



TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
VIỆN ĐIỆN TỬ VIỄN THÔNG
BỘ MÔN KỸ THUẬT ĐIỆN TỬ HÀNG KHÔNG VŨ TRỤ
-----📖-----

LÝ THUYẾT MẬT MÃ - ET3310

CƠ SỞ TOÁN HỌC CỦA LÝ THUYẾT MẬT MÃ

Trình bày : Phạm Thương – ĐT10 K58
Email : thuonghust@gmail.com



11/9/2017

NỘI DUNG

- ❖ Số học các số nguyên
- ❖ Số học Modulo
- ❖ Đồng dư tuyến tính
- ❖ Ma trận

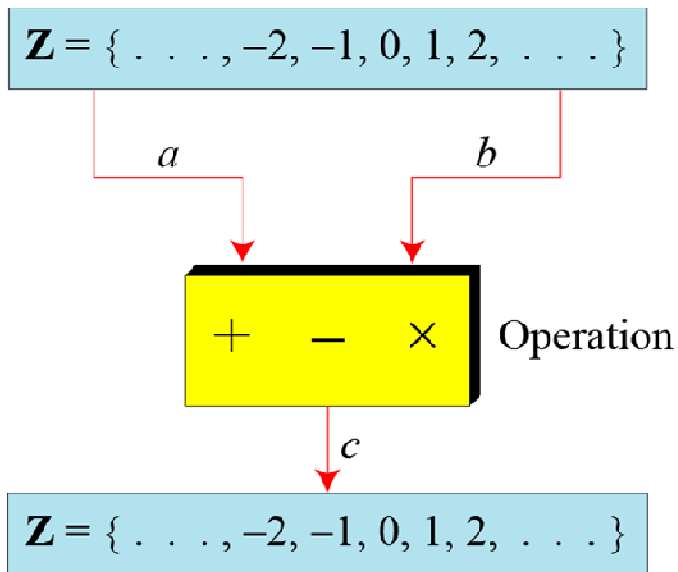
SỐ HỌC CÁC SỐ NGUYÊN

❖ Tập các số nguyên

- Tập hợp các số nguyên: $\mathbb{Z} = \{-\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, +\infty\}$
- Tập hợp các số nguyên không âm: $\mathbb{Z}^+ = \{0, 1, 2, \dots, +\infty\}$

SỐ HỌC CÁC SỐ NGUYÊN

❖ Binary operations



- Tập hợp \mathbf{Z} là đóng kín đối với các phép cộng, trừ và nhân, nhưng không đóng kín đối với phép chia.

- Ví dụ:

Add:	$5 + 9 = 14$	$(-5) + 9 = 4$	$5 + (-9) = -4$	$(-5) + (-9) = -14$
Subtract:	$5 - 9 = -4$	$(-5) - 9 = -14$	$5 - (-9) = 14$	$(-5) - (-9) = +4$
Multiply:	$5 \times 9 = 45$	$(-5) \times 9 = -45$	$5 \times (-9) = -45$	$(-5) \times (-9) = 45$

SỐ HỌC CÁC SỐ NGUYÊN

❖ Chia số nguyên

- Cho hai số nguyên bất kỳ a và n , $n > 1$

$$a = q * n + r$$

q là thương số

$$q = a \text{ div } n$$

r là số dư, $0 \leq r < n$

$$r = a \text{ mod } n$$

- Ví dụ

$$37 = 3 * 11 + 4$$

$$\begin{aligned} 37 \text{ div } 11 &= 3 \\ 37 \text{ mod } 11 &= 4 \end{aligned}$$

Cho $a = -1023$, $n = 13$.
Tìm $a \text{ div } n$, $a \text{ mod } n$?

$$\begin{aligned} (-1023) \text{ div } 13 &= -79 \\ (-1023) \text{ mod } 13 &= 4 \end{aligned}$$

SỐ HỌC CÁC SỐ NGUYÊN

❖ Phép chia hết

- Biểu thức: $a = q \cdot n + r$
- Nếu $r = 0$, suy ra a chia hết cho n , ký hiệu: $n|a$.
- Nếu $r \neq 0$, thì a không chia hết cho n , ký hiệu: $n \nmid a$.

- Ví dụ:
 - ✓ $4|44, 13|78, -6|24, 11|(-33)$.
 - ✓ $11 \nmid (-32), 13 \nmid 27, -6 \nmid 23, 4 \nmid 41$.

SỐ HỌC CÁC SỐ NGUYÊN

❖ Phép chia hết

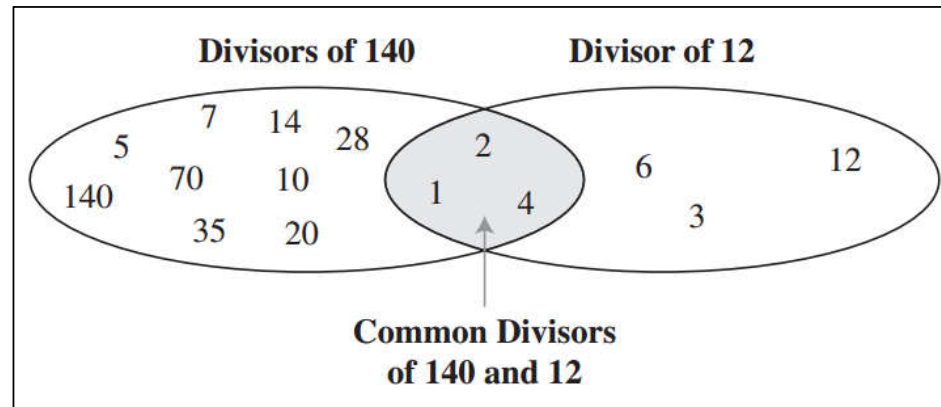
➤ Một số tính chất:

- Nếu $a|1$ thì $a = \pm 1$
- Nếu $a|b$ và $b|a$ thì $a = \pm b$
- Nếu $a|b$ và $b|c$ thì $a|c$
- Nếu $a|b$ và $a|c$ thì $a|(m \cdot b + n \cdot c)$ với m, n là hai số nguyên tùy ý.

SỐ HỌC CÁC SỐ NGUYÊN

❖ Ước số chung lớn nhất – Greatest Common Divisor (gcd)

- Tìm UCLN của 140 và 12? (Ký hiệu $\gcd(140,12)$)



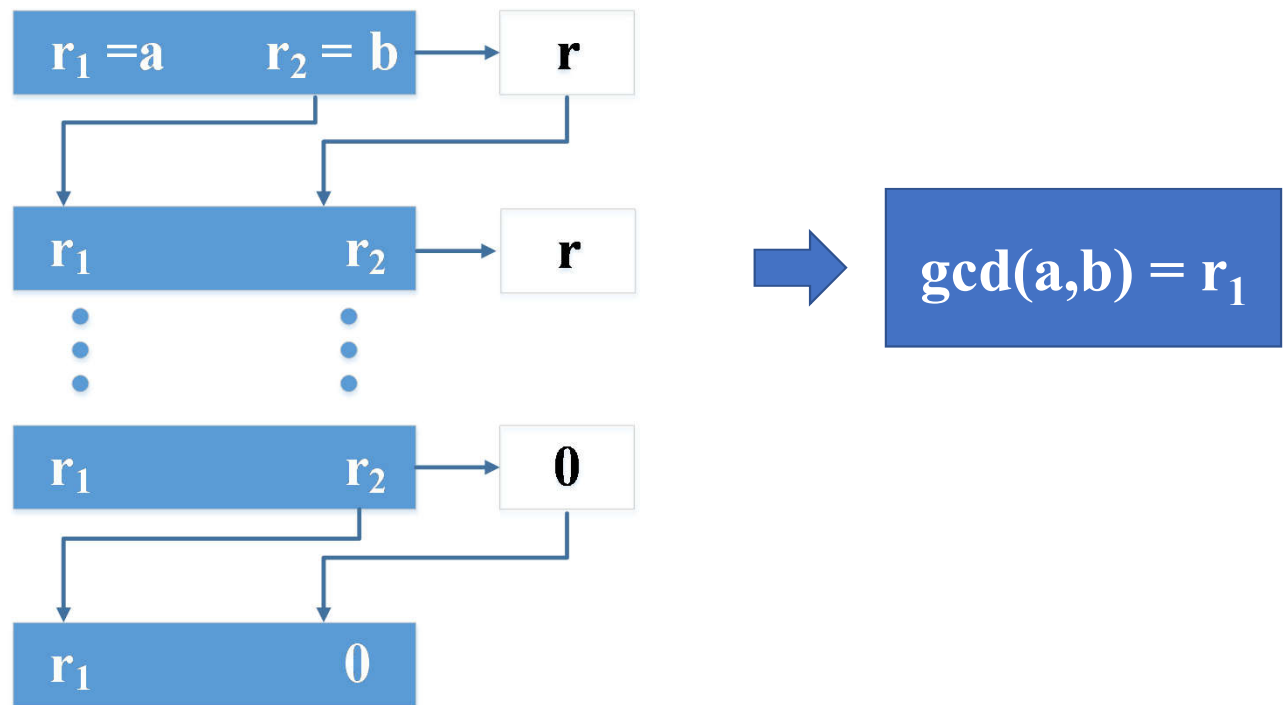
➔ $\gcd(140,12)=4$

Ký hiệu: $d = \gcd(a,b)$

SỐ HỌC CÁC SỐ NGUYÊN

❖ Thuật toán Euclidean

- Mục đích: tìm $\gcd(a,b)$



SỐ HỌC CÁC SỐ NGUYÊN

❖ Thuật toán Euclidean

$$\gcd(a, 0) = a$$

$$\gcd(a, b) = \gcd(b, r)$$

- Ví dụ: Tìm $\gcd(2740, 1760)$

q	r ₁	r ₂	r
1	2740	1760	980
1	1760	980	780
1	980	780	200
3	780	200	180
1	200	180	20
9	180	20	0
	20	0	



$$\gcd(2740, 1760) = 20$$

SỐ HỌC CÁC SỐ NGUYÊN

❖ Thuật toán Euclidean

- Thực hành với MATLAB
 - Viết chương trình tính UCLN của hai số nguyên: ucln.m

```
function y = ucln(a,b)
% Khoi tao
r1 = a;
r2 = b;
% Su dung vong lap while
while(r2>0)
    q = floor(r1/r2); % lam tron den so nguyen be gan nhat
    r = r1-q*r2; % Tinh so du
    r1=r2; % gan gia tri moi cho r1
    r2=r; % gan gia tri moi cho r2
end
% y la uoc chung lon nhat cua a va b
y=r1;
```

Command Window

```
>> y = ucln(140,12)

y =

    4
```

SỐ HỌC CÁC SỐ NGUYÊN

❖ Số nguyên tố

- Một số nguyên $a > 1$ được gọi là số nguyên tố, nếu a không có ước số nào ngoài 1 và chính a và được gọi là hợp số, nếu không phải là số nguyên tố.
- Hai số a và b được gọi là nguyên tố với nhau, nếu chúng không có ước số chung nào khác 1, tức là nếu $\gcd(a,b)=1$.
- Một số nguyên $n > 1$ bất kỳ đều có thể viết dưới dạng:

$$n = p_1^{\alpha_1} * p_2^{\alpha_2} * \dots * p_k^{\alpha_k}$$

Trong đó p_1, p_2, \dots, p_k là các số nguyên tố khác nhau, $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ là các số mũ nguyên dương.

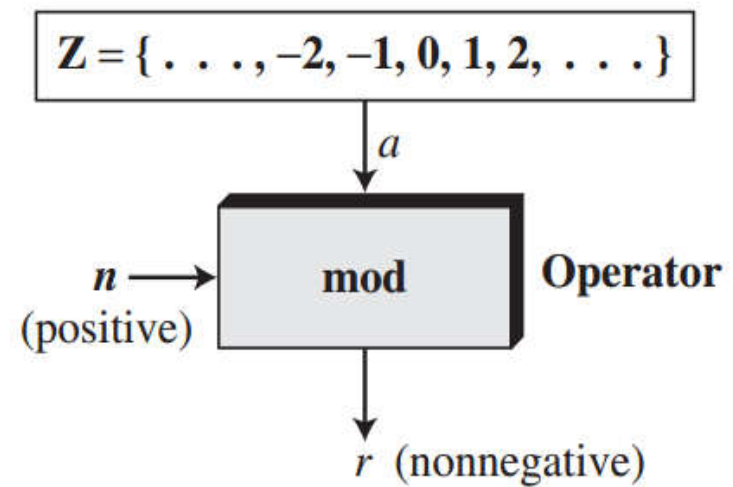
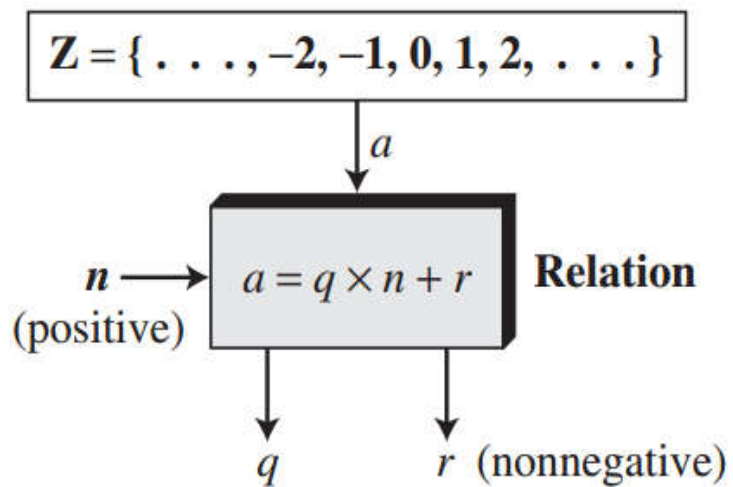
- Ví dụ: $1800 = 2^3 * 3^2 * 5^2$

NỘI DUNG

- ❖ Số học các số nguyên
- ❖ **Số học Modulo**
- ❖ Đồng dư tuyến tính
- ❖ Ma trận

SỐ HỌC MODULO

❖ Toán tử Mod



$$a \bmod n = r$$

SỐ HỌC MODULO

❖ Toán tử Mod

▪ Ví dụ:

- $27 \bmod 5 = 2$
- $70 \bmod 7 = 0$
- $-18 \bmod 14 = 10$
- $-7 \bmod 10 = 3$

SỐ HỌC MODULO

❖ Đồng dư - congruence

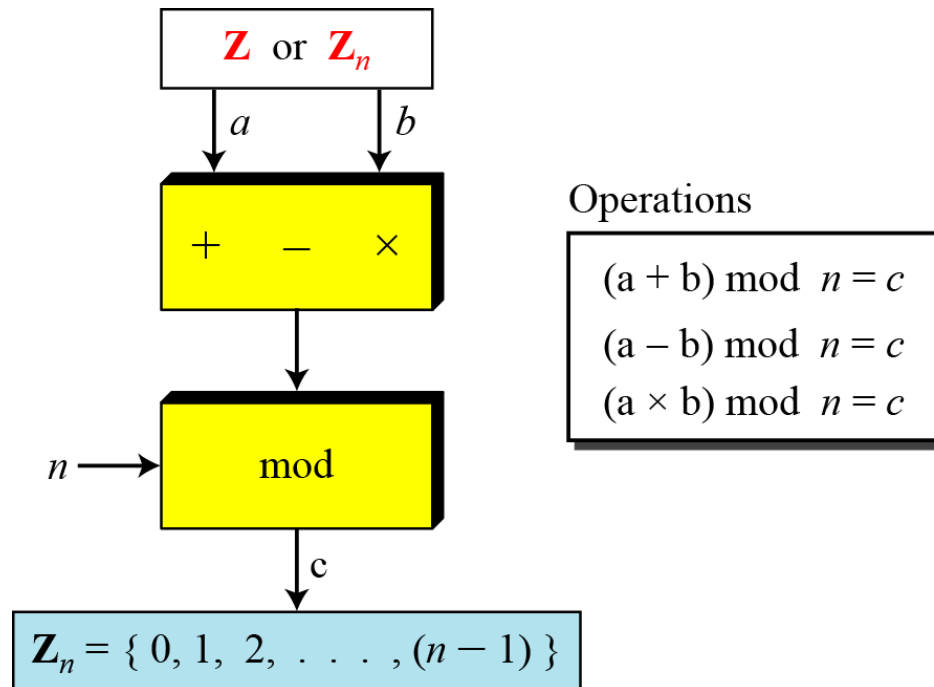
- Hai số nguyên a và b là đồng dư với nhau theo module n , và viết $a \equiv b \pmod{n}$, nếu $n|(a-b)$.
- Mỗi lớp tương đương được đại diện bởi một số duy nhất trong tập hợp: $Z_n = \{0, 1, 2, 3, \dots, n-1\}$ là số dư chung khi chia các số trong lớp đó cho n .
- Ví dụ: với $Z_{25} = \{0, 1, 2, \dots, 24\}$,

$$15+14=29=4 \pmod{25}$$



SỐ HỌC MODULO

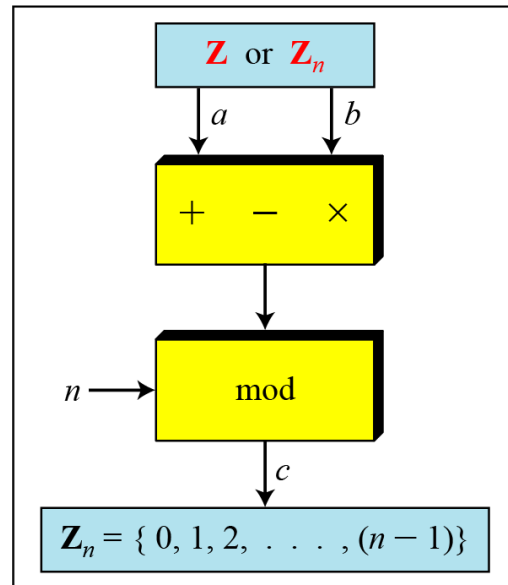
❑ Toán tử trong \mathbb{Z}_n



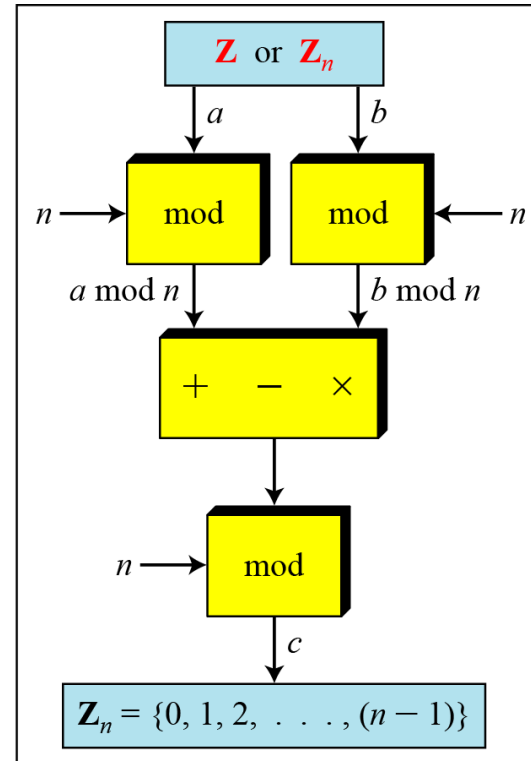
SỐ HỌC MODULO

❑ Toán tử trong \mathbb{Z}_n

❖ Các tính chất



a. Original process



b. Applying properties

SỐ HỌC MODULO

□ Toán tử trong Z_n

❖ Các tính chất

$$1. (a+b) \bmod n = [(a \bmod n) + (b \bmod n)] \bmod n$$

$$2. (a-b) \bmod n = [(a \bmod n) - (b \bmod n)] \bmod n$$

$$3. (a*b) \bmod n = [(a \bmod n) * (b \bmod n)] \bmod n$$

$$\begin{aligned} \text{Ví dụ: } (241*72) \bmod 23 &= ((241 \bmod 23) * (72 \bmod 23)) \bmod 23 \\ &= (11 * 3) \bmod 23 \\ &= 33 \bmod 23 = 10 \end{aligned}$$

SỐ HỌC MODULO

❑ Nghịch đảo - Inverses

❖ Nghịch đảo cộng – Additive Inverses

Trong Z_n , a và b gọi là nghịch đảo cộng của nhau nếu:

$$a+b \equiv 0 \pmod{n}$$

- Trong số học modulo, mỗi một số nguyên có một nghịch đảo cộng.
- Tổng hai số nguyên là đảo cộng của nhau thì đồng dư với 0 trong modulo n
- Ví dụ: 11 là nghịch đảo cộng của 9 trong Z_{20} vì $(11+9)=20 \equiv 0 \pmod{20}$
- Trong tập Z_{10} có bao nhiêu cặp nghịch đảo cộng?

SỐ HỌC MODULO

❖ Nghịch đảo

➤ Nghịch đảo nhân – Multiply Inverses

- Cho $a \in \mathbb{Z}_n$. Một số nguyên $x \in \mathbb{Z}_n$ được gọi là nghịch đảo của a theo mod n , nếu :

$$a * x \equiv 1 \pmod{n}$$

- Nếu có số x như vậy thì ta nói a là khả nghịch, và ký hiệu x là $a^{-1} \pmod{n}$
- Số nguyên $a \in \mathbb{Z}_n$ là khả nghịch khi và chỉ khi $\gcd(n, a) = 1$

$$\text{vì } 22 \cdot 8 = 176 \equiv 1 \pmod{25}$$

SỐ HỌC MODULO

❖ Nghịch đảo

➤ Nghịch đảo nhân – Multiply Inverses

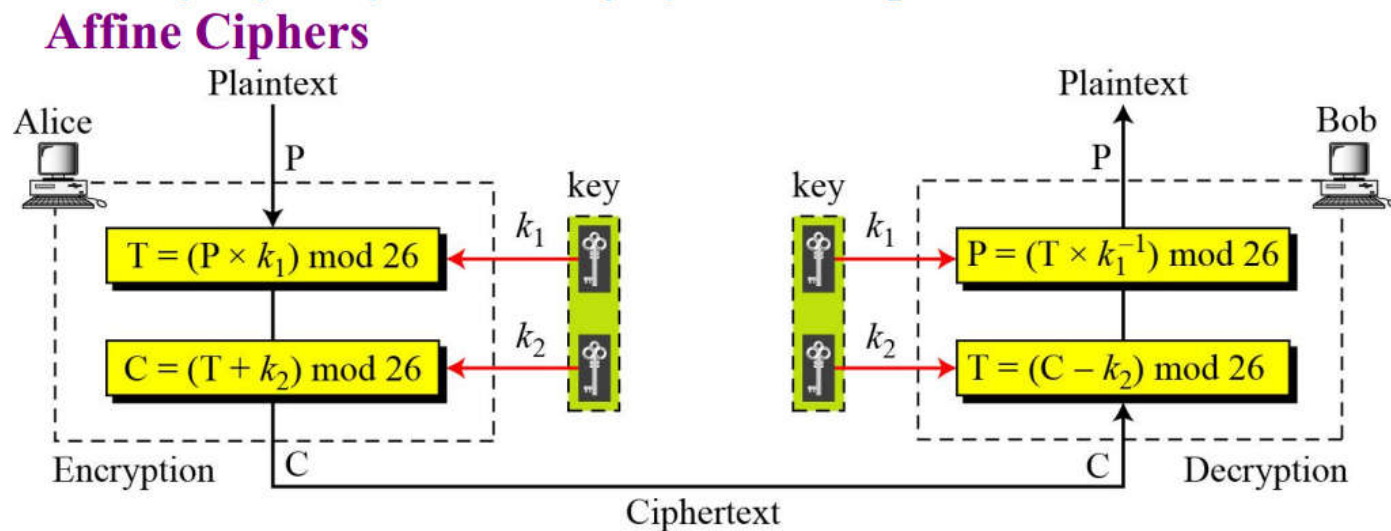
- Ví dụ: Tìm tất cả các cặp là nghịch đảo nhân của nhau trong Z_{11} .

Có 7 cặp: (1,1), (2,6), (3,4), (5,9), (7,8), (9,9), (10,10)

SỐ HỌC MODULO

❖ Nghịch đảo

➤ Nghịch đảo nhân – Multiply Inverses



$$C = (P \times k_1 + k_2) \bmod 26$$

$$P = ((C - k_2) \times k_1^{-1}) \bmod 26$$

where k_1^{-1} is the multiplicative inverse of k_1 and $-k_2$ is the additive inverse of k_2

SỐ HỌC MODULO

❖ Nghịch đảo

➤ Nghịch đảo nhân – Multiply Inverses

- Có cặp **?** là nghịch đảo nhân của nhau trong Z_{26} .

Có cặp 7 cặp:

$\{(1,1), (3,9), (5,21), (7,15), (11,19), (17,23), (25,25)\}$.

SỐ HỌC MODULO

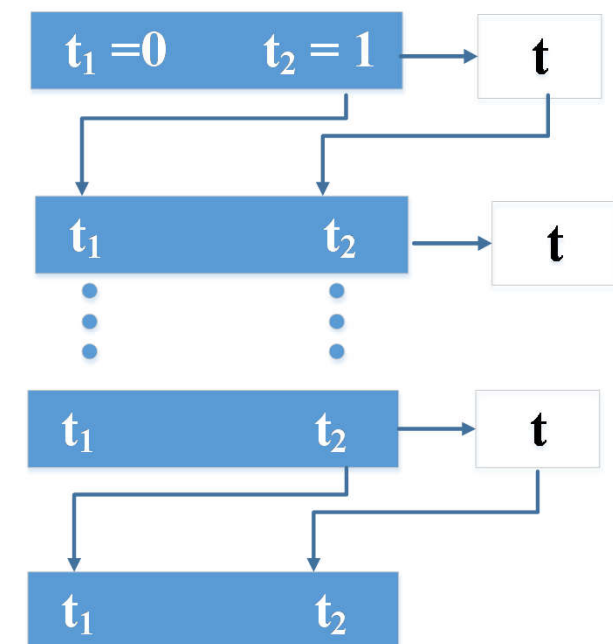
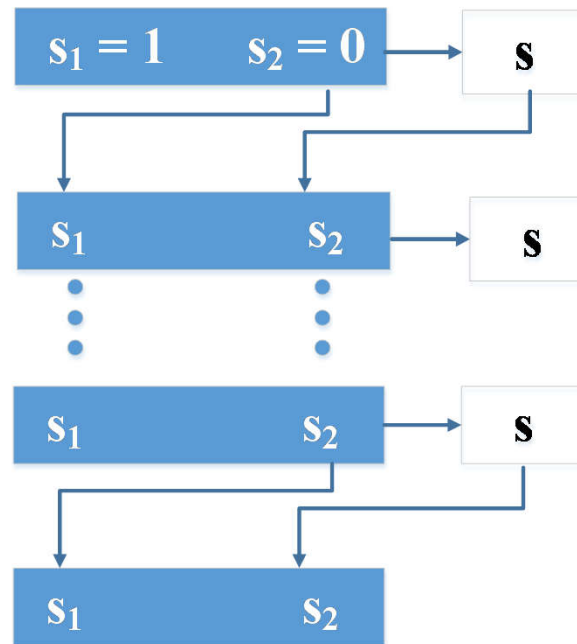
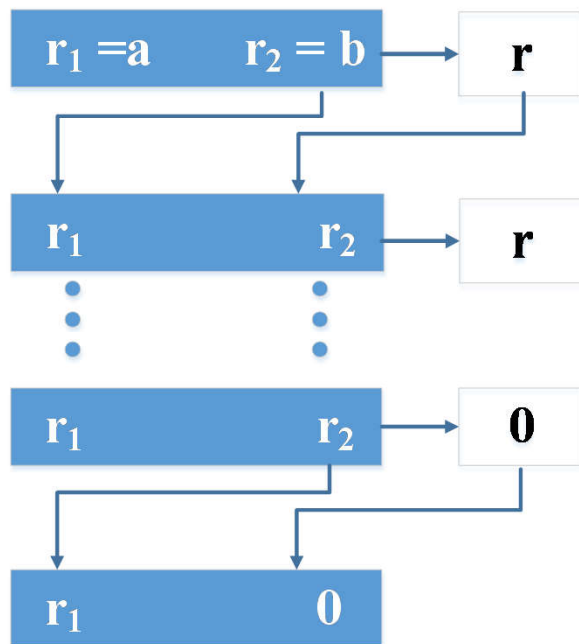
❖ Thuật toán Euclidean mở rộng

- Tính chất: Cho 2 số nguyên a và b , ta luôn tìm được 2 số nguyên s và t sao cho : $s \times a + t \times b = \gcd(a,b)$.
- Thuật toán Euclidean có thể tính đồng thời $\gcd(a,b)$ và giá trị s và t .

SỐ HỌC MODULO

❖ Thuật toán Euclidean mở rộng

$$\begin{aligned} r &= r_1 - q * r_2 \\ s &= s_1 - q * s_2 \\ t &= t_1 - q * t_2 \end{aligned}$$



$\gcd(a, b) = r_1$

$s = s_1$

$t = t_1$

SỐ HỌC MODULO

❖ Thuật toán Euclidean mở rộng

- Ví dụ: Tìm gcd, s, t với $(a,b) = (26,11)$

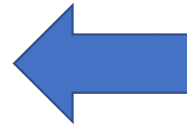
```
Command Window
>> [d,s,t] = extendedEuclidean(26,11)

d =
    1

s =
    3

t =
   -7
```

MATLAB



```
extendedEuclidean.m
1 function [d,s,t] = extendedEuclidean(a,b)
2
3 % Khoi tao cac gia tri
4 r1 = a; r2 = b;
5
6 s1 = 1; s2 = 0;
7
8 t1=0; t2=1;
9 % While loop to calculate r, s, t
10 while (r2>0)
11     q = floor(r1/r2);
12
13     r=r1-q*r2; r1=r2; r2=r;
14
15     s = s1-q*s2; s1=s2; s2=s;
16
17     t = t1-q*t2; t1=t2; t2=t;
18     if (r1==1)
19         break
20     end
21 end
22 d = r1; t = t1; s = s1;
23 end
```

SỐ HỌC MODULO

❖ Thuật toán Euclidean mở rộng

▪ Ví dụ: Cho: $a=161$, $b=28$.

Tìm $\gcd(a,b)$ và giá trị s và t ?

$$\begin{aligned} r &= r_1 - q * r_2 \\ s &= s_1 - q * s_2 \\ t &= t_1 - q * t_2 \end{aligned}$$

q	r_1	r_2	r	s_1	s_2	s	t_1	t_2	t
5	161	28	21	1	0	1	0	1	-5
1	28	21	7	0	1	-1	1	-5	6
3	21	7	0	1	-1	4	-5	6	-23
	7	0		-1	4		6	-23	

$$\gcd(161,28) = 7, \quad t = t_1 = 6, \quad s = s_1 = -1.$$

$$161*(-1) + 28*6 = \gcd(161,28) = 7$$



SỐ HỌC MODULO

❖ Thuật toán Euclidean mở rộng

- Áp dụng thuật toán Euclidean để tìm nghịch đảo nhân của $b \in \mathbb{Z}_n$
- Nếu b khả nghịch, $\gcd(b, n) = 1$, nên ta luôn tìm được s và t sao cho:

$$\boxed{s \cdot n + t \cdot b} = 1 \quad (*)$$

$$(s \cdot n + t \cdot b) \bmod n = 1 \bmod n$$

$$[(s \cdot n) \bmod n] + [(t \cdot b) \bmod n] = 1 \bmod n$$

$$0 + [(t \cdot b) \bmod n] = 1 \bmod n$$

$$(t \cdot b) \bmod n = 1$$

$$\Rightarrow t = b^{-1}$$

➤ Như vậy, nghịch đảo nhân của $b \in \mathbb{Z}_n$ thỏa mãn (*) là t .

SỐ HỌC MODULO

❖ Thuật toán Euclidean mở rộng

- Áp dụng thuật toán Euclidean để tìm nghịch đảo nhân của $b \in \mathbb{Z}_n$

```
 $r_1 = n; \quad r_2 = b;$   
 $t_1 = 0; \quad t_2 = 1;$   
while ( $r_2 > 0$ )  
{  
   $q = r_1 / r_2;$   
   $r = r_1 - q * r_2;$   
   $r_1 = r_2; \quad r_2 = r;$   
   $t = t_1 - q * t_2;$   
   $t_1 = t_2; \quad t_2 = t;$   
}  
if ( $r_1 = 1$ ) then  $b^{-1} = t_1$ 
```

SỐ HỌC MODULO

- Tập $\mathbf{Z}_n = \{0, 1, 2, \dots, n - 1\}$ thường được gọi là tập các thặng dư đầy đủ theo mod n .
- Tập các thặng dư thu gọn theo $mod\ n$ được định nghĩa là tập

$$\mathbf{Z}_n^* = \{a \in \mathbf{Z}_n : \gcd(a, n) = 1\}$$

$$\mathbf{Z}_6 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\mathbf{Z}_6^* = \{1, 5\}$$

$$\mathbf{Z}_7 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\mathbf{Z}_7^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\mathbf{Z}_{10} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\mathbf{Z}_{10}^* = \{1, 3, 7, 9\}$$

NỘI DUNG

- ❖ Số học các số nguyên
- ❖ Số học Modulo
- ❖ Đồng dư tuyến tính
- ❖ Ma trận

ĐỒNG DƯ TUYẾN TÍNH

- Phương trình đồng dư tuyến tính: là phương trình có dạng

$$ax \equiv b \pmod{n}$$

trong đó a, b, n là các số nguyên, $n > 0$, x là ẩn số

- Cách giải

- Tính $\gcd(a, n) = d$, nếu $d \nmid b$ thì phương trình vô nghiệm, nếu $d \mid b$ thì phương trình có d nghiệm. Các bước tìm nghiệm:

1. Chia cả hai vế cho d
2. Nhân cả hai vế với nghịch đảo của a/d , ta được nghiệm x_0
3. Các nghiệm còn lại $x = x_0 + k(n/d)$ với $k=0, 1, \dots, (d-1)$

ĐỒNG DƯ TUYẾN TÍNH

- Ví dụ: Tìm x trong phương trình đồng dư tuyến tính $3x \equiv 4 \pmod{5}$

✓ Lời giải:

- Ta có: $\gcd(3,5) = 1$, có $1|4$.
- Suy ra phương trình đã cho có 1 nghiệm.

$$\text{Ta có: } 3x \equiv 4 \pmod{5} \Leftrightarrow x \equiv (4 \cdot 3^{-1}) \pmod{5}$$

- Lập bảng tìm nghịch đảo nhân của 3 trên modulo 5, sử dụng Euclidean mở rộng (tự lập bảng) $\Rightarrow 3^{-1} \pmod{5} = 2$

$$\Rightarrow x \equiv (4 \cdot 3^{-1}) \pmod{5} \Leftrightarrow x \equiv (4 \cdot 2) \pmod{5} \Leftrightarrow x \equiv 8 \pmod{5} \Leftrightarrow x = 3$$

- Vậy phương trình đã cho có nghiệm: $x = 3$.



NỘI DUNG

- ❖ Số học các số nguyên
- ❖ Số học Modulo
- ❖ Đồng dư tuyến tính
- ❖ Ma trận

MA TRẬN

❖ Định nghĩa

- Ma trận kích thước **$m \times n$** bao gồm: **$m \times n$** phần tử, **m** hàng và **n** cột
- Phần tử **a_{ij}** thuộc hàng **i** , cột **j**

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & \vdots \\ & \vdots & a_{ij} & \ddots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n}$$

MA TRẬN

❖ Một số phép toán về ma trận

- Cộng hai ma trận
- Nhân (vô hướng) một số với ma trận với
- Phép nhân hai ma trận
- Ma trận chuyển vị

MA TRẬN

❖ Định thức

- Định thức của ma trận vuông A , kích thước $m \times m$ (kí hiệu là **det(A)**) là một số được tính theo:

1. Nếu $m = 1$, $\det(A) = a_{11}$

2. Nếu $m > 1$, $\det(A) = \sum_{i=1 \dots m} (-1)^{i+j} \times a_{ij} \times \det(A_{ij})$

Trong đó A_{ij} là ma trận A bỏ đi hàng i , cột j

- **Ma trận nghịch đảo nhân:** Ma trận vuông B được gọi là nghịch đảo của ma trận vuông A khi và chỉ khi: $A \times B = I$

MA TRẬN

❖ Ma trận thặng dư (Residue Matrices)

- Mật mã hóa thường sử dụng ma trận thặng dư: ma trận có các phần tử thuộc Z_n .
- Mọi phép toán trên ma trận thặng dư thì tương tự như trên ma trận số nguyên ngoại trừ việc các toán tử được thực trên trong số học modulo.
- Ma trận thặng dư vuông **tồn tại nghịch đảo nhân** khi và chỉ khi:
$$\gcd(\det(A), n) = 1.$$

MA TRẬN

- Ví dụ về nghịch đảo nhân ma trận thặng dư

Ma trận A thuộc Z_{26}

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 7 & 2 \\ 6 & 3 & 9 & 17 \\ 13 & 5 & 4 & 16 \end{bmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = 21$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 15 & 21 & 0 & 15 \\ 23 & 9 & 0 & 22 \\ 15 & 16 & 18 & 3 \\ 24 & 7 & 15 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}^{-1}) = 5$$

Bài 1. Cho một ma trận vuông A , tìm nghịch đảo A^{-1} trong module n .

❖ Ma trận: $A = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$ trên module $n = 17$.

- Tìm $\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 3$

$$\gcd(\det(A), n) = \gcd(3, 17) = 1.$$

Suy ra ma trận A tồn tại nghịch đảo trên module 17.

- $A^{-1} = (\det(A))^{-1} * B^T \pmod{17}$. Với B^T là ma trận phụ đại số đã được chuyển vị.

- ✓ Tính toán $(\det(A))^{-1}$: Tìm nghịch đảo nhân của $\det(A)=3$ trên module 17, sử dụng thuật toán Euclidean mở rộng. $(\det(A))^{-1} \pmod{17} = 3^{-1} \pmod{17} = 6$.

- ✓ Tính ma trận phụ đại số đã được chuyển vị B^T (tự tính), $B^T = \begin{pmatrix} 7 & -9 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

Bài 1. Cho một ma trận vuông A , tìm nghịch đảo A^{-1} trong module n .

- Vậy: $A^{-1} = 6 * \begin{pmatrix} 7 & -9 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \pmod{17} = \begin{pmatrix} 42 & -54 \\ -12 & 18 \end{pmatrix} \pmod{17} = \begin{pmatrix} 8 & 14 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$
- Check again: $A * A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 8 & 14 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 69 & 51 \\ 51 & 35 \end{pmatrix} \pmod{17} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{I}$

Bài 2. Problem with Hill cipher.

❖ **Encryption:** Plaintext **P** = “BACHKHOA”, Key: $K = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$.

Encryption by Hill cipher, được bản mật ciphertext $C = (P * K) \bmod 26$.

- Kiểm tra khóa K thỏa mãn điều kiện tồn tại nghịch đảo nhân: $\gcd(\det(K), 26) = 1$.
- Plaintext: “BA CH KH OA” viết dưới dạng ma trận như sau:

$$\text{Plaintext} = \begin{bmatrix} B & A \\ C & H \\ K & H \\ O & A \end{bmatrix} \Rightarrow P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 7 \\ 10 & 7 \\ 14 & 0 \end{bmatrix}$$

- ✓ Lưu ý: ta có thể **chèn thêm ký tự “Z” vào bản rõ** khi chiều dài bản rõ khác số nguyên lần số hàng/cột của khóa.

Bài 2. Bài toán với Hill cipher

- Encrypt: $C = (P * K) \bmod 26 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 7 \\ 10 & 7 \\ 14 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \bmod 26$

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 20 & 67 \\ 44 & 139 \\ 42 & 126 \end{bmatrix} \bmod 26 = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 20 & 15 \\ 18 & 9 \\ 16 & 22 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{Ciphertext} = \begin{bmatrix} D & J \\ U & P \\ S & J \\ Q & W \end{bmatrix}$$

- Vậy bản mật được mật mã hóa là: ***“DJUPSJQW”***

Bài 2. Bài toán với Hill cipher

❖ **Decryption:** Ciphertext $C = \text{"DJUPSJQW"}$, Key: $K = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$. Giải mật mã hóa bằng Hill cipher, thu được bản rõ plaintext $P = (C * K^{-1}) \bmod 26$.

- Kiểm tra khóa K thỏa mãn tồn tại nghịch đảo nhân: $\gcd(\det(K), 26) = 1$, tính K^{-1}
- Ciphertext: "DJ UP SJ QW" viết dưới dạng ma trận như sau:

$$\text{Ciphertext} = \begin{bmatrix} D & J \\ U & P \\ S & J \\ Q & W \end{bmatrix} \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 20 & 15 \\ 18 & 9 \\ 16 & 22 \end{bmatrix}$$

Bài 2. Bài toán với Hill cipher

- Decrypt: $P = (C * K^{-1}) \bmod 26 = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 20 & 15 \\ 18 & 9 \\ 16 & 22 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 11 & 23 \\ 8 & 1 \end{bmatrix} \bmod 26$

$$C = \begin{bmatrix} 105 & 78 \\ 340 & 475 \\ 270 & 423 \\ 352 & 390 \end{bmatrix} \bmod 26 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 7 \\ 10 & 7 \\ 14 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow Plaintext = \begin{bmatrix} B & A \\ C & H \\ K & H \\ O & A \end{bmatrix}$$

- Vậy bản rõ được giải mật mã hóa là: ***“BACHKHOA”***

BÀI TẬP VỀ NHÀ THEO NHÓM



❖ NỘI DUNG: Bài tập của hai tập tài liệu:

Classical_CryptoSystem và *Mathematics of Cryptography*.

❖ HÌNH THỨC LÀM BÀI: báo cáo Word.

❖ HÌNH THỨC NỘP BÀI: Thông qua thư mục dropbox của nhóm trưởng.

❖ DEADLINE: Trước 23h59', ngày 10/3/2017.

Thank you for
attending!

