O método de Euler e a solução exata

Helena Isola Guimarães

3 de julho de 2022

Em um problema de valor inicial, temos como objetivo encontrar a solução da equação diferencial y que satisfaça as condições iniciais dadas por $y(x_0) = y_0$ e $y'(x0) = y1$, onde o $y'(x_0)$ pode ser obtido a partir do valor y_0, e assim podemos ir sucessivamente até encontrarmos o valor desejado de y_0.

Podemos utilizar o método de euler para resolver equações diferenciais como os exemplos abaixo:

Exemplo 1

$$y' = x + y(1)ey(0) = 1 \tag{1}$$

Onde, de maneira analítica resolvemos utilizando o método do fator integrante:

$$\mu(x).y' = \mu(x).x + \mu(x).y$$

$$\mu(x).y' - \mu(x).y = \mu(x).x$$

$$(\mu(x).y)' = \mu(x).x$$

$$\mu'(x) = (-1).\mu(x)$$

$$\mu'(x)\mu(x) = -1$$

$$\mu'(x)\mu(x)dx = -1dx$$

$$\ln(x) = -x + c_0$$

$$(x) = e^{-x+c_0}$$

Voltando agora na equação inicial que possui forma e sendo $c_0 = 0$:

$$(\mu(x).y)' = \mu(x).x$$

$$e - x.y = e - x.xdx$$

$$e - x.y = -x.e - x - e - x + c$$

$$y = -x - 1 + ce-$$

Sabendo que $y(0) = 1$, podemos encontrar o valor de c substituindo na equação (2) os valores iniciais:

$$1 = -0 - 1 + \frac{c}{e^0}$$

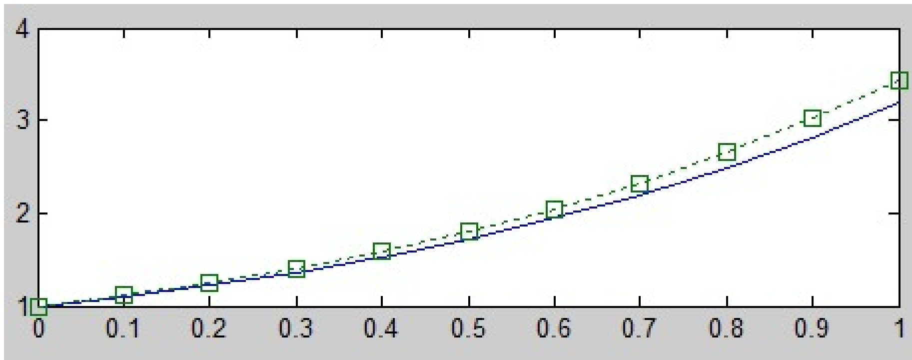

Figura 1: y'=x+y

ou seja,

$$c = 2$$

Portanto a solução será:

$$y = -x - 1 + 2$$

$$y = 1 - x$$

Assim, temos que (2.1) será a solução exata de (1). Utilizando um código com o método de Euler, obtemos o seguinte resultado de comparação ao plotar as duas saídas quando temos n = 10 (intervalos entre os valores de x).