

BÀI 4. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

• CHƯƠNG 6. LOGARIT

• |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

I. PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

1. Phương trình mũ

Khám phá kiến thức

Phương trình mũ là phương trình có chứa ẩn ở số mũ của lũy thừa.

Ví dụ 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình mũ?

a) $5^{x^2+1} = 25$;

b) $2^x = 3^{x+1}$

c) $x^2 = 4$.

Kiến thức trọng tâm

Phương trình mũ cơ bản ẩn x có dạng $a^x = b (a > 0, a \neq 1)$.

- Nếu $b \leq 0$ thì phương trình vô nghiệm.

- Nếu $b > 0$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x = \log_a b$.

Nhận xét: Với $a > 0, a \neq 1, b > 0$ thì $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b$.

Ví dụ 2. Giải mỗi phương trình sau:

a) $4^{2x-3} = 5$

b) $10^{x+1} - 2 \cdot 10^x = 8$.

Giải

Ta có:

$$a) 4^{2x-3} = 5 \Leftrightarrow 2x-3 = \log_4 5 \Leftrightarrow 2x = 3 + \log_4 5 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}(3 + \log_4 5).$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = \frac{1}{2}(3 + \log_4 5)$.

$$b) 10^{x+1} - 2 \cdot 10^x = 8 \Leftrightarrow 10 \cdot 10^x - 2 \cdot 10^x = 8 \Leftrightarrow 8 \cdot 10^x = 8 \Leftrightarrow 10^x = 1 \Leftrightarrow x = \log 1 \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 0$.

Ví dụ 3. Giải phương trình $4^{x-2} = 2^{3x+1}$.

Giải

Ta có: $4^{x-2} = 2^{3x+1} \Leftrightarrow 2^{2(x-2)} = 2^{3x+1}$

$$\Leftrightarrow 2(x-2) = 3x+1$$

$$\Leftrightarrow 2x-4 = 3x+1 \Leftrightarrow x = -5.$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = -5$.

Cách giải phương trình mũ như trên thường được gọi là phương pháp đưa về cùng cơ số.

Lưu ý: Với $a > 0, a \neq 1$ thì $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

Ví dụ 4. Giải phương trình đưa ra trong Hoạt động 1 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Giải

Gọi A là dân số ban đầu. Phương trình thể hiện dân số sau t năm gấp đôi dân số ban đầu là:

$$A \cdot e^{0,0114t} = 2A \Leftrightarrow e^{0,0114t} = 2 \Leftrightarrow 0,0114 \cdot t = \ln 2 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 2}{0,0114} \approx 61. \text{ Vậy sau khoảng 61 năm dân số sẽ}$$

gấp đôi dân số ban đầu.

2. Phương trình lôgarit

Kiến thức trọng tâm

Phương trình lôgarit là phương trình có chứa ẩn trong biểu thức dưới dấu lôgarit.

Ví dụ 5. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình lôgarit?

a) $\log_7(x+1) = 2$;

b) $\log_2(x^2 + x + 1) = 3$;

c) $\log_x 2 = 3$.

Giải

Hai phương trình: $\log_7(x+1) = 2$ và $\log_2(x^2 + x + 1) = 3$ là những phương trình lôgarit.

Kiến thức trọng tâm

Phương trình lôgarit cơ bản có dạng $\log_a x = b (a > 0, a \neq 1)$.

Phương trình đó có nghiệm duy nhất là $x = a^b$.

Nhận xét: Với $a > 0, a \neq 1$ thì $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$.

Ví dụ 6. Giải mỗi phương trình sau:

a) $\log_2 x = 5$;

b) $\log_4(5x-4) = 2$.

Giải

a) Ta có: $\log_2 x = 5 \Leftrightarrow x = 2^5 \Leftrightarrow x = 32$. Vậy phương trình có nghiệm là $x = 32$.

b) Ta có: $\log_4(5x-4) = 2 \Leftrightarrow 5x-4 = 4^2 \Leftrightarrow 5x = 20 \Leftrightarrow x = 4$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 4$.

Ví dụ 7. Giải phương trình: $\log_8(3x-6) = -\log_{\frac{1}{8}}(2x-2)$.

Giải

Điều kiện xác định là: $\begin{cases} 3x-6 > 0 \\ 2x-2 > 0, \end{cases}$ tức là $x > 2$. Ta có:

$$\log_8(3x-6) = -\log_{\frac{1}{8}}(2x-2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ \log_8(3x-6) = \log_8(2x-2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 3x-6 = 2x-2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Cách giải phương trình lôgarit như trên thường được gọi là phương pháp đưa về cùng cơ số

Lưu ý: Cho $a > 0, a \neq 1$. Ta có: $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = g(x). \end{cases}$

Ví dụ 8. Giải phương trình đưa ra trong Hoạt động 3.

Giải

Phương trình thể hiện nồng độ x của ion hydrogen $[H^+]$ trong mẫu nước sông đó là:

$$-\log x = 6,1 \Leftrightarrow \log x = -6,1 \Leftrightarrow x = 10^{-6,1}.$$

Vậy nồng độ của ion hydrogen $[H^+]$ trong mẫu nước sông đó là $10^{-6,1} (mol L^{-1})$.

II. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

1. Bất phương trình mũ

Kiến thức trọng tâm

- Bất phương trình mũ là bất phương trình có chứa ẩn ở số mũ của lũy thừa.

- Bất phương trình mũ cơ bản là bất phương trình mũ có một trong những dạng sau:

$$a^x > b; a^x < b; a^x \geq b; a^x \leq b (a > 0, a \neq 1).$$

Ví dụ 9. Bất phương trình nào là bất phương trình mũ cơ bản trong các bất phương trình sau?

a) $3^x > 27$;

b) $2^{x+5} > 3^{2x+1}$;

c) $7^x \leq 12$.

GiảiTa thấy: Hai bất phương trình $3^x > 27$ và $7^x \leq 12$ là những bất phương trình mũ cơ bản.

Sau đây, ta sẽ nêu cách giải bất phương trình mũ cơ bản.

Kiến thức trọng tâmXét bất phương trình mũ: $a^x > b (a > 0, a \neq 1)$.- Nếu $b \leq 0$, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là \mathbb{R} (vì $a^x > 0 \geq b, \forall x \in \mathbb{R}$).- Nếu $b > 0$ thì bất phương trình tương đương với $a^x > a^{\log_a b}$.Với $a > 1$, nghiệm của bất phương trình là $x > \log_a b$.Với $0 < a < 1$, nghiệm của bất phương trình là $x < \log_a b$.**Ví dụ 10.** Giải mỗi bất phương trình sau:

a) $5^x > 12$;

b) $(0,3)^{x+1} > 1,7$

Giải

a) $5^x > 12 \Leftrightarrow x > \log_5 12$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(\log_5 12; +\infty)$.

b) $(0,3)^{x+1} > 1,7 \Leftrightarrow x+1 < \log_{0,3} 1,7 \Leftrightarrow x < -1 + \log_{0,3} 1,7$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; -1 + \log_{0,3} 1,7)$.**Ví dụ 11.** Dân số Việt Nam năm 2021 ước tính là $A = 98564407$ người.(Nguồn: <https://danso.org/viet-nam>)Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam là $r = 0,93\%$. Biết rằng sau t năm, dân số ViệtNam (tính từ mốc năm 2021) ước tính theo công thức: $S = A \cdot e^{rt}$. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số Việt Nam vượt quá 110 triệu người?**Giải**Ta có: $98564407 \cdot e^{0,0093t} > 110000000 \Leftrightarrow e^{0,0093t} > 110000000 : 98564407$

$$\Leftrightarrow 0,0093t > \ln \frac{110000000}{98564407}. \text{ Suy ra } t > 11,803. \text{ Vậy sau 12 năm tính từ mốc năm 2021, tức là từ năm}$$

2033 trở đi, dân số Việt Nam vượt quá 110 triệu người.

2. Bất phương trình lôgarit**Kiến thức trọng tâm**

- Bất phương trình lôgarit là bất phương trình có chứa ẩn trong biểu thức dưới dấu lôgarit.

- Bất phương trình lôgarit cơ bản là bất phương trình lôgarit có một trong những dạng sau:

$$\log_a x > b; \log_a x < b; \log_a x \geq b; \log_a x \leq b, (a > 0, a \neq 1).$$

Ví dụ 12. Bất phương trình nào là bất phương trình lôgarit cơ bản trong các bất phương trình sau?

a) $\log_2 x > 3$;

b) $\log_5 x > \log_9(x+1)$;

c) $\log_8 x \leq 2$.

GiảiTa thấy: Hai bất phương trình $\log_2 x > 3$ và $\log_8 x \leq 2$ là những bất phương trình lôgarit cơ bản.**Kiến thức trọng tâm**Xét bất phương trình $\log_a x > b (a > 0, a \neq 1)$.Bất phương trình tương đương với $\log_a x > \log_a a^b$.- Với $a > 1$, nghiệm của bất phương trình là $x > a^b$.- Với $0 < a < 1$, nghiệm của bất phương trình là $0 < x < a^b$.

Nhận xét: Các bất phương trình lôgarit cơ bản còn lại được giải tương tự.

Ví dụ 13. Giải mỗi bất phương trình sau:

a) $\log_{\frac{1}{2}} x > -2$

b) $\log_2(x+1) > 3$.

Giải

Ta có:

a) $\log_{\frac{1}{2}} x > -2 \Leftrightarrow 0 < x < \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow 0 < x < 2^2 \Leftrightarrow 0 < x < 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(0; 4)$.

b) $\log_2(x+1) > 3 \Leftrightarrow x+1 > 2^3 \Leftrightarrow x > 7$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(7; +\infty)$.

Lưu ý

- Với $a > 1$ thì $\log_a x > \log_a \alpha \Leftrightarrow x > \alpha$.

- Với $0 < a < 1$ thì $\log_a x > \log_a \alpha \Leftrightarrow x < \alpha$.

Ví dụ 14. Mức cường độ âm L (đơn vị: dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$, trong đó I

(đơn vị: W/m^2) là cường độ âm (Nguồn: Vật lí 12, NXBGD Việt Nam, 2021). Mức cường độ âm ở một khu dân cư được quy định là dưới $60 dB$. Hỏi cường độ âm ở khu vực đó phải dưới bao nhiêu W/m^2 ?

Giải

Ta có: $L < 60 \Leftrightarrow 10 \log \frac{I}{10^{-12}} < 60 \Leftrightarrow \log \frac{I}{10^{-12}} < 6 \Leftrightarrow \log I - \log 10^{-12} < 6$

$\Leftrightarrow \log I + 12 < 6 \Leftrightarrow \log I < -6 \Leftrightarrow I < 10^{-6}$.

Vậy cường độ âm ở khu vực đó phải dưới $10^{-6} (W/m^2)$.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1. Giải phương trình mũ và logarit

Câu 1. (SGK - Cánh diều 11 - Tập 2) Giải mỗi phương trình sau:

a) $9^{16-x} = 27^{x+4}$

b) $16^{x-2} = 0,25 \cdot 2^{-x+4}$.

Câu 2. (SGK - Cánh diều 11 - Tập 2) Giải mỗi phương trình sau:

a) $\log_5(2x-4) + \log_{\frac{1}{5}}(x-1) = 0$;

b) $\log_2 x + \log_4 x = 3$.

Câu 3. (SGK - Cánh diều 11 - Tập 2) Giải mỗi phương trình sau:

a) $(0,3)^{x-3} = 1$;

b) $5^{3x-2} = 25$;

c) $9^{x-2} = 243^{x+1}$;

d) $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) = -3$;

e) $\log_5(3x-5) = \log_5(2x+1)$;

g) $\log_{\frac{1}{7}}(x+9) = \log_{\frac{1}{7}}(2x-1)$.

Câu 4. Giải mỗi phương trình sau:

- a) $(0,3)^{x-3} = 1$;
 b) $9^{x-2} = 243^{x+1}$;
 c) $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) = -3$
 d) $\log_5(3x-5) = \log_5(2x+1)$.

Câu 5. Giải mỗi phương trình sau:

- a) $3^{x-1} = 5$;
 b) $3^{x^2-4x+5} = 9$;
 c) $2^{2x+3} = 8\sqrt{2}$;
 d) $8^{x-2} = 4^{1-2x}$;
 e) $2^{x^2-3x-2} = 0,25 \cdot 16^{x-3}$;
 g) $2^{x^2-4x+4} = 3$.

Câu 6. Giải mỗi phương trình sau:

- a) $\log_4(x-4) = -2$;
 b) $\log_3(x^2 + 2x) = 1$;
 c) $\log_{25}(x^2 - 4) = \frac{1}{2}$
 d) $\log_9[(2x-1)^2] = 2$;
 e) $\log(x^2 - 2x) = \log(2x-3)$;
 g) $\log_2(x) + \log_1(2x+8) = 0$.

Câu 7. Giải các phương trình sau:

- a) $2^{2x-1} + 4^{x+1} = 3$;
 b) $\log_5(x+6) + \log_5(x+2) = 1$.

Câu 8. Giải các phương trình mũ sau:

- a) $4^{2x-1} = 8^{x+3}$;
 b) $9^{2x} \cdot 27^{x^2} = \frac{1}{3}$;
 c) $(e^4)^x \cdot e^{x^2} = e^{12}$;
 d) $5^{2x-1} = 20$.

Câu 9. Giải các phương trình lôgarit sau:

- a) $\log_3(4x-1) = 2$;
 b) $\log_2(x^2-1) = \log_2(3x+3)$;
 c) $\log_x 81 = 2$;
 d) $\log_2 8^x = -3$.

Câu 10. Giải các phương trình sau:

- a) $5^{x+2} = \sqrt[3]{25}$
 b) $\left(\frac{1}{8}\right)^{2x-1} = 32^{x+3}$

Câu 11. Giải các phương trình sau:

- a) $\log_{16}(3x-5) = \frac{1}{2}$
 b) $\log_3 x + \log_3(x+1) = \log_3(5x+12)$.

Câu 12. Giải các phương trình sau:

- a) $3^{2x+1} = \frac{1}{27}$;

b) $5^{2x} = 10$;

c) $3^x = 18$;

d) $0,2^{x-1} = \frac{1}{\sqrt{125}}$;

e) $5^{3x} = 25^{x-2}$;

g) $\left(\frac{1}{8}\right)^{x+1} = \left(\frac{1}{32}\right)^{x-1}$.

Câu 13. Giải các phương trình sau:

a) $\log_3(2x-1) = 3$;

b) $\log_{49} x = 0,25$;

c) $\log_2(3x+1) = \log_2(2x-4)$;

d) $\log_5(x-1) + \log_5(x-3) = \log_5(2x+10)$;

e) $\log x + \log(x-3) = 1$;

g) $\log_2(\log_{81} x) = -2$.

Câu 14. Giải các phương trình sau:

a) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

b) $\left(\frac{1}{9}\right)^x - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} - 27 = 0$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = \log_2 x$. Biết rằng $f(b) - f(a) = 5 (a, b > 0)$, tìm giá trị của $\frac{b}{a}$.

Câu 16. Cho hai số thực a và b thỏa mãn $125^a \cdot 25^b = 3$. Tính giá trị của biểu thức $P = 3a + 2b$.

Câu 17. Tính số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2^{x^2-2x} = m^2 - m + 1$ có nghiệm thuộc đoạn $[0; 2]$.

Câu 18. Cho phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(m+6x) + \log_2(3-2x-x^2) = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?

Dạng 2. Giải bất phương trình mũ, logarit

Câu 19. (SGK - Cánh diều 11 - Tập 2) Giải mỗi bất phương trình sau:

a) $7^{x+3} < 343$

b) $\left(\frac{1}{4}\right)^x \geq 3$

Câu 20. (SGK - Cánh diều 11 - Tập 2) Giải mỗi bất phương trình sau:

a) $\log_3 x < 2$;

b) $\log_{\frac{1}{4}}(x-5) \geq -2$.

Câu 21. (SGK - Cánh diều 11 - Tập 2) Giải mỗi bất phương trình sau:

a) $3^x > \frac{1}{243}$;

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x-7} \leq \frac{3}{2}$

c) $4^{x+3} \geq 32^x$;

d) $\log(x-1) < 0$;

e) $\log_{\frac{1}{5}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{5}}(x+3)$;

g) $\ln(x+3) \geq \ln(2x-8)$.

Câu 22. Giải mỗi bất phương trình sau:

a) $3^x > \frac{1}{243}$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x-7} \leq \frac{3}{2}$

c) $4^{x+3} \geq 32^x$;

d) $\log(x-1) < 0$;

e) $\log_{\frac{1}{5}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{5}}(x+3)$;

g) $\ln(x+3) \geq \ln(2x-8)$.

Câu 23. Giải mỗi bất phương trình sau:

a) $(0,2)^{2x+1} > 1$;

b) $27^{2x} \leq \frac{1}{9}$;

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5x+4} \geq 4$

d) $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} < 125^{2x}$;

e) $(\sqrt{2}-1)^{3x-2} < (\sqrt{2}+1)^{4-x}$

g) $(0,5)^{2x^2-x} > (\sqrt{2})^{4x-12}$.

Câu 24. Giải mỗi bất phương trình sau:

a) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-6) < -3$;

b) $\log_3(x^2-2x+2) > 0$;

c) $\log_4(2x^2+3x) \geq \frac{1}{2}$

d) $\log_{0,5}(x-1) \geq \log_{0,5}(5-2x)$;

e) $\log(x^2+1) \leq \log(x+3)$;

g) $\log_{\frac{1}{5}}(x^2-6x+8) + \log_5(x-4) > 0$.

Câu 25. Giải các bất phương trình sau:

a) $3^{x^2-x} \leq 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$;

b) $\log_{0,5}(x-3) + \log_{0,5}(x-2) \geq -1$.

Câu 26. Giải các bất phương trình mũ sau:

a) $2^{2x-3} > \frac{1}{4}$;

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{5x-6}$;

c) $25^x \leq 5^{4x-3}$;

d) $9^x - 3^x - 6 \leq 0$.

Câu 27. Giải các bất phương trình lôgarit sau:

a) $\log_3(2x+1) \geq 2$;

b) $\log_2(3x-1) < \log_2(9-2x)$;

c) $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \leq \log_{\frac{1}{2}}(4x-5)$;

d) $\log_2(2x-1) \leq \log_4(x+1)^2$.

Câu 28. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \frac{1}{3^x - 9}$;

b) $y = \ln(4-x^2)$;

c) $y = \log \frac{1}{5-x}$

d) $y = \frac{2}{\log_4(x-1)}$.

Câu 29. Giải các bất phương trình sau:

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \geq \frac{1}{81}$

b) $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{3x} < 25^{1-x}$

Câu 30. Giải các bất phương trình sau:

a) $\log_{\sqrt{5}}(x^2-4) < 2$;

b) $\log_{0,5}(2x+1) \geq \log_{0,5}(3x-4)$.

Câu 31. Giải các bất phương trình sau:

a) $4^x < 2\sqrt{2}$;

b) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{9}$

c) $5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x < 40$;

d) $4^{2x} < 8^{x-1}$;

e) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-x} \leq \left(\frac{1}{25}\right)^x$

g) $0,25^{x-2} > 0,5^{x+1}$.

Câu 32. Giải các bất phương trình sau:

a) $\log_3(x+4) < 2$;

b) $\log_{\frac{1}{2}} x \geq 4$;

c) $\log_{0,25}(x-1) \leq -1$;

d) $\log_5(x^2-24x) \geq 2$;

e) $2\log_{\frac{1}{4}}(x+1) \geq \log_{\frac{1}{4}}(3x+7)$;

g) $2\log_3(x+1) \leq 1 + \log_3(x+7)$

Câu 33. Tìm tất cả các số nguyên x thỏa mãn $\log_3(x-2) \cdot \log_3(x-1) < 0$.

Câu 34. Tìm tập xác định của các hàm số

a) $y = f(x) = \sqrt{4-2^x} + \frac{1}{\sqrt{\log_2 x}}$

b) $y = f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-2)}$

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\left(\frac{2}{e}\right)^{x^2+2mx+1} \leq \left(\frac{e}{2}\right)^{2x-3m}$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để bất phương trình $\ln(2x^2+3) > \ln(x^2+ax+1)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Câu 37. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2}-9^x)[\log_2(x+30)-5] \leq 0$?

Câu 38. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(2^{x+2}-\sqrt[3]{2})(5^x-y) < 0$?

Dạng 3. Ứng dụng

Câu 39. (SGK - Cánh diều 11 - Tập 2) Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất là $x\%/năm$ ($x > 0$). Sau 3 năm, người đó rút được cả gốc và lãi là 119,1016 triệu đồng. Tìm x , biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.

Câu 40. (SGK - Cánh diều 11 - Tập 2) Sử dụng công thức tính mức cường độ âm L ở Ví dụ 14, hãy tính cường độ âm mà tai người có thể chịu đựng được, biết rằng giá trị cực đại của mức cường độ âm mà tai người có thể chịu đựng được là 130 dB.

Câu 41. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất là $6\%/năm$. Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm? Biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.

Câu 42. Độ pH của đất thích hợp cho trồng hoa hồng là từ 6,5 đến 7. Tính nồng độ của ion hydrogen $[H^+]$ của đất để thích hợp cho trồng hoa hồng.

Câu 43. Người ta nuôi cấy vi khuẩn *Bacillus subtilis* trong nồi lên men và thu được số liệu sau: Lúc ban đầu, số tế bào /1ml dịch nuôi là $2 \cdot 10^2$. Sau 13 giờ, số tế bào / 1ml dịch nuôi là $3,33 \cdot 10^9$. Biết vi khuẩn *Bacillus subtilis* sinh trưởng trong điều kiện hoàn toàn tối ưu và sinh sản theo hình thức tự nhân đôi. Hỏi sau bao nhiêu phút, vi khuẩn *Bacillus subtilis* tự nhân đôi một lần (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 44. Tốc độ của gió S (dặm/giờ) gần tâm của một cơn lốc xoáy được tính bởi công thức: $S = 93 \log d + 65$, trong đó d (dặm) là quãng đường cơn lốc xoáy đó di chuyển được.

(Nguồn: Ron Larson, Intermediate Algebra, Cengage)

Tính quãng đường cơn lốc xoáy đã di chuyển được, biết tốc độ của gió ở gần tâm bằng 140 dặm/giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 45. Dân số thành phố Hà Nội năm 2022 khoảng 8,4 triệu người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của Hà Nội không đổi và bằng $r = 1,04\%$. Biết rằng, sau t năm dân số Hà Nội (tính từ mốc năm 2022) ước tính theo công thức: $S = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là dân số năm lấy làm mốc. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số của Hà Nội vượt quá 10 triệu người?

Câu 46. Mức cường độ âm L (dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$, trong đó I (W/m^2) là cường độ âm. Để đảm bảo sức khỏe cho công nhân, mức cường độ âm trong một nhà máy phải giữ sao cho không

vượt quá 85 dB. Hỏi cường độ âm của nhà máy đó phải thoả mãn điều kiện nào để đảm bảo sức khỏe cho công nhân?

Câu 47. Dân số thế giới năm 2020 là khoảng 7,79 tỉ người và tăng với tốc độ khoảng 1,05% mỗi năm (theo danso.org). Giả sử tốc độ tăng này không đổi. Khi đó mô hình $P(t) = 7,79 \cdot (1,0105)^{t-2020}$ có thể dùng để ước tính dân số thế giới (theo đơn vị tỉ người) vào năm t .

- a) Theo mô hình này, khi nào dân số thế giới đạt 8,5 tỉ người?
- b) Theo mô hình này, khi nào dân số thế giới đạt 10 tỉ người?

Câu 48. Áp suất khí quyển p lên một vật giảm khi độ cao tăng dần. Giả sử áp suất này (tính bằng milimét thuỷ ngân) được biểu diễn theo độ cao h (tính bằng kilômét) so với mực nước biển bằng công thức $p(h) = 760 \cdot e^{-0,145h}$.

- a) Một máy bay đang chịu áp suất khí quyển 320 mmHg. Tìm độ cao của máy bay đó.
- b) Một người đứng trên đỉnh của một ngọn núi và chịu áp suất khí quyển 667 mmHg. Tìm chiều cao của ngọn núi này.

Câu 49. Giả sử giá trị còn lại V (triệu đồng) của một chiếc ô tô nào đó sau t năm được cho bằng công thức $V(t) = 730 \cdot (0,82)^t$.

- a) Theo mô hình này, khi nào chiếc xe có giá trị 500 triệu đồng?
 - b) Theo mô hình này, khi nào chiếc xe có giá trị 200 triệu đồng?
- (Kết quả của câu a và câu b được tính tròn năm).

Câu 50. Giả sử tổng chi phí hoạt động (đơn vị tỉ đồng) trong một năm của một công ty được tính bằng công thức $C(t) = 90 - 50e^{-t}$, trong đó t là thời gian tính bằng năm kể từ khi công ty được thành lập. Tính chi phí hoạt động của công ty đó vào năm thứ 10 sau khi thành lập (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).

Câu 51. Nhắc lại rằng độ pH của một dung dịch được tính bằng công thức $pH = -\log[H^+]$, ở đó $[H^+]$ là nồng độ ion hydrogen của dung dịch tính bằng mol/lít. Biết rằng máu của người bình thường có độ pH từ 7,30 đến 7,45. Hỏi nồng độ ion hydrogen trong máu người bình thường nhận giá trị trong đoạn nào?

Câu 52. Nhắc lại rằng mức cường độ âm (đo bằng dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$, trong đó I là cường độ âm tính theo W/m^2 và $I_0 = 10^{-12} W/m^2$.

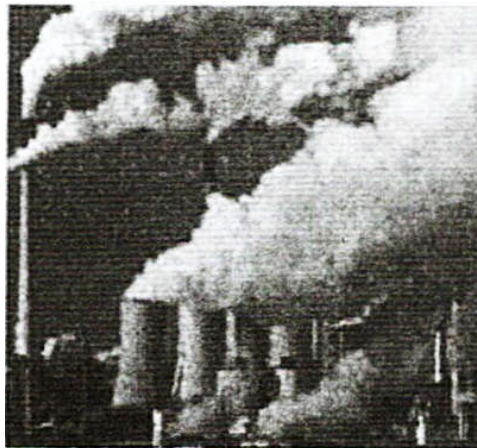
- a) Tính cường độ âm của âm thanh tàu điện ngầm có mức cường độ âm là 100 dB.
- b) Âm thanh trên một tuyến đường giao thông có mức cường độ âm thay đổi từ 70 dB đến 85 dB. Hỏi cường độ âm thay đổi trong đoạn nào?

Câu 53. Đồng vị phóng xạ Uranium-235 (thường được sử dụng trong điện hạt nhân) có chu kỳ bán rã là $T = 703800000$ năm. Theo đó, nếu ban đầu có 100 gam Uranium-235 thì sau t năm, do bị phân rã, lượng Uranium-235 còn lại được tính bởi công thức $M = 100 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$ (g). Sau thời gian bao lâu thì lượng Uranium-235 còn lại bằng 90% so với ban đầu?

Câu 54. Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililit nước chứa P_0 vi khuẩn thì sau t giờ (kể từ khi cho thuốc vào thùng), số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là $P = P_0 \cdot 10^{-\alpha t}$, với α là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililit nước có 9000 vi khuẩn và sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước là 6000. Sau thời gian bao lâu thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililit nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000?

Câu 55. Độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log x$, trong đó x là nồng độ ion H^+ của dung dịch đó tính bằng mol/L . Biết rằng độ pH của dung dịch A lớn hơn độ pH của dung dịch B là $0,7$. Dung dịch B có nồng độ ion H^+ gấp bao nhiêu lần nồng độ ion H^+ của dung dịch A ?

Câu 56. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái Đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế Thế giới), khi nhiệt độ Trái Đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $2^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $5^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $t^\circ C$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k \cdot a^t$, trong đó k, a là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm bao nhiêu $^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20%?



Câu 57. Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau ba năm thì ông An được tăng lương 40%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm, tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?