,33).

Bài tập thí dụ 2

Cho một lưỡng lăng kính Frênen, gồm hai lăng kính giống nhau, các đáy được dán với nhau bằng một chất nhựa trong suốt, mỗi lăng kính có góc chiết quang $A = 1^o$ và có chiết suất $n = 1,5$. Trước lưỡng lăng kính, người ta đặt một khe sáng hẹp S song song với đường cạnh của các lăng kính và nằm trong mặt phẳng chứa đáy của các lăng kính. Khoảng cách từ khe sáng S đến lưỡng lăng kính d = 20cm. Cách lưỡng lăng kính $d_2 = 6m$ đặt một màn ảnh P vuông góc với trục đối xứng của hệ thống.

Đáy của các lăng kính có bề dày không đáng kể.

a) Chứng minh rằng lưỡng lăng kính Frênen tương đương với máy giao thoa Yâng. Vẽ miền giao thoa và tính bề rộng của nó trên màn ảnh P.

b) Tìm bề rộng của mỗi vân giao thoa nếu khe sáng S phát ra ánh sáng có bước sóng $\lambda = 0,56\mu m$.

c) Trên bề mặt của một trong hai lăng kính, người ta phủ một lớp nhựa trong suốt mỏng có mặt song song và có chiết suất : $n' = 1,696$. Khi đó hệ thống vân trên màn P dịch chuyển một đoạn $y = 8,1mm$. Tính bề dày của lớp nhựa.

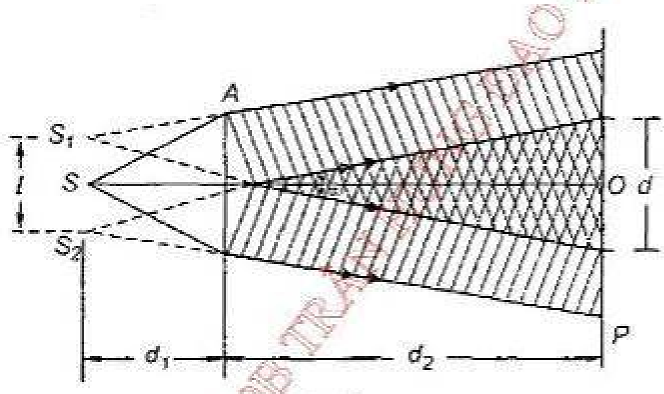
Bài giải

$$\textit{Cho}\begin{cases} A = 1^o = \dfrac{\pi}{180}\,\text{rad}\ ; \\ n = 1,5\ ; \\ d_1 = 20\text{cm} = 0,2\text{m}\ ; \\ d_2 = 6\text{m}\ ; \\ \lambda = 0,56\mu\text{m} = 0,56.10^{-6}\text{m}\ ; \\ n' = 1,696\ ; \\ \Delta y = 8,1\text{mm} = 8,1.10^{-3}\text{m}. \end{cases}$$

Hỏi : d ? i ? e ?

a) Chùm tia sáng xuất phát từ khe S, sau khi khúc xạ qua lưỡng lăng kính bị tách thành hai. Các chùm tia này giống như xuất phát từ

S_1 và S_2 (S_1 và S_2 là các ảnh ảo của S qua hai lăng kính). Các nguồn ảo S_1, S_2 và các chùm tia sáng do chúng phát ra đối xứng với nhau qua mặt phẳng chứa đáy của lăng kính. Vì từ cùng một nguồn S tách thành hai nên các chùm tia sáng xuất phát từ S_1 và S_2 kết hợp với nhau và gây ra hiện tượng giao thoa. Miền chung của hai chùm tia chính là miền giao thoa (hình 1.2).



Hình 1.2

Qua hình vẽ ta thấy lưỡng lăng kính Frênen cũng là một dụng cụ tạo ra các nguồn kết hợp và tương đương với khe Yâng. Do đó ta có thể áp dụng các kết quả về hiện tượng giao thoa qua khe Yâng đối với lưỡng lăng kính Frênen với khoảng cách giữa hai khe $l = S_1S_2$, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe tới màn $D = d_1 + d_2$.

Tính bề rộng của miền giao thoa trên màn P.

Trên hình 1.2, bề rộng d của miền giao thoa bằng

$$d = d_2\alpha.$$

α bằng hai lần góc lệch của tia sáng do mỗi lăng kính gây ra :

$$\alpha = 2(n - 1)A \text{ (radian)},$$

do đó $\quad d = 2d_2(n-1)A = 2.6(1,5-1).\dfrac{\pi}{180} =$

$$= 0,105\text{m} = 10,5\text{cm}.$$

b) Bề rộng của mỗi vân giao thoa cho bởi công thức (1–5) :

$$i = \frac{\lambda D}{l}$$

trong đó $l = d_1 . \alpha = 0{,}2\frac{\pi}{180} = 0{,}35.10^{-2}$m.

$$i = \frac{\lambda D}{l} = \frac{0{,}56.10^{-6}.6{,}2}{0{,}35.10^{-2}} = 0{,}995.10^{-3}\text{m} \approx 1\text{mm}.$$

c) Lập luận giống như câu hỏi c) của bài tập mẫu 1 ta có thể rút ra kết luận khi phủ lên một trong hai lăng kính một lớp nhựa thì hệ thống vân giao thoa trên màn P không có gì thay đổi, toàn bộ hệ thống vân giao thoa dịch chuyển một đoạn về phía lăng kính có phủ lớp nhựa là

$$|\Delta y| = \frac{(n' - 1)eD}{l}$$

suy ra bề dày của lớp nhựa

$$e = \frac{l|\Delta y|}{(n'-1)D} = \frac{0{,}35.10^{-2}.8{,}1.10^{-3}}{(1{,}696-1).6{,}2} = 6{,}4.10^{-6}\text{m} = 6{,}4\mu\text{m}.$$

Bài tập thí dụ 3

Cho một thấu kính hội tụ L, tiêu cự f = 50cm, khẩu độ có bán kính R = 3cm. Cách thấu kính một đoạn d = 75cm, người ta đặt một khe sáng thẳng đứng S. Ánh sáng do khe phát ra có bước sóng $\lambda = 0{,}5\mu$m. Thấu kính được cưa dọc theo một đường kính thẳng đứng thành hai nửa thấu kính L_1 và L_2 các nửa thấu kính này được tách ra để tạo thành một khe hở thẳng đứng song song với khe sáng S và có bề rộng a = 1mm (hệ thống như trên gọi là lưỡng thấu kính Biê).

a) Cách lưỡng thấu kính một đoạn bằng s, người ta đặt một màn quan sát P vuông góc với chùm tia sáng phát ra từ lưỡng thấu kính. Chứng minh rằng lưỡng thấu kính Biê tương đương với máy giao thoa khe Yâng. Bắt đầu từ giá trị s_o nào của s ta có thể quan sát được các vân giao thoa trên màn P ?

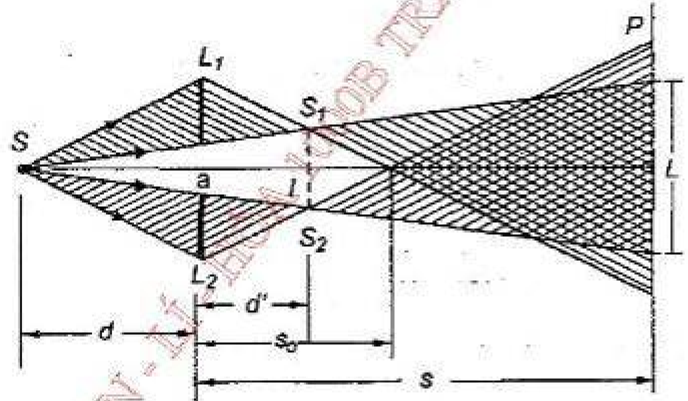
b) Tìm sự phụ thuộc của bề rộng i của mỗi vân giao thoa vào khoảng cách s. Tính giá trị của i khi s = 3m.

c) Với giá trị s = 3m thì tổng số vân sáng trên màn quan sát bằng bao nhiêu ?

Bài giải

Cho $\begin{cases} f = 50cm = 0,5m, \\ d = 75cm = 0,75m, \\ R = 3cm = 0,03m, \\ \lambda = 0,5\mu m = 0,5.10^{-6}m, \\ a = 1mm = 10^{-3}m. \end{cases}$ *Hỏi :* s_o ? $i_{(s)}$? N ?

a) Gọi S_1 và S_2 là ảnh thực của khe sáng S qua hai nửa thấu kính L_1 và L_2 (hình 1.3), d' là khoảng cách từ S_1 (hoặc S_2), tới thấu kính theo công thức thấu kính.



Hình 1.3

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}$$

ta có :

$$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{0,75.0,5}{0,75-0,5} = 1,5m.$$

Theo hình vẽ 1.3, khoảng cách l giữa S_1 và S_2 được xác định bởi các tỉ lệ đồng dạng :

$$\frac{l}{a} = \frac{d - d'}{d} = \frac{2,25}{0,75} = 3.$$

$$l = 3a = 3.10^{-3}\text{m} = 3\text{mm}.$$

Các chùm tia sáng phát ra từ S, sau khi khúc xạ qua hai nửa thấu kính có thể coi như xuất phát từ hai nguồn thứ cấp kết hợp S_1 và S_2. Chúng có một miền chung, đó chính là miền giao thoa. Như vậy có thể coi lưỡng thấu kính Biê như một hệ thống khe Yâng S_1, S_2 cách nhau $l = 3.10^{-3}$ m và cách màn quan sát một đoạn $D = s - d'$.

Từ hình vẽ 1.3, dễ dàng tính được khoảng cách s_o (khoảng cách nhỏ nhất kể từ thấu kính, ở đó ta có thể quan sát được hiện tượng giao thoa).

$$\frac{s_o}{s_o - d'} = \frac{2R + a}{l} = \frac{6,1.10^{-2}}{3.10^{-3}},$$

suy ra $\quad s_o = 1,578\text{m}.$

b) Bề rộng của mỗi vân giao thoa được tính bởi công thức (1–5)

$$i = \frac{\lambda D}{l} = \frac{\lambda(s - d')}{l}$$

nghĩa là i tăng khi s tăng, với s = 3m :

$$i = \frac{0,5.10^{-6}.(3-1,5)}{3.10^{-3}} = 0,25.10^{-3}\text{m} = 0,25\text{mm}.$$

c) Gọi L là bề rộng của miền giao thoa trên màn P. Theo các tỉ lệ đồng dạng

$$\frac{L}{a} = \frac{s+d}{d},$$

suy ra

$$L = \frac{(s+d)a}{d} = \frac{(3+0,75).10^{-3}}{0,75} = 5.10^{-3}\text{m} = 5\text{mm}.$$

Từ đó tính được số vân sáng trên màn quan sát như sau :

$$|y_s| = |k|i = |k|0,25 \leq \frac{L}{2} = \frac{5}{2}.2,5$$

$$|k| \leq 10$$

$$k = 0, \pm1, \pm2, ..., \pm10 \Rightarrow 21 \text{ vân sáng.}$$

Bài tập thí dụ 4

Trên một bản thuỷ tinh phẳng (chiết suất n = 1,5), người ta phủ một màng mỏng có chiết suất n' = 1,4. Một chùm tia sáng đơn sắc song song, bước sóng λ = 0,6μm được chiếu gần thẳng góc với mặt bản :

Tính bề dày của màng mỏng biết rằng do hiện tượng giao thoa, chùm tia phản xạ có cường độ sáng cực tiểu.

Bài giải

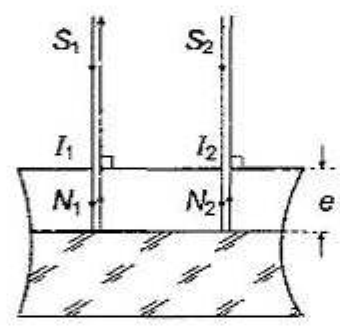
$$Cho: \begin{cases} n' = 1,4, \\ d = 0,6\mu m = 0,6.10^{-6} m, \qquad \textit{Hỏi : e ?} \\ L_2 - L_1 = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}. \end{cases}$$

Xét một tia sáng S_1I_1... Khi tới mặt của màng mỏng, một phần tia sáng này sẽ phản xạ ở mặt trước của màng (tại I_1), một phần sẽ đi qua màng mỏng và phản xạ ở mặt sau của màng (tại N_1 trên mặt bản thuỷ tinh). Hai tia phản xạ này sẽ giao thoa với nhau. Muốn xét cường độ sáng của ánh sáng giao thoa, ta phải tính hiệu quang lộ của các tia phản xạ (hình 1.4).

Quang lộ của tia $(S_1I_1S_1)$ bằng :

$$L_1 = \overline{S_1I_1S_1} + \frac{\lambda}{2},$$

(cộng thêm $\frac{\lambda}{2}$ vì tia S_1I_1 phản xạ từ không khí trên màng mỏng – môi trường chiết quang hơn không khí).



Hình 1.4

Quang lộ của tia $(S_1I_1N_1I_1S_1)$ bằng :

$$L_2 = \overline{S_1I_1S_1} + 2n'\overline{I_1N_1} + \frac{\lambda}{2} = \overline{S_1I_1S_1} + 2n'e + \frac{\lambda}{2},$$

(cộng thêm $\frac{\lambda}{2}$ vì tia I_1N_1 phản xạ từ màng mỏng trên thuỷ tinh – môi trường chiết quang hơn thuỷ tinh).

Suy ra hiệu quang lộ của hai tia phản xạ

$$L_2 - L_1 = 2n'e.$$

Theo đầu bài, cường độ sáng của chùm tia giao thoa này cực tiểu, nên

$$L_2 - L_1 = 2n'e = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

do đó bề dày của màng mỏng bằng :

$$e = (2k+1)\frac{\lambda}{4n'}.$$

Ứng với k = 0, bề dày đó bằng $e_0 = \frac{\lambda}{4n'} = \frac{0,6}{4.1,4} = 0,11\,\mu m.$

Ứng với k = 1, $e_1 = \frac{3\lambda}{4n'} = 0,33\,\mu m.$

v.v...

Bài tập thí dụ 5

Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song và thẳng góc với mặt dưới của một nêm không khí. Ánh sáng tới có bước sóng $\lambda = 0,6\mu m$. Tìm góc nghiêng của nêm biết rằng trên 1cm dài của mặt nêm, người ta quan sát thấy 10 vân giao thoa.

Bài giải

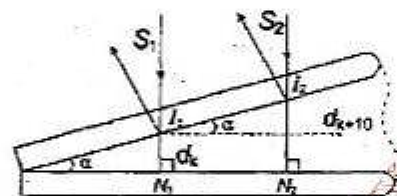
Cho $\begin{cases} \lambda = 0,6\mu m = 0,6.10^{-4}\,cm, \\ N = 10\,\text{vân/cm}. \end{cases}$ *Hỏi :* α ?

Theo (1–7), vị trí của các vân tối được xác định bởi

$$d_k = k.\frac{\lambda}{2}(\text{cm}) \qquad (1)$$

Tương tự vị trí của vân tối thứ k + 10 được xác định bởi :

$$d_{k+10} = (k+10)\frac{\lambda}{2}(\text{cm}). \qquad (2)$$



Hình 1.5

Theo hình vẽ 1.5, ta có

$$\alpha \approx \sin\alpha = \frac{d_{k+10} - d_k}{I_1I_2},$$

Trong đó I_1I_2 là bề rộng tính ra centimet của 10 vân : $I_1I_2 = 1$cm. do đó :

$$\alpha = \frac{(k+10)\frac{\lambda}{2} - k\frac{\lambda}{2}}{I_1I_2} = \frac{5\lambda}{I_1I_2} = \frac{5.0,6.10^{-4}}{1} = 3.10^{-4}\,\text{rad}.$$

Bài tập thí dụ 6

Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song và thẳng góc với bản thuỷ tinh phẳng của một hệ thống cho vân tròn Niutơn.

Đường kính của vân tối thứ tư đo được $d_4 = 9$mm (coi tâm của hệ thống là vân tối thứ không).

Tìm bước sóng của ánh sáng tới biết rằng bán kính mặt lồi của thấu kính R = 8,6m, giữa thấu kính và bản thuỷ tinh là không khí.

Bài giải

Cho $\begin{cases} d_4 = 2r_4 = 9\text{mm} = 9.10^{-3}\text{m} \\ R = 8,6\text{m} \end{cases}$ *Hỏi λ ?*

Bán kính của vân tối thứ k cho bởi công thức (1–11)

$$r_k = \sqrt{R\lambda}.\sqrt{k} \qquad (k = 0, 1, 2, ...)$$

Nếu coi tâm của hệ thống là vân tối số không (k = 0), thì vân tối thứ tư (ứng với k = 4) sẽ có bán kính

$$r_4 = \sqrt{R\lambda}\sqrt{4} = \frac{d_4}{2}.$$

Suy ra bước sóng của ánh sáng tới :

$$\lambda = \frac{d_4^2}{16R} = \frac{(9.10^{-3})^2}{16.8,6} = 0,589.10^{-6}\,m = 0,589\mu m$$

BÀI TẬP

1.1. Trong một máy giao thoa Yâng, các khe được chiếu bởi ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 0,6\mu m$. Khoảng cách giữa hai khe sáng bằng l = 1mm. Khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe tới màn quan sát D = 1m.

Xác định vị trí của ba vân sáng đầu tiên (coi vân sáng chính giữa là vân thứ không).

1.2. Khoảng cách giữa hai khe trong máy giao thoa Yâng l = 1mm. Khoảng cách từ màn quan sát tới mặt phẳng chứa hai khe D = 3m. Khi toàn bộ hệ thống đặt trong không khí. Người ta đo được khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp i = 1,5mm.

a) Tìm bước sóng của ánh sáng tới.

b) Xác định vị trí của vân sáng thứ ba và vân tối thứ tư.

c) Đặt trước một trong hai khe sáng một bản mỏng phẳng có hai mặt song song, chiết suất n = 1,5, bề dày e = 10μm. Xác định độ dịch chuyển của hệ thống vân giao thoa trên màn quan sát.

d) Trong câu hỏi c) nếu đổ đầy nước (chiết suất n' = 1,33) vào khoảng cách cách giữa màn quan sát và mặt phẳng chứa các khe thì hệ thống vân giao thoa có gì thay đổi ? Hãy tính khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp trong trường hợp này.

1.3. Để đo bề dày của một bản mỏng trong suốt, người ta đặt bản trước một trong hai khe của máy giao thoa Yâng. Ánh sáng chiếu vào hệ thống có bước sóng $\lambda = 0,6\mu m$. Chiết suất của bản mỏng $n = 1,5$. Người ta quan sát thấy vân sáng giữa bị dịch chuyển về vị trí của vân sáng thứ năm (ứng với lúc chưa đặt bản). Xác định bề dày của bản.

1.4. Để đo chiết suất của khí clo người ta làm thí nghiệm sau :

Trên đường đi của chùm tia sáng do một trong hai khe của máy giao thoa Yâng phát ra. Người ta đặt một ống thuỷ tinh dài d = 2cm có đáy phẳng và song song với nhau. Lúc đầu trong ống chứa không khí, sau đó thay không khí bằng khí clo, người ta quan sát thấy hệ thống vân dịch chuyển đi một đoạn bằng 20 lần khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp (tức 20 lần khoảng vân). Toàn bộ thí nghiệm được thực hiện trong buồng yên tĩnh và được giữ ở một nhiệt độ không đổi. Máy giao thoa (giao thoa kế Râylây) được chiếu bằng ánh sáng vàng natri có bước sóng $\lambda = 0,589\mu m$. Chiết suất của không khí $n = 1,000276$. Tìm chiết suất của khí clo.

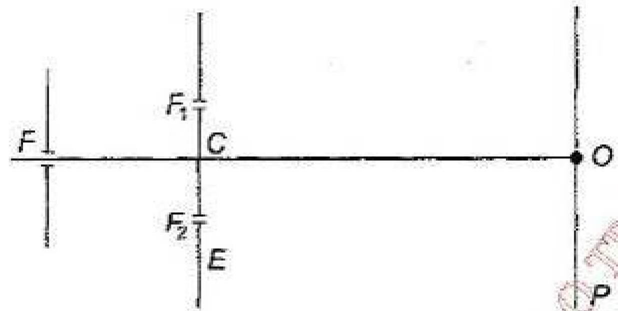
1.5. Hai khe sáng trong máy giao thoa Yâng cách nhau $l = 1mm$ được chiếu sáng bởi một chùm tia sáng đơn sắc. Màn quan sát giao thoa được đặt cách mặt phẳng của hai khe một khoảng D = 2m. Bề rộng của 6 vân sáng liên tiếp đo được bằng 7,2mm.

a) Tính bước sóng của ánh sáng tới.

b) Tìm sai số có thể mắc phải khi đo bước sóng, biết rằng sai số của phép đo, khoảng cách giữa hai khe và bề rộng của 6 vân sáng đều bằng $\frac{1}{20}$mm.

c) Xác định độ dịch chuyển của hệ thống vân, nếu trước một trong hai khe sáng có đặt một bản mỏng trong suốt, mặt song song, dày 0,02mm, chiết suất 1,5.

1.6. Chùm ánh sáng đơn sắc phát ra từ một khe sáng hẹp F (hình 1.6), được rọi vào một màn E cách khe sáng một đoạn FC = 1m. Trên màn E có hai khe hẹp F_1 và F_2 song song với nhau và cách đều khe sáng F. Khoảng cách giữa hai khe F_1, F_2 bằng $l = 1mm$. Song song với màn E và cách màn E một đoạn E = 1,20m, người ta đặt một màn quan sát các vân giao thoa P, vân sáng giữa nằm tại O.



Hình 1.6

a) Khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp bằng i = 0,6mm. Tìm bước sóng của ánh sáng phát ra từ khe sáng F.

b) Trước khe F_1, người ta đặt một bản mỏng trong suốt hai mặt song song, dày e = 2μm, và có chiết suất n = 1,5. Xác định vị trí mới của vân sáng giữa. Hỏi phải dịch khe sáng F một đoạn bằng bao nhiêu và theo chiều nào theo phương vuông góc với CO để đưa vân sáng giữa về lại vị trí O.

c) Đưa khe F về vị trí ban đầu, bản mỏng được lấy ra khỏi hệ thống. Giả sử khe F phát ra ánh sáng trắng. Quan sát vân tối thứ 15 kể từ O. Hỏi nếu đem phân tích quang phổ ánh sáng tại điểm quan sát thì trong quang phổ này sẽ thiếu bao nhiêu vạch so với quang phổ thấy được (có bước sóng từ 0,4μm đến 0,7μm). Tính bước sóng của các vạch đó.

1.7. Trong các thí nghiệm gương phẳng Frênen, khoảng cách giữa các ảnh ảo S_1S_2 của nguồn sáng : l = 0,5mm ; màn quan sát cách S_1S_2 một đoạn D = 5m. Với ánh sáng xanh thì khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp trên màn quan sát i = 5mm. Tính bước sóng của ánh sáng xanh.

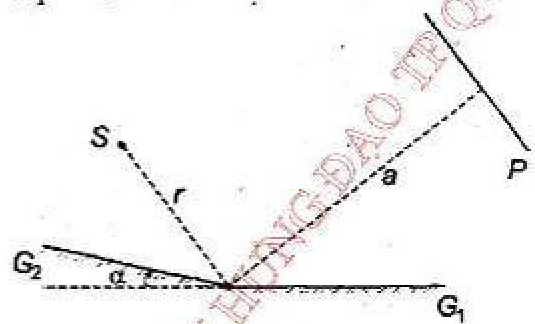
1.8. Cho một hệ thống gương Frênen G_1G_2 đặt nghiêng nhau một góc $\alpha = \dfrac{2,62}{1000}$ rađian. Nguồn điểm O đặt trước hai gương, cách giao tuyến C của hai gương một đoạn r = 1m và phát ra ánh sáng xanh có bước sóng $\lambda = 0,55\mu m$. Góc $\widehat{G_1CO} = 30^o$, bề rộng của mỗi gương bằng L = 25mm. Tính :

a) Khoảng cách giữa các ảnh ảo O_1, O_2 cho bởi hai gương G_1, G_2.

b) Bề rộng i của các vân giao thoa (khoảng cách giữa hai vân sáng hoặc hai vân tối liên tiếp) trên một màn quan sát E đặt song song với O_1O_2 và cách giao tuyến một đoạn d = 1m.

c) Số vân sáng có trên màn quan sát.

1.9. Cho một hệ thống gương Frênen, đặt nghiêng với nhau một góc $\alpha = 12'$ (hình 1.7). Khoảng cách từ giao tuyến của hai gương đến khe sáng S và màn quan sát P lần lượt bằng r = 10cm và a = 130cm. Ánh sáng do khe sáng phát ra có bước sóng $\lambda = 0,55\mu m$. Xác định :



Hình 1.7

a) Bề rộng của mỗi vân và tổng số vân tối trên màn quan sát.

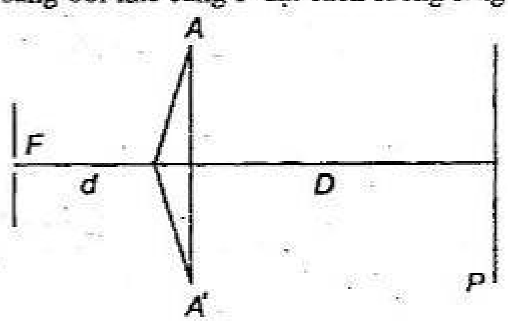
b) Độ dịch chuyển của hệ thống vân trên màn nếu dịch chuyển khe sáng S một đoạn s = 1mm trên cung tròn bán kính r, tâm O (tâm O nằm trên giao tuyến).

1.10. Một hệ thống lưỡng lăng kính Frênen được bố trí như hình vẽ 1.8. Lưỡng lăng kính có bề rộng AA' = 1cm, các góc chiết quang A = A' = 30', chiết suất n = 1,5 và được chiếu sáng bởi khe sáng F đặt cách lưỡng lăng kính một đoạn d = 25cm. Màn quan sát P đặt cách khe F một đoạn E = 1m.

Xác định :

a) Bề rộng của miền giao thoa ở trên màn quan sát.

b) Số vân tối chứa trên màn nếu bước sóng của ánh sáng tới $\lambda = 0,66\mu m$.



Hình 1.8

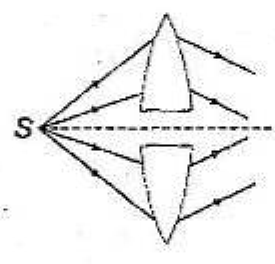
1.11. Một lưỡng lăng kính Frênen có góc chiết quang rất nhỏ, chiết suất n = 1,5. Cách lưỡng lăng kính d = 36cm, người ta đặt một khe sáng song song với các đường cạnh của lăng kính, các ảo ảnh thu được cách nhau *l* = 1mm.

a) Tính góc chiết quang của lưỡng lăng kính.

b) Ánh sáng chiếu vào hệ thống có bước sóng $\lambda = 0,5\mu m$. Xác định bề rộng vân sáng và vị trí của vân tối thứ 6 biết rằng màn quan sát đặt cách kính 1,5m.

c) Nếu đồng thời chiếu vào hệ thống hai ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 0,5\mu m$ và $\lambda = 0,6\mu m$ thì hình giao thoa trên màn quan sát có gì thay đổi ? Xác định vị trí tại đó các vân sáng của hai hệ thống vân trùng nhau.

1.12. Chiếu một chùm tia sáng phát ra từ một dây nóng sáng S vào một lưỡng thấu kính Biê, cách S 100cm (hình 1.9).



Hình 1.9

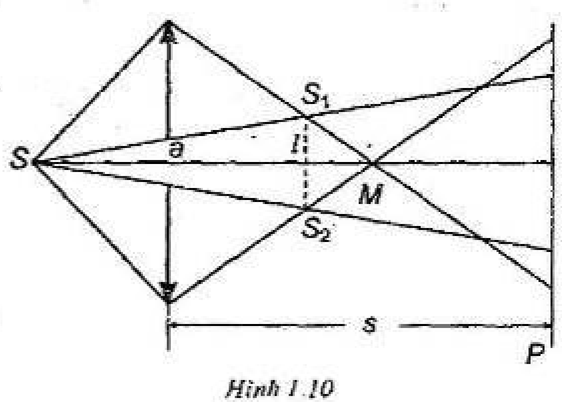
Khi đó trên màn ảnh đặt sau lưỡng thấu kính, ta thu được một hệ thống vân giao thoa.

a) Giải thích hiện tượng.

b) Xác định khoảng vân trong các điều kiện sau : Tiêu cự của thấu kính bằng 50cm, các nửa thấu kính cách nhau 1mm ; màn ảnh đặt cách thấu kính 350cm ; bước sóng ánh sáng dùng trong thí nghiệm bằng 0,5μm.

c) Tính tổng số vân sáng giao thoa trên màn ảnh.

1.13. Dùng một lưỡng thấu kính Biê để quan sát hiện tượng giao thoa như hình vẽ 1.10.



Hình 1.10

a) Vẽ đường đi của các tia sáng xuất phát từ khe sáng S.

b) Xác định vị trí và khoảng cách của hai ảnh thực S_1, S_2 của khe sáng S qua hai nửa thấu kính L_1, L_2. Biết rằng tiêu cự của thấu kính f = 20cm. Bề rộng của khe hở giữa hai nửa thấu kính a = 1mm, khoảng cách từ khe sáng S tới lưỡng thấu kính d = 40cm.

c) Màn quan sát đặt cách lưỡng thấu kính một đoạn s = 80cm.

Tính bề rộng của miền giao thoa, khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp và tổng số vân sáng có trên màn quan sát. Cho biết bước sóng của ánh sáng dùng trong thí nghiệm $\lambda = 0,55\mu m$.

d) Sau ảnh S_1, người ta đặt một bản mỏng thuỷ tinh mặt song song, dày e = 8μm, chiết suất n = 1,5, vuông góc với quang trục của lưỡng thấu kính và mặt phẳng tới chứa ảnh S_1. Xác định độ dịch chuyển của hệ thống vân giao thoa.

1.14. Chiếu một chùm ánh sáng trắng xiên một góc 45^o lên một màng nước xà phòng. Tìm bề dày nhỏ nhất của màng để những tia phản chiếu có màu vàng. Cho biết bước sóng của ánh sáng vàng là 6.10^{-5}cm. Chiết suất của bản là n = 1,33.

1.15. Một chùm ánh sáng trắng được rọi vuông góc với một bản thuỷ tinh mỏng mặt song song, dày e = 0,4μm, chiết suất n = 1,5. Hỏi trong phạm vi quang phổ thấy được của chùm ánh sáng trắng (bước sóng từ 0,4μm đến 0.7μm), những chùm tia phản chiếu có bước sóng nào sẽ được tăng cường ?

1.16. Rọi một chùm tia sáng trắng song song vào một bản mỏng (chiết suất n = 1,33) góc tới $i = 52^o$. Hỏi với bề dày của bản bằng bao nhiêu thì chùm tia phản xạ được nhuộm mạnh nhất bởi ánh sáng màu vàng (bước sóng $\lambda = 0,6\mu m$).

1.17. Để làm giảm sự mất mát ánh sáng do phản chiếu trên một mặt thuỷ tinh, người ta phủ lên thuỷ tinh một lớp mỏng chất có chiết suất $n' \approx \sqrt{n}$, trong đó n là chiết suất của thuỷ tinh. Trong trường hợp này, biên độ của những dao động sáng phản xạ từ hai mặt của lớp mỏng sẽ bằng nhau. Hỏi bề dày nhỏ nhất của lớp mỏng bằng bao nhiêu để khả năng phản xạ của thuỷ tinh theo hướng pháp tuyến sẽ bằng không đối với ánh sáng bước sóng $\lambda = 0,6\mu m$?

1.18. Một chùm ánh sáng khuếch tán đơn sắc bước sóng $\lambda = 0,6\mu m$ đập vào một bản mỏng thuỷ tinh (chiết suất n = 1,5). Xác định bề dày của bản nếu khoảng cách góc giữa hai cực đại liên tiếp của ánh sáng phản xạ (quan sát dưới các góc lân cận góc $i = 45^o$, tính từ pháp tuyến) bằng $\delta_i = 3^o$.

1.19. Chiếu một chùm tia sáng song song ($\lambda = 0,6\mu m$) lên một màng xà phòng (chiết suất bằng 1,3) dưới góc tới 30^o. Hỏi bề dày nhỏ nhất của màng phải bằng bao nhiêu để chùm tia phản xạ có

+ Cường độ sáng cực tiểu ?

+ Cường độ sáng cực đại ?

1.20. Trên mặt một vật kính bằng thuỷ tinh (chiết suất $n_1 = 1,5$) người ta đặt một màng mỏng có chiết suất $n_2 = 1,2$. Hỏi bề dày nhỏ nhất của bản mỏng này phải bằng bao nhiêu để chùm ánh sáng phản xạ trong miền trung bình của quang phổ thấy được bị yếu đi nhiều nhất ?

1.21. Một chùm tia sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 0,6\mu m$ được rọi vuông góc với một mặt nêm thuỷ tinh (chiết suất n = 1,5). Xác định góc nghiêng của nêm. Biết rằng số vân giao thoa chứa trong khoảng $l = 1cm$ là N = 10.

1.22. Một màng mỏng nước xà phòng chiết suất n = 1,33, được đặt thẳng đứng, vì nước xà phòng dồn xuống dưới nên màng có dạng hình nêm. Quan sát những vân giao thoa của ánh sáng phản chiếu màu xanh (bước sóng $\lambda = 5461Å$), người ta thấy, khoảng cách giữa 6 vân bằng 2cm. Xác định :

a) Góc nghiêng của nêm.

b) Vị trí của ba vân tối đầu tiên (coi vân tối số 1 là vân nằm ở giao tuyến của hai mặt nêm).

Biết rằng hướng quan sát vuông góc với mặt nêm.

1.23. Một chùm tia sáng có bước sóng $\lambda = 0{,}55\mu m$ được rọi vuông góc với một mặt nêm thuỷ tinh (chiết suất n = 1,5). Người ta quan sát hệ thống vân giao thoa của chùm tia phản xạ và thấy rằng khoảng cách giữa hai vân tối liên tiếp bằng i = 0,21mm.

a) Xác định góc nghiêng giữa hai mặt nêm.

b) Tìm độ đơn sắc của chùm tia (đặc trưng bởi tỉ số $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$) nếu các vân giao thoa biến mất ở khoảng cách l = 1,5cm (tính từ đỉnh của nêm).

1.24. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc (bước sóng $\lambda = 0{,}5\mu m$) vuông góc với mặt của một nêm không khí và quan sát ánh sáng phản xạ trên mặt nêm, người ta thấy bề rộng của mỗi vân bằng 0,05cm.

a) Tìm góc nghiêng giữa hai mặt nêm.

b) Nếu chiếu đồng thời hai chùm tia sáng đơn sắc (bước sóng lần lượt bằng $\lambda_1 = 0{,}5\mu m$, $\lambda_2 = 0{,}6\mu m$) xuống mặt nêm thì hệ thống vân trên mặt nêm có gì thay đổi ? Xác định vị trí tại đó các vân tối của hai hệ thống vân trùng nhau.

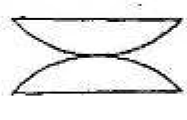
1.25. Xét một hệ thống cho vân tròn Niutơn. Xác định bề dày của lớp không khí ở đó ta quan sát thấy vân sáng đầu tiên biết rằng ánh sáng tới có bước sóng $\lambda = 0{,}6\mu m$.

1.26. Một chùm tia sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 0{,}6\mu m$ được rọi vuông góc với một bản cho vân tròn Niutơn. Tìm bề dày của lớp không khí tại vị trí của vân tối thứ tư của chùm tia phản xạ.

1.27. Thấu kính trong hệ thống cho vân tròn Niutơn có bán kính cong bằng 15m. Chùm ánh sáng đơn sắc tới vuông góc với hệ thống, quan sát các vân giao thoa của chùm tia phản chiếu. Tìm bước sóng của ánh sáng tới biết rằng khoảng cách giữa vân tối thứ tư và vân tối thứ hai mươi lăm bằng 9mm.

1.28. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc vuông góc với bản cho vân tròn Niutơn và quan sát ánh sáng phản xạ. Bán kính của hai vân tối liên tiếp lần lượt bằng 4,00mm và 4,38mm bán kính cong của thấu kính bằng 6,4m. Tìm số thứ tự của các vân tối trên và bước sóng của ánh sáng tới.

1.29. Một thấu kính có một mặt phẳng, một mặt lồi, với mặt cầu có bán kính cong R = 12,5m, được đặt trên một bản thuỷ tinh phẳng. Đỉnh của mặt cầu không tiếp xúc với bản thuỷ tinh phẳng vì có một hạt bụi. Người ta đo được các đường kính của vân tròn tối Niutơn thứ 10 và thứ 15 trong ánh sáng phản chiếu lần lượt bằng $D_1 = 10mm$ và $D_2 = 15mm$. Xác định bước sóng của ánh sáng dùng trong thí nghiệm.



Hình 1.11

1.30. Hai thấu kính thuỷ tinh mỏng giống nhau, một mặt phẳng một mặt cầu lồi, được đặt tiếp xúc với nhau ở các mặt cầu của chúng (hình 1.11). Xác định độ tụ (cường số) của hệ thấu kính trên, biết rằng nếu quan sát vân phản chiếu với ánh sáng bước sóng $\lambda = 0,6\mu m$ thì đường kính của vân tròn sáng Niutơn thứ 5 bằng $D_k = 1,5mm$. Cho chiết suất của thuỷ tinh n = 1,5.

1.31. Trong một hệ thống cho vân tròn Niutơn, người ta đổ đầy một chất lỏng vào khe giữa thấu kính và bản thuỷ tinh phẳng. Xác định chiết suất của chất lỏng đó, nếu ta quan sát vân phản chiếu và thấy bán kính của vân tối thứ ba bằng 3,65mm. Cho bán kính cong của thấu kính R = 10m, bước sóng của ánh sáng tới $\lambda = 0,589\mu m$; coi vân tối ở tâm (k = 0) là vân tối số không.

1.32. Mặt cầu của một thấu kính một mặt phẳng, một mặt lồi được đặt tiếp xúc với một bản thuỷ tinh phẳng. Chiết suất của thấu kính và của bản thuỷ tinh lần lượt bằng $n_1 = 1,50$ và $n_2 = 1,70$. Bán kính cong của mặt cầu của thấu kính là R = 100cm, khoảng không gian giữa thấu kính và bản phẳng chứa đầy một chất có chiết suất n = 1,63.

Xác định bán kính của vân tối Niutơn thứ 5 nếu quan sát vân giao thoa bằng ánh sáng phản xạ, cho bước sóng của ánh sáng $\lambda = 0,50\mu m$.

1.33. Người ta dùng giao thoa kế Maikenxơn để đo độ dãn nở dài của một vật. Ánh sáng đơn sắc dùng trong thí nghiệm có bước sóng $\lambda = 6.10^{-5}cm$. Khi dịch chuyển gương di động từ vị trí ban đầu (ứng với lúc vật chưa bị nung nóng) đến vị trí cuối (ứng với lúc sau khi vật đã bị nung nóng), người ta thấy có 5 vạch dịch chuyển trong kính quan sát. Hỏi sau khi dãn nở, vật đã dài thêm bao nhiêu ?

1.34. Trong một thí nghiệm dùng giao thoa kế Maikenxơn, khi dịch chuyển gương di động một khoảng L = 0,161mm người ta quan sát thấy hình giao thoa dịch đi 500 vân. Tìm bước sóng của ánh sáng dùng trong thí nghiệm.

1.35. Để đo chiết suất của khí amôniăc, trên đường đi của một chùm tia trong giao thoa kế Maikenxơn, người ta đặt một ống đã rút chân không dài l = 14cm. Các đầu ống được nút kín bởi các bản thuỷ tinh phẳng mặt song song. Khi bơm đầy khí amôniăc vào ống, người ta thấy hình giao thoa dịch đi 180 vân. Tìm chiết suất của khí amôniăc, biết rằng ánh sáng dùng trong thí nghiệm có bước sóng $\lambda = 0,59\mu m$.

Chương 2

NHIỄU XẠ ÁNH SÁNG

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Phương pháp đới cầu Frênen

a) Diện tích của mỗi đới cầu

$$\Delta S = \frac{\pi R b}{R + b}\lambda. \qquad (2\text{-}1)$$

b) Bán kính của đới cầu thứ k

$$r_k = \sqrt{\frac{Rb\lambda}{R + b}}\sqrt{k}. \qquad (2\text{-}2)$$

Trong các công thức (2–1) và (2–2) :

R là bán kính của mặt cầu S (mặt sóng) bao quanh nguồn điểm O ;

b – khoảng cách từ điểm được chiếu sáng M tới đới cầu thứ nhất ;

λ – bước sóng ánh sáng do nguồn S phát ra ;

k = 1, 2, 3, ...

c) Biên độ của ánh sáng tổng hợp tại M do các đới cầu Frênen gửi tới :

$$a_{\infty} = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - ...$$

$$a_{\infty} \approx \frac{a_1}{2}$$

2. Nhiễu xạ gây bởi sóng cầu phát ra từ O qua một lỗ tròn nhỏ (O nằm trên trục của lỗ tròn)

Biên độ ánh sáng tổng hợp tại M (M nằm trên trục lỗ tròn) khi lỗ tròn chứa n đới cầu Frênen :

$$a = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_n}{2} \begin{pmatrix} \text{dấu + khi n lẻ} \\ \text{dấu – khi n chẵn} \end{pmatrix} \quad (2–3)$$

với $n = 1 \quad a = a_1 = 2a_{\infty}$

$n = 2 \quad a \approx 0$

Tổng quát $\begin{cases} \text{n lẻ} & : a_n > a_{\infty} \\ \text{n chẵn} & : a_n < a_{\infty} \end{cases}$

3. Nhiễu xạ gây bởi sóng cầu phát ra từ O qua một đĩa tròn nhỏ

Biên độ ánh sáng tổng hợp tại M (OM là trục của đĩa) :

$$a \approx \frac{a_n}{2} \text{ (n = số đới chứa trong đĩa)} \quad (2–4)$$

nếu $n = 1 \quad a = \frac{a_1}{2} \approx a_{\infty}$

4. Nhiễu xạ gây bởi sóng phẳng qua một khe hẹp chữ nhật (rọi vào theo hướng vuông góc)

Gọi φ là góc lệch của chùm tia nhiễu xạ (so với phương pháp tuyến), ta có :

$$\sin\varphi = 0 \quad \varphi = 0 \Rightarrow \text{cực đại giữa}$$

$$\sin\varphi = k\frac{\lambda}{b} \Rightarrow \text{cực tiểu nhiễu xạ } (k \neq 0) \qquad (2\text{–}5)$$

$$\sin\varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2b} \Rightarrow \text{cực đại phụ} \qquad (2\text{–}6)$$

5. Nhiễu xạ gây bởi sóng phẳng qua một cách tử phẳng (có chu kì d)

Chùm tới vuông góc với mặt phẳng cách tử ; góc nhiễu xạ φ ứng với các vạch sáng cực đại cho bởi :

$$\sin\varphi = k\frac{\lambda}{d} \text{ (k nguyên đại số)} \qquad (2\text{–}7)$$

6. Nhiễu xạ của chùm tia X qua tinh thể

Công thức Vunphơ – Brêgơ cho cực đại nhiễu xạ :

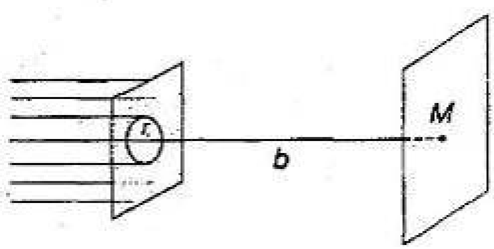
$$2d\sin\varphi = k\lambda$$

d là khoảng cách hai lớp phẳng nguyên tử cạnh nhau ;

φ là góc nhiễu xạ theo phương phản xạ gương.

Bài tập thí dụ 1

Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song, bước sóng $\lambda = 0,5\mu m$, thẳng góc với một lỗ tròn bán kính $r = 1mm$. Sau lỗ tròn có đặt một màn quan sát (hình 2.1). Xác định



Hình 2.1

khoảng cách lớn nhất từ lỗ trên tới màn quan sát để tâm của hình nhiễu xạ trên màn vẫn còn là một vết tối.

Bài giải

Cho $\begin{cases} \lambda = 0.5\mu m = 0{,}5.10^{-6} m \\ r = 1mm = 10^{-3} m. \end{cases}$ *Hỏi : b ?*

Muốn tâm của hình nhiễu xạ trên màn là tối, lỗ tròn phải chứa một số chẵn đới Frênen.

Theo công thức (2–2), khi khoảng cách b từ lỗ tới màn quan sát tăng thì bán kính của mỗi đới cầu r_k cũng tăng ; do đó số đới Frênen vẽ được trên lỗ sẽ giảm. Vì vậy khoảng cách lớn nhất b_{max} để tâm của hình nhiễu xạ trên màn quan sát là tối phải ứng với trường hợp lỗ tròn chứa hai đới Frênen. Nghĩa là bán kính của lỗ tròn phải bằng bán kính của đới cầu thứ hai (**k** = 2)

$$r = r_2 = \sqrt{2}.\sqrt{\frac{Rb\lambda}{R+b}},$$

có thể viết

$$r_2 = \sqrt{2}\sqrt{\frac{b\lambda}{1+\frac{b}{R}}}.$$

Theo đầu bài, chùm tia sáng tới là chùm tia song song, mặt sóng tựa trên lỗ là một mặt phẳng ($R \to \infty$), do đó $\frac{b}{R} \to 0$, ta có

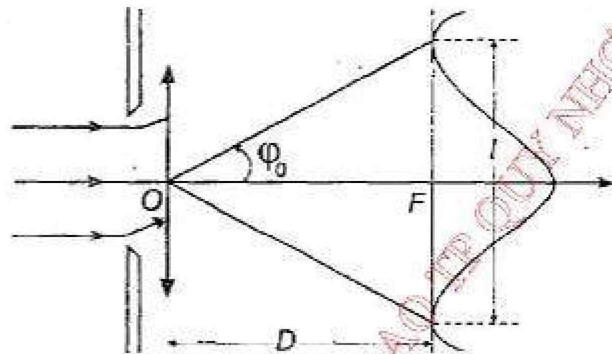
$$r_2 = \sqrt{2}\sqrt{b\lambda},$$

suy ra

$$b_{max} = \frac{r_2^2}{2\lambda} = \frac{(10^{-3})^2}{2.0{,}5.10^{-6}} = 1m.$$

Bài tập thí dụ 2

Một chùm tia sáng đơn sắc song song, bước sóng $\lambda = 0,6\mu m$ được rọi vuông góc với một khe chữ nhật hẹp có bề rộng b = 0,1mm. Ngay sau khe có đặt một thấu kính (hình 2.2).



Hình 2.2

Tìm bề rộng của vân cực đại giữa trên một màn quan sát đặt tại mặt phẳng trên của thấu kính và cách thấu kính D = 1m.

Bài giải

$$Cho \begin{cases} \lambda = 0,6\mu m = 0,6.10^{-6} m \\ b = 0,1mm = 0,1.10^{-3} m \\ D = 1m \end{cases} \qquad Hỏi : l\ ?$$

Theo định nghĩa, bề rộng của vân cực đại giữa là khoảng cách giữa hai cực tiểu nhiễu xạ đầu tiên ở hai bên cực đại giữa. Độ lớn của góc nhiễu xạ φ_0 ứng với các cực tiểu nhiễu xạ đó được xác định bởi (2–5) với $|k| = 1$

$$\sin\varphi_0 = \frac{\lambda}{b}. \qquad (1)$$

Theo hình 2.2, bề rộng l của cực đại giữa bằng

$$l = 2D\text{tg}\varphi_0, \qquad (2)$$

với những góc φ_0 nhỏ thì $\text{tg}\varphi_0 \approx \sin\varphi_0$, do đó từ (1) và (2) suy ra :

$$l = \frac{2D\lambda}{b} = 2\frac{1.0,6.10^{-6}}{0,1.10^{-3}} = 12.10^{-3}\text{m} = 1,2\text{cm}.$$

Bài tập thí dụ 3

Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song có bước sóng $\lambda = 0,5\mu m$ thẳng góc với một cách tử nhiễu xạ. Phía sau cách tử có đặt một thấu kính hội tụ tiêu cự f = 1m. Màn quan sát hình nhiễu xạ được đặt tại mặt phẳng tiêu của thấu kính. Khoảng cách giữa hai vạch cực đại chính của quang phổ bậc 1 bằng $l = 0,202$m. Xác định :

a) Chu kì của cách tử ;

b) Số vạch trên 1m của cách tử ;

c) Số vạch cực đại chính tối đa cho bởi cách tử ;

d) Góc nhiễu xạ ứng với vạch quang phổ ngoài cùng.

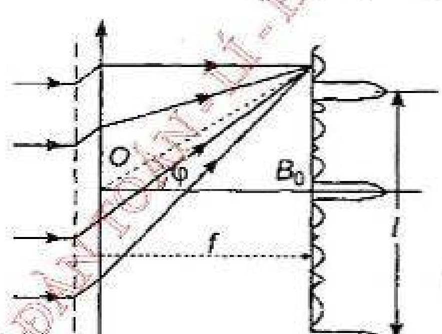
Bài giải

Cho $\begin{cases} \lambda = 0,5\mu m = 0,5.10^{-6}m \\ f = 1m \\ l = 0,202m \end{cases}$ *Hỏi* : d ? n ? N_{max} ? φ_{max} ?

a) Vị trí của các cực đại chính cho bởi công thức (2–7) :

$$\sin\varphi = k\frac{\lambda}{d} = kn\lambda, \qquad (1)$$

trong đó : d là chu kì của cách tử, $n = \frac{1}{d}$ là số khe trên một đơn vị chiều dài của cách tử, φ là góc nhiễu xạ ứng với các cực đại chính.



Hình 2.3

Quang phổ bậc 1 gồm hai vạch cực đại chính ứng với k = ±1. Theo hình 2.3, khoảng cách giữa hai vạch cực đại chính này bằng

$$l = 2f\text{tg}\varphi, \qquad (2)$$

với góc φ nhỏ, có thể coi :

$$\text{tg}\varphi \approx \sin\varphi.$$

Mặt khác theo (1) đối với quang phổ bậc 1, ta có :

$$\sin\varphi = \frac{\lambda}{d}. \qquad (3)$$

Từ các biểu thức (2) và (3), tính được chu kì của cách tử :

$$d = \frac{2f\lambda}{l} = \frac{2.1.0,5.10^{-6}}{0,202} = 4,95.10^{-6}\,m = 4,95\mu m.$$

b) Số vạch trên 1cm của cách tử :

$$n = \frac{1}{d} = \frac{1}{4,95.10^{-6}.10^{2}\,cm} = 2020cm^{-1}.$$

c) Từ công thức xác định vị trí của các cực đại chính ta rút ra

$$k = \frac{d\sin\varphi}{\lambda}, \text{ với } k = 0, \pm1, \pm2, ...$$

Ứng với mỗi giá trị của k, ta có một vạch cực đại chính, nhưng vì giá trị cực đại của sinφ bằng 1 nên giá trị cực đại của k bằng :

$$k_{max} = \frac{d}{\lambda} = \frac{4,95.10^{-6}}{0,5.10^{-6}} = 9,9.$$

Vì k phải là các số nguyên nên nếu có chỉ có thể lấy các giá trị $k_o = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm5, \pm6, \pm7, \pm8, \pm9$.

Nghĩa là số vạch cực đại chính tối đa, cho bởi cách tử bằng :

$$N_{max} = 2k_{omax} + 1 = 19,$$

trong đó có một vạch cực đại chính giữa (**k = 0**) và chín cặp vạch cực đại chính ở hai bên vạch cực đại chính giữa ứng với các quang phổ từ bậc 1 đến bậc 9. Các vạch quang phổ ngoài cùng ứng với $\mathbf{k_o} = \pm9$.

d) Góc nhiễu xạ φ_{max} ứng với vạch cực đại chính (vạch quang phổ) ngoài cùng (chẳng hạn lấy $k_{omax} = 9$) được xác định bởi công thức :

$$\sin\varphi_o = \frac{k_{omax}.\lambda}{d} = \frac{9.0,5.10^{-6}}{4,95.10^{-6}} = 0,91.$$

suy ra : $\varphi_{max} = 65^o30'$.

Vậy hai vạch quang phổ ngoài cùng đối xứng với nhau đối với trục chính của thấu kính và được xác định bởi các góc $65^{o}30'$ và $-65^{o}30'$.

Bài tập thí dụ 4

Dọi chùm sáng song song đơn sắc (λ) vào một cách tử phẳng (dùng ánh sáng truyền qua) có chu kì d, hướng của chùm ánh sáng tới nghiêng góc φ_o với pháp tuyến của cách tử.

1) Xét chùm ánh sáng nhiễu xạ hợp với pháp tuyến của cách tử góc φ. Chứng tỏ rằng, góc φ ứng với cực đại nhiễu xạ khi

$$\sin\varphi = \sin\varphi_o + k\frac{\lambda}{d}$$

k là bậc của cực đại nhiễu xạ.

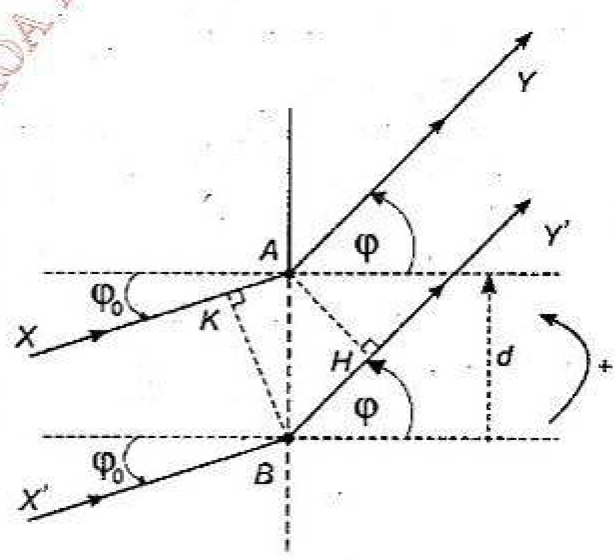
2) Với bậc k xác định thì φ là hàm số của φ_o và góc lệch $D = \varphi - \varphi_o$ của chùm nhiễu xạ so với chùm tới cũng là hàm số của φ_o. Chứng tỏ rằng hàm số đó có giá trị cực tiểu ($\neq 0$) mà ta phải xác định.

Bài giải

1) Xét hai tia tới xA và x'B dọi vào 2 khe cạnh nhau của cách tử : hai tia này ứng với 2 tia nhiễu xạ Ay và By' cùng nghiêng góc φ so với pháp tuyến. Dựng $BK \perp xA$ và $AH \perp By'$. Theo định lí Malus, các quang lộ

$$(xK) = (x'B)$$

và $$(Ay) = (Hy')$$



Hình 2.4

Hiệu quang lộ giữa 2 tia (xAy) và (x'By') có thể tính

$$\underbrace{(x'By') - (xAy)}_{\delta} = (BH) - (KA)$$

$$= d\sin\varphi - d\sin\varphi_o$$

$$= d(\sin\varphi - \sin\varphi_o)$$

Phép tính trên đây đúng với hai chùm tia bất kì dọi vào hai khe cạnh nhau của cách tử. Khi $\delta = k\lambda$ (k : nguyên đại số) thì hai chùm tia dọi vào 2 khe cạnh nhau bất kì cùng pha nghĩa là *mọi chùm tia ứng với các góc (φ_o, φ) đều cùng pha* : kết quả chúng tạo nên 1 cực đại nhiễu xạ (φ_o, φ). Điều kiện :

$$\delta = d\sin\varphi - d\sin\varphi_o = k\lambda$$

cho $$\sin\varphi = \sin\varphi_o + k\frac{\lambda}{d} \quad (*)$$

2) Ta đạo hàm $D(\varphi_o)$ theo φ_o :

$$D = \varphi - \varphi_o$$

$$\frac{dD}{d\varphi_o} = \frac{d\varphi}{d\varphi_o} - 1$$

Mặt khác đạo hàm hai vế của (*) theo φ_o (k không đổi) :

$$\cos\varphi\frac{d\varphi}{d\varphi_o} = \cos\varphi_o$$

$$\frac{d\varphi}{d\varphi_o} = \frac{\cos\varphi_o}{\cos\varphi}$$

Vậy $$\frac{dD}{d\varphi_o} = \frac{\cos\varphi_o}{\cos\varphi} - 1$$

Cực trị của D ứng với $\frac{dD}{d\varphi_o} = \frac{\cos\varphi_o}{\cos\varphi} - 1 = 0 \Rightarrow \cos\varphi = \cos\varphi_o \Rightarrow$

$\Rightarrow \varphi = \pm\varphi_o$.

Trường hợp $\varphi = \varphi_o$ (k = 0) ứng với *chùm tia truyền qua cộng tuyến với chùm tia tới* (không nhiễu xạ).

Trường hợp $\varphi = -\varphi_o$ $(k \neq 0)$ *:* chùm tia truyền qua và chùm tia tới *đối xứng nhau qua mặt phẳng cách tử.* Để dòng nghiệm $D_m = \varphi - \varphi_o$ là cực tiểu với $\sin\varphi_o = -k\dfrac{\lambda}{2d}$.

BÀI TẬP

2.1. Tìm diện tích của mỗi đới cầu Frênen và chứng minh rằng nếu bỏ qua số hạng chứa λ^2 (λ – bước sóng ánh sáng) thì diện tích của tất cả các đới cầu Frênen đều bằng nhau.

2.2. Tính bán kính của đới cầu Frênen thứ k. Suy ra bán kính của bốn đới cầu Frênen đầu tiên nếu bán kính của mặt sóng R = 1m, khoảng cách từ tâm sóng đến điểm quan sát bằng 2m, bước sóng ánh sáng dùng trong thí nghiệm $\lambda = 5.10^{-7}$m.

2.3. Tính bán kính của 5 đới Frênen trong trường hợp sóng phẳng. Biết rằng khoảng cách từ mặt sóng đến điểm quan sát là b = 1m, bước sóng ánh sáng dùng trong thí nghiệm $\lambda = 5.10^{-7}$m.

2.4. Một nguồn sáng điểm chiếu ánh sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 0{,}50\mu m$ vào một lỗ tròn bán kính r = 1,0mm. Khoảng cách từ nguồn sáng tới lỗ tròn R = 1m. Tìm khoảng cách từ lỗ tròn tới điểm quan sát để lỗ tròn chứa ba đới Frênen.

2.5. Chiếu ánh sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 0{,}5\mu m$ vào một lỗ tròn bán kính chưa biết. Nguồn sáng điểm đặt cách lỗ tròn 2m, sau lỗ tròn 2m có đặt một màn quan sát. Hỏi bán kính của lỗ tròn phải bằng bao nhiêu để tâm của hình nhiễu xạ là tối nhất.

2.6. Người ta đặt một màn quan sát cách một nguồn sáng điểm (phát ra ánh sáng có bước sóng $\lambda = 0{,}6\mu m$) một khoảng x. Chính giữa khoảng x có đặt một màn tròn chắn sáng, đường kính 1mm. Hỏi x phải bằng bao nhiêu để điểm M_o trên màn quan sát có độ sáng gần giống như lúc chưa đặt màn tròn, biết rằng điểm M_o và nguồn sáng đều nằm trên trục của màn tròn.

2.7. Một màn ảnh được đặt cách một nguồn sáng điểm đơn sắc ($\lambda = 0,5\mu m$) một khoảng 2m. Chính giữa khoảng ấy có đặt một lỗ tròn đường kính 0,2cm. Hỏi hình nhiễu xạ trên màn ảnh có tâm sáng hay tối ?

2.8. Giữa nguồn sáng điểm và màn quan sát người ta đặt một lỗ tròn. Bán kính của lỗ tròn bằng r và có thể thay đổi được trong quá trình thí nghiệm. Khoảng cách giữa lỗ tròn và nguồn sáng R = 100cm, giữa lỗ tròn và màn quan sát b = 125cm.

Xác định bước sóng ánh sáng dùng trong thí nghiệm nếu tâm của hình nhiễu xạ có độ sáng cực đại khi bán kính của lỗ r_1 = 1mm và có độ sáng cực đại tiếp theo khi bán kính của lỗ r_2 = 1,29mm.

2.9. Trên đường đi của một chùm tia sáng đơn sắc có cường độ sáng I_o, người ta đặt lần lượt một màn có lỗ tròn và một màn quan sát (song song với nó). Hỏi cường độ sáng tại tâm của màn quan sát (nằm đối diện với tâm của lỗ tròn) sẽ bằng bao nhiêu nếu :

a) Kích thước của lỗ tròn bằng :

+ Kích thước của đới cầu Frênen thứ nhất ?

+ Kích thước của nửa đầu của đới cầu thứ nhất ?

b) Kích thước của lỗ tròn bằng kích thước của đới cầu Frênen thứ nhất nhưng nửa trên của nó bị che kín ?

c) Màn có lỗ tròn được thay bằng một đĩa tròn có kích thước bằng đới cầu Frênen thứ nhất.

2.10. Cho một bản phẳng trong suốt khá lớn. Ở một phía của bản có phủ một lớp nhựa mỏng trong suốt. Người ta cạo lớp nhựa ở giữa bản đi để tạo thành một lỗ tròn tương ứng với 1,5 đới cầu Frênen đầu tiên.

Hỏi bề dày của lớp nhựa phải bằng bao nhiêu để cường độ sáng tại tâm của hình nhiễu xạ là cực đại ? Biết rằng bước sóng của ánh sáng dùng trong thí nghiệm $\lambda = 0,60\mu m$, chiết suất của lớp nhựa n = 1.50.

2.11. Trên đường đi của một sóng phẳng ánh sáng (bước sóng $\lambda = 0{,}54\mu m$) người ta đặt một thấu kính hội tụ mỏng tiêu cự f = 50cm, ngay sau thấu kính đặt một lỗ tròn rồi ở sau và cách lỗ tròn một đoạn b = 75cm có đặt một màn quan sát. Hỏi lỗ tròn phải có bán kính bằng bao nhiêu để tâm của hình nhiễu xạ trên màn là cực đại sáng ?

2.12. Một chùm tia sáng đơn sắc sóng song bước sóng $\lambda = 0{,}589\mu m$ chiếu thẳng góc với một khe hẹp có bề rộng $b = 2\mu m$. Hỏi những cực tiểu nhiễu xạ được quan sát dưới những góc nhiễu xạ bằng bao nhiêu (so với phương ban đầu).

2.13. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song vuông góc với một khe hẹp. Bước sóng ánh sáng tới bằng $\frac{1}{6}$ bề rộng của khe. Hỏi cực tiểu nhiễu xạ thứ ba được quan sát dưới góc lệch bằng bao nhiêu ?

2.14. Một chùm tia sáng đơn sắc song song ($\lambda = 5.10^{-5}$cm) được rọi thẳng góc với một khe hẹp có bề rộng $b = 2.10^{-3}$cm. Tính bề rộng của ảnh của khe trên một màn quan sát đặt cách khe một khoảng d = 1m (bề rộng của ảnh là khoảng cách giữa hai cực tiểu đầu tiên ở hai bên cực đại giữa).

2.15. Tìm góc nhiễu xạ ứng với các cực tiểu nhiễu xạ đầu tiên nằm ở hai bên cực đại giữa trong nhiễu xạ Fraunôfe qua một khe hẹp (bề rộng $b = 10\mu m$) biết rằng chùm tia sáng đập vào khe với góc tới $\theta = 30^o$ và bước sóng ánh sáng $\lambda = 0{,}50\mu m$.

2.16. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song (bước sóng $\lambda = 4358{,}34$Å) vuông góc với một cách tử truyền qua. Tìm góc lệch ứng với vạch quang phổ thứ ba biết rằng trên 1mm của cách tử có 500 vạch.

2.17. Vạch quang phổ ứng với bước sóng $\lambda = 0{,}5461\mu m$ trong quang phổ bậc 1 của hơi thuỷ ngân được quan sát với góc $\varphi = 19^o8'$. Hỏi số vạch trên 1mm của cách tử.

2.18. Một chùm tia sáng được rọi vuông góc với một cách tử. Biết rằng góc nhiễu xạ đối với vạch quang phổ $\lambda_1 = 0{,}65\mu m$ trong quang phổ bậc hai bằng $\varphi_1 = 45^0$. Xác định góc nhiễu xạ ứng với vạch quang phổ $\lambda = 0{,}50\mu m$ trong quang phổ bậc ba.

2.19. Một chùm tia sáng phát ra từ một ống phóng điện chứa đầy khí hiđrô tới đập vuông góc với một cách tử nhiễu xạ. Theo phương $\varphi = 41^0$ người ta quan sát thấy có hai vạch $\lambda_1 = 0{,}6563\mu m$ và $\lambda_2 = 0{,}4102\mu m$ ứng với bậc quang phổ bé nhất trùng nhau. Hãy xác định chu kì của cách tử.

2.20. Chiếu một chùm tia sáng trắng song song vuông góc với một cách tử nhiễu xạ. Dưới một góc nhiễu xạ 35^0, người ta quan sát thấy hai vạch cực đại ứng với các bước sóng $\lambda_1 = 0{,}63\mu m$ và $\lambda_2 = 0{,}42\mu m$ trùng nhau.

Xác định chu kì của cách tử biết rằng bậc cực đại đối với vạch thứ hai trong quang phổ của cách tử bằng 5.

2.21. Trong một thí nghiệm đo bước sóng ánh sáng, người ta dùng một cách tử phẳng truyền qua dài 5cm, ánh sáng tới vuông góc với mặt của cách tử.

Đối với ánh sáng natri ($\lambda = 0{,}589\mu m$) góc nhiễu xạ ứng với vạch quang phổ bậc 1 bằng $17^0 8'$.

Đối với ánh sáng đơn sắc có bước sóng cần đo, người ta quan sát thấy vạch quang phổ bậc 3 dưới góc nhiễu xạ $24^0 12'$.

a) Tìm tổng số khe trên cách tử.

b) Xác định bước sóng ánh sáng đơn sắc cần đo.

2.22. Một chùm ánh sáng trắng song song tới đập vuông góc với mặt của một cách tử phẳng truyền qua (có 50 vạch/mm).

a) Xác định các góc lệch ứng với cuối quang phổ bậc 1 và đầu quang phổ bậc 2. Biết rằng bước sóng của tia hồng ngoại và tia cực tím lần lượt bằng $0{,}760\mu m$ và $0{,}400\mu m$.

b) Tính hiệu các góc lệch của cuối quang phổ bậc hai và đầu quang phổ bậc ba.

2.23. Cho một cách tử có chu kì 2μm.

a) Hãy xác định số vạch cực đại chính tối đa cho bởi cách tử nếu ánh sáng dùng trong thí nghiệm là ánh sáng vàng của ngọn lửa natri (λ = 5890Å).

b) Tìm bước sóng cực đại mà ta có thể quan sát được trong quang phổ cho bởi cách tử đó.

2.24. Một chùm tia sáng đơn sắc tới vuông góc với một cách tử có chu kì 2,2μm. Hãy xác định bước sóng của ánh sáng tới nếu góc giữa các vạch cực đại của quang phổ bậc 1 và bậc 2 bằng 15^o.

2.25. Cho một cách tử phẳng phản chiếu, chu kì d = 1mm, chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song vào cách tử với góc tới $\theta = 89^o$. Với góc nhiễu xạ $\varphi = 87^o$, người ta quan sát được vạch cực đại bậc hai.

Hãy xác định bước sóng của ánh sáng tới.

2.26. Rọi một chùm tia sáng đơn sắc bước sóng 0,510μm lên một cách tử nhiễu xạ truyền qua có chu kì 1,50μm, góc tới bằng 60^o. Xác định góc nhiễu xạ (tính từ pháp tuyến của cách tử) để có thể quan sát thấy vạch cực đại ứng với bậc quang phổ lớn nhất.

2.27. Cho một cách tử nhiễu xạ có hằng số bằng 2μm. Sau cách tử đặt một thấu kính hội tụ, trên mặt phẳng tiêu của thấu kính người ta đặt một màn quan sát. Khoảng cách giữa hai vạch cực đại của kali (ứng với các bước sóng 4044Å và 4047Å) trong quang phổ bậc nhất trên màn quan sát bằng 0,1mm. Hãy tìm tiêu cự của thấu kính.

2.28. Chiếu sáng vuông góc với mặt phẳng của một cách tử nhiễu xạ bằng một thị kính. Khi quay thị kính một góc φ nào đó, người ta quan sát thấy vạch quang phổ bậc ba ứng với bước sóng $\lambda = 4,4.10^{-4}$mm. Hỏi dưới cùng góc φ đó người ta có thể quan sát thấy vạch quang phổ ứng với bước sóng nào nằm trong giới hạn từ $\lambda_1 = 4.10^{-4}$mm. đến $\lambda_2 = 7.10^{-4}$mm. Vạch đó thuộc quang phổ bậc mấy ?

2.29. Hãy xác định khoảng cách giữa hai vạch của một hồ quang thuỷ ngân (có bước sóng 5770Å và 5791Å) trong quang phổ bậc 1, biết rằng quang phổ này cho bởi một cách tử có chu kì $d = 2.10^{-4}$cm và được quan sát trong mặt phẳng tiêu của một thấu kính hội tụ đặt ngay sau cách tử, có tiêu cự f = 0,6m.

2.30. Để nghiên cứu cấu trúc của tinh thể, người ta chiếu một chùm tia Rơnghen bước sóng $\lambda = 10^{-8}$cm vào tinh thể và quan sát hình nhiễu xạ của nó.

Xác định khoảng cách giữa hai lớp iôn (nút mạng) liên tiếp, biết rằng góc tới của chùm tia Rơnghen trên các lớp iôn bằng 30^o và bậc của cực đại nhiễu xạ tương ứng k = 3.

2.31. Một chùm tia Rơnghen hẹp tới đập vào mặt tự nhiên của đơn tinh thể NaCl dưới góc tới bằng 30^o. Theo phương phản xạ gương trên mặt đa tinh thể, người ta quan sát thấy cực đại nhiễu xạ bậc hai.

Xác định bước sóng của ánh sáng tới biết rằng khoảng cách giữa các mặt phẳng nguyên tử liên tiếp bằng $2,82.10^{-10}$m.

2.32. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song bước sóng $\lambda = 0,589\mu m$ vuông góc với một cách tử nhiễu xạ có chu kì $d = 2,5.10^{-6}$m. Tính độ tán sắc góc của cách tử ứng với quang phổ bậc 1 (độ tán sắc góc của một cách tử là một đại lượng vật lí đo bằng $D = \frac{d\varphi}{d\lambda}$, trong đó φ là góc nhiễu xạ ứng với các vạch cực đại chính, λ – bước sóng ánh sáng).

2.33. Một chùm tia sáng được chiếu thẳng góc với một cách tử nhiễu xạ. Trong quang phổ bậc 3, vạch đỏ ($\lambda = 6300$Å) được quan sát với góc nhiễu xạ $\varphi = 60^o$.

a) Hỏi với góc nhiễu xạ trên, người ta sẽ quan sát thấy vạch quang phổ ứng với bước sóng bằng bao nhiêu trong quang phổ bậc bốn ?

b) Tìm số khe trên 1mm chiều dài của cách tử.

c) Độ tán sắc góc của cách tử đối với vạch $\lambda = 6300$Å trong quang phổ bậc ba bằng bao nhiêu ?

2.34. Góc tới của chùm ánh sáng đơn sắc ($\lambda = 0,6\mu m$) chiếu vào cách tử bằng $\theta = 30^{o}$, cách tử có chu kì $d = 1,5\mu m$.

Tìm độ tán sắc góc của cách tử ứng với vạch cực đại bậc ba.

2.35. Độ tán sắc dài D_1 liên hệ với độ tán sắc góc D bởi hệ thức $D_1 = fD$, trong đó f là tiêu cự của thấu kính dùng để chiếu quang phổ lên màn quan sát (đặt tại mặt phẳng tiêu của thấu kính).

Tìm độ tán sắc dài của cách tử đối với ánh sáng bước sóng $\lambda = 0,668\mu m$ biết rằng chu kì của cách tử bằng 5.10^{-4}cm, thấu kính có tiêu cự $f = 0,4$m.

2.36. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 0,589\mu m$ vuông góc với một cách tử nhiễu xạ. Cách tử chứa $N = 10^4$ khe, có chu kì $d = 1,5\mu m$.

Xác định bề rộng góc của vạch cực đại nhiễu xạ (hay cực đại chính) bậc hai biết rằng giữa hai cực đại nhiễu xạ, vị trí của các cực tiểu phụ được xác định bởi :

$$\sin\varphi = \frac{k'\lambda}{Nd} \quad \text{với } k' = 1, 2, ..., N-1.$$

2.37. Một cách tử nhiễu xạ có bề rộng 3cm, chu kì bằng $3\mu m$.

Tìm :

a) Năng suất phân li của cách tử trong quang phổ bậc hai

b) Bước sóng của vạch quang phổ nằm cạnh vạch màu xanh ($\lambda = 0,5\mu m$) mà ta có thể phân biệt được. (Năng suất phân li của một cách tử được tính bởi công thức $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nk$).

2.38. Một cách tử nhiễu xạ có bề rộng $l = 2,5$cm, số khe trên đơn vị chiều dài của nó bằng $n = 400$ khe/mm. Xác định :

a) Năng suất phân li của cách tử đối với quang phổ bậc ba ;

b) Hiệu bước sóng nhỏ nhất của hai vạch quang phổ có cùng cường độ sóng ở gần bước sóng $\lambda = 0,56\mu m$ mà cách tử có thể phân li được trong quang phổ bậc lớn nhất, biết rằng ánh sáng chiếu thẳng góc với cách tử.

2.39. Hỏi cách tử phải có số khe ít nhất bằng bao nhiêu để nó có thể phân li được hai vạch vàng của natri ($\lambda_1 = 5890Å$, $\lambda_2 = 5896Å$), biết rằng chu kì của cách tử bằng 2,5μm ?

Chương 3

PHÂN CỰC ÁNH SÁNG

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Định luật Maluyt

Khi cho một chùm tia sáng tự nhiên rọi qua kính phân cực và kính phân tích đặt kế tiếp nhau thì cường độ sáng I_2 sau kính phân tích cho bởi định luật Maluyt :

$$I_2 = I_1\cos^2\alpha. \qquad (3-1)$$

Trong đó I_1 là cường độ sáng sau kính phân cực ; α – góc giữa hai tiết diện chính (chứa quang trục) của kính phân cực và kính phân tích.

2. Phân cực ánh sáng do phản xạ – Góc tới Briuxtơ

Khi ánh sáng tự nhiên phản xạ trên mặt phân cách của hai môi trường, ánh sáng phản xạ sẽ bị phân cực toàn phần nếu góc tới i_B thoả mãn điều kiện :

$$\mathrm{tg}\, i_B = n_{21}. \qquad (3-2)$$

Trong đó i_B được gọi là góc tới Briuxtơ, n_{21} là chiết suất tỉ đối của môi trường chứa tia khúc xạ so với môi trường chứa tia tới.

3. Cường độ sáng sau các lăng kính Nicôn

Khi rọi một chùm tia sáng tự nhiên qua hai lăng kính Nicôn đặt kế tiếp nhau thì cường độ sáng I_2 sau lăng kính nicôn thứ hai bằng :

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha. \tag{3–3}$$

trong đó : I_1 là cường độ sáng sau lăng kính nicôn thứ nhất ;

α là góc giữa hai mặt phẳng chính của hai lăng kính nicôn.

4. Ánh sáng phân cực elip và phân cực tròn

Khi rọi ánh sáng phân cực toàn phần vuông góc với mặt trước của một bản tinh thể thì ánh sáng sau bản tinh thể là ánh sáng phân cực elip. Mút của vectơ dao động sáng tổng hợp sau bản tinh thể chuyển động trên một elip có phương trình :

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - \frac{2xy}{a_1 a_2}\cos\Delta\varphi = \sin^2\Delta\varphi, \tag{3–4}$$

với x, y là độ dời dao động của vectơ dao động sáng của tia thường và tia bất thường, a_1, a_2 là các biên độ của chúng và : $\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}(n_o - n_e)$ *là hiệu pha của các tia thường và bất thường* (trong đó : λ – bước *sóng ánh sáng trong chân không* ; n_o, n_e – chiết suất của tinh thể đối *với tia thường* và *tia bất thường* ; d – bề dày của bản tinh thể).

Bản $\frac{1}{4}$ sóng có bề dày :

$$d = \frac{(2k+1)\lambda}{4(n_o - n_e)},\ k = 0, 1, 2, \ldots \tag{3–5}$$

$\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ (ánh sáng ló ra phân cực elip hay tròn)

Bản $\frac{1}{2}$ sóng có bề dày :

$$d = \frac{(2k+1)\lambda}{2(n_o - n_e)}. \tag{3–6}$$

$\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ (ánh sáng ló ra phân cực thẳng)

Bản 1 sóng có bề dày :

$$d = \frac{k\lambda}{n_o - n_e}, \qquad k = 1, 2, 3... \tag{3-7}$$

$\Delta\varphi = 2k\pi$ (ánh sáng ló ra phân cực thẳng)

5. Hiệu ứng Ke

Hiệu pha giữa hai dao động của tia thường và tia bất thường sau khi đi qua lớp chất lỏng có bề dày d được tính bởi công thức :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d = 2\pi\frac{k}{\lambda}E^2d = 2\pi BE^2d$$

trong đó k là một hệ số tỉ lệ phụ thuộc bản chất của chất lỏng ;

$B = \frac{k}{\lambda}$ – hằng số Ke ;

E – cường độ điện trường đặt vào chất lỏng.

6. Sự quay của mặt phẳng phân cực

a) Đối với tinh thể đơn trục

Khi rọi ánh sáng phân cực thẳng dọc theo quang trục, mặt phẳng phân cực sẽ bị quay đi một góc :

$$\alpha = [\alpha]\rho d, \tag{3-8}$$

trong đó : $[\alpha]$ là góc quay nghiêng,

ρ – khối lượng riêng của tinh thể,

d – bề dày của bản.

b) Đối với các chất vô định hình (quang hoạt)

$$\alpha = [\alpha]Cd \tag{3-9}$$

trong đó C là nồng độ của chất quang hoạt.

Bài tập thí dụ 1

Hỏi góc nghiêng của Mặt Trời so với chân trời (mặt phẳng nằm ngang) phải bằng bao nhiêu để những tia sáng mặt trời phản chiếu trên mặt nước hồ bị phân cực toàn phần ? Biết rằng chiết suất của nước hồ n = 1,33.

Bài giải

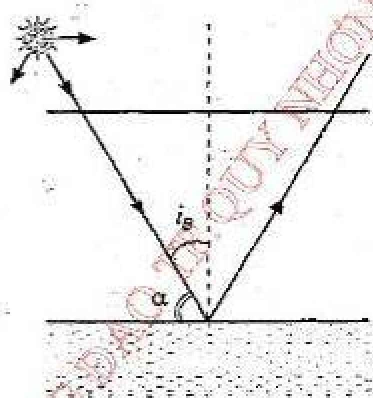
Cho n = 1,33 *Hỏi : α ?*

Theo định luật Briuxtơ, muốn tia sáng phản chiếu bị phân cực toàn phần thì góc tới của nó phải bằng góc tới Briuxtơ, xác định bởi công thức (3–2) :

$$\text{tg}i_B = n = 1{,}33, \text{ suy ra } i_B = 53^o5$$

Do đó tính được góc nghiêng của Mặt Trời so với đường chân trời (hình 3.1).

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - i_B = 36^o55' \approx 37^o.$$



Hình 3.1

Bài tập thí dụ 2

Cho một lăng kính nicôn có tính chất sau : nó chỉ cho tia bất thường đi qua ; khi truyền trong nicôn, tia bất thường này có phương song song với cạnh dài của nicôn, góc tới của tia thường trên lớp nhựa Canađa vượt quá góc giới hạn của hiện tượng phản xạ toàn phần $1^o45'$.

a) Xác định góc giữa đáy của lăng kính nicôn với cạnh dài của nó, biết rằng chiết suất của lăng kính đối với tia thường là $n_o = 1{,}658$, đối với tia bất thường là $n_e = 1{,}516$, chiết suất của lớp nhựa Canađa bằng n = 1,54.

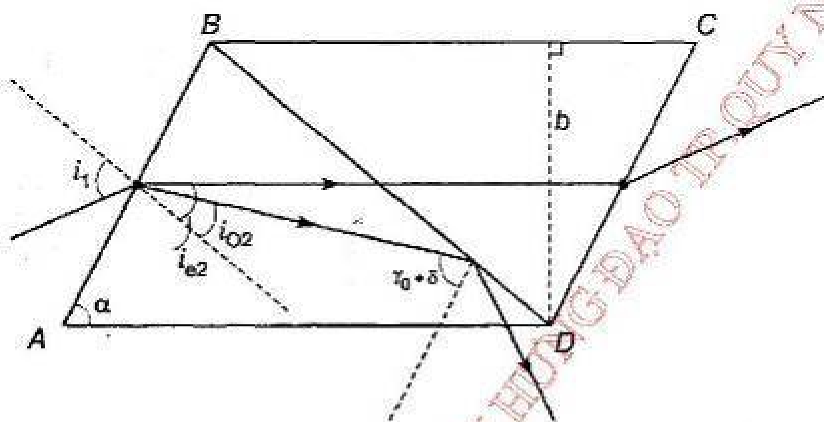
b) Tính tỉ số giữa bề dài a và bề rộng b của lăng kính.

Bài giải

$$Cho \begin{cases} \delta = 1^o45', \\ n_o = 1{,}658, \\ n_e = 1{,}516, \\ n = 1{,}54. \end{cases} \qquad Hỏi : \alpha ? \ \frac{a}{b} ?$$

a) Xem cấu tạo của lăng kính nicôn và sự truyền của ánh sáng qua lăng kính nicôn, giáo trình VLĐC – tập III, Nhà XBGD.

Gọi i_1 là góc tới của tia sáng trên mặt đáy của lăng kính ; i_{o2} và i_{e2} là các góc khúc xạ đối với tia thường o và tia bất thường e (hình 3.2).



Hình 3.2

Theo định luật khúc xạ ánh sáng ta có :

$\sin i_1 = n_e \sin i_{e2}$ (đối với tia e),

$\sin i_1 = n_o \sin i_{o2}$ (đối với tia o).

Suy ra : $$\frac{\sin i_{e2}}{\sin i_{o2}} = \frac{n_o}{n_e}. \quad (1)$$

Mặt khác, theo đầu bài thì tia bất thường song song với cạnh dài AD của lăng kính, do đó :

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - i_{e2}, \quad (2)$$

và góc tới của tia thường trên lớp nhựa Canađa bằng $\gamma + \delta$ (γ_o là góc giới hạn của hiện tượng phản xạ toàn phần), nên :

$$i_{o2} = \frac{\pi}{2} - (\gamma_o + \delta), \quad (3)$$

với $$\sin \gamma_o = \frac{n}{n_o} \quad (4)$$

($\frac{n}{n_o}$ là chiết suất tỉ đối của nhựa Canađa đối với tinh thể băng lan ứng với tia thường).

Thay các giá trị của n, n_o, n_e vào (1), (2), (3), (4), ta tính được :

$$\gamma_o = 68^o15', i_{o2} = 20^o, i_{e2} = 22^o.$$

$$\alpha = 90^o - 22^o = 68^o.$$

b) Xét tam giác BDA, ta có :

$$BD = a\sin\alpha = \frac{b}{\cos\alpha},$$

suy ra : $$\frac{a}{b} = \frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{2}{\sin 2\alpha} = \frac{2}{\sin 136^o} = 2,88.$$

BÀI TẬP

3.1. Một chùm tia sáng tự nhiên sau khi truyền qua một cặp kính phân cực và kính phân tích, cường độ sáng giảm đi 4 lần ; coi phần ánh sáng bị hấp thụ không đáng kể :

Hãy xác định góc hợp bởi tiết diện chính của hai kính trên.

3.2. Góc hợp bởi hai tiết diện chính của kính phân cực và kính phân tích bằng α_o, cho một chùm tia sáng tự nhiên lần lượt truyền qua hai kính đó. Biết rằng hai kính cùng hấp thụ và phản xạ 8% cường độ của chùm tia sáng đập vào chúng ; sau khi truyền qua kính phân tích, cường độ sáng bằng 9% cường độ ánh sáng tự nhiên tới kính phân cực. Hãy xác định góc α.

3.3. Mặt phẳng chính (mặt phẳng dao động) của hai lăng kính nicôn N_1 và N_2 hợp với nhau một góc $\alpha = 60^o$. Hỏi :

a) Cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần sau khi đi qua một nicôn (N_1) ?

b) Cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần sau khi đi qua cả hai nicôn ?

Biết rằng khi truyền qua mỗi lăng kính nicôn, ánh sáng bị phản xạ và hấp thụ mất k = 5%.

3.4. Ánh sáng phản chiếu trên một mặt thuỷ tinh đặt trong không khí sẽ bị phân cực toàn phần khi góc khúc xạ $\gamma = 30^o$.

Tìm chiết suất của loại thuỷ tinh trên.

3.5. Chiếu một chùm ánh sáng tự nhiên lên mặt một bản thuỷ tinh nhẵn bóng, nhúng trong một chất lỏng. Tia phản xạ (trên mặt bản thuỷ tinh) hợp với tia tới một góc $\varphi = 97^o$, và bị phân cực toàn phần. Xác định chiết suất của chất lỏng, cho $n_{tt} = 1,5$.

3.6. Xác định góc tới Briuxtơ của một mặt thuỷ tinh có chiết suất $n_1 = 1,57$ khi môi trường ánh sáng tới là :

a) Không khí.

b) Nước (có chiết suất $n_2 = \frac{4}{3}$).

3.7. Một chất có góc giới hạn của hiện tượng phản xạ toàn phần bằng 45^o. Tìm góc tới Briuxtơ ứng với chất đó.

3.8. Một chùm tia sáng, sau khi truyền qua chất lỏng đựng trong một bình thuỷ tinh, phản xạ trên đáy bình. Tia phản xạ bị phân cực toàn phần khi góc tới trên đáy bình bằng $45^o37'$, chiết suất của bình thuỷ tinh n = 1,5. Tính :

a) Chiết suất của chất lỏng ;

b) Góc tới trên đáy bình để chùm tia phản xạ trên đó phản xạ toàn phần.

3.9. Một chùm tia sáng phân cực phẳng (có bước sóng trong chân không $\lambda = 0,589\mu m$) được rọi thẳng góc với quang trục của một bản tinh thể băng lan. Chiết suất của tinh thể băng lan đối với tia thường và tia bất thường lần lượt bằng $n_o = 1,658$ và $n_e = 1,488$.

Tìm bước sóng của tia thường và tia bất thường trong tinh thể.

3.10. Áp dụng nguyên lí Huyghen, vẽ mặt đầu sóng và hướng truyền của tia thường và tia bất thường trong một tinh thể đơn trục dương nếu quang trục của nó :

a) Vuông góc với mặt phẳng tới và song song với mặt tinh thể ;

b) Nằm trong mặt phẳng tới và song song với mặt tinh thể ;

c) Nằm trong mặt phẳng tới và nghiêng trên mặt tinh thể một góc 45^0, tia tới vuông góc với quang trục.

3.11. Tìm bề dày của bản $\frac{1}{2}$ sóng nếu chiết suất của bản đối với tia thường và tia bất thường lần lượt bằng $n_o = 1,658$ và $n_e = 1,488$; bước sóng ánh sáng $\lambda = 0,589\mu m$.

3.12. Tìm bề dày nhỏ nhất của bản $\frac{1}{4}$ sóng nếu chiết suất của bản đối với tia thường và tia bất thường lần lượt bằng $n_o = 1,658$ và $n_e = 1,488$, bước sóng ánh sáng $\lambda = 0,545\mu m$.

3.13. Một bản tinh thể được cắt song song với quang trục và có bề dày $d = 0,25\mu m$, được dùng làm bản $\frac{1}{4}$ sóng (đối với bước sóng $\lambda = 0,530\mu m$).

Hỏi, đối với những bước sóng nào của ánh sáng trong vùng quang phổ thấy được, nó cũng là một bản $\frac{1}{4}$ sóng ? Coi rằng đối với mọi bước sóng trong vùng quang phổ thấy được ($\lambda_o = 0,4\mu m \div 0,7\mu m$) hiệu chiết suất của tinh thể đối với tia thường và tia bất thường, đều bằng nhau và bằng :

$$n_e - n_o = 0,009.$$

3.14. Người ta cắt một bản thạch anh song song với quang trục, với bề dày không quá 0,50mm.

Tìm bề dày lớn nhất của bản để một chùm ánh sáng phân cực thẳng bước sóng $\lambda = 0,589\mu m$ sau khi truyền qua bản :

a) Mặt phẳng phân cực chỉ bị quay một góc nào đó ;

b) Trở thành ánh sáng phân cực tròn.

Biết rằng hiệu chiết suất của tinh thể đối với tia bất thường và tia thường $n_e - n_o = 0,009$.

3.15. Tìm bề dày nhỏ nhất của một bản thạch anh có mặt được cắt song song với quang trục để ánh sáng phân cực thẳng sau khi truyền qua bản trở thành ánh sáng phân cực tròn. Với ánh sáng có bước sóng $\lambda = 5.10^{-7}$m, chiết suất của bản tinh thể đối với tia thường và tia bất thường lần lượt bằng $n_o = 1,5442$ và $n_e = 1,5533$.

3.16. Một bản thạch anh được cắt song song với quang trục và đặt vào giữa hai nicôn bắt chéo nhau sao cho quang trục của bản hợp với mặt phẳng chính của các nicôn một góc $\alpha = 45^o$.

Tìm bề dày nhỏ nhất của bản để ánh sáng bước sóng $\lambda_1 = 0,643\mu m$ có cường độ sóng cực đại còn ánh sáng bước sóng $\lambda_2 = 0,564\mu m$ có cường độ sóng cực tiểu, sau khi chúng truyền qua hệ thống hai nicôn trên.

Coi hiệu chiết suất của bản thạch anh đối với tia bất thường và tia thường ứng với cả hai bước sóng trên đều bằng $n_e - n_o = 0,0090$.

3.17. Bằng một bản pôlarôit và một bản $\frac{1}{4}$ sóng làm bằng tinh thể đơn trục dương ($n_e > n_o$), làm thế nào để phân biệt được :

a) ánh sáng phân cực tròn quay trái với ánh sáng phân cực tròn quay phải ?

b) ánh sáng tự nhiên với ánh sáng phân cực tròn ?

c) ánh sáng tự nhiên với ánh sáng phân cực elip ?

d) ánh sáng tự nhiên với hỗn hợp của ánh sáng tự nhiên và ánh sáng phân cực tròn ?

3.18. Một bản thạch anh dày d = 2mm, được cắt vuông góc với quang trục, sau đó được đặt vào giữa hai nicôn song song. Người ta thấy mặt phẳng phân cực của ánh sáng bị quay đi một góc $\varphi = 53^o$. Hỏi chiều dày của bản phải bằng bao nhiêu để ánh sáng đơn sắc dùng trong thí nghiệm trên không qua được nicôn phân tích ?

3.19. Chất nicôtin (lỏng tinh khiết) đựng trong một bình trụ thuỷ tinh dài l = 8cm sẽ làm quay mặt phẳng phân cực của ánh sáng vàng natri một góc $\alpha = 136{,}6^o$. Khối lượng riêng của nicôtin $\rho = 1{,}01$ g/cm^3. Xác định góc quay riêng $[\alpha]$ của nicôtin.

3.20. Dung dịch đường glucôzơ nồng độ $C_1 = 0{,}28$ g/cm^3 đựng trong một bình trụ thuỷ tinh sẽ làm quay mặt phẳng phân cực của ánh sáng xanh đi qua bình một góc $\alpha_1 = 32^o$.

Hãy xác định nồng độ C_2 của một dung dịch cũng đựng trong bình trụ giống như trên, biết rằng nó làm quay mặt phẳng phân cực của ánh sáng xanh một góc $\alpha_2 = 24^o$.

3.21. Cho một chùm tia sáng đơn sắc truyền qua một hệ thống hai bản pôlarôit đặt bắt chéo nhau. Giữa hai bản pôlarôit đặt một bản thạch anh có các mặt vuông góc với quang trục.

Hãy xác định bề dày nhỏ nhất của bản thạch anh để ánh sáng bước sóng $\lambda_1 = 0{,}436\mu m$ bị hệ thống trên làm tắt hoàn toàn, còn ánh sáng bước sóng $\lambda_2 = 0{,}497\mu m$ truyền qua được một nửa. Cho biết hằng số quay của thạch anh đối với hai bước sóng trên lần lượt bằng 41,5 và $31{,}1\dfrac{\text{độ}}{\text{mm}}$.

3.22. Giữa hai nicôn bắt chéo nhau trong một đường kẻ, người ta đặt một ống thuỷ tinh dài 20cm đựng trong dung dịch đường có nồng độ C = 0,2g/cm^3.

a) Hỏi cường độ sóng giảm đi bao nhiêu lần sau khi nó đi qua nicôn thứ nhất.

b) Tính góc quay của mặt phẳng phân cực gây ra bởi dung dịch đường.

Cho biết góc quay riêng đối với ánh sáng vàng natri bằng $[\alpha] = 67{,}8\dfrac{\text{độ.cm}^3}{\text{g.dm}}$ và ánh sáng đi qua nicôn sẽ bị nicôn hấp thụ 5%.

Chương 4

QUANG HỌC LƯỢNG TỬ

A – BỨC XẠ NHIỆT

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Năng suất phát xạ toàn phần (hoặc độ trưng năng lượng) của vật đen tuyệt đối, nghĩa là năng lượng do một đơn vị diện tích bề mặt vật đen tuyệt đối bức xạ ra trong một giây, được xác định bằng định luật Xtêfan – Bônzơman

$$R_T = \sigma T^4, \qquad (4\text{-}1)$$

với **T** là nhiệt độ tuyệt đối của vật và σ là hằng số Xtêfan – Bônzơman

$$\sigma = 5{,}67.10^{-8} W/m^2.K^4.$$

2. Nếu vật bức xạ không phải là vật đen tuyệt đối thì năng suất phát xạ toàn phần :

$$R'_T = \alpha\sigma T^4, \qquad (4\text{-}2)$$

với α là hệ số hấp thụ, không thứ nguyên, nhỏ hơn 1.

3. Liên hệ giữa năng suất phát xạ toàn phần R_T với năng suất phát xạ đơn sắc $r_{\lambda,T}$

$$R_T = \int_0^\infty r_{\lambda,T} d\lambda. \qquad (4\text{-}3)$$

4. Bước sóng λ_{max} ứng với cực đại của năng suất phát xạ đơn sắc của vật đen tuyệt đối liên hệ với nhiệt độ của nó bằng định luật Vin.

$$\lambda_{max} T = b, \qquad (4\text{-}4)$$

với b là hằng số Vin : $b = 2{,}896.10^{-3}$mK.

5. Công thức Plăng về năng suất phát xạ đơn sắc của vật đen tuyệt đối

$$\varepsilon_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1}, \quad (4\text{–}5)$$

hay

$$\varepsilon_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}, \quad (4\text{–}5a)$$

$$(\varepsilon_{\lambda,T}\,d\lambda = -\varepsilon_{\nu,T}\,d\nu)$$

với h là hằng số Plăng

$$h = 6{,}62.10^{-34}\text{Js}.$$

Bài tập thí dụ

Một lò luyện kim, có cửa sổ quan sát kích thước 8cm × 15cm, phát xạ với công suất 9798W.

a) Tìm nhiệt độ của lò, cho biết tỉ số giữa năng suất phát xạ toàn phần của lò với năng suất phát xạ toàn phần của vật đen tuyệt đối ở nhiệt độ đó là 0,9.

b) Xác định bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại của lò. Bước sóng đó thuộc vào vùng nào của quang phổ ?

Bài giải

Cho : $\begin{cases} S = (8 \times 15)\text{cm}^2 \\ P = 9798\text{W} \\ \alpha = 0{,}9 \end{cases}$ *Hỏi* : $\begin{cases} \text{a) } T\ ? \\ \text{b) } \lambda_{max}\ ? \\ \quad \text{Nó thuộc vùng nào của quang phổ ?} \end{cases}$

a) Năng suất phát xạ toàn phần của lò được xác định bởi định luật phát xạ đối với vật không đen :

$$R' = \alpha\sigma T^4,$$

trong đó α theo đầu bài bằng 0,9.

Vì R' là năng lượng do một đơn vị diện tích của cửa sổ quan sát phát ra trong một đơn vị thời gian, nên R' liên hệ với công suất phát xạ bằng biểu thức sau :

$$P = R'S = \alpha\sigma T^4 S.$$

Từ đó ta tìm được nhiệt độ của lò

$$T = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma\alpha S}} = \sqrt[4]{\frac{9798}{0,9\times 567.10^{-8}\times 0,08\times 0,15}} \approx 2000\text{K}.$$

b) Ta có thể coi lò luyện kim gần giống vật đen tuyệt đối. Do đó, bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại của lò được xác định theo định luật Vin

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} = \frac{2,896.10^{-3}}{2.10^3} = 1,448.10^{-6}\text{m}.$$

Bước sóng này nằm trong vùng hồng ngoại của quang phổ.

BÀI TẬP

4.1. Một lò nung có nhiệt độ nung 1000K. Cửa sổ quan sát có diện tích 250cm^2. Xác định công suất bức xạ của cửa sổ đó nếu coi lò là vật đen tuyệt đối.

4.2. Tìm nhiệt độ của một lò, nếu một lỗ nhỏ của nó kích thước $(2\times 3)\text{cm}^2$, cứ mỗi giây phát ra 8,28 calo. Coi lò như một vật đen tuyệt đối.

4.3. Vật đen tuyệt đối có hình dạng một quả cầu đường kính d = 10cm, ở một nhiệt độ không đổi. Tìm nhiệt độ của nó, biết công suất bức xạ ở nhiệt độ đã cho là 12kcal/phút.

4.4. Nhiệt độ của sợi dây tóc bóng đèn điện luôn luôn biến đổi vì được đốt nóng bằng dòng điện xoay chiều. Hiệu số giữa nhiệt độ cao nhất và thấp nhất là 80K : nhiệt độ trung bình là 2300K.

Hỏi công suất bức xạ của sợi dây tóc biến đổi bao nhiêu lần ?

4.5. Tính lượng năng lượng bức xạ trong một ngày đêm từ một ngôi nhà gạch trát vữa, có diện tích mặt ngoài tổng cộng là $1000m^2$, biết nhiệt độ của mặt bức xạ là 27^oC và hệ số hấp thụ khi đó bằng 0,8.

4.6. Một thỏi thép đúc, có nhiệt độ 727^oC. Trong một giây, mỗi cm^2 của nó bức xạ một lượng năng lượng 4J. Xác định hệ số hấp thụ của thỏi thép ở nhiệt độ đó, nếu coi rằng hệ số đó là như nhau đối với mọi bước sóng.

4.7. Tìm bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại của :

a) Vật đen tuyệt đối có nhiệt độ bằng nhiệt độ của cơ thể (37^oC).

b) Dây tóc bóng đèn điện (3000K).

c) Vỏ mặt trời (6000K).

d) Bom nguyên tử khi nổ (10^7K).

Coi các nguồn sáng mạnh trong 3 câu hỏi dưới đều là vật đen tuyệt đối.

4.8. Công suất bức xạ của vật đen tuyệt đối bằng 10^5kW. Tìm diện tích bức xạ của vật đó nếu bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại của nó bằng $7.10^{-7}m$.

4.9. Tính năng lượng do $1cm^2$ chì đông đặc trong 1 giây. Tỉ số giữa các năng suất phát xạ toàn phần của bề mặt chì và của vật đen tuyệt đối ở nhiệt độ đó bằng 0,6. Cho biết nhiệt độ nóng chảy của chì là 327^oC.

4.10. Tìm năng lượng do $1cm^2$ bề mặt của vật đen tuyệt đối phát ra trong một giây nếu bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại của nó bằng $0,4840.10^{-6}m$.

4.11. Bề mặt kim loại nóng chảy có diện tích $10cm^2$ mỗi phút bức xạ một lượng năng lượng 4.10^4J. Nhiệt độ bề mặt là 2500K, tìm :

a) Năng lượng bức xạ của mặt đó, nếu coi nó là vật đen tuyệt đối.

b) Tỉ số giữa các năng suất phát xạ toàn phần của mặt đó và của vật đen tuyệt đối ở cùng một nhiệt độ.

4.12. Dây tóc vônfram của bóng đèn điện có đường kính 0,3mm và có độ dài 5cm. Khi mắc đèn vào mạch điện 127V thì dòng điện chạy qua đèn là 0,31A. Tìm nhiệt độ của đèn, giả sử rằng ở trạng thái cân bằng, tất cả nhiệt do đèn phát ra đều ở dạng bức xạ. Tỉ số giữa các năng suất phát xạ toàn phần của dây tóc vônfram và của vật đen tuyệt đối bằng 0,31.

4.13. Nhiệt độ của sợi dây tóc vônfram trong bóng đèn 25W bằng 2450K. Tỉ số giữa năng suất phát xạ toàn phần của vật đen tuyệt đối ở cùng một nhiệt độ bằng 0,3. Tìm diện tích bề mặt bức xạ của sợi tóc

4.14. Diện tích bề mặt sợi dây tóc vônfram trong bóng đèn 100W bằng $1,6cm^2$ và nhiệt độ của nó bằng 2177^oC. Hỏi năng lượng bức xạ của nó còn nhỏ hơn năng lượng của vật đen tuyệt đối có cùng diện tích và nhiệt độ bao nhiêu lần ? Giả sử rằng khi ở trạng thái cân bằng toàn bộ nhiệt do tóc phát ra đều ở dạng bức xạ.

4.15. Tìm hằng số Mặt Trời, nghĩa là lượng quang năng mà trong mỗi phút Mặt Trời gửi đến diện tích $1m^2$ vuông góc với tia nắng và ở cách Mặt Trời một khoảng cách bằng khoảng cách từ Mặt Trời đến Trái Đất. Lấy nhiệt độ của vỏ Mặt Trời là 5800K. Coi bức xạ của Mặt Trời như bức xạ của vật đen tuyệt đối. Bán kính Mặt Trời $r = 6,95.10^8 m$, khoảng cách từ Mặt Trời đến Trái Đất $R = 1,5.10^{11} m$.

4.16. Biết giá trị của hằng số Mặt Trời đối với Trái Đất. Tìm giá trị của hằng số Mặt Trời đối với Sao Hoả, cho biết khoảng cách trung bình từ Mặt Trời đến Sao Hoả bằng 227,8 triệu km.

4.17. Tính trung bình cứ $1cm^2$ mặt đất toả ra một lượng nhiệt 0,13 calo vì bức xạ. Nếu vật đen tuyệt đối bức xạ một lượng năng lượng như vậy thì nhiệt độ của nó bằng bao nhiêu ?

4.18. Một bản mỏng đen tuyệt đối ở ngoài bầu khí quyển và gần Trái Đất, nhận được ánh nắng chiếu vuông góc với nó. Xác định nhiệt độ của bản mỏng nếu hằng số Mặt Trời là $1,35kW/m^2$.

4.19. Xem rằng bầu khí quyển hấp thụ 10% năng lượng bức xạ của Mặt Trời. Tính công suất do Mặt Trời bức xạ tới diện tích 0,5 hecta của mặt đất nằm ngang. Độ cao của Mặt Trời so với mặt ngang là 30^o; coi bức xạ của Mặt Trời là bức xạ của vật đen tuyệt đối.

4.20. Trong quang phổ, phát xạ của Mặt Trời bức xạ mang năng lượng cực đại có bước sóng $\lambda = 0,48\mu m$. Coi Mặt Trời là vật đen tuyệt đối. Hãy xác định :

a) Công suất phát xạ toàn phần của Mặt Trời.

b) Mật độ năng lượng do mặt đất nhận được của Mặt Trời.

Biết rằng bầu khí quyển hấp thụ 10% năng lượng bức xạ của Mặt Trời, bán kính của Mặt Trời $r = 6,95.10^8$m ; khoảng cách từ Mặt Trời tới Trái Đất $R = 1,5.10^{11}$m.

4.21. Công suất bức xạ của vật đen tuyệt đối tăng lên bao nhiêu lần nếu trong quá trình nung nóng bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại dịch chuyển từ 0,7μm đến 0,6μm ?

4.22. Nhiệt độ của một vật đen tuyệt đối tăng từ 1000K đến 3000K.

a) Năng suất phát xạ toàn phần của nó tăng lên bao nhiêu lần ?

b) Bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại thay đổi như thế nào ?

4.23. Một vật đen tuyệt đối ở nhiệt độ $T_1 = 2900K$. Do vật bị nguội đi, bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại thay đổi $\Delta\lambda = 9\mu m$. Hỏi vật lạnh đến nhiệt độ T_2 bằng bao nhiêu ?

4.24. Nhiệt độ của bề mặt một ngôi sao là 1200K. Hỏi có thể xác định nhiệt độ đó bằng định luật Vin được không nếu bầu khí quyển của Trái Đất hấp thụ mọi tia có bước sóng ngắn hơn 0,290μm ?

4.25. Bề mặt của một vật được nung nóng đến 1000K. Sau đó, một nửa mặt ấy được nung nóng trên 100K còn nửa mặt kia nguội đi 100K. Hỏi năng suất phát xạ toàn phần của bề mặt vật đó thay đổi như thế nào ?

4.26. Hỏi cần cung cấp cho một quả cầu kim loại được bôi đen có bán kính 2cm một công suất bằng bao nhiêu để giữ nhiệt độ của nó cao hơn nhiệt độ của môi trường 27 độ. Biết nhiệt độ của môi trường là 20^oC và coi rằng nhiệt độ mất đi chỉ do bức xạ.

4.27. Một sợi dây vônfram có đường kính 0,1mm được nối tiếp với một sợi dây vônfram khác có cùng độ dài. Chúng được dòng điện đốt nóng trong chân không, sợi thứ nhất có nhiệt độ 2000K, sợi thứ hai 3000K. Tìm đường kính của sợi thứ hai.

B – BẢN CHẤT HẠT CỦA BỨC XẠ ĐIỆN TỪ

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Phôtôn

a) Năng lượng của phôtôn ứng với bức xạ điện từ đơn sắc tần số ν

$$W = h\nu, \tag{4–6}$$

trong đó h là hằng số Plăng $h = 6,62.10^{-34}$ Js.

b) Khối lượng của phôtôn

$$m = \frac{W}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}. \tag{4–7}$$

c) Động lượng của phôtôn

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \tag{4–8}$$

2. Hiện tượng quang điện

a) Giới hạn quang điện (giới hạn đỏ)

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A}, \tag{4–9}$$

trong đó A là công thoát êlectrôn của kim loại.

b) Phương trình Anhstanh

$$\frac{1}{2}m_e v_{max}^2 + A = h\nu, \tag{4–10}$$

trong đó $\frac{1}{2}m_e v_{max}^2$ là động năng ban đầu cực đại của quang êlectrôn bắn ra, m_e là khối lượng êlectrôn.

3. Hiện tượng Kômtôn

Hiệu ứng giữa bước sóng của tia tán xạ và tia tới

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\wedge_c \sin^2\frac{\theta}{2}, \quad (4-11)$$

trong đó θ là góc tán xạ và Λ_c là bước sóng Kômtôn

$$\wedge_c = \frac{h}{m_e c} = 2,4.10^{-12}\text{m}. \quad (4-12)$$

Bài tập thí dụ 1

Xác định năng lượng, động lượng và khối lượng của phôtôn ứng với ánh sáng có bước sóng $\lambda = 0,6\mu m$.

Bài giải

Cho : $\lambda = 0,6\mu m = 6.10^{-7}m$ *Hỏi* : W ?, p ?, m ?

– Năng lượng của phôtôn cho bởi :

$$W = h\nu,$$

trong đó tần số ν liên hệ với bước sóng λ của ánh sáng theo công thức :

$$\nu = \frac{c}{\lambda},$$

do đó $$W = \frac{hc}{\lambda}.$$

Thay số vào, ta có :

$$W = \frac{6,62.10^{-34}.3.10^8}{6.10^{-7}} = 3,32.10^{-19}J.$$

– Động lượng của phôtôn cho bởi :

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Thay số vào, ta có :

$$p = \frac{6,62.10^{-34}}{6.10^{-7}} = 1,1.10^{-27}\,\text{kgm/s}.$$

– Khối lượng của phôtôn cho bởi :

$$m = \frac{W}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}.$$

Thay số vào, ta có :

$$m = \frac{6,62.10^{-34}}{6.10^{-7}.3.10^8} = 3,68.10^{-36}\,\text{kg}.$$

Bài tập thí dụ 2

Giới hạn đỏ trong hiện tượng quang điện đối với xêzi là 0,653μm. Xác định vận tốc cực đại của quang êlectrôn khi chiếu xêzi bằng ánh sáng tím có bước sóng 0,4μm.

Bài giải

Cho : $\begin{cases} \lambda_o = 0,653\mu m = 6,53.10^{-7}\,m, \\ \lambda = 0,4\mu m = 4.10^{-7}\,m. \end{cases}$ *Hỏi :* v_{max} ?

Vận tốc ban đầu cực đại của quang êlectrôn cho bởi phương trình Anhstanh

$$\frac{1}{2}m_e v_{max}^2 + A = h\nu,$$

hay

$$\frac{1}{2}m_e v_{max}^2 + A = \frac{hc}{\lambda}.$$

trong đó công thoát A của xêzi liên hệ với giới hạn đỏ bởi hệ thức (4–9)

$$A = \frac{hc}{\lambda_o}.$$

Vậy phương trình trên thành :

$$\frac{1}{2}m_e v_{max}^2 + \frac{hc}{\lambda_o} = \frac{hc}{\lambda}.$$

Từ đó suy ra vận tốc cực đại của quang êlectrôn

$$v_{max} = \sqrt{2\frac{hc}{m_e}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_o}\right)}.$$

Thay số vào, tìm được :

$$v_{max} = 6,5.10^5 m/s.$$

Bài tập thí dụ 3

Trong hiện tượng tán xạ Kômtôn, chùm tia tới có bước sóng λ. Hãy xác định động năng của êlectrôn bắn ra đối với chùm tán xạ theo góc θ. Tính động lượng của êlectrôn đó.

Bài giải

Ta kí hiệu biểu thức sau :

		Trước khi tán xạ	*Sau khi tán xạ*
Năng lượng toàn phần :	của phôtôn :	$h\nu$	$h\nu'$
	của êlectrôn :	$m_e c^2$	$\dfrac{m_e c^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$
Động lượng :	của phôtôn :	$\vec{p}$	$\vec{p'}$
	của êlectrôn :	0	$\vec{p}_e$

Theo các định luật bảo toàn năng lượng và động lượng ta có :

$$\frac{m_e c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + h\nu' = m_e c^2 + h\nu,$$

$$\vec{p}_e + \vec{p'} = \vec{p}.$$

Từ phương trình đầu suy ra động năng của êlectrôn

$$E_D = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_e c^2 = h\nu - h\nu',$$

hay $$E_D = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda}.$$

Theo công thức tán xạ Kômtôn

$$\Delta\lambda = 2\wedge_c \sin^2\frac{\theta}{2}$$

ta tìm được động năng của êlectrôn bắn ra :

$$E_D = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda + 2\wedge_c \sin^2\frac{\theta}{2}},$$

hay $$E_D = \frac{hc}{\lambda} \cdot \frac{2\wedge_c \sin^2\frac{\theta}{2}}{\lambda + 2\wedge_c \sin^2\frac{\theta}{2}}.$$

Ta nhận thấy động năng này cực đại khi

$$\sin^2\frac{\theta}{2} = 1 \Rightarrow \theta = \pi,$$

$$E_{D_{max}} = \frac{hc}{\lambda} \frac{2\wedge_c}{\lambda + 2\wedge_c}.$$

Muốn tìm động lượng $\vec{p}_e$ của êlectrôn bắn ra ta dùng phương trình bảo toàn động lượng đã viết ở trên :

$$p_e^2 = p^2 + p'^2 - 2pp'\cos\theta = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 - 2\frac{h^2}{\lambda\lambda'}\cos\theta,$$

biết $\lambda' = \lambda + 2\wedge_c \sin^2\frac{\theta}{2}$, tính được p_e.

BÀI TẬP

4.28. Tìm các giới hạn đỏ trong hiện tượng quang điện đối với liti, natri, kali, xêzi, biết công thoát A của êlectrôn tương ứng với các kim loại đó lần lượt là 2,4eV ; 2,3eV ; 2,0eV và 1,9eV.

4.29. Giới hạn quang điện của kali là 0,577μm. Tính năng lượng nhỏ nhất của phôtôn cần thiết để làm bắn các quang êlectrôn ra khỏi kali.

4.30. Tìm vận tốc cực đại của các quang êlectrôn bắn ra từ bề mặt các kim loại Cs và Pt khi chiếu vào chúng lần lượt các chùm bức xạ có bước sóng

1) $\lambda = 1850\text{Å}$; 2) $\lambda = 4227\text{Å}$.

4.31. Giới hạn đỏ của hiện tượng quang điện đối với vônfram là 0,2750μm, tính :

1) Công thoát của êlectrôn đối với vônfram ;

2) Năng lượng cực đại của quang êlectrôn khi bật ra khỏi vônfram nếu bức xạ chiếu vào có bước sóng là 0,1800μm ;

3) Vận tốc cực đại của quang êlectrôn đó.

4.32. Khi chiếu một chùm sáng vào một kim loại, có hiện tượng quang điện xảy ra. Nếu dùng một hiệu thế kháng điện là 3V thì các quang êlectrôn bị bắn ra khỏi kim loại bị giữ lại cả, không bay sang anốt được. Biết tần số giới hạn đỏ của kim loại đó là $6.10^{14}s^{-1}$, hãy tính :

1) Công thoát của êlectrôn đối với kim loại đó ;

2) Tần số của chùm sáng tới.

4.33. Hãy xác định hằng số Plăng, biết rằng khi lần lượt chiếu bức xạ tần số $\nu_1 = 2,2.10^{15}s^{-1}$ và $\nu_2 = 4,6.10^{15}s^{-1}$ vào một kim loại thì các quang êlectrôn bắn ra đều bị giữ lại bởi hiệu điện thế kháng điện

$U_1 = 6{,}5V$ và $U_2 = 16{,}5V$ (coi như đã biết điện tích êlectrôn và vận tốc ánh sáng).

4.34. Chiếu bức xạ bước sóng 0,14μm vào một kim loại, có hiện tượng quang điện xảy ra. Hãy tính hiệu thế kháng điện để giữ các quang êlectrôn lại không cho bay sang anốt, biết công thoát êlectrôn đối với kim loại đó là 4,47eV.

4.35. Khi chiếu vào một kim loại những ánh sáng lần lượt có bước sóng 2790Å và 2450Å thì có các quang êlectrôn bắn ra, hiệu thế kháng điện để giữ chúng lại lần lượt là 0,66V và 1,26V. Coi như đã biết điện tích êlectrôn và vận tốc ánh sáng, hãy tính hằng số Plăng.

4.36. Khi chiếu một chùm bức xạ bước sóng 3500Å vào một kim loại có các quang êlectrôn bắn ra, dùng một hiệu thế kháng điện để ngăn chúng lại. Khi thay đổi chùm bức xạ chiếu vào để bước sóng tăng thêm 500Å thì hiệu thế kháng điện tăng thêm 0,59V. Coi như đã biết hằng số Plăng và vận tốc ánh sáng, tính điện tích êlectrôn.

4.37. Chùm phôtôn của bức xạ đơn sắc $\lambda = 0{,}232\mu m$ đập thẳng vào một mặt điện cực platin và làm bắn theo phương pháp tuyến các quang êlectrôn chuyển động với vận tốc cực đại, hãy tính tổng động lượng đã truyền cho điện cực đối với mỗi phôtôn đập vào và làm bắn ra một êlectrôn.

4.38. Chùm phôtôn của bức xạ đơn sắc $\lambda = 2720$Å đập xiên vào một mặt điện cực vônfram và làm bắn theo phương vuông góc với chùm tới các quang êlectrôn chuyển động với vận tốc bằng $\eta = 0{,}02$ vận tốc cực đại. Hãy tính tổng động lượng đã truyền cho điện cực đối với mỗi phôtôn đập vào và làm bắn ra một êlectrôn.

4.39. Hãy xác định năng lượng, động lượng và khối lượng của phôtôn ứng với bức xạ có bước sóng :

1) 0,6μm ; 2) 1Å ; 3) 0,01Å.

4.40. Tính bước sóng và động lượng của phôtôn có năng lượng bằng năng lượng nghỉ của êlectrôn.

4.41. Tính nhiệt độ của một khối khí lí tưởng (đơn nguyên tử) biết rằng động năng tịnh tiến trung bình của một phần tử khí đó bằng năng lượng phôtôn ứng với bức xạ có bước sóng :

a) $\lambda = 10\mu m$; b) $\lambda = 0{,}6\mu m$.

4.42. Một chùm bức xạ song song bước sóng $\lambda = 0{,}6\mu m$ có động lượng tổng cộng bằng động lượng trung bình của nguyên tử hêli ở nhiệt độ T = 300K. Tìm số phôtôn của chùm bức xạ đó.

4.43. Một chùm bức xạ song song đơn sắc truyền vào một môi trường đồng chất và đẳng hướng. Cường độ bức xạ sẽ giảm đi theo quãng đường truyền. Chứng minh rằng nếu J_o là cường độ bức xạ ban đầu (lúc truyền vào) thì cường độ bức xạ J sau khi truyền qua một đoạn đường x cho bởi

$$J = J_o e^{-\frac{x}{\langle x \rangle}}$$

trong đó $\langle x \rangle$ là quãng đường tự do trung bình của phôtôn.

4.44. Một chùm bức xạ đơn sắc truyền vào một môi trường qua quãng đường l = 15cm thì cường độ giảm đi 1,6 lần. Tính quãng đường tự do trung bình của phôtôn (áp dụng kết quả của bài tập trên).

4.45. Tìm biểu thức động lượng của phôtôn ứng với chùm bức xạ đơn sắc truyền trong một môi trường chiết suất n.

4.46. Dùng các định luật bảo toàn động lượng và năng lượng tương đối tính, chứng minh rằng một êlectrôn tự do không thể hấp thụ hoàn toàn một phôtôn.

4.47. Chứng minh rằng một êlectrôn tự do không thể phát xạ một phôtôn.

4.48. Xét hai hệ quy chiếu quán tính K và K' ; K' tịnh tiến so với K với vận tốc $\vec{v}$ không đổi ($v \ll c$). Tìm hệ thức giữa những năng lượng và động lượng của một phôtôn trong hai hệ quy chiếu đó ; giả thiết phương chuyển động của phôtôn trùng với phương của $\vec{v}$.

4.49. Một hạt mang điện chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ không đổi trong một môi trường chiết suất n (n > 1). Trong điều kiện thích hợp, hạt sẽ phát ra phôtôn tần số ν theo phương hợp với v một góc θ (hiệu ứng Trêrenkốp). Dùng các định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn năng lượng hãy tính cosθ, từ đó suy ra điều kiện để xảy ra hiệu ứng là $v > \frac{c}{n}$ (với giả thiết hν << năng lượng hạt điện).

4.50. Xác định độ tăng bước sóng và góc tán xạ trong hiện tượng Kômtôn, biết bước sóng ban đầu của phôtôn là λ = 0,03Å và vận tốc của êlectrôn bắn ra là v = βc = 0,6c.

4.51. Xác định bước sóng của bức xạ Rơnghen. Biết rằng trong hiện tượng Kômtôn cho bởi bức xạ đó, động năng cực đại của êlectrôn bắn ra là 0,19MeV.

4.52. Phôtôn có năng lượng 250keV bay đến va chạm với một êlectrôn đứng yên và tán xạ theo góc 120^{o} (tán xạ Kômtôn). Xác định năng lượng của phôtôn tán xạ.

4.53. Phôtôn ban đầu có năng lượng 0,8MeV tán xạ trên một êlectrôn tự do và trở thành phôtôn ứng với bức xạ có bước sóng bằng bước sóng Kômtôn. Tính góc tán xạ.

4.54. Trong hiện tượng Kômtôn, bước sóng của chùm phôtôn bay tới là 0,03Å. Tính phần năng lượng truyền cho êlectrôn đối với phôtôn tán xạ dưới những góc 60^{o}, 90^{o} và 180^{o}.

4.55. Tính động lượng của êlectrôn khi có phôtôn bước sóng ban đầu 0,05Å va chạm vào và tán xạ theo góc 90^{o}.

4.56. Phôtôn có năng lượng ban đầu 0,15MeV tán xạ Kômtôn trên một êlectrôn đứng yên. Kết quả sau khi tán xạ, bước sóng của chùm phôtôn tán xạ tăng thêm Δλ = 0,015Å so với bước sóng ban đầu. Tính góc bay ra của êlectrôn.

4.57. Dùng định luật bảo toàn động lượng và công thức Kômtôn, tìm hệ thức giữa góc tán xạ θ và góc φ, xác định phương bay ra của êlectrôn.

4.58. Phôtôn, bước sóng ban đầu $\lambda = 0{,}11\text{Å}$, bay đến va chạm vào êlectrôn, bị tán xạ theo góc $\theta = 110^o$; êlectrôn bắn ra theo góc $\varphi = 30^o$. Coi như đã biết khối lượng êlectrôn và vận tốc ánh sáng, tính hằng số Plăng.

4.59. Tìm bước sóng của một phôtôn biết rằng trong hiện tượng tán xạ Kômtôn, năng lượng phôtôn tán xạ và động năng êlectrôn bay ra bằng nhau khi góc giữa hai phương chuyển động của chúng bằng 90^o.

PHẦN VẬT LÍ LƯỢNG TỬ

Chương mở đầu

THUYẾT NGUYÊN TỬ CỦA BO (BOHR)
(Nguyên tử hiđrô)

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Bán kính quỹ đạo Bo thứ n

$$r_n = n^2 r_1,$$

với
$$r_1 = (4\pi\varepsilon_o)\frac{\hbar^2}{m_e e^2} = 0,53.10^{-10}\,\text{m},$$

và
$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

2. Mômen động lượng của êlectrôn trên quỹ đạo Bo thứ n

$$L_n = n\hbar.$$

3. Năng lượng của êlectrôn trên quỹ đạo Bo thứ n

$$E_n = -\frac{Rh}{n^2},$$

R là hằng số Rytbe.

$$R = \frac{1}{(4\pi\varepsilon_o)^2}\cdot\frac{m_e e^4}{4\pi\hbar^3} = 3,29.10^{15}\,s^{-1}$$

4. Khi êlectrôn chuyển từ mức năng lượng E_n xuống mức năng lượng E_m thì nguyên tử phát ra một phôtôn ; tần số của bức xạ tương ứng là :

$$\nu = \frac{E_n - E_m}{h} = \frac{R}{m^2} - \frac{R}{n^2}.$$

Ứng với một m nhất định, ta có một dãy vạch quang phổ, chẳng hạn với :

m = 1 (n = 2, 3, 4, ...) : dãy Layman,
m = 2 (n = 3, 4, 5, ...) : dãy Banme,
m = 3 (n = 4, 5, 6, ...) : dãy Pasen,
m = 4 (n = 5, 6, 7, ...) : dãy Bracket,
m = 5 (n = 6, 7, 8, ...) : dãy Pfun.

Bài tập thí dụ 1

Giả thiết êlectrôn trong nguyên tử hiđrô chuyển động trên quỹ đạo Bo thứ n.

1. Hãy tính vận tốc và gia tốc của êlectrôn.

2. Hãy tính mômen từ của êlectrôn và tỉ số của mômen từ đó với mômen động lượng.

Bài giải

1. Gọi v là vận tốc của êlectrôn trên quỹ đạo thứ n, mômen động lượng của êlectrôn (đối với tâm quỹ đạo) theo định nghĩa bằng :

$$L_n = m_e v_n r_n.$$

Theo thuyết Bo

$$r_n = n^2 r_1 \text{ và } L_n = n\hbar.$$

Vậy $m_e v_n (n^2 r_1) = n\hbar$, do đó vận tốc của êlectrôn là :

$$v_n = \frac{\hbar}{m_e r_1 n},$$

nghĩa là *vận tốc tỉ lệ nghịch với những số nguyên dương.*

Gia tốc của êlectrôn chính là gia tốc hướng tâm, cho bởi công thức :

$$\gamma_n = \frac{v^2}{r_n} = \frac{\hbar^2}{m_e^2 r_1^2 n^2 \times n^2 r_1},$$

hay

$$\gamma_n = \frac{\hbar^2}{m_e^2 r_1^3 n^4}.$$

Gia tốc tỉ lệ nghịch với luỹ thừa 4 của những số nguyên.

2. Êlectrôn (điện tích $-e$) chuyển động trên quỹ đạo Bo thứ n tương đương với một dòng điện (chiều ngược với chiều chuyển động của êlectrôn) có cường độ là $i = e\frac{v_n}{2\pi r_n}$ (trong đó $\frac{v_n}{2\pi r_n}$ là tần số của êlectrôn trên quỹ đạo).

Khi đó, mômen từ của dòng điện ấy bằng tích của cường độ với diện tích quỹ đạo

$$M_n = iS = e\frac{v_n}{2\pi r_n}\pi r_n^2 = e\frac{v_n r_n}{2}.$$

Thay $r_n = n^2 r_1$; $v_n = \frac{\hbar}{m_e r_1 n}$,

ta được : $M_n = e\frac{\hbar}{2m_e r_1 n}\cdot n^2 r_1 = n\frac{e\hbar}{2m_e}$

hay $M_n = n\mu_B$,

với $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 10^{-22}\,\text{Am}^2$ là một hằng số gọi là manhêtôn Bo.

Cuối cùng tính được tỉ số

$$\frac{M_n}{L_n} = \frac{n\frac{e\hbar}{2m_e}}{n\hbar} = \frac{e}{2m_e}.$$

Bài tập thí dụ 2

Bước sóng của vạch đầu tiên của dãy Layman và của vạch giới hạn của dãy Banme trong quang phổ nguyên tử hiđrô lần lượt là $\lambda_1 = 1215Å$ và $\lambda_2 = 3650Å$. Biết trị số của e và h, tính năng lượng iôn hoá của nguyên tử hiđrô.

Bài giải

Năng lượng iôn hoá có trị số bằng $|E_1|$, E_1 là mức năng lượng của êlectrôn trên quỹ đạo Bo thứ 1

$$E_1 = -\frac{Rh}{1^2}.$$

Tần số các vạch của dãy Layman

$$\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \ (n = 2, 3, \ldots).$$

Vạch đầu tiên ứng với n = 2

$$\nu_1 = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right). \qquad \text{(a)}$$

Tần số các vạch của dãy Banme

$$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \ (n = 3, 4, \ldots).$$

Vạch giới hạn ứng với $n = \infty$

$$\nu_2 = \frac{R}{2^2}. \qquad \text{(b)}$$

Cộng các đẳng thức (a) và (b), ta có :

$$\frac{R}{1^2} = \nu_1 + \nu_2.$$

Từ đó tính được :

$$|E_1| = \frac{Rh}{1^2} = h(\nu_1 + \nu_2).$$

Thay $v_1 = \frac{c}{\lambda_1}$ và $v_2 = \frac{c}{\lambda_2}$

ta được

$$|E_1| = hc\left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right) = 13,6eV.$$

BÀI TẬP

B.1. Hãy xác định thế năng, động năng và cơ năng của êlectrôn trên quỹ đạo Bo thứ nhất.

B.2. Xác định bước sóng của vạch quang phổ thứ ba trong dãy Banme.

B.3. Xác định bước sóng lớn nhất và bước sóng nhỏ nhất trong dãy hồng ngoại thứ nhất của quang phổ hiđrô (dãy Pasen).

B.4. Êlectrôn trong nguyên tử hiđrô chuyển từ mức năng lượng thứ ba về mức năng lượng thứ nhất. Tính năng lượng phôtôn phát ra.

B.5. Xác định giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của năng lượng phôtôn phát ra trong quang phổ tử ngoại của nguyên tử hiđrô (dãy Layman).

B.6. Nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản ($n = 1$) được kích thích bởi một ánh sáng đơn sắc có bước sóng λ xác định. Kết quả, nguyên tử hiđrô đó chỉ phát ra ba vạch sáng quang phổ. Xác định bước sóng của ba vạch sáng đó và nói rõ chúng thuộc dãy vạch quang phổ nào.

B.7. Nguyên tử hiđrô đang ở trạng thái kích thích ứng với mức năng lượng thứ n ($n > 1$). Tính số vạch quang phổ nó có thể phát ra.

B.8. Phôtôn có năng lượng 16,5eV làm bật êlectrôn ra khỏi nguyên tử hiđrô đang ở trạng thái cơ bản. Tính vận tốc của êlectrôn khi bật ra khỏi nguyên tử.

B.9. Nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản ($n = 1$) hấp thụ phôtôn ứng với bức xạ có bước sóng $\lambda = 1215$Å. Tính bán kính quỹ đạo êlectrôn của nguyên tử ở trạng thái kích thích.

B.10. Xác định thế năng êlectrôn ở trạng thái kích thích đầu tiên.

B.11. Tính độ thay đổi của bước sóng phôtôn gây ra do sự giật lùi của nguyên tử hiđrô khi êlectrôn chuyển từ mức E_2 về mức E_1, nguyên tử ban đầu coi như đứng yên.

B.12. Nguyên tử hiđrô chuyển động phát xạ phôtôn. Dùng các định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn năng lượng, thiết lập công thức của hiệu ứng Doppler trong trường hợp phi tương đối tính.

B.13. Nguyên tử hiđrô chuyển động, phát xạ phôtôn theo hướng hợp với hướng chuyển động của nguyên tử một góc $\theta = 45^{o}$. Bức xạ thu được ứng với sự chuyển mức năng lượng từ E_2 xuống E_1 của êlectrôn, có bước sóng 1215, 18Å. Tính vận tốc chuyển động của nguyên tử.

Chương 5

CƠ HỌC LƯỢNG TỬ

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Hệ thức Đơ Brơi (de Broglie)

Hạt vi mô có năng lượng xác định E, động lượng xác định $\bar{p}$ tương ứng với một sóng phẳng đơn sắc có tần số dao động ν (hay tần số góc $\omega = 2\pi\nu$) và có bước sóng λ (hay có vectơ sóng $\vec{k}$ với $k = \frac{2\pi}{\lambda}$) cho bởi :

$$\begin{cases} E = h\nu = \hbar\omega, & (5-1a) \\ p = \dfrac{h}{\lambda}\ ;\ \bar{p} = \hbar\bar{k}\ ; & (5-1b) \end{cases}$$

trong đó $\hbar$ là hằng số Plăng thu gọn :

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}.$$

2. Hệ thức bất định Haizenbec (Heisenberg)

a) Hệ thức giữa độ bất định về toạ độ và độ bất định về động lượng của vi hạt

$$\Delta x.\Delta p_x \gtrsim \hbar. \tag{5-2}$$

b) Hệ thức giữa độ bất định về năng lượng và thời gian sống của vi hạt

$$\Delta E.\Delta t \gtrsim \hbar. \tag{5-3}$$

3. Hàm sóng $\psi(\vec{r}, t)$

a) *Hàm sóng phẳng đơn sắc*

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 \exp\{-i(\omega t) - \vec{k}.\vec{r})\} = \psi_0 \exp\left\{-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p}.\vec{r})\right\} \tag{5-4}$$

b) *Ý nghĩa của hàm sóng*

Xác suất tìm vi hạt trong vi phân thể tích dxdydz = dV là :

$$|\psi|^2 dV = \psi^* \psi dV.$$

4. Phương trình Srôđinghe (Schrödinger)

Phương trình Srôđinghe tổng quát (đối với một vi hạt)

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U\right)\psi\ ; \tag{5-5}$$

nếu hàm thế năng U chỉ phụ thuộc $\vec{r}$, hàm sóng ψ có dạng hàm sóng của trạng thái dừng :

$$\psi(\vec{r}, t) = e^{-\frac{i}{\hbar}Et}\psi(\vec{r}), \tag{5-6}$$

trong đó hàm $\psi(\vec{r})$ thoả mãn phương trình Srôđinghe đối với trạng thái dừng :

$$E\psi = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(\vec{r})\right)\psi, \tag{5-7}$$

hay

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0. \tag{5-7a}$$

Hàm $\psi(\bar{r})$ phải là hàm đơn trị, liên tục (nhiều khi cả đạo hàm cấp 1 cũng liên tục) và dẫn tới 0 khi $r \to \infty$.

5. Hạt vi mô trong giếng thế năng một chiều bề cao vô hạn

Hạt chuyển động theo phương x trong giếng thế năng định nghĩa bởi :

$$U(x) = \begin{cases} 0 \text{ khi } 0 < x < a \\ \infty \text{ khi } \begin{cases} x \le 0 \\ x \ge a \end{cases} \end{cases}$$

Hàm sóng có dạng

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \quad (5\text{–}8)$$

tương ứng với năng lượng

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2, \quad (5\text{–}9)$$

trong đó n = 1, 2, 3, ...

6. Hiệu ứng đường ngầm

Hệ số truyền qua hàng rào thế năng hình chữ nhật bề dày a, chiều cao U_o

$$D \simeq \exp\left\{-\frac{2a}{\hbar^2} \sqrt{2m(U_o - E)}\right\} \quad (5\text{–}10)$$

7. Dao tử điều hoà (một chiều)

Hạt vi mô chuyển động theo phương x dưới tác dụng của trường thế

$$U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2.$$

Năng lượng của dao tử điều hoà

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega, \quad (5\text{–}11)$$

trong đó n = 0, 1, 2, 3...

8. Trị trung bình của một đại lượng $f(\vec{r})$

$$\langle f\rangle = \iiint f|\psi|^2\,dV.$$

Bài tập thí dụ 1

Hạt êlectrôn vận tốc đầu bằng 0, được gia tốc qua một hiệu điện thế U. Xác định bước sóng Đơbrơi của êlectrôn sau khi gia tốc trong 2 trường hợp :

a) U = 51V.

b) U = 510kV.

Bài giải

Cho : U *Hỏi* : λ ?

(coi như đã biết e, m_e).

Ta biết rằng công của lực điện trường :

eU = động năng của êlectrôn.

a) Trường hợp U = 51V

Vì U không lớn nên vận tốc của êlectrôn thu được không lớn lắm, ta có thể sử dụng các công thức trong cơ học phi tương đối (cơ học Niutơn) :

$$eU = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{p^2}{2m_e}.$$

Suy ra : $p = \sqrt{2m_e eU}$.

Bước sóng Đơbrơi

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}} \qquad (5-12)$$

Tính toán cụ thể :

$$U = 51V \Rightarrow eU = 51eV = 0{,}51.10^{-4}MeV.$$

Chú ý rằng 0,51MeV = Năng lượng nghỉ của êlectrôn = $m_e c^2$.

ta có thể viết :

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e 10^{-4} m_e c^2}} = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \frac{h}{m_e c},$$

với $\quad \frac{h}{m_e c} = \wedge_c$ (Bước sóng Kômtôm = 0,0243Å).

Vậy $\quad \lambda = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \wedge_c = 1,72\text{Å}.$

b) Trường hợp U = 510kV

$$eU = 510\text{keV} = 0,51\text{MeV},$$

nghĩa là : động năng của êlectrôn = năng lượng nghỉ của êlectrôn. Vậy, phải áp dụng cơ học tương đối tính, động năng êlectrôn bằng

$$m_e c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = eU,$$

suy ra :

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_e c^2}{eU + m_e c^2},$$

$$v = \frac{c\sqrt{eU(eU + 2m_e c^2)}}{eU + m_e c^2}.$$

Từ đó tính được động lượng của êlectrôn :

$$p = \frac{m_e v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$p = \frac{m_e c\sqrt{eU(cU + 2m_e c^2)}}{eU + m_e c^2} \times \frac{eU + m_e c^2}{m_e c^2}$$

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{eU(eU + 2m_e c^2)}. \qquad (5\text{–}13)$$

Bước sóng Đơbrơi :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{eU(eU + 2m_e c^2)}}.$$

Theo đầu bài $eU = 0,51MeV = m_e c^2$

Vậy $$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{m_e c^2(m_e c^2 + 2m_e c^2)}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \wedge_c = 0,014Å.$$

Bài tập thí dụ 2

Động năng của êlectrôn trong nguyên tử hiđrô có giá trị vào cỡ 10eV. Dùng hệ thức bất định hãy đánh giá kích thước nhỏ nhất của nguyên tử.

Bài giải

Theo hệ thức bất định Haizenbec :

$$\Delta x \Delta p_x \gtrsim \hbar.$$

Giả sử kích thước của nguyên tử bằng l, vậy vị trí của êlectrôn theo phương x xác định bởi :

$$0 \leq x \leq l$$

nghĩa là : $$\Delta x \approx \frac{l}{2}.$$

Từ hệ thức bất định suy ra :

$$\frac{l}{2}\Delta p_x \geq \hbar$$

$$l \geq \frac{2\hbar}{\Delta p_x}. \qquad (*)$$

Rõ ràng độ bất định Δp_x không thể vượt quá giá trị động lượng p.

$$\Delta p_x \leq p,$$

trong đó động lượng p liên hệ với động năng T bởi hệ thức :

$$p = \sqrt{2m_e T}.$$

vậy : $$\Delta p_x \leq \sqrt{2m_e T}.$$

Trong (*) ta thay Δp_x bằng giá trị lớn nhất của nó, vậy giá trị nhỏ nhất của l cho bởi :

$$l_{min} = \frac{2\hbar}{\sqrt{2m_e T}}.$$

Tính ra $l_{min} = 1,24.10^{-10}$m.

Bài tập thí dụ 3

Dòng hạt êlectrôn có năng lượng xác định (năng lượng mỗi hạt bằng E) chuyển động theo phương x từ trái sang phải đến gặp một hàng rào thế năng xác định bởi :

$$U = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ U_o \ (U_o < E) & x > 0 \end{cases}$$

Hãy xác định hệ số phản xạ và hệ số truyền qua hàng rào thế đối với dòng êlectrôn đó.

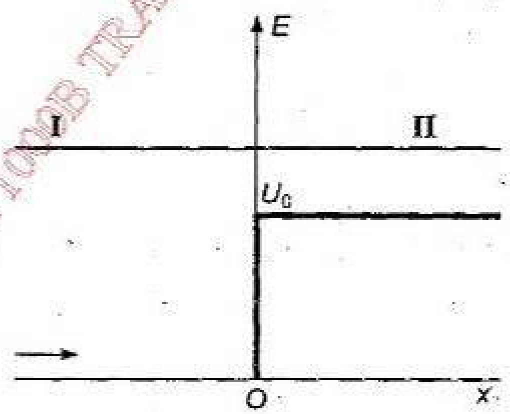
Bài giải

Trước hết ta hãy giải phương trình Srôdinghe để xác định hàm sóng của êlectrôn.

Vì hàm thế năng U có hai giá trị khác nhau nên ta sẽ tìm hàm sóng $\psi(x)$ của êlectrôn ở hai miền khác nhau đó.

miền I : $x \le 0$; $U = 0$,

miền II : $x > 0$; $U = U_o$.



Hình 5.1

Trong miền I, hàm sóng $\psi_I(x)$ thoả mãn phương trình :

$$\frac{d^2\psi_I}{dx^2} + \frac{2m_e}{\hbar^2}E\psi_I = 0.$$

Đặt $\qquad \dfrac{2m_e}{\hbar^2}E = k^2$;

phương trình trên có nghiệm tổng quát là :

$$\psi_I(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}.$$

số hạng Ae^{ikx} mô tả sóng phẳng truyền từ trái sang phải (sóng tới) còn số hạng Be^{-ikx} mô tả sóng truyền từ phải sang trái (sóng phản xạ trong miền I).

Trong miền II hàm sóng $\psi_{II}(x)$ thoả mãn phương trình :

$$\frac{d^2\psi_{II}}{dx^2} + \frac{2m_e}{\hbar^2}(E - U)\psi_{II} = 0.$$

Vì E > U nên có thể đặt :

$$\frac{2m_e}{\hbar^2}(E - U_o) = k_1^2 \;\; (k_1 : \text{là số thực và dương}).$$

Phương trình trên có nghiệm tổng quát :

$$\psi_{II} = Ce^{ik_1x} + De^{-ik_1x},$$

vì trong miền II chỉ có sóng truyền từ trái sang phải (sóng truyền qua) nên ta phải cho D = 0 nghĩa là :

$$\psi_{II}(x) = Ce^{ik_1x}.$$

Để tìm những liên hệ giữa các hệ số A, B, C ta viết điều kiện liên tục của hàm sóng và của đạo hàm cấp 1 của hàm sóng tại x = 0 :

$$\psi_I(0) = \psi_{II}(0),$$

$$\frac{d\psi_I(0)}{dx} = \frac{d\psi_{II}(0)}{dx}.$$

Ta được những hệ thức :

$$A + B = C,$$

$$k(A - B) = k_1C.$$

Từ đó suy ra :

$$\frac{A+B}{A-B}=\frac{k}{k_1},$$

và
$$\frac{B}{A}=\frac{k-k_1}{k+k_1}.$$

Tính hệ số phản xạ R : theo định nghĩa

$$R=\frac{\text{Mật độ dòng hạt phản xạ}}{\text{Mật độ dòng hạt tới}},$$

nghĩa là :
$$R=\frac{|B|^2}{|A|^2},$$

Suy ra :
$$R=\left(\frac{k-k_1}{k+k_1}\right)^2=\left(\frac{1-\frac{k_1}{k}}{1+\frac{k_1}{k}}\right)^2. \qquad (5\text{–}14)$$

Cuối cùng

$$R=\left[\frac{1-\sqrt{1-\frac{U_o}{E}}}{1+\sqrt{1-\frac{U_o}{E}}}\right]^2.$$

Hệ số truyền qua D được tính bởi công thức

$$D=1-R=1-\left(\frac{k-k_1}{k+k_1}\right)^2,$$

hay :
$$D=\frac{4kk_1}{(k+k_1)^2}. \qquad (5\text{–}15)$$

BÀI TẬP

5.1. Tính bước sóng Đơbrơi của êlectrôn và prôtôn chuyển động với vận tốc 10^6m/s.

5.2. Hạt êlectrôn tương đối tính chuyển động với vận tốc 2.10^8m/s. Tính bước sóng Đơbrơi của nó.

5.3. Hạt êlectrôn không vận tốc đầu được gia tốc qua một hiệu điện thế U. Tính U biết rằng sau khi gia tốc, hạt êlectrôn chuyển động ứng với bước sóng Đơbrơi 1Å.

5.4. Xác định bước sóng Đơbrơi của hạt êlectrôn có động năng bằng 1keV.

5.5. Xác định bước sóng Đơbrơi của hạt prôtôn được gia tốc (không vận tốc đầu) qua một hiệu điện thế bằng 1kV và 1MV.

5.6. Hỏi phải cung cấp cho hạt êlectrôn thêm một năng lượng bằng bao nhiêu để cho bước sóng Đơbrơi của nó giảm từ 100.10^{-12}m đến 50.10^{-12}m ?

5.7. Hạt nơtrôn động năng 25eV bay đến va chạm vào hạt đơtêri (hạt nhân của đồng vị nặng của hiđrô). Tính bước sóng Đơbrơi của hai hạt trong hệ quy chiếu khối tâm của chúng.

5.8. Xét các phân tử khí hiđrô cân bằng nhiệt động ở nhiệt độ phòng. Tính bước sóng Đơbrơi có xác suất lớn nhất của phân tử.

5.9. Thiết lập biểu thức của bước sóng Đơbrơi λ của hạt tương đối tính chuyển động với động năng T. Với giá trị nào của T, sự sai khác giữa λ tương đối tính và λ phi tương đối tính không quá 1% đối với hạt êlectrôn và hạt prôtôn.

5.10. Tính độ bất định về toạ độ Δx của hạt êlectrôn trong nguyên tử hiđrô biết rằng vận tốc êlectrôn bằng $v = 1,5.10^6$m/s và độ bất định về vận tốc $\Delta v = 10\%$ của v. So sánh kết quả tìm được với đường kính d của quỹ đạo Bo thứ nhất và xét xem có thể áp dụng khái niệm quỹ đạo cho trường hợp kể trên được không.

5.11. Hạt êlectrôn có động năng T = 15eV chuyển động trong một giọt kim loại kích thước $d = 10^{-6}$m. Tính độ bất định về vận tốc (ra %) của hạt đó.

5.12. Hạt vi mô có độ bất định về động lượng bằng 1% động lượng của nó. Tính tỉ số giữa bước sóng Đơbroi λ và độ bất định về toạ độ Δx của hạt đó.

5.13. Cho biết độ bất định về toạ độ của hạt vi mô bằng bước sóng Đơbroi của nó, tính $\frac{\Delta p}{p}$ đối với động lượng p của vi hạt.

5.14. Dùng hệ thức bất định, hãy đánh giá năng lượng nhỏ nhất E_{min} của êlectrôn.

1) Chuyển động trong giếng thế năng một chiều bề rộng bằng l.

2) Chuyển động trong nguyên tử hiđrô có kích thước $l = 1$Å.

5.15. Hạt vi mô có độ bất định về vị trí cho bởi $\Delta x = \lambda/2\pi$ với λ là bước sóng Đơbroi của hạt. Chứng minh rằng độ bất định về vận tốc của hạt $\Delta v \approx v$.

5.16. Hạt vi mô khối lượng m chuyển động trong trường thế một chiều $U = \frac{1}{2}kx^2$ (dao tử điều hoà). Dùng hệ thức bất định, xác định giá trị nhỏ nhất khả dĩ của năng lượng.

5.17. Dùng hệ thức bất định, xác định giá trị nhỏ nhất khả dĩ của năng lượng của êlectrôn trong nguyên tử hiđrô và tính khoảng cách hiệu dụng từ êlectrôn đến hạt nhân.

5.18. Hạt chuyển động trong giếng thế một chiều hình chữ nhật, chiều cao vô cùng, có năng lượng xác định. Kết quả, động lượng của hạt có bình phương môđun xác định $p^2 = 2mE$. Mặt khác hạt chuyển động trong miền hữu hạn có kích thước a bằng bề rộng của giếng thế năng. Nói cách khác : $\Delta x < \infty$. Hỏi có gì mâu thuẫn với hệ thức bất định ?

5.19. Dùng hệ thức bất định $\Delta E.\Delta t \quad \hbar$ xác định độ rộng của mức năng lượng êlectrôn trong nguyên tử hiđrô ở trạng thái :

a) Cơ bản (n = 1).

b) Kích thích ứng với thời gian sống $\tau \approx 10^{-8}$s.

5.20. Tính độ rộng tỉ đối của vạch quang phổ $\frac{\Delta\omega}{\omega}$, biết thời gian sống của nguyên tử ở trạng thái kích thích $\tau \approx 10^{-8}$s và bước sóng của phôtôn phát ra $\lambda = 0,6\mu m$.

5.21. Viết phương trình Srôđinghe đối với hạt vi mô :

a) Chuyển động một chiều trong trường thế $U = \frac{1}{2}kx^2$;

b) Chuyển động trong trường tĩnh điện Culông

$$U = -k_o\frac{Ze^2}{r}\left(k_o = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right);$$

c) Chuyển động trong không gian hai chiều dưới tác dụng của trường thế $U = \frac{1}{2}kr^2$.

5.22. Dựa vào phương trình Srôđinghe đối với vi hạt chuyển động một chiều, kết luận rằng Ψ và $\frac{d\Psi}{dx}$ phải liên tục.

5.23. Hạt ở trong giếng thế năng một chiều, chiều cao vô cùng

$$U(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a, \\ \infty & x \le 0\ ;\ x \ge a. \end{cases}$$

a) Hạt ở trạng thái ứng với n = 2. Xác định những vị trí ứng với cực đại và cực tiểu của mật độ xác suất tìm hạt ;

b) Hạt ở trạng thái n = 2. Tính xác suất để tìm hạt có vị trí trong khoảng $\frac{a}{3} \le x \le \frac{2a}{3}$;

c) Tìm vị trí x tại đó xác suất tìm hạt ở các trạng thái n = 1 và n = 2 là như nhau ;

d) Chứng minh rằng :

$$\int \Psi_m(x)\Psi_n(x)dx = \delta_{mn}$$

với $\delta_{mn} = \begin{cases} 0 & \text{khi } m \neq n \text{ (kí hiệu Kronecker)} \\ 1 & \text{khi } m = n \end{cases}$

c) Chứng minh rằng tại trạng thái n, số điểm nút của mật độ xác suất tìm hạt (tức là những điểm tại đó mật độ xác suất = 0) bằng n + 1.

5.24. Dòng hạt chuyển động từ trái sang phải qua một hàng rào thế bậc thang

$$U = \begin{cases} 0 & \text{khi } x \leq 0 \\ U_o & \text{khi } x > 0 \end{cases}$$

Giả sử năng lượng của hạt bằng $E > U_o$, biết hàm sóng hạt tới cho bởi :

$$\Psi_s = e^{ikx}\left(k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}\right).$$

a) Viết biểu thức hàm sóng phản xạ và hàm sóng truyền qua ;

b) Tính bước sóng Đơbrơi của hạt ở 2 miền I ($x \leq 0$) và II ($x > 0$). Tính tỉ số $n = \lambda_I/\lambda_{II}$ (chiết suất của sóng Đơbrơi) ;

c) Tìm liên hệ giữa hệ số phản xạ R và chiết suất n.

5.25. Khảo sát sự truyền của dòng hạt từ trái sang phải qua hàng rào thế bậc thang

$$U = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ U_o & x > 0 \end{cases}$$

với giả thiết năng lượng hạt bằng $E < U_o$.

a) Tìm hàm sóng của hạt ở miền I ($x \leq 0$) và ở miền II ($x > 0$).

b) Tính hệ số phản xạ và hệ số truyền qua.

Giải thích kết quả tìm được.

5.26. Khảo sát sự truyền của dòng hạt từ trái sang phải qua hàng rào thế bậc thang bề cao vô cùng

$$U = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \infty & x > 0 \end{cases}$$

a) Tìm hàm sóng của hạt ;

b) Tính hệ số phản xạ và hệ số truyền qua : giả sử hạt có năng lượng xác định E.

5.27. Khảo sát hạt vi mô trong giếng thế năng một chiều đối xứng có bề cao hữu hạn.

$$U = \begin{cases} U_o & x < 0 \\ 0 & 0 \le x \le a \\ U_o & x > a \end{cases}$$

Giả sử năng lượng của hạt $E < U_o$.

5.28. Hàm sóng dao tử điều hoà một chiều khối lượng m ở trạng thái cơ bản có dạng :

$$\Psi(x) = Ae^{-\alpha x^2},$$

trong đó A là hệ số chuẩn hoá, α là một hằng số dương. Dùng phương trình Srôđinghe tính α và tìm năng lượng tương ứng với trạng thái đó của dao tử điều hoà.

5.29. Hạt vi mô trong giếng thế năng một chiều có bề cao vô cùng (bài tập 5.23). Tính giá trị trung bình của

a) x ; b) x^2.

5.30. Xét phương trình Srôđingơ trạng thái dừng trong không gian một chiều :

$$U = U(x)$$

không phụ thuộc t

Chứng minh rằng nếu có một nghiệm $\varphi(x)$ sao cho khi $x \to \pm\infty$: $\varphi(x) \to 0$ thì nghiệm đó phải không suy biến (không suy biến nghĩa là các hàm sóng ứng với cùng một giá trị năng lượng thì sai khác nhau một hệ số nhân).

5.31. Giải phương trình Srôđingơ một chiều cho vi hạt chuyển động trong giếng thế

$$\begin{cases} U = \infty & x < 0 \quad (I) \\ U = 0 & 0 \le x \le a \quad (II) \\ U = U_o & x > a \quad (III) \end{cases}$$

Chương 6

NGUYÊN TỬ – PHÂN TỬ

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Nguyên tử hiđrô

a) Phương trình Srôđinghe đối với êlectrôn trong nguyên tử hiđro trong tọa độ cầu (giả thiết hạt nhân đứng yên).

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{d\Psi}{dr}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right) +$$

$$+ \frac{1}{r\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\varphi^2} + \frac{2me}{\hbar^2}\left(E + k_o\frac{e^2}{r}\right)\Psi = 0, \qquad (6\text{–}1)$$

với : $\quad k_o = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}$.

b) Hàm sóng của êlectrôn :

$$\Psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r)\, Y_{lm}(\theta, \varphi), \qquad (6\text{–}2)$$

với n là số lượng tử chính

$$n = 1, 2, 3, \ldots ;$$

l là số lượng tử orbital

$$l = 0, 1, 2, ..., n - 1;$$

m là số lượng tử từ :

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm l.$$

c) Năng lượng của électrôn :

$$E_n = -\frac{Rh}{n^2} \quad (6-3)$$

d) Dạng cụ thể của vài hàm sóng đơn giản :

$$R_{1,0} = 2\left(\frac{1}{a_o}\right)^{3/2} e^{-\frac{r}{a_o}}$$

$$R_{2,0} = \frac{1}{\sqrt{8}}\left(\frac{1}{a_o}\right)^{3/2} (2 - \frac{r}{a_o})e^{-\frac{r}{a_o}},$$

$$R_{2,1} = \frac{1}{\sqrt{24}}\left(\frac{1}{a_o}\right)^{3/2}\left(\frac{r}{a_o}\right)e^{-\frac{r}{2a_o}}$$

$$Y_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$$

$$Y_{1,1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{i\varphi}$$

$$Y_{1,0} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}}\cos\theta$$

$$Y_{1,-1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{-i\varphi}$$

trong đó

$$a_o = \frac{1}{k^o}\frac{\hbar^2}{m_e e^2} = 0,53.10^{-10}\,m$$ (bán kính quỹ đạo Bohr thứ nhất).

e) Số trạng thái ứng với n xác định bằng n^2.

<table>
<tr><th>n</th><th>l</th><th>m</th><th>Năng lượng</th><th colspan="2">Số trạng thái</th></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>E_1</td><td colspan="2">$1 = 1^2$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>0</td><td>0</td><td rowspan="2">E_2</td><td>1</td><td rowspan="2">$4 = 2^2$</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1
0
−1</td><td>3</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td>0</td><td>0</td><td rowspan="3">E_3</td><td>1</td><td rowspan="3">$9 = 3^2$</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1
0
−1</td><td>3</td></tr>
<tr><td>2</td><td>2
1
0
−1
−2</td><td>5</td></tr>
</table>

f) *Quy tắc chuyển trạng thái trong nguyên tử hiđrô (quy tắc lựa chọn)* $\Delta n \neq 0$.

2. Nguyên tử kim loại kiềm

a) Tương tự như nguyên tử hiđrô, đối với các nguyên tử kim loại kiềm, trạng thái của êlectrôn hoá trị phụ thuộc ba số lượng tử n, l, m

$$\Psi_{n,l,m}(\vec{r}).$$

Còn năng lượng của êlectrôn hoá trị phụ thuộc hai số lượng tử n và l

$$E_{n,l} = -\frac{Rh}{(n + x)^2} \qquad (6\text{–}4)$$

Số bổ chính Ritbe x phụ thuộc giá trị của l và phụ thuộc từng nguyên tử.

b) *Tần số bức xạ phát ra do sự chuyển mức năng lượng của êlectrôn hoá trị :*

$$\nu = \frac{R}{(n_1 + x_1)^2} - \frac{R}{(n_2 + x_2)^2}.$$

Quy tắc chuyển trạng thái (quy tắc lựa chọn)

$$\Delta n \neq 0 \; ; \; \Delta l = \pm 1. \qquad (6\text{–}5)$$

c) *Kí hiệu các số hạng quang phổ* (trong biểu thức của ν) *là nX*,

với X = S, P, D, F, ...

khi l = 0, 1, 2, 3, ...

Theo quy tắc lựa chọn, chẳng hạn đối với nguyên tử Na, có những dãy vạch quang phổ sau :

ν = 3S – nP (dãy chính) (n = 4, 5, 6, ...) ;

ν = 3P – nS (dãy phụ II) (n = 4, 5, 6, ...) ;

ν = 3P – nD (dãy phụ I) (n = 4, 5, 6, ...) ;

ν = 3D – nF (dãy cơ bản) (n = 4, 5, 6, ...).

d) *Vạch quang phổ cộng hưởng tương ứng với sự chuyển trạng thái của nguyên tử từ trạng thái kích thích đầu tiên về trạng thái cơ bản.* Cụ thể, chẳng hạn đối với nguyên tử Li, vạch quang phổ cộng hưởng tương ứng với sự chuyển trạng thái 2P → 2S của êlectrôn ; Đối với nguyên tử Na, vạch quang phổ cộng hưởng tương ứng với sự chuyển 3P → 3S. Từ đó cũng có thể suy ra thế kích thích đầu tiên đối với nguyên tử.

3. Mômen orbital

Mômen động lượng orbital $\vec{L}$ của êlectrôn có giá trị cho bởi :

$$\begin{cases} (\vec{L})^2 = l(l+1)\hbar^2, \\ L_z = m\hbar, \end{cases} \qquad (6\text{–}6)$$

trong đó l = 0, 1, 2, ...,

và m = 0, ± 1, ± 2, ..., ± l.

L_z là hình chiếu của $\overline{L}$ lên phương z (một phương đang khảo sát trong một bài toán cụ thể nào đó).

Với l xác định, có tất cả $2l + 1$ giá trị khác nhau của m. Nói cách khác với $\overline{L^2}$ xác định, có $2l + 1$ giá trị khác nhau của L_z.

4. Mômen spin của êlectrôn

Mômen Spin $\bar{S}$ đặc trưng cho chuyển động nội tại của êlectrôn nó có giá trị cho bởi :

$$\begin{cases} (\bar{S})^2 = s(s+1)\hbar^2, \\ S_z = m_s\hbar, \end{cases} \tag{6–7}$$

trong đó $s = \dfrac{1}{2}$ là số lượng tử spin, còn $m_s = \pm s = \pm\dfrac{1}{2}$ là số lượng tử hình chiếu spin. Vậy hình chiếu spin của êlectrôn lên một phương z chỉ có thể lấy hai giá trị bằng $\pm\dfrac{1}{2}\hbar$.

5. Mômen toàn phần

Mômen toàn phần $\bar{J}$ của êlectrôn bằng tổng hợp (vectơ) của mômen orbital $\overline{L}$ và mômen spin $\bar{S}$

$$\bar{J} = \bar{L} + \bar{S}.$$

Người ta chứng minh rằng

$$\begin{cases} (\bar{J})^2 = j(j+1)\hbar^2, \\ J_z = m_j\hbar \end{cases} \tag{6–8}$$

với j là số lượng tử mômen toàn phần cho bởi :

$$j = \left| l \pm \frac{1}{2} \right|, \tag{6–9}$$

và m_j là số lượng tử hình chiếu mômen toàn phần, được tính bởi :

$$m_j = -j, -j+1, ..., j-1, j,$$

với j xác định có $2j + 1$ khác nhau của m_j.

Cụ thể là

l	0	1	2	3	4	...
j	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\ \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}\ \frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}\ \frac{7}{2}$	$\frac{7}{2}\ \frac{9}{2}$	...

6. Cấu tạo tế vi của các vạch quang phổ

Nếu kể đến mômen spin, năng lượng của êlectrôn (trong nguyên tử hiđrô hay trong nguyên tử kim loại kiềm đối với êlectrôn hoá trị) phụ thuộc 3 số lượng tử n, l, j

$$E_{nlj} \text{ (kí hiệu } n^2X_j(-h)).$$

Sự chuyển trạng thái năng lượng của êlectrôn gây ra sự phát xạ phôtôn tần số ν,

$$h\nu = E_{(n_2 l_2 j_2)} - E_{(n_1 l_1 j_1)},$$

tuân theo các quy tắc lựa chọn sau :

$$\Delta n \neq 0 \ ; \ \Delta l = \pm 1 \ ; \ \Delta j = 0, \pm 1. \qquad (6\text{–}10)$$

Cụ thể, chẳng hạn đối với vạch quang phổ

$$\nu = 3P - nD \ ;$$

nếu để ý đến mômen spin, có ba vạch phân biệt gần nhau (vạch bội 3) là :

$$3^2P_{1/2} - n^2D_{3/2},$$
$$3^2P_{3/2} - n^2D_{3/2},$$
$$3^2P_{3/2} - n^2D_{5/2}.$$

7. Trạng thái của một êlectrôn trong nguyên tử

a) Trạng thái của một êlectrôn trong nguyên tử được xác định bởi 4 số lượng tử :

$$n, l, m, m_s.$$

b) *Nguyên lí Pauli*

Trong nguyên tử có nhiều nhất là một êlectrôn ở một trạng thái lượng tử xác định bởi 4 số lượng tử n, l, m, m_s.

c) Một số lượng tử n xác định, tương ứng với tất cả

$$2\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1) = 2n^2 \qquad (6\text{–}11)$$

trạng thái êlectrôn.

n	lớp	l	lớp con	m	m_s	số trạng thái	
1	k	0	1s	0	± 1/2	2	2
2	L	0	2s	0	± 1/2	2	8
		1	2p	1	± 1/2	6	
				0	± 1/2		
				−1	± 1/2		
3	M	0	3s	0	± 1/2	2	18
		1	3p	1	± 1/2	6	
				0	± 1/2		
				−1	± 1/2		
		2	3d	2	± 1/2	10	
				1	± 1/2		
				0	± 1/2		
				−1	± 1/2		
				−2	± 1/2		
4	N	0	4s	0	± 1/2	2	
		1	4p	1	± 1/2	6	
				0	± 1/2		
				−1	± 1/2		

d) Căn cứ vào bảng trên, ta có thể biểu diễn cấu hình của các êlectrôn trong nguyên tử, nghĩa là sự sắp xếp theo các trạng thái xác định của các êlectrôn trong một nguyên tử. Thí dụ : cấu hình nguyên tử Al là $(1s)^2$ $(2s)^2$ $(2p)^6$ $(3s)^2$ $(3p)$. Như vậy có nghĩa là trong nguyên tử Al đang xét có :

2 êlectrôn ở trạng thái 1s ;
2 " " " " " " " 2s ;
6 " " " " " " " 2p ;
2 " " " " " " " 3s ;
1 " " " " " " " 3p.

8. Tính chất từ

a) Đối với một êlectrôn, mômen từ orbital $\vec{\mu}$ xác định bởi

$$\begin{cases} |\vec{\mu}| \equiv \mu = g_l\sqrt{l(l+1)}\,\mu_B, \\ \mu_z = g_l m \mu_B, \end{cases} \qquad (6\text{–}12)$$

với $g_l = 1$ và $\mu_B = \dfrac{e\hbar}{2m_e}$ = manhêtôn Bohr.

Mômen từ spin của êlectrôn $\vec{\mu}_s$ được xác định bởi

$$\begin{cases} \mu_s = g_s\sqrt{s(s+1)}\,\mu_B\,, \\ \mu_{sz} = g_s m_s \mu_B\,, \end{cases} \qquad (6\text{–}13)$$

với $g_s = 2$.

Mômen từ toàn phần của êlectrôn $\vec{\mu_j}$ được xác định bởi :

$$\begin{cases} \mu_j = g_j\sqrt{j(j+1)}\,\mu_B\,, \\ \mu_{jz} = g_j m_j \mu_B\,, \end{cases} \qquad (6\text{–}14)$$

với
$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \qquad (6\text{–}15)$$

gọi là thừa số Lanđê.

Chú ý rằng khi cho s = 0 (không để ý mômen spin) thì

$$g_j = g_l = 1\;;$$

và khi cho $l = 0$ (chỉ có mômen spin) thì :

$$g_j = g_s = 2.$$

b) Đối với cả vỏ êlectrôn của nguyên tử, đặc trưng bởi những số lượng tử L, S, J thì mômen từ $\overline{\mu_j}$ của vỏ êlectrôn đó được xác định bởi

$$\begin{cases} \mu_j = g\sqrt{J(J+1)}\,\mu_B, \\ \mu_{jz} = g m_J \mu_B, \end{cases} \qquad (6\text{–}16)$$

trong đó thừa số Landê

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \qquad (6\text{–}17)$$

c) Hiện tượng Zeeman thường :

$$\nu' = \nu + \frac{\mu_B B}{h}\Delta m, \qquad (6\text{–}18)$$

với quy tắc lựa chọn

$$\Delta m = 0, \pm 1.$$

Kết quả, dưới tác dụng của từ trường (yếu), một vạch quang phổ (hiđrô) tách ra làm 3 vạch.

9. Phân tử hai nguyên tử

a) Phương trình Srôđinghe đối với phân tử hai nguyên tử

$$\Delta_1\Psi + \Delta_2\Psi + 2\frac{m_e}{\hbar}(E - U)\Psi = 0, \qquad (6\text{–}19)$$

trong đó :

$$U = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{Z_A Z_B}{r_{AB}} + \sum_{i \neq j}\frac{1}{r_{ij}} - \sum_j\left(\frac{1}{r_j^A} + \frac{1}{r_j^B}\right)\right\}. \qquad (6\text{–}20)$$

với r_{AB} là khoảng cách giữa hai hạt nhân A và B ; chúng lần lượt mang điện tích $+ Z_A e$ và $+ Z_B e$; r_{ij} là khoảng cách giữa êlectrôn thứ i và êlectrôn thứ j ; r_j^A và r_j^B là những khoảng cách từ êlectrôn thứ j đến hai hạt nhân A và B.

b) Trạng thái của phân tử hiđrô

– *Trạng thái của 1 êlectrôn* được xác định bởi giá trị hình chiếu mômen quỹ đạo lên trục phân tử, kí hiệu là λ (λ chỉ lấy giá trị không âm)

giá trị λ : 0, 1, 2, 3, ...,

trạng thái : $\sigma, \pi, \delta, \varphi, \ldots$

– *Trạng thái của cả phân tử* được đặc trưng bởi số lượng tử $\wedge = \sum\lambda_i$ (lấy tổng theo các êlectrôn)

giá trị $\wedge$: 0, 1, 2, 3, ...,

trạng thái : $\Sigma, \pi, \Delta, \phi \ldots$

Ngoài ra trạng thái phân tử còn được đặc trưng bởi số lượng tử spin toàn phần S của hệ êlectrôn, kí hiệu trạng thái ^{2S+1}X.

Thí dụ với phân tử hiđrô, có các trạng thái

$$^3\Sigma \;; \qquad {}^1\Sigma$$

$$(S = 1, \wedge = 0) \qquad (S = 0, \wedge = 0).$$

c) Mômen động lượng quay của phân tử 2 nguyên tử

$$L_r = \sqrt{r(r+1)}\hbar$$

r : số lượng tử quay ; r = 0, 1, 2...

d) Mức năng lượng quay của phân tử

$$E_r = \hbar Br(r+1), \qquad (6\text{–}21)$$

trong đó B là hằng số quay $= \dfrac{\hbar}{2I}$,

I là mômen quán tính của phân tử, có thể tính $I = \tilde{m}r_o^2$, với r_o là khoảng cách cân bằng giữa hai hạt nhân và $\tilde{m} = \dfrac{m_A m_B}{m_A + m_B}$ là khối lượng rút gọn của phân tử.

e) Mức năng lượng dao động của phân tử

$$E_v = \hbar\omega\left(v + \frac{1}{2}\right), \qquad (6\text{–}22)$$

trong đó v là số lượng tử dao động, v = 0, 1, 2, ... và tần số

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{\tilde{m}}}, \quad \text{với } \tilde{m} = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}.$$

Bài tập thí dụ 1

Nguyên tử hiđrô ở trạng thái 1s.

a) Tìm khoảng cách r ứng với giá trị lớn nhất của xác suất tìm êlectrôn.

b) Tính xác suất tìm êlectrôn trong một hình cầu bán kính $r = 0{,}1a_o$ (a_o là bán kính quỹ đạo Bohr thứ nhất).

Bài giải

Ở trạng thái 1s ($n = 1, l = 0, m = 0$) hàm sóng của êlectrôn có dạng :

$$\Psi_{100}(r, \theta, \varphi) = R_{10}(r)\Psi_{00}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_o^3}} e^{-\frac{r}{a_o}}.$$

Hàm sóng ở đây chỉ phụ thuộc r (đối xứng cầu). Xác suất tìm êlectrôn trong một lớp cầu mỏng nằm giữa 2 bán kính (r, r + dr) có thể tích $dV = 4\pi r^2 dr$ cho bởi

$$|\Psi_{100}(r)|^2 dv = 4\pi \frac{1}{\pi a_o^3} e^{-\frac{2r}{a_o}} r^2 dr = \frac{4}{a_o^3} e^{-\frac{2r}{a_o}} r^2 dr.$$

a) Cực trị của xác suất ứng với cực trị của hàm

$$f(r) = e^{-\frac{2r}{a_o}} r^2.$$

Kết quả khảo sát hàm f(r)

r	0	a_o	∞
f(r)	0 $\nearrow$	max	$\searrow$ 0

Vậy ứng với giá trị $r = a_o$, xác suất tìm êlectrôn lớn nhất.

b) Xác suất tìm êlectrôn trong quả cầu bán kính r = 0.1a được tính bởi tích phân :

$$\Omega = \int_0^{0.1a} \frac{4}{a_o^3} e^{-\frac{2r}{a_o}} r^2 dr.$$

Đổi biến số $\rho = \frac{r}{a_o}$, $r = a_o\rho$; $dr = a_o d\rho$;

$$\Omega = \int_0^{0.1} 4e^{-2\rho}\rho^2 d\rho.$$

Đặt $2\rho = \xi$

$$\Omega = \frac{1}{2}\int_0^{0.2} e^{-\xi}\xi^2 d\xi$$

Tính tích phân bằng phân đoạn :

$$\frac{1}{2}\int_0^{0.2} e^{-\xi}\xi^2 d\xi = -\frac{1}{2}\xi^2 e^{-\xi}\Big|_0^{0.2} + \int_0^{0.2} e^{-\xi}\xi d\xi =$$

$$= -\frac{1}{2}\xi^2 e^{-\xi}\Big|_0^{0.2} - \xi e^{-\xi}\Big|_0^{0.2} + \int_0^{0.2} e^{-\xi} d\xi =$$

$$= \left[-\frac{1}{2}\xi^2 e^{-\xi} - \xi e^{-\xi} - e^{-\xi}\right]\Big|_0^{0.2}.$$

Kết quả tìm được :

$$\Omega \approx 1,1.10^{-3}.$$

Bài tập thí dụ 2

Tìm số bổ chính Rytbe đối với số hạng 3P của nguyên tử Na biết rằng thế kích thích đối với trạng thái thứ nhất bằng 2,10V và năng lượng liên kết của êlectrôn hoá trị ở trạng thái 3S bằng 5,14 eV.

Bài giải

Đối với nguyên tử Na, êlectrôn hoá trị thuộc lớp M(n = 3). Trạng thái cơ bản là 3s ứng với số hạng 3S, số hạng này có dạng $\frac{R}{(3+x_s)^2}$.

Trạng thái kích thích thứ nhất là 3p ứng với số hạng 3P, số hạng này có dạng : $\frac{R}{(x+x_p)^2}$.

Theo đề bài :

$$\frac{Rh}{(3+x_s)^2} - \frac{Rh}{(3+x_p)^2} = 2{,}01\text{eV},$$

và

$$\frac{Rh}{(3+x_s)^2} = 5{,}14\text{eV},$$

suy ra

$$\frac{Rh}{(3+x_p)^2} = 3{,}04\text{eV}.$$

Thay R và h bằng những giá trị của chúng, ta tìm được $x_p = -0{,}88$.

Bài tập thí dụ 3

Trong nguyên tử hiđrô, êlectrôn chuyển từ trạng thái 3p về trạng thái cơ bản. Xác định độ biến thiên mômen từ orbital của êlectrôn trong quá trình đó.

Bài giải

Mômen từ orbital của êlectrôn :

$$\mu_l = \mu_B\sqrt{l(l+1)}$$

chỉ phụ thuộc số lượng tử orbital l,

ở trạng thái 3p : $l = 1$ $\quad \mu_l = \sqrt{2}\mu_B$;

ở trạng thái 1s : $l = 0$ $\quad \mu_o = 0$.

Vậy độ biến thiên mômen từ orbital trong quá trình đang xét bằng :

$$\mu_o - \mu_I = -\sqrt{2}\,\mu_B = -1,41.10^{-22}\ \text{Am}^2.$$

Nếu cần tính độ biến thiên của hình chiếu mômen từ orbital ta có :

$$(\mu_I)_z = m\mu_B, \qquad m = 0, \pm 1.$$

$$(\mu_o)_z = 0.$$

và $$(\mu_o)_z - (\mu_I)_z = -m\mu_B,$$

có ba giá trị là 0 và $\pm \mu_B$ (phù hợp với quy tắc lựa chọn $\Delta m = 0, \pm 1$).

Bài tập thí dụ 4

Trong nguyên tử, xác định số trạng thái êlectrôn thuộc lớp n (n = 3 và n = 4) có cùng những số lượng tử sau

a) m_s ,

b) $m_l = +1$,

c) $m_l = -1$ và $m_s = -\frac{1}{2}$.

Bài giải

a) Cùng m_s :

Các trạng thái êlectrôn khác nhau bởi ba số n, l và m_l. Với n xác định thì $l = 0, 1, 2, ..., n-1$ và với l xác định thì $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm l$.

Vậy với n xác định (và m_s xác định), số trạng thái êlectrôn là

$$\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1) = n^2.$$

Khi n = 3 thì $n^2 = 9$,

Khi n = 4 thì $n^2 = 16$.

b) Cùng $m_l = +1$

Khi n xác định và m_l xác định thì $l = |m_l|, |m_l| + 1 ...$ và tối đa $l = n - 1$.

Vậy khi n và m_l xác định thì có $n - |m_l|$ trạng thái của êlectrôn khác nhau bởi các giá trị của l và kết quả có $2(n - |m_l|)$ trạng thái êlectrôn khác nhau bởi các giá trị l và m_s :

Với $m_l = 1$ và $n = 3$, ta có $2(n - |m_l|) = 4$;

Với $m_l = 1$ và $n = 4$ ta có $2(n - |m_l|) = 6$.

c) Cùng $m_l = -1$ *và* $m_s = -\frac{1}{2}$.

Với n, m_l và m_s xác định, có $n - |m_l|$ trạng thái êlectrôn khác nhau bởi các giá trị của l, khi

$n = 3$, $m_l = -1$ thì $n - |m_l| = 2$;

$n = 4$, $m_l = -1$ thì $n - |m_l| = 3$.

BÀI TẬP

6.1. Dùng phương trình Srôđinghe tính năng lượng của êlectrôn trong nguyên tử hiđrô ở trạng thái mô tả bởi hàm sóng

$$\psi_{200} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}}\left(\frac{1}{a_o}\right)^{3/2}\left(2 - \frac{r}{a_o}\right)e^{-\frac{r}{2a_o}}.$$

6.2. Êlectrôn trong nguyên tử hiđrô ở trạng thái 1s.

Xác định tỉ số hai xác suất tìm êlectrôn trong hai lớp cầu (0,5a ; 0,5a : 0,01a) và (1,5a ; 1,5a + 0,01a) ; a là bán kính quỹ đạo Bohr thứ nhất.

6.3. Êlectrôn trong nguyên tử hiđrô ở trạng thái 1s.

a) Tính xác suất w_1 tìm êlectrôn trong hình cầu (0 ; a) với a là bán kính Bohr thứ nhất.

b) Tính xác suất w_2 tìm êlectrôn ngoài hình cầu đó.

c) Tính tỉ số w_2/w_1.

6.4. Êlectrôn trong nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản. Tìm giá trị trung bình của :

a) r ; b) $\frac{1}{r}$; c) $\frac{1}{r^2}$.

6.5. Hàm sóng mô tả êlectrôn ở trạng thái 2s là

$$\psi_{200}(\rho) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}}(2-\rho)e^{-\rho/2},$$

với $\rho = \frac{r}{a}$. Xác định những điểm cực trị của mật độ xác suất. Vẽ đồ thị của $\rho^2|\psi|^2$ theo ρ.

6.6. Viết phương trình Srôđinghe đối với nguyên tử hêli.

6.7. Năng lượng liên kết của êlectrôn hoá trị trong nguyên tử liti ở trạng thái 2s bằng 5,59eV ; ở trạng thái 2p bằng 3,54eV. Tính các số bổ chính Rytbe đối với các số hạng quang phổ s và p của Li.

6.8. Tìm bước sóng của các bức xạ phát ra khi nguyên tử Li chuyển trạng thái 3s → 2s cho biết các số bổ chính Rytbe đối với nguyên tử Li :

$$x_s = -0{,}41 ; x_p = -0{,}09.$$

6.9. Tìm bước sóng của các bức xạ phát ra khi nguyên tử Na chuyển trạng thái 4s → 3s, cho biết đối với Na :

$$x_s = -1{,}37 ; x_p = -0{,}9.$$

6.10. Bước sóng của vạch cộng hưởng của nguyên tử kali ứng với sự chuyển 4p → 4s bằng 7665Å ; bước sóng giới hạn của dãy chính bằng 2858Å. Tính các số bổ chính Rytbe x_s và x_p đối với kali.

6.11. Trong nguyên tử Na, biết các số bổ chính Rytbe

$$x_s = -1{,}37, x_p = -0{,}9, x_d = -0.01 ;$$

đặt các số hạng dưới dạng : $\frac{R(Z-a)^2}{n^2}$. Tính a đối với các số hạng 3S, 3P và 3D.

6.12. Tính giá trị hình chiếu mômen quỹ đạo của êlectrôn ở trạng thái d.

6.13. Nguyên tử hiđrô thoạt tiên ở trạng thái cơ bản hấp thụ phôtôn năng lượng 10,2eV. Xác định độ biến thiên mômen orbital ΔL của êlectrôn, biết rằng ở trạng thái kích thích êlectrôn ở trạng thái p.

6.14. Đối với êlectrôn hoá trị trong nguyên tử Na :

Hỏi những trạng thái năng lượng nào có thể chuyển về trạng thái ứng với n = 3 ? Khi xét có chú ý cả spin.

6.15. Khảo sát sự tách vạch quang phổ :

$$mD - nP$$

dưới tác dụng của từ trường yếu.

6.16. Trạng thái của nguyên tử được kí hiệu bởi :

$$^{2S+1}X_j,$$

trong đó X = S, P, D, F, ... tuỳ theo giá trị của số lượng tử quỹ đạo L của vỏ êlectrôn ; S là số lượng tử spin và J là số lượng tử mômen toàn phần của cả vỏ êlectrôn.

Xác định mômen từ của nguyên tử ở trạng thái :

a) $^1F_3$; b) $^2D_{3/2}$;

c) Ứng với S = 1 ; L = 2 và thừa số Landé bằng 4/3.

6.17. Nguyên tử ở trạng thái $L = 2$; $S = \frac{3}{2}$ có mômen từ bằng 0. Tìm mômen toàn phần của nguyên tử đó.

6.18. Có bao nhiêu êlectrôn s, êlectrôn p và êlectrôn d trong lớp K ? L ? M ?

6.19. Lớp ứng với n = 3 chứa đầy êlectrôn, trong số đó có bao nhiêu êlectrôn :

a) Cùng có $m_s = \frac{1}{2}$ b) Cùng có m = 1 ;

c) Cùng có m = −2 ; d) Cùng có $m_s = -\frac{1}{2}$ và m = 0 ;

e) Cùng có $m_s = \frac{1}{2}$ và $l = 2$.

6.20. Trong nguyên tử các lớp K, L, M đều đầy. Xác định :

a) Tổng số êlectrôn trong nguyên tử.

b) Số êlectrôn s, số êlectrôn p và số êlectrôn d.

c) Số êlectrôn p có m = 0.

6.21. Viết cấu hình êlectrôn đối với các nguyên tử sau đây ở trạng thái cơ bản :

a) bo ; b) cacbon ; c) natri.

6.22. Viết phương trình srôđinghe đối với phân tử ôxi.

6.23. Tính tốc độ góc quay của phân tử S_2 ở mức năng lượng quay kích thích thứ nhất, biết khoảng cách cân bằng giữa hai hạt nhân $r_o = 189.10^{-12}$m.

6.24. Hai mức năng lượng quay kề nhau của phân tử HCl cách nhau 7,86MeV. Tìm những số lượng tử quay của hai mức đó ; cho biết khoảng cách cân bằng giữa hai hạt nhân $r_o = 127,5.10^{-12}$m.

Chương 7

HẠT NHÂN NGUYÊN TỬ – HẠT SƠ CẤP

A – HẠT NHÂN

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Bán kính hạt nhân

$$R = r_o A^{1/3}, \qquad (7-1)$$

với bán kính điện $r_o \approx (1,2 \div 1,5).10^{-15}$m. A là số nuclêôn của hạt nhân.

2. Năng lượng liên kết hạt nhân

$$W_{lk} = c^2\Delta M = c^2\left[Zm_p + (A - Z)m_n - M\right], \qquad (7\text{–}2)$$

với ΔM là độ hụt khối của hạt nhân ${}^A_Z X$,

Z – điện tích của hạt nhân ;

M – khối lượng của hạt nhân ;

m_p và m_n – khối lượng của prôtôn và nơtrôn.

3. Định luật phân rã phóng xạ

$$N = N_o e^{-\lambda t} = N_o e^{-t/\tau}, \qquad (7\text{–}3)$$

với N_o là số hạt nhân chưa phân rã ở thời điểm ban đầu ($t = 0$)

N – số hạt nhân chưa phân rã ở thời điểm t ;

λ – hằng số phân rã ;

$\tau = \dfrac{1}{\lambda}$ – thời gian sống trung bình của hạt nhân phóng xạ.

4. Chu kì bán rã của chất phóng xạ

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 0,693\tau. \qquad (7\text{–}4)$$

5. Các quy tắc dịch chuyển

Phân rã α :

$${}^A_Z X \xrightarrow{\alpha} {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2He. \qquad (7\text{–}5)$$

Phân rã β^- :

$${}^A_Z X \xrightarrow{\beta^-} {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e. \qquad (7\text{–}6)$$

Phân rã β^+ :

$${}^A_Z X \xrightarrow{\beta^+} {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e. \qquad (7\text{–}7)$$

6. Máy gia tốc xyclôtrôn

a) Bán kính quỹ đạo của hạt điện được gia tốc :

$$r = \frac{mv}{eB}. \quad (7-8)$$

Với : m và e là khối lượng và điện tích của hạt điện.

v – vận tốc của hạt điện, B – cảm ứng từ.

b) Chu kì quay của hạt

$$T = \frac{2\pi m}{eB}. \quad (7-9)$$

7. Năng lượng của phản ứng hạt nhân

$$Q = c^2\left[\sum_i m_i - \sum_k m_k\right], \quad (7-10)$$

với $\sum_i m_i$ và $\sum_k m_k$ là tổng khối lượng của các hạt trước và sau phản ứng.

Nếu $Q > 0$ thì phản ứng toả năng lượng ;

Nếu $Q < 0$ thì phản ứng thu năng lượng.

Năng lượng ngưỡng của phản ứng hạt nhân thu năng lượng là năng lượng nhỏ nhất cần thiết để gây ra phản ứng ấy

$$W_n = |Q|\frac{M + m}{M}, \quad (7-11)$$

trong đó $|Q|$ là nhiệt cung cho phản ứng, M và m là khối lượng của hạt nhân bị bắn phá và của hạt bắn phá.

8. Đơn vị đo khối lượng và năng lượng hạt nhân

$$1u = \frac{1}{12}m\left({}^{12}_{6}C\right) = 1,6605655.10^{-27}\,kg.$$

Thí dụ :

$${}^{1}_{0}n = 1,008665, \qquad {}^{3}_{2}He = 3,016029,$$

$^1_1H \equiv ^1_1p = 1,007825$, $\quad ^4_2He = 4,002603$,

$^2_1H = 2,014102$, $\quad ^6_3Li = 6,015123$,

$^3_1H = 3,016049$, $\quad ^7_3Li = 7,016005$.

Theo hệ thức Anhxtanh $W = mc^2$ một đơn vị khối lượng nguyên tử u tương ứng với 1 năng lượng

$$1u \rightarrow 931,5016 MeV.$$

Do đó còn có thể tính khối lượng hạt nhân bằng đơn vị eV/c^2, MeV/c^2, GeV/c^2.

Bài tập thí dụ 1

Sau khi được gia tốc trong xyclôtrôn, hạt đơtôn ^2_1H bắn vào đồng vị ^7_3Li, gây nên phản ứng hạt nhân. Hãy xác định :

a) Bán kính của đơtôn, biết rằng bán kính điện của nó $r_o \simeq 1,3.10^{-15} m$;

b) Năng lượng liên kết của ^7_3Li ;

c) Sản phẩm thứ hai của phản ứng, biết rằng chỉ có hai sản phẩm, trong đó một là nơtrôn ;

d) Năng lượng toả ra trong phản ứng ;

e) Tần số của hiệu điện thế xoay chiều đặt vào hai nửa của xyclôtrôn, cho biết cảm ứng từ B = 1,26T.

Bài giải

$$\text{Cho}\begin{cases} m\left(^7_3Li\right) = 7,01823u, \\ m\left(^2_1H\right) = 2,01355u, \\ m_n = 1,00867u, \\ r_o = 1,3.10^{-15}m, \\ B = 1,26T. \end{cases} \qquad \text{Hỏi}\begin{cases} a)\ R? \\ b)\ W_{lk}? \\ c)\ ^2_1H + ^7_3Li \rightarrow n + X? \\ d)\ Q? \\ e)\ \nu? \end{cases}$$

a) Bán kính của hạt đơtơn $\left({}_1^2H\right)$ bằng

$$R = r_oA^{1/3} = 1,3.10^{-15}.2^{1/3} = 1,64.10^{-15}m.$$

b) Hạt nhân ${}_3^7Li$ có số prôtôn Z = 3 và số nơtrôn :

$$A - Z = 7 - 3 = 4.$$

Năng lượng liên kết của ${}_3^7Li$ được tính theo hệ thức (7–2), nghĩa là :

$$W_{lk} = c^2\Delta M = c^2[3m_p + 4m_n - M] =$$

$$= (3.10^8)^2[3.1,00728 + 4.1,00867 - 7,01823] \times 1,660.10^{-27};$$

$$W_{lk} = 931,44\ (MeV/u) \times 0,0383u = 35,67MeV.$$

c) Dựa vào các định luật bảo toàn số nuclôn và bảo toàn điện tích, chúng ta có thể viết phản ứng hạt nhân khi bắn đơtôn vào ${}_3^7Li$ như sau :

$${}_1^2H + {}_3^7Li \rightarrow {}_0^1n + {}_4^8X + Q.$$

Dùng bảng tuần hoàn các nguyên tố, ta thấy ${}_4^8X$ là hạt nhân đồng vị của bêri. Do đó :

$${}_4^8X = {}_4^8Be\ ;\ m\left({}_4^8Be\right) = 8,00785u.$$

d) Năng lượng Q toả ra trong phản ứng trên được tính theo hệ thức (7–10)

$$A = 931,44\left[m\left({}_1^2H\right) + m\left({}_3^7Li\right) - m_n - m\left({}_4^8Be\right)\right] =$$

$$= 931,44(2,01355 + 7,01823 - 1,00867 - 8,00785) =$$

$$= 14,21MeV.$$

e) Tần số của hiệu điện thế xoay chiều trong máy gia tốc xyclôtrôn bằng tần số chuyển động quay của hạt đơtôn, vì vậy theo (7–9) ta có :

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{eB}{2\pi m},$$

với e là điện tích của đơtôn $\left({}^2_1H\right)$, chính là điện tích của prôtôn $e = 1,6.10^{-19}C$, và m là khối lượng của đơtôn m = 2,01355u hay $m = 2,01355.1,660.10^{-27} = 3,34.10^{-27}kg$.

Vậy $v = \dfrac{1,6.10^{-19}.1,26}{2.2,14.3,34.10^{-27}} = 9,6.10^6 Hz$.

Bài tập thí dụ 2

Để đo chu kì bán rã của chất phóng xạ có thời gian sống ngắn người ta dùng máy đếm xung. Trong thời gian 1 phút đếm được 250 xung, nhưng 1 giờ sau khi đo lần thứ nhất, chỉ đếm được 92 xung trong 1 phút.

Hãy xác định hằng số phân rã và chu kì bán rã của chất phóng xạ.

Bài giải

Cho : $\begin{cases} \Delta n_1 = 250, \\ \Delta n_2 = 92, \\ \Delta t = 1 \text{ phút}, \\ t = 1 \text{ giờ}. \end{cases}$ Hỏi : $\begin{cases} \lambda \ ? \\ T \ ? \end{cases}$

Số xung Δn, do máy đếm ghi được trong thời gian Δt, tỉ lệ với số nguyên tử đã bị phân rã ΔN.

Như vậy, trong phép đo lần thứ nhất :

$$\Delta n_1 = k.\Delta N_1 = kN_1.(1 - e^{-\lambda \Delta t}), \quad (1)$$

trong đó N_1 là số hạt nhân nguyên tử phóng xạ ở thời điểm đầu λ – hằng số phân rã, Δt – thời gian đo (khoảng thời gian đếm xung), k – hệ số tỉ lệ (không đổi đối với 1 dụng cụ đo nhất định và cách sắp xếp nhất định của dụng cụ so với chất phóng xạ). $N_1 e^{-\lambda \Delta t}$ theo hệ thức (7–3) chính là số hạt nhân chưa phân rã còn lại sau thời gian Δt. Với cách sắp xếp dụng cụ đo và chất phóng xạ như trước thì trong phép đo lần thứ hai số xung ghi được sẽ là :

$$\Delta n_2 = k\Delta N_2 = kN_2(1 - e^{-\lambda\Delta t}), \qquad (2)$$

trong đó N_2 là số hạt nhân nguyên tử phóng xạ ở lúc đầu của phép đo lần thứ hai.

Chia (1) cho (2) và chú ý rằng, theo đầu bài, Δt là như nhau trong hai trường hợp đo, còn N_2 liên hệ với N_1 theo hệ thức (7–3) : $N_2 = N_1e^{-\lambda t}$, với t là thời gian từ lúc đầu của phép đo lần thứ nhất tới lúc đầu của phép đo lần thứ hai , ta được :

$$\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = e^{\lambda t}. \qquad (3)$$

Muốn tính λ, cần lấy lôga biểu thức (3), từ đó suy ra :

$$\lambda = \frac{1}{t}\ln\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2}. \qquad (4)$$

Thay những giá trị bằng số vào (4) ta được :

$$\lambda = \frac{1}{1}\ln\frac{250}{92} = (1 \text{ giờ})^{-1}.$$

Chu kì bán rã được tính theo (7–4) :

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{1} \text{ giờ} = 41,5 \text{ phút}.$$

BÀI TẬP

Cấu tạo, kích thước, năng lượng liên kết của hạt nhân

7.1. a) Có bao nhiêu prôtôn và nơtrôn trong các hạt nhân của sáu đồng vị của cacbon : ${}^{10}_{6}C$; ${}^{11}_{6}C$; ${}^{12}_{6}C$; ${}^{13}_{6}C$; ${}^{14}_{6}C$; ${}^{15}_{6}C$.

b) Xác định bán kính của hạt nhân ${}^{12}_{6}C$, biết rằng bán kính điện của nó bằng $r_o = 1,4.10^{-15}$m.

7.2. Bán kính của hạt nhân urani ${}^{238}_{92}U$ lớn hơn bán kính của prôtôn bao nhiêu lần ?

7.3. Mặt Trời có bán kính $R_T = 6{,}95.10^8$m và mật độ khối lượng trung bình $\rho_T = 1410 kg/m^3$. Bán kính của nó sẽ bằng bao nhiêu nếu kích thước của Mặt Trời thu nhỏ lại để mật độ khối lượng của nó bằng mật độ khối lượng chất hạt nhân ?

7.4. Xác định các số điện tích, số nuclêôn và kí hiệu hoá học của các hạt nhân nguyên tử ^3_2He, ^7_4Be, $^{15}_8O$ nếu thay prôtôn bằng nơtron và nơtrôn bằng prôtôn.

7.5. Khí clo là hỗn hợp của hai đồng vị bền là ^{35}Cl với khối lượng nguyên tử 34,969 hàm lượng 75,4% và ^{37}Cl với khối lượng nguyên tử 36,966, hàm lượng 24,6%. Tính khối lượng nguyên tử của nguyên tố hoá học clo.

7.6. Nguyên tố hoá học bo là hỗn hợp của hai đồng vị có khối lượng nguyên tử tương ứng là 10,013 và 11,009. Mỗi đồng vị đó có hàm lượng bao nhiêu trong bo tự nhiên ? Biết khối lượng nguyên tử của nguyên tố bo là 10,811.

7.7. Tính năng lượng liên kết của các hạt nhân $^{11}_5B$ và đồng vị nặng nhất của hiđrô là triti ^3_1T.

7.8. Tính năng lượng liên kết của các hạt nhân Urani : $^{234}_{92}U$ và $^{238}_{92}U$. Hạt nhân nào bền hơn ?

7.9. Tính năng lượng liên kết ứng với một nuclôn trong các hạt nhân bêri ^9_4Be đồng $^{64}_{29}Cu$ và bạc $^{108}_{47}Ag$.

7.10. Khối lượng của hạt α (hạt nhân hêli ^4_2He) bằng 4,00150u. Xác định khối lượng của nguyên tử hêli trung hoà.

7.11. Xác định khối lượng của một nguyên tử trung hoà, nếu hạt nhân của nguyên tử đó gồm có 3 prôtôn và 2 nơtrôn, năng lượng liên kết của hạt nhân bằng 26,3MeV.

7.12. Năng lượng liên kết của êlectrôn với hạt nhân nguyên tử hiđrô không bị kích thích ^1_1H (năng lượng ion hoá) bằng 13,6eV. Tính xem khối lượng của nguyên tử hiđrô nhỏ hơn tổng các khối lượng của các prôtôn và êlectrôn tự do là bao nhiêu ?

7.13. Xác định năng lượng cần thiết để bứt một nơtrôn ra khỏi hạt nhân của đồng vị $^{23}_{11}Na$.

7.14. Xác định năng lượng cực tiểu cần thiết để bứt một prôtôn ra khỏi hạt nhân flo $^{19}_{9}F$ biết rằng năng lượng liên kết của hạt nhân $^{19}_{9}F$ là 147,8MeV, của hạt nhân $^{18}_{8}O$ là 147,8MeV.

7.15. Muốn tách hạt nhân $^{4}_{2}He$ ra làm hai phần bằng nhau thì cần một năng lượng nhỏ nhất là bao nhiêu ? Tương tự, xét trường hợp tách hạt nhân $^{12}_{6}C$ ra ba phần bằng nhau.

Phóng xạ tự nhiên

7.16. Hằng số phân rã của rubiđi ^{89}Rb bằng $0{,}00077s^{-1}$. Tính chu kì bán rã của rubiđi.

7.17. Một mẫu của chất phóng xạ rađôn $^{222}_{86}Rn$ chứa 10^{10} nguyên tử phóng xạ. Hỏi có bao nhiêu nguyên tử đã phân rã sau 1 ngày ?

7.18. Bao nhiêu phần trăm của lượng ban đầu của actini ^{225}Ac sẽ còn lại sau 5 ngày ? sau 15 ngày phân rã ?

7.19. Sau 1 năm, lượng ban đầu của một chất đồng vị phóng xạ giảm đi 3 lần. Nó sẽ giảm đi bao nhiêu lần sau 2 năm ?

7.20. Sau thời gian bao lâu thì chất đồng vị phóng xạ giảm 1/3 lượng ban đầu của các hạt nhân, nếu chu kì bán rã là 25 giờ.

7.21. Xác định chu kì bán rã của bismut $^{210}_{83}Bi$, nếu biết rằng 1g bismut phóng xạ $4{,}58.10^{15}$ hạt β trong 1 giây.

7.22. Bao nhiêu hạt nhân phân rã sau 1 giây trong chất đồng vị phóng xạ của iriđi $^{192}_{77}Ir$ và bao nhiêu nguyên tử của chất đó còn lại sau 30 ngày, nếu khối lượng ban đầu của nó là 5g ?

7.23. Xác định chu kì bán rã của pôlôni phóng xạ $^{210}P_0$ nếu 1g chất đồng vị đó, trong 1 năm tạo ra $89{,}5cm^3$ hêli ở các điều kiện chuẩn.

7.24. Tại sao trong quặng urani lại có lẫn chì. Xác định tuổi của chất quặng, trong đó cứ 10 nguyên tử urani có :

a) 10 nguyên tử chì ;

b) 2 nguyên tử chì.

7.25. Biết rằng hằng số phân rã của hạt nhân là λ xác định :

a) Xác suất để hạt nhân phân rã sau một khoảng thời gian từ 0 đến t ;

b) Thời gian sống trung bình τ của hạt nhân.

7.26. Một chất phóng xạ A phân rã với vận tốc là q nguyên tử/giây và sinh ra một chất phóng xạ B. Hằng số phân rã của chất B là λ.

a) Tìm biểu thức của số nguyên tử của chất B vào lúc t ;

b) Chứng minh rằng, sau một thời gian t bằng chu kì bán rã T của chất B, thì số nguyên tử của chất B bằng một nửa số nguyên tử của nó lúc cân bằng ;

c) Nếu chất B được sinh ra là đồng vị phóng xạ Ca^{45} với $q = 10^{10}$ nguyên tử/s và T = 152 ngày thì khối lượng của chất ấy sau thời gian t = 250 ngày là bao nhiêu.

7.27. Một lượng rađi đặt trong bình kín.

a) Chứng minh rằng sau một thời gian t, lượng rađôn trong bình đó được cho bởi phương trình :

$$N = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1(1 - e^{-\lambda_2 t}),$$

trong đó N là số nguyên tử rađôn, λ_1 và λ_2 là các hằng số phân rã của Ra và Rn, N_1 – số nguyên tử rađi, coi như không đổi.

b) Sau thời gian bao lâu thì lượng rađôn N sẽ bằng 90% lượng rađôn N_2 ứng với lúc cân bằng phóng xạ. Biết chu kì bán rã của rađi là $T_1 = 1590$ năm và của rađôn là $T_2 = 3,82$ ngày.

7.28. Một hạt bụi rađi $^{226}_{88}Ra$ có khối lượng $1,8.10^{-8}$g, nằm ở khoảng cách 1cm so với màn huỳnh quang có diện tích $0,03cm^2$. Hỏi sẽ thu được bao nhiêu chấm sáng trên màn sau 1 phút ?

7.29. Nguyên tố thôri $^{232}_{90}Th$ sau quá trình phóng xạ biến thành đồng vị của chì $^{208}_{82}Pb$. Khi đó, mỗi nguyên tử thôri đã phóng ra bao nhiêu hạt α và β ?

7.30. Sau ba phân rã α và hai phân rã β, urani $^{238}_{92}U$ sẽ biến thành nguyên tố gì ?

7.31. Đồng vị phóng xạ của silic $^{27}_{14}Si$ phân rã, trở thành đồng vị của nhân $^{27}_{13}Al$. Hỏi nó đã phóng ra hạt gì ?

7.32. Một chất phóng xạ, sau nhiều lần biến đổi, bị mất một hạt α và hai hạt β^{-}, trở thành hạt nhân của urani $^{235}_{92}U$. Hãy xác định nguyên tố phóng xạ đó.

7.33. Họ phóng xạ thôri tận cùng bằng đồng vị của chì $^{208}_{82}Pb$, coi tuổi của quặng thôri là 4.10^{9} năm. Tính lượng chì $^{208}_{82}Pb$ trong 1kg quặng có thôri $^{232}_{90}Th$.

7.34. Urani thiên nhiên là hỗn hợp của ba đồng vị $^{234}_{92}U$ $^{235}_{92}U$ $^{238}_{92}U$. Hàm lượng của urani $^{234}_{92}U$ không đáng kể (0,006%), của urani $^{235}_{92}U$ là 0,71%, của urani $^{238}_{92}U$ là 99,28%. Chu kì bán rã của ba chất đồng vị đó tương ứng là $2,5.10^{5}$ năm, $7,1.10^{8}$ năm và $4,5.10^{9}$ năm. Tính tỉ lệ phần trăm của độ phóng xạ do mỗi chất đồng vị góp vào độ phóng xạ chung của urani thiên nhiên.

7.35. Động năng của hạt α bay ra khỏi hạt nhân của nguyên tử rađi trong phân rã phóng xạ bằng 4,78MeV. Hãy tính :

a) Vận tốc của hạt α ;

b) Năng lượng toàn phần toả ra khi hạt α đang bay.

7.36. 1 gam rađi, sau một giây phát ra $3,7.10^{10}$ hạt α có vận tốc $v = 1,5.10^{7}$ m/s. Tìm năng lượng toả ra trong phân rã sau 1 giờ.

7.37. Dòng điện iôn hoá bão hoà khi có 1 milicuri (mCi) rađôn $^{222}_{86}Rn$ trong không khí là 0,92μA. Tính xem mỗi hạt α do rađôn phóng ra sẽ tạo được bao nhiêu iôn trong không khí ?

Phản ứng hạt nhân và phóng xạ nhân tạo

7.38. Tính năng lượng toả ra trong phản ứng hạt nhân

$$^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{4}_{2}He.$$

7.39. Tìm năng lượng toả ra trong các phản ứng nhiệt hạch sau đây :

a) $\,_{1}^{2}H + \,_{2}^{3}He \rightarrow \,_{1}^{1}H + \,_{2}^{4}He$;

b) $\,_{3}^{6}Li + \,_{1}^{2}H \rightarrow \,_{2}^{4}He + \,_{2}^{4}He$;

c) $\,_{3}^{6}Li + \,_{1}^{1}H \rightarrow \,_{2}^{3}He + \,_{2}^{4}He$.

7.40. Có thể đun sôi một lượng nước bằng bao nhiêu nếu nước ở $0^{0}C$ và dùng toàn bộ nhiệt toả ra trong phản ứng $\,_{3}^{7}Li(P, \alpha)$ khi phân giải hoàn toàn 1 gam liti ?

7.41. Khi bắn phá hạt nhân của nitơ $\,_{7}^{14}N$ bằng các hạt α, có thể xảy ra các trường hợp hạt nhân nguyên tử bắt lấy hạt đạn tức thời, một hạt nhân flo rất không bền được tạo thành, hạt nhân này lại phân rã ngay và chuyển thành hạt nhân bền của ôxi. Đó là phản ứng hạt nhân được Rutherford thực hiện lần đầu tiên. Viết phương trình phản ứng và xác định xem phản ứng toả ra hay thu năng lượng. Tính năng lượng đó.

7.42. Khi bắn phá chất đồng vị $\,_{11}^{23}Na$ bằng các đơtôn thì chất đồng vị phóng xạ $\,_{11}^{24}Na$ được tạo thành. Máy đếm hạt được đặt gần vật điều chế có chứa đồng vị phóng xạ $\,_{11}^{24}Na$. Trong phép đo lần thứ nhất, máy đếm ghi được 170 xung trong 1 phút và sau 1 ngày ghi được 56 xung trong 1 phút. Hãy tìm chu kì bán rã của chất đồng vị $\,_{11}^{24}Na$.

7.43. Xác định năng lượng cực tiểu của các lượng tử γ cần thiết để tách hạt nhân bêri và hạt nhân cacbon theo những phản ứng :

a) $\,_{4}^{9}Be + h\nu \rightarrow 2\,_{2}^{4}He + \,_{0}^{1}n$;

b) $\,_{6}^{12}C + h\nu \rightarrow 3\,_{2}^{4}He$.

7.44. Ngày nay chúng ta có thể thực hiện được những giấc mơ của các nhà giả kim thuật thời trung cổ là biến thuỷ ngân thành vàng. Hỏi phải làm như thế nào ?

7.45. Thừa nhận rằng, nguồn gốc của năng lượng bức xạ của Mặt Trời là năng lượng tạo thành hêli từ hiđrô theo phản ứng tuần hoàn sau đây :

$\,_{6}^{12}C + \,_{1}^{1}H \rightarrow \,_{7}^{13}N + \gamma$; $\,_{7}^{13}N \rightarrow \,_{6}^{13}C + \,_{1}^{0}e + \nu$;

$\,_{6}^{13}C + \,_{1}^{1}H \rightarrow \,_{7}^{14}N + \gamma$;

$^{14}_{7}N + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{15}_{8}O + \gamma$; $^{15}_{8}O \rightarrow ^{15}_{7}N + ^{0}_{1}e + \nu$;

$^{15}_{7}N + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{12}_{6}C + ^{4}_{2}He$.

a) Tính lượng hiđrô biến thành hêli sau mỗi giây. Hằng số Mặt Trời bằng 1,96 cal/cm^2 phút.

b) Cho rằng hiđrô chiếm 35% khối lượng của Mặt Trời, hãy tính xem dự trữ hiđrô đủ dùng trong bao nhiêu năm, nếu coi bức xạ của Mặt Trời là không đổi.

7.46. a) Có bao nhiêu năng lượng toả ra trong quá trình phân chia hạt nhân của 1kg urani $^{235}_{92}U$ trong lò phản ứng urani (hoặc trong bom nguyên tử) ?

b) Cần phải đốt một lượng than bằng bao nhiêu để có được một lượng nhiệt như thế, biết rằng năng suất toả nhiệt của than bằng 2,93.10^7 J/kg ?

c) Xác định tải trọng có thể nâng lên độ cao 5 km bằng năng lượng giải phóng ra trong phản ứng hạt nhân đó. Cho rằng năng lượng trung bình toả ra khi phân chia một nguyên tử urani $^{235}_{92}U$ là 200 MeV.

7.47. Trong phản ứng $^{14}_{7}N$ (α, p) động năng của hạt α bằng W_1 = 7,7 MeV. Xác định góc giữa các phương chuyển động của hạt α và của prôtôn nếu biết động năng của prôtôn là W_2 = 8,5MeV.

7.48. Tìm năng lượng ngưỡng của các phản ứng hạt nhân :

a) $^{14}_{7}N(\alpha, p)$ b) $^{7}_{3}Li(p, n)$.

Máy gia tốc các hạt

7.49. Một prôtôn đi qua một hiệu thế gia tốc U_1 = 600V, bay vào trong từ trường đều có cảm ứng từ B = 0,3T và bắt đầu chuyển động theo đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn.

7.50. Dòng hạt điện tích bay vào trong một từ trường đều có cảm ứng từ bằng 3Wb/m^2. Vận tốc của các hạt bằng 1,52.10^7 m/s và hướng vuông góc với phương các đường sức của từ trường.

Tìm điện tích của mỗi hạt, nếu biết lực tác dụng lên hạt bằng $1,46.10^{-11}$N.

7.51. Êlectrôn và pôzitrôn đều được tạo thành từ một phôtôn có năng lượng 5,7 MeV để lại trong buồng Winxơn đặt trong từ trường những vết quỹ đạo có bán kính cong 3cm. Tìm cảm ứng từ.

7.52. Giữa hai phần bán nguyệt của xyclôtrôn với bán kính 50cm, người ta đặt vào một hiệu điện thế xoay chiều U = 75kV có tần số ν = 10MHz. Tìm :

a) Cảm ứng từ của xyclôtrôn ;

b) Vận tốc và năng lượng của các hạt bay ra khỏi xyclôtrôn ;

c) Số vòng quay của mỗi hạt mang điện trước khi bay ra khỏi xyclôtrôn (giải bài tập này đối với các đơtôn, prôtôn và hạt α).

B – HẠT SƠ CẤP

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Mẫu chuẩn các hạt cơ bản

(tương tác	hạt trường (bôsôn)	hạt cấu thành (fermiôn)
mạnh	gluôn	*quark* u c t d s b
điện từ	phôtôn	
yếu	bôsôn W, Z	*leptôn* e μ τ ν_e ν_μ ν_τ
hấp dẫn	gravitôn	

2. Các định luật bảo toàn

Ngoài các định luật bảo toàn đã quen thuộc (bảo toàn năng lượng, động lượng mômen spin...), trong quá trình biến đổi các hạt sơ cấp, còn một số định luật bảo toàn đặc biệt :

a) *Bảo toàn số baryôn :* Tổng số baryôn là 1 đại lượng bảo toàn trong một phản ứng hạt sơ cấp hoặc 1 quá trình phân huỷ.

b) *Bảo toàn số leptôn.* Tổng số

– leptôn electrôn l_e,

– leptôn muôn l_μ,

– leptôn tau l_τ,

là 1 đại lượng bảo toàn trong 1 phản ứng hạt sơ cấp hoặc 1 quá trình phân huỷ.

Sau đây là bảng giá trị số leptôn :

	e	ν_e	μ	ν_μ	τ	ν_τ
l_e	1	1	0	0	0	0
l_μ	0	0	1	1	0	0
l_τ	0	0	0	0	–1	–1

Đối với các phản ứng hạt tương ứng, số leptôn có giá trị trái dấu.

c) Bảo toàn số lạ. Trong các phản ứng hạt sơ cấp tương tác mạnh, số lạ là 1 đại lượng bảo toàn.

Hạt	K	Λ	Σ	Ξ	Ω
Số lạ s	1	–1	–1	–2	–3

Bài tập thí dụ 3

Năng lượng của hạt mesôn μ nhanh trong tia vũ trụ có giá trị vào khoảng 3.10^9eV, thời gian sống riêng của hạt ấy $\tau_0 = 2.10^{-6}$s. Tính khoảng cách mà hạt ấy đi được trước khi phân rã (đối với người quan sát trên mặt Trái Đất).

Bài giải

Năng lượng (tương đối tính) của hạt mesôn μ cho bởi

$$W = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}},\ (\beta = \frac{v}{c}).$$

Năng lượng nghỉ của mesôn μ (theo bảng số liệu đã cho trong SGK) là :

$$W_o = mc^2 \approx 100\text{MeV} = 10^8\text{eV}.$$

Vậy $$\frac{W}{W_o} \simeq \frac{3.10^9}{10^8} = 30 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Từ đó suy ra $v \approx 2{,}998.10^8$ m/s. Thời gian sống của mesôn μ đối với hệ quy chiếu gắn liền Trái Đất được tính theo hệ thức $\tau = \frac{\tau_o}{\sqrt{1-\beta^2}} = 30\,\tau_o$. Trong thời gian này hạt mesôn μ đi được $l = v\tau = 18000\text{m} = 18$ km.

Bài tập thí dụ 4

Trong quá trình tương tác mạnh, hai hạt nucleôn trao đổi với nhau một mesôn π. Biết rằng phạm vi tác dụng của tương tác mạnh vào cỡ $1{,}5 \times 10^{-15}$m, hãy ứng dụng hệ thức bất định $\Delta E.\Delta t \approx \hbar$ để ước tính khối lượng của mesôn π.

Bài giải

Trong quá trình tương tác mạnh giữa 2 nucleôn, nảy sinh 1 hạt mesôn π nghĩa là nảy sinh 1 biến thiên năng lượng $\Delta E \approx m_\pi c^2$ (năng lượng tối thiểu cần thiết tạo nên hạt π).

Theo hệ thức bất định

$$\Delta E\,.\,\Delta t \approx \hbar,$$

ta được :

$$\Delta t \approx \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{\hbar}{m_\pi c^2}.$$

Vận tốc của hạt π tối đa bằng c : trong khoảng thời gian Δt nói trên, hạt π đi được khoảng cách

$$d \simeq c\Delta t = \frac{\hbar}{m_\pi c},$$

khoảng cách này bằng phạm vi tương tác mạnh nghĩa là

$$\frac{\hbar}{m_\pi c} \approx 1,5\times 10^{-15}\text{m}.$$

Vậy $m_\pi c^2 \approx \dfrac{(1,5.10^{-34})(3.10^8)}{1,5.10^{-15}} = 2,1.10^{11}\text{J} \approx 130$ MeV.

Bài tập thí dụ 5

Xác định khả năng xảy ra của các quá trình sau :

a) $p + n \rightarrow p + p + \bar{p}$,

b) $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$,

c) $\pi^o + n \rightarrow K^+ + \Sigma^-$,

d) $\pi + \pi^- \rightarrow K^o + \Lambda^o$.

Bài giải

a) Số baryôn đầu $1 + 1 = 2$;

số baryôn cuối $1 + 1 - 1 = 1$;

vi phạm định luật bảo toàn số baryôn → không xảy ra được

b) l_μ đầu = 1 ; l_e đầu = 0 ;

l_μ cuối = 1 ; l_e cuối = 1 − 1 = 0 ;

có thể xảy ra được.

c) Số lạ đầu = 0 ; số lạ cuối = 0 ;

có thể xảy ra được.

d) số lạ đầu = 0 ; số lạ cuối = 1 − 1 = 0 ;

có thể xảy ra được.

BÀI TẬP

7.53. Phôtôn có năng lượng 3MeV biến đổi thành cặp e^-, e^+ ; tính động năng mỗi hạt e^- và e^+ (hai động năng này coi là bằng nhau).

7.54. Tương tác của p và $\overline{p}$ cho hai phôtôn : tính tần số nhỏ nhất và bước sóng tương ứng của mỗi phôtôn.

7.55. Hai leptôn tương tác yếu trao đổi với nhau hạt bôsôn Z^o, khối lượng 96 GeV/c^2 (1GeV = 10^9eV) xác định phạm vi tác dụng của tương tác yếu.

7.56. Một mesôn π^o đang nằm yên phân rã thành 2phôtôn gamma

$$\pi^o \rightarrow \gamma + \gamma$$

Tính năng lượng, động lượng và tần số của các phôtôn γ.

7.57. Khảo sát khả năng xảy ra của các quá trình sau :

a) $\Lambda^o \rightarrow p + \pi^-$;

b) $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^o + K^o$;

c) $\overline{p} + p \rightarrow \overline{\Lambda^o} + \Lambda^o$;

d) $\Xi^- \rightarrow \Lambda^o + \pi^-$,

e) $\Xi^o \rightarrow p + \pi^-$,

7.58. Chứng tỏ rằng các quá trình sau không xảy ra

a) $\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$;

b) $n \rightarrow p + e^- + \nu_e$;

c) $\Lambda^o \rightarrow p + \pi^o$;

d) $p \rightarrow e^+ + \pi^o$;

e) $\Xi^o \rightarrow n + \pi^o$.

Lời giải - Hướng dẫn và đáp số

PHẦN QUANG LÍ

Chương 1

GIAO THOA ÁNH SÁNG

1.1. $y_1 = 1,8mm$, $y_2 = 3,6mm$, $y_3 = 5,4mm$.

Dùng công thức $y_s = k\dfrac{\lambda D}{l}$ với k = 1, 2, 3 ta xác định được vị trí ba vân sáng đầu tiên ở phía trên vân sáng giữa, với k = –1, –2, –3, ta xác định được vị trí ba vân sáng đầu tiên ở phía dưới vân sáng giữa.

1.2. a) $\lambda = 0,5\ \mu m$.

b) $y_{s3} = 4,5mm$, $y_{t4} = 5,25mm$.

c) $|\Delta y| = 1,5$ cm.

d) Hệ thống vân sít lại gần nhau một đoạn 0,37mm và i' = 1,13mm.

Khi đặt bản mỏng khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp không thay đổi (so với khi chưa đặt bản mỏng) : $i = \dfrac{\lambda D}{l}$. Khi đổ đầy nước vào hệ thống, khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp giảm đi n' lần : $i' = \dfrac{\lambda D}{n'l}$.

Do đó các vân sáng đã sít lại gần nhau một đoạn bằng i – i'.

1.3. e = 6μm.

1.4. n' = 1,000 865.

Xem bài tập mẫu 1.

Gọi n và n' lần lượt là chiết suất của không khí và khí clo. Tính hiệu quang lộ giữa hai tia giao thoa suy ra độ dịch chuyển của hệ thống vân :

$$|\Delta y| = \frac{(n'-n)dD}{nl} = \frac{n'-n}{n}\frac{d}{\lambda}\frac{\lambda D}{l} = \frac{n'-n}{n}\frac{d}{\lambda}i = Ni,$$

trong đó N = 20.

Từ đó tính được chiết suất của khí clo

$$n' = n + \frac{N\lambda}{d}n = \left(1 + \frac{N\lambda}{d}\right)n = 1,000865.$$

1.5. a) $\lambda = 0.6\mu m$.

Biết bề rộng của 6 vân sáng, ta có : $6i = 7,2.10^{-3}m$, với $i = \frac{\lambda D}{l}$ suy ra $\lambda = \frac{li}{D}$.

b) $\Delta\lambda = 0,035\ \mu m$.

Theo công thức tính sai số tương đối ta có :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta D}{D},$$

trong đó $\frac{\Delta D}{D} = 0$; $\frac{\Delta i}{i} = \frac{\Delta(6i)}{6i} = \frac{1/20}{7,2}$.

Từ đó tính được $\Delta\lambda$.

c) $\Delta y = 2cm$. Xem bài tập mẫu 1.

1.6. a) $\lambda = \frac{li}{D} = 0,50\ \mu m$.

b) $x_o = \frac{(n-1)eD}{l} = 1,32$ mm, về phía F_1, dịch F một đoạn 1,1mm về phía F_1.

Tham khảo câu c) bài tập mẫu 1.

Khi đặt bản mỏng trước khe F_1, hiệu quang lộ của các tia giao thoa trên màn quan sát tăng thêm một lượng $(n-1)e$, vân giữa dịch chuyển một đoạn $(n-1)\dfrac{eD}{l}$ cùng phía với khe F_1. Muốn đưa vân giữa về vị trí cũ, phải dịch chuyển khe F về phía F_2 một đoạn x theo phương vuông góc với CO (hiệu quang lộ của hai tia FF_2 và FF_1 giảm một lượng $\dfrac{lx}{F_c}$ (xem cách tính bài mẫu 1), sao cho

$$\frac{lx}{F_c} = (n-1)e,$$

suy ra :

$$x = \frac{(n-1)e.F_c}{l} = 1{,}1\text{mm}.$$

c) Thiếu 8 vạch, bước sóng của các vạch đó là 0,414μm ; 0,439μm ; 0,468μm ; 0,500μm ; 0,537μm ; 0,580μm ; 0,630μm ; 0,690μm.

Vị trí của vân tối thứ 15 được xác định bởi

$$y_t = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda D}{l}, \text{ với } k = 14, \lambda = 0{,}5\ \mu\text{m},$$

$$y_t = 8{,}7\text{mm}.$$

Tại vị trí này, vân tối thứ k_j ứng với vạch có bước sóng λ_j trong quang phổ thấy được phải thoả mãn điều kiện :

$$8{,}7\text{mm} = \left(k_i + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda_j D}{l}\ ;\ 0{,}4\mu\text{m} \le \lambda_j \le 0{,}7\mu\text{m}.$$

Suy ra : $11 \le k_i \le 18$.

nghĩa là k_i chỉ có thể có các giá trị sau :

$$k_i = 11\ ;\ 12\ ;\ 13\ ;\ 14\ ;\ 15\ ;\ 16\ ;\ 17\ ;\ 18\ ;$$

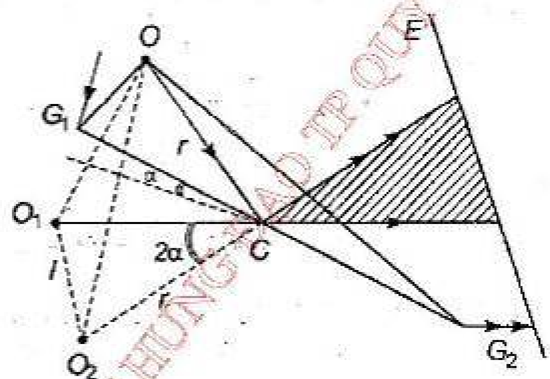
ứng với các vạch tối.

λ_j = 0,414 ; 0,439 ; 0,468 ; 0,500 ; 0,537 ; 0,580 ; 0,630 ; 0,690 (μm).

Vậy trong quang phổ (ứng với vị trí quan sát trong bài) sẽ thiếu 8 vạch (đó là 8 vạch đơn trong quang phổ thấy được).

1.7. $\lambda = 0{,}500\mu\text{m}$.

Các gương Frênen với hai ảnh ảo O_1, O_2 tương đương với máy giao thoa khe Yâng với các nguồn thứ cấp S_1, S_2. Do đó có thể áp dụng công thức $\lambda = \dfrac{il}{D}$.



Hình 1.12

1.8. a) $\overline{O_1O_2} = 5,24$ mm.

Theo hình vẽ

$\overline{O_1O_2} = 2r\sin\alpha \approx 2r\alpha$ (hình 1.12).

b) $i = 0,21$mm

$i = \dfrac{\lambda D}{l}$

với $D = r + d = 2$m,

$l = \overline{O_1O_2}$.

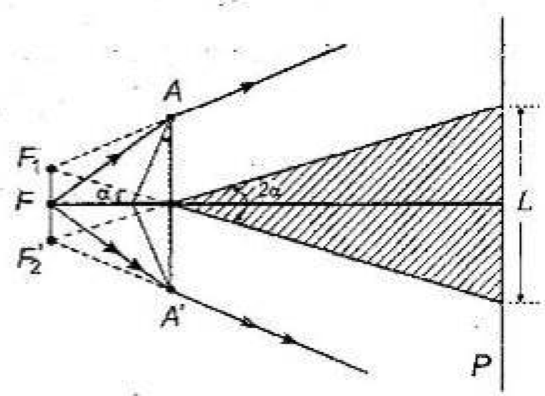
c) N = 26 vân.

Theo hình vẽ ta thấy bề rộng của miền giao thoa trên màn quan sát cũng bằng $\overline{O_1O_2} = 5,24$mm, suy ra số vân sáng trên màn quan sát là :

$$N = \frac{\overline{O_1O_2}}{i} + 1 \text{ (kể cả vân sáng giữa).}$$

1.9. a) $i = \dfrac{\lambda(r + a)}{2r\alpha} = 1,1\text{mm}$; $N = \dfrac{4\alpha^2 ar}{\lambda(a + r)} = 8$ vân.

b) Hệ thống vân không thay đổi cấu trúc, dịch chuyển mộ đoạn $= \dfrac{a}{r}s$.



Hình 1.13

1.10. a) 6,54mm.

Khoảng cách giữa hai ảnh ảo của F (xem hình 1.13) $\overline{F_1F_2} = l \simeq 2d\alpha = 2d(n - 1)A = 2,18$mm.

Bề rộng của miền giao thoa trên màn quan sát :

$$L = (D - d) \,.\, 2\alpha = 2 \,.\, (D - d)(n - 1)A = 6{,}54\text{mm}.$$

b) 21 vân sáng.

Khoảng vân : $i = \dfrac{\lambda D}{l} = 0{,}303\text{mm}.$

$$|k|i = |k|\,0{,}303 \le \frac{6{,}54}{2}$$

$$|k| \le \frac{5{,}54}{0{,}606} = 10, \ldots \Rightarrow |k| \le 10$$

1.11. a) $A = \dfrac{l}{2d(n-1)} = \dfrac{1}{360}\text{rad} \simeq 1^{o}$

b) $i = 0{,}75\text{mm}$; $y_{16} = 4{,}125\text{mm}$.

c) $y = 4{,}5\text{mm}$.

Ta thu được đồng thời hai hệ thống vân giao thoa, bề rộng của mỗi vân lần lượt bằng $i_1 = 0{,}75\text{mm}$ và $i_2 = \dfrac{\lambda_2 D}{l} = 0{,}9\text{mm}$. Có những vị trí trên màn quan sát tại đó hai vân sáng của hai hệ thống vân trùng nhau, cường độ sáng tại đó là cực đại. Điều kiện để có hai vân sáng của hai hệ thống vân trùng nhau là :

$$y_s = k_1 i_1 = k_2 i_2,$$

với k_1, k_2 là số thứ tự của các vân sáng trùng nhau. Suy ra :

$$k_1 = \frac{i_2}{i_1}k_2 = \frac{18}{15}k_2.$$

– Vị trí thứ nhất (hai vân trùng nhau) ứng với $k_1 = k_2 = 0$

$\rightarrow y_s = 0$ ứng với vân sáng giữa.

– Vị trí thứ hai tiếp theo, ứng với $k_2 = 5$, $k_1 = 6 \rightarrow$

$$y_s = k_1 i_1 = 6 \times 0{,}75 = 4{,}5\text{mm}.$$

1.12. a) Xem bài tập mẫu ở đầu chương này ;

b) 0,625mm ; c) 9 vân sáng.

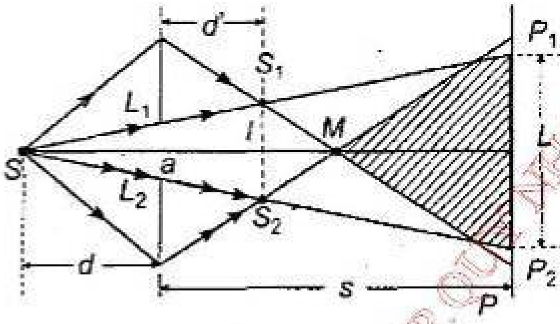
1.13. a) Xem hình vẽ 1.14.

b) d' = 40cm ;

$S_1S_2 = l = 2$mm.

Vị trí của S_1, S_2 được xác định bởi công thức thấu kính

$$d' = \frac{df}{d - f} = 40\text{cm}.$$



Hình 1.14

Khoảng cách giữa hai ảnh S_1, S_2 được xác định bởi các tam giác đồng dạng SS_1S_2 và SL_1L_2

$$\frac{\overline{S_1S_2}}{a} = \frac{d + d'}{d} \rightarrow S_1S_2 = l = 2\text{mm}.$$

c) L = 3mm ; i = 0,11mm ; N = 27 vân sáng.

– Bề rộng của miền giao thoa trên màn được xác định từ các tam giác đồng dạng SP_1P_2 và SL_1L_2 :

$$\frac{P_1P_2}{a} = \frac{s + d}{d} \rightarrow P_1P_2 = L = 3\text{mm}$$

– Bề rộng của mỗi vân giao thoa :

$$i = \frac{\lambda D}{l} = \frac{\lambda(s - d')}{l} = 0{,}11\text{mm}.$$

– Vị trí của các vân sáng :

y_s = k.i, trong đó k là số thứ tự của vân sáng ở vị trí y_s = 1,5mm, k phải thoả mãn điều kiện.

$ki = y_s \le 1{,}5$mm hay $k \le 13{,}6$.

k phải là số nguyên nên k = 13.

Suy ra tổng số vân sáng : N = 2k + 1 = 27 (kể cả vân sáng giữa ứng với k = 0).

d) $\Delta y = 0{,}8mm$.

Hệ thống vân dịch chuyển về phía đặt bản một đoạn

$$\Delta y = \frac{(n-1)eD}{l} = 0{,}8mm.$$

1.14. $d = 1{,}31 \,.\, 10^{-5}$.

Hiệu quang lộ giữa hai tia phản xạ trên hai mặt của màng xà phòng được xác định bởi công thức (1–6) (phần tóm tắt lí thuyết)

$$L_1 - L_2 = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2}.$$

Muốn tia phản chiếu có màu vàng thì ánh sáng vàng (trong ánh sáng trắng) phải thoả mãn điều kiện cực đại giao thoa :

$$L_1 - L_2 = k\lambda = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2}$$

suy ra bề dày nhỏ nhất của màng thoả mãn điều kiện trên (k = 0) :

$$d_{min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} = 1{,}31.10^{-5}\text{ cm}.$$

1.15. $\lambda = 0{,}480\ \mu m$.

Dùng công thức (1–12) phần tóm tắt lí thuyết

$$L_1 - L_2 = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \lambda/2, \text{ (với i = 0)}.$$

Ánh sáng phản xạ được tăng cường khi :

$$2dn - \frac{\lambda}{2} = k\lambda,$$

suy ra : $$\lambda = \frac{2dn}{k + 0{,}5}. \qquad (1)$$

Trong phạm vi quang phổ thấy được, phải có điều kiện :

$$0{,}4\mu m \le \lambda \le 0{,}7\ \mu m.$$

Thay λ vào (1), suy ra điều kiện :

$$1{,}2 \le k \le 2{,}5.$$

Vì k phải nguyên, nên nó chỉ có thể có một giá trị k = 2. Vậy trong phạm vi quang phổ thấy được chỉ có một chùm tia phản xạ bước sóng $\lambda = \frac{2dn}{2+0,5} = 0,480\mu m$ được tăng cường.

1.16. $d = \frac{(2k+1)\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = 0,14\,(2k+1)\ \mu m$, với $k = 0, 1, 2 \ldots$

1.17. $d = 0,12\mu m$.

Hiệu quang lộ của các tia phản xạ ở mặt trên và mặt dưới của lớp màng $L_2 - L_1 = 2dn'$ (chú ý rằng quang lộ của các tia phản xạ ở hai mặt đều dài thêm $\lambda/2$).

Để các tia phản xạ triệt tiêu nhau, phải có điều kiện

$$L_2 - L_1 = 2dn' = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

suy ra : $$d_{min} = \frac{\lambda}{4n'} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n}} = 0,12\ \mu m.$$

1.18. $d = 15\ \mu m$.

Công thức cho cực đại sáng trên mặt bản ứng với góc tới i (công thức 1–12 phần tóm tắt lí thuyết) :

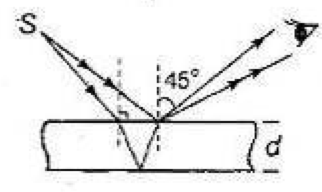
$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad (1)$$

i đồng thời là góc quan sát cực đại sáng hình (1.15).

Khoảng cách các góc lõil giữa các cực đại sáng được xác định bằng cách lấy vi phân (1) :

$$2d.\frac{2\sin i.\cos i\,|\,\delta i\,|}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = \lambda\delta k,$$

hay : $$\frac{d\sin 2i\,|\,\delta i\,|}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = \lambda\delta k.$$



Hình 1.15

Khoảng cách góc $|\delta i_o|$ giữa hai cực đại sáng liên tiếp ứng với $\delta k = 1$,

suy ra : $d = \dfrac{\lambda\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{\sin 2i\,|\,\delta i_o\,|} = 1{,}5\mu m$.

1.19. $d_1 = 0{,}25\ \mu m$; $d_2 = 0{,}125\ \mu m$.

1.20. $d = 0{,}115\ \mu m$.

Ánh sáng trong miền trung bình của quang phổ thấy được có bước sóng 0,550 μm. Xét chùm tia sáng vuông góc với màng mỏng. Cần chú ý rằng ánh sáng phản xạ trên cả hai mặt của màng mỏng đều có quang lộ dài thêm $\lambda/2$.

(Vì $n_{\text{không khí}} < n_2 < n_1$).

1.21. $\alpha = \dfrac{N\lambda}{nl} = 2.10^{-4}$ radian.

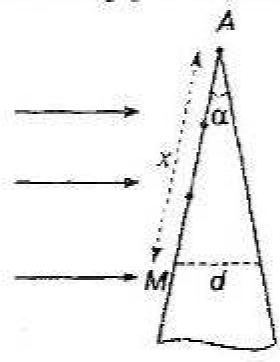
Tham khảo bài mẫu 5 của chương này.

Trong trường hợp này, trên mặt thứ hai của nêm, ánh sáng phản xạ từ thuỷ tinh trên không khí, do đó quang lộ của nó không dài thêm $\lambda/2$; ngược lại trên mặt thứ nhất của nêm, ánh sáng lại phản xạ từ không khí trên thuỷ tinh, do đó quang lộ của nó dài thêm $\lambda/2$, suy ra hiệu quang lộ của hai tia phản xạ trên hai mặt nêm tại điểm giao thoa bây giờ là $2nd - \lambda/2$ (coi các mặt nêm nghiêng với nhau rất ít, nên các tia phản xạ thực tế song song với nhau và vuông góc với các mặt nêm).

1.22. Chú ý rằng quang lộ của các tia sáng phản xạ trên mặt trước của nêm dài thêm $\lambda/2$ do đó hiệu quang lộ của các tia phản xạ trên hai mặt nêm là :

$$L_1 - L_2 = 2nd - \lambda/2,$$

trong đó d : là bề dày của nêm tại điểm giao thoa M (hình 1.16) ; n là chiết suất của màng.



Hình 1.16

Tại M có vân tối nếu :

$$L_2 - L_1 = 2nd_t - \lambda/2 = (2k' + 1)\,\lambda/2.$$

k' : nguyên

suy ra $$d_t = \frac{(k'+1)\lambda}{2n} = \frac{k\lambda}{2n},$$

với $k = k' + 1$ cũng là một số nguyên. Vị trí của vân tối thứ k được xác định bởi x_t (tính từ đường cạnh A của nêm với góc α rất nhỏ).

$$x_t = \frac{d_t}{tg\alpha} \simeq \frac{d_t}{\alpha} = \frac{k\lambda}{2n\alpha}, \qquad (1)$$

α : tính bằng rađian,

suy ra, khoảng cách giữa hai vân tối liên tiếp :

$$i = \frac{\lambda}{2n\alpha}. \qquad (2)$$

a) 11".

Tính góc nghiêng α của nêm :

Khoảng cách giữa 6 vân liên tiếp : $l = 5i$.

Từ (2), suy ra :

$$\alpha = \frac{5\lambda}{2nl} = 0{,}52.10^{-4} \text{ rađian} = 11".$$

b) 0 ; 0,4cm ; 0,8cm.

Vị trí của 3 vân tối đầu tiên được xác định bởi (1)

$$x_t = \frac{k\lambda}{2n\alpha},$$

vân thứ 1, 2, 3 lần lượt ứng với k = 0, 1, 2.

1.23. a) $\alpha = 3'$.

Dùng công thức (2) trong bài tập (1.22), rút ra :

$$\alpha = \frac{\lambda}{2ni} = 0{,}873.10^{-3} \text{ rađian}.$$

b) $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0{,}014.$

Vì chùm tia sáng không hoàn toàn đơn sắc nên ánh sáng trong chùm tia có bước sóng nằm trong khoảng $\lambda - \dfrac{\Delta\lambda}{2}$ và $\lambda + \dfrac{\Delta\lambda}{2}$ sẽ cho những hệ thống vân giao thoa khác nhau. Giả sử ở khoảng cách l (kể từ đỉnh nêm), vân sáng của các hệ thống vân $(\lambda - \dfrac{\Delta\lambda}{2})$ và $(\lambda + \dfrac{\Delta\lambda}{2})$ trùng với vân tối của hệ thống vân (λ) ; khi đó các vân giao thoa sẽ biến mất. Trong trường hợp này, ta có điều kiện :

$$l = ki = (k - \frac{1}{2})\,i',$$

với $i = \dfrac{\lambda}{2n\alpha}$ là bề rộng của vân (λ),

$$i' = \frac{\lambda + \frac{\Delta\lambda}{2}}{2n\alpha} \text{ là bề rộng của vân } (\lambda + \frac{\Delta\lambda}{2}),$$

suy ra độ đơn sắc $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = \dfrac{i}{l} = 0{,}014.$

1.24. a) $\alpha = 0{,}5.10^{-3}$ radian.

b) $l = 0{,}3$cm.

Trên mặt nêm có hai hệ thống vân với bề rộng của mỗi vân lần lượt bằng : $i_1 = \dfrac{\lambda_1}{2\alpha}$; $i_2 = \dfrac{\lambda_2}{2\alpha}$ $(i_2 > i_1)$, do đó sẽ có vị trí tại đó, vân giao thoa của hai hệ thống trùng nhau. Vị trí của các vân tối được xác định bởi :

$$y_{t1} = k_1\frac{\lambda_1}{2\alpha} \ ;\ y_{t2} = k_2\frac{\lambda_2}{2\alpha}.$$

Vị trí tại đó, các vân tối của hai hệ thống vân trùng nhau được xác định bởi điều kiện

$$y_{t1} = y_{t2} = l$$

hay : $k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2$.

$$k_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}k_2 = \frac{0,6}{0,5}k_2 = \frac{6}{5}k_2.$$

Vì k_1, k_2 phải là các số nguyên nên điều kiện trên được thoả mãn nếu :

$k_2 = 5$, $k_1 = 6$,

$k_2 = 10$, $k_1 = 12$,

$k_2 = 15$, $k_1 = 18$, v.v...

Khi đó $l = y_{t1} = y_{t2} = \frac{k_1\lambda_1}{2\alpha} = \frac{6.0,5.10^{-6}}{2.0,5.10^{-3}} = 0,3\text{cm}$.

Vậy cứ cách cạnh nêm một khoảng bằng một bội số nguyên lần 0,3cm thì hai vân tối của hai hệ thống vân lại trùng nhau.

1.25. $d = 0,15$ μm.

1.26. $d = 1,2$ μm.

1.27. $\lambda = 0,6$ μm.

Áp dụng công thức tính bán kính của vân tròn Niutơn $r_k = \sqrt{k}\sqrt{R\lambda}$, suy ra khoảng cách giữa hai vân thứ k_2 và k_1.

$$r_{k2} - r_{k1} = (\sqrt{k_2} - \sqrt{k_1})\sqrt{R\lambda},$$

và bước sóng ánh sáng $\lambda = \frac{(r_{k2} - r_{k1})^2}{R(\sqrt{k_2} - \sqrt{k_1})^2} = 0,6.10^{-6}\text{m}$.

1.28. $k = 5$; $k + 1 = 6$; $\lambda = 0,5$ μm.

Dựa vào công thức $r_k = \sqrt{k}\sqrt{R\lambda}$,

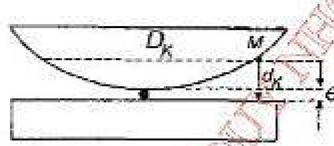
$$r_{k+1} = \sqrt{k+1}\sqrt{R\lambda},$$

sẽ tính được :

$$\lambda = \frac{r_{k+1}^2 - r_k^2}{R} \text{ và } k = \frac{r_k^2}{\lambda R} = \frac{r_k^2}{r_{k+1}^2 - r_k^2}.$$

1.29. $\lambda = 0,5\ \mu m$.

Gọi e là đường kính hạt bụi (hình 1.17). Hiệu quang lộ giữa hai tia phản xạ tại điểm giao thoa M bây giờ bằng :



Hình 1.17

$$L_2 - L_1 = 2(d_k + e) + \frac{\lambda}{2}.$$

Điều kiện có vân tối

$$L_2 - L_1 = 2(d_k + e) + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1)\frac{\lambda}{2},$$

suy ra : $$d_k = k\frac{\lambda}{2} - e. \qquad (1)$$

Nhưng $d_k(2R - d_k) = \dfrac{D_k^2}{4} \simeq 2Rd_k,\ d_k = \dfrac{D_k^2}{8R}$ (2)

Thay giá trị của d_k từ (2) vào (1)

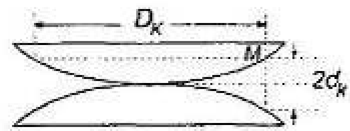
$$k\frac{\lambda}{2} - e = \frac{D_k^2}{8R}. \qquad (3)$$

Thay những điều kiện trong bài vào (3) ta có :

$$\lambda = \frac{D_2^2 - D_1^2}{4R(k_2 - k_1)},$$

với $k_2 = 15$, $k_1 = 10$.

1.30. $\dfrac{1}{f} = 2,4$ điốp. Xem hình 1.18.



Hình 1.18

Coi hệ thống như một nêm không khí. Hiệu quang lộ của các tia phản xạ tại điểm giao thoa M :

$L_2 - L_1 = 4d_k + \dfrac{\lambda}{2}$; d_k – khoảng cách từ điểm M tới mặt phẳng tiếp xúc với đỉnh các thấu kính.

Điều kiện cho vân tròn sáng :

$$L_2 - L_1 = 4d_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \text{ hay } d_k = (2k - 1)\,\frac{\lambda}{8}, \qquad (1)$$

k là bậc của vân tròn sáng. Mặt khác, d_k và đường kính của D_k của vân tròn sáng bậc k liên hệ với nhau bởi công thức :

$$2Rd_k = \left(\frac{D_k}{2}\right)^2, \qquad (2)$$

R : bán kính của thấu kính.

Thay giá trị của d_k ở (1) vào (2), ta tính được

$$R = \frac{D_k^2}{(2k - 1)\lambda}.$$

Suy ra độ tụ của hệ thống thấu kính (bằng tổng độ tụ của hai thấu kính) :

$$(n - 1)\frac{2}{R} = \frac{2(n - 1)(2k - 1)\lambda}{D_k^2}.$$

1.31. n = 1,33.

Hiệu quang lộ của các tia phản xạ trên hai mặt của bản $L_2 - L_1 = 2nd + \frac{\lambda}{2}$, với n : chiết suất của chất lỏng. Bằng phương pháp tương tự như bài toán 1.30 ; ta lần lượt tính được :

– Bề dày của bản tại điểm có vân tối thứ k :

$$d_k = k\frac{\lambda}{2n}.$$

– Bán kính của vân tối thứ k :

$$r_k = \sqrt{k}\sqrt{\frac{R\lambda}{n}}.$$

1.32. $r_5 = 1,33mm$.

Vì $n_1 < n < n_2$ nên quang lộ của các tia phản xạ trên hai mặt bản đều dài thêm $\lambda/2$. Do đó hiệu quang lộ của hai tia phản xạ $L_2 - L_1 = 2nd$.

Vị trí của các vân tối được xác định bởi bề dày d_k :

$$d_k = (2k + 1)\frac{\lambda}{4n}.$$

Từ đó tính được bán kính các vân tối :

$$r_k = \sqrt{\frac{(2k+1)\lambda R}{2n}}.$$

1.33. $\Delta l = 1,5.10^{-5}cm$.

Khi dịch chuyển gương phẳng động một khoảng $\lambda/2$. Hiệu quang lộ thay đổi λ thì có một vân dịch chuyển trong kính quan sát.

Biết rằng sau khi nung nóng, vật dãn ra thêm một đoạn Δl (cũng bằng độ dịch chuyển của gương phẳng động), số vân dịch chuyển trong kính quan sát bằng N, nên :

$$\Delta l = N\frac{\lambda}{2} = 1,5.10^{-5}cm.$$

1.34. $\lambda = \dfrac{2\Delta l}{N} = 0,644\mu m$.

1.35. $n = 1,00038$.

Khi bơm đầy khí amôniac vào ống (chiều dài l) thì hiệu quang lộ của các tia sáng thay đổi một lượng bằng $(n - 1)l$. Làm cho N vân dịch chuyển trong kính quan sát. Do đó :

$$(n-1)\,l = N\frac{\lambda}{2},$$

suy ra : $$n = \frac{N\lambda}{2l} + 1.$$

Chương 2

NHIỄU XẠ ÁNH SÁNG

2.1. $\Delta S = \dfrac{\pi R b}{R + b}\lambda$.

Xem cách chia các đới cầu Frênen ở hình 27.3 trang 87 giáo trình Vật lí đại cương, tập III ; Nhà xuất bản Giáo dục. Tính diện tích đới cầu thứ k theo công thức

$$dS_k = 2\pi \overline{M_k H}.\widehat{M_k M_{k+1}}, \quad (1)$$

với $\overline{M_k H} = R\sin\alpha$; $\widehat{M_k M_{k+1}} = Rd\alpha$.

Thay vào (1), ta có : $dS_k = 2\pi R^2 \sin\alpha . d\alpha$. (2)

Mặt khác, trong ΔOM_kM, ta có :

$$r^2 = (R + b)^2 + R^2 - 2R\,(R + b)\cos\alpha.$$

Lấy vi phân 2 vế :

$$2rdr = 2R\,(R + b)\sin\alpha d\alpha,$$

suy ra : $$R\sin\alpha d\alpha = \frac{rdr}{R + b} \quad (3)$$

Thay giá trị của $R\sin\alpha d\alpha$ vào (2), ta có :

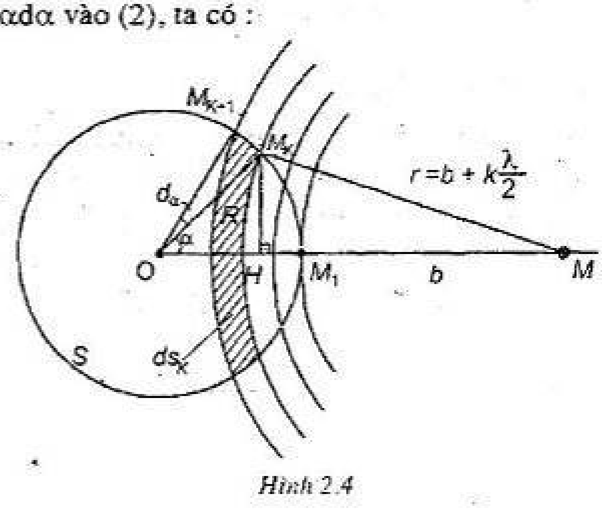
$$dS_k = \frac{2\pi R r dr}{R + b}. \quad (4)$$

Theo hình vẽ 2.4 :

$r = b + k\dfrac{\lambda}{2}$, $dr = \dfrac{\lambda}{2}$.

Thay các giá trị này vào (4) và bỏ qua số hạng có λ^2, ta có :

$$dS_k = \frac{\pi R b}{R + b}\lambda.$$



Hình 2.4

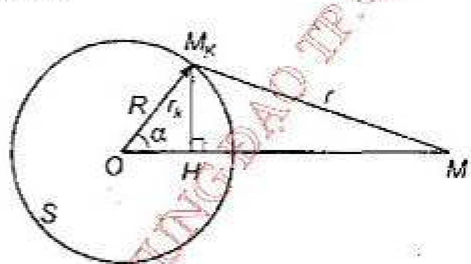
Rõ ràng diện tích của đới cầu K không phụ thuộc vào k.

Nói cách khác, diện tích của tất cả các đới cầu đều bằng nhau.

2.2. $r_k = \sqrt{\frac{Rb\lambda}{R+b}}\sqrt{k}$.

0,5mm ; 0,71mm ; 0,86mm ; 1mm.

Ta hãy tính bán kính của đới cầu đầu tiên, khi đó góc α nhỏ (hình 2.5). Do đó có thể viết :



Hình 2.5

$$r_k = \overline{M_kH} = R\sin\alpha \simeq R.\alpha.$$

Đã biết

$$r^2 = \left(b + k\frac{\lambda}{2}\right)^2 = R^2 + (R+b)^2 - 2R(R+b)\cos\alpha. \quad (1)$$

(xem bài tập 2.1).

coi $\cos\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2}$, bỏ qua số hạng có λ^2, sau khi khai triển và đơn giản đẳng thức (1), ta được

$$\alpha = \sqrt{k}\sqrt{\frac{b\lambda}{R(R+b)}}.$$

Do đó :

$$r_k = \overline{M_kH} = R\alpha = \sqrt{\frac{Rb\lambda}{R+b}}\sqrt{k},$$

và
$$r_1 = \sqrt{\frac{1\times1\times5.10^{-7}}{2}}\sqrt{1} = 0.5\text{mm}.$$

Tính tương tự đối với r_2, r_3, r_4.

2.3. $r_1 = 0,71$ mm ; $r_2 = 1$mm ; $r_3 = 1,23$ mm,

$r_4 = 1,42$ mm ; $r_5 = 1,59$ mm.

Đối với sóng cầu $r_k = \sqrt{\frac{Rb\lambda}{R+b}}\sqrt{k}$,

có thể viết :

$$r_k = \sqrt{\frac{b\lambda}{1+\frac{b}{R}}}\sqrt{k}.$$

Đối với sóng phẳng $R \to \infty$; suy ra :

$$r_k = \sqrt{b\lambda}.\sqrt{k}.$$

2.4. b = 2m.

Coi bán kính của lỗ tròn bằng bán kính của đới cầu Frênen thứ ba, sẽ tính được :

$$b = \frac{Rr_3^2}{3R\lambda - r_3^2}.$$

2.5. r = 1mm.

Muốn tâm của hình nhiễu xạ là tốt nhất thì lỗ tròn phải chứa hai đới cầu Frênen.

2.6. x = 1,67m.

Cường độ sáng tại điểm M_o, khi chưa có màn tròn

$$I_o = \left(\frac{a_1 \pm a_n}{2}\right)^2 \simeq \frac{a_1^2}{4} \ (a_n \simeq 0).$$

Khi có đặt màn tròn, giả sử màn che mất k đới cầu Frênen đầu tiên, khi đó cường độ sóng tại M_o là :

$$I = \left(\frac{a_{k+1} \pm a_n}{2}\right)^2 \simeq \frac{a_{k+1}^2}{4}.$$

Rõ ràng muốn $I \simeq I_o$, phải có $k = 1$: $\left(I = \frac{a_2^2}{4} \simeq \frac{a_1^2}{4}\right)$ nghĩa là màn tròn phải che đới cầu Frênen đầu tiên ; suy ra :

$$x = \frac{4r^2}{k\lambda} = \frac{4(0,5.10^{-3})^2}{1.0,6.10^{-6}} = 1,67\text{m}.$$

2.7. Có tâm tối

Tính được $k = \frac{(R+b)r^2}{Rb\lambda} = 4$, lỗ tròn chứa 4 đới cầu Frênen, tâm của hình nhiễu xạ là tối.

2.8. $\lambda = 0,6$ μm.

Dùng công thức tính bán kính đới cầu $r = \sqrt{k}\sqrt{\frac{Rb\lambda}{R+b}}$.

Chú ý rằng : Tâm hình nhiễu xạ là cực đại sáng nếu lỗ chứa một số lẻ đới cầu Frênen và hai cực đại sáng kế tiếp nhau ứng với số thứ tự k khác nhau hai đơn vị. Suy ra :

$$\lambda = \frac{(R+b)(r_2^2 - r_1^2)}{2Rb}.$$

2.9. a) $4I_o$; $2I_o$; b) I_o ; c) I_o.

Cường độ sáng tại tâm của màn quan sát khi trên đường đi của chùm tia sáng không đặt một vật chướng ngại nào :

$$I_o = \left(\frac{a_1 \pm a_n}{2}\right)^2 = \frac{a_1^2}{4} \quad (a_n \simeq 0).$$

Khi lỗ tròn chỉ chứa đới cầu Frênen thứ nhất :

$$I = a_1^2 = 4I_o.$$

Khi lỗ tròn chỉ chứa một nửa đầu của đới cầu Frênen thứ nhất thì trong công thức (1) bài tập (2.2) ta phải thay $r^2 = \left(b + \frac{\lambda}{4}\right)^2$; và tính được bán kính của nửa đầu của đới cầu thứ nhất :

$$r_1 = \frac{r_2}{\sqrt{2}}.$$

Do đó biên độ của dao động sáng do nửa đới cầu này gây ra tại tâm của màn quan sát vẽ bằng : $\frac{a_1}{\sqrt{2}}$. Suy ra cường độ sáng tại tâm của màn quan sát :

$$I = \left(\frac{a_1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{a_1^2}{2} = 2I_o.$$

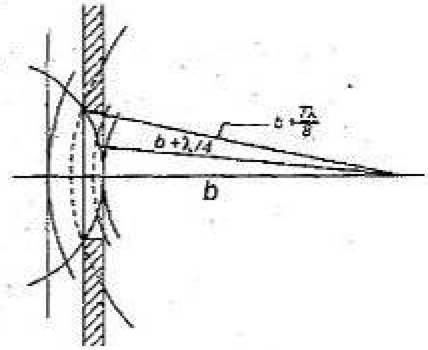
b) Vì lí do đối xứng, biên độ của dao động sáng do nửa dưới của đới cầu Frênen gây ra tại tâm của màn quan sát bằng $a_1/2$. Suy ra cường độ sáng tại tâm của màn :

$$I = \left(\frac{a_1}{2}\right)^2 = I_o.$$

c) Vì đĩa tròn che kín đới cầu Frênen thứ nhất nên cường độ sáng tại tâm của màn bây giờ bằng :

$$I = \left(\frac{a_2 \pm a_n}{2}\right)^2 = \frac{a_2^2}{4}, \ (a_n \simeq 0)$$

hay $I \simeq \frac{a_1^2}{4} = I_o$, $(a_2 \simeq a_1)$.



Hình 2.6

2.10. $d = 1,2\left(k + \frac{3}{8}\right)$ µm với $k = 0, 1, 2...$

Khi "nửa thứ hai" của đới cầu thứ hai cùng pha với "đới cầu thứ nhất" thì cường độ sáng tại tâm của hình nhiễu xạ là cực đại qua hình 2.6, hiệu quang lộ đó bằng :

$$L_2 - L_1 = b + \frac{7\lambda}{8} + d(n-1) - \left(b + \frac{\lambda}{4}\right) = d(n-1) + \frac{5\lambda}{8}.$$

Điều kiện cùng pha

$$d(n-1)+\frac{5\lambda}{8}=k\lambda \Rightarrow d(n-1)=\left(k-\frac{5}{8}\right)\lambda.$$

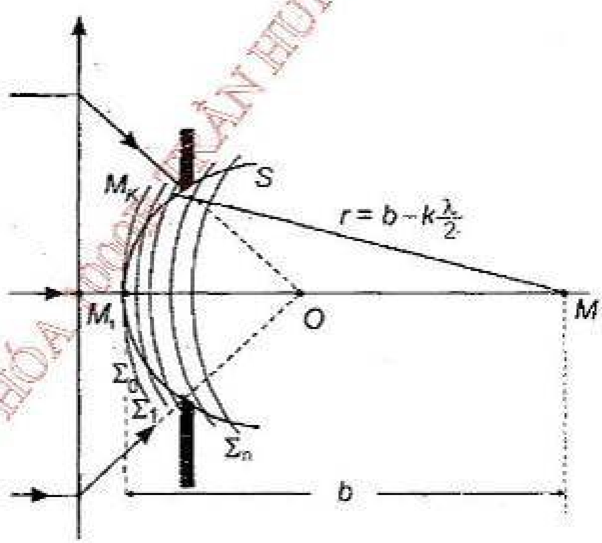
Vì $d(n-1)>0$, nên có thể viết (cộng thêm vào vế phải λ)

$$d(n-1)=\left(k+\frac{3}{8}\right)\lambda\text{, với } k=0,1,2,...$$

Rút ra : $$d=\frac{\lambda}{n-1}\left(k+\frac{3}{8}\right).$$

2.11.

$r_k=0,90\sqrt{k}$ (mm), với k = 1, 3, 5... sau khi qua thấu kính hội tụ, sóng ánh sáng đập vào lỗ tròn là một sóng cầu S, nguồn sóng ảo O trùng với tiêu điểm của thấu kính (hình 2.7). Để tính cường độ sáng tại M, dùng phương pháp đới cầu Frênen, các đới cầu ở đây là các đới cầu giới hạn giữa mặt sóng cầu S và các mặt cầu tâm M, bán kính lần lượt bằng :



Hình 2.7

$$MM_1=b\;;\;b-\frac{\lambda}{2}\;;\;...\;MM_k=b-k\frac{\lambda}{2}.$$

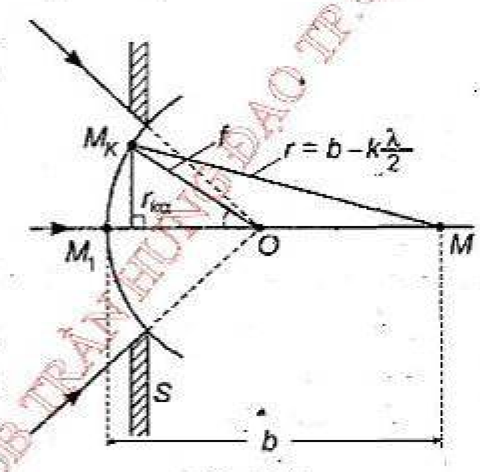
– Ta hãy tính bán kính của đới cầu thứ k. Cách tính tương tự như bài tập 2.2.

– Theo hình vẽ 2.8 ta có :

$r_k = f\alpha$ (r_k là bán kính của đới cầu thứ k).

$$r_k^2 = \left(b - k\frac{\lambda}{2}\right)^2 = OM_k^2 + OM^2 + 2OM_k.OM\cos\alpha =$$

$$= f^2 + (b-f)^2 + 2f(b-f)\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right). \qquad (1)$$



Hình 2.8

– Sau khi khai triển và đơn giản đẳng thức (1), đồng thời bỏ qua các số hạng có λ^2, ta được : $r_k^2 = \frac{kfb\lambda}{b-f}$, do đó

$$r_k = \sqrt{k}\sqrt{\frac{fb\lambda}{b-f}}. \qquad (2)$$

– Muốn M là cực đại sáng, lỗ tròn, phải chứa 1 số lẻ đới cầu Frênen, nghĩa là bán kính của lỗ phải bằng bán kính của các đới lẻ : k = 1, 3, 5...

– Thay số vào (2) ta được

$$r_k = \sqrt{k}\sqrt{\frac{50.75.0,54.10^{-10}}{(75-50).10^{-2}}}\ (m) = 0,90\sqrt{k}\ (mm).$$

2.12. $\varphi_1 = 17^o8'$, $\varphi_2 = 36^o5'$, $\varphi_3 = 62^o$.

Áp dụng công thức (2–5) cho cực tiểu nhiễu xạ :

$\sin\varphi = k\frac{\lambda}{b}$ với điều kiện **k** = 1, 2, 3... ; $\sin\varphi \le 1$.

2.13. $\varphi = 30^o$.

2.14. l = 5 cm.

Tính bề rộng của ảnh theo công thức :

$$l = 2d\text{tg}\varphi \cong 2d\sin\varphi = 2d\frac{\lambda_o}{b}.$$

2.15. $\varphi = 33^o$ và 27^o.

Hiệu quang lộ giữa hai tia tựa trên các bờ của khe bằng $b(\sin\theta - \sin\varphi)$.

Số dải Frênen mà khe chứa là $\dfrac{b(\sin\theta - \sin\varphi)}{\lambda/2}$.

Điều kiện cho cực tiểu nhiễu xạ là khe chứa một số chẵn (2k) dải. Vậy góc nhiễu xạ φ ứng với các cực tiểu nhiễu xạ được xác định bởi công thức : $\sin\theta - \sin\varphi = k\dfrac{\lambda}{b}$; $k = \pm1, \pm2, \pm3...$

Các cực tiểu nhiễu xạ đầu tiên nằm ở hai bên cực đại giữa ứng với các giá trị : $k = +1$; $k = -1$.

2.16. $\varphi_3 = 40^o49'30''$.

2.17. $n = 6000$ vạch/cm.

2.18. $\varphi_2 = 55^o40'$.

Theo đầu bài ta có :

$$\sin\varphi_1 = k_1 n\lambda_1, \text{ với } k_1 = 2.$$

$$\sin\varphi_2 = k_2 n\lambda_2, \quad k_2 = 3.$$

Suy ra $\quad \sin\varphi_2 = \dfrac{k_2\lambda_2}{k_1\lambda_1}\sin\varphi_1.$

2.19. $d = 5\ \mu m$.

Vì các vạch cực đại trùng nhau nên ta có :

$$d\sin\varphi = k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2. \tag{1}$$

hay $$\frac{k_2}{k_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{0,6563}{0,4102} = 1,6. \tag{2}$$

Vì k_1, k_2 là các số nguyên nên điều kiện (1) sẽ được thoả mãn nếu $k_1 = 5$ và $k_2 = 8$. Khi đó :

$$d = \frac{k_1\lambda_1}{\sin\varphi} = \frac{5.6563.10^{-10}}{0,656} m = 5.10^{-6} m.$$

2.20. $d = 2,2\ \mu m$.

2.21. a) $N = 25000$ khe ; b) $\lambda = 0,4099 \mu m$.

2.22. Xem phần quang phổ nhiễu xạ, giáo trình Vật lí đại cương, tập III, Nhà xuất bản Giáo dục.

a) $\varphi_1 = 2^o11'$; $\varphi_2 = 2^o18'$.

Ta có : $\sin\varphi_1 = n\lambda_đ$, $\sin\varphi_2 = 2n\lambda_t$;

b) $\Delta\varphi = -56'$.

$$\sin\varphi'_2 = 2n\lambda_đ, \sin\varphi_3 = 3n\lambda_t ; \Delta\varphi = -56'.$$

$\Delta\varphi < 0$; chứng tỏ quang phổ bậc hai đè lên quang phổ bậc ba.

2.23. a) $N_{max} = 7$. Ta có $\sin\varphi = \frac{k\lambda}{d} = k.0,2945 \le 1$.

Suy ra $k_{max} = 3$,

$$N_{max} = 2k_{max} + 1 = 7.$$

b) $\lambda_{max} = 2\ \mu m$.

Phải có điều kiện $\sin\varphi = \frac{k\lambda}{d} \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{d}{k_{min}} = d$.

2.24. $\lambda = 0,54\ \mu m$.

Theo đầu bài ta có hệ phương trình sau :

$$\sin\varphi_1 = \frac{\lambda}{d}, \quad (1)$$

$$\sin\varphi_2 = 2\frac{\lambda}{d}, \quad (2)$$

$$\varphi_2 - \lambda_1 = \Delta\varphi = 15^o. \quad (3)$$

Từ (2) và (3) ta có :

$$2\frac{\lambda}{d} = \sin(\varphi_1 + \Delta\varphi) = \sin\varphi_1\cos\Delta\varphi - \sin\Delta\varphi\cos\varphi_1.$$

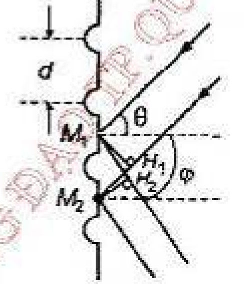
Dựa vào (1) và các hệ thức

$$\cos\varphi = \sqrt{1 - \sin^2\varphi},$$

$$\sin^2\Delta\varphi + \cos^2\Delta\varphi = 1,$$

ta tính được

$$\lambda = \frac{d\sin\Delta\varphi}{\sqrt{5 - 4\cos\Delta\varphi}}.$$



Hình 2.9

2.25. $\lambda = 0{,}6\mu m$ (hình 2.9).

Hiệu quang lộ của chùm tia nhiễu xạ trên hai liên kết (cách nhau một đoạn bằng chu kì của cách tử).

$$L_2 - L_1 = M_1H_2 - M_2H_1 = d(\sin\theta - \sin\varphi).$$

Điều kiện cho cực đại nhiễu xạ

$$d(\sin\theta - \sin\varphi) = k\lambda \text{ ; k : nguyên.}$$

Suy ra $\lambda = \dfrac{d(\sin\theta - \sin\varphi)}{k}$

$$= \frac{1.10^{-3}(\sin 89^o - \sin 87^o)}{2} = 0{,}6.10^{-6} = 0{,}6\mu m.$$

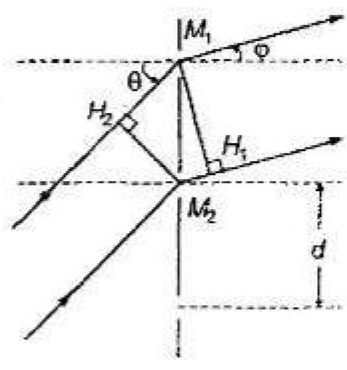
2.26. $\varphi = -56^o30'$.

Hiệu quang lộ giữa 2 tia nhiễu xạ từ hai khe liên tiếp (hình 2.10) $L_2 - L_1 = M_1H_2 - M_2H_1 = d(\sin\theta - \sin\varphi)$.

– Điều kiện cho cực đại nhiễu xạ :

$$d(\sin\theta - \sin\varphi) = k\lambda \text{ ; k nguyên,}$$

suy ra $\sin\varphi = \sin\theta - \dfrac{k\lambda}{d}$.



Hình 2.10

– Phải có điều kiện

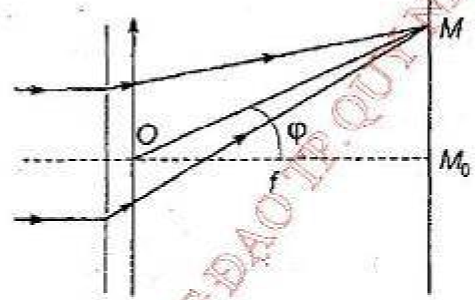
$$-1 \leq \sin\varphi \leq 1$$

hay
$$-1 \leq \sin\theta - \frac{k\lambda}{d}\sin \leq 1. \qquad (1)$$

– Theo (1) k chỉ có thể có giá trị sau : 0, 1, 2, 3, 4, 5, với k = 5 ; $\sin\varphi = -0{,}834$ hay $\varphi = -56^o30'$.

2.27. f = 0,65m.

Công thức cho vạch cực đại $\sin\varphi = k\dfrac{\lambda}{d}$.



Hình 2.11

– Muốn xác định vị trí của vạch cực đại mà trên màn (mặt phẳng trên của thấu kính) ta vẽ trục phụ OM song song với tia nhiễu xạ (OM hợp với trục chính của thấu kính một góc bằng góc nhiễu xạ) (hình 2.11). Suy ra vị trí của cực đại ứng với góc nhiễu xạ :

$$D = M_0M = f\,\mathrm{tg}\varphi\ ;\ f - \text{tiêu cự của thấu kính.}$$

– Sau khi tính toán được

$$f = \frac{D_2 - D_1}{\mathrm{tg}\varphi_2 - \mathrm{tg}\varphi_1},$$

trong đó $D_2 - D_1 = 0{,}1$ mm,

$$\sin\varphi_1 = \frac{\lambda_1}{d}\ ;\ \sin\varphi_2 = \frac{\lambda_2}{d}.$$

2.28. $\lambda = 0{,}660\ \mu m$ trong quang phổ bậc hai.

Theo đề bài ta có :

$$d\sin\varphi = k\lambda = 3.4{,}4.10^{-7}m = 13{,}2.10^{-7}m.$$

Trong giới hạn từ $\lambda_1 = 4.10^{-4}$mm đến $\lambda_2 = 7.10^{-4}$mm phải có :

$$\frac{13{,}2.10^{-7}}{\lambda_2} < k < \frac{13{,}2.10^{-7}}{\lambda_1}.$$

$$1{,}9 < k < 3{,}3.$$

Vì k là số nguyên nên k chỉ lấy các giá trị k = 2, k = 3. Vậy dưới cùng góc φ ở trên, có thể quan sát thấy vạch quang phổ bậc hai, với $\lambda = \frac{13,2.10^{-7}}{k_1} = 0,66.10^{-6}$m ($k_2$ = 3 ứng với vạch cực đại đã cho trong bài).

2.29. $\Delta D = 0,65$ mm.

2.30. $d = 3.10^{-8}$ cm.

2.31. $\lambda = 1,41$Å.

2.32. $D = 0,41.10^{-6}m^{-1}$.

Từ công thức cho cực đại chính : $\sin\varphi = \frac{k\lambda}{d}$, suy ra độ tán sắc góc (bằng cách vi phân hai vế)

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d\cos\varphi}.$$

với k = 1 ; $\sin\varphi = \frac{\lambda}{d}$ ta có : có φ = 0,9721 và $D = 0,41.10^{6}$ (rad/m).

2.33. a) λ = 4750 Å ; b) $n = 460\ mm^{-1}$;

c) $D = 2,76.10^{4}$ rad/cm.

2.34. $\left|\frac{d\theta}{d\lambda}\right| = \frac{k}{\sqrt{d^2 - (d\sin\theta - k\lambda)^2}} = 0,16$ độ (góc)/mm.

Dùng công thức cho cực đại chính :

$$d(\sin\theta - \sin\varphi) = k\lambda.$$

2.35. $D = 8,1.10^{-3}$ mm/Å.

Tìm độ tán sắc góc D, sau đó tìm độ tán sắc dài D_1

2.36. $\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{N\sqrt{d^2 - (k\lambda)^2}} = 11"$.

Cực đại chính thứ k được xác định bằng công thức :

$$\sin\varphi = \frac{k\lambda}{d}, \; k = 0, 1, 2 \ldots \qquad (1)$$

(vạch cực đại chính thứ hai ứng với k = 2) giữa hai cực đại chính thứ k – 1 và thứ k (hoặc k và k + 1).

Vị trí của các cực tiểu phụ được xác định bởi công thức :

$$\sin\varphi = \frac{k'\lambda}{Nd} \qquad (2)$$

Khoảng cách góc giữa hai cực tiểu phụ hai bên cực đại chính thứ k đúng bằng bề rộng góc của cực đại chính thứ k. Từ (2) ta tính được khoảng cách góc giữa hai cực tiểu phụ hai bên cực đại chính thứ k (ứng với k' = + 1 ; k' = –1) :

$$\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{Nd\cos\varphi} \qquad (3)$$

Tính cosφ từ biểu thức (1)

$$\cos\varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{k\lambda}{d}\right)^2} \qquad (4)$$

Thay cosφ từ (4) vào (3) ta được

$$\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{N\sqrt{d^2 - (k\lambda)^2}}, \text{ với } k = 2.$$

2.37. a) R = 20000.

Theo công thức tính năng suất phân li của cách tử :

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nk,$$

với N là tổng số khe trên cách tử = $\frac{3\text{cm}}{3\mu\text{m}} = 10^4$, ta có

$$R = 10^4 . 2 = 20000.$$

b) $\lambda' = 0,500025\ \mu m$.

Với cách tử này, ta có thể phân li được hai vạch quang phổ có bước sóng khác nhau một lượng là :

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{R} = 0,25.10^{-4}\ \mu m.$$

Vậy bước sóng của vạch quang phổ nằm cạnh vạch màu xanh mà ta có thể phân biệt được là :

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = (0,5 + 0,25.10^{-4})\ \mu m = 0,500025\ \mu m.$$

2.38. a) $R = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda} = knl = 3.10^4$.

b) $\Delta\lambda = 0,14Å$.

2.39. $N = 2,5.10^2$ khe.

Chương 3

PHÂN CỰC ÁNH SÁNG

3.1. $\alpha = 45^o$.

Sau khi qua kính phân cực, chùm ánh sáng tự nhiên bị phân cực trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi E, E_x, E_y lần lượt là biên độ dao động sáng của ánh sáng tự nhiên, của ánh sáng phân cực theo hai phương x, y vuông góc với nhau. Vì cường độ sáng tỉ lệ với bình phương biên độ dao động sáng, ta có :

$$E^2 = E_x^2 + E_y^2.$$

Vì sự biến đổi độ lớn và phương của vectơ, dao động sáng E là hoàn toàn hỗn loạn nên lấy trung bình ta có :

$$\overline{E_x^2} = \overline{E_y^2} = \frac{1}{2}\overline{E^2} = 0,5I_o\ ,$$

I_o – cường độ của ánh sáng tự nhiên.

Sau khi qua kính phân cực, ánh sáng có cường độ :

$$I_1 = 0,5\,I_o.$$

Sau khi qua kính phân tích, cường độ sáng được tính theo định luật Maluyt :

$$I_2 = I_1 \cos^2\alpha = 0,5 I_o \cos^2\alpha,$$

α – góc giữa tiết diện chính của hai kính.

Theo đề bài

$$\frac{I_2}{I_o} = \frac{1}{4},$$

suy ra : $0,25 I_o = 0,5\,I_o \cos^2\alpha$

hay : $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ và $\alpha = 45^o$.

3.2. $\alpha = 62^o 32'$.

Cường độ ánh sáng sau khi truyền qua kính phân cực

$$I_1 = 92\% \times 0,5 I_o = 46\%\, I_o.$$

Cường độ ánh sáng sau khi truyền qua kính phân tích :

$$I_2 = I_1 \cos^2\alpha = 92\% \,.\, 46\%\, I_o \cos^2\alpha.$$

Theo đề bài : $I_2 = 9\% I_1$.

Suy ra $\cos\alpha = \sqrt{\dfrac{9}{42,32}}$ và $\alpha = 62^o 32'$.

3.3. a) Giảm $\dfrac{I_o}{I_1} = \dfrac{2}{1-k} = 2,1$ lần.

b) Giảm $\dfrac{I_o}{I_2} = \dfrac{2}{(1-k)^2 \cos^2\alpha} = 8,86$ lần.

3.4. $n = 1,73$.

Dùng định luật Briuxơ : $tgi_B = n_{21}$ (công thức 3–2) và định luật khúc xạ : $\sin i = n_{21} \sin\gamma$, với $n_{21} = n$.

3.5. $n_1 = 1,33$.

Chú ý rằng : $i = \frac{\varphi}{2}$ và $b_{21} = \frac{n_{TT}}{n_1}$.

3.6. a) $i_1 = 57^o30'$; b) $i'_B = 40^o40'$.

3.7. $i_B = 54^o44'$.

Tìm chiết suất bằng công thức cho góc giới hạn của hiện tượng phản xạ toàn phần : $n_{21} = \frac{1}{\sin\gamma_o}$. Sau đó, dùng định luật Briuxơ : $tgi_B = n_{21}$.

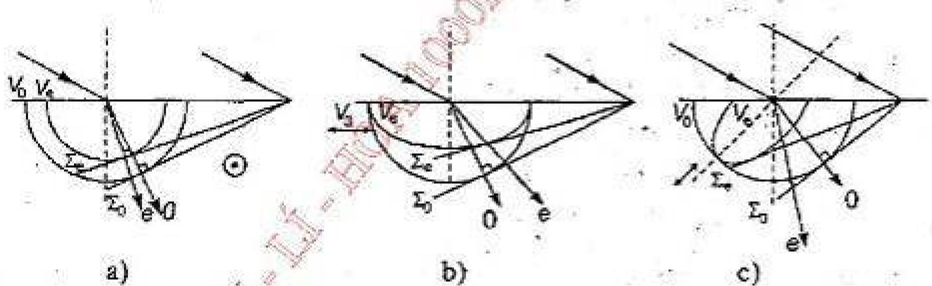
3.8. a) $n = 1,63$; b) $i_o = 66^o56'$.

3.9. $\lambda_o = 3,55.10^{-7}m$, $\lambda_e = 3,95.10^{-7}m$.

Dùng các công thức :

$$\lambda_o = \frac{\lambda}{n_o} ; \lambda_e = \frac{\lambda}{n_e}$$

3.10. Xem hình vẽ 3.3.



Hình 3.3

Tham khảo cách vẽ ở giáo trình VLĐC, tập III ; Nhà xuất bản Giáo dục.

3.11. $d = \frac{(2k+1)\lambda}{2(n_o - n_e)} = 1,73\ (2k+1)\mu m$; $k = 0, 1, 2, ...$

3.12. $d = \dfrac{(2k+1)\lambda}{4(n_o - n_e)} = 0.8\mu m$, với $k = 0$

3.13. $\lambda = \dfrac{4d(n_o - n_e)}{2k+1}$, với k = 6, 7, 8, 9, 10.

$\lambda_1 = 0{,}692\ \mu m$; $\lambda_2 = 0{,}600\ \mu m$, $\lambda_3 = 0{,}473\ \mu m$, $\lambda_4 = 0{,}430\ \mu m$.

3.14. a) 0,496 mm.

Bản thạch anh phải là bản $\dfrac{1}{2}$ sóng : $d = \dfrac{\left(k + \dfrac{1}{2}\right)\lambda}{n_e - n_o}$ $k = 0, 1, \ldots$;

$d_{max} < 0{,}50$ mm ứng với k = 15.

b) 0,475 mm.

Bản thạch anh phải là bản $\dfrac{1}{4}$ sóng : $d = \dfrac{\left(k + \dfrac{1}{4}\right)\lambda}{n_e - n_o}$, $k = 0, 1, \ldots$,

$d_{max} < 0{,}50$ mm và bằng 0,475 mm.

3.15. $d = \dfrac{\lambda}{4(n_e - n_o)} = 1{,}4\mu m$.

3.16. d = 0,25 mm.

Tham khảo giáo trình vật lí đại cương tập III, Nhà xuất bản Giáo dục.

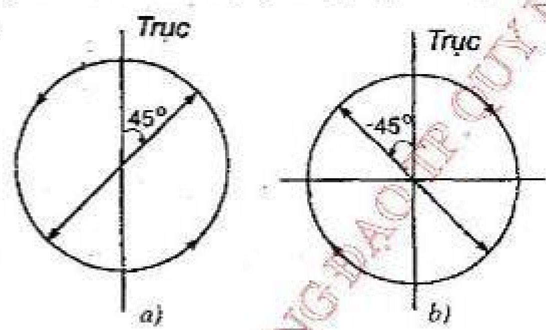
Đối với bước sóng λ_1, bản phải thoả mãn điều kiện của bản 1/2 sóng, đối với bước sóng λ_2, bản phải thoả mãn điều kiện của bản 1 sóng. Suy ra điều kiện :

$$(n_e - n_o)d = (2k_1 + 1)\frac{\lambda_1}{2} = k_2\lambda_2,$$

với điều kiện k_1 và k_2 phải là các số nguyên, ta tìm được

$$k_1 = 3 \text{ và } d = \frac{3{,}5\lambda_1}{n_e - n_o}.$$

3.17. a) Nếu ánh sáng là phân cực tròn quay trái (đối với người quan sát), thì sau bản 1/4 sóng nó trở thành ánh sáng phân cực thẳng, trong trường hợp này phương của vectơ dao động sáng hợp với trục của tinh thể một góc $+45^o$ (hình 3.4a). Còn đối với ánh sáng phân cực tròn quay phải, góc này sẽ bằng -45^o (hình 3.4b).



Hình 3.4

b) Khi quay bản pôlarôit (đặt sau bản 1/4 sóng), nếu ở bất kì vị trí nào, cường độ sáng không đổi thì đó là ánh sáng tự nhiên.

c) Nếu cường độ sáng thay đổi và giảm tới 0 thì đó là ánh sáng phân cực tròn.

d) Nếu cường độ sáng thay đổi nhưng không giảm về 0 thì đó là hỗn hợp của ánh sáng tự nhiên và ánh sáng phân cực tròn.

3.18. d = 3,4 mm.

Bề dày của bản phải sao cho mặt phẳng phân cực quay đi một góc 90^o. Từ hai điều kiện đã cho ta có :

$$\alpha_1 = [\alpha]\rho d_1, \text{ và } \alpha_2 = [\alpha]\rho d_2.$$

Suy ra $d_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}.d_1 = 3,4\,\text{mm}$.

3.19. $[\alpha] = 169$ độ.cm^3/g.dm.

3.20. $c_2 = 0,21$ g/cm^3.

3.21. d = 13 mm.

Tham khảo giáo trình VLĐC, tập III ; Nhà xuất bản Giáo dục.

Khi truyền dọc theo quang trục của tinh thể đơn trục, vectơ dao động sáng bị quay đi một góc α tỉ lệ với bề dày của bản tinh thể $\alpha = [\alpha]$ d,

$[\alpha]$ là hằng số quay của tinh thể.

Đối với tia λ_1, góc quay phải bằng $(2k_1 + 1)\pi$.

Đối với tia λ_2, góc quay phải bằng $(2k_2 + 1)\frac{\pi}{4}$.

Từ điều kiện cho trong đề bài ta có

$$\alpha_1 = (2k_1 + 1)\pi = [\alpha]_1 d ; \quad (1)$$

$$\alpha_2 = (2k_2 + 1)\frac{\pi}{4} = [\alpha]_2 d ; \quad (2)$$

k_1 và k_2 phải là các số nguyên. Từ (1) và (2) suy ra ứng với d_{min}, $k_2 = 4$ và

$$d_{min} = \frac{(2k_2 + 1)}{[\alpha]_2}45^o = \frac{9}{31,1}\cdot\frac{45^o}{\text{độ/mm}} = 13\text{mm}.$$

3.22. a) Giảm 2,05 lần ;

b) $\alpha = 27^o1'$.

Chương 4

QUANG HỌC LƯỢNG TỬ

A – BỨC XẠ NHIỆT

4.1. $P = 1,42.10^3$W.

4.2. $T = 1000$ K.

Tìm nhiệt lượng do một đơn vị diện tích của lỗ nhỏ phát ra trong một giây, rồi áp dụng định luật Xtêfan – Bônzơman.

4.3. $T = 875$ K.

4.4. 1,15 lần.

Tìm T_{max} và T_{min} từ các điều kiện của đề bài,

$$T_{max} - T_{min} = 80 \text{ K}.$$

$$\frac{T_{max} + T_{min}}{2} = 2300\text{K},$$

rồi áp dụng định luật Xtêfan – Bônzơman.

4.5. $W = 3,17.10^{10}$ J.

4.6. $\alpha = 0,7$.

4.7. a) 9,3 μm ; b) ≈ 1μm ; c) 0,48 μm ; d) $2,89.10^{-10}$m.

4.8. $S = 6,3.10^{-3}$ m^2.

4.9. W = 0,46 J.

4.10. $W = 7,35.10^3$J.

4.11. a) $W = 1,33.10^5$ J ; b) $\alpha = 0,3$.

Nếu coi bề mặt kim loại là vật đen tuyệt đối thì năng suất phát xạ toàn phần của nó bằng $R = \sigma T^4$ và năng lượng do cả bề mặt S phát xạ trong thời gian t(60s) sẽ là W = RSt.

4.12. T = 2620 K.

Vì sợi tóc vônfram không phải là vật đen tuyệt đối nên năng suất phát xạ toàn phần được tính theo công thức $R = \alpha\sigma T^4$, trong đó $\alpha = 0,31$. Mặt khác ta lại có :

$$R = \frac{P}{S},$$

với P là công suất của dòng điện, P = UI và S là diện tích mặt ngoài của sợi tóc. Coi diện tích này là diện tích xung quanh của hình trụ đường kính d và chiều cao l, ta có :

$$S = \pi d l.$$

So sánh hai giá trị trên của R, rút ra :

$$T = \sqrt[4]{\frac{UI}{\alpha\sigma\pi dl}} = 2626K.$$

4.13. $S = 4.10^{-5}\ m^2$.

4.14. 3,3 lần.

4.15. $\omega_o = 1,37.10^3 W/m^2 = 8,21 J/(cm^2.phút)$ 1,96 cal/(cm^2.phút). Toàn bộ năng lượng do Mặt Trời phát ra được gửi đến mặt cầu có tâm là tâm của Mặt Trời và bán kính bằng khoảng cách từ Mặt Trời đến Trái Đất. Từ đó ta sẽ tính được hằng số Mặt Trời.

4.16. $\omega_o = 0,85$ cal/(cm^2.phút).

4.17. T = 200K.

4.18. T = 393K.

Quá trình nung nóng sẽ dừng lại khi năng lượng hấp thụ bằng năng lượng phát xạ, nghĩa là $W_oST = \sigma T^4 St$. Từ đó rút ra T.

4.19. $P = 3,1.10^6 W$.

Tính phần diện tích vuông góc với tia nắng và dùng giá trị của hằng số Mặt Trời ω_o.

4.20. $P \approx 4,8.10^{26} W$, $W_o \approx 1,51.10^3 W/m^2$.

a) $P = RS$ với $R = \sigma T^4 = \sigma\left(\frac{b}{\lambda_{max}}\right)^4$.

b) Giống như tính hằng số Mặt Trời.

4.21. $P \simeq 1,9$ lần.

4.22. a) 81 lần. b) Từ 2,9 μm đến 0,97 μm.

4.23. $T_2 = \frac{bT_1}{T_1\Delta\lambda + b} = 290K.$

4.24. Không thể được vì λ_{max} ứng với nhiệt độ của sao là 0,241μm.

4.25. R tăng lên 1,06 lần.

4.26. P = 0,217W.

4.27. d_2 = 0,06mm.

B – BẢN CHẤT HẠT CỦA BỨC XẠ ĐIỆN TỪ

4.28. Dùng công thức $\lambda_o = \frac{hc}{A}$ và chú ý đổi đơn vị :

1eV = $1,6.10^{-19}$J, lần lượt tìm được đối với Li : $5,17.10^{-7}$m ; Na : $5,40 \times 10^{-7}$m ; K ; $6,20.10^{-7}$m ; Cs : $6,60.10^{-7}$m.

4.29. W = 2,15 eV.

Năng lượng nhỏ nhất của phôtôn để có hiện tượng quang điện về trị số bằng công thoát của êlectrôn ra khỏi kim loại.

4.30. 1) $1,3.10^6$m/s (Cs) ; $7,05.10^5$ m/s (Pt).

2) $6,5.10^5$m/s (Cs) đối với Pt không có êlectrôn bắn ra.

Dùng phương trình Anhxtanh :

$$\frac{1}{2}m_e v_{max}^2 = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A,$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2}{m_e}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}.$$

Với điều kiện $\frac{hc}{\lambda} \geq A$ (công thoát A tra ở bảng cuối sách).

4.31. Theo các định luật về hiện tượng quang điện

$$A = \frac{hc}{\lambda_o} = 4,5\text{eV},$$

$$E_{max} = \frac{hc}{\lambda} - A = 2,38\text{eV}.$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2E_{max}}{m_e}} = 9,1.10^5 \text{ m/s}.$$

4.32. 1) 2,48 eV. λ_0

Tần số giới hạn đỏ ν_o liên hệ với công thoát A bởi hệ thức :

$$A = \frac{hc}{\lambda_o} = h\nu_o.$$

2) $12,3.10^{14}s^{-1}$.

Công dịch chuyển êlectrôn qua hiệu thế kháng điện U_o về trị số tuyệt đối bằng động năng cực đại của êlectrôn :

$$eU_o = \frac{m_e v_{max}^2}{2}.$$

Từ phương trình Anhxtanh :

$$h\nu = \frac{m_e v_{max}^2}{2} + A,$$

suy ra : $$h\nu = eU_o + A,$$

$$\nu = \frac{1}{h}(eU_o + A) = \frac{eU_o}{h} + \nu_o.$$

4.33. Công dịch chuyển êlectrôn qua hiệu thế kháng điện U về trị số tuyệt đối bằng động năng cực đại của êlectrôn :

$$eU = \frac{m_e v_{max}^2}{2},$$

do đó phương trình Anhxtanh có thể viết :

$$h\nu = eU + A.$$

Áp dụng phương trình đó lần lượt đối với hai bức xạ có tần số ν_1 và ν_2 tương ứng với các hiệu thế kháng điện U_1 và U_2 ta được :

$$h\nu_1 = eU_1 + A,$$

$$h\nu_2 = eU_2 + A.$$

Từ đó suy ra

$$h = \frac{e(U_2 - U_1)}{\nu_2 - \nu_1}.$$

4.34. Công dịch chuyển êlectrôn qua hiệu thế kháng điện U_o về trị số tuyệt đối bằng động năng cực đại của êlectrôn.

$$eU_o = \frac{m_e v_{max}^2}{2}.$$

Phương trình Anhxtanh có dạng :

$$h\nu = eU_o + A,$$

do đó

$$eU_o = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A,$$

$$U_o = \frac{1}{e}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right) = 4,4\,V.$$

4.35. Dùng phương trình Anhxtanh :

$$h\nu = \frac{1}{2}m_e v_{max}^2 + A,$$

trong đó $\frac{1}{2}m_e v_{max}^2 = eU$ (U hiệu thế kháng điện). Áp dụng cho 2 bức xạ :

$$\frac{hc}{\lambda_1} = eU_1 + A,$$

$$\frac{hc}{\lambda_2} = eU_2 + A,$$

suy ra :

$$hc\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right) = e(U - U_1).$$

Từ đó rút ra : $h = \dfrac{e(U_2 - U_1)}{c\left(\dfrac{1}{\lambda_2} - \dfrac{1}{\lambda_1}\right)}.$

4.36. Tương tự như bài tập (4.35) :

$$\frac{hc}{\lambda} = eU_1 + A,$$

$$\frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda} = e(U_1 + \Delta U) + A,$$

suy ra :
$$hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \Delta\lambda}\right) = e\Delta U.$$

Điện tích êlectrôn :

$$e = \frac{hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \Delta\lambda}\right)}{\Delta U} = \frac{hc\Delta\lambda}{\Delta U\,\lambda(\lambda + \Delta\lambda)}.$$

4.37. $P = \frac{h}{\lambda} + \sqrt{2m_e\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)} = 1{,}31.10^{-25}$ (kgm/s).

Động lượng của phôtôn khi đập thẳng vào kim loại là $\overline{P_1}$ với $|\overline{P_1}| = h/\lambda$.

Động lượng của quang êlectrôn khi bắn ra từ kim loại (theo phương pháp tuyến) là

$$\overline{P_2} \text{ với } |\overline{P_2}| = \sqrt{2m_e E_{Đmax}},$$

trong đó $E_{Đmax}$ là động năng cực đại của quang êlectrôn được tính theo phương trình Anhxtanh

$$E_{Đmax} = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A.$$

Động lượng truyền cho kim loại là : $\overline{P_1} - \overline{P_2}$ về trị số bằng : $|\overline{P_1}| + |\overline{P_2}|$, (vì $\overline{P_1}$ và $\overline{P_2}$ cùng phương ngược chiều). Tính ra trị số đó bằng

$$\frac{h}{\lambda} + \sqrt{2m_e\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}$$

(công thoát A tra bảng ở cuối sách).

4.38. $P = \sqrt{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + 2m_e\eta^2\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}$.

Động lượng của phôtôn là : $\overrightarrow{P_1}$; $\left|\overrightarrow{P_1}\right| = \frac{h}{\lambda}$.

Động lượng của êlectrôn bắn ra là : $\overrightarrow{P_2}$; $\left|\overrightarrow{P_2}\right| = m_e v$. Theo đề bài $v = \eta v_{max}$, và v_{max} được tính theo phương trình Anhxtanh.

$$\frac{1}{2}m_e v_{max}^2 = \frac{hc}{\lambda} - A.$$

Từ đó suy ra : $v_{max}^2 = \frac{2}{m_e}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)$,

và $$v^2 = \eta^2 v_{max}^2 = \frac{2\eta^2}{m_e}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right).$$

Động lượng truyền cho điện cực là :

$$\vec{P} = \overrightarrow{P_1} - \overrightarrow{P_2}.$$

Ở đây $\overrightarrow{P_1} \perp \overrightarrow{P_2}$ nên về trị số ta có :

$$P^2 = P_1^2 + P_2^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + m_e^2 v^2.$$

$$P = \sqrt{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + 2m_e\eta^2\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}.$$

4.39. 1) 2,07eV ; $1,1.10^{-27}$ kgm/s ; $3,68.10^{-36}$kg.

2) 12,4 keV ; $6,62.10^{-24}$ kgm/s ; $2,21.10^{-32}$kg.

3) 1,24 MeV ; $6,62.10^{-22}$ kgm/s ; $2,21.10^{-30}$kg.

4.40. $\lambda = 0,0242$Å ; $P = 2,73.10^{-22}$kgm/s.

Dùng hệ thức $\frac{h}{\lambda} = m_e c^2$.

4.41. T = 960K và $1,6.10^4$K.

Động năng tịnh tiến trung bình của phân tử khí lí tưởng đơn nguyên tử $\left(\frac{3}{2}kT\right)$ khi có trị số bằng năng lượng phôtôn ($h\nu$) ;

$\frac{3}{2}kT = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$, (k : hằng số Bônzơman) từ đó suy ra :

$$T = \frac{2hc}{3k\lambda}.$$

4.42. $n = 7,6.10^3$ phôtôn.

Động năng tổng cộng của chùm phôtôn song song có trị số bằng động lượng trung bình của một nguyên tử hêli ở T(K), nghĩa là bằng :

$$m_{He}\cdot\sqrt{\frac{8}{\pi}\frac{kT}{m_{He}}} = \sqrt{\frac{8m_{He}kT}{\pi}},$$

trong đó m_{He} là khối lượng nguyên tử He,

$\sqrt{\frac{8m_{He}kT}{\pi}}$ – vận tốc trung bình của nguyên tử He ở T(K). Biết động lượng của mỗi phôtôn là $p = \frac{h}{\lambda}$, vậy số phôtôn là :

$$n = \frac{\lambda}{h}\sqrt{\frac{8m_{He}kT}{\pi}}.$$

4.43. Giả thiết chùm phôtôn (chùm bức xạ) truyền vào môi trường theo phương x. Gọi n là mật độ dòng phôtôn tại x, mật độ dòng phôtôn tại x + dx sẽ là n + dn. Với dn < 0. Số phôtôn giảm đi là do chùm phôtôn va chạm với các nguyên tử của môi trường và bị hấp thụ. Rõ ràng số va chạm tỉ lệ với số phôtôn đi tới n và tỉ lệ với quãng đường dx.

Vậy $dn = -\alpha n dx$,

α là một hệ số đặc trưng cho môi trường.

Tích phân phương trình trên sẽ được :

$$n = n_o e^{-\alpha x},$$

n_o : mật độ dòng phôtôn tại $x = 0$, quãng đường tự do trung bình của phôtôn tức là trị trung bình của x cho bởi :

$$<x> = \frac{1}{n_o}\int x dn = \frac{1}{n_o}\int_0^{\infty} x(-\alpha n dx).$$

Thực hiện phép tích phân, tìm được

$$<x> = \frac{1}{\alpha}.$$

Vậy ta có thể viết :

$$n = n_o . e^{-\frac{x}{<x>}}.$$

Mật độ dòng bức xạ tỉ lệ với mật độ dòng phôtôn, do đó :

$$J = J_o . e^{-\frac{x}{<x>}}.$$

4.44. $<x> = 32\text{cm}$.

Ứng dụng kết quả của bài tập 4.43

$$J = J_o e^{-\frac{x}{<x>}},$$

trong đó, theo đề bài, khi $x = l = 15\text{cm}$ thì $J/J_o = 1/1,6$. Vậy

$$\frac{J_o}{1,6} = J_o e^{-\frac{l}{<x>}} \text{ cho } e^{\frac{l}{<x>}} = 1,6,$$

do đó $$<x> = \frac{l}{\ln 1,6}.$$

4.45. Bước sóng của chùm bức xạ trong môi trường cho bởi :

$\lambda' = \frac{\lambda}{n}$ (λ – bước sóng trong chân không).

Vậy động lượng của phôtôn là :

$$P' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{h}{\lambda}n = \frac{h\nu}{c}n.$$

4.46. Chọn hệ quy chiếu gắn liền với êlectrôn trước khi hấp thụ phôtôn, ta có các biểu thức sau đây đối với êlectrôn và phôtôn (năng lượng $h\nu$ và động lượng $\frac{h\nu}{c}$).

	Trước khi hấp thụ	Sau khi hấp thụ
Năng lượng của hệ	$m_ec^2 + h\nu$	$\frac{m_ec^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$
Động lượng của hệ	$0 + \frac{h\nu}{c}$	$\frac{m_ev}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

Theo định luật bảo toàn năng lượng, động lượng ta có :

$$\frac{m_ec^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m_ec^2 + h\nu, \quad (1)$$

$$\frac{m_ev}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{h\nu}{c}. \quad (2)$$

Nhân từng vế của (2) với c, sau đó lấy (1) trừ (2), ta có :

$$\frac{m_ec^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{m_ecv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m_ec^2 \ ;$$

suy ra : $$\frac{1-\frac{v}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 1 \Rightarrow \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 1-\frac{v}{c}.$$

$$1-\frac{v^2}{c^2} = 1+\frac{v^2}{c^2}-2\frac{v}{c},$$

$$\frac{v^2}{c^2}-\frac{v}{c} = 0 \Rightarrow \frac{v}{c}\left(\frac{v}{c}-1\right) = 0.$$

Từ đó suy ra :

a) hoặc v = 0 đưa đến ν = 0 : vô nghĩa ;

b) hoặc $\frac{v}{c} = 1$: mâu thuẫn với thuyết tương đối.

4.47. Lí luận tương tự như bài (4.46).

	Trước khi phát xạ	Sau khi phát xạ
Năng lượng của hệ	m_ec^2	$\frac{m_ec^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+h\nu$
Động lượng của hệ	0	$\frac{m_ev}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+\frac{h\nu}{c}$

Ta có : $$\frac{m_ec^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+h\nu = m_ec^2.$$

$$-\frac{m_ev}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+\frac{h\nu}{c} = 0.$$

Dễ dàng thấy phương trình trên dẫn đến những mâu thuẫn.

4.48. Giả thiết trong hệ K : phôtôn có năng lượng $h\nu$ ứng với bức xạ có bước sóng λ. Trong hệ K' (chuyển động với vận tốc không đổi v so với hệ K), người quan sát sẽ ghi nhận bức xạ có bước sóng λ' cho bởi

$$\lambda' = \lambda\left(1 - \frac{v}{c}\right) \text{ (hiện tượng Đôpple).}$$

(Trong công thức này $v > 0$ nếu vận tốc phôtôn cùng chiều với v và $v < 0$ nếu ngược chiều) do đó :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = -\frac{v}{c}.$$

Đối với hệ quy chiếu K', phôtôn ứng với bức xạ bước sóng λ' sẽ có năng lượng $h\nu'$ sao cho :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}.$$

Vậy, hệ thức giữa năng lượng phôtôn trong hai hệ quy chiếu K và K' là :

$$\frac{\Delta(h\nu)}{h\nu} = \frac{h\nu' - h\nu}{h\nu} = \frac{v}{c}.$$

Đối với động lượng của phôtôn $p = \frac{h\nu}{c}$ ta cũng có hệ thức tương tự

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{v}{c}$$

4.49. Ta kí hiệu :

		Trước khi phát xạ	Sau khi phát xạ
Năng lượng	hạt điện	E	E'
	phôtôn	0	E_f
Động lượng	hạt điện	p	p'
	phôtôn	0	$\bar{p}_f$

trong đó : $$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = \frac{E'^2}{c^2} - p'^2 = m^2c^2$$

(m là khối lượng hạt điện).

$E_f = h\nu$; $p_f = \frac{h\nu}{c}n$ (sử dụng kết quả của bài tập 4–45). Áp dụng các định luật bảo toàn năng lượng và bảo toàn động lượng ta được :

$$E = E' + E_f,$$

$$\bar{p} = \bar{p}' + \bar{p}_f.$$

Từ đó suy ra : $E' = E - E_f$,

$$\bar{p} = \bar{p}' + \bar{p}_f.$$

hay $$\frac{E'^2}{c^2} = \left(\frac{E}{c} - \frac{E_f}{c}\right)^2 = \frac{E^2}{c^2} + \frac{E_f^2}{c^2} - \frac{2EE_f}{c^2}. \quad (1)$$

$$p'^2 = (\bar{p} - \bar{p}_f)^2 = p^2 + p_f^2 - 2\vec{p}\vec{p}_f = p^2 + p_f^2 - 2pp_f\cos\theta. \quad (2)$$

Lấy (1) trừ (2) ta có :

$$\underbrace{\frac{E'^2}{c^2} - p'^2}_{m^2c^2} = \underbrace{\frac{E^2}{c^2} - p^2}_{m^2c^2} + \frac{E_f^2}{c^2} - p_f^2 - \frac{2EE_f}{c^2} + 2pp_f\cos\theta.$$

Sau khi tính toán :

$$\cos\theta = \frac{c}{vn}\left(1 + \frac{h\nu(n^2 - 1)}{2E}\right).$$

Khi $E \gg h\nu$ thì $\cos\theta \approx \frac{c}{vn}$

Ta thấy rằng $\frac{c}{vn}$ phải < 1 nghĩa là $v > \frac{c}{n}$.

4.50. $\Delta\lambda = 0{,}0135\text{Å}$; $\theta = 63^{o}40'$.

Động năng của êlectrôn bắn ra = năng lượng êlectrôn sau khi tán xạ trừ đi năng lượng ban đầu (năng lượng nghỉ)

$$E_{\theta} = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_e c^2 = m_e c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right).$$

Động năng đó về trị số bằng độ giảm năng lượng của phôtôn sau khi tán xạ : $h\nu - h\nu' = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'}$.

Vậy $\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = m_e c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)$, do đó

$$\lambda' = \frac{1}{\frac{1}{\lambda} - \frac{m_e c}{h}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)}.$$

Biết λ', tính được :

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda.$$

và góc tán xạ θ

$$\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{\Delta\lambda}{2\Lambda_c}$$

4.51. Động năng cực đại của êlectrôn bắn ra (theo bài tập mẫu 3) cho bởi :

$$E_{D\,max} = \frac{hc}{\lambda} \cdot \frac{2\lambda_c}{\lambda + 2\lambda_c}.$$

từ đó suy ra :

$$\lambda = \frac{h}{m_e c}\left(\sqrt{1 + \frac{2m_e c^2}{E_{D\,max}}} - 1\right) = 0{,}037\text{Å}.$$

4.52. Năng lượng của phôtôn tán xạ bằng :

$$E' = \frac{hc}{\lambda'},$$

trong đó : $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = \lambda + 2\Lambda_0 \sin^2\frac{\theta}{2}$.

Vậy $E' = \dfrac{hc}{\lambda + 2\Lambda_c \sin^2\dfrac{\theta}{2}}$,

với $\lambda = \dfrac{hc}{E}$; E là năng lượng của phôtôn cuối.

Cuối cùng :

$$E' = \frac{1}{\dfrac{1}{E} + 2\dfrac{\Lambda_c}{hc}\sin^2\dfrac{\theta}{2}} = 0,144\text{MeV}.$$

4.53. $\theta = 50^o$.

Bước sóng ban đầu cho bởi :

$$\lambda = \frac{c}{v} = \frac{hc}{\text{năng lượng ban đầu của phôtôn}}.$$

Góc tán xạ cho bởi :

$$\lambda' - \lambda = \Lambda_c - \lambda = 2\Lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}.$$

4.54. E = 120keV ; 186keV và 256keV.

Phần năng lượng truyền cho êlectrôn bằng độ giảm năng lượng của phôtôn

$$\Delta E = hv - hv' = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right),$$

trong đó :

$$\lambda = \Delta\lambda = \lambda + 2\Lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}.$$

Thay vào ta có :

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} \cdot \frac{2\Lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\lambda + 2\Lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}}.$$

4.55. $P = 1{,}6.10^{-22}$ kgm/s.

Động lượng ban đầu của phôtôn là $\vec{p}_1$

$$|\vec{p}_1| = \frac{h}{\lambda}.$$

Động lượng của phôtôn tán xạ là $\vec{p}_2$

$$|\vec{p}_2| = \frac{h}{\lambda'}.$$

Với $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = \lambda + 2\Lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$;

Góc tán xạ θ = góc giữa $\vec{p}_1$ và $\vec{p}_2 = 90^o$.

Động lượng của êlectrôn (ban đầu đứng yên) là :

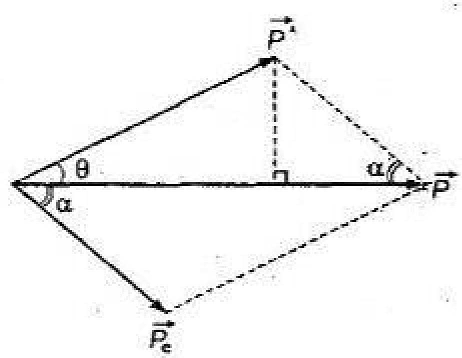
$$\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2.$$

Về trị số

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2$$

vì $(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = 90^o$.

4.56. Theo hình 4.1, θ là góc tán xạ của chùm bức xạ, α là góc bay ra của êlectrôn ; $\vec{p}$, $\vec{p}'$ và $\vec{p}_e$ lần lượt là động lượng của phôtôn tới, phôtôn tán xạ và êlectrôn bay ra.



Hình 4.1

Theo định luật bảo toàn động lượng, ta có

$$\vec{p} = \vec{p}\,' + \vec{p}_e.$$

Từ hình 4.1 ta có :

$$\frac{p'\sin\theta}{p - p'\cos\theta} = \text{tg}\alpha,$$

hay $$\text{tg}\alpha = \frac{\dfrac{\sin\theta}{\lambda'}}{\dfrac{1}{\lambda} - \dfrac{\cos\theta}{\lambda'}},$$

Trong đó : $\lambda' - \lambda = \Delta\lambda = 2\Lambda_c \sin^2\dfrac{\theta}{2}$.

Sau khi biến đổi ta có :

$$\text{tg}\alpha = \frac{\sqrt{\dfrac{\Lambda_c}{\Delta\lambda} - 1}}{1 + \dfrac{h\nu}{m_e c^2}}.$$

Thay số vào sẽ tìm được $\alpha = 31^o$.

4.57. Gọi $\vec{p}$, $\vec{p}\,'$ là động lượng của phôtôn trước và sau khi tán xạ, $\vec{p}_e$ là động lượng của êlectrôn bắn ra (ban đầu êlectrôn đứng yên). Theo định luật bảo toàn động lượng : $\vec{p} = \vec{p}\,' + \vec{p}_e$.

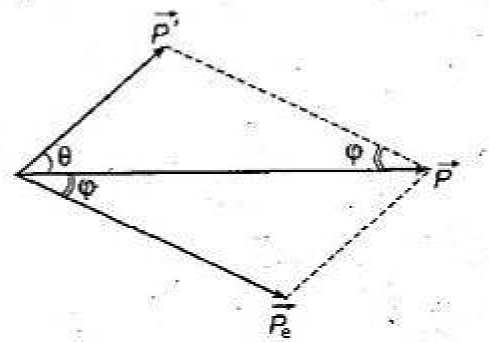
Góc giữa các vectơ : p và p' là θ, $\vec{p}$ và $\vec{p}_e$ là φ.

Theo hình vẽ 4.2 :

$$\text{tg}\varphi = \frac{p'\sin\theta}{p - p'\cos\theta},$$

nhưng $p = \dfrac{h}{\lambda}$,

$$p' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{h}{\lambda + 2\Lambda_c \sin^2\dfrac{\theta}{2}},$$



Hình 4.2

do đó :

$$\text{tg}\varphi = \frac{\dfrac{h\sin\theta}{\lambda + 2\Lambda_c \sin^2\dfrac{\theta}{2}}}{\dfrac{h}{\lambda} - \dfrac{h\cos\theta}{\lambda + 2\Lambda_c \sin^2\dfrac{\theta}{2}}}.$$

Sau khi biến đổi, ta có : $\text{tg}\varphi = \dfrac{\text{cotg}\dfrac{\theta}{2}}{1 + \dfrac{\Lambda_c}{\lambda}}$.

4.58. Dùng kết quả của bài tập 4.57

$$\text{tg}\varphi = \frac{\text{cotg}\dfrac{\theta}{2}}{1 + \dfrac{\Lambda_c}{\lambda}} = \frac{\text{cotg}\dfrac{\theta}{2}}{1 + \dfrac{h}{m_e c\lambda}},$$

suy ra $$h = m_e c\lambda\left(\frac{\text{cotg}\dfrac{\theta}{2}}{\text{tg}\varphi} - 1\right) = 6{,}4.10^{-34}\ \text{Js}.$$

4.59. $\lambda = 0{,}012\text{Å}$.

Động năng truyền cho êlectrôn = độ giảm năng lượng của phôtôn $= \dfrac{hc}{\lambda} - \dfrac{hc}{\lambda'}$.

Theo đề bài, phần động năng đó về trị số bằng năng lượng của phôtôn tán xạ bằng $\dfrac{hc}{\lambda'}$

$$\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda'}.$$

Từ đó suy ra : $\lambda = \frac{\lambda'}{\varepsilon}$.

Theo công thức Kômtôn :

$$\Delta\lambda = \underbrace{\lambda' - \lambda}_{\lambda} = 2\Lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}.$$

$$\lambda = 2\Lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}.$$

$$\frac{\lambda}{2\Lambda_c} = \sin^2\frac{\theta}{2}.$$

Mặt khác sử dụng kết quả của bài tập 4.57.

$$\text{tg}\varphi = \frac{\text{cotg}\frac{\theta}{2}}{1+\frac{\Lambda_c}{\lambda}}.$$

Với điều kiện của đề bài :

$$\varphi + \theta = \frac{\pi}{2};$$

có thể viết

$$\frac{\text{cotg}\frac{\theta}{2}}{1+\frac{\Lambda_c}{\lambda}} = \text{cotg}\theta,$$

hay $$\text{tg}\frac{\theta}{2}\left(1+\frac{\Lambda_c}{\lambda}\right) = \text{tg}\theta,$$

hay $$1+\frac{\Lambda_c}{\lambda} = \frac{2}{1+\text{tg}^2\frac{\theta}{2}}.$$

Đặt $\sin^2\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{\lambda}{2\Lambda_c} = \xi^2$, phương trình trên sẽ là :

$$1 + \frac{1}{2\xi^2} = \frac{2}{1 - \dfrac{\xi^2}{1-\xi^2}}.$$

Giải ra, tìm được $\xi^2 = \dfrac{1}{4} = \dfrac{\lambda}{2\Lambda_c}$.

Kết quả $\lambda = \dfrac{\Lambda_c}{2} = \dfrac{1}{2}\dfrac{h}{m_e c} = 0{,}012\text{Å}$.

Chú thích : Từ đó có thể tính góc tán xạ θ

$$\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{4},$$

$$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2},\ (0 \le \theta \le \pi)$$

$$\theta = 30^o.$$

PHẦN VẬT LÍ LƯỢNG TỬ

Chương mở đầu

THUYẾT NGUYÊN TỬ CỦA BOHR

B.1. Thế năng $-k_o\dfrac{e^2}{r_1} = -27,2eV$.

Cơ năng $E_1 = -13,6eV$.

Động năng = cơ năng – thế năng = 13,6eV.

B.2. Vạch quang phổ thứ ba trong dãy Banme có tần số :

$$\nu_3 = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2}\right).$$

Vậy có bước sóng

$$\lambda_3 = \frac{hc}{3} = 0,434.10^{-6}m.$$

B.3. Dãy hồng ngoại thứ nhất (dãy Pasen) của quang phổ hiđrô có tần số : $\nu = R\left(\dfrac{1}{3^2} - \dfrac{1}{n^2}\right)$; n = 4, 5, 6...

Bước sóng lớn nhất ứng với tần số nhỏ nhất :

$$\nu_{min} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right).$$

$$\lambda_{max} = \frac{hc}{\nu_{min}} = 1,87.10^{-6}m.$$

Bước sóng nhỏ nhất ứng với tần số lớn nhất.

$$\nu_{max} = R.\frac{1}{3^2}.$$

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{\nu_{max}} = 0,820.10^{-6}m.$$

B.4. Tần số vạch quang phổ phát ra :

$$\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right).$$

Năng lượng phôtôn phát ra :

$$h\nu = 12,1\text{eV}.$$

B.5. $h\nu_{min} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = 10,2\text{eV}.$

$$h\nu_{max} = R\frac{1}{1^2} = |E_1| = 13,6\text{eV}.$$

B.6. Nguyên tử được kích thích đến trạng thái ứng với n = 3. Kết quả phát ra ba vạch sáng có tần số lần lượt bằng

$$R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right) \text{ (Dãy Layman) ;}$$

$$R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) \text{ (Dãy Layman) ;}$$

$$R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) \text{ (Dãy Banme).}$$

Tương ứng với các bước sóng :

1216Å ; 1026Å (dãy Layman) ;

và 6563Å (dãy Banme).

B.7. Từ mức năng lượng thứ n đến mức năng lượng thứ nhất có tất cả n mức năng lượng. Mỗi vạch quang phổ, tương ứng với một sự chuyển trạng thái giữa hai mức năng lượng bất kì trong số n mức năng lượng đó (chuyển từ trạng thái năng lượng cao đến trạng thái năng lượng thấp hơn). Vậy số vạch quang phổ có thể phát ra = số cặp mức năng lượng trong n mức năng lượng = $\frac{n(n-1)}{2}$.

B.8. Động năng của êlectrôn khi bật ra khỏi nguyên tử

$$\frac{m_e v^2}{2} = h\nu - |E_1| = 16,5 - 13,6 = 1,9\text{eV}.$$

Từ đó tính được $v = 10^6$m/s.

B.9. Trạng thái kích thích ứng với số lượng tử n cho bởi phương trình $\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$,

trong đó : $\nu = \frac{hc}{\lambda}$.

Từ đó suy ra : $\frac{hc}{\lambda} = R\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$;

$$n^2 = \frac{1}{1 - \frac{hc}{R\lambda}} = 4.$$

Bán kính quỹ đạo Borh tương ứng :

$$r_n = n^2 r_1 = 2,12.10^{-8}\text{m}.$$

B.10. Trạng thái kích thích đầu tiên ứng với n = 2, nghĩa là ứng với quỹ đạo :

$$r_2 = 2^2 r_1 = 4r_1.$$

Vì thế năng, về giá trị tuyệt đối tỉ lệ nghịch với khoảng cách nên ở trạng thái n = 2 thế năng của êlectrôn bằng 1/4 thế năng của êlectrôn ở trạng thái cơ bản bằng 1/4(–27,2eV) = –6,8eV (xem bài B.1).

B.11. Ứng dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn năng lượng cho hệ nguyên tử hiđrô và phôtôn, ta có những phương trình sau :

$$0 = Mv - \frac{h\nu'}{c};$$

$$E_2 = E_1 + \frac{Mv^2}{2} + h\nu';$$

ν' là tần số của phôtôn khi có hiện tượng nguyên tử giật lùi. Từ đó suy ra (nếu chú ý rằng $E_2 - E_1 = h\nu$)

$$\nu - \nu' = \frac{Mv^2}{2h} = \frac{M}{2h}\frac{h^2\nu'^2}{M^2c^2} = \frac{h}{2Mc^2}\nu'^2,$$

$$\Delta\nu \cong \frac{h\nu^2}{2(Mc^2 + h\nu)}.$$

Kết quả $\Delta\lambda = c\dfrac{\Delta\nu}{\nu^2}$ (tính giá trị tuyệt đối).

$$\Delta\lambda = \frac{hc}{2(Mc^2 + h\nu)} \simeq \frac{hc}{2Mc^2} = \frac{h}{2Mc} = 6,6.10^{-6}\text{Å}$$

Vận tốc giật lùi của nguyên tử :

$$v = \frac{h\nu'}{Mc} = 3,26\text{m/s}.$$

B.12. Xét hệ nguyên tử + phôtôn :

		Trước khi phát xạ	Sau khi phát xạ
Động lượng	Nguyên tử	$M\vec{v}_1$	$M\vec{v}_2$
	Phôtôn	0	$\dfrac{h\nu'}{c}\vec{n}$
Năng lượng	Nguyên tử	$\widetilde{W}_1 = W_1 + \dfrac{Mv_1^2}{2}$	$\widetilde{W}_2 = W_2 + \dfrac{Mv_2^2}{2}$
	Phôtôn	0	$h\nu'$

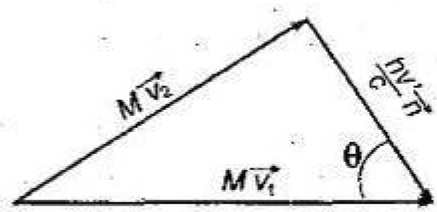
Ta có :

$$M\vec{v}_1 = M\vec{v}_2 + \frac{h\nu}{c}\vec{n} ;$$

$$\widetilde{W}_1 = \widetilde{W}_2 + h\nu'$$

Gọi θ là góc giữa $\vec{v}_1$ và $\vec{n}$, ta có :

$$Mv_1 = Mv_2 + \frac{h\nu'}{c}\cos\theta ;$$



Hình B.1

Chú ý rằng $W_1 - W_2 = h\nu$, kết quả tìm được :

$$M(v_1 - v_2) = \frac{h\nu'}{c}\cos\theta,$$

$$\frac{M}{2}(v_1^2 - v_2^2) + h\nu = h\nu' ;$$

$$v_1 - \frac{h\nu'\cos\theta}{2Mc} = \frac{(\nu' - \nu)c}{\nu'\cos\theta} ;$$

lấy gần đúng : $\dfrac{\nu' - \nu}{\nu} \simeq \dfrac{v_1}{c}\cos\theta.$

B.13. $v = 7.10^4$ m/s.

Từ $\lambda' = 1215,18$Å tính được ν, mặt khác :

$$\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3R}{4}.$$

Vậy, theo công thức về hiệu ứng Doppler (bài tập B.12)

$$\frac{\nu' - \nu}{\nu} \simeq \frac{v}{c}\cos\theta.$$

Suy ra $v = \dfrac{c}{\cos\theta}\left(\dfrac{\nu'}{\nu} - 1\right) = 7.10^4 m/s.$

Chương 5

CƠ HỌC LƯỢNG TỬ

5.1. $\lambda = 727.10^{-12}$m và $0,396.10^{-12}$m, sử dụng hệ thức

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

5.2. $\lambda = 2{,}72.10^{-12}$m.

Dùng hệ thức

$$\lambda = \frac{h}{p}, \text{ với } p = \frac{m_e v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

5.3. U = 150V.

Ta có : $eU = \frac{1}{2}m_e v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$.

Động lượng của êlectrôn :

$$p = m_e v = \sqrt{2m_e eU}.$$

Bước sóng Đơbrơi : $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}}$.

Suy ra : $U = \frac{h^2}{2m_e e\lambda^2}$.

5.4. $\lambda = 0{,}39$Å.

$$p = \sqrt{2m_e kT} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e kT}}.$$

5.5. $\lambda = 907.10^{-15}$m và $28{,}6.10^{-15}$m.

Cả hai trường hợp đều là phi tương đối tính :

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_p eU}},$$

Với m_p = khối lượng prôtôn = $1{,}672.10^{-27}$kg.

5.6. E = 0,45keV.

Dùng hệ thức tương đối tính (xem bài tập mẫu 1)

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{T(T + 2m_ec^2)}},$$

với $\lambda_1 = 100.10^{-12}$ m tính được T_1 ;

với $\lambda_2 = 50.10^{-12}$ m tính được T_2.

5.7. $\lambda_n = \lambda_d = 8{,}6.10^{-2}$m.

Trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm : vận tốc hạt nơtrôn bằng v (với $\frac{m_n v^2}{2} = 25\text{eV}$; m_n là khối lượng nơtrôn) và vận tốc hạt đơtôn bằng 0.

Trong hệ quy chiếu khối tâm, vận tốc của chúng lần lượt bằng v_n và v_d. Dễ dàng tính được

$$v_n = \frac{m_d v}{m_n + m_d},$$

$$v_d = -\frac{m_n v}{m_n + m_d},$$

(m_d : khối lượng hạt đơtôn).

Trong hệ quy chiếu khối tâm, hai hạt n và d có vectơ động lượng đối nhau : môđun chung của các vectơ động lượng của hai hạt đó bằng :

$$p_o = \frac{m_d m_n v}{m_n + m_d},$$

(Xét trường hợp phi tương đối tính). Vậy hai hạt n và d có cùng bước sóng Đơbrơi trong hệ quy chiếu khối tâm.

$$\lambda_o = \frac{h}{p_o} = \frac{h}{v}\left(\frac{1}{m_n} + \frac{1}{m_d}\right).$$

Thay : $v = \sqrt{\frac{2kT}{m_n}}$ ta được :

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_n kT}}\left(1 + \frac{m_n}{m_d}\right).$$

5.8. $\lambda = 0{,}09.10^{-9}$m.

Ta hãy thiết lập định luật phân bố phân tử theo giá trị của bước sóng Đơbrơi λ ; xuất phát từ định luật phân bố phân tử theo vận tốc của Maxwell $f(v)dv = Av^2e^{-\frac{mv^2}{2kT}}dv$, và nhận xét rằng :

$$\lambda = \frac{h}{mv} \text{ (xét trường hợp phi tương đối tính)}$$

nghĩa là : $v \sim \frac{1}{\lambda}$; $dv \sim \frac{d\lambda}{\lambda^2}$.

Ta có thể viết định luật phân bố phân tử theo λ như sau :

$$F(\lambda)d\lambda = B\lambda^{-4}.e^{-\frac{h^2}{2m\lambda^2T}}d\lambda.$$

A và B là những hằng số không phụ thuộc v, nghĩa là không phụ thuộc λ.

Dễ dàng thấy rằng hàm phân bố F(λ) có cực đại khi :

$$\frac{dF(\lambda)}{d\lambda} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{h}{2\sqrt{mkT}} = 0{,}09.10^{-9}\text{m}.$$

5.9. a) $T \le 5{,}1$keV ; b) $T \le 9{,}4$MeV.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\dfrac{mv}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}} = \frac{hc}{\sqrt{T(T+2mc^2)}}, \qquad \text{(a)}$$

(Xem bài tập mẫu 1).

Bước sóng Đơbrơi phi tương đối tính :

$$\lambda_o = \frac{h}{mv} \qquad (b)$$

Từ (a) và (b) suy ra :

$$\frac{\lambda_o}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Nhưng $\dfrac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = mc^2 + T$.

Vậy $\dfrac{\lambda_o}{\lambda} = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1 + \dfrac{T}{mc^2}$,

$$\frac{\lambda_o}{\lambda} - 1 = \frac{T}{mc^2}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{T}{mc^2}$$

Muốn $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} \leq \dfrac{1}{100}$ ta phải có $\dfrac{T}{mc^2} \leq \dfrac{1}{100}$

Đối với êlectrôn $T \leq 5,1$ keV ;

Đối với phôtôn $T \leq 9,4$ MeV.

5.10. $\Delta x \simeq \dfrac{\hbar}{\Delta p} = \dfrac{\hbar}{m_e \Delta v} = 7,7.10^{-9}$m.

Đường kính quỹ đạo Bohr thứ nhất : $d = 2 \times 0,53.10^{-10}$m, hay $d = 10,6.10^{-11}$m.

Vậy trong trường hợp này không thể áp dụng khái niệm quỹ đạo.

5.11. $\Delta v = \frac{\hbar}{m\Delta x} = \frac{2\hbar}{md}$ $(\Delta x = \frac{d}{2})$;

$$\frac{\Delta v}{v} \simeq \frac{2\hbar}{mvd} = \frac{2\hbar}{\sqrt{2mT}d} = 0,01\%.$$

5.12. Theo đầu bài $\frac{\Delta p}{p} = \frac{1}{100}$.

Theo hệ thức bất định :

$$\Delta x \simeq \frac{\hbar}{\Delta p} = \frac{100\hbar}{p},$$

mặt khác $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}$.

Vậy $\frac{\Delta x}{\lambda} \simeq \frac{100}{2\pi}$.

5.13. $\Delta x = \lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}$,

$$\Delta p \simeq \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{p}{2\pi},$$

$$\frac{\Delta p}{p} \simeq \frac{1}{2\pi}.$$

5.14. $E_{min} = 2\hbar^2 / ml^2$,

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{\Delta x},$$

$$m\Delta v \geq \frac{\hbar}{\Delta x},$$

nghĩa là :

$$\Delta v \geq \frac{\hbar}{m\Delta x} = \frac{2\hbar}{ml} \quad (\Delta x = \frac{l}{2}).$$

Dễ dàng thấy rằng $v_{min} = \Delta v_{min} = \frac{2\hbar}{ml}$.

Vậy năng lượng cực tiểu có giá trị :

$$E_{min} = \frac{1}{2}mv_{min}^2 = \frac{2\hbar^2}{ml^2}.$$

5.15. Ta có $\Delta x = \dfrac{\lambda}{2\pi}$.

Theo hệ thức bất định :

$$\Delta p_x = m\Delta v \simeq \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} = \frac{h}{\lambda}.$$

hay $\quad m\Delta v \simeq \dfrac{h}{\lambda} = p$ (hệ thức de Broglie),

nghĩa là $\quad m\Delta v \simeq mv,$

5.16. Theo hệ thức bất định :

$$\Delta x \, \Delta p \simeq \hbar,$$

và $\quad p \simeq \Delta p \simeq \dfrac{\hbar}{\Delta x} \simeq \dfrac{\hbar}{x}.$

Mặt khác năng lượng E của dao tử điều hoà = động năng + thế năng :

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}kx^2 \simeq \frac{\hbar^2}{2mx^2} + \frac{1}{2}kx^2.$$

Cực trị (cực tiểu) của E ứng với $\dfrac{dE}{dx} = 0$,

nghĩa là : $\quad \dfrac{-\hbar}{mx_o^3} + kx_o = 0.$

$$x_o^2 = \frac{\hbar}{\sqrt{mk}}.$$

Giá trị cực tiểu của năng lượng ứng với x_o.

$$E_{min} \simeq \frac{\hbar^2}{2m\dfrac{\hbar}{\sqrt{mk}}} + \frac{1}{2}k\frac{\hbar}{\sqrt{mk}},$$

$$E_{min} \simeq \hbar\sqrt{\frac{k}{m}} = \hbar\omega,$$

với $k = m\omega^2$.

5.17. Tương tự như bài trên :

$$\Delta r\,\Delta p \simeq \hbar,$$

$$p \simeq \Delta p \simeq \frac{\hbar}{\Delta r} \simeq \frac{\hbar}{r}.$$

Năng lượng E = động năng + thế năng

$$E = \frac{p^2}{2m} - k_o\frac{e^2}{r}, \left(k_o = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right);$$

$$E \simeq \frac{\hbar^2}{2mr^2} - k_o\frac{e^2}{r_o^2}.$$

Năng lượng cực tiểu khi $\frac{dE}{dr} = 0$, nghĩa là :

$$-\frac{\hbar^2}{2mr_o^3} + k_o\frac{e^2}{r_o^2} = 0.$$

Khoảng cách hiệu dụng $r_o = \frac{\hbar}{k_o me^2} \approx 53.10^{-12}$m.

Cực tiểu năng lượng :

$$E_{min} \approx -k_o^2\frac{mc^4}{2\hbar^2} = -13,6\text{eV}.$$

5.18. Không có gì mâu thuẫn với hệ thức bất định cả, vì rằng tuy p^2 hoàn toàn xác định nhưng giá trị của động lượng không xác định :

nó bằng ±p (dấu + và dấu – lần lượt ứng với sóng truyền từ trái sang phải và từ phải sang trái). Vậy : $\Delta p \simeq 2p$.

Mặt khác $\Delta x \simeq a$;

Nên : $\Delta x \, \Delta p \simeq 2a\sqrt{2mE}$.

Thay $E = \dfrac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$ (chọn n = 1) ; ta được :

$$\Delta x \Delta p \simeq 2a\sqrt{\frac{\pi^2\hbar^2}{a^2}} = 2\pi\hbar = h.$$

5.19. a) Ở trạng thái cơ bản $\Delta t = \tau = \infty$, vậy $\Delta E \gtrsim 0$.

b) Ở trạng thái kích thích $\Delta t = \tau = 10^{-6}$s,

$$\Delta E \gtrsim \frac{\hbar}{\tau} \simeq 10^{-7}\,\text{eV}.$$

5.20. $\dfrac{\Delta\omega}{\omega} = 3.10^{-8}$.

Ta biết rằng : $\omega = 2\pi\nu = \dfrac{2\pi}{h}(E_n - E_1)$, và $\Delta\omega = \dfrac{2\pi}{h}\ \Delta E n = \dfrac{1}{\hbar}\Delta E n$.

Trong đó $\Delta E_n \simeq \dfrac{\hbar}{\Delta t} \simeq \dfrac{\hbar}{\tau}$.

Vậy $\Delta\omega \simeq \dfrac{1}{\tau}$ mặt khác $\omega = 2\pi\nu = \dfrac{2\pi c}{\lambda}$,

do đó $\dfrac{\Delta\omega}{\omega} \simeq \dfrac{\lambda}{2\pi c\tau} = 3.10^{-8}$.

5.21. a) $\dfrac{d^2\psi}{dx^2} + \dfrac{2m}{\hbar^2}\left(E - \dfrac{1}{2}kx^2\right)\psi = 0.$

b) $\Delta\psi + \dfrac{2m}{\hbar^2}\left(E + k_o\dfrac{Ze^2}{r}\right)\psi = 0.$

c) $\dfrac{d^2\psi}{dx^2} + \dfrac{d^2\psi}{dy^2} + \dfrac{2m}{\hbar^2}\left[E - \dfrac{1}{2}k(x^2 + y^2)\right]\psi = 0.$

5.22. Ta có phương trình :

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(x))\psi = 0.$$

Vì E, U, ψ đều hữu hạn nên $\frac{d^2\psi}{dx^2}$ hữu hạn, như vậy nghĩa là $\frac{d\psi}{dx}$ liên tục. Nhưng để cho $\frac{d\psi}{dx}$ tồn tại trong tất cả các miền khảo sát thì bản thân ψ phải liên tục.

5.23. a) $\psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{2\pi}{a}x.$

Mật độ xác suất $|\psi_2(x)|^2 = \frac{2}{a}\sin^2\left(\frac{2\pi}{a}x\right)$;

cực đại khi $\sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right) = \pm 1 \Rightarrow x = \frac{a}{4}$; $\frac{3a}{4}$.

cực tiểu khi $\sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right) = 0 \Rightarrow x = \frac{a}{2}$.

b) Xác suất phải tìm bằng :

$$\int_{a/3}^{2a/3} |\psi_2(x)|^2\,dx = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi} = 0,195.$$

c) Tìm x để $|\psi_1(x)|^2 = |\psi_2(x)|^2$.

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right) = \sin^2\left(\frac{2\pi}{a}x\right).$$

$$\Rightarrow x = \frac{a}{3} \text{ và } \frac{2a}{3} \text{ tại đó } |\psi(x)|^2 = \frac{3}{2a}.$$

d) và e) Bằng tính toán trực tiếp sẽ tìm được kết quả.

5.24. Xem bài tập mẫu 3.

a) Nếu $\psi_S = e^{ikx}$ nghĩa là A = 1 thì sóng phản xạ có dạng :

$$\psi_R = BE^{-ikx}, \text{ với } \frac{B}{A} = B = \frac{k - k_I}{k + k_I},$$

trong đó : $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$; $k_I = \frac{\sqrt{2m(E - U_o)}}{\hbar}$.

Còn sóng truyền qua có dạng $\psi_D = Ce^{ik_Ix}$,

với $$C = A + B = 1 + \frac{k - k_I}{k + k_I} = \frac{2k}{k + k_I}.$$

Do đó $\psi_R = \left(\frac{k - k_I}{k + k_I}\right)e^{-ikx}$; $\psi_D = \frac{2k}{k - k_I}e^{ik_Ix}$.

b) Theo định nghĩa : $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi}{k}$.

Vậy trong miền I : $\lambda_I = \frac{2\pi}{k}$,

trong miền II : $\lambda_{II} = \frac{2\pi}{k_I}$

chiết suất $n = \frac{\lambda_I}{\lambda_{II}} = \frac{k_I}{k}\sqrt{1 - \frac{U}{E}}$

c) Hệ số phản xạ :

$$R = \left(\frac{k - k_I}{k + k_I}\right)^2 = \left(\frac{1 - n}{1 + n}\right)^2.$$

5.25. a) Ở miền I ($x \le 0$) : U = 0

$$\frac{d^2\psi_I}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar}E\psi_I = 0 \;;$$

$$\psi_I = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, \text{ với } k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}.$$

ở miền II ($x > 0$) : $U = U_o$

$$\frac{d^2\psi_{II}}{dx^2} - \frac{2m}{\hbar^2}(U_o - E)\psi_{II} = 0\ ;$$

$$\psi_{II} = Ce^{-\alpha x} + De^{\alpha x}\ ;$$

với $\alpha = \dfrac{\sqrt{2m(U_o - E)}}{\hbar}$.

Để đảm bảo giới nội của hàm sóng ta phải cho $D = 0$, do đó $\psi_{II} = Ce^{-\alpha x}$ (vì khi $x \to \infty$ thì $e^{\alpha x} \to \infty$).

Viết điều kiện liên tục của ψ và của $\dfrac{d\psi}{dx}$ tại $x = 0$:

$$\psi_I(0) = \psi_{II}(0),$$

$$\frac{d\psi_I(0)}{dx} = \frac{d\psi_{II}(0)}{dx},$$

nghĩa là $A + B = C$.

$$ik(A - B) = \alpha C.$$

Do đó $$\frac{A + B}{A - B} = \frac{k}{i\alpha},$$

hay $$\frac{B}{A} = \frac{k - i\alpha}{k + i\alpha},$$

vậy $$B = \frac{k - i\alpha}{k + i\alpha}A,$$

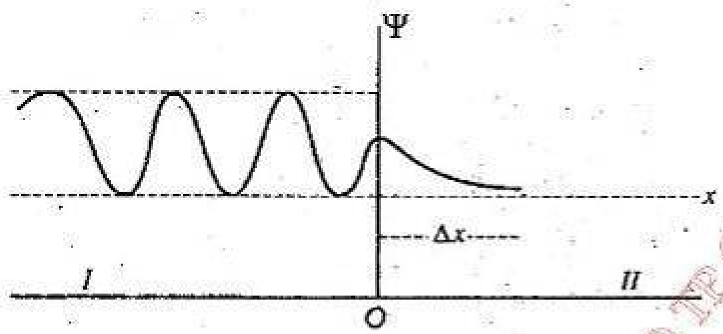
và $$C = A + B = \frac{2k}{k + i\alpha}A.$$

Kết luận : biểu thức hàm sóng :

$$\psi_I = A\left(e^{ikx} + \frac{k - i\alpha}{k + i\alpha}e^{-ikx}\right),$$

$$\psi_{II} = \frac{2k}{k + i\alpha}Ae^{-\alpha x}.$$

Đồ thị của $|\psi|^2$ theo phương x trong hai miền I và II (hình 5.2).



Hình 5.2

Trong miền I, sóng có dạng hình sin theo x, trong miền II, sóng có dạng tắt dần theo x.

b) Hệ số phản xạ

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \frac{|k - i\alpha|^2}{|k + i\alpha|^2} = \frac{k^2 + \alpha^2}{k^2 + \alpha^2} = 1$$

suy ra hệ số truyền qua D = 0.

Kết quả đó được giải thích như sau : thực tế hạt không truyền qua miền II ; hàm sóng ψ_{II} tắt dần theo x, chứng tỏ rằng xác suất tìm hạt trong miền II chỉ đúng trong khoảng Δx nhỏ ở gần gốc O. Có kết quả này là do hệ thức bất định Haizenbec. Thực vậy, tại O giá trị động lượng của hạt không xác định, nó chỉ có thể lấy một trong hai giá trị

$$\pm p = \pm\sqrt{2mE} \;;$$

nghĩa là $\Delta p \approx 2p = 2\sqrt{2mE}$.

Mặt khác, mật độ xác suất tìm hạt trong miền II tỉ lệ với $e^{-2\alpha x}$; đại lượng này đáng kể trong khoảng $0 \le x \le \Delta x$ sao cho $2\alpha\Delta x \simeq 1$

$$\Delta x \simeq \frac{1}{2\alpha} = \frac{\hbar}{2\sqrt{2m(U_o - E)}}.$$

Kết quả :

$$\Delta p.\Delta x \simeq \sqrt{\frac{E}{U_o - E}}\hbar \text{, nghĩa là } \Delta p.\Delta x \simeq \hbar.$$

5.26. a) Tương tự như bài 5.25.

$$\psi_I = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} ;$$

$$\psi_{II} = 0.$$

Điều kiện liên tục tại x = 0.

$$A + B = 0 \rightarrow B = -A.$$

Vậy $\psi_I = A(e^{ikx} - e^{-ikx})$,

hay có thể viết dưới dạng :

$$\psi_I = a \sin kx.$$

b) Hệ số phản xạ R = 1.

Hệ số truyền qua D = 0.

5.27. Xét ba miền khác nhau.

Miền I : $x \leq 0$ $U = U_0$,

$$\psi_I = C_I e^{\alpha x} + C_I' e^{-\alpha x}.$$

Miền II : $0 \leq x \leq a$: U = 0,

$$\psi_{II} = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}.$$

Miền III : x > a $U = U_o$

$$\psi_{III} = C_{III}e^{-\alpha x} + C_{III}' e^{\alpha x}.$$

Để đảm bảo tính giới nội của hàm sóng trong hai miền I và III, ta phải chọn các hằng số

$$C_I' = 0;\ C_{III}' = 0.$$

Vậy $\psi_I = C_I e^{\alpha x}$;

$\psi_{II} = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$;

$\psi_{III} = C_{III}e^{-\alpha x}$,

với $k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE}$; $\alpha = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(U_o - E)}$.

Ta viết các điều kiện liên tục của ψ và của $\frac{d\psi}{dx}$ tại $x = 0$.

$$C_I = A + B \;; \qquad \text{(a)}$$

$$\alpha C_I = ik(A - B) \qquad \text{(b)}$$

và tại $x = a$.

$$C_{III}e^{-\alpha a} = Ae^{ika} + Be^{-ika} \;; \qquad \text{(c)}$$

$$-\alpha C_{III}e^{-\alpha a} = ik(Ae^{ika} - Be^{-ika}). \qquad \text{(d)}$$

Từ (a) và (b) suy ra :

$$\frac{A + B}{A - B} = \frac{ik}{\alpha} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{ik + a}{ik - a}. \qquad (*)$$

Từ (c) và (d) suy ra :

$$\frac{Ae^{ika} + Be^{-ika}}{Ae^{ika} - Be^{-ika}} = \frac{ik}{-\alpha},$$

$$\frac{Ae^{ika}}{Be^{-ika}} = \frac{ik - \alpha}{ik + \alpha}. \qquad (**)$$

Từ (*) và (**) rút ra

$$\frac{ik + \alpha}{ik - \alpha}e^{2ika} = \frac{ik - \alpha}{ik + \alpha} \;;$$

$$e^{2ika} = \left(\frac{ik - \alpha}{ik + \alpha}\right)^2 = \left(\frac{k + i\alpha}{k - i\alpha}\right)^2,$$

$$e^{ika} = \frac{k + i\alpha}{k - i\alpha}.$$

Ta chọn dấu + khi lấy căn bậc 2 ; nếu lấy dấu – kết quả thu được cũng tương tự.

Tách phần thực và phần ảo của hai vế :

$$\cos ka + i\sin ka = \frac{k^2 - \alpha^2}{k^2 + \alpha^2} + i\frac{2k\alpha}{k^2 + \alpha^2},$$

ta được
$$\begin{cases} \cos ka = \dfrac{k^2 - \alpha^2}{k^2 + \alpha^2}; \\ \sin ka = \dfrac{2k\alpha}{k^2 + \alpha^2} \end{cases}$$

Một trong hai phương trình này cho phép ta tìm được điều kiện mà năng lượng E của hạt phải thoả mãn (điều kiện lượng tử hoá năng lượng).

Chẳng hạn ta xét phương trình

$$\sin ka = \frac{2k\alpha}{k^2 + \alpha^2}.$$

Thay k và α bằng các biểu thức của chúng :

$$\sin\left(\frac{a}{\hbar}\sqrt{2mE}\right) = \frac{2\sqrt{2mE.2m(U_o - E)}}{2mE + 2m(U_o - E)};$$

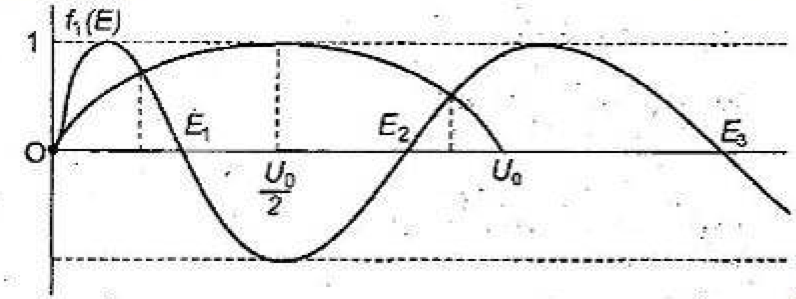
$$\sin\left(\frac{a}{\hbar}\sqrt{2mE}\right) = \frac{2}{U_o}\sqrt{E(U_o - E)}.$$

Ta vẽ đồ thị của hai hàm số ở hai vế theo E và tìm giao điểm của chúng.

Đường cong $f_1(E) = \sin\left(\frac{a}{\hbar}\sqrt{2mE}\right)$ cắt trục ngang tại những điểm :

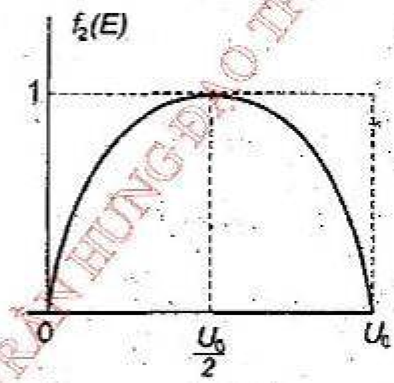
$$E_n = \frac{1}{2m}\left(\frac{\pi\hbar}{a}\right)^2 n^2.$$

Đường cong $f_2(E) = \frac{2}{U_o}\sqrt{E(U_o - E)}$ cắt trục ngang tại E = 0 và $E = U_o$, có cực đại tại $E = \frac{U_o}{2}$.



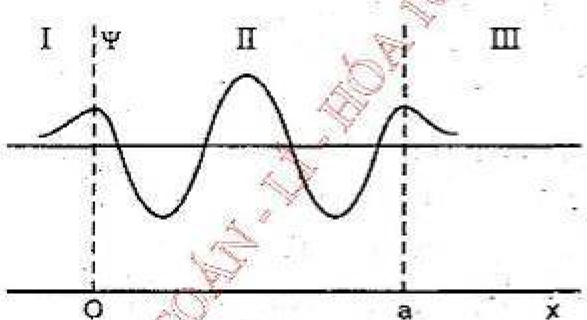
Hình 5.3

Kết quả cho thấy rằng : hai đường cong $f_1(E)$ và $f_2(E)$ luôn luôn cắt nhau tại một số giao điểm ; các giao điểm của hai đường cong $f_1(E)$ và $f_2(E)$ cho ta giá trị năng lượng của hạt trong giếng thế năng. Ta thấy rằng năng lượng đó chỉ lấy một số giá trị gián đoạn (năng lượng đó bị lượng tử hoá).



Hình 5.4

Nhận xét rằng $\frac{|A|^2}{|B|^2} = 1$, nên hệ số phản xạ tại x = 0 và x = a đều bằng 1. Đồ thị hàm sóng theo x được vẽ trên hình 5.5.



Hình 5.5

5.28. Phương trình Srôđinghe đối với dao tử điều hoà một chiều :

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - \frac{1}{2}m\omega^2x^2\right)\psi = 0.$$

Thay $\psi = Ae^{-\alpha x^2}$ vào ta được :

$$\frac{d\psi}{dx} = Ae^{-\alpha x^2}(-2\alpha x) = -2\alpha x\psi.$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -2\alpha\psi + 2\alpha x\frac{d\psi}{dx} = (-2\alpha + 4\alpha^2x^2)\psi.$$

$$(-2\alpha + 4\alpha^2x^2) + \frac{2m}{\hbar}\left(E - \frac{1}{2}m\omega^2x^2\right) = 0.$$

Kết quả tìm được :

$$\alpha = \frac{m\omega}{2\hbar}\ ;\ E = \frac{\hbar\omega}{2}.$$

Trong đó đặt $m\omega^2 = k$.

5.29. $\frac{a}{2}$ và $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{n^2\pi^2}\right)a^2$.

a) $\langle x\rangle = \int_o^a x|\psi|^2\,dx = \frac{2}{a}\int_o^a x\sin^2\left(\frac{2\pi}{a}x\right)dx = \frac{a}{2}$.

b) $\langle x^2\rangle = \int_o^a x^2|\psi|^2\,dx = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{n^2\pi^2}\right)a^2$.

5.30. Giả sử có 2 hàm sóng $\psi(x)$, $\varphi(x)$ cùng thoả mãn những điều kiện đã cho và cùng thoả mãn phương trình Schrödinger với cùng mức năng lượng E

$$\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0 \qquad (*)$$

$$\varphi'' + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\varphi = 0$$

Dễ dàng suy ra $\psi''\varphi - \varphi''\psi = 0$

nghĩa là $\psi'\varphi - \varphi'\psi = \text{const}$

Điều kiện biên khi $x \to 0$ cho

$$\psi'\varphi - \varphi'\psi = 0$$

nghĩa là $\frac{\psi'}{\psi} = \frac{\varphi'}{\varphi} \Rightarrow \psi = C\varphi$

5.31. Phương trình Srôdinger trong miền (II) và (III) :

$$\psi_{II}'' + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi_{II} = 0$$

$$\psi_{III}'' - \frac{2m}{\hbar^2}(U_o - E)\psi_{III} = 0$$

Với các điều kiện biên : $\psi = 0$ $x = 0$

$$\psi \to 0 \text{ khi } x \to \infty$$

ta được :

$$\begin{cases} \psi_{II} = \sin\left(\sqrt{\dfrac{2mE}{\hbar^2}}x\right) & \text{(II)} \\ \psi_{III} = A.e^{-\sqrt{\frac{2m(U_o - E)}{\hbar^2}}x} & \text{(III)} \end{cases}$$

Điều kiện liên tục tại $x = a$ của ψ và $\frac{d\psi}{dx}$ cho :

$$\text{tg}\left(\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}a\right) = -\sqrt{\frac{E}{U_o - E}}$$

Phương trình này có thể giải bằng đồ thị, tìm được những giá trị gián đoạn của E.

Chương 6

NGUYÊN TỬ – PHÂN TỬ

6.1. Vì trong trường hợp này hàm sóng ψ chỉ phụ thuộc r nên phương trình Srôđinghe có dạng :

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\psi}{dr}\right)+\frac{2m_e}{\hbar^2}\left(E+k_o\frac{e^2}{r}\right)\psi=0.$$

Thay ψ vào ta tìm được :

$$E=-\frac{Rh}{4}.$$

6.2. $\frac{W_1}{W_2}=0,825.$

Xác suất tìm êlectrôn trong lớp cầu (0.5a ; 0,5a + 0,01a) bằng

$$W_1=\int_{0,5a}^{0,5a+0,01a}|\psi|^2.4\pi r^2dr.$$

Xác suất tìm êlectrôn trong lớp cầu (1,5a ; 1,5a + 0,01a) bằng

$$W_2=\int_{1,5a}^{1,5a+0,01a}|\psi|^2.4\pi r^2dr.$$

Đổi biến số $\rho=\frac{r}{a}$, cuối cùng tìm được : $\frac{W_1}{W_2}=0,825.$

6.3. a) 0,324 ;

b) 0,676 ;

c) $\frac{W_2}{W_1}=2,09.$

6.4. a) $\frac{3}{2}a$; $b=\frac{1}{a}$; c) $\frac{2}{a^2}$.

Trị trung bình của một hàm f(r) cho bởi

$$\langle f\rangle = \int_0^\infty f(r)|\psi(r)|^2 4\pi r^2 dr.$$

Khi tính toán, sử dụng các kết quả sau :

$$\int_0^\infty x^n e^{-x^2} dx = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{\pi}}{2} & \text{khi } n = 0\ ; \\ \dfrac{k!}{2} & \text{khi } n = 2k+1\ ; \\ \dfrac{1.3.5...(2k-1)}{2^{k-1}} & \text{khi } n = 2k. \end{cases}$$

6.5. Xác suất tìm êlectrôn trong khoảng $(\rho\ ;\ \rho + d\rho)$:

$$|\psi(\rho)|^2 \rho^2 d\rho.$$

Xét hàm $|\psi|^2 \rho^2 = \dfrac{1}{32\pi}(2-\rho)^2 e^{-\rho}$.

Sự biến thiên của hàm đó theo ρ như sau

ρ	0	0,76	2	5,24	∞
$\lvert\psi\rvert^2\rho^2$	0 ↗	max ↘	0 ↗	max ↘	0

Mật độ xác suất cực đại tại :

$$\rho = 0,76 \text{ và } \rho = 5,24.$$

và bằng 0 tại :

$$\rho = 0\ ;\ \rho = 2\ ;\ \rho = \infty.$$

6.6. Hàm sóng của hai êlectrôn phụ thuộc $\vec{r}_1$ và $\vec{r}_2$:

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2).$$

Phương trình Srôđinghe có dạng :

$$\Delta_1\psi + \Delta_2\psi + \frac{2m_e}{\hbar^2}(E-U)\psi = 0.$$

trong đó :

$$U = -k_o\frac{e^2}{r_1} - k_o\frac{e^2}{r_2} + k_o\frac{e^2}{r_{12}}.$$

6.7. –0,41 và –0,04.

Ta có : $$\frac{Rh}{(x_s+2)^2} = 5,39\text{eV}.$$

$$\frac{Rh}{(2+x_p)^2} = 3,54\text{eV}.$$

Tính ra : $x_s = -0,41$; $x_p = -0,04$.

6.8. $0,82.10^{-6}$m ; $0,68.10^{-6}$m.

Ta biết rằng không có sự chuyển trạng thái trực tiếp từ 3S → 2S (vi phạm quy tắc lựa chọn). Sự chuyển trạng thái đó thực hiện như sau :

a) Thoạt tiên 3S → 2P ứng với bức xạ 0,82μm ;

b) Tiếp theo 2P → 2S ứng với bức xạ 0,68μm.

6.9. 5890Å và 11400Å.

Sự chuyển trạng thái 4S → 3S thực hiện qua 2 bước

a) 4S → 3P ;

b) 3P → 3S.

6.10. $x_s = -2,23$; $x_p = -1,915$.

Theo đầu bài :

$$\frac{R}{(4+x_s)^2} - \frac{R}{(4+x_p)^2} = \frac{c}{7665.10^{-10}}$$

và $$\frac{R}{(4+x_s)^2} = \frac{c}{2858.10^{-10}}.$$

6.11. 9,16 ; 9,57 và 9,997.

6.12. 0 ; $\pm\hbar$; $\pm 2\hbar$.

6.13. Ban đầu ở trạng thái s : L = 0, khi kích thích ở trạng thái p : $L = \sqrt{2}\hbar$.

Vậy $\Delta L = \sqrt{2}\hbar$.

6.14. Những trạng thái ứng với n = 3 có thể là 3S ; 3P ; 3D (chưa để ý đến spin) và nếu để ý đến spin :

$$3^2S_{\frac{1}{2}} ; 3^2P_{\frac{1}{2}} \; 3^2P_{\frac{3}{2}} ; 3^2D_{\frac{3}{2}} ; 3^2D_{\frac{5}{2}}.$$

Quy tắc lựa chọn :

$$\Delta l = \pm 1 ; \Delta j = 0 ; \pm 1.$$

Những trạng thái có thể chuyển về $3_2S_{\frac{1}{2}}$:

$$n^2P_{\frac{1}{2}} \text{ và } n^2P_{\frac{3}{2}}, \; (n = 3, 4, 5...).$$

Những trạng thái có thể chuyển về $3^2P_{\frac{1}{2}}$:

$$n^2S_{\frac{1}{2}} \; (n = 4, 5, 6...).$$

và $m^2D_{\frac{3}{2}}$ (m = 3, 4, 5...).

Những trạng thái có thể chuyển về $3^2P_{\frac{3}{2}}$:

$$n^2S_{\frac{1}{2}} \; (n = 4, 5, 6...)$$

và $m^2D_{\frac{3}{2}}$; $m^2D_{\frac{5}{2}}$ (m = 3, 4, 5...).

Những trạng thái có thể chuyển về $3^2D_{\frac{3}{2}}$:

$$n^2P_{\frac{1}{2}} ; n^2P_{\frac{3}{2}} \; (n = 4, 5, 6...)$$

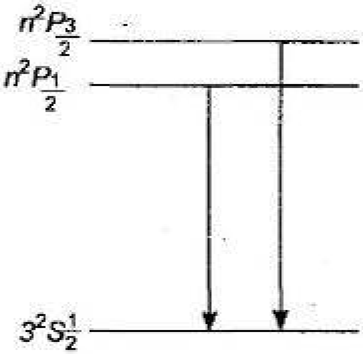
và $m^2F_{\frac{5}{2}}$ (m = 4, 5, 6...).

Những trạng thái có thể chuyển về $3^2D_{\frac{5}{2}}$:

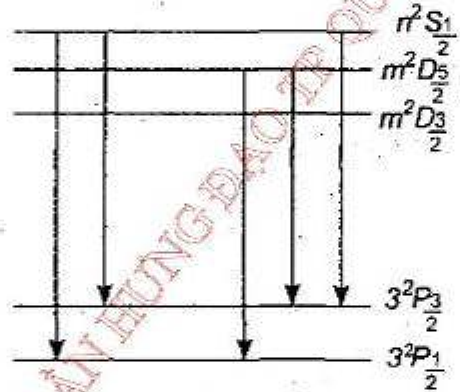
$$n^2P_{\frac{3}{2}} \ (n = 4, 5, 6...)$$

và $$m^2F_{\frac{5}{2}} \ ; \ m^2F_{\frac{7}{2}} \ (m = 4, 5, 6...).$$

Tóm tắt kết quả trên như sau :

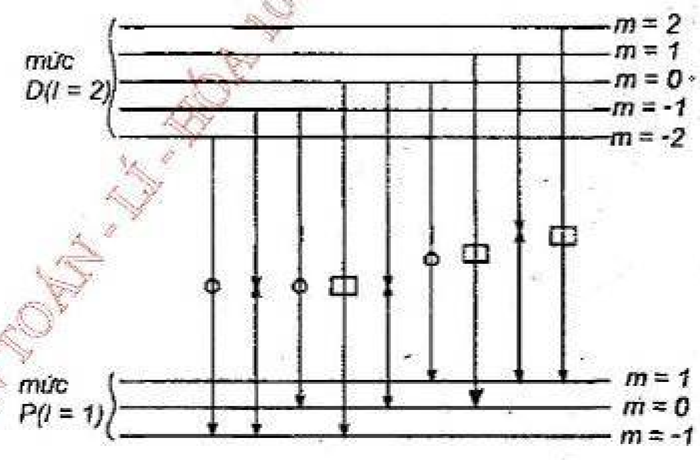


Hình 6.1a



Hình 6.1b

6.15. Sự tách các mức năng lượng dưới tác dụng của từ trường yếu (hiện tượng Zeeman thường) chỉ phụ thuộc vào số lượng tử l.



Hình 6.2

Mức P : $l = 1$ tách thành $2l + 1 = 3$ mức.

Mức D : $l = 2$ tách thành $2l + 1 = 5$ mức.

Sự chuyển mức năng lượng tuân theo quy tắc lựa chọn :

$$\Delta n = 0 \; ; \pm 1.$$

Do sự cách đều nhau của các mức năng lượng tách ra nên vạch quang phổ mD – nP thực sự chỉ tách thành 3 vạch quang phổ khác nhau.

6.16. Mômen từ nguyên tử được tính theo công thức :

$$\mu = g\sqrt{J(J+1)}\,\mu_B \; ;$$

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}.$$

a) L = 3 ; S = 0 ; J = 3.

$$g = 1 + \frac{12 + 0 - 12}{2.12} = 1 \; ;$$

$$\mu = \sqrt{12}\,\mu_B.$$

b) $L = 2 \; ; S = \frac{1}{2} \; ; J = \frac{3}{2}$.

$$g = 1 + \frac{15/4 + 3/4 - 6}{15/2} = \frac{4}{5} \; ;$$

$$\mu = \frac{2}{5}\sqrt{15}\,\mu_B.$$

c) L = 2 ; S = 2. Muốn tìm J ta viết :

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{4}{3} \; ;$$

Suy ra J = 3.

Vậy : $\mu = \frac{4}{3}\sqrt{12}\,\mu_B$.

6.17. $\left|\vec{J}\right| = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$.

Ta phải có g = 0 hay

$$1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = 0.$$

Thay L và S bằng số, ta có :

$$J(J+1) = \frac{3}{4} \ (\Rightarrow J = \frac{1}{2}).$$

Vậy $|\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}\,\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar.$

6.18.

	s – êlectrôn	p – êlectrôn	d – êlectrôn
Lớp K	2		
Lớp L	2	6	
Lớp M	2	6	10

6.19. a) 9 ; b) 4 ; c) 2 ; d) 3 ; e) 5.

6.20. a) $2(1^2 + 2^2 + 3^2) = 28$.

b) 6 êlectrôn S gồm : $(1s)^2$; $(2s)^2$; $(3s)^2$.

12 êlectrôn p gồm $(2p)^6$; $(3p)^6$.

10 êlectrôn d gồm $(3d)^{10}$

c) 4 êlectrôn p có m = 0 gồm $(2p)^2$ và $(3p)^2$.

6.21. a) $(1s)^2\,(2s)^2\,(2p)^1$,

b) $(1s)^2\,(2s)^2\,(2p)^2$,

c) $(1s)^2\,(2s)^2\,(2p)^6\ (3s)^1$.

6.22. Các chỉ số : i, j ... = 1, 2, 3, 4... 8 êlectrôn, A, B là hai hạt nhân, ta có hàm sóng :

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, ..., \vec{r}_8).$$

Phương trình Srôđinghe có dạng :

$$\sum \Delta_i \psi + \frac{2m_e}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0,$$

với $U = k_o e^2 \left[\frac{Z_A Z_B}{R_{AB}} - \sum_i \left(\frac{1}{r_{Ai}} + \frac{1}{r_{Bi}}\right) + \sum_{i>j} \frac{1}{r_{ij}}\right]$.

6.23. $1,57.10^{11}$ rad/s.

Ta có : $(\widetilde{m}r_o)\,\omega = \sqrt{r(r+1)}\,\hbar$ trong đó :

$$\begin{cases} \widetilde{m} = \text{khối lượng rút gọn của phân tử ;} \\ r_o = \text{khoảng cách giữa hai hạt nhân ;} \\ r = 1. \end{cases}$$

Từ đó suy ra ω.

6.24. 2 và 3.

Ta có $\hbar B\,[(r+1)(r+2) - r(r+1)] = 7,86$ MeV,

trong đo B là hằng số quay.

$$B = \frac{\hbar}{2\widetilde{m}\,r_o^2}.$$

Chương 7

HẠT NHÂN NGUYÊN TỬ – HẠT SƠ CẤP

A – HẠT NHÂN

7.1. a) *Số prôtôn* đều là 6, còn số nơtrôn lần lượt bằng 4; 5, 6, 7, 8, 9.

b) $R \simeq 3,2.10^{-15}$m.

7.2. 6,2 lần.

7.3. $R = R_T\sqrt{\dfrac{\rho_t}{\rho_{hn}}} \simeq 15,85.10^3\,\text{m}$.

Tính mật độ khối lượng chất hạt nhân :

$$\rho_{hn} = \frac{M_{hn}}{\frac{4}{3}\pi R_{hn}^3} \text{ với } M_{hn} = m_pA \text{ và } R_{hn} = (1,5.10^{-15}).\,A(m)\ ;$$

$$\rho_{hn} = 1,18.10^{-17}\ \text{kg/m}^3.$$

Thay kết quả này vào công thức trên, ta sẽ được đáp số.

7.4. Được các hạt nhân $^{3}_{1}H$, $^{7}_{3}Li$, $^{15}_{7}N$.

7.5. Khối lượng nguyên tử của nguyên tố clo : 35, 46.

7.6. Hàm lượng tương ứng của các đồng vị Bo là 20% và 80%.

7.7. – 76,3 MeV và 8,5 MeV.

Dùng công thức (7 – 2).

7.8.

1786 MeV và 180 4MeV.

Hạt nhân $^{238}_{92}U$ bền hơn hạt nhân $^{235}_{92}U$.

7.9. 6,38 MeV ; 8,75 MeV và 8,5 6MeV.

7.10. 4,00260u.

Nguyên tử hêli trung hoà có 2 êlectrôn và hạt nhân $^{4}_{2}He$.

7.11. 5,01258 u (nguyên tử liti $\left(^{5}_{3}Li\right)$).

7.12. $\Delta M = 1.49 \cdot 10^{-8}u$.

Theo định luật tỉ lệ giữa khối lượng và năng lượng

$$\Delta M = \frac{\Delta E}{c^2}.$$

Chú ý rằng ở đây không dùng được cách xác định độ hụt khối của nguyên tử hiđrô theo công thức :

$$\Delta M = m_p + m_e - M_H \ ,$$

vì độ hụt khối có giá trị (0,0000000149) quá nhỏ hơn sai số đo của các phương pháp đo khối lượng của các hạt.

7.13. $\Delta E \simeq$ 12,42 MeV.

Sau khi bứt một nơtrôn, hạt nhân $^{23}_{11}Na$ trở thành $^{22}_{11}Na$.

Năng lượng bứt nơtrôn khỏi hạt nhân $^{23}_{11}Na$ bằng năng lượng liên kết của nơtrôn với hạt nhân $^{22}_{11}Na$. Có thể thay khối lượng của hạt nhân bằng khối lượng của các nguyên tử trung hoà, vì số êlectrôn ở lớp vỏ của các nguyên tử ^{22}Na và ^{23}Na là như nhau.

7.14. $E_{min} = 8{,}0$ MeV.

Dùng cách suy luận như trong bài tập 7.13. Ở đây, số êlectrôn có thay đổi, nhưng có thể coi như không ảnh hưởng đến tính toán.

7.15. Với ^4_2He là 23,8 MeV, với $^{12}_6C$ là 7,26 MeV.

7.16. $T_{1/2} = 15$ phút.

7.17. $N(1 - e^{-\lambda t}) = 1{,}67.10^{-9}$/ngày.

Trị số λ của $^{222}_{86}Rn$ tính được nhờ bảng tra cứu 3 của Phụ lục.

7.18. 71% và 36%.

7.19. Giảm đi 9 lần.

7.20. Sau 10,3 giờ.

7.21. $T_{1/2} = 5{,}02$ ngày.

Trong m gam của chất phóng xạ có $\frac{mN_A}{A}$ nguyên tử với N_A là số Avôgađrô, còn A là nguyên tử lượng của chất đó.

Dùng công thức gần đúng của ln(1+a) với a nhỏ, ta được kết quả :

$$T_{1/2} = \frac{mN_A \Delta t \ln 2}{A\Delta N}.$$

7.22. $\Delta N = \frac{mN_A \ln 2}{AT_{1/2}}\Delta t = 1{,}68.10^5$ phân rã /S.

$$N = m\frac{N_A}{A}e^{-\ln 2\frac{t}{T_{1/2}}} = 1{,}19.10^{22} \text{ nguyên tử.}$$

7.23. $T_{1/2} = 138$ ngày.

7.24. Do nhiều lần phóng xạ α và β, urani biến thành chì.

a) $t = 4{,}5.10^9$ năm ;

b) $t = 1{,}2 . 10^9$ năm.

Một nguyên tử urani phóng xạ biến thành một nguyên tử chì. Tỉ số giữa nguyên tử urani hiện có N và số nguyên tử đầu N_o ở trường hợp a) là $\frac{N}{N_o} = \frac{1}{2}$; ở trường hợp b) là $\frac{N}{N_o} = \frac{5}{6}$.

7.25. a) $W = 1 - e^{-\lambda t}$; b) $\tau = \frac{1}{\lambda}$.

a) Nếu W là xác suất để hạt nhân phân rã trong khoảng thời gian từ 0 đến t thì xác suất để nó không phân rã trong thời gian dt sau khoảng thời gian đó là :

$$d\omega = (1 - \omega)\lambda dt.$$

Tích phân biểu thức này, ta được :

$$W = 1 - e^{-\lambda t}.$$

b) Thời gian sống của hạt nhân :

$\tau = \int_0^\infty t d\omega = \frac{1}{\lambda}$, trong đó $d\omega$ là xác suất để hạt nhân phân rã trong khoảng thời gian từ t đến t + dt.

7.26. a) $N = \frac{q}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$.

Sau thời gian dt, số nguyên tử của chất B có trong bình là $dN = qdt - \lambda N dt$, với λ là hằng số phân rã của chất B, N là số nguyên tử của chất B tại lúc t.

Ta có phương trình vi phân

$$\frac{dN}{dt} + \lambda N = q.$$

Giải phương trình vi phân này với điều kiện ban đầu là tại lúc t = 0 số nguyên tử của chất B là N(0) = 0, sẽ được nghiệm :

$$N = \frac{q}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right). \quad (1)$$

b) $\frac{N(T)}{N(\infty)} = \frac{1}{2}$.

Khi thời gian $t \to \infty$ thì có hiện tượng cân bằng phóng xạ.

Thay t trong (1) bằng T và bằng ∞ ta sẽ lập được tỉ số :

$$\frac{N(T)}{N(\infty)} = \frac{1}{2}.$$

c) $8,4.10^{-6}$g.

Khối lượng của Ca^{45} sau thời gian t = 250 ngày :

$$M = \frac{A}{N_A}\frac{qT}{\ln 2}\left(1 - e^{\frac{-\ln 2}{T}t}\right).$$

với A là nguyên tử lượng của Ca, N_A số Avôgađrô.

7.27. a) Sau thời gian dt, số nguyên tử rađi phân rã (để biến thành rađôn) là :

$$dN_1 = -\lambda_1 N_1 \, dt.$$

Cũng trong thời gian dt ấy, số nguyên tử rađôn phân rã là :

$$dN = -\lambda_2 N dt.$$

Như vậy, sau thời gian dt, số nguyên tử rađôn thay đổi một lượng là :

$$dN = (\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N)\, dt.$$

Giải phương trình vi phân này với điều kiện ban đầu t = 0 thì N(0) = 0, được biểu thức của số nguyên tử rađôn là

$$N = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1 \left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right). \qquad (1)$$

b) t = 12,6 ngày.

Cân bằng phóng xạ đạt được khi $f \to \infty$, lúc đó $N_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} N_1$.

Theo đầu bài thì $T_1 >> T_2$ thay số liệu vào (1), sẽ tính được t.

7.28. n = 100 chấm.

Sau khoảng thời gian Δt, số hạt nhân rađi phân rã phóng xạ bằng

$\Delta N = \lambda N \Delta t = \dfrac{\ln 2}{T} N \Delta t$, với N là số hạt nhân rađi lúc đầu ;

$N = \dfrac{N_A m}{A}$, với N_A là số Avôgađrô, A – Nguyên tử lượng của rađi, m – khối lượng của bụi rađi.

Nếu gọi n là số chấm sáng trên màn, nghĩa là số hạt nhân phân rã có sản phẩm bay tới diện tích S của màn, thì ta lại có biểu thức khác của tổng số các hạt nhân rađi đã phân rã.

$\Delta N = n\dfrac{4\pi r^2}{S}$; với r là khoảng cách từ bụi rađi tới màn.

Cuối cùng, rút ra được :

$$n = \frac{mN_A S\Delta t \ln 2}{4\pi r^2 AT} \simeq 100.$$

7.29. 6 hạt α, 4 hạt β.

Hạt α là hạt nhân hêli ${}_2^4He$, còn hạt β là êlectrôn ${}_{-1}^{0}e$.

Dùng định luật bảo toàn số điện tích và số khối lượng sẽ tìm được kết quả.

7.30. ${}_{88}^{226}Ra$.

7.31. Hạt pôzitrôn ${}_1^0e$.

7.32. ${}_{92}^{239}U$.

7.33. $M_p = \dfrac{A_{Pb}M_{Th}}{A_{Th}}\left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{Th}}t}\right) \simeq 810g.$

7.34. Tỉ lệ phần trăm của độ phóng xạ do mỗi chất đồng vị đóng góp vào độ phóng xạ chung của urani thiên nhiên được xác định bằng tỉ số của số phân rã trong 1 giây của urani thiên nhiên. Nếu kí hiệu M là khối lượng của urani thiên nhiên, thì khối lượng của các chất đồng vị sẽ bằng $M_1 = 6.10^{-5}$ M, $M_2 = 7,1.10^{-3}$M và $M_3 = 99,28.10^{-2}$M. Số phân rã trong 1 giây của mỗi chất đồng vị là :

$$\Delta N_1 = \frac{\ln 2}{T_2} N_1 \Delta t = \frac{\ln 2}{T_1} N_A \frac{M_1}{A_1} \Delta t,$$

$$\Delta N_2 = \frac{\ln 2}{T_2} N_A \frac{M_2}{A_2} \Delta t,$$

$$\Delta N_3 = \frac{\ln 2}{T_3} N_A \frac{M_3}{A_3} \Delta t,$$

với N_A là số Avôgađrô, T_i – chu kì bán rã của chất đồng vị thứ i, A_i – nguyên tử lượng của nó. Từ đó ta suy ra tỉ số cần tìm đối với mỗi chất đồng vị phóng xạ :

$$x_i = \frac{\Delta N_i}{\Delta N_1 + \Delta N_2 + \Delta N_3} = \frac{\dfrac{M_i}{A_i T_i}}{\dfrac{M_1}{A_1 T_1} + \dfrac{M_2}{A_2 T_2} + \dfrac{M_3}{A_3 T_3}}$$

Thay các số liệu vào sẽ thấy rằng toàn bộ độ phóng xạ của urani thiên nhiên là do chất đồng vị $^{238}_{92}U$, còn độ phóng xạ của các chất đồng vị $^{235}_{92}U$ và $^{234}_{92}U$ nhỏ, không đáng kể.

7.35. a) $v = 1,52.10^7$ m/s ;

b) W = 4,87 MeV.

Năng lượng toàn phần W toả ra khi hạt α đang bay bằng động năng W_1 của hạt α và động năng W_2 của hạt nhân còn lại. Như vậy :

$$W = W_1 + W_2 \quad (1)$$

Ngoài ra, các hạt còn tuân theo định luật bảo toàn động lượng. Vì trước khi phân rã, động lượng của hệ bằng 0 nên sau khi phân rã, động lượng của hạt α bằng động lượng của hạt nhân còn lại :

$$m_1 v_1 = m_2 v_2. \quad (2)$$

Tìm W_2 bằng cách bình phương hai vế của phương trình (2) rồi thay vào phương trình (1) sẽ rút ra được :

$$W = W_1 + W_2 = W_1\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right) = 4{,}87\ \text{MeV}.$$

7.36. $W = N\dfrac{m_1v^2}{2}\left(1+\dfrac{m_1}{m_2}\right)t \simeq 103\text{J}.$

7.37. $1{,}57.10^5$ iôn.

Số hạt α do rađôn phóng ra sau thời gian Δt bằng :

$$\Delta N_1 = \frac{\ln 2}{T_1}N_1\Delta t,$$

trong đó $\dfrac{N_1}{T_1} = \dfrac{N}{T}$, theo điều kiện cân bằng ; N_1 và N, T_1 và T là những số nguyên và chu kì bán rã tương ứng của rađôn và rađi : $N = N_A\dfrac{m}{A}$, với m là khối lượng của rađi.

Như vậy

$$\Delta N_1 = N_A\frac{m\Delta t\ln 2}{AT}.$$

Số iôn tạo thành sau thời gian Δt được tính theo trị số của dòng điện bão hoà I, nếu coi chúng là các iôn có 1 điện tích :

$$\Delta N_2 = \frac{I\Delta t}{e},$$

với e là trị số điện tích của êlectrôn.

Vậy số iôn do mỗi hạt α tạo ra trong không khí bằng :

$$\frac{\Delta N_2}{\Delta N_1} = \frac{AIT}{N_A e m\ln 2} \simeq 1{,}57.10^5\ \text{iôn}.$$

Chú ý rằng, milicuri (mCi) là độ phóng xạ bằng $3{,}7.10^7$ phân rã trong 1 giây.

7.38. Q = 17,3 MeV.

Sử dụng phương trình (7 – 10)

$$Q = c^2\left[\sum_i m_i - \sum_k m_k\right].$$

7.39. a) 18,3 MeV.

b) 22,4 MeV.

c) 4,02 MeV.

7.40. $M_{nước} = 5,7.10^5$ kg.

7,41. ${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow \left({}^{18}_{9}F\right) \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H$;

Phản ứng hấp thụ năng lượng 1,19 MeV.

7.42. $T_{1/2}$ = 15 giờ.

7.43. a) 1,57 MeV ; b) 7,28 MeV.

7.44. Bắn nơtrôn vào hạt nhân đồng vị thuỷ ngân ${}^{198}_{80}Hg$.

Phản ứng xảy ra như sau :

$${}^{198}_{80}Hg + {}^{1}_{0}n \rightarrow \left({}^{199}_{80}Hg\right) \rightarrow {}^{198}_{79}Au + {}^{1}_{1}H$$

7.45. a) $M = 5,9.10^{11}$ kg ;

b) $t = 4.10^{10}$ năm.

a) Theo chu trình nêu trong đầu bài, 4 hạt nhân hiđrô biến thành một hạt nhân hêli. Cacbon ${}^{12}_{6}C$ có tính chất giống như chất xúc tác hoá học, có thể dùng lại được. Dễ dàng tính được năng lượng được giải phóng trong chu trình này bằng $4,3.10^{-12}$J. Mặt khác, biết trị số của hằng số Mặt Trời và khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời, ta tính được bức xạ toàn phần của Mặt Trời trong một giây là $W = 3,8.10^{26}$J. Nếu biến đổi của 4 nguyên tử hiđrô giải phóng một năng lượng bằng $4,3.10^{-12}$J, thì để bức xạ năng lượng $3,8.10^{26}$J, cần tiêu thụ một lượng hiđrô $M = 5,9.10^{11}$kg trong 1 giây.

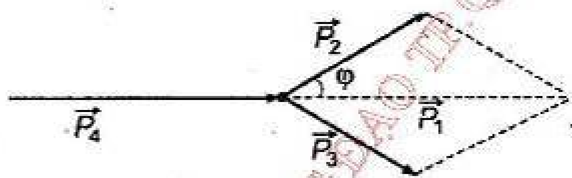
b) Vì khối lượng của Mặt Trời bằng 2.10^{30}kg nên dự trữ hiđrô trong Mặt Trời bằng $2.10^{30} \times 0,35$kg $= 7 \times 10^{29}$ kg. Như vậy, lượng dự trữ này đủ dùng trong thời gian $t = \frac{7}{5,9}.10^{18}$ giây hoặc 4.10^{10} năm.

7.46. a) $Q = 5,13.10^{26}$ MeV.

b) M = 2800 T.

c) $m = 1,67.10^{22}$kg.

7.47. $\varphi \simeq 54°$.



Hình 7.1

Phản ứng hạt nhân xảy ra như sau :

$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{1}_{1}p + ^{17}_{8}O.$

Kí hiệu m_1, m_2, m_3 là các số khối lượng tương ứng của hạt α, prôtôn và ôxi, còn W_1, W_2, W_3 là động năng của chúng. Nếu hạt nhân M của nitơ đứng yên, thì theo định luật bảo toàn năng lượng :

$$W_1 + Q = W_2 + W_3, \quad (1)$$

trong đó Q là năng lượng của phản ứng hạt nhân. Các hạt còn tuân theo định luật bảo toàn động lượng :

$$\overline{P_1} = \overline{P_2} + \overline{P_3} \quad (2)$$

Từ (2) ta được, xem hình 7.1

$$P_3^2 = P_1^2 + P_2^2 - 2P_1P_2\cos\varphi \quad (3)$$

hoặc

$$2m_3W_3 = 2m_1W_1 + 2m_2W_2 - 2\cos\varphi\sqrt{2m_1W_12m_2W_2},$$

nghĩa là :

$$W_3 = \frac{m_1}{m_3}W_1 + \frac{m_2}{m_3}W_2 - \frac{2\cos\varphi}{m_3}\sqrt{m_1m_2W_1W_2}, \quad (4)$$

Thay giá trị của W_3 từ (4) vào (1), ta suy ra công thức liên hệ giữa năng lượng của các hạt bắn phá với năng lượng của các hạt thu được :

$$W_1\left(\frac{m_3 - m_1}{m_3}\right) + Q = W_2\left(\frac{m_2 + m_3}{m_3}\right) - \frac{2\cos\varphi}{m_3}\sqrt{m_1 m_2 W_1 W_2} \qquad (5)$$

Năng lượng của phản ứng $Q = -1{,}18$ MeV. Thay bằng số vào (5), tính được $\cos\varphi = 0{,}59$ và $\varphi \simeq 54^{\circ}$.

7.48. a) $W_n = 1{,}52$ MeV ;

b) $M_n = 1{,}89$ MeV.

"Viết đầy đủ phương trình của các phản ứng hạt nhân, tìm năng lượng Q của phản ứng, rồi tính theo công thức (7–11)

$$W_n = |Q|\frac{(M + m)}{M}.$$

7.49. $r = 12$mm.

7.50. $q = 2e = 3{,}2.10^{-19}$C.

7.51. $B = 0{,}31$T.

Cảm ứng từ $B = \frac{mv}{qR} = \frac{p}{qR}$, theo thuyết tương đối, động lượng p của hạt liên hệ với động năng W của hạt bằng hệ thức :

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{W(W + 2m_o c^2)},$$

với m_o là khối lượng nghỉ của hạt. Do đó :

$$B = \frac{1}{cqR}\sqrt{W(W + 2m_o c^2)}$$

Dễ dàng tính được động năng của mỗi hạt là : $W = 2{,}34$ MeV. Thay số liệu vào biểu thức trên sẽ tìm được B.

7.52. a) Đối với các đơtôn và hạt α thì $B = 1,3Wb/m^2$; đối với các prôtôn thì $B = 0,65Wb/m^2$.

b) Đối với các đơtôn, prôtôn và hạt α thì $v = 3,13.10^7 m/s$. Năng lượng của các hạt bay ra khỏi xyclôtrôn có khác nhau. Đối với đơtôn : W = 10,2MeV ; với prôtôn : W = 5,1MeV và với hạt α : W = 20,4MeV.

c) Đối với các đơton và hạt α thì N = 68 vòng, đối với các prôtôn N = 34 vòng.

Trong mỗi vòng quay, hạt mang điện qua khoảng không gian giữa hai bán nguyệt của xyclôtrôn 2 lần, do đó hai lần nó thu được xung gia tăng. Vì vậy, sau N vòng quay, hạt điện đạt được năng lượng, tương đương với hiệu điện thế gia tốc : U' = 2NU, trong đó U là hiệu điện thế giữa hai bán nguyệt. Vậy $N = \frac{U'}{2U}$; Tính U' từ W, thay trị số của U vào biểu thức trên sẽ được đáp số.

B – HẠT SƠ CẤP

7.53. W = 0,99MeV.

Phôtôn có năng lượng hν sinh cặp $\gamma \rightarrow e^- + e^+$ theo định luật bảo toàn năng lượng

$$h\nu = 2m_e c^2 + W_1 + W_2,$$

m_2c^2 là năng lượng nghỉ của e^- và của e^+ ; W_1 , W_2 là động năng của chúng. Vì $W_1 = W_2$ suy ra :

$$\frac{h\nu}{2} = m_e c^2 + W,$$

$$W = \frac{h\nu}{2} - m_e c^2$$

7.54. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng cho phản ứng

$$p + \bar{p} \rightarrow \gamma + \gamma,$$

ta có $$2(m_pc^2 + W_đ) = 2h\nu,$$

(giả thiết p và $\overline{p}$ có cùng động năng)

$$m_pc^2 + W_đ = h\nu,$$

và vì $W_đ \geq 0$ nên $h\nu \geq m_pc^2$

$$\nu \geq \frac{m_pc^2}{h}$$

7.55. Tương tự bài tập thí dụ 4

$$\Delta E\, \Delta t \simeq \hbar,$$

$$\Delta E \simeq m_zc^2,$$

(m_z : khối lượng nghỉ của mesôn Z^0)

$$\Delta t \simeq \frac{\hbar}{m_zc^2}$$

Phạm vi tác dụng của tương tác yếu

$$d \simeq C\Delta t \simeq \frac{\hbar c}{m_zc^2}.$$

7.56. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng

$$m_\pi c^2 = 2h\nu,$$

$$\frac{hc}{\lambda} = h\nu = \frac{m_\pi c^2}{2}$$

động lượng : $p = \dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{m_\pi c}{2}$

7.57. a) Không bảo toàn số lạ ;

b) Có bảo toàn số lạ ; c) Có bảo toàn số lạ ; d), e) Đều không bảo toàn số lạ.

7.58. a) b) Không bảo toàn số leptôn ; c) Không bảo toàn điện tích ; d) Không bảo toàn số leptôn ; e) Không bảo toàn số lạ.

PHỤ LỤC

KHỐI LƯỢNG CỦA MỘT SỐ NGUYÊN TỬ TÍNH RA ĐƠN VỊ U

N.tố	Z	A	m(u)
H	1	1	1,007825
D	1	2	2,01400
T	1	3	3,01605
He	2	3	3.01603
		4	4,00260
Li	3	6	6,01512
		7	7,01600
Be	4	7	7,0169
		9	9,01218
		10	10,0135
B	5	10	10,0129
		11	11,00931
C	6	12	12,00000
		13	13,00335
		14	14,0032
N	7	14	14.00307
		15	15.00011
O	8	16	15,99491
		17	16,9991
		18	17,9992
F	9	19	18,99840
Ne	10	20	19,99244
		21	20,99395
		22	21,99138
Na	11	22	21,9944
		23	22,9898
		24	23,99096
Mg	12	24	23,98504
Al	13	26	25,98689
		27	26,98153
Si	14	28	27,97693
		29	28,97649
		30	29,97376
		31	30,9753
		32	31,9740
P	15	31	30,99376
		32	31,9739
		33	32,9717
S	16	32	31,97207
Cl	17	35	34,96885
		36	35,9797
		37	36,9658
Ar	18	36	35,96755
		37	36,9667
		38	37,96272
		39	38,964
		40	39,9624
K	19	39	38,96371
		40	39,974
		41	40,952
		42	41,963
Ca	20	40	39,96259
Cr	24	52	51,9405
Mn	25	55	54.9381
Fe	26	54	53,9396
Co	27	56	55,940
Ni	28	58	57,9353
Cu	29	64	63,9288
Zn	30	64	63,9291
Ag	47	108	107,9044
Rn	86	211	210,9906
		222	222,0175
Ra	88	223	223.0186
		226	226,0254
U	92	235	235,0439
		236	236,0457
		238	238,0508
Pu	94	236	236,0461
		237	237,0483
		238	238,0495

CÁC HẠT SƠ CẤP

Loại hạt	Tên hạt	Kí hiệu	Phản hạt	Khối lượng ng.tử MeV/C²	B	l_2	l_μ	l_τ	S	Thời gian sống (s)	Dạng phân rã chính
Photon	Photon	γ	γ	0	0	0	0	0	0	bền	
Lepton	Electron	e^-	e^+	0,511	0	1	0	0	0	bền	
	Neutrino(e)	ν_e	$\bar{\nu}_e$	0(?)	0	1	0	0	0	bền	
	Muôn	μ^-	μ^+	105,7	0	0	1	0	0	$2.2.10^{-6}$	$e^-\bar{\nu}_e\nu_\mu$
	Neutrino(μ)	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	0(?)	0	0	1	0	0	bền	
	Tau	τ^-	τ^+	1784	0	0	0	-1	0	$< 4.10^{-13}$	$\mu^-\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$, $e^-\bar{\nu}_e\nu_\tau$, hadrons
	Neutrino(τ)	ν_τ	$\bar{\nu}_\tau$	0(?)	0	0	0	-1	0	bền	
Hadrons – **Meson**	Pion	π^+	π^-	139.6	0	0	0	0	0	$2.6.10^{-8}$	$\mu^+\nu_\mu$
		π^0	π^0	135,0	0	0	0	0	0	$0,83.10^{-16}$	2γ
	Kaon	K^+	K^-	493,7	0	0	0	0	1	$1,24.10^{-8}$	$\mu^+\nu_\mu$, $\pi^+\pi^0$
		K_S^0	K_S^0	497,7	0	0	0	0	1	$0,89.10^{-10}$	$\pi^+\pi^-$, $2\pi^0$
		K_L^0	K_L^0	497,7	0	0	0	0	1	$5,2.10^{-8}$	$\pi^\pm e^\mp\bar{\nu}_e$, $\pi^\pm\mu^\mp\bar{\nu}_\mu$, $3\pi^0$
Hadrons – **Baryon**	Eta	η^0	η^0	548,8	0	0	0	0	0	$< 10^{-18}$	2γ, 3μ
	Proton	p	$\bar{p}$	938.3	1	0	0	0	0	bền	
	Neutron	n	$\bar{n}$	939.6	1	0	0	0	0	920	$pe^-\bar{\nu}_e$
	Lambda	Λ^0	$\bar{\Lambda}^0$	1115,6	1	0	0	0	-1	$2.6.10^{-10}$	$p\pi^-$, $n\pi^0$
	Sigma	Σ^+	$\bar{\Sigma}^+$	1189,4	1	0	0	0	-1	$0,8.10^{-10}$	$p\pi^0$, $n\pi^+$
		Σ^0	$\bar{\Sigma}^0$	1192,5	1	0	0	0	-1	6.10^{-20}	$\Lambda^0\gamma$
	Xi	Σ^-	$\bar{\Sigma}^-$	1197.3	1	0	0	0	-1	$1,5\times10^{-10}$	$n\pi^-$
		Ξ^0	$\bar{\Xi}^0$	1315	1	0	0	0	-2	$2,9\times10^{-10}$	$\Lambda^0\pi^0$
		Ξ^-	$\bar{\Xi}^-$	1321	1	0	0	0	-2	$1,64\times10^{-10}$	$\Lambda^0\pi^-$
	Ômega	Ω^-	Ω^+	1672	1	0	0	0	-3	$0,82\times10^{-10}$	$\Xi^0\pi^-\Lambda^0K^-$

Ngưỡng quang điện (công thoát êlectrôn) (eV)

Vàng	4,82	Kẽm	4,4	Na	2,28	Urani	3,63
Bạc	4,73	Pt	4.09	K	2,24	Thuỷ ngân	4,53
Sắt	4,70	Pb	3.97	Oxit cêzi	1,00		

Năng lượng ion - hoá (eV)

Hêli	24,48	Oxi	13,57	Bo	8,28
Neon	21,47	Hiđrô	13,54	Liti	5,37
Fluor	17,46	Cacbol	11,24	Natri	5,12
Argon	15,68	Beri	9,30	Kali	4,31
Azote	14,51				

Chu kì bán rã

$^{204}_{82}Pb(\alpha)$	10^{19} năm	$^{36}_{17}Cl(\beta^-)$	3.10^5 năm	$^{3}_{1}H(\beta^-)$	12,3 năm	$^{30}_{16}S(\beta^+)$	3 phút
$^{238}_{92}U(\alpha)$	$4,5.10^9$ năm	$^{234}_{92}U(\alpha)$	$2,5.10^5$ năm	$^{131}_{53}I(\beta^-)$	8 ngày	$^{19}_{10}Ne(\beta^+)$	18s
$^{40}_{19}K(\beta^-)$	$1,3.19^9$ năm	$^{239}_{94}Pu(\alpha)$	$2,4.10^4$ năm	$^{212}_{82}Pb(\beta^-)$	10,6h	$^{16}_{7}N(\beta^-)$	7,35s
$^{235}_{92}U(\alpha)$	7.10^8 năm	$^{14}_{5}C(\beta^-)$	$5,7.10^3$ năm	$^{239}_{92}U(\beta^-)$	23 phút	$^{215}_{84}Po(\alpha)$	$1,8.10^{-7}s$
$^{242}_{94}Pb(\alpha)$	$3,8.10^5$ năm	$^{226}_{88}Ra(\alpha)$	$1,6.10^3$ năm	$^{24}_{10}Ne(\beta^-)$	3,4 phút	$^{212}_{84}Po(\alpha)$	$3.10^{-7}s$

MỤC LỤC