

本场比赛准备时间比较紧迫，如有不足之处还请见谅。

作者语文不是很好，有问题参见视频。

## E 无值 (enil)

本场的签到题。

考虑最终答案不为 0 的情况，不妨设其为 1。由于在操作后不可能存在 21 或 12 子串，所以倒数第二次操作结果一定是 201，同理倒数第三次是 10201，以此类推。答案为 2 的情况几乎相同。

所以只要判断原数组是否形如 102010201... 或 201020102... 即可，时间复杂度  $O(n)$ 。

## 生命值参数 (hparg)

本场的另一个签到题。

先说结论，对于一个连通块，令其包含的边数为  $e$ ，则答案为  $\lfloor \frac{e}{2} \rfloor$ 。

证明：

考虑从连通块中先拎出一颗 DFS 树，设  $u$  的父亲为  $fa_u$ 。从下向上开始匹配，将所有非树边挂在深度小的节点上。对于每个正在匹配的节点  $u$ ，优先两两匹配没用过的非树边以及以  $u$  为父亲的树边。如果有剩的，拿去和  $(u, fa_u)$  匹配，并标记  $(u, fa_u)$ 。容易发现这样至多剩一条边。

并查集维护每个连通块边数即可，时间复杂度  $O(n\alpha(n))$ 。

## 多岩石小山 (tors)

不难发现洗牌操作相当于归并排序，进一步地，相当于按掰成两半数组后的前缀 max 排序。

考虑按前缀 max 划分成不同的段，每次洗牌会把  $\frac{n}{2} + 1$  所在的那段从  $\frac{n}{2} + 1$  断开，并重新划分，然后插入原序列。通过单调栈预处理  $next_i = \min\{j | j > i \wedge a_j > a_i\}$  就能够快速找到重划分后新段头对应的段尾。

注意到一旦划分不会再次重组，所以成功的划分只会进行至多  $n$  次。使用数据结构维护段的插入和删除，以及二分查找某一位置所在的段可以做到  $O((n + q) \log n)$ 。

## DCG (dgcg)

定义  $b_p(x)$  为  $x$  的分解式中质因数  $p$  的次数。

令  $Y = \text{lcm } y_i$ ,  $E(p) = E(b_p(Y) \leq b_p(m))$ , 那么答案就是  $\max_{p \in \mathcal{P} \wedge p \leq n} E(p)$ 。

由 min-max 容斥可知,  $\max_{p \in \mathcal{P} \wedge p \leq n} E(p) = \sum_{S \subseteq \mathcal{P} \cap \{1, \dots, n\} \wedge S \neq \emptyset} (-1)^{|S|+1} \min_{p \in S} E(p)$ 。

$\min_{p \in S} E(p)$  是好算的, 令  $P = \prod_{p \in S} p^{b_p(m)+1}$ , 那么  $\min_{p \in S} E(p) = \frac{n}{n - \lfloor \frac{n}{P} \rfloor} = 1 + \frac{\lfloor \frac{n}{P} \rfloor}{n - \lfloor \frac{n}{P} \rfloor}$ 。

如果我们把贡献算到每个数上，即将答案表示成  $1 + \sum_{i=2}^n f(i) \frac{\lfloor \frac{n}{i} \rfloor}{n - \lfloor \frac{n}{i} \rfloor}$  的形式，则  $f$  的 DGF

$$\tilde{F}(x) = \prod_{p \in \mathcal{P} \cap \{1, \dots, n\}} (1 - p^{-(b_p(m)+1)x}). \text{ 特别的, 当 } m = 1 \text{ 时,}$$

$$\tilde{F}(x) = \prod_{p \in \mathcal{P} \cap \{1, \dots, n\}} (1 - p^{-x}) = \tilde{M}(x), \text{ 即 } f(i) = \mu(i). \text{ 这启发我们把 } \tilde{F}(x) \text{ 表示成}$$

$$\tilde{M}(x) \prod_{i=1}^w \frac{1 - p_i^{-c_i x}}{1 - p_i^{-x}}. \text{ 通过在 } \tilde{M} \text{ 上暴力乘 } 1 - p_i^{-c_i x} \text{ 或除 } 1 - p_i^{-x} \text{ 可以做到 } O(nw).$$

发现答案仅仅与  $\lfloor \frac{n}{i} \rfloor$  有关，考虑数论分块，对于  $\lfloor \frac{n}{i} \rfloor$  相同的  $i$  一起处理。由于暴力乘除反映在代码实现上只是加减，因而可以对缩水后的  $\tilde{F}$  进行暴力乘除。在初始化  $\tilde{M}$  时需要用到前缀  $\mu$  和，所以还要敲一个杜教筛。

时间复杂度  $O(n^{\frac{2}{3}} + (w + \log \text{Mod})\sqrt{n})$ 。