AULA 2 – SISTEMAS DE NUMERAÇÃO E CONVERSÃO DE BASES

OBJETIVO DA AULA

Aprender a converter números entre as bases decimal, binária, octal e hexadecimal.

APRESENTAÇÃO

Nesta aula veremos como fazer as conversões entre as bases numéricas importantes para o computador: decimal, binária, octal e hexadecimal.

O processo é muito simples e intuitivo e, com poucos exemplos, você estará habilitado a efetuar essas conversões.

Trata-se de uma aula extremamente prática.

Vamos lá!

1. SISTEMA DE NUMERAÇÃO E CONVERSÃO DE BASES

Para começar nosso estudo, vamos lembrar que trabalharemos com notações posicionais, o que significa que o valor de cada algarismo em um número depende de sua posição.

Nas bases em que vamos trabalhar, é importante lembrar que:

- A base binária utiliza apenas os algarismos 0 e 1;
- A base octal utiliza os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7;
- A base hexadecimal utiliza os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e as letras A, B, C, D, E e F.

Outra coisa importante para nosso trabalho é que a contagem de posições é feita da direita para a esquerda, começando em zero.

1.1. CONVERSÃO DE BINÁRIO PARA DECIMAL

Considere o número $(1100110)_2$. Vamos ver como convertê-lo para a base decimal.

Os passos são os seguintes:

1) Contar as posições de cada bit da direita para a esquerda, começando por zero:

6	5	4	3	2	1	0
1	1	0	0	1	1	0

2) Multiplicar cada algarismo pela potência de 2 referente à sua posição, somando esses valores:

1 x 26 + 1 x 25 + 0 x 24 + 0 x 23 + 1 x 22 + 1 x 21 + 0 x 20 =

64 + 32 + 0 + 0 + 4 + 2 + 0 = 102

3) Assim, (1100110)2 = (102)10.

Para efeitos práticos, você pode simplesmente desprezar os zeros e considerar somente as posições com algarismo igual a um.

1.2. CONVERSÃO DE OCTAL PARA DECIMAL

Aqui os passos são exatamente os mesmos, com a diferença de que teremos algarismos de 0 a 7.

Considere o número $(2703)_8$. Vamos ver como convertê-lo para a base decimal.

Seguindo os mesmos passos:

1) Contar as posições de cada bit da direita para a esquerda, começando por zero:

$$\begin{array}{cccc} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 7 & 0 & 3 \end{array}$$

2) Multiplicar cada algarismo pela potência de 8 referente à sua posição, somando esses valores:

$2 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 3 \times 8^0 = 2 \times 512 + 7 \times 64 + 0 \times 8 + 3 \times 1 = 1024 + 448 + 3 = 1475$

3) Assim, (2703)8 = (1475)10.

1.3. CONVERSÃO DE HEXADECIMAL PARA DECIMAL

Aqui trabalharemos com os algarismos de 0 a 9 e com as letras de A a F e, para facilitar nosso trabalho, vamos usar uma tabela de correspondência entre as letras e seus valores: A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14 e F = 15.

Considere o número $(B3F)_{16}$. Vamos ver como convertê-lo para a base decimal.

Seguindo os mesmos passos:

1) Contar as posições de cada bit da direita para a esquerda, começando por zero:

$$\begin{array}{ccc} 2 & 1 & 0 \\ B & 3 & F \end{array}$$

2) Multiplicar cada algarismo pela potência de 8 referente à sua posição, somando esses valores:

B x 162 + 3 x 161 + F x 160 = 11 x 162 + 3 x 161 + 15 x 160 =

11 x 256 + 3 x 16 + 15 x 1 = 2816 + 48 + 15 = 2879

3) Assim, (B3F)16 = (2879)10.

O algoritmo para a conversão é semelhante nos três casos vistos e precisamos ter alguns cuidados:

- Contar as posições da direita para a esquerda;
- Começar a contagem a partir de 0;
- Lembrar que x^0 = 1 (muitos alunos se distraem nesse ponto).

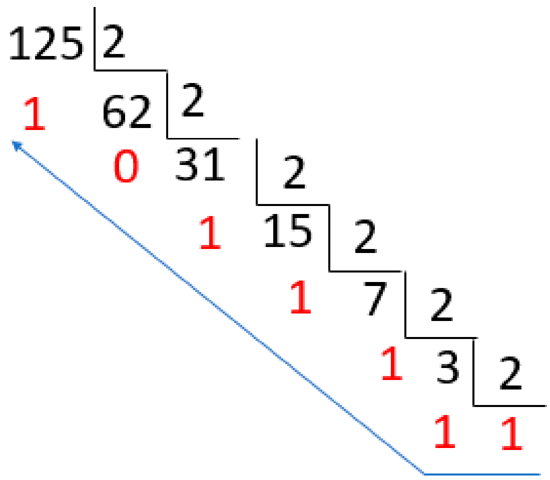
Vamos ver agora como convertemos da base 10 para as bases binária, octal e hexadecimal.

1.4. CONVERSÃO DA BASE DECIMAL PARA A BASE BINÁRIA

Para essa conversão, o raciocínio é o seguinte: vamos dividindo o número por 2 até não podermos mais e anotando os restos das respectivas divisões. Ao final, juntamos o último quociente com todos os restos, do último até o primeiro.

Considere o número $(125)_{10}$.

A divisão deverá acontecer até o quociente ser menor ao divisor.



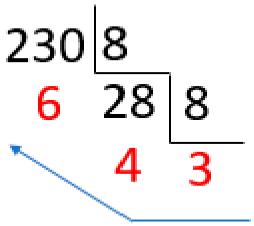
Copiando o último quociente seguido dos restos na direção mostrada, teremos $(1111101)_2$.

Assim, $(125)_{10} = (1111101)_2$.

1.5. CONVERSÃO DA BASE DECIMAL PARA A BASE OCTAL

Aqui usaremos exatamente o mesmo algoritmo da conversão anterior, com a diferença de que o divisor agora é 8.

Vamos considerar o número $(230)_{10}$ e repetir o raciocínio usado para a base binária. A divisão por 8 deverá acontecer até o quociente ser menor ao divisor.



Da mesma forma que fizemos com o binário, vamos copiar o último quociente seguido dos restos a ordem mostrada pela seta e teremos $(346)_8$.

Assim, $(230)_{10} = (346)_8$.

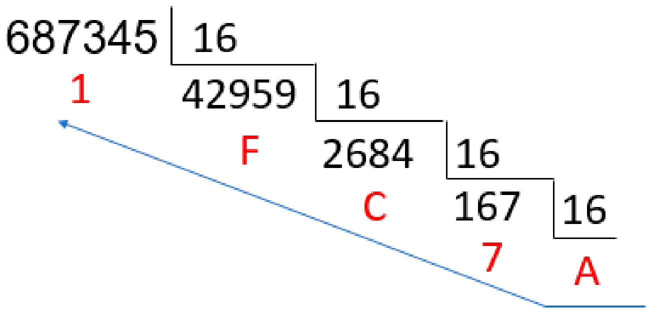
1.6. CONVERSÃO DA BASE DECIMAL PARA A BASE HEXADECIMAL

Novamente, vamos usar o mesmo algoritmo que usamos para as bases binária e octal.

Mas aqui teremos que tomar um cuidado extra: sempre que um resto ou quociente for um número entre 10 e 15 teremos que substituí-lo pela letra correspondente.

Vale colocar a tabela a seu lado quando estiver praticando.

Considere o número $(687345)_{10}$. Vamos dividi-lo por 16 até o quociente ser menor ao divisor e usar o último quociente seguido dos restos, como fizemos nas bases anteriores.



Da mesma forma que fizemos com o binário e o octal, copiaremos o último quociente seguido dos restos a ordem mostrada pela seta e teremos $(A7CF1)_{16}$.

Repare que nos restos que ficaram entre 10 e 15, bem como no último quociente, foram substituídos pelas letras correspondentes.

Assim, $(687345)_{10} = (A7CF1)_{16}$.

Vimos que os algoritmos são semelhantes para qualquer base que precisemos converter.

É apenas uma questão de prática para que você faça essas conversões de forma rápida e segura.

1.7. CONVERSÃO DA BASE BINÁRIA PARA A BASE OCTAL

Podemos fazer essa conversão em duas etapas: primeiro convertemos da base binária para a base decimal e em seguida convertemos da base decimal para a octal.

Porém, há um *macete* para convertemos diretamente. Observe o passo a passo, que é bastante simples.

Considere o número $(100110001)_2$:

O primeiro passo é agrupar os algarismos de 3 em 3, da direita para a esquerda, completando o trio mais à esquerda com zeros, se necessário.

100 110 001.

Em seguida, convertemos cada grupo para o valor equivalente em *decimal*.

Teremos então: $(100)_2 = 4$ $(110)_2 = 6$ $(001)_2 = 1$.

Assim, $(100110001)_2 = (461)_8$.

1.8. CONVERSÃO DA BASE OCTAL PARA A BASE BINÁRIA

O processo agora é inverso. Separamos os algarismos e os convertemos para a base binária, completando com zeros à esquerda quando necessário.

Considere o número $(602)_8$.

Convertendo os algarismos:

$6 = (110)_{2.}$

$0 = (0)_2$ (completamos os três dígitos com zeros à esquerda, ficando 000).

2 = (10)2 (completamos os três dígitos com um zero à esquerda, ficando 010).

Juntando os valores em binário, teremos $(110000010)_2$.

Assim, $(602)_8 = (110000010)_{2.}$

1.9. CONVERSÃO DA BASE BINÁRIA PARA A BASE HEXADECIMAL

O processo aqui é semelhante à conversão de binário para octal, considerando que o agrupamento agora é de 4 dígitos e quando o valor for entre 10 e 15 substituiremos pela letra correspondente.

Considere o número $(1001110111111)_2$.

Agrupando de 4 em 4 teremos: 1 0011 1011 1111.

Como o bit mais à esquerda ficou sozinho, vamos colocar zeros à esquerda.

Convertendo:

$(0001)_2 = 1$.

$(0011)_2 = 3$.

$(1011)_2 = 11$ (usaremos a letra B).

(1111)2 = 15 (usaremos a letra F).

Assim, $(1001110111111)_2 = (13BF)_{16}$.

1.10. CONVERSÃO DA BASE HEXADECIMAL PARA A BASE BINÁRIA

Novamente, o processo é semelhante ao usado na conversão de octal para binário.

Agora vamos converter cada dígito do número em hexadecimal para binário, completando com zeros à esquerda quando necessário.

Considere o número $(A3BC)_{16}$.

Vamos converter cada um deles para binário:

A (=10) = $(1010)_2$.

$3 = (11)_2$; completando com zeros à esquerda teremos $(0011)_2$.

B (=11) = $(1011)_2$.

C (=12) = $(1100)_2$.

Juntando todos eles, teremos $(1010\ 0011\ 1011\ 1100)_2$.

Assim, $(A3BC)_{16} = (1010001110111100)_2$.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Vimos nesta unidade como converter entre as principais bases usadas em diversos setores da computação: binária, octal e hexadecimal.

As conversões entre essas bases têm como fundamento principal o fato de que trabalhamos com notação posicional em todas elas. Isso torna os algoritmos de conversão semelhantes, seja qual for o caso.

Alguns cuidados são necessários aqui. Em primeiro lugar, a posição de um algarismo em um determinado número é sempre contada da direita para a esquerda, começando por zero. Essa posição determina o valor desse algarismo no número.

Um lembrete final, que pega alguns aprendizes distraídos, é que qualquer número elevado a zero é igual a 1. Não esqueça!

Na próxima aula aprenderemos a aritmética nessas bases. Até lá!

MATERIAIS COMPLEMENTARES

Neste vídeo você poderá rever tudo o que foi apresentado nessa aula de forma didática e simples. Link: https://www.youtube.com/watch?v=0DBUj8ZHAGk.

REFERÊNCIAS

STALLINGS, William. *Arquitetura e organização de computadores: projeto para o desempenho*. 8ª edição. Editora Pearson. Livro (642 p.). ISBN 9788576055648. Disponível em: <https://middleware-bv.am4.com.br/SSO/iesb/9788576055648>. Acesso em: 16 out. 2022.

TANENBAUM, Andrew S. *Sistemas operacionais modernos*. 3ª edição. Editora Pearson. Livro (674 p.). ISBN 9788576052371. Disponível em: <https://middleware-bv.am4.com.br/SSO/iesb/9788576052371>. Acesso em: 16 out. 2022.

TANENBAUM, Andrew S. *Organização estruturada de computadores*. 6ª edição. Editora Pearson. Livro (628 p.). ISBN 9788581435398. Disponível em: <https://middleware-bv.am4.com.br/SSO/iesb/9788581435398>. Acesso em: 16 out. 2022.