

Chương 5.
ĐẠI SỐ BOOL & HÀM BOOL

2017

NỘI DUNG

1. Đại số Bool
2. Hàm Bool
3. Phương pháp biểu đồ Karnaugh
4. Mạng logic

Đại số Bool

Định nghĩa 1

Một đại số Bool (A, \wedge, \vee) là một tập hợp $A \neq \emptyset$ với hai phép toán \wedge, \vee , tức là hai ánh xạ:

$$\begin{aligned}\wedge : A \times A &\rightarrow A \\ (x, y) &\mapsto x \wedge y\end{aligned}$$

và

$$\begin{aligned}\vee : A \times A &\rightarrow A \\ (x, y) &\mapsto x \vee y\end{aligned}$$

thỏa 5 tính chất sau

Đại số Bool

i) Tính giao hoán: $\forall x, y \in A$

$$x \wedge y = y \wedge x$$

$$x \vee y = y \vee x$$

ii) Tính kết hợp: $\forall x, y, z \in A$

$$(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$$

$$(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$$

iii) Tính phân phối: $\forall x, y, z \in A$

$$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$$

$$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$$

Đại số Bool

iv) Có các phần tử trung hòa 0 và 1: $\forall x \in A$

$$x \wedge 1 = 1 \wedge x = x$$

$$x \vee 0 = 0 \vee x = x$$

v) Mọi phần tử đều có phần tử bù: $\forall x \in A, \exists \bar{x} \in A$

$$x \wedge \bar{x} = \bar{x} \wedge x = 0$$

$$x \vee \bar{x} = \bar{x} \vee x = 1$$

Đại số Bool

Ví dụ 1

Xét tập hợp $B = \{0, 1\}$, trên B ta định nghĩa hai phép toán \wedge, \vee như sau:

\wedge	0	1
0	0	0
1	0	1

\vee	0	1
0	0	1
1	1	1

Khi đó, B trở thành một đại số Bool.

Đại số Bool

Cho đại số Bool (A, \wedge, \vee) . Khi đó với mọi $x, y \in A$, ta có:

i)

$$x \wedge x = x$$

$$x \vee x = x$$

ii)

$$x \wedge 0 = 0 \wedge x = 0$$

$$x \vee 1 = 1 \vee x = 1$$

iii) Phần tử bù của x là duy nhất

$$\overline{\overline{x}} = x$$

$$\overline{1} = 0$$

$$\overline{0} = 1$$

Đại số Bool

iv) Công thức De Morgan:

$$\overline{x \wedge y} = \bar{x} \vee \bar{y}$$

$$\overline{x \vee y} = \bar{x} \wedge \bar{y}$$

v) Tính hấp thụ:

$$x \wedge (x \vee y) = x$$

$$x \vee (x \wedge y) = x$$

Hàm Bool

Định nghĩa 2

Hàm Bool n biến là ánh xạ

$$\begin{aligned} f : B^n &\rightarrow B \\ (x_1, x_2, \dots, x_n) &\mapsto f(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned}$$

trong đó, $B = \{0, 1\}$.

Hàm Bool n biến là một hàm số có dạng:

$$f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

trong đó, x_1, x_2, \dots, x_n và f chỉ nhận giá trị trong $B = \{0, 1\}$.

Ký hiệu: F_n để chỉ các hàm Bool n biến.

Hàm Bool

Ví dụ 2

Xét kết quả f trong việc thông qua một quyết định dựa vào 3 phiếu bầu x, y, z .

- ▶ Mỗi phiếu chỉ lấy một trong hai giá trị: 1 (tán thành) hay 0 (bác bỏ).
- ▶ Kết quả f là 1 nếu được đa số tán thành, ngược lại là 0 nếu đa số bác bỏ.

Hàm Bool

Khi đó hàm Bool f theo 3 biến x, y, z được biểu diễn bởi bảng chân trị như sau:

x	y	z	f
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

Các phép toán trên hàm Bool

i) Phép cộng Bool \vee :

Với $f, g \in F_n$ ta định nghĩa tổng Bool của f và g :

$$f \vee g = f + g - fg$$

$$\forall x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in B^n,$$

$$(f \vee g)(x) = f(x) + g(x) - f(x)g(x)$$

Các phép toán trên hàm Bool

ii) Phép nhân Bool \wedge :

Với $f, g \in F_n$ ta định nghĩa tích Bool của f và g :

$$f \wedge g = fg$$

$$\forall x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in B^n,$$

$$(f \wedge g)(x) = f(x)g(x)$$

Các phép toán trên hàm Bool

iii) Phép lấy hàm bù:

Với $f \in F_n$ ta định nghĩa hàm bù của f :

$$\overline{f} = 1 - f$$

iv) Thứ tự trên F_n :

Với $f, g \in F_n$ thì

$$f \prec g \Leftrightarrow \forall x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in B^n, f(x) \leq g(x)$$

Dạng nổi rời chính tắc của hàm Bool

Định nghĩa 3

Xét tập hợp các hàm Bool của n biến F_n theo n biến x_1, x_2, \dots, x_n

- ▶ Mỗi hàm Bool x_i hay \bar{x}_i được gọi là *từ đơn*.
- ▶ *Đơn thức* là tích khác không của một số hữu hạn từ đơn.
- ▶ *Từ tối tiểu* là tích khác không của đúng n từ đơn.
- ▶ *Công thức đa thức* biểu diễn hàm Bool thành tổng của các đơn thức.
- ▶ *Dạng nổi rời chính tắc* là công thức biểu diễn hàm Bool thành *tổng của các từ tối tiểu*.

Dạng nối liền chính tắc của hàm Bool

Định nghĩa 4

- ▶ *Từ tối đại* là phần bù của các từ tối tiểu. Mỗi từ tối đại là tổng Bool của n từ đơn.
- ▶ *Dạng nối liền chính tắc* là công thức biểu diễn hàm Bool thành tích của các từ tối đại.

Dạng nổi rời chính tắc của hàm Bool

Ví dụ 3

Xét hàm Bool f được biểu diễn bởi bảng chân trị sau:

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Tìm dạng nổi rời chính tắc của hàm Bool.

Dạng nổi rời chính tắc của hàm Bool

Ta có

$$f(0, 1, 0) = 1,$$

$$f(1, 0, 0) = 1,$$

$$f(1, 0, 1) = 1$$

Nên

$$f(x, y, z) = \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z$$

Công thức đa thức tối thiểu

Ví dụ 4

Áp dụng các tính chất, đơn giản công thức đa thức của hàm Bool sau:

$$f(x, y, z) = \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z$$

Ta có,

$$\begin{aligned}f(x, y, z) &= \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z \\&= \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}(\bar{z} + z) \\&= \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y} \cdot 1 \\&= \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\end{aligned}$$

Chú ý

Công thức đa thức được đơn giản ở ví dụ trên *không phải dạng nổi rời chính tắc* vì có chứa $x\bar{y}$ *không* là từ tối thiểu.

Công thức đa thức tối thiểu

Định nghĩa 5

Công thức F của hàm Bool f được gọi là tối thiểu nếu với bất kỳ công thức G của f mà đơn giản hơn F thì F và G đơn giản như nhau.

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Xét f là hàm Bool theo n biến x_1, x_2, \dots, x_n .

- Trường hợp, $n = 3$ thì f là hàm Bool theo 3 biến x, y, z . Khi đó, bảng chân trị của f gồm 8 dòng. Ta thay bảng chân trị của f bởi hình chữ nhật gồm 8 ô tương ứng với 8 dòng trong bảng chân trị như sau:

	x	x	\bar{x}	\bar{x}
z	101	111	011	001
\bar{z}	100	110	010	000
	\bar{y}	y	y	\bar{y}

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Quy ước

- ▶ Một ô trong dãy được đánh dấu bởi x thì tại đó $x = 1$, ngược lại \bar{x} thì $x = 0$. Tương tự với y và z .
- ▶ Các ô tại đó f có giá trị bằng 1 sẽ được đánh dấu.
- ▶ Tập các ô được đánh dấu được gọi là biểu đồ Karnaugh của f , ký hiệu $kar(f)$.

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Xét f là hàm Bool theo n biến x_1, x_2, \dots, x_n .

- Trường hợp, $n = 4$ thì f là hàm Bool theo 4 biến x, y, z, t . Khi đó, bảng chân trị của f gồm 16 dòng. Ta thay bảng chân trị của f bởi hình chữ nhật gồm 16 ô tương ứng với 16 dòng trong bảng chân trị như sau:

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z	1010	1110	0110	0010	\bar{t}
z	1011	1111	0111	0011	t
\bar{z}	1001	1101	0101	0001	t
\bar{z}	1000	1100	0100	0000	\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Định lý

Cho f, g là các hàm Bool theo n biến

- i) $kar(fg) = kar(f) \cap kar(g)$
- ii) $kar(f \vee g) = kar(f) \cup kar(g)$
- iii) $kar(f)$ gồm đúng 1 ô khi và chỉ khi f là một từ tối thiểu.
- iv) $kar(f) \subset kar(g) \Leftrightarrow f \prec g$

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Tế bào

- ▶ Hai ô được gọi là *kề nhau* nếu chúng là hai ô liền kề hay chúng là ô đầu, ô cuối của cùng một dòng, cột. *Hai ô kề nhau chỉ lệch một biến duy nhất.*
- ▶ Tế bào là hình chữ nhật gồm 2^k ô, với $k = 0, 1, \dots, n - 1$.
- ▶ Nếu T là một tế bào thì T là biểu đồ Karnaugh của một đơn thức duy nhất m .

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ví dụ 5

Xét các hàm Bool theo 4 biến x, y, z, t . Biểu đồ Karnaugh của đơn thức $x\bar{y}z\bar{t}$ là

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z					\bar{t}
z					t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ví dụ 6

Xét các hàm Bool theo 4 biến x, y, z, t . Biểu đồ Karnaugh của đơn thức $\bar{y}z\bar{t}$ là

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z					\bar{t}
z					t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ví dụ 7

Xét các hàm Bool theo 4 biến x, y, z, t . Biểu đồ Karnaugh của đơn thức $\bar{y}\bar{t}$ là

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z					\bar{t}
z					t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ví dụ 8

Xét các hàm Bool theo 4 biến x, y, z, t . Biểu đồ Karnaugh của đơn thức \bar{t} là

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z					\bar{t}
z					t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ví dụ 9

Xét các hàm Bool theo 4 biến x, y, z, t . Tế bào sau là biểu đồ Karnaugh của đơn thức nào?

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z					\bar{t}
z					t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Tế bào lớn

Cho hàm Bool f . Ta nói T là một tế bào lớn của $kar(f)$ nếu T thỏa hai tính chất sau:

- ▶ T là một tế bào và $T \subseteq kar(f)$.
- ▶ Không tồn tại tế bào T' nào thỏa $T \neq T'$ và $T \subseteq T' \subseteq kar(f)$.

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ví dụ 10

Xét các hàm Bool theo 4 biến x, y, z, t có biểu đồ Karnaugh sau

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z					\bar{t}
z					t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ví dụ 11

kar (f) có 6 tế bào lớn sau:

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z					\bar{t}
z					t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

xz

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z					\bar{t}
z					t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

$\bar{y}z$

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z					\bar{t}
z					t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

$x\bar{t}$

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z					\bar{t}
z					t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

xy

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z					\bar{t}
z					t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

y \bar{z} t

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z					\bar{t}
z					t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

$\bar{y}\bar{t}$

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Thuật toán tìm đa thức tối thiểu

1. Vẽ biểu đồ Karnaugh của f .
2. Xác định tất cả tế bào lớn của $kar(f)$.
3. Xác định tế bào lớn mà nhất thiết phải chọn.
Ta nhất thiết phải chọn tế bào lớn T khi tồn tại một ô của $kar(f)$ mà ô này chỉ nằm trong tế bào lớn T và không nằm trong bất kỳ tế bào lớn nào khác.

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Thuật toán tìm đa thức tối thiểu

4. Xác định các phủ tối thiểu gồm các tế bào lớn.

- ▶ Nếu các tế bào lớn chọn được ở bước 3 đã phủ được $kar(f)$ thì ta có duy nhất một phủ tối thiểu gồm các tế bào lớn của $kar(f)$.
- ▶ Nếu các tế bào lớn chọn được ở bước 3 chưa phủ được $kar(f)$ thì:
 - ▶ Xét một ô chưa bị phủ, sẽ có ít nhất hai tế bào lớn chứa ô này, ta chọn một trong các tế bào lớn này. Cứ tiếp tục như thế ta sẽ tìm được tất cả các phủ gồm các tế bào lớn của $kar(f)$.
 - ▶ Loại bỏ các phủ không tối thiểu, ta tìm được tất cả các phủ tối thiểu gồm các tế bào lớn của $kar(f)$.

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Thuật toán tìm đa thức tối thiểu

5. Xác định các công thức đa thức tối thiểu của f .

- ▶ Từ các phủ tối thiểu gồm các tế bào lớn của $kar(f)$ tìm được ở bước 4 ta xác định được các công thức đa thức tương ứng của f .
- ▶ Loại bỏ các công thức đa thức mà có một công thức đa thức nào đó thực sự đơn giản hơn chúng.
- ▶ Các công thức đa thức còn lại chính là các công thức đa thức tối thiểu của f .

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ví dụ 12

Tìm tất cả các công thức đa thức tối thiểu của hàm Bool

$$f(x, y, z, t) = xyz t \vee x \bar{y} \vee x \bar{z} \vee y z \vee x y (\bar{z} \vee \bar{t}).$$

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ta có,

$$f(x, y, z, t) = xyz t \vee x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee yz \vee xy\bar{z} \vee xy\bar{t}.$$

1. Vẽ *kar* (f)

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ta có,

$$f(x, y, z, t) = xyz t \vee x \bar{y} \vee x \bar{z} \vee y z \vee x y \bar{z} \vee x y \bar{t}.$$

1. Vẽ *kar* (f)

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z	1	2	3		\bar{t}
z	4	5	6		t
\bar{z}	7	8			t
\bar{z}	9	10			\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

2. $kar(f)$ có 2 tế bào lớn

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z	1	2			\bar{t}
z	4	5			t
\bar{z}	7	8			t
\bar{z}	9	10			\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	
	x				

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z		2	3		\bar{t}
z		5	6		t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	
	yz				

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

3. Xác định các tế bào lớn duy nhất phải chọn.

- ▶ Ô 1 nằm trong một tế bào lớn duy nhất x . Ta chọn x .
- ▶ Ô 3 nằm trong một tế bào lớn duy nhất yz . Ta chọn yz .

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z	1	2			\bar{t}
z	4	5			t
\bar{z}	7	8			t
\bar{z}	9	10			\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	
	x				

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z		2	3		\bar{t}
z		5	6		t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	
	yz				

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

4. Xác định các phủ tối thiểu gồm các tế bào lớn.

Các ô được các tế bào lớn đã chọn ở bước 3 phủ như sau:

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z	1	2	3		\bar{t}
z	4	5	6		t
\bar{z}	7	8			t
\bar{z}	9	10			\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

Ta được duy nhất một phủ tối thiểu gồm các tế bào lớn của $kar(f) : x, yz$

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

5. Xác định các công thức đa thức tối thiểu của f .

Ứng với phủ tối thiểu gồm các tế bào lớn tìm được ở bước 4 ta tìm được duy nhất một công thức đa thức tối thiểu của f là:

$$f = x \vee yz.$$

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ví dụ 13

Tìm tất cả các công thức đa thức tối thiểu của hàm Bool

$$f(x, y, z, t) = \bar{y}(zt \vee \bar{z}\bar{t}) \vee y(\bar{z}\bar{t} \vee xzt) \vee \bar{x}z\bar{t}.$$

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ta có,

$$f(x, y, z, t) = \bar{y}zt \vee \bar{y}\bar{z}\bar{t} \vee y\bar{z}\bar{t} \vee yxzt \vee \bar{x}z\bar{t}$$

1. Vẽ *kar* (f)

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z			1	2	\bar{t}
z	3	4		5	t
\bar{z}					t
\bar{z}	6	7	8	9	\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

2. $kar(f)$ có 5 tế bào lớn

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z			1	2	\bar{t}
z					t
\bar{z}					t
\bar{z}			8	9	\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

$\bar{x}\bar{t}$

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z				2	\bar{t}
z				5	t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

$\bar{x}yz$

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

	x	x	\bar{x}	\bar{x}
z				
z	3			5
\bar{z}				
\bar{z}				
	\bar{y}	y	y	\bar{y}

 $\bar{y}zt$

	x	x	\bar{x}	\bar{x}
\bar{t} z				
t z	3	4		
\bar{t} \bar{z}				
t \bar{z}				
	\bar{y}	y	y	\bar{y}

 xzt

	x	x	\bar{x}	\bar{x}
\bar{t} z				
t z				
\bar{t} \bar{z}				
t \bar{z}	6	7	8	9
	\bar{y}	y	y	\bar{y}

 $\bar{z}\bar{t}$

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

3. Xác định các tế bào lớn phải chọn.

- ▶ Ô 1 nằm trong tế bào lớn duy nhất $\bar{x}\bar{t}$. Ta chọn $\bar{x}\bar{t}$.
- ▶ Ô 4 nằm trong tế bào lớn duy nhất xzt . Ta chọn xzt .
- ▶ Ô 6 nằm trong tế bào lớn duy nhất $\bar{z}\bar{t}$. Ta chọn $\bar{z}\bar{t}$.

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

4. Xác định các phủ tối thiểu gồm các tế bào lớn.
 Các ô tế bào lớn đã chọn ở bước 3 phủ như sau:

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z			1	2	\bar{t}
z	3	4		5	t
\bar{z}					t
\bar{z}	6	7	8	9	\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

Còn ô 5 chưa được phủ.

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ô 5 nằm trong 2 tế bào lớn $\overline{x}yz$ và $\overline{y}zt$ nên để phủ ô 5 có 2 cách chọn

- ▶ Chọn $\overline{x}yz$ được phủ tối thiểu gồm 4 tế bào lớn của $kar(f) : \overline{x}\overline{t}, xzt, \overline{z}\overline{t}, \overline{x}yz$
- ▶ Chọn $\overline{y}zt$ được phủ tối thiểu gồm 4 tế bào lớn của $kar(f) : \overline{x}\overline{t}, xzt, \overline{z}\overline{t}, \overline{y}zt$

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

5. Xác định các công thức đa thức tối thiểu của f .

Ứng với phủ tối thiểu gồm các tế bào lớn tìm được ở bước 4 ta tìm được hai công thức đa thức tối thiểu của f là:

$$f = \overline{x}\overline{t} \vee xzt \vee \overline{z}\overline{t} \vee \overline{x}yz$$

$$f = \overline{x}\overline{t} \vee xzt \vee \overline{z}\overline{t} \vee \overline{y}zt$$

Hai công thức trên đơn giản như nhau. Do đó, chúng đều là hai công thức đa thức tối thiểu.

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ví dụ 14

Tìm tất cả các công thức đa thức tối thiểu của hàm Bool

$$f(x, y, z, t) = xz(\bar{y} \vee \bar{t}) \vee \bar{x}\bar{z}\bar{t} \vee z(yt \vee \bar{x}y).$$

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ta có,

$$f(x, y, z, t) = x\bar{y}z \vee xz\bar{t} \vee \bar{x}\bar{z}\bar{t} \vee yzt \vee \bar{x}yz.$$

1. Vẽ *kar* (f)

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z	1	2		3	\bar{t}
z	4	5	6	7	t
\bar{z}					t
\bar{z}			8	9	\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

2. $kar(f)$ có 5 tế bào lớn

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z	1	2			\bar{t}
z	4	5			t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

xz

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z	1			3	\bar{t}
z	4			7	t
\bar{z}					t
\bar{z}					\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

$\bar{y}z$

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

	x	x	\bar{x}	\bar{x}
z				
z	4	5	6	7
\bar{z}				
\bar{z}				
	\bar{y}	y	y	\bar{y}

 zt

	x	x	\bar{x}	\bar{x}
$\bar{t}z$				
tz				
$t\bar{z}$				
$\bar{t}\bar{z}$			8	9
	\bar{y}	y	y	\bar{y}

 $\bar{x}z\bar{t}$

	x	x	\bar{x}	\bar{x}
$\bar{t}z$				3
tz				
$t\bar{z}$				
$\bar{t}\bar{z}$				9
	\bar{y}	y	y	\bar{y}

 $\bar{x}y\bar{t}$

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

3. Xác định các tế bào lớn phải chọn.

- ▶ Ô 2 nằm trong tế bào lớn duy nhất xz . Ta chọn xz .
- ▶ Ô 6 nằm trong tế bào lớn duy nhất zt . Ta chọn zt .
- ▶ Ô 8 nằm trong tế bào lớn duy nhất $\overline{xz}\overline{t}$. Ta chọn $\overline{xz}\overline{t}$.

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

4. Xác định các phủ tối thiểu gồm các tế bào lớn.
 Các ô tế bào lớn đã chọn ở bước 3 phủ như sau:

	x	x	\bar{x}	\bar{x}	
z	1	2			\bar{t}
z	4	5	6	7	t
\bar{z}					t
\bar{z}			8	9	\bar{t}
	\bar{y}	y	y	\bar{y}	

Còn ô 3 chưa được phủ.

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

Ô 3 nằm trong 2 tế bào lớn $\bar{y}z$ và $\bar{x}\bar{y}\bar{t}$ nên để phủ ô 5 có 2 cách chọn

- ▶ Chọn $\bar{y}z$ được phủ tối thiểu gồm 4 tế bào lớn của $kar(f) : xz, zt, \bar{x}\bar{z}\bar{t}, \bar{y}z$
- ▶ Chọn $\bar{x}\bar{y}\bar{t}$ được phủ tối thiểu gồm 4 tế bào lớn của $kar(f) : xz, zt, \bar{x}\bar{z}\bar{t}, \bar{x}\bar{y}\bar{t}$

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

5. Xác định các công thức đa thức tối thiểu của f .

Ứng với phủ tối thiểu gồm các tế bào lớn tìm được ở bước 4 ta tìm được hai công thức đa thức tối thiểu của f là:

$$f = xz \vee zt \vee \overline{xz}\overline{t} \vee \overline{y}z \quad (1)$$

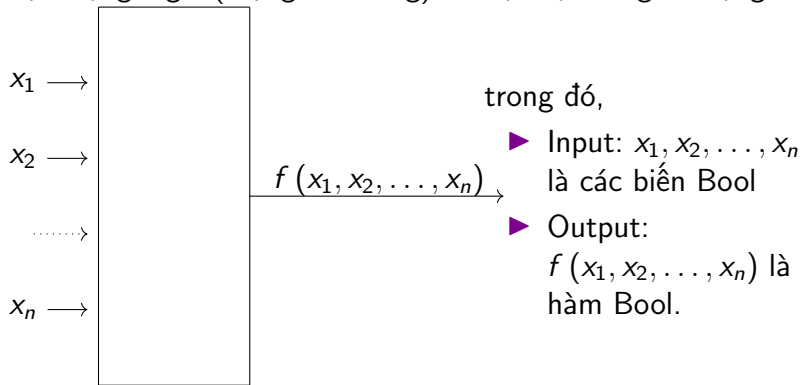
$$f = xz \vee zt \vee \overline{xz}\overline{t} \vee \overline{xy}\overline{t} \quad (2)$$

Trong đó, chỉ có công thức thứ nhất là tối thiểu.

Mạng logic

Định nghĩa 6

Một mạng logic (mạng các cổng) là một hệ thống có dạng:



Mạng logic

- ▶ Mạng logic dùng để tổng hợp hay biểu diễn hàm Bool.
- ▶ Một mạng logic bất kỳ luôn được cấu tạo từ một số mạng sơ cấp hay được gọi là cổng.

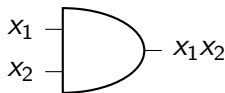
Mạng các cổng

Cổng NOT



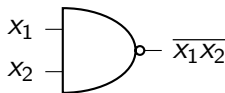
Mạng các cổng

Cổng AND



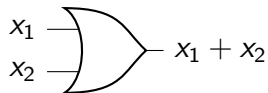
Mạng các cổng

Cổng NAND



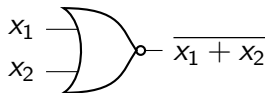
Mạng các cổng

Cổng OR



Mạng các cổng

Cổng NOR

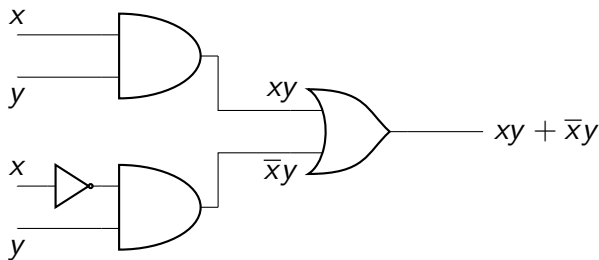


Mạng các cổng

Ví dụ 15

Vẽ mạng logic của hàm Bool f sau đây

$$f = xy + \bar{x}y$$



Tài liệu tham khảo



Đinh Ngọc Thanh.

Giáo trình Logic học.

Đại học Cửu Long, 2013.



Kenneth H. Rosen.

Discrete Mathematics and Its Applications, 7th Edition.

McGraw-Hill Publishing, 2012.



Nguyễn Hữu Anh.

Giáo trình Toán rời rạc.

NXB Lao động xã hội, 2007.



Nguyễn Viết Đông.

Bài giảng Toán rời rạc.

ĐH KHTN Tp Hồ Chí Minh.