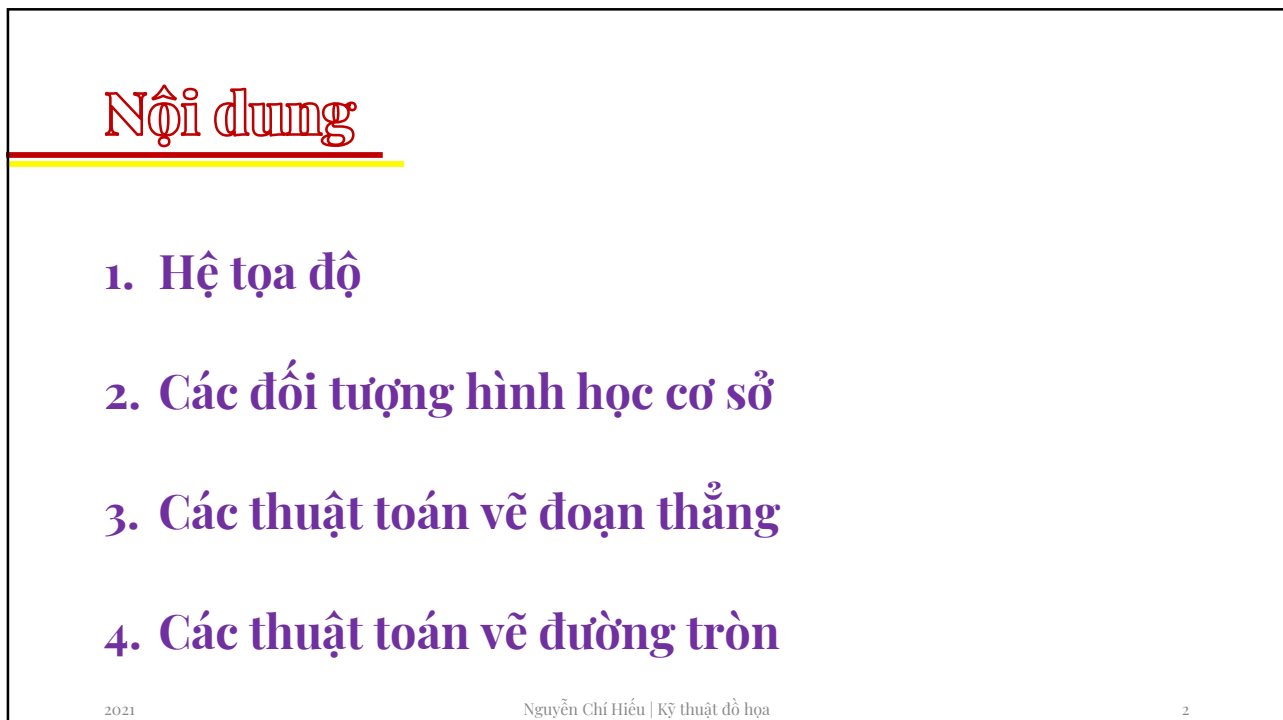


1



2

1. Hệ tọa độ

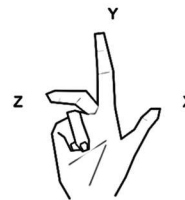
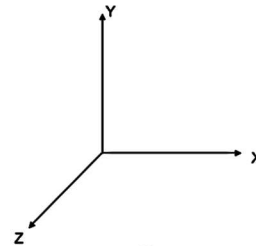
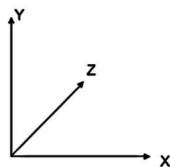
- Hệ tọa độ thế giới thực (*World Coordinate System*)
 - Được dùng để mô tả các đối tượng trong thế giới thực.
 - Biểu diễn bởi một cặp tọa độ (x, y) , trong đó $x, y \in \mathbb{R}$.
 - Ví dụ: hệ tọa độ Descartes

1. Hệ tọa độ

- Hệ tọa độ thiết bị (*Device Coordinate System*)
 - Là hệ tọa độ được dùng bởi một thiết bị xuất nào đó.
 - Biểu diễn bởi một cặp tọa độ (x, y) , trong đó $x, y \in \mathbb{N}$.
 - Ví dụ: màn hình, máy in, máy chiếu, ...

1. Hệ tọa độ

Hệ tọa độ theo quy ước bàn tay trái Hệ tọa độ theo quy ước bàn tay phải



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

5

5

2. Các đối tượng hình học cơ bản

- Điểm (*point*) là đối tượng hình học cơ sở của một hệ tọa độ.
Trong đồ họa 2 chiều, một điểm biểu diễn bởi tọa độ (x, y) và tham số cho biết màu sẽ hiển thị.
- Đoạn thẳng (*line*)
- Đường cong (*curve*)
- Ký tự, chuỗi ký tự (*character*)
- ...

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

6

6

Các đối tượng hình học cơ bản

– Trong màn hình Raster-Scan, hai bước cơ bản để hiển thị một đối tượng hình học là:

1. Sử dụng một thuật toán Scan-Converting để chọn ra điểm ảnh tốt nhất ở bước kế tiếp. Đây là một thao tác phức tạp cần phải chọn thuật toán tối ưu.
2. Hiển thị điểm ảnh được chọn.

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

7

7

3. Các thuật toán vẽ đoạn thẳng

– Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm (x_1, y_1) và (x_2, y_2) có dạng sau:

$$y = mx + b$$

trong đó,

- m là hệ số góc.
- b là tung độ góc.

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

8

8

Các thuật toán vẽ đoạn thẳng

- Thuật toán DDA
- Thuật toán Bresenham
- Thuật toán MidPoint

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

9

9

Các thuật toán vẽ đoạn thẳng

- Ta có, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ và $b = y_1 - mx_1$
- Gọi $Dx = x_2 - x_1$ và $Dy = y_2 - y_1$
- Công thức tính m được viết lại như sau:

$$m = \frac{Dy}{Dx}$$

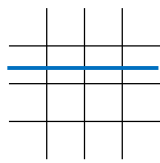
2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

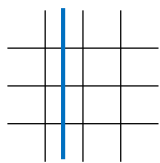
10

10

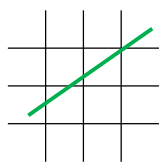
Các thuật toán vẽ đoạn thẳng



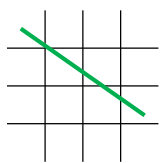
$Dy=0$



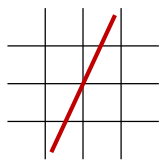
$Dx = 0$



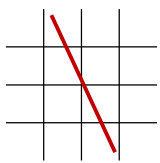
$Dx > Dy$
x tỷ lệ thuận y



$Dx > Dy$
x tỷ lệ nghịch y



$Dy > Dx$
x tỷ lệ thuận y



$Dy > Dx$
x tỷ lệ nghịch y

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

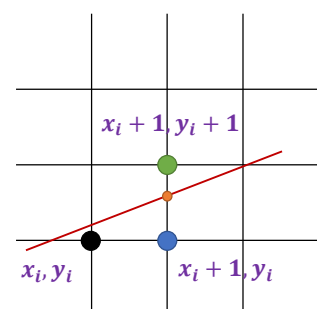
11

11

Các thuật toán vẽ đoạn thẳng

– Xét trường hợp $Dx > 0, 0 < m < 1$,
điểm thứ $i + 1$ có tọa độ như sau:

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + 1 \\ y_{i+1} \in \{y_i, y_i + 1\} \end{cases}$$



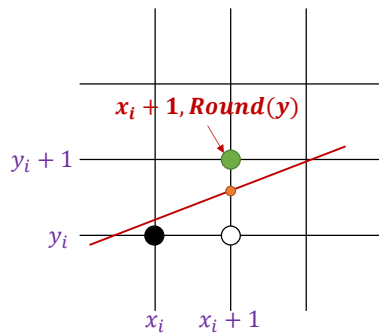
2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

12

12

Thuật toán DDA



– Ý tưởng

- Dựa vào phương trình đường thẳng, ta tính tọa độ của điểm $(x_i + 1, y)$ thuộc về đường thẳng.
- Chọn điểm kế tiếp $(x_i + 1, y_i)$ hay $(x_i + 1, y_i + 1)$ dựa vào việc làm tròn giá trị của tung độ y .

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

13

13

Thuật toán DDA

– Ta có,

$$y_{i+1} = mx_{i+1} + b = m(x_i + 1) + b$$

– Ta lại có,

$$y_i = mx_i + b$$

– Suy ra,

$$y_{i+1} = y_i + m$$

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

14

14

Thuật toán DDA

– Điểm thứ $i + 1$ có tọa độ như sau:

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + 1 \\ y_{i+1} = \text{Round}(y_i + m) \end{cases}$$

$x = x_1, y = y_1;$

$m = Dy / Dx;$

SetPixel $x, \text{round } y$;

while $x < x_2$ do

$x = x + 1;$

$y = y + m;$

SetPixel $x, \text{round } y$;

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

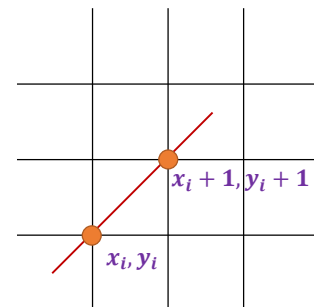
15

15

Thuật toán DDA

– Ví dụ: Áp dụng thuật toán DDA vẽ đường thẳng từ điểm A(1, 1) đến điểm B(6, 6).

x	y	Tọa độ
1	1	(1, 1)
2	2	(2, 2)
3	3	(3, 3)
4	4	(4, 4)
5	5	(5, 5)



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

16

16

Thuật toán DDA

– Ví dụ: Áp dụng thuật toán DDA vẽ đường thẳng từ điểm A(1, 1) đến điểm B(6, 5).

x	y	Tọa độ
1	1	(1, 1)
2	2	(2, 4)
3	3	(3, 3)
4	3	(4, 3)
5	4	(5, 4)
6	5	(6, 5)

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

17

17

Nhận xét

- Ưu điểm: không cần tính trực tiếp từ phương trình $y = mx + b$ (khử được phép nhân trên số thực)
- Nhược điểm: cộng dồn giá trị m vào y và làm tròn giá trị của y dẫn tới sai số (đoạn thẳng sẽ không chính xác khi đoạn thẳng quá dài)

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

18

18

Thuật toán DDA tổng quát

```

x = x1; y = y1;
Dx = x2 - x1, Dy = y2 - y1;
s = max(abs(Dx), abs(Dy));
x_inc = Dx / s;
y_inc = Dy / s;

```

```

SetPixel(round(x), round(y));
for(int i = 0; i < s; i++)
{
    x = x + x_inc;
    y = y + y_inc;
    SetPixel(round(x), round(y));
}

```

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

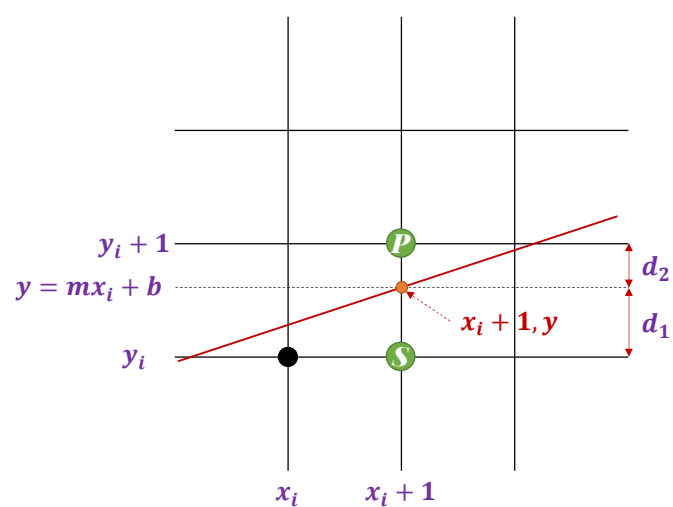
19

19

Thuật toán Bresenham

– Ý tưởng

- Mỗi điểm trên đường thẳng được xác định dựa vào khoảng cách của đường thẳng và điểm có tung độ gần nhất.



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

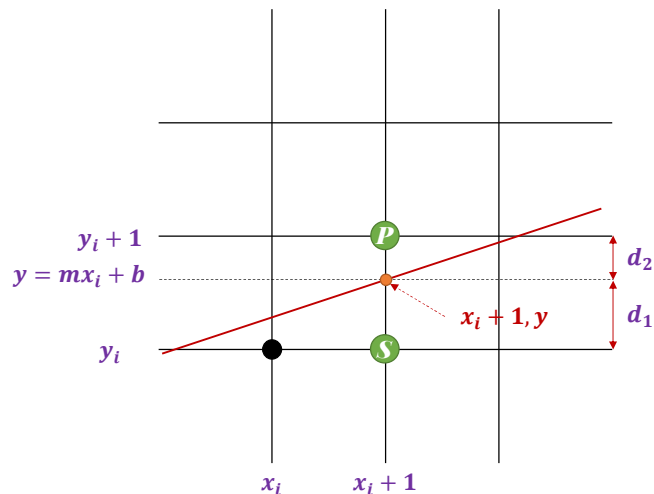
20

20

Thuật toán Bresenham

– Xét trường hợp $Dx > 0, 0 < m < 1$, chọn điểm kế tiếp?

- $S(x_i + 1, y_i)$
- $P(x_i + 1, y_i + 1)$



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

21

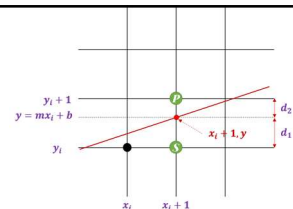
21

Thuật toán Bresenham

- Gọi $d_1 = y - y_i$ là khoảng cách giữa S và điểm $(x_i + 1, y)$
- Gọi $d_2 = (y_i + 1) - y$ là khoảng cách giữa P và điểm $(x_i + 1, y)$
- Khi đó, $d_1 - d_2$ được gọi là độ lệch giữa d_1 và d_2

$$d_1 - d_2 = 2y - 2y_i - 1$$

- TH1: $d_1 - d_2 < 0$, chọn S
- TH2: $d_1 - d_2 \geq 0$, chọn P



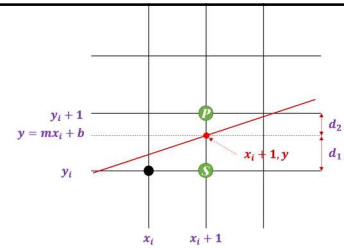
2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

22

22

Thuật toán Bresenham



$$\begin{aligned}
 d_1 - d_2 &= 2y - 2y_i - 1 \\
 &= 2[m(x_i + 1) + b] - 2y_i - 1 \\
 &= 2\left[\frac{Dy}{Dx}(x_i + 1) + b\right] - 2y_i - 1 \\
 &= 2\frac{Dy}{Dx}x_i + 2\frac{Dy}{Dx} - 2y_i + 2b - 1 \\
 &\Leftrightarrow Dx(d_1 - d_2) = 2Dy \cdot x_i - 2Dx \cdot y_i + (2Dy + 2Dx \cdot b - Dx) \\
 &= 2Dy \cdot x_i - 2Dx \cdot y_i + c \\
 &\text{với } c = 2Dy + 2Dx \cdot b - Dx
 \end{aligned}$$

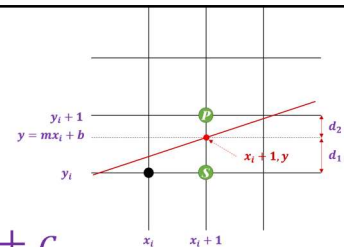
2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

23

23

Thuật toán Bresenham



- Đặt $p_i = Dx(d_1 - d_2) = 2Dy \cdot x_i - 2Dx \cdot y_i + c$
- Do $Dx > 0$ nên dấu của $d_1 - d_2$ cũng là dấu của p_i
- Tham số p_i ảnh hưởng đến quyết định chọn điểm tiếp theo
 - TH1: $p_i < 0$, chọn $S(x_i + 1, y_i)$.
 - TH2: $p_i \geq 0$, chọn $P(x_i + 1, y_i + 1)$.

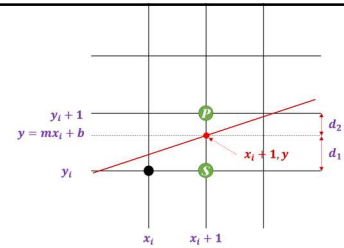
2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

24

24

Thuật toán Bresenham



– Tính nhanh p_{i+1} dựa vào dấu của p_i

$$\begin{aligned} p_{i+1} - p_i &= (2Dy \cdot x_{i+1} - 2Dx \cdot y_{i+1} + c) - (2Dy \cdot x_i - 2Dx \cdot y_i + c) \\ &= 2Dy \cdot (x_{i+1} - x_i) - 2Dx \cdot (y_{i+1} - y_i) \\ &= 2Dy - 2Dx \cdot (y_{i+1} - y_i). \end{aligned}$$

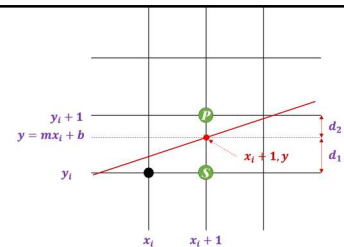
2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

25

25

Thuật toán Bresenham



– **TH1:** $p_i < 0$, chọn $S(x_i + 1, y_i)$.

Ta có $y_{i+1} - y_i = 0$, tính p_{i+1} theo công thức:

$$p_{i+1} = p_i + 2Dy$$

– **TH2:** $p_i \geq 0$, $P(x_i + 1, y_i + 1)$.

Ta có $y_{i+1} - y_i = 1$, tính p_{i+1} theo công thức:

$$p_{i+1} = p_i + 2Dy - 2Dx$$

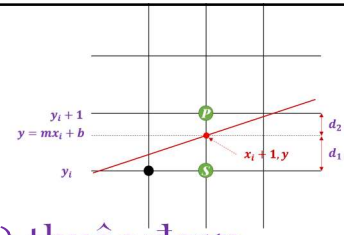
2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

26

26

Thuật toán Bresenham



– Tính giá trị khởi tạo của p_0 tại điểm (x_0, y_0) thuộc đoạn thẳng

– Ta có, $y_0 = mx_0 + b$ nên $b = y_0 - mx_0 = y_0 - \frac{Dy}{Dx} x_0$

– Ta lại có, $p_0 = 2Dy \cdot x_0 - 2Dx \cdot y_0 + (2Dy + 2Dx \cdot b - Dx)$

– Thế b vào công thức trên, ta tìm được

$$p_0 = 2Dy - Dx$$

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

27

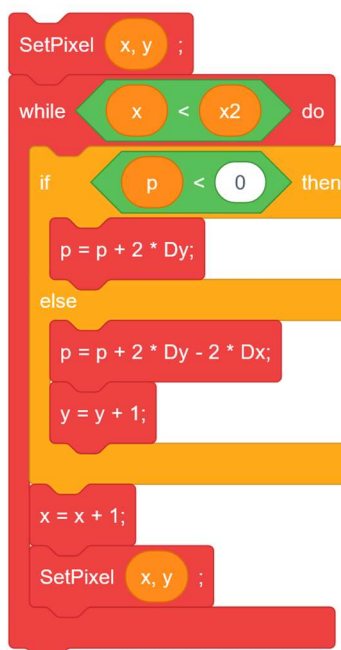
27

Thuật toán Bresenham

```
x = x1, y = y1;
```

```
Dx = x2 - x1, Dy = y2 - y1;
```

```
p = 2 * Dy - Dx;
```



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

28

28

Thuật toán Bresenham

– Ví dụ: Áp dụng thuật toán Bresenham vẽ đường thẳng từ điểm A(1, 1) đến điểm B(6, 5).

p	x	y
3	1	1
1	2	2
-1	3	3
7	4	3
5	5	4
3	6	5

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

29

29

Nhận xét

– Thuật toán tối ưu hơn DDA vì các thao tác thực hiện trên số nguyên và chỉ sử dụng 2 phép toán cộng và dịch bit (*phép nhân với số 2*)

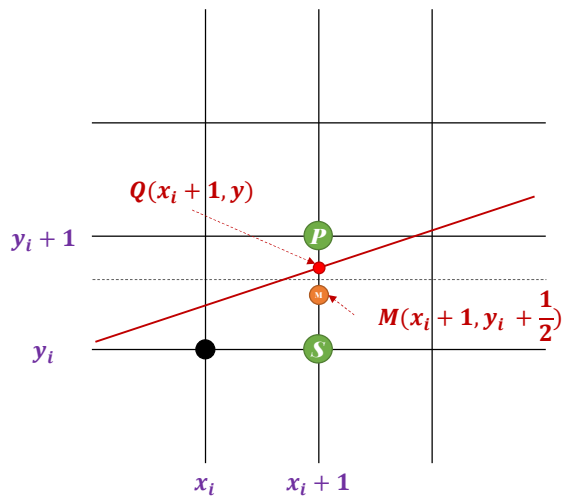
2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

30

30

Thuật toán Mid Point



– Ý tưởng

- Điểm kế tiếp được chọn bằng cách so sánh điểm thực Q với trung điểm M của S và P .
- Xét trường hợp $Dx > 0, 0 < m < 1$
 - Nếu Q nằm dưới trung điểm chọn S .
 - Ngược lại, chọn P .

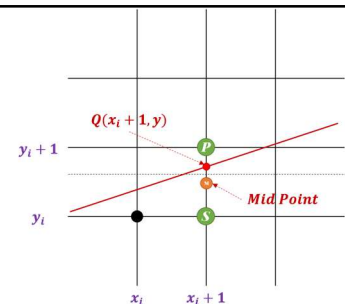
2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

31

31

Thuật toán Mid Point



– Ta có, $y = mx + b = \frac{Dy}{Dx}x + b$.

– Nhân 2 vế phương trình với Dx

$$Dx \cdot y = Dy \cdot x + Dx \cdot b$$

$$\Leftrightarrow Dy \cdot x - Dx \cdot y + Dx \cdot b = 0$$

– Đặt $A = Dy, B = -Dx, C = Dx \cdot b$, ta được phương trình tổng quát của đường thẳng như sau:

$$Ax + By + C = 0$$

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

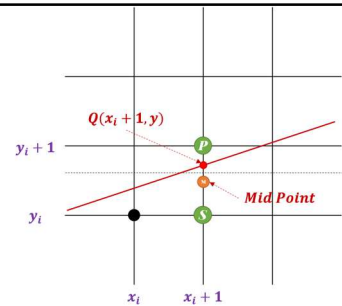
32

32

Thuật toán Mid Point

– Cho $f(x, y) = Ax + By + C$, ta nhận xét

$$f(x, y) = \begin{cases} < 0, (x, y), \text{ nằm phía dưới đường thẳng} \\ = 0, (x, y), \text{ thuộc về đường thẳng} \\ > 0, (x, y), \text{ nằm phía trên đường thẳng} \end{cases}$$



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

33

33

Thuật toán Mid Point

– Đặt p_i là tham số quyết định chọn điểm tiếp theo:

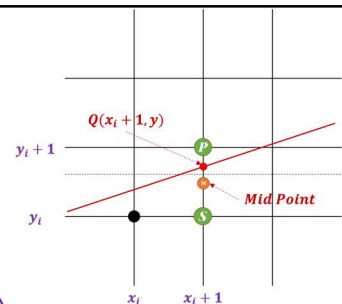
$$p_i = f\left(x_i + 1, y_i + \frac{1}{2}\right) = A(x_i + 1) + B\left(y_i + \frac{1}{2}\right) + C$$

– TH1: $p_i < 0$, chọn $S(x_i + 1, y_i)$ nên $y_{i+1} = y_i$

$$p_{i+1} = f\left(x_i + 2, y_i + \frac{1}{2}\right) = A(x_i + 2) + B\left(y_i + \frac{1}{2}\right) + C$$

Suy ra, $p_{i+1} - p_i = A$

$$p_{i+1} = p_i + Dy$$



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

34

34

Thuật toán Mid Point

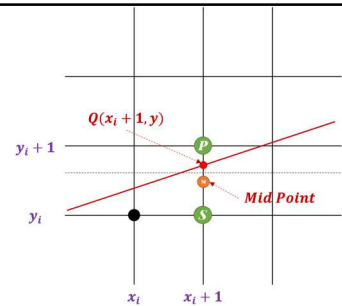
– TH2: $p_i \geq 0$, chọn $P(x_i + 1, y_i + 1)$

– Ta có $y_{i+1} = y_i + 1$

$$p_{i+1} = f\left(x_i + 2, y_i + \frac{1}{2}\right) = A(x_i + 2) + B\left(y_i + \frac{1}{2}\right) + C$$

– Suy ra, $p_{i+1} - p_i = A + B = Dy - Dx$

$$p_{i+1} = p_i + Dy - Dx$$



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

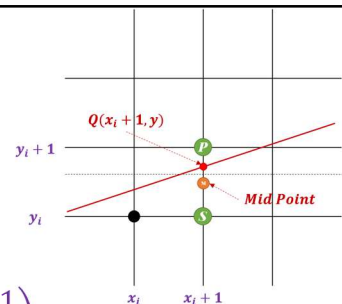
35

35

Thuật toán Mid Point

– Tính giá trị p_0 đối với điểm (x_0, y_0) thuộc đường thẳng

$$\begin{aligned} p_0 &= f\left(x_0 + 1, y_0 + \frac{1}{2}\right) = A(x_0 + 1) + B\left(y_0 + \frac{1}{2}\right) + C \\ &= (Ax_0 + By_0 + C) + \left(A + \frac{B}{2}\right) \\ &= A + \frac{B}{2} \\ &= Dy - \frac{Dx}{2} \end{aligned}$$



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

36

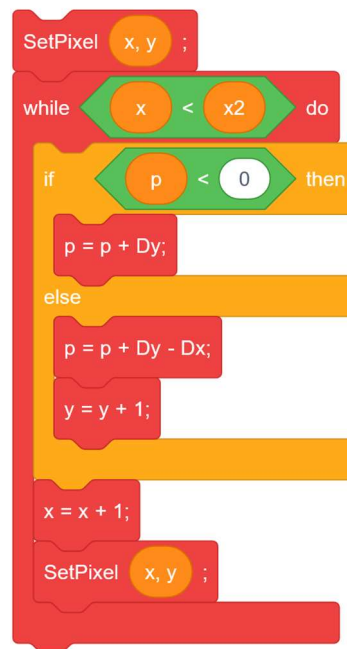
36

Thuật toán Mid Point

$x = x_1, y = y_1;$

$Dx = x_2 - x_1, Dy = y_2 - y_1;$

$p = Dy - Dx / 2;$



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

37

37

Bài tập

- Thiết kế thuật toán DDA, Bresenham, Mid Point vẽ đường thẳng cho các trường hợp còn lại.

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

38

38

Tài liệu tham khảo

1. Hoàng Kiếm, Dương Anh Đức, Vũ Hải Quân, Lê Đình Duy. *Giáo trình Đồ họa máy tính*. NXB ĐH Quốc gia TP Hồ Chí Minh, 2005.
2. Donald Hearn, M. Baker, Warren Carithers. *Computer Graphics with Open GL, 4th Edition*. Pearson, 2010.
3. Edward Angel, Dave Shreiner. *Interactive Computer Graphics A Top-Down Approach With Shader-Based OpenGL*, 6th Editionn. Pearson, 2011.