



BỘ MÔN VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG

**GV: HUỲNH THỊ THANH TUYỀN
ĐƠN VỊ: TỔ CƠ BẢN**

1.3



Chuyển động quay của vật rắn

CẤU TRÚC

1.3.1. Khối tâm và chuyển động của khối tâm

1.3.2. Chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay của vật rắn

1.3.3. Phương trình cơ bản chuyển động quay của vật rắn (quanh một trục cố định)

1.3.4. Mômen quán tính

a. Hệ chất
điểm – Vật
rắn

d. ĐL bảo toàn
động lượng của
hệ chất điểm và
ĐLBTĐL theo
phương

1.3.1 **KHỐI TÂM**

b. Định nghĩa
khối tâm, Vận
tốc của khối tâm

c. Phương trình
chuyển động của
khối tâm

1.3.1. KHỐI TÂM

a. Hệ chất điểm – Vật rắn

- *Lực tương tác giữa các vật trong một cơ hệ được gọi là nội lực, lực tương tác giữa một vật trong một cơ hệ với các vật khác ngoài cơ hệ được gọi là ngoại lực.*
- *Hệ chỉ gồm các vật tương tác với nhau được gọi là hệ cô lập (hệ kín). Bất kỳ vật nào trong hệ cô lập cũng không tương tác với một vật ở ngoài hệ.*
- *Vật rắn là một hệ chất điểm đặc biệt, trong đó khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ của vật luôn luôn giữ không đổi trong quá trình chuyển động.*

b. Định nghĩa khối tâm, vận tốc khối tâm

- * Khối tâm
 - Trong trường hợp tổng quát
“Khối tâm của một hệ chất điểm $M_1, M_2, M_3 \dots M_n$ lần lượt có khối lượng $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ là một điểm G xác định bởi đẳng thức”

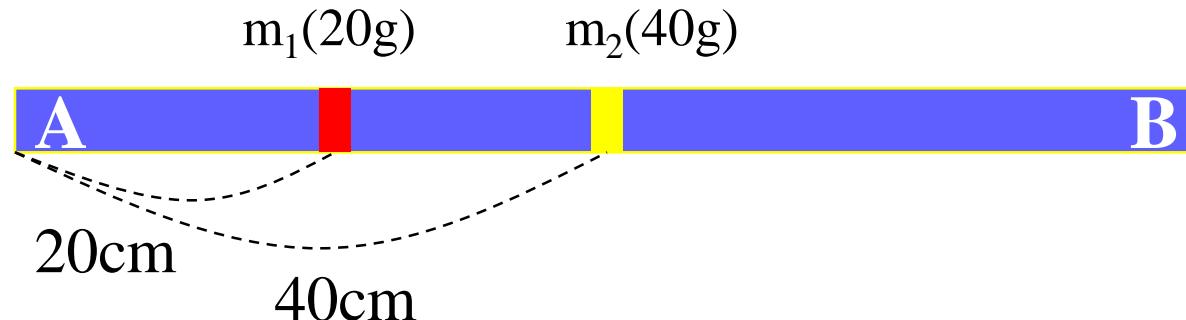
$$m_1 \overrightarrow{M_1 G} + m_2 \overrightarrow{M_2 G} + \dots + m_n \overrightarrow{M_n G} = 0$$

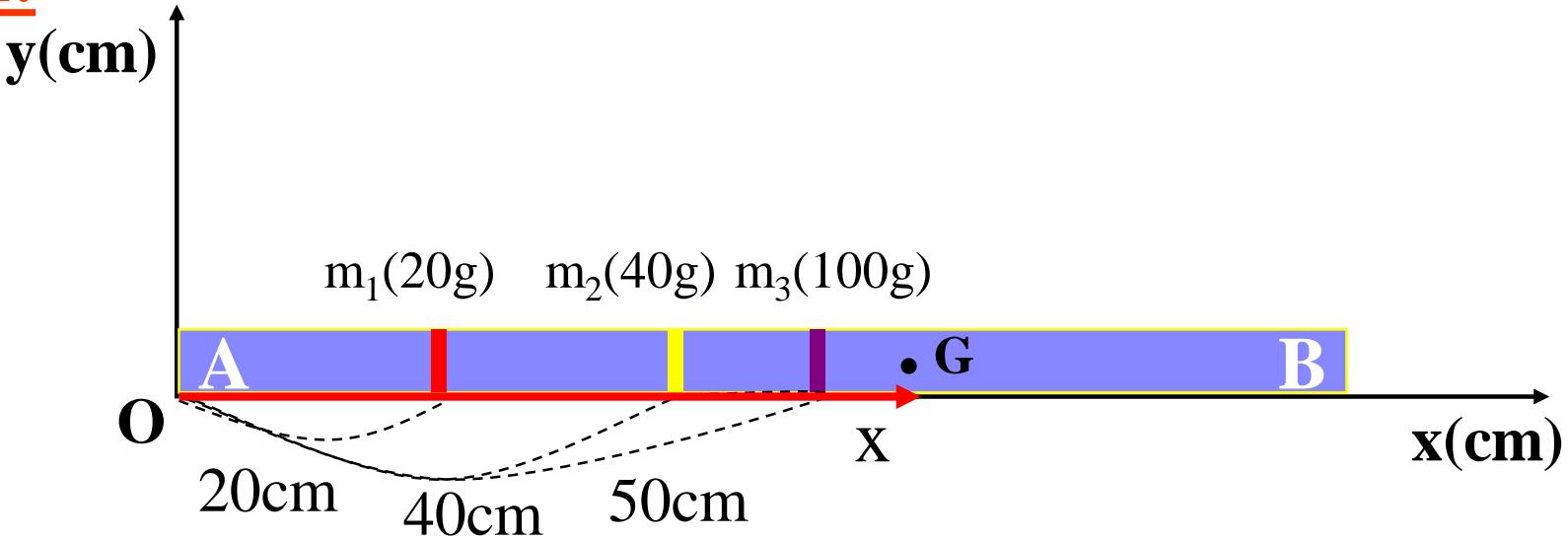
Hay:

$$\sum_{i=1}^n m_i \cdot \overrightarrow{M_i G} = 0$$

Ví dụ

Một thanh AB đồng chất, thiết diện đều, dài 1m và có khối lượng 100g. Người ta gắn vào thanh hai khối lượng: $m_1 = 20\text{g}$ cách A 20cm và $m_2 = 40\text{g}$ cách A 40cm. Tìm vị trí khối tâm của hệ.



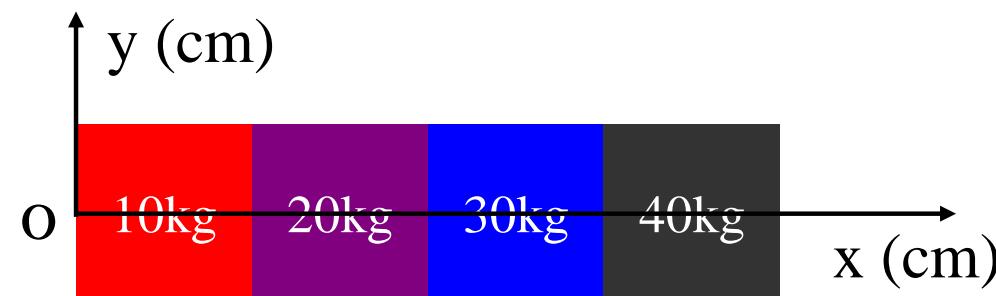


$$\sum_{i=1}^3 m_i \cdot M_i G = m_1(x - 20) + m_2(x - 40) + m_3(x - 50) = 0$$

$$x = 43,75 \text{ (cm)}$$

Ví dụ

Cho bốn hình vuông đồng chất, thiết diện đều, cạnh dài 20cm được sắp xếp như hình vẽ và có khối lượng lần lượt là 10kg, 20kg, 30kg, 40kg. Vị trí khối tâm của hệ so với O là.



a) $x = 35$ (cm)

b) $x = 50$ (cm)

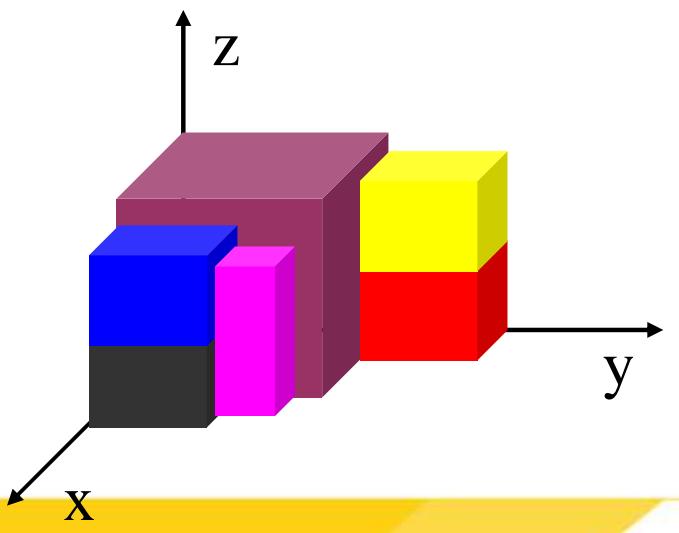
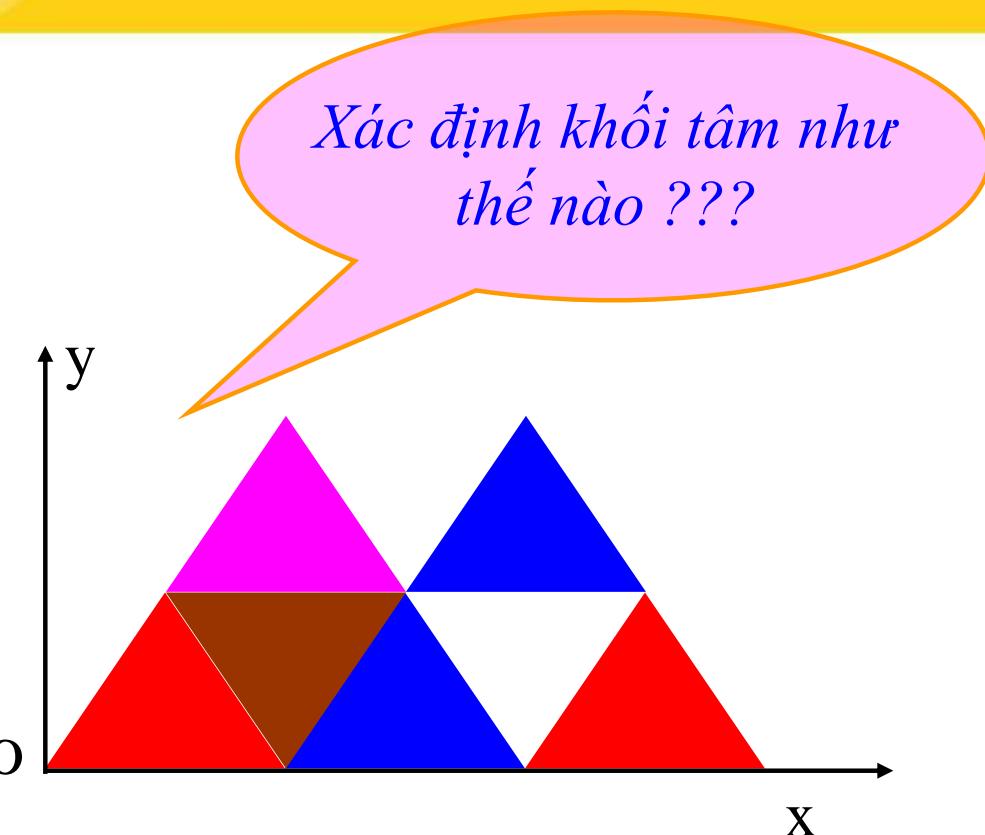
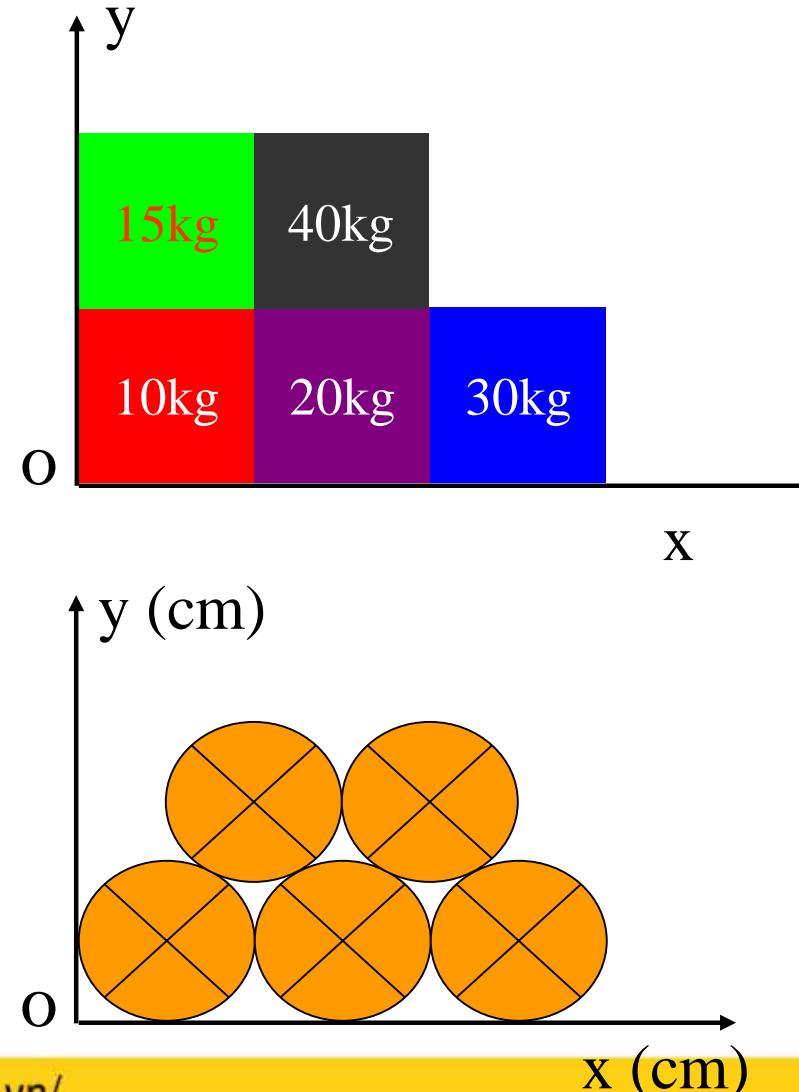
c) $x = 55$ (cm)

d) $x = 40$ (cm)

Rất tiếc!!!
Bạn làm sai rồi

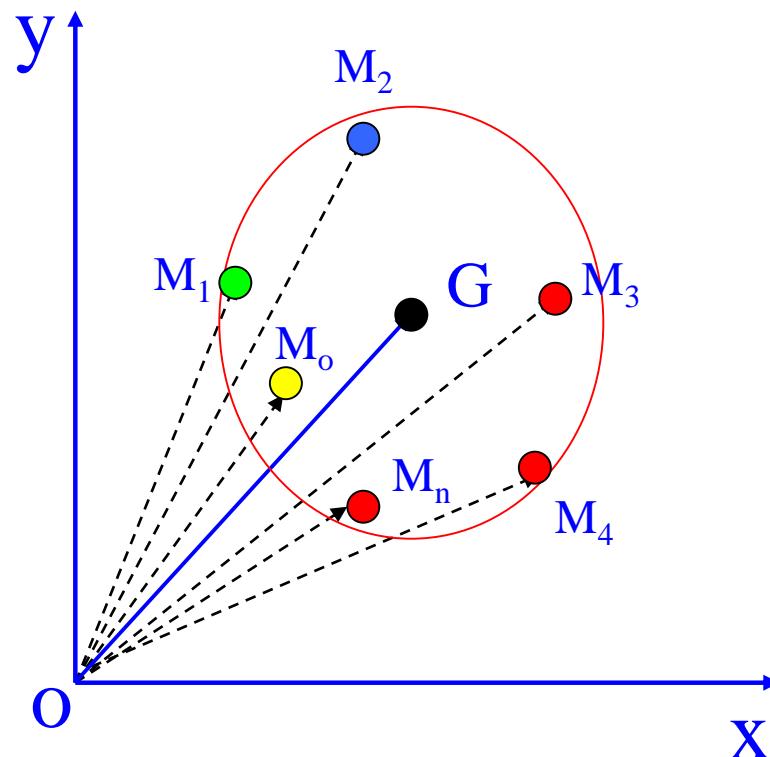
Rất tiếc!!!
Bạn làm sai rồi

Rất tiếc!!!
Bạn làm sai rồi



Xác định khối tâm như thế nào ???

- *Toạ độ của khối tâm G đối với một góc toạ độ O nào đó*



$$\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \overrightarrow{OM}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

- *Toạ độ của khối tâm G đối với một gốc toạ độ O nào đó*

Đặt $\overrightarrow{OG} = \vec{R}(X, Y, Z)$,

$$\overrightarrow{OM_i} = \vec{r}_i(x_i, y_i, z_i)$$

$$\vec{R} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

- *Nếu chiếu lên ba trục tọa độ*

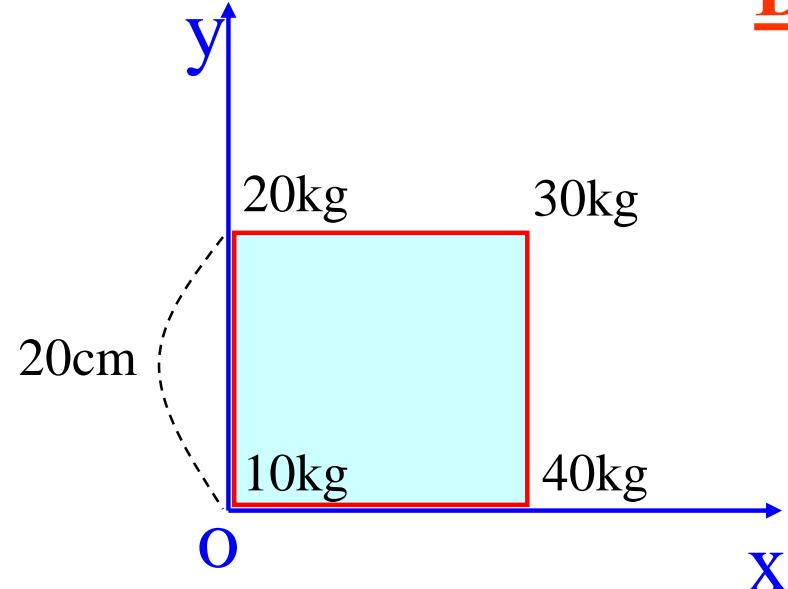
$$X = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

$$Y = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Ví dụ

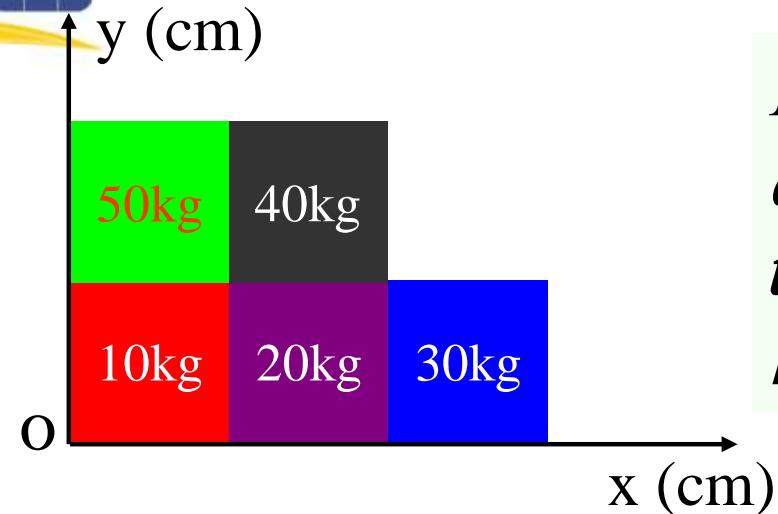
Xác định khối tâm của hệ gồm 4 khối lượng 10g, 20g, 30g, 40g đặt tại 4 đỉnh của một hình vuông cạnh 20cm.



Đáp án:

$$x_G = \frac{40.20 + 30.20}{100} = 14(cm)$$

$$y_G = \frac{20.20 + 30.20}{100} = 10(cm)$$



Năm hình vuông đồng chất, thiết diện đều cạnh 10cm được sắp xếp theo hình vẽ. Tọa độ khối tâm của hệ là.

a) $x = 13 \text{ (cm)}, y = 11 \text{ (cm)}$

Chúc mừng, bạn làm đúng rồi

b) $x = 11 \text{ (cm)}, y = 13 \text{ (cm)}$

Rất tiếc, bạn làm sai
rồi

c) $x = 13 \text{ (cm)}, y = 10 \text{ (cm)}$

Rất tiếc, bạn làm sai
rồi

d) $x = 15 \text{ (cm)}, y = 11 \text{ (cm)}$

Rất tiếc, bạn làm sai
rồi

* Vận tốc của khối tâm

$$\vec{V} = \frac{\overrightarrow{dR}}{dt} = \frac{\sum_i m_i \frac{\overrightarrow{dr}_i}{dt}}{\sum_i m_i}$$

Hay:

$$\vec{V} = \frac{\sum_i m_i \overrightarrow{v}_i}{\sum_i m_i}$$

$\sum_i m_i \overrightarrow{v}_i = \sum_i \overrightarrow{P}_i$: tổng động lượng của hệ, do đó vận tốc khối tâm

$$\vec{V} = \frac{\overrightarrow{P}}{\sum_i m_i} \Rightarrow \overrightarrow{P} = (\sum_i m_i) \vec{V}$$

$$\vec{V} = \frac{\vec{P}}{\sum_i m_i} \Rightarrow \vec{P} = (\sum_i m_i) \vec{V}$$

Vậy: “*Tổng động lượng của hệ bằng động lượng của một chất điểm đặt tại khối tâm của hệ, có khối lượng bằng tổng khối lượng của hệ và có vận tốc bằng vận tốc khối tâm của hệ.*”



* Phương trình chuyển động của khối tâm

$$\left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

“Khối tâm của một hệ chuyển động như một chất điểm chuyển động có khối lượng bằng tổng khối lượng của hệ và chịu tác dụng của một lực bằng tổng ngoại lực tác dụng lên hệ.”



d. **ĐL bảo toàn động lượng của hệ chất điểm và ĐLBTTĐL theo phương**

- . Thiết lập
- . Bảo toàn động lượng theo phương
- . Ứng dụng



* Thiết lập

+ Đối với hệ chất điểm chuyển động, ta có định lý về động lượng.

$$\frac{d}{dt} (m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m \vec{v}_n) = \vec{F}$$

+ Nếu hệ đang xét là cô lập, nghĩa là $\vec{F} = 0$, thì:

$$\frac{d}{dt} (m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n) = 0$$

$$(m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n) = Const$$

* Phát biểu: “*Tổng động lượng của một hệ cô lập là một đại lượng bảo toàn.*”

Vậy: Đối với hệ chất điểm cô lập

$$\vec{V} = Const$$

“*Khối tâm của một hệ cô lập hoặc đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.*”



* Bảo toàn động lượng theo phương

- Trường hợp

$$\frac{d}{dt} (m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n) = \vec{F} (\vec{F} \neq 0)$$

nhưng hình chiếu của lực lên một phương x nào đó luôn bằng không thì nếu chiếu phương trình vectơ lên phương x ta được

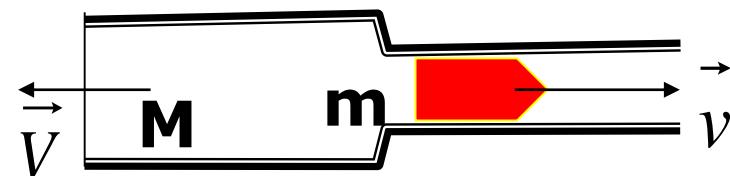
$$(m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + \dots + m_n v_{nx}) = Const$$

“Khi đó hình chiếu của tổng động lượng của hệ lên phương x là một đại lượng bảo toàn.”

* Ứng dụng

+ Giải thích hiện tượng súng giật lùi

- Giả sử có một khẩu súng khối lượng M đặt trên giá nằm ngang, trong nòng súng có một viên đạn khối lượng m . Nếu không có ma sát thì tổng ngoại lực tác dụng lên hệ (súng + Đạn) sẽ triệt tiêu, do đó tổng động lượng của hệ bảo toàn.



- Trước khi bắn, tổng động lượng của hệ bằng không
- Động lượng của hệ sau khi bắn là

$$m \cdot \vec{v} + M \cdot \vec{V}$$

- Vì động lượng của hệ bảo toàn nên, động lượng của hệ sau khi bắn bằng động lượng của hệ trước khi bắn

$$m \cdot \vec{v} + M \cdot \vec{V} = 0$$

$$\vec{V} = - \frac{\vec{m.v}}{M}$$

Dấu (-) chứng tỏ vận tốc của súng ngược chiều với vận tốc viên đạn. ta thấy rằng, về giá trị V tỉ lệ thuận với m và tỉ lệ nghịch với M



Ví dụ

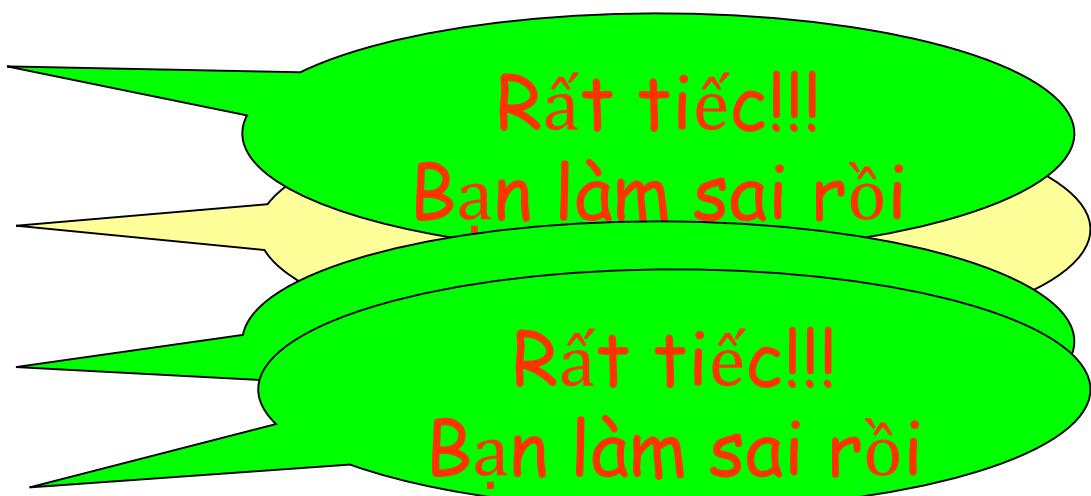
Một người có khối lượng 60kg chạy với vận tốc 8km/h bắt kịp một chiếc xe có khối lượng 80kg chuyển động với vận tốc 2,9km/h và nhảy lên xe.

Tìm:

- Vận tốc của xe sau khi người đó nhảy lên.
- Vận tốc của xe nếu ông ta chạy ngược hướng với xe.

Một người có khối lượng 45kg đứng yên trên xe có khối lượng 100kg đang chuyển động với vận tốc 42km/h. Vận tốc của xe bằng bao nhiêu nếu người đó rời khỏi xe ngược với hướng chuyển động và chạy với vận tốc 3km/h.

- a) $v = 59,55$ (km/h)
- b) $v = 62,25$ (km/h)
- c) $v = 60,90$ (km/h)
- d) Một kết quả khác





+ Chuyển động phản lực

$$\int_0^v d\vec{v} = \left| \vec{u} \right| \int_M^{M_0} \frac{dM}{M}; \quad v \equiv \left| \vec{v} \right| = \left| \vec{u} \right| \ln \frac{M_0}{M}$$

Vậy: Muốn cho vận tốc tên lửa lớn thì vận tốc phut khí (đối với tên lửa) $\left| \vec{u} \right|$ phải lớn và tỉ số M_0/M cũng phải lớn.

1.3.2. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

a. Chuyển động tịnh tiến

b. Chuyển động quay

c. Định lí momen động lượng của hệ chất điểm

1.3.2. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

a. Chuyển động tịnh tiến

* Phương trình chuyển động tịnh tiến của vật rắn.

$$\left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

→

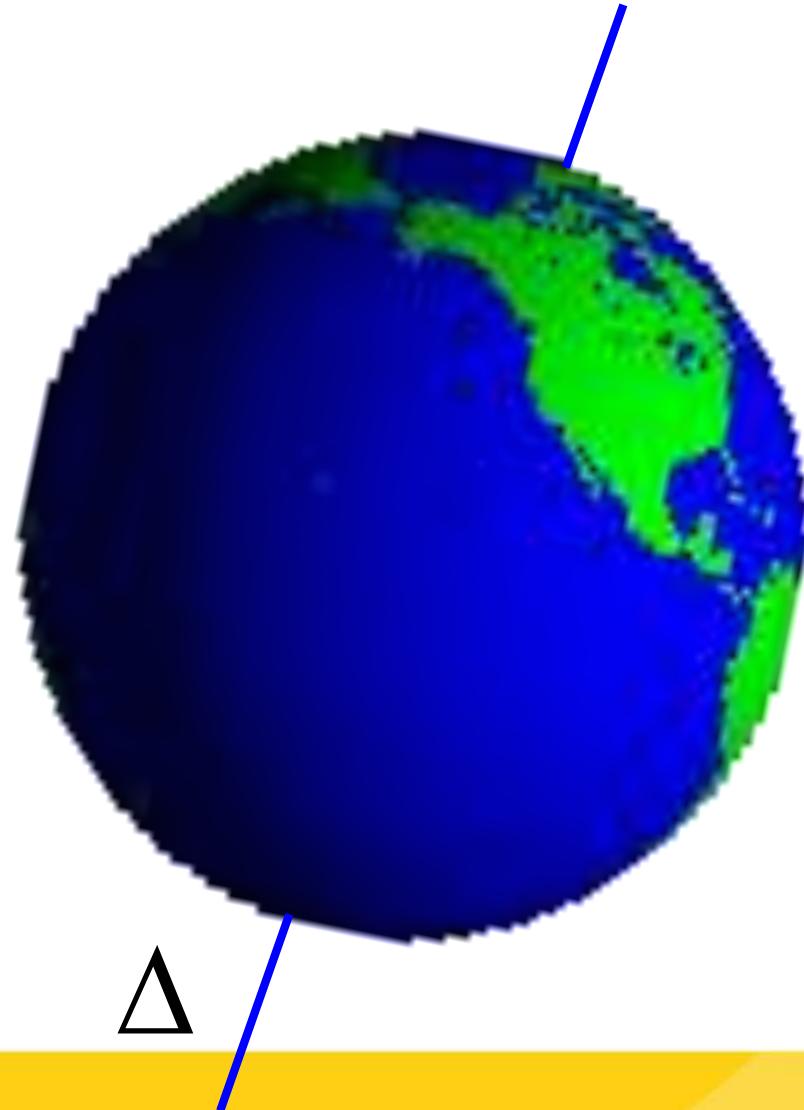
\vec{a} : *gia tốc khối tâm*

→

\vec{F}_i : *ngoại lực tác dụng lên các chất điểm, các ngoại lực này song song và cùng chiều.*

1.3.2. CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

b. Chuyển động quay

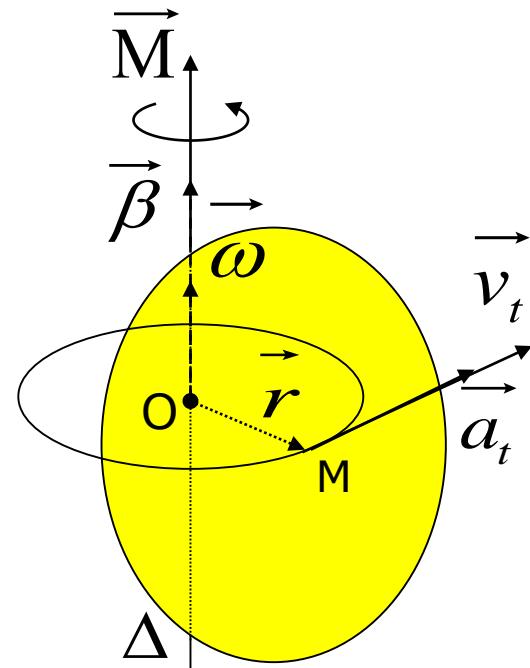




b. Chuyển động quay

- * Mọi điểm của vật rắn vạch ra những vòng tròn có cùng trục Δ (những vòng tròn mà mặt phẳng vuông góc với Δ và có tâm nằm trên Δ)
- * Trong cùng một khoảng thời gian, mọi điểm của vật rắn đều quay được cùng một góc θ
- * Tại cùng một thời điểm, mọi chất điểm của vật rắn đều có cùng vận tốc góc và cùng gia tốc góc

* Tại một thời điểm, vectơ vận tốc thẳng và vectơ gia tốc tiếp tuyến của một chất điểm bất kỳ của vật rắn cách trực quay một khoảng r được xác định bởi những hệ thức



$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}$$

$$\vec{a}_t = \vec{\beta} \wedge \vec{r}$$



c. CÁC ĐỊNH LÝ VỀ MOMEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA MỘT HỆ CHẤT ĐIỂM

- * **Momen động lượng của một hệ**
- * **Định lý về momen động lượng của một hệ**

* Momen động lượng của một hệ

* *Momen động lượng của hệ chất điểm đối với O
được xác định bởi*

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n \overrightarrow{OM}_i \wedge m_i \vec{v}_i$$

$$\vec{L} = \sum \vec{r}_i \wedge \vec{m}_i \vec{v}_i$$

* Định lý về momen động lượng của một hệ

* Đối với chất điểm (m_i, \vec{r}_i) của hệ, khi áp dụng định lý về momen động lượng ta được.

$$\frac{d\vec{l}_i}{dt} = \vec{\text{M}}_0 (\vec{F}_i)$$

$\vec{\text{M}}_0 (\vec{F}_i)$: là momen đối với gốc O của lực tác dụng lên m_i



* Đối với hệ:

$$\sum_{i=1}^n \frac{d \vec{L}_i}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{M}/_0 (\vec{F}_i)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{d \vec{L}_i}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \frac{d}{dt} \vec{L}$$

đạo hàm theo thời gian của tổng momen động lượng của hệ

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}/_0 (\vec{F}_i) = \vec{M}$$

là tổng momen đối với O của các ngoại lực tác dụng lên hệ

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\mathbf{M}}$$

Định lý: “*Đạo hàm theo thời gian của momen động lượng của một hệ bằng tổng momen các ngoại lực tác dụng lên hệ (đối với một điểm gốc O cố định bất kì)*”

1.3.3. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA VẬT RẮN QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

a. Momen lực

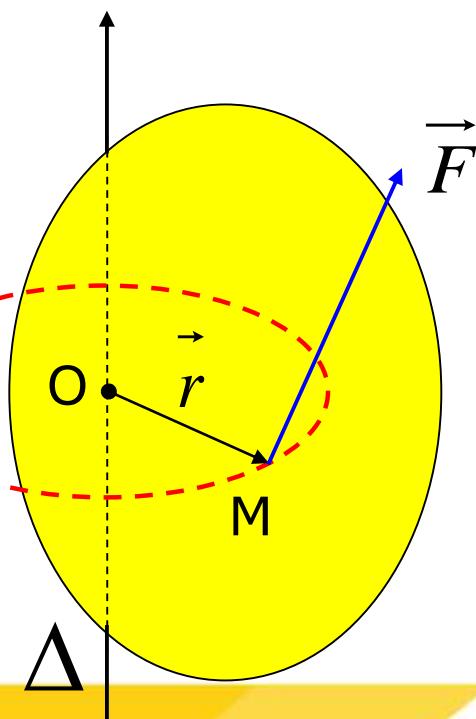
b. Thiết lập phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn



a. Momen lực

- Giả thiết có một lực \vec{F} tác dụng lên vật rắn quay xung quanh một trục Δ , đặt tại điểm M .

*Momen lực đối
với trục xác
định như thế
nào???*

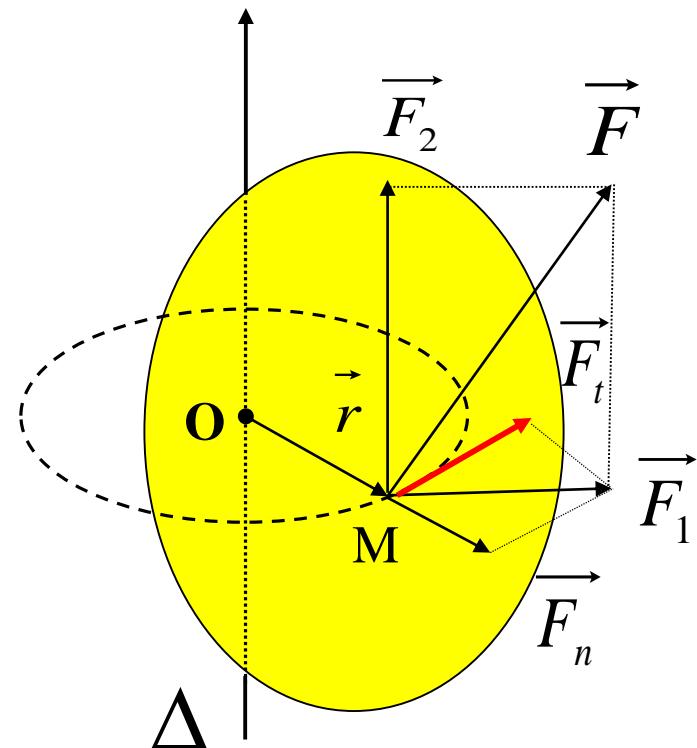


- Phân tích lực.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n + \vec{F}_2$$

Các thành phần lực này có tác dụng gì trong chuyển động quay của vật rắn.





Kết luận: “*Trong chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục, chỉ những thành phần lực tiếp tuyến với quỹ đạo của điểm đặt với nó có tác dụng thực sự.*”

- Vì vậy, để đơn giản, ta có thể giả thiết rằng các lực tác dụng lên vật rắn chuyển động quay đều là lực tiếp tuyến.

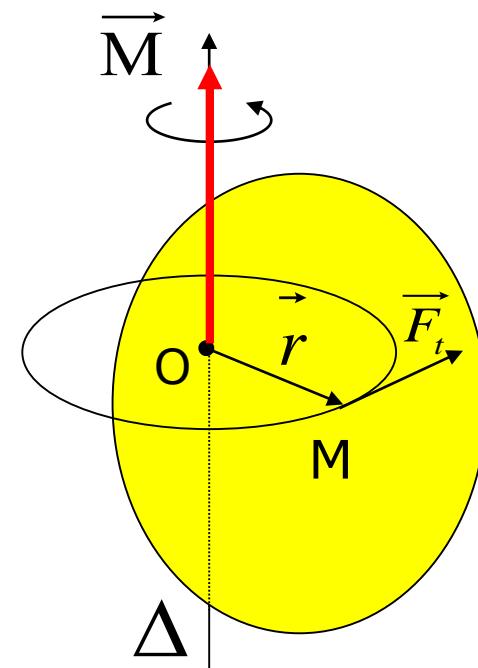
. Định nghĩa, công thức momen lực đối với trục quay

- **Định nghĩa:** Momen của lực \vec{F}_t đối với trục quay Δ là một vectơ \vec{M} xác định bởi.

$$\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F}_t$$

Trí số:

$$\begin{aligned} M &= r \cdot F_t \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F}_t) \\ \Leftrightarrow M &= r \cdot F_t \end{aligned}$$



b. Thiết lập phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn

* Cho một vật rắn chuyển động quay xung quanh một trục cố định với vận tốc góc $\vec{\omega}$. Hãy thiết lập phương trình chuyển động quay của vật rắn.

• Định lý biến thiên động lượng cho ta phương trình.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{M}$$



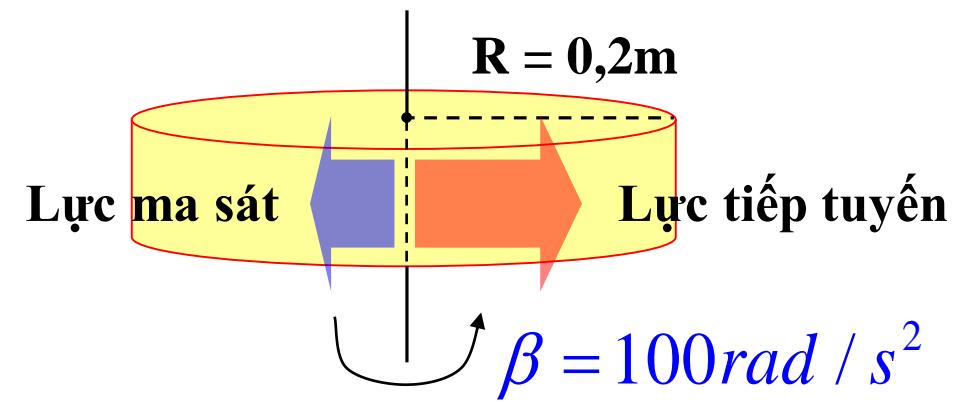
b. Thiết lập phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn

$$\overset{\rightarrow}{I \cdot \beta} = \vec{M}$$

“Gia tốc gốc trong chuyển động quay của vật rắn quanh một trục tỉ lệ thuận với tổng hợp momen các ngoại lực đối với trục và tỉ lệ nghịch với momen quán tính của vật rắn đối với trục.”

Ví dụ

Một lực tiếp tuyến $F = 98N$ tác dụng vào vành của một đĩa đồng chất bán kính $0,2m$. Khi đĩa quay nó bị ma sát có momen $M = 4,9N.m$. Cho momen quán tính của đĩa đối với trục quay là $mr^2/2$, tìm khối lượng của đĩa khi nó quay với gia tốc không đổi $100rad/s^2$.





1.3.4. Momen quán tính

a. **Định nghĩa:** Momen men quán tính I là đại lượng đặc trưng cho quán tính của vật rắn trong chuyển động quay.

b. Tính momen quán tính

- Đối với hệ chất điểm.

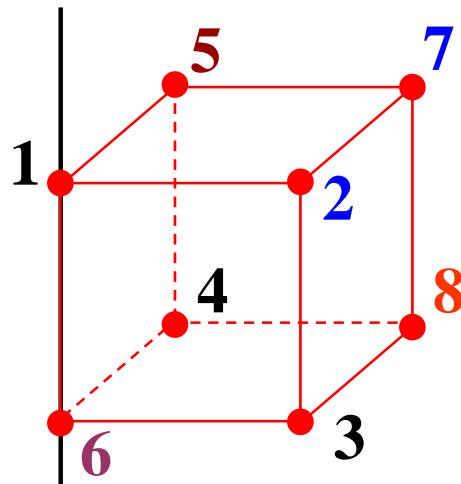
$$I = \sum m_i \cdot r_i^2$$

- Đối với vật có khối lượng phân bố liên tục.

$$I = \int r^2 dm$$

Ví dụ

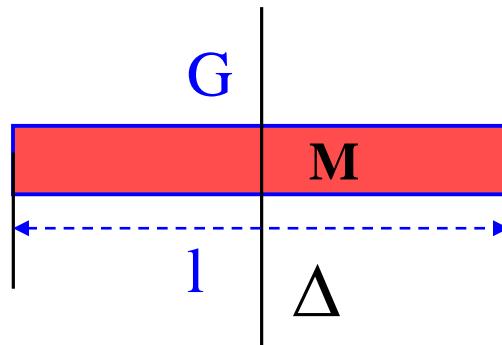
Xét một hệ gồm 8 quả cầu kích thước bé, khối lượng $m = 0,2\text{ kg}$ được bố trí trên 8 đỉnh của một khối lập phương cạnh $a = 20\text{ cm}$. Tính momen quán tính của hệ đối với trực đi qua một cạnh của khối.



$$I = \sum_{i=1}^8 m_i r_i^2 = 4 \cdot m \cdot a^2 + 2 \cdot m \cdot (a\sqrt{2})^2 \\ = 8 \cdot m \cdot a^2$$

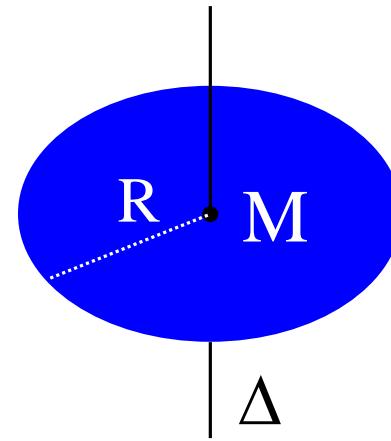
$$\mathbf{I = 64.10^{-3}\text{ kg.m}^2}$$

b. Tính momen quán tính



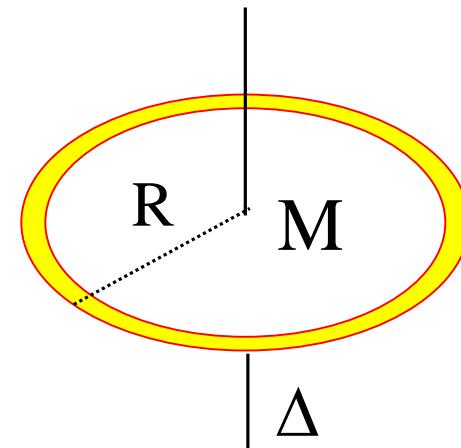
$$I = \frac{M \cdot l^2}{12}$$

a) Thanh mỏng dài l



$$I = \frac{M \cdot R^2}{2}$$

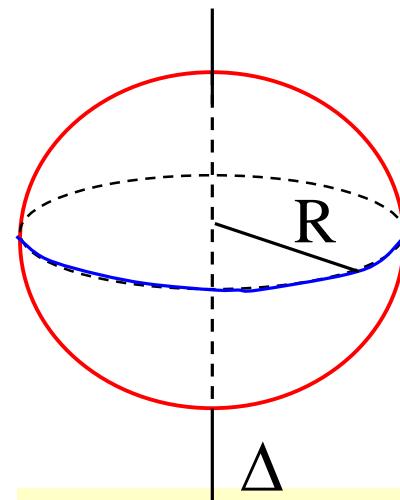
b) Đĩa đồng chất bk R



$$I = M \cdot R^2$$

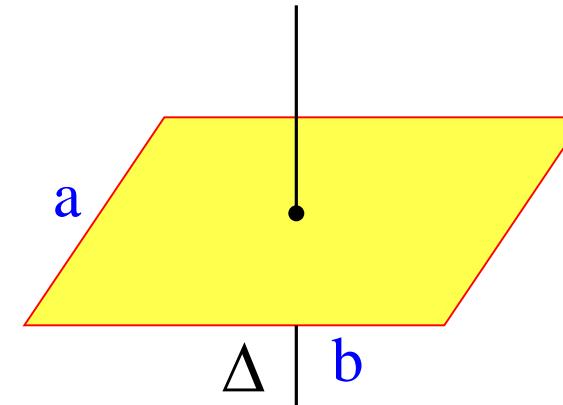
c) Vành tròn bk R

b. Tính momen quán tính



$$I = \frac{2}{5} M \cdot R^2$$

d) Khối cầu

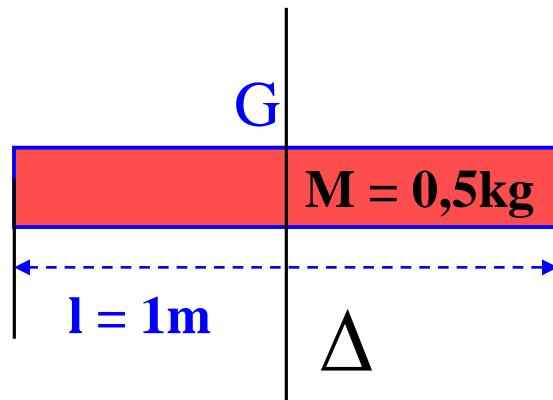


$$I = \frac{1}{12} (a^2 + b^2)$$

e) Mặt chữ nhật

Ví dụ

Một thanh đồng chất, dài 1m, khối lượng 0,5kg quay trong một mặt phẳng thẳng đứng quanh một trục nằm ngang đi qua điểm giữa của thanh. Tìm gia tốc gốc của thanh nếu momen lực tác dụng vào thanh $M = 9,8 \cdot 10^{-2}$ N.m.



a) $\beta = 23,50(\text{rad} / \text{s}^2)$

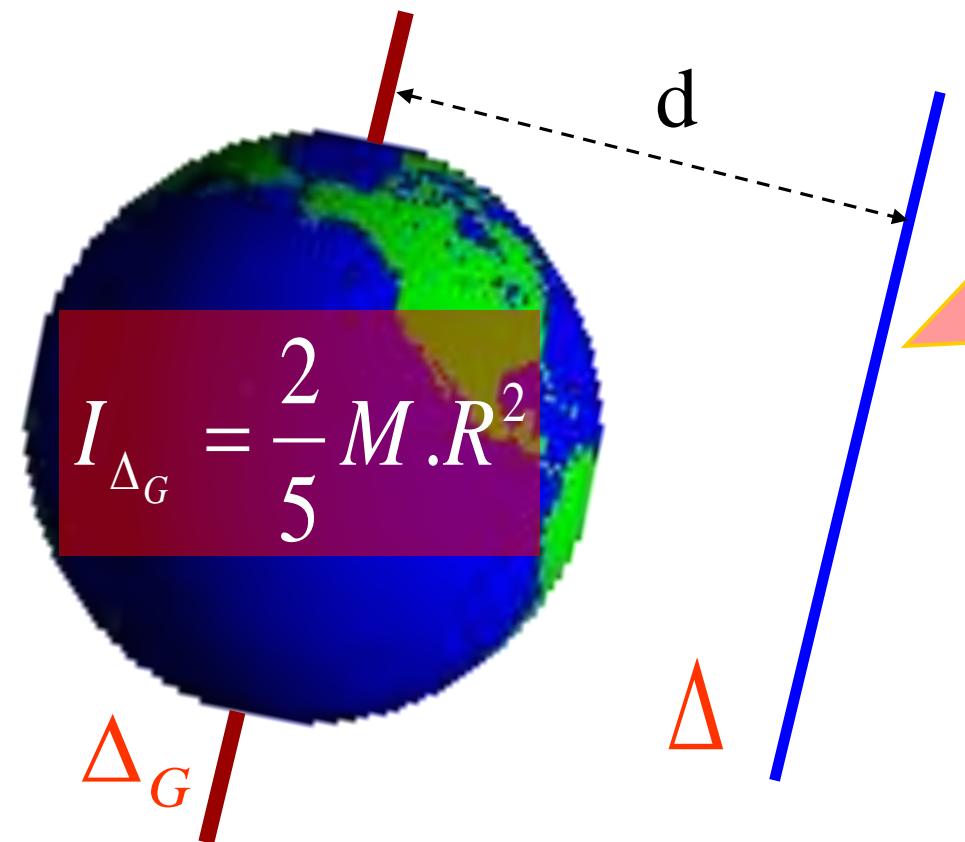
b) $\beta = 4,70(\text{rad} / \text{s}^2)$

c) $\beta = 2,35(\text{rad} / \text{s}^2)$

d) $\beta = 3,25(\text{rad} / \text{s}^2)$

*Đáp án
Rất tiếc
đúng
Bạn làm
sai rồi!!*

b. Tính momen quán tính

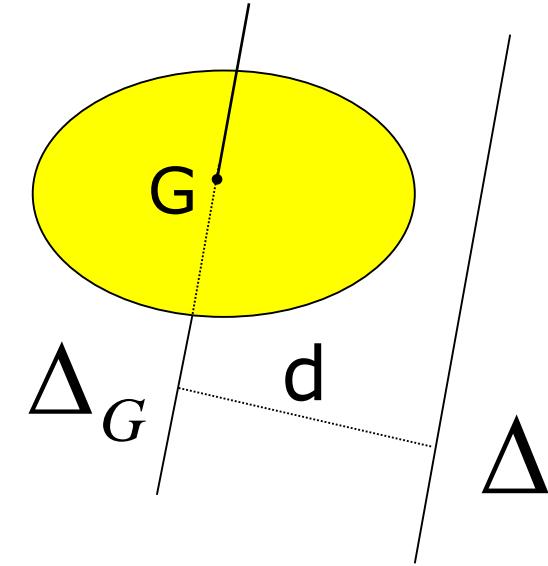


Momen quán
tính của vật đối
với trực Δ xác
định như thế
nào ???

b. Tính momen quán tính

* Định lý Stêne – Huyghen

$$I = I_G + M \cdot d^2$$



Momen quán tính của một vật rắn đối với một trục Δ bất kỳ bằng momen quán tính của một vật đối với trục Δ_G song song với Δ đi qua khối tâm G của vật cộng với tích của khối lượng M của vật với bình phương khoảng cách d giữa hai trục.

Ví dụ

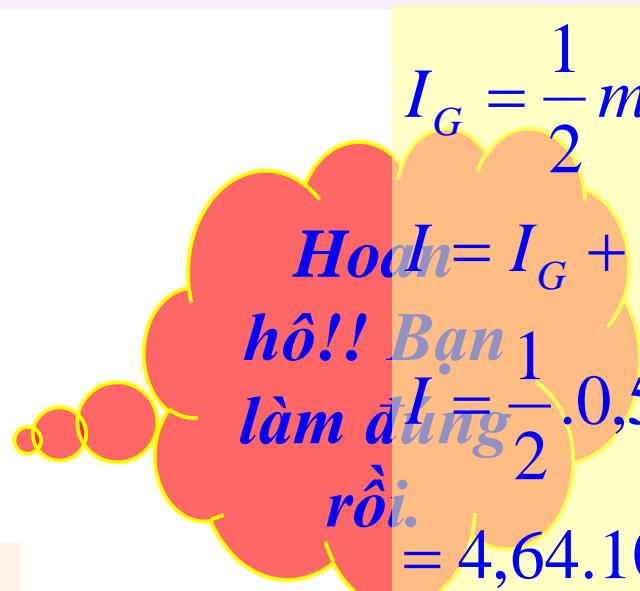
Một bánh đà hình trụ có khối lượng 0,55kg, có bán kính 7,5 cm thì có momen quán tính đối với trực đi qua mép ngoài cùng của đĩa.

a) $1,55 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$

b) $3,1 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$

c) $4,64 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$

d) $7,74 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$


$$I_G = \frac{1}{2} m \cdot R^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,55 \cdot (0,075)^2$$
$$Hoff! Bạn làm đúng rồi.$$
$$= I_G + m \cdot d^2 = I_G + m \cdot R^2$$
$$\frac{1}{2} \cdot 0,55 \cdot (0,075)^2 + 0,55 \cdot (0,075)^2$$
$$= 4,64 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$



Ví dụ

Hai quả bóng hình cầu được gắn vào hai đầu của một thanh nhẹ và mảnh, dài 0,5m. Khối lượng mỗi quả bóng là $m = 0,5$ kg.

- a) Tìm momen quán tính I của hệ đối với trục D vuông góc với thanh tại trung điểm. (xem quả bóng là chất điểm).
- b) Cho bán kính mỗi quả bóng là $r = 5$ cm. Tìm momen quán tính của hệ đối với trục D . Cho momen quán tính của khối cầu là đối với một đường kính là $2mr^2/5$.

+ Thiết lập

* Giả sử có một hệ chất điểm cô lập hoặc chịu tác dụng của các ngoại lực nhưng tổng momen các ngoại lực ấy đối với điểm gốc O bằng không.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = 0 \quad , \text{nghĩa là:}$$

$$\vec{L} = Const$$

Vậy: “*Đối với hệ chất điểm cô lập hoặc chịu tác dụng của các ngoại lực sao cho tổng momen các ngoại lực ấy đối với điểm gốc bằng không, thì tổng momen động lượng của hệ là một đại lượng bảo toàn.*”



+ Hệ quay xung quanh một trục cố định

* *Momen động lượng đổi với hệ*

$$\frac{d}{dt}(\vec{I_1\omega_1} + \vec{I_2\omega_2} + \dots + \vec{I_n\omega_n}) = \vec{M}$$

* *Các vectơ vận tốc gốc và vectơ momen lực đều nằm trên trục quay khi $\vec{M}=0$, ta được kết quả*

$$(\vec{I_1\omega_1} + \vec{I_2\omega_2} + \dots + \vec{I_n\omega_n}) = Const$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Một vận động viên trượt băng nghệ thuật có thể tăng tốc độ quay từ 0,5 vòng/s lên 3 vòng/s. Nếu momen quán tính lúc đầu là $4,6\text{kgm}^2$ thì lúc sau momen quán tính là.

- a) $1,25\text{kgm}^2$
- b) $2,25\text{kgm}^2$

- c) $0,77 \text{ kgm}^2$
- d) $4,84 \text{ kgm}^2$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Một đĩa tròn đồng chất khối lượng 25kg và có bán kính 2m. Một người có khối lượng 50kg đứng tại mép đĩa. Đĩa và người lúc này quay với tốc độ 0,2 vòng/s. Khi người đi tới điểm cách trực quay 1m thì tốc độ góc của đĩa và người là.

a) 0,08 vòng/s

b) 1,25 vòng/s

c) 0,5 vòng/s

d) 1,67 vòng/s