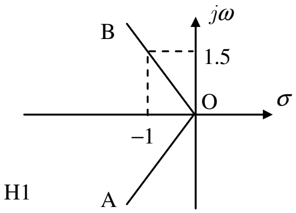
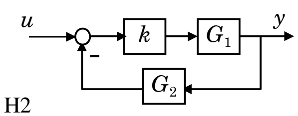
TRƯỜNG ĐHBK HÀ NỘI VIỆN ĐIỆN Bộ môn ĐKTĐ	ĐỀ THI CHO LỚP KSTN-ĐKTĐ-K61 Lý thuyết điều khiển tuyến tính Ngày 16.6.2018. Thời gian làm bài: 90 phút Được sử dụng tài liệu	Chữ ký của giảng viên phụ trách học phần *N.Đ.Phuoc*

Bài 1: Cho đường gấp khúc AOB trong mặt phẳng phức $s=\sigma+j\omega$ như ở hình H1.



H1



H2

a) Xác định phương trình $s^{/}=\sigma^{/}+j\omega^{/}$ của đường AOB.

b) Xét hệ kín ở hình H2. Biết rằng $G_1(s),\ G_2(s)$ là hai khâu hợp thức chặt không có điểm cực nằm trên AOB, trong đó G_1 có m điểm cực nằm bên phải đường AOB và $G_2(s)$ là một khâu quán tính. Ký hiệu $G(s)=G_1(s)G_2(s)$ và $G(s^{/})$ là ảnh của nó khi s chạy trên AOB. Chứng minh rằng tất cả các điểm cực của hệ kín ở hình H2 sẽ nằm bên trái đường AOB khi và chỉ khi đồ thị $G(s^{/})$ bao điểm $-1/k+j0$ m lần theo chiều ngược kim đồng hồ.

Bài 2: Xét đối tượng tuyến tính hai vào, hai ra, mô tả bởi:

$$\frac{d\underline{x}}{dt}=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&1&2\\1&1&1\end{pmatrix}\underline{x}+\begin{pmatrix}1&0\\0&1\\1&0\end{pmatrix}\underline{u} \text{ trong đó } \underline{x}=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix} \text{ và } \underline{u}=\begin{pmatrix}u_1\\u_2\end{pmatrix}$$

$$\underline{y}=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}\underline{x} \text{ với } \underline{y}=\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}$$

a) Hãy xác định tính ổn định, điều khiển được và quan sát được của hệ.

b) Hãy xác định bộ điều khiển phản hồi trạng thái R làm đối tượng ổn định với các điểm cực cho trước là $s_1=s_2=s_3=-1$ và bộ quan sát trạng thái ứng với các điểm cực cho trước $s_1^{/}=s_2^{/}=s_3^{/}=-2$. Có bao nhiêu bộ điều khiển và quan sát như vậy, tại sao?

c) Xác định tính điều khiển được hoàn toàn và quan sát được hoàn toàn của hệ phản hồi đầu ra theo nguyên lý tách gồm đối tượng đã cho, bộ điều khiển phản hồi trạng thái và bộ quan sát trạng thái thu được ở câu b)

Đáp án:

1a: (0.5 điểm) Ở đường AOB có $\sigma^{/}=-1.5\left|\omega^{/}\right|$ nên nó mô tả được bởi phương trình:

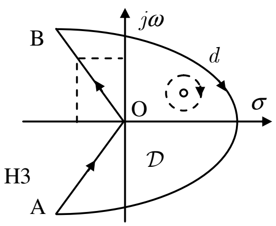
$$s^{/}=-1.5\left|\omega^{/}\right|+j\omega^{/} \text{ với } -\infty\le\omega^{/}\le\infty .$$

1b: (3.5 điểm)

Xét đường cong d khép kín gồm đường AOB và phần đường tròn có bán kính vô cùng lớn nối điểm B với điểm A theo chiều kim đồng hồ như mô tả ở hình H3. Đường cong này là biên của miền $\mathcal{D}$ chứa m điểm cực của $G(s)$ nằm bên phải AOB. Theo giả thiết đã cho thì $G(s)$ là hàm hợp thức chặt, nên có $G(s)\to 0$ khi $s\to\infty$. Như vậy ảnh $G(s)$ khi s chạy trên d , ký hiệu là $G(d)$ cũng chính là $G(s^{/})$, tức là ảnh của $G(s)$ khi s chỉ chạy trên AOB.

Hệ kín có hàm truyền:

$$G_{kin}(s)=\frac{kG_1(s)}{1+kG(s)}=\frac{1}{G_2(s)}\cdot\frac{kG(s)}{1+kG(s)}=\frac{1}{G_2(s)}\cdot\frac{kG(s)}{F(s)}$$



H3

trong đó:

$$F(s)=1+kG(s)=1+k\frac{B(s)}{A(s)}=\frac{A(s)+kB(s)}{A(s)}$$

và $B(s),\ A(s)$ lần lượt là đa thức tử số và mẫu số của hàm hợp thức chặt $G(s)=G_1(s)G_2(s)$. Như vậy thì hàm truyền hệ kín bây giờ sẽ là:

$$G_{kin}(s)=\frac{1}{G_2(s)}\cdot\frac{kB(s)}{A(s)+kB(s)} .$$

Tiếp theo, ta sử dụng ký hiệu $\Delta arcF(d)$ chỉ sự thay đổi góc pha của $F(s)$ khi s chạy dọc theo d . Khi đó sẽ có đẳng thức sau:

$$\Delta arcF(d)=\Delta arc\big[A(d)+kB(d)\big]-\Delta arcA(d) .$$

Nhưng vì $G_2(s)$ là khâu quán tính nên tất cả các điểm cực nằm bên phải đường AOB của hệ kín đều phải là nghiệm nằm bên phải đường AOB của $A(s)+kB(s)=0$. Điều này nói rằng cần và đủ để tất cả điểm cực hệ kín nằm bên trái đường AOB, tức là không nằm trong $\mathcal{D}$, là:

$$\Delta arc\big[A(d)+kB(d)\big]=0 .$$

Vậy cần và đủ để tất cả điểm cực hệ kín nằm bên trái đường AOB là (vì góc quay ứng với mỗi điểm cực hệ kín nằm trong miền $\mathcal{D}$ là -2π , xem hình H3):

$$\Delta arcF(d)=-\Delta arcA(d)=2\pi m .$$

Điều này tương đương với việc đồ thị của $F(d)=1+kG(d)$ và cũng là của $F(s^{/})=1+kG(s^{/})$, bao gốc tọa độ một góc $2\pi m$, tức là đồ thị đường $kG(s^{/})$ bao điểm $-1+j0$ m lần theo chiều dương, hay $G(s^{/})$ phải bao điểm $-1/k+j0$ m lần theo chiều ngược kim đồng hồ.

2a: (1.5 điểm) Sử dụng các ký hiệu:

$$A=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&1&2\\1&1&1\end{pmatrix},\ B=\left(\underline{b}_1\ ,\ \underline{b}_2\right),\ C=\begin{pmatrix}\underline{c}_1^T\\\underline{c}_2^T\end{pmatrix} \text{ với } \underline{b}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\ \underline{b}_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\ \underline{c}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\ \underline{c}_2=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

ta có đa thức đặc tính của hệ:

$$\det(sI-A)=s^3-4s^2+3s+2 .$$

Bởi vậy hệ là không ổn định vì đa thức đặc tính của nó không là Hurwitz. Ngoài ra, vì có:

$$rank\left(B\ ,\ AB\ ,\ A^2B\right)=rank\begin{pmatrix}1&0&2&0&4&0\\0&1&2&1&6&3\\1&0&2&1&6&2\end{pmatrix}=3$$

và

$$rank\begin{pmatrix}C\\CA\\CA^2\end{pmatrix}=rank\begin{pmatrix}1&0&1\\0&0&1\\3&1&1\\1&1&1\\7&2&3\\3&2&3\end{pmatrix}=3$$

nên hệ là điều khiển được và quan sát được.

2b: (3.5 điểm) Trước tiên ta thấy

$$rank\left(\underline{b}_1\ ,\ A\underline{b}_1\ ,\ A^2\underline{b}_1\right)=rank\begin{pmatrix}0&2&4\\0&2&6\\1&2&6\end{pmatrix}=3$$

nên hệ điều khiển được chỉ với một đầu vào u_1. Khi đó bộ điều khiển phản hồi trạng thái R tương ứng với đầu vào này sẽ có cấu trúc:

$$R=\begin{pmatrix}r_1&r_2&r_3\\0&0&0\end{pmatrix}$$

Áp dụng Ackermann để gán điểm cực $s_1=s_2=s_3=-1$ cho hệ một đầu vào:

$$\dot{\underline{x}}=A\underline{x}+\underline{b}_1u_1$$

ta được:

$\left(r_1\ ,\ r_2\ ,\ r_3\right)=\left(-3\ ,\ 7\ ,\ 10\right)$. Suy ra $R=\begin{pmatrix}-3&7&10\\0&0&0\end{pmatrix}$.

Tiếp theo, từ nhận xét rằng:

$$rank\begin{pmatrix}\underline{c}_2^T\\\underline{c}_2^TA\\\underline{c}_2^TA^2\end{pmatrix}=rank\begin{pmatrix}0&0&1\\1&1&1\\3&2&3\end{pmatrix}=3$$

ta thấy hệ là quan sát được chỉ với một đầu ra thứ hai. Do đó khi sử dụng bộ quan sát Luenberger:

$$\dot{\widehat{\underline{x}}}=A\widehat{\underline{x}}+B\underline{u}+L\left(\underline{y}-C\widehat{\underline{x}}\right)$$

sẽ tồn tại một bộ quan sát ứng với đầu ra thứ hai:

$$L=\begin{pmatrix}0&l_1\\0&l_2\\0&l_3\end{pmatrix}.$$

Sử dụng Ackermann lần nữa cho hệ đối ngẫu với một đầu ra thứ hai này:

$$\dot{\underline{x}}=A^T\underline{x}+\underline{c}_2y_2$$

và bộ điểm cực $s_1^l=s_2^l=s_3^l=-2$ ta thu được kết quả sau:

$\left(l_1\ ,\ l_2\ ,\ l_3\right)=\left(64\ ,\ -25\ ,\ 10\right)$.

Vậy hệ có bộ quan sát Luenberger với:

$$L=\begin{pmatrix}0&l_1\\0&l_2\\0&l_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&64\\0&-25\\0&10\end{pmatrix}.$$

Ngoài ra, do các phương trình cân bằng hai vế để xác định R và L:

$$\det\left(sI-(A-BR)\right)=(s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)=(s+1)^3,\ \forall s$$

$$\det\left(sI-(A-LC)\right)=(s-s_1^l)(s-s_2^l)(s-s_3^l)=(s+2)^3,\ \forall s$$

sẽ gồm 6 phương trình (mỗi phương trình cân bằng trên tương ứng với 3 phương trình cân bằng các hệ số của hai đa thức ở hai vế) cho 12 ẩn số lần lượt là các phần tử của R và L nên chúng có vô số nghiệm (số phương trình độc lập ít hơn số ẩn số). Vậy hệ sẽ có vô số bộ điều khiển R và bộ quan sát L ứng với những điểm cực đã cho.

2c: (1 điểm) Hệ không điều khiển được hoàn toàn vì không điều khiển đến được điểm trạng thái trong không gian trạng thái của hệ kín:

$\begin{pmatrix}\underline{x}\\\widehat{\underline{x}}\end{pmatrix}$ có $\underline{x}\neq\widehat{\underline{x}}$.

Hệ cũng không quan sát được hoàn toàn vì chỉ có được $\widehat{\underline{x}}\to\underline{x}$ sau khoảng thời gian vô hạn.