

CHƯƠNG

VIII

CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

BÀI 28: BIẾN CỐ HỢP. BIẾN CỐ GIAO. BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

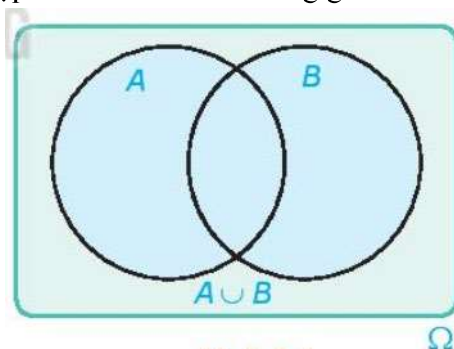


LÝ THUYẾT.

1. BIẾN CỐ HỢP

Cho A và B là hai biến cố. Biến cố: “ A hoặc B xảy ra” được gọi là biến cố hợp của A và B , kí hiệu là $A \cup B$.

Biến cố hợp của A và B là tập con $A \cup B$ của không gian mẫu Ω .



Ví dụ. Một hộp đựng 15 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Gọi E là biến cố “Số thẻ ghi trên tấm thẻ là số lẻ”; F là biến cố “Số thẻ ghi trên tấm thẻ là số nguyên tố”.

- Mô tả không gian mẫu.
- Nêu nội dung của biến cố hợp $G = E \cup F$. Hỏi G là tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải

a) Không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15\}$.

b) $E \cup F$ là biến cố “Số ghi trên tấm thẻ là số lẻ hoặc là số nguyên tố”.

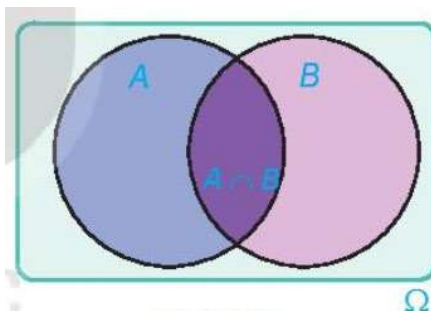
Ta có $E = \{1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15\}$, $F = \{2; 3; 5; 7; 11; 13\}$.

Vậy $G = E \cup F = \{1; 2; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15\}$.

2. BIẾN CỐ GIAO

Cho A và B là hai biến cố. Biến cố: “Cả A và B xảy ra” được gọi là biến cố giao của A và B , kí hiệu là AB .

Biến cố giao của A và B là tập con $A \cap B$ của không gian mẫu Ω .



Ví dụ: Một tổ trong lớp 11C có 9 học sinh. Phỏng vấn 9 bạn này với câu hỏi: “Bạn có biết chơi môn thể thao nào trong hai môn này hay không? Nếu biết thì đánh dấu X vào ô ghi tên môn thể thao đó, không biết thì để trống. Kết quả thu được như sau:

Tên học sinh \ Môn thể thao	Toán	Ngữ văn
Bảo	X	
Đăng	X	
Giang		X
Hoa		
Long	X	X
Mai		
Phúc	X	X
Tuấn	X	X
Yến	X	

Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ. Xét các biến cố sau:

U : "Học sinh được chọn biết chơi cầu lông";

V : "Học sinh được chọn biết chơi bóng bàn".

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Nội dung của biến cố giao $T = UV$ là gì? Mỗi biến cố U, V, T là tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải

a) Không gian mẫu $\Omega = \{\text{Bảo; Đăng; Giang; Hoa; Long; Mai; Phúc; Tuấn; Yến}\}$.

b) T là biến cố "Học sinh được chọn biết chơi cả cầu lông và bóng bàn".

Ta có: $U = \{\text{Bảo; Đăng; Long; Phúc; Tuấn; Yến}\}$; $V = \{\text{Giang; Long; Phúc; Tuấn}\}$.

Vậy $T = U \cap V = \{\text{Long; Phúc; Tuấn}\}$.

3. BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

Cặp biến cố A và B được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

Chú ý: Nếu cặp biến cố A và B độc lập thì các cặp biến cố: A và \bar{B} ; \bar{A} và B ; \bar{A} và \bar{B} cũng độc lập.

Ví dụ: Một hộp đựng 4 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh, có cùng kích thước và khối lượng.

a) Bạn Minh lấy ngẫu nhiên một viên bi, ghi lại màu của viên bi được lấy ra rồi trả lại viên bi vào hộp. Tiếp theo, bạn Hùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Xét hai biến cố sau:

A : "Minh lấy được viên bi màu đỏ";

B : "Hùng lấy được viên bi màu xanh".

Chứng tỏ rằng hai biến cố A và B độc lập.

- b) Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một viên bi và không trả lại vào hộp. Tiếp theo, bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Xét hai biến cố sau:

C : "Sơn lấy được viên bi màu đỏ";

D : "Tùng lấy được viên bi màu xanh".

Chứng tỏ rằng hai biến cố C và D không độc lập.

Lời giải

- a) Nếu A xảy ra, tức là Minh lấy được viên bi màu đỏ. Vì Minh trả lại viên bi đã lấy vào hộp nên trong hộp có 4 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh. Vậy $P(B) = \frac{5}{9}$.

Nếu A không xảy ra, tức là Minh lấy được viên bi màu xanh. Vì Minh trả lại viên bi đã lấy vào hộp nên trong hộp vẫn có 4 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh. Vậy $P(B) = \frac{5}{9}$.

Như vậy, xác suất xảy ra của biến cố B không thay đổi bởi việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố A .

Vì Hùng lấy sau Minh nên $P(A) = \frac{4}{9}$ dù biến cố B xảy ra hay không xảy ra.

Vậy A và B độc lập.

- b) Nếu C xảy ra, tức là Sơn lấy được viên bi màu đỏ. Vì Sơn không trả lại viên bi đó vào hộp nên trong hộp có 8 viên bi với 3 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh. Vậy $P(D) = \frac{5}{8}$. Nếu C không xảy ra, tức là Sơn lấy được viên bi màu xanh. Vì Sơn không trả lại viên bi đã lấy vào hộp nên trong hộp có 4 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Vậy $P(D) = \frac{4}{8}$. Như vậy, xác suất xảy ra của biến cố D đã thay đổi phụ thuộc vào việc biến cố C xảy ra hay không xảy ra. Do đó, hai biến cố C và D không độc lập.

BÀI 29: CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT

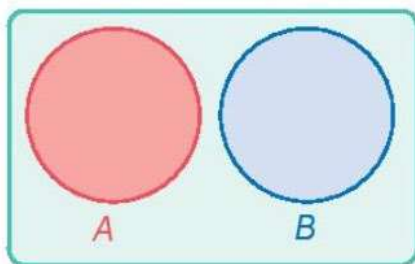


I LÝ THUYẾT.

1. CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT CỦA HAI BIẾN CỐ XUNG KHẮC

a) **Biến cố xung khắc:** Biến cố A và biến cố B được gọi là xung khắc nếu A và B không đồng thời xảy ra.

Hai biến cố A và B xung khắc khi và chỉ khi $A \cap B = \emptyset$



Ví dụ. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét các biến cố sau:

A : “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 7”;

B : “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn hoặc bằng 4”;

C : “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số nguyên tố”.

Trong các cặp biến cố A và B ; A và C ; B và C , cặp biến cố nào xung khắc? Tại sao?

Giải

Cặp biến cố A và B là xung khắc vì A và B không đồng thời xảy ra.

Cặp biến cố A và C không xung khắc vì nếu tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7 thì cả A và C xảy ra.

Cặp biến cố B và C không xung khắc vì nếu tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 3 thì cả B và C xảy ra.

b) Công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc

Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Ví dụ. Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xét các biến cố sau:

A : “Cả hai tấm thẻ đều ghi số chẵn”;

B : “Chỉ có một tấm thẻ ghi số chẵn”;

C : “Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số chẵn”.

a) Chứng minh rằng $C = A \cup B$.

b) Tính $P(C)$.

Giải

a) Biến cố C xảy ra khi và chỉ khi trong hai tấm thẻ có ít nhất một tấm thẻ ghi số chẵn. Nếu cả hai tấm thẻ ghi số chẵn thì biến cố A xảy ra. Nếu chỉ có một tấm thẻ ghi số chẵn thì biến cố B xảy ra. Vậy C là biến cố hợp của A và B .

b) Hai biến cố A và B xung khắc. Do đó $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Ta cần tính $P(A)$ và $P(B)$.

Không gian mẫu Ω là tập hợp tất cả các tập con có hai phần tử của tập $\{1; 2; \dots; 9\}$.

Do đó $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

• Tính $P(A)$: Biến cố A là tập hợp tất cả các tập con có hai phần tử của tập $\{2; 4; 6; 8\}$.

Do đó $n(A) = C_4^2 = 6$. Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36}$.

• Tính $P(B)$: Mỗi phần tử của B được hình thành từ hai công đoạn:

Công đoạn 1: Chọn một số chẵn từ tập $\{2; 4; 6; 8\}$. Có 4 cách chọn.

Công đoạn 2: Chọn một số lẻ từ tập $\{1; 3; 5; 7; 9\}$. Có 5 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, tập B có $4.5 = 20$ (phần tử).

Do đó $n(B) = 20$. Suy ra $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{20}{36}$.

Vậy $P(C) = P(A) + P(B) = \frac{6}{36} + \frac{20}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$.

2. CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT

Cho hai biến cố A và B . Khi đó, ta có:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Công thức này được gọi là **công thức cộng xác suất**.

CHƯƠNG

VIII

CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

BÀI 29: CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Nếu hai biến cố A và B xung khắc thì xác suất của biến cố $P(A \cup B)$ bằng

A. $1 - P(A) - P(B)$.

B. $P(A) \cdot P(B)$.

C. $P(A) \cdot P(B) - P(A) - P(B)$.

D. $P(A) + P(B)$.

Câu 2: Một hộp đựng 10 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh, 2 viên bi vàng và 1 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ hộp đó 2 viên bi. Xác suất của biến cố C : “lấy được 2 viên bi cùng màu” là:

A. $P(C) = \frac{1}{9}$.

B. $P(C) = \frac{2}{9}$.

C. $P(C) = \frac{4}{9}$.

D. $P(C) = \frac{1}{3}$.

Câu 3: Một hộp đựng 8 quả cầu trắng, 12 quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu trong hộp. Tính xác suất để lấy được 2 quả cầu cùng màu.

A. $\frac{47}{190}$.

B. $\frac{81}{95}$.

C. $\frac{47}{95}$.

D. $\frac{14}{95}$.

Câu 4: An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An giành chiến thắng mỗi séc là 0,4. Tính xác suất An thắng chung cuộc.

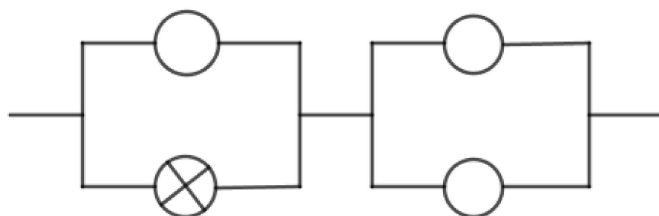
A. 0,13824.

B. 0,064.

C. 0,31744.

D. 0,1152.

Câu 5: Cho mạch điện gồm 4 bóng đèn, xác suất hỏng của mỗi bóng là 0,05. Tính xác suất để khi cho dòng điện chạy qua mạch điện thì mạch điện sáng.



A. 0,99750625.

B. 0,99500635.

C. 0,99750635.

D. 0,99500625.

Câu 6: 3 hộp A có 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Hộp B có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi, tính xác suất để hai viên bi được lấy ra có cùng màu.

A. $\frac{91}{135}$.

B. $\frac{44}{135}$.

C. $\frac{88}{135}$.

D. $\frac{45}{88}$.

Câu 7: Một hộp có chứa 5 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh và n viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Biết xác suất để trong 3 viên bi lấy được có đủ ba màu là $\frac{45}{182}$. Tính xác suất P để trong 3 viên bi lấy được có nhiều nhất 2 viên bi đỏ.

A. $P = \frac{135}{364}$.

B. $P = \frac{177}{182}$.

C. $P = \frac{45}{182}$.

D. $P = \frac{31}{56}$.

Câu 8: Một hộp có 10 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ. Lấy ngẫu nhiên 5 quả từ hộp đỏ. Xác suất để được 5 quả có đủ hai màu là

A. $\frac{13}{143}$.

B. $\frac{132}{143}$.

C. $\frac{12}{143}$.

D. $\frac{250}{273}$.