Chương 2.
TÌM KIẾM & SẮP XẾP
CÁC THUẬT TOÁN TÌM KIẾM

ThS. Nguyễn Chí Hiếu

2017

NỘI DUNG

Giới thiệu bài toán tìm kiếm

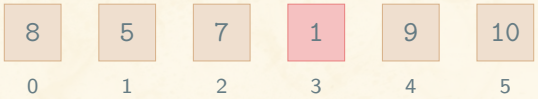
Tìm kiếm tuyến tính

Tìm kiếm nhị phân

Tìm kiếm tuyến tính/tuần tự *(linear search)*

Bài toán tìm kiếm

- Tìm kiếm là quá trình tìm phần tử có giá trị cho trước trong một danh sách, dãy số, dãy ký tự, ... Kết quả trả về là vị trí phần tử (nếu tìm thấy) hay trả về không có phần tử cần tìm.
- Trong bài toán tìm kiếm, thao tác cơ bản là so sánh giữa phần tử cần tìm và các phần tử trong dãy.



Tìm kiếm tuyến tính/tuần tự *(linear search)*

Ý tưởng

Giải thuật lần lượt so sánh phần tử x cần tìm với phần thử thứ nhất, thứ hai, ... của dãy và dừng thực hiện khi:

- Tìm được phần tử có khóa cần tìm.
- Duyệt hết các phần tử của dãy (không tìm thấy).

Tìm kiếm tuyến tính/tuần tự *(linear search)*

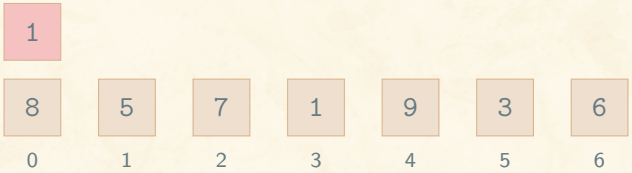
Thuật toán 1: LinearSearch(a[], n, x)
- Đầu vào: mảng a gồm n phần tử và phần tử x.
- Đầu ra: vị trí của x hay -1 (không tìm thấy).

```
1  i ← 0
2  while i < n and a[i] ≠ x
3    i ← i + 1
4  if i = n
5    return -1
6  else
7    return i
```

Tìm kiếm tuyến tính/tuần tự *(linear search)*

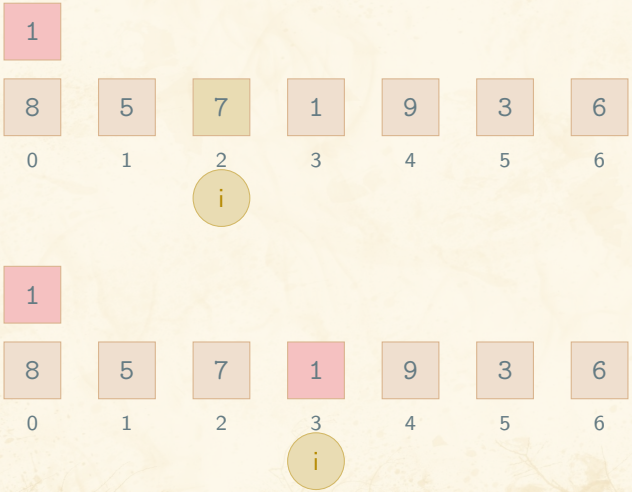
Ví dụ 1

Cho dãy số a gồm 7 phần tử: $8, 5, 7, 1, 9, 3, 6$. Tìm phần tử có giá trị 1.



Tìm kiếm tuyến tính/tuần tự *(linear search)*

Tìm kiếm tuyến tính/tuần tự *(linear search)*



Tìm kiếm tuyến tính/tuần tự *(linear search)*

Nhận xét

- Tại mỗi vòng lặp, giải thuật phải sử dụng 2 phép so sánh $i < n$ và $a[i] \neq x$.
- Cải tiến giải thuật bằng cách sử dụng phương pháp lính canh *(sentinel)* để loại bỏ điều kiện $i < n$.

Tìm kiếm tuyến tính/tuần tự *(linear search)*

Phương pháp lính canh

Thuật toán 2: LinearSearchEx(a[], n, x),
- Đầu vào: mảng a gồm n phần tử và phần tử x.
- Đầu ra: vị trí phần tử x hay -1 (không tìm thấy).

```
1   i ← 0
2   a[n] ← x
3   while a[i] ≠ x
4     i ← i + 1
5   if i = n
6     return -1
7   else
8     return i
```

Tìm kiếm tuyến tính/tuần tự *(linear search)*

Đánh giá giải thuật

Phương pháp lính canh

Trường hợp	Số phép so sánh
Tốt nhất	1
Xấu nhất	$n+1$
Trung bình	$\frac{n+1}{2}$
Độ phức tạp thời gian	$T(n) = O(n)$

Tìm kiếm nhị phân *(binary search)*

Ý tưởng

- Xét một dãy a *có thứ tự* gồm n phần tử: $a_0 < a_1 < a_2 < ... < a_{n-1}$.
- Tìm phần tử x trong dãy a bằng cách so sánh x với phần tử giữa của dãy đang xét.
  - Nếu $a_i = x$, tìm thấy phần tử x tại vị trí i.
  - Nếu $a_i > x$ thì chỉ có thể tìm x trong dãy con trái

$$a_0 \leq x \leq a_{i-1}.$$

  - Ngược lại, $a_i < x$ thì chỉ có thể tìm x trong dãy con phải

$$a_{i+1} \leq x \leq a_{n-1}.$$

- Sau mỗi lần so sánh, tiếp tục thực hiện tìm kiếm nhị phân với dãy con.

Tìm kiếm nhị phân *(binary search)*

Phương pháp đệ quy

Thuật toán 3: BinarySearch(a[], left, right, x)
- Đầu vào: mảng a gồm các phần tử và phần tử x.
- Đầu ra: vị trí của x hay -1 (không tìm thấy).

```
1  if left > right
2    return -1;
3  mid ← (left + right) / 2
4  if a[mid] = x
5    return mid
6  else if a[mid] > x
7    BinarySearch(a, left, mid - 1, x)
8  else
9    BinarySearch(a, mid + 1, right, x)
```

Tìm kiếm nhị phân *(binary search)*

Phương pháp lặp

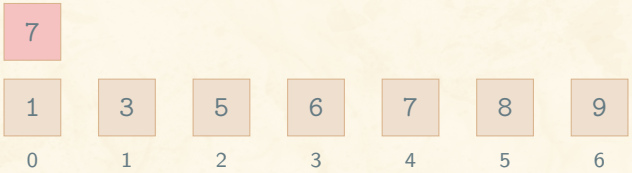
Thuật toán 4: BinarySearch(a[], n, x)
- Đầu vào: mảng a gồm n phần tử và phần tử x.
- Đầu ra: vị trí của x hay -1 (không tìm thấy).

```
1   left ← 0, right ← n - 1
2   while left <= right
3     mid ← (left + right) / 2
4     if a[mid] = x
5       return mid
6     else a[mid] > x
7       right ← mid - 1
8     else
9       left ← mid + 1
10  return -1
```

Tìm kiếm nhị phân *(binary search)*

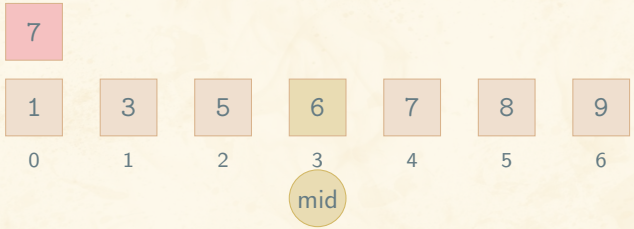
Ví dụ 2

Cho dãy số a đã sắp thứ tự gồm 7 phần tử: $1, 3, 5, 6, 7, 8, 9$. Tìm phần tử có giá trị 7.

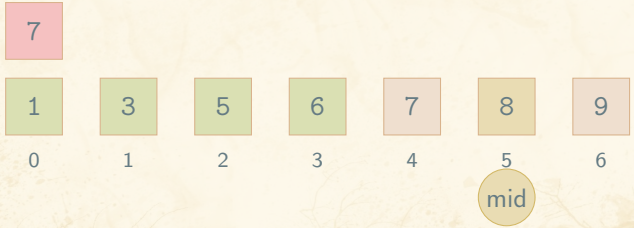


Tìm kiếm nhị phân *(binary search)*

$$\begin{cases} left = 0, \\ right = 6, \\ mid = \frac{(0+6)}{2} \end{cases}$$

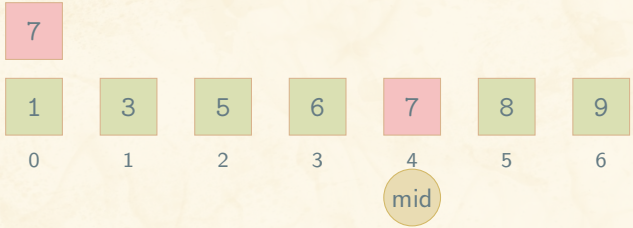


$$\begin{cases} left = 4, \\ right = 6, \\ mid = \frac{(4+6)}{2} \end{cases}$$



Tìm kiếm nhị phân *(binary search)*

$$\begin{cases} left = 4, \\ right = 4, \\ mid = \frac{(4+4)}{2} \end{cases}$$



Tìm kiếm nhị phân *(binary search)*

Đánh giá giải thuật (Phương pháp đệ quy)

$$T(n) = \begin{cases} 1 & , n = 1 \\ T\left(\frac{n}{2}\right) + 1 & , n > 1 \end{cases}$$

Trường hợp	Số phép so sánh
Tốt nhất	1
Xấu nhất	$\log_2 n$
Trung bình	$\frac{\log_2 n}{2}$
Độ phức tạp thời gian	$T(n) = O(\log_2 n)$

Bài tập

1. Cho dãy các số nguyên $12, 2, 8, 5, 1, 6, 4, 15$. Áp dụng giải thuật tìm kiếm tuyến tính và tìm kiếm nhị phân tìm phần tử có giá trị 15.
2. Cho dãy các số nguyên $1, 2, 4, 5, 6, 8, 12, 15$. Xây dựng giải thuật tìm kiếm tuyến tính đối với *dãy có thứ tự tăng dần*.
3. Xây dựng giải thuật tìm kiếm tam phân *(Ternary Search)* để tìm phần tử x trong dãy số đã có thứ tự.

└Bài tập

Bài tập

1. Cho dãy các số nguyên 12, 2, 8, 5, 1, 6, 4, 15. Áp dụng giải thuật tìm kiếm tuyến tính và tìm kiếm nhị phân tìm phần tử có giá trị 15.
2. Cho dãy các số nguyên 1, 2, 4, 5, 6, 8, 12, 15. Xây dựng giải thuật tìm kiếm tuyến tính đối với dãy có thứ tự tăng dần.
3. Xây dựng giải thuật tìm kiếm tam phân *(Ternary Search)* để tìm phần tử x trong dãy số đã có thứ tự.

- Tìm kiếm tuyến tính dãy có thứ tự tăng dần

```
LinearSearch(a[], n, x)
    for i ← 0 to n - 1
        if a[i] = x
            return i
        if a[i] > x
            return -1
    return -1
```

└Bài tập

Bài tập

1. Cho dãy các số nguyên 12, 2, 8, 5, 1, 6, 4, 15. Áp dụng giải thuật tìm kiếm tuyến tính và tìm kiếm nhị phân tìm phần tử có giá trị 15.
2. Cho dãy các số nguyên 1, 2, 4, 5, 6, 8, 12, 15. Xây dựng giải thuật tìm kiếm tuyến tính đối với *dãy có thứ tự tăng dần*.
3. Xây dựng giải thuật tìm kiếm tam phân *(Ternary Search)* để tìm phần tử x trong dãy số đã có thứ tự.

- TernarySearch(a[], left, right, x)
  if left > right
    return -1
  int mid1 ← left + right / 3;
  if a[mid1] = x
    return mid1;
  int mid2 ← mid1 + right / 3;
  if a[mid2] = x
    return mid2;
  if a[mid1] > x
    return TernarySearch(a, left, mid1 - 1, x);
  if a[mid1 < x]
    return TernarySearch(a, mid1 + 1, mid2 - 1, x);
  if a[mid2 < x]
    return TernarySearch(a, mid2 + 1, right, x);

└Bài tập

Bài tập

1. Cho dãy các số nguyên 12, 2, 8, 5, 1, 6, 4, 15. Áp dụng giải thuật tìm kiếm tuyến tính và tìm kiếm nhị phân tìm phần tử có giá trị 15.
2. Cho dãy các số nguyên 1, 2, 4, 5, 6, 8, 12, 15. Xây dựng giải thuật tìm kiếm tuyến tính đối với *dãy có thứ tự tăng dần*.
3. Xây dựng giải thuật tìm kiếm tam phân *(Ternary Search)* để tìm phần tử x trong dãy số đã có thứ tự.

- Tìm phần tử nhỏ nhất, lớn nhất

```
FindMinMax(a[], n)
    max ← a[0]
    min ← a[0]
    for i ← 1 to n - 1
        if a[i] > max
            max ← a[i]
        if a[i] < min
            min ← a[i]
```

Tài liệu tham khảo

Dương Anh Đức, Trần Hạnh Nhi.
Nhập môn Cấu trúc dữ liệu và Thuật toán.
Đại học Khoa học tự nhiên TP Hồ Chí Minh, 2003.

Donald E. Knuth.
The Art of Computer Programming, Volume 3.
Addison-Wesley, 1998.

Niklaus Wirth.
Algorithms + Data Structures = Programs.
Prentice-Hall, 1976.

Robert Sedgewick.
Algorithms in C.
Addison-Wesley, 1990.