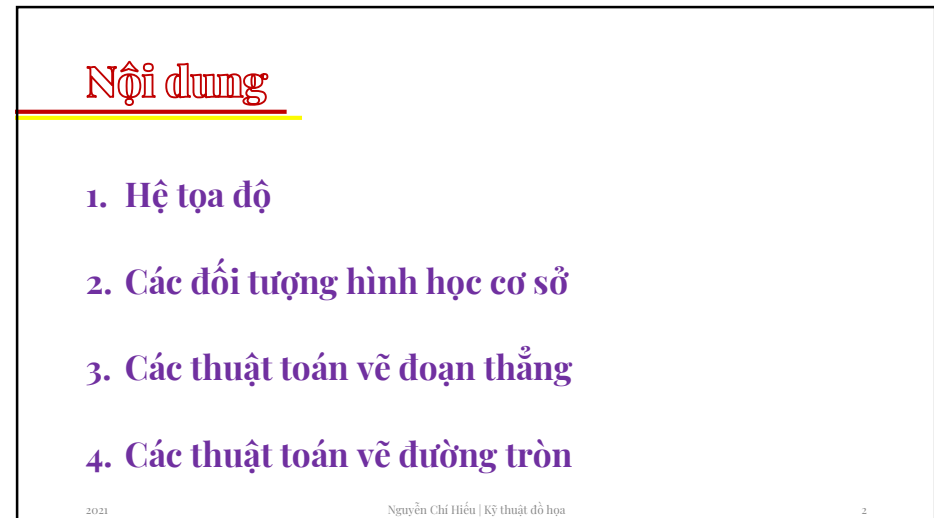
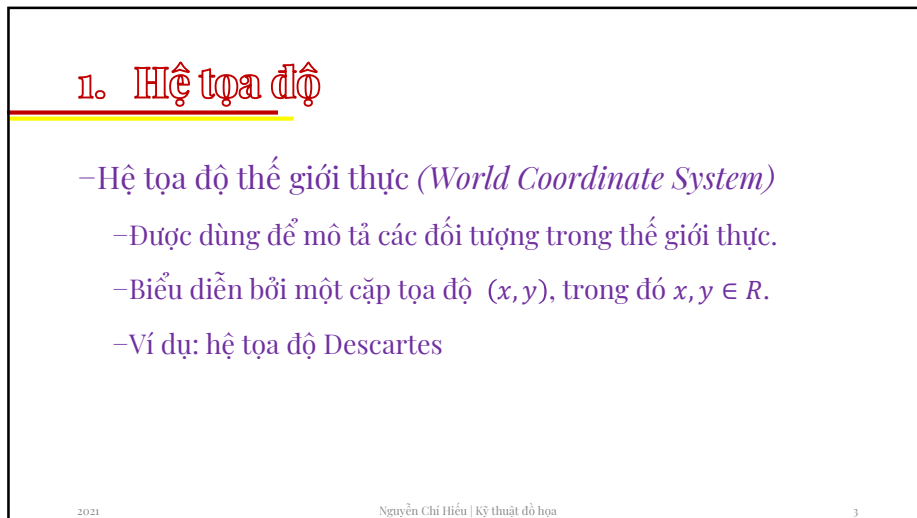


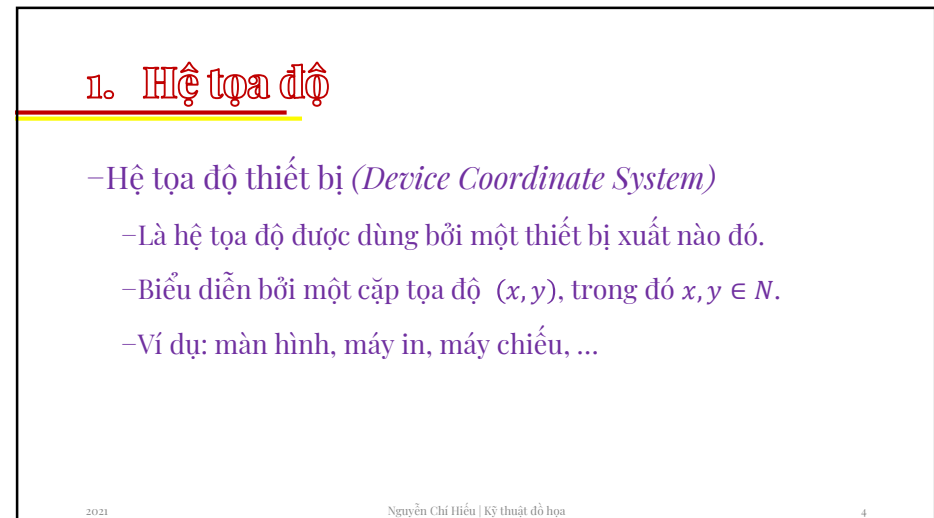
1



2



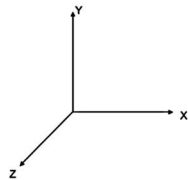
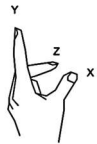
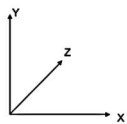
3



4

1. Hệ tọa độ

Hệ tọa độ theo quy ước bàn tay trái Hệ tọa độ theo quy ước bàn tay phải



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

5

5

2. Các đối tượng hình học cơ bản

- Điểm (*point*) là đối tượng hình học cơ sở của một hệ tọa độ.
Trong đồ họa 2 chiều, một điểm biểu diễn bởi tọa độ (x, y) và tham số cho biết màu sẽ hiển thị.
- Đoạn thẳng (*line*)
- Đường cong (*curve*)
- Ký tự, chuỗi ký tự (*character*)
- ...

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

6

6

Các đối tượng hình học cơ bản

– Trong màn hình Raster-Scan, hai bước cơ bản để hiển thị một đối tượng hình học là:

1. Sử dụng một thuật toán Scan-Convertng để chọn ra điểm ảnh tốt nhất ở bước kế tiếp. Đây là một thao tác phức tạp cần phải chọn thuật toán tối ưu.
2. Hiển thị điểm ảnh được chọn.

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

7

7

3. Các thuật toán vẽ đoạn thẳng

– Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm (x_1, y_1) và (x_2, y_2) có dạng sau:

$$y = mx + b$$

trong đó,

- m là hệ số góc.
- b là tung độ góc.

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

8

8

Các thuật toán vẽ đoạn thẳng

- Thuật toán DDA
- Thuật toán Bresenham
- Thuật toán MidPoint

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

9

Các thuật toán vẽ đoạn thẳng

- Ta có, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ và $b = y_1 - mx_1$
- Gọi $Dx = x_2 - x_1$ và $Dy = y_2 - y_1$
- Công thức tính m được viết lại như sau:

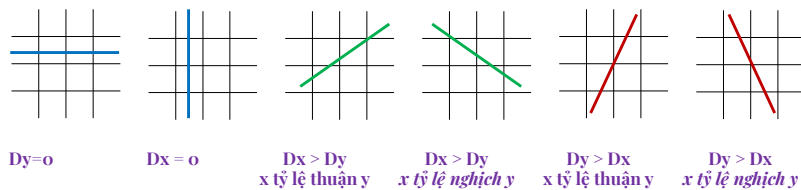
$$m = \frac{Dy}{Dx}$$

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

10

Các thuật toán vẽ đoạn thẳng



2021

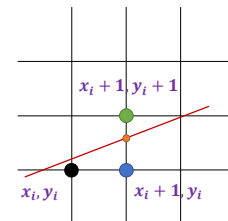
Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

11

Các thuật toán vẽ đoạn thẳng

- Xét trường hợp $Dx > 0, 0 < m < 1$, điểm thứ $i + 1$ có tọa độ như sau:

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + 1 \\ y_{i+1} \in \{y_i, y_i + 1\} \end{cases}$$

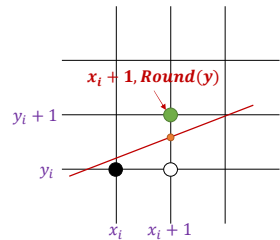


2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

12

Thuật toán DDA



-Ý tưởng

- Dựa vào phương trình đường thẳng, ta tính tọa độ của điểm $(x_i + 1, y)$ thuộc về đường thẳng.
- Chọn điểm kế tiếp $(x_i + 1, y_i)$ hay $(x_i + 1, y_i + 1)$ dựa vào việc làm tròn giá trị của tung độ y .

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

13

13

Thuật toán DDA

-Ta có,

$$y_{i+1} = mx_{i+1} + b = m(x_i + 1) + b$$

-Ta lại có,

$$y_i = mx_i + b$$

-Suy ra,

$$y_{i+1} = y_i + m$$

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

14

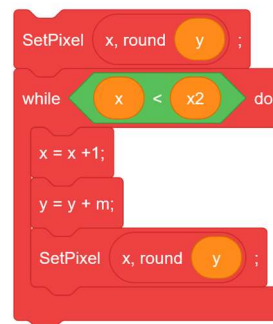
14

Thuật toán DDA

- Điểm thứ $i + 1$ có tọa độ như sau:

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + 1 \\ y_{i+1} = \text{Round}(y_i + m) \end{cases}$$

$x = x_1, y = y_1;$
 $m = Dy / Dx;$



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

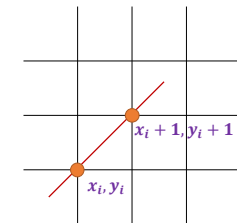
15

15

Thuật toán DDA

-Ví dụ: Áp dụng thuật toán DDA vẽ đường thẳng từ điểm A(1, 1) đến điểm B(6, 6).

x	y	Tọa độ
1	1	(1, 1)
2	2	(2, 2)
3	3	(3, 3)
4	4	(4, 4)
5	5	(5, 5)



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

16

16

Thuật toán DDA

– Ví dụ: Áp dụng thuật toán DDA vẽ đường thẳng từ điểm A(1, 1) đến điểm B(6, 5).

x	y	Tọa độ
1	1	(1, 1)
2	2	(2, 4)
3	3	(3, 3)
4	3	(4, 3)
5	4	(5, 4)
6	5	(6, 5)

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

17

17

Nhận xét

- Ưu điểm: không cần tính trực tiếp từ phương trình $y = mx + b$ (khử được phép nhân trên số thực)
- Nhược điểm: cộng dồn giá trị m vào y và làm tròn giá trị của y dẫn tới sai số (đoạn thẳng sẽ không chính xác khi đoạn thẳng quá dài)

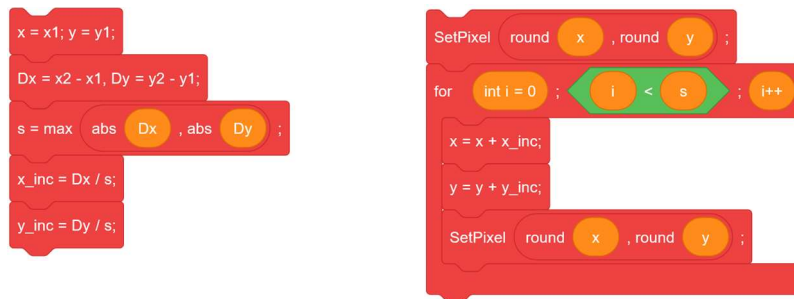
2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

18

18

Thuật toán DDA tổng quát



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

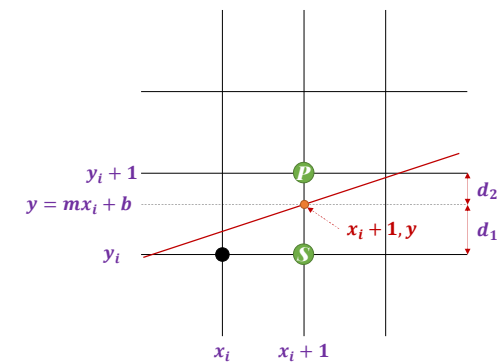
19

19

Thuật toán Bresenham

– Ý tưởng

- Mỗi điểm trên đường thẳng được xác định dựa vào khoảng cách của đường thẳng và điểm có tung độ gần nhất.



2021

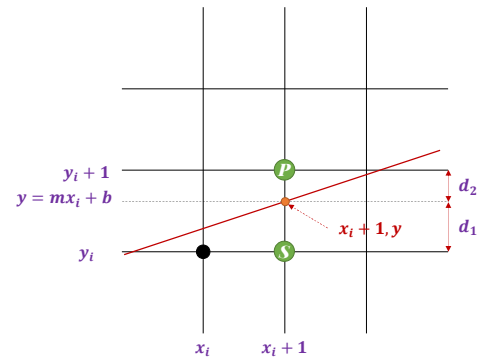
Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

20

20

Thuật toán Bresenham

- Xét trường hợp $Dx > 0, 0 < m < 1$, chọn điểm kế tiếp?
 - $S(x_i + 1, y_i)$
 - $P(x_i + 1, y_i + 1)$



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

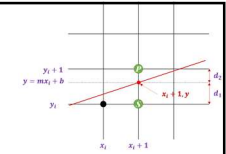
21

21

Thuật toán Bresenham

- Gọi $d_1 = y - y_i$ là khoảng cách giữa S và điểm $(x_i + 1, y)$
- Gọi $d_2 = (y_i + 1) - y$ là khoảng cách giữa P và điểm $(x_i + 1, y)$
- Khi đó, $d_1 - d_2$ được gọi là độ lệch giữa d_1 và d_2

$$d_1 - d_2 = 2y - 2y_i - 1$$
 - TH1: $d_1 - d_2 < 0$, chọn S
 - TH2: $d_1 - d_2 \geq 0$, chọn P



2021

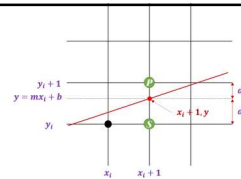
Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

22

22

Thuật toán Bresenham

$$\begin{aligned}
 d_1 - d_2 &= 2y - 2y_i - 1 \\
 &= 2[m(x_i + 1) + b] - 2y_i - 1 \\
 &= 2\left[\frac{Dy}{Dx}(x_i + 1) + b\right] - 2y_i - 1 \\
 &= 2\frac{Dy}{Dx}x_i + 2\frac{Dy}{Dx} - 2y_i + 2b - 1 \\
 \Leftrightarrow Dx(d_1 - d_2) &= 2Dy \cdot x_i - 2Dx \cdot y_i + (2Dy + 2Dx \cdot b - Dx) \\
 &= 2Dy \cdot x_i - 2Dx \cdot y_i + c \\
 \text{với } c &= 2Dy + 2Dx \cdot b - Dx
 \end{aligned}$$



2021

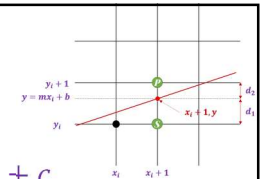
Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

23

23

Thuật toán Bresenham

- Đặt $p_i = Dx(d_1 - d_2) = 2Dy \cdot x_i - 2Dx \cdot y_i + c$
- Do $Dx > 0$ nên dấu của $d_1 - d_2$ cũng là dấu của p_i
- Tham số p_i ảnh hưởng đến quyết định chọn điểm tiếp theo
 - TH1: $p_i < 0$, chọn $S(x_i + 1, y_i)$.
 - TH2: $p_i \geq 0$, chọn $P(x_i + 1, y_i + 1)$.



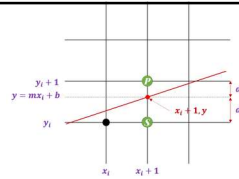
2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

24

24

Thuật toán Bresenham



– Tính nhanh p_{i+1} dựa vào dấu của p_i

$$\begin{aligned} p_{i+1} - p_i &= (2Dy \cdot x_1 - 2Dx \cdot y_{i+1} + c) - (2Dy \cdot x_i - 2Dx \cdot y_i + c) \\ &= 2Dy \cdot (x_{i+1} - x_i) - 2Dx \cdot (y_{i+1} - y_i) \\ &= 2Dy - 2Dx \cdot (y_{i+1} - y_i). \end{aligned}$$

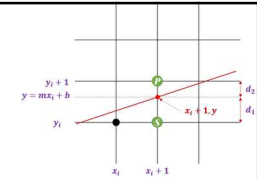
2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

25

25

Thuật toán Bresenham



– TH1: $p_i < 0$, chọn $S(x_i + 1, y_i)$.

Ta có $y_{i+1} - y_i = 0$, tính p_{i+1} theo công thức:

$$p_{i+1} = p_i + 2Dy$$

– TH2: $p_i \geq 0$, $P(x_i + 1, y_i + 1)$.

Ta có $y_{i+1} - y_i = 1$, tính p_{i+1} theo công thức:

$$p_{i+1} = p_i + 2Dy - 2Dx$$

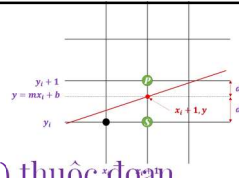
2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

26

26

Thuật toán Bresenham



– Tính giá trị khởi tạo của p_0 tại điểm (x_0, y_0) thuộc đoạn thẳng

– Ta có, $y_0 = mx_0 + b$ nên $b = y_0 - mx_0 = y_0 - \frac{Dy}{Dx}x_0$

– Ta lại có, $p_0 = 2Dy \cdot x_0 - 2Dx \cdot y_0 + (2Dy + 2Dx \cdot b - Dx)$

– Thế b vào công thức trên, ta tìm được

$$p_0 = 2Dy - Dx$$

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

27

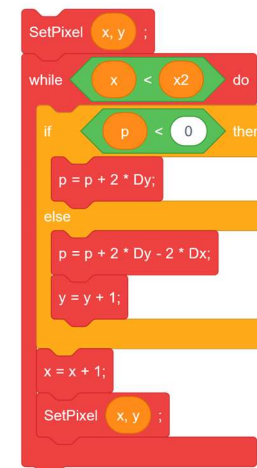
27

Thuật toán Bresenham

$x = x_1, y = y_1;$

$Dx = x_2 - x_1, Dy = y_2 - y_1;$

$p = 2 * Dy - Dx;$



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

28

28

Thuật toán Bresenham

– Ví dụ: Áp dụng thuật toán Bresenham vẽ đường thẳng từ điểm A(1, 1) đến điểm B(6, 5).

p	x	y
3	1	1
1	2	2
-1	3	3
7	4	3
5	5	4
3	6	5

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

29

29

Nhận xét

– Thuật toán tối ưu hơn DDA vì các thao tác thực hiện trên số nguyên và chỉ sử dụng 2 phép toán cộng và dịch bit (phép nhân với số 2)

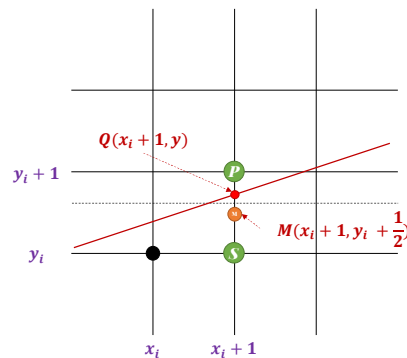
2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

30

30

Thuật toán Mid Point



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

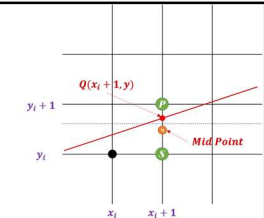
31

31

– Ý tưởng

- Điểm kế tiếp được chọn bằng cách so sánh điểm thực Q với trung điểm M của S và P .
- Xét trường hợp $Dx > 0, 0 < m < 1$
 - Nếu Q nằm dưới trung điểm chọn S .
 - Ngược lại, chọn P .

Thuật toán Mid Point



– Ta có, $y = mx + b = \frac{Dy}{Dx}x + b$.

– Nhân 2 vế phương trình với Dx

$$Dx \cdot y = Dy \cdot x + Dx \cdot b$$

$$\Leftrightarrow Dy \cdot x - Dx \cdot y + Dx \cdot b = 0$$

– Đặt $A = Dy, B = -Dx, C = Dx \cdot b$, ta được phương trình tổng quát của đường thẳng như sau:

$$Ax + By + C = 0$$

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

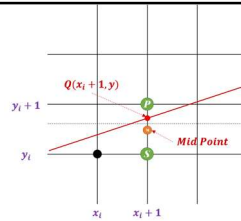
32

32

Thuật toán Mid Point

– Cho $f(x, y) = Ax + By + C$, ta nhận xét

$$f(x, y) = \begin{cases} < 0, (x, y), \text{nằm phía dưới đường thẳng} \\ = 0, (x, y), \text{thuộc về đường thẳng} \\ > 0, (x, y), \text{nằm phía trên đường thẳng} \end{cases}$$



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

33

33

Thuật toán Mid Point

– Đặt p_i là tham số quyết định chọn điểm tiếp theo:

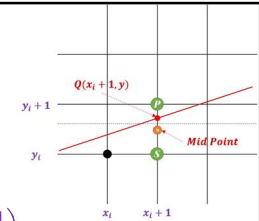
$$p_i = f\left(x_i + 1, y_i + \frac{1}{2}\right) = A(x_i + 1) + B\left(y_i + \frac{1}{2}\right) + C$$

– TH1: $p_i < 0$, chọn $S(x_i + 1, y_i)$ nên $y_{i+1} = y_i$

$$p_{i+1} = f\left(x_i + 2, y_i + \frac{1}{2}\right) = A(x_i + 2) + B\left(y_i + \frac{1}{2}\right) + C$$

Suy ra, $p_{i+1} - p_i = A$

$$p_{i+1} = p_i + Dy$$



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

34

34

Thuật toán Mid Point

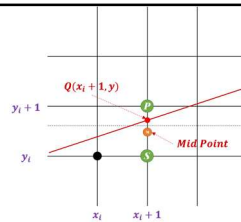
– TH2: $p_i \geq 0$, chọn $P(x_i + 1, y_i + 1)$

– Ta có $y_{i+1} = y_i + 1$

$$p_{i+1} = f\left(x_i + 2, y_i + \frac{1}{2}\right) = A(x_i + 2) + B\left(y_i + \frac{1}{2}\right) + C$$

– Suy ra, $p_{i+1} - p_i = A + B = Dy - Dx$

$$p_{i+1} = p_i + Dy - Dx$$



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

35

35

Thuật toán Mid Point

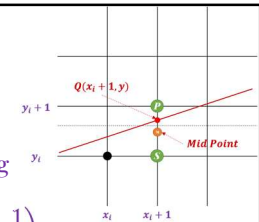
– Tính giá trị p_0 đối với điểm (x_0, y_0) thuộc đường thẳng

$$p_0 = f\left(x_0 + 1, y_0 + \frac{1}{2}\right) = A(x_0 + 1) + B\left(y_0 + \frac{1}{2}\right) + C$$

$$= (Ax_0 + By_0 + C) + \left(A + \frac{B}{2}\right)$$

$$= A + \frac{B}{2}$$

$$= Dy - \frac{Dx}{2}$$



2021

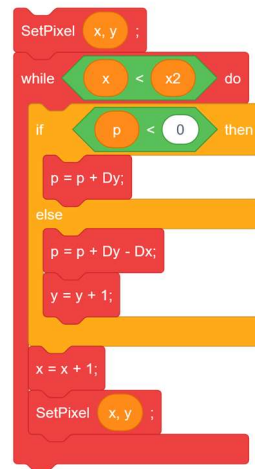
Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

36

36

Thuật toán Mid Point

```
x = x1, y = y1;
Dx = x2 - x1, Dy = y2 - y1;
p = Dy - Dx / 2;
```



2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

37

37

Bài tập

–Thiết kế thuật toán DDA, Bresenham, Mid Point vẽ đường thẳng cho các trường hợp còn lại.

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

38

38

Tài liệu tham khảo

1. Hoàng Kiếm, Dương Anh Đức, Vũ Hải Quân, Lê Đình Duy. *Giáo trình Đồ họa máy tính*. NXB ĐH Quốc gia TP Hồ Chí Minh, 2005.
2. Donald Hearn, M. Baker, Warren Carithers. *Computer Graphics with Open GL, 4th Edition*. Pearson, 2010.
3. Edward Angel, Dave Shreiner. *Interactive Computer Graphics A Top-Down Approach With Shader-Based OpenGL*, 6th Editionn. Pearson, 2011.

2021

Nguyễn Chí Hiếu | Kỹ thuật đồ họa

39

39