专题复习

1.（2018–2019 学年上学期九年级郑州期末 10 分）如图，$\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是有公共顶点的直角三角形，$\angle BAC=\angle DAE=90^\circ$，点 P 为射线 BD，CE 的交点.

（1）如图 1，若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是等腰三角形，求证：$\angle ABD=\angle ACE$；

（2）如图 2，若 $\angle ADE=\angle ABC=30^\circ$，问：（1）中的结论是否成立？请说明理由.

（3）在（1）的条件下，$AB=6$，$AD=4$，若把 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转，当 $\angle EAC=90^\circ$ 时，请直接写出 PB 的长度.

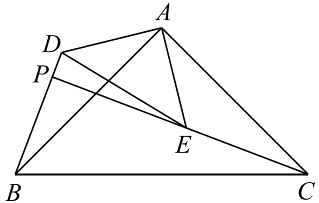


图1

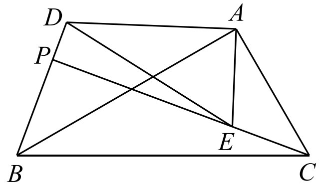
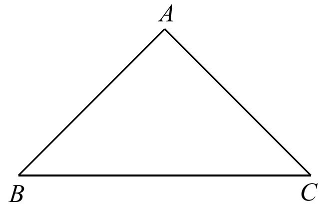


图2



备用图

2.(2017–2018 学年上学期九年级郑州期末 10 分)如图,在 $\mathrm{Rt}ABC$ 中,$\angle ACB=90°$,$\angle A=30°$,点 O 为 AB 的中点,点 P 为直线 BC 上的动点(不与点 B、点 C 重合),连接 OC,OP,将线段 OP 绕点 P 顺时针旋转 $60°$,得到线段 PQ,连接 BQ.

(1)如图 1,当点 P 在线段 BC 上时,请直接写出线段 BQ 与 CP 的数量关系:______________;

(2)如图 2,当点 P 在 CB 延长线上时,(1)中结论是否成立?若成立,请加以证明;若不成立,请说明理由;

(3)如图 3,当点 P 在 BC 延长线上时,若 $\angle BPO=15°$,$BP=4$,请求出 BQ 的长.

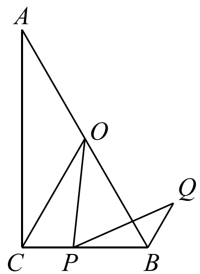


图 1

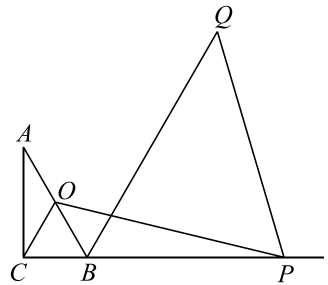


图 2

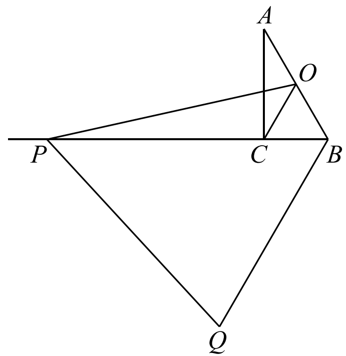


图 3

1.（2018–2019 学年下学期九年级二模）现有正方形 $ABCD$ 和一个以 O 为直角顶点的三角板，移动三角板，使三角板的两直角边所在直线分别与直线 BC，CD 交于点 M，N.

如图 1，若点 O 与点 A 重合，容易得到线段 OM 与 ON 的关系.

（1）观察猜想：如图 2，若点 O 在正方形的中心（即两条对角线的交点），OM 与 ON 的数量关系是________________；

（2）探究证明：如图 3，若点 O 在正方形的内部（含边界），且 $OM=ON$，请判断三角板移动过程中所有满足条件的点 O 可组成什么图形，并说明理由；

（3）拓展延伸：若点 O 在正方形的外部，且 $OM=ON$，请你在图 4 中画出满足条件的一种情况，并就“三角板在各种情况下（含外部）移动，所有满足条件的点 O 所组成的图形”，写出正确的结论.（不必说明理由）

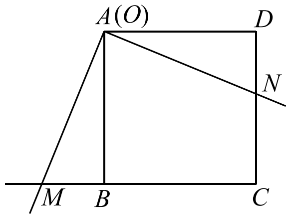


图1

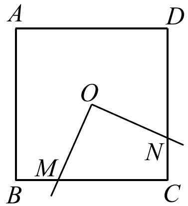


图2

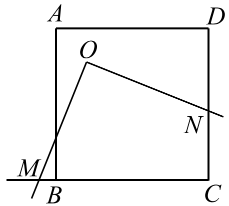


图3

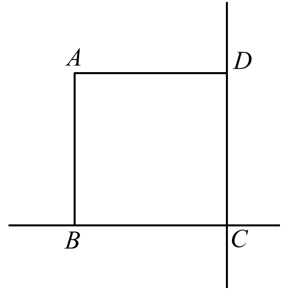


图4

2.（2017–2018 学年下学期九年级二模）**问题发现**：如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，分别以 AC，BC 为边向外侧作正方形 $ACDE$ 和正方形 $BCFG$.

（1）$\triangle ABC$ 和 $\triangle DCF$ 面积的关系是 ________________；（请在横线上填写“相等”或“不相等”）

（2）**拓展探究**：若 $\angle C\neq 90^\circ$，（1）中的结论还成立吗？若成立，请结合图 2 给出证明；若不成立，请说明理由；

（3）**解决问题**：如图 3，在四边形 $ABCD$ 中，$AC\perp BD$，且 AC 与 BD 的和为 10，分别以四边形 $ABCD$ 的四条边为边向外侧作正方形 $ABFE$、正方形 $BCHG$、正方形 $CDJI$，正方形 $DALK$，运用（2）的结论，图中阴影部分的面积和是否有最大值？如果有，请求出最大值，如果没有，请说明理由.

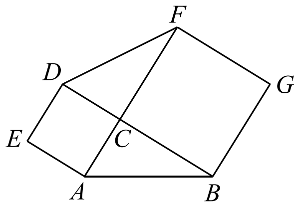


图 1

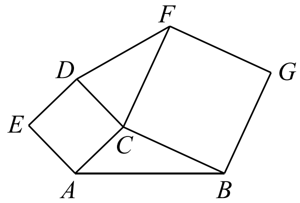


图 2

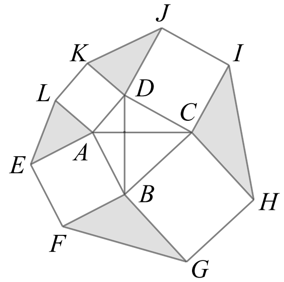


图 3

1.（2018 年河南中考）

（1）问题发现

如图 1，在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCD$ 中，$OA=OB$，$OC=OD$，$\angle AOB=\angle COD=40^{\circ}$，连接 AC，BD 交于点 M. 填空：

① $\dfrac{AC}{BD}$ 的值为 __________；② $\angle AMB$ 的度数为 __________.

（2）类比探究

如图 2，在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCD$ 中，$\angle AOB=\angle COD=90^{\circ}$，$\angle OAB=\angle OCD=30^{\circ}$，连接 AC 交 BD 的延长线于点 M. 请判断 $\dfrac{AC}{BD}$ 的值及 $\angle AMB$ 的度数，并说明理由.

（3）拓展延伸

在（2）的条件下，将 $\triangle OCD$ 绕点 O 在平面内旋转，AC，BD 所在直线交于点 M. 若 $OD=1$，$OB=\sqrt{7}$，请直接写出当点 C 与点 M 重合时 AC 的长.

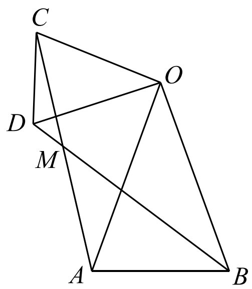


图 1

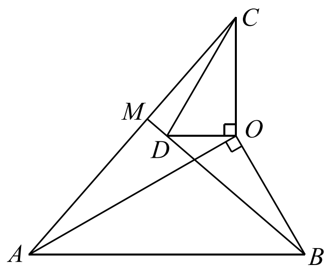
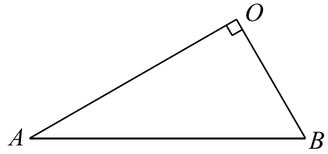


图 2



备用图

2.(2017 年河南中考)如图 1,在 Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle A=90^\circ$,$AB=AC$,点 D,E 分别在边 AB,AC 上,$AD=AE$,连接 DC,点 M,P,N 分别为 DE,DC,BC 的中点.

(1)观察猜想

图 1 中,线段 PM 与 PN 的数量关系是 ________________,位置关系是 _____________;

(2)探究证明

把 $\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针方向旋转到图 2 的位置,连接 MN,BD,CE,判断 $\triangle PMN$ 的形状,并说明理由;

(3)拓展延伸

把 $\triangle ADE$ 绕点 A 在平面内自由旋转,若 $AD=4$,$AB=10$,请直接写出 $\triangle PMN$ 面积的最大值.

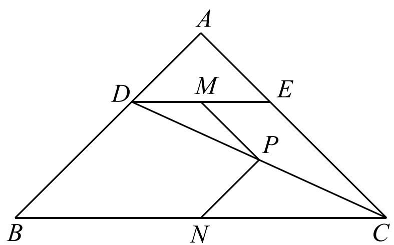


图1

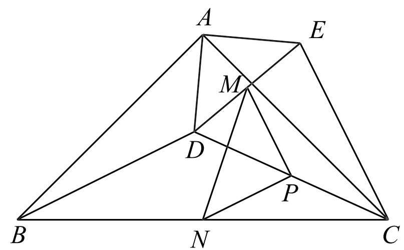


图2

3.(2016 年河南中考)如图 1,在 RtABC 中,$\angle ACB=90^\circ$,$\angle B=60^\circ$,D 为 AB 的中点,$\angle EDF=90^\circ$,DE 交 AC 于点 G,DF 经过点 C.

(1)求 $\angle ADE$ 的度数;

(2)如图 2,将图 1 中的 $\angle EDF$ 绕点 D 顺时针方向旋转角 $\alpha(0^\circ<\alpha<60^\circ)$,旋转过程中的任意两个位置分别记为 $\angle E_1DF_1$,$\angle E_2DF_2$,DE_1 交直线 AC 于点 P,DF_1 交直线 BC 于点 Q,DE_2 交直线 AC 于点 M,DF_2 交直线 BC 于点 N,求 $\dfrac{PM}{QN}$ 的值;

(3)若图 1 中的 $\angle B=\beta(60^\circ<\beta<90^\circ)$,(2)中的其余条件不变,请直接写出 $\dfrac{PM}{QN}$ 的值(用含 β 的式子表示).

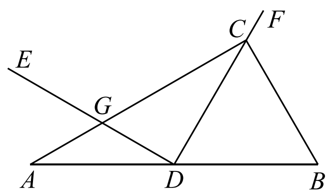


图1

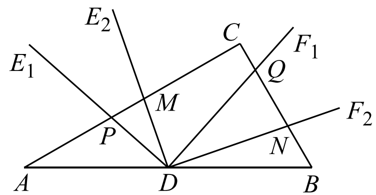


图2

1. 如图 1，$\angle QPN$ 的顶点 P 在正方形 $ABCD$ 两条对角线交点处，$\angle QPN=\alpha$，将 $\angle QPN$ 绕点 P 旋转，旋转过程中 $\angle QPN$ 的两边分别与正方形 $ABCD$ 的边 AD 和 CD 交于点 E 和点 F（点 F 与点 C,D 不重合）.

（1）如图 1，当 $\alpha=90^\circ$ 时，DE,DF,AD 之间满足的数量关系是 ____________________；

（2）如图 2，将图 1 中的正方形 $ABCD$ 改为 $\angle ADC=120^\circ$ 的菱形，其他条件不变，当 $\alpha=60^\circ$ 时，（1）中的结论变为 ____________________，请给出证明；

（3）在（2）的条件下，若旋转过程中 $\angle QPN$ 的边 PQ 与射线 AD 交于点 E，其他条件不变，当点 E 落在线段 AD 的延长线上时，探究 DE,DF,AD 之间的数量关系（直接写出结论，不用加以证明）.

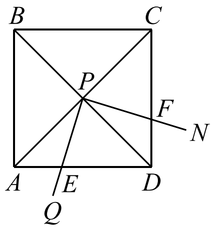


图1

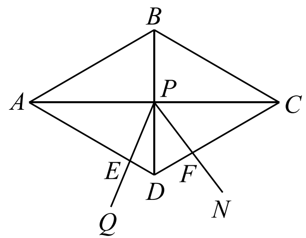


图2

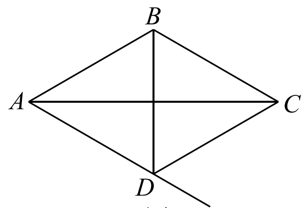


图3

2. 已知，$\triangle ABC$ 为等边三角形，点 D 为直线 BC 上一动点（点 D 不与 B,C 重合）. 以 AD 为边作菱形 $ADEF$，使 $\angle DAF=60^\circ$，连接 CF.

初步感知：(1) 如图 1，当点 D 在边 BC 上时，

①求证：$\angle ADB=\angle AFC$；

②请直接判断结论 $\angle AFC=\angle ACB+\angle DAC$ 是否成立.

问题探究：(2) 如图 2，当点 D 在边 BC 的延长线上时，其他条件不变，结论 $\angle AFC=\angle ACB+\angle DAC$ 是否成立？请写出 $\angle AFC,\angle ACB,\angle DAC$ 之间存在的数量关系，并写出证明过程.

类比分析：(3) 如图 3，当点 D 在边 CB 的延长线上时，且点 A,F 分别在直线 BC 的异侧，其他条件不变，请补全图形，并直接写出 $\angle AFC,\angle ACB,\angle DAC$ 之间存在的等量关系.

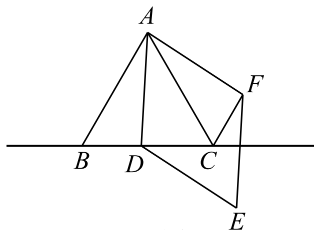


图1

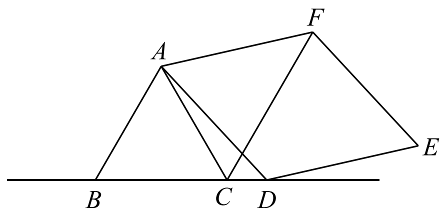


图2

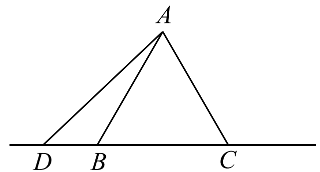


图3

3. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB$ 是锐角，点 D 在射线 BC 上运动，连接 AD，将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 $90°$，得到 AE，连接 EC.

(1)操作发现：若 $AB=AC$，$\angle BAC=90°$，当 D 在线段 BC 上时（不与点 B 重合），如图 1 所示，请你直接写出线段 CE 和 BD 的位置关系是__________，数量关系是__________；

(2)猜想论证：在(1)的条件下，当 D 在线段 BC 的延长线上时，如图 2 所示，请你判断(1)中结论是否成立，并证明你的判断；

(3)拓展延伸：如图 3，若 $AB\neq AC$，$\angle BAC\neq 90°$，点 D 在线段 BC 上运动，试探究：当锐角 $\angle ACB$ 等于________度时，线段 CE 和 BD 之间的位置关系仍成立（点 C，E 重合除外）？此时若作 $DF\perp AD$ 交线段 CE 于点 F，且当 $AC=3\sqrt{2}$ 时，请直接写出线段 CF 的长的最大值是________.

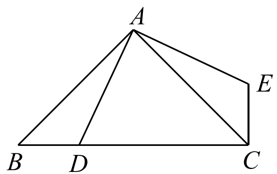


图 1

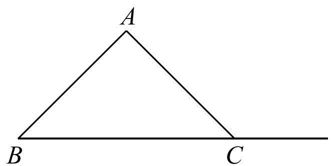


图 2

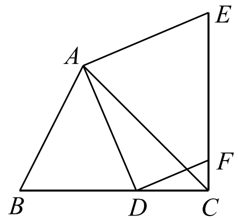


图 3

4.（查看动态演示）如图 1，四边形 $ABCD$ 是正方形，点 E 是 AB 边的中点，以 AE 为边作正方形 $AEFG$，连接 DE，BG.

(1)发现

①线段 DE，BG 之间的数量关系是____________________；

②直线 DE，BG 之间的位置关系是____________________.

(2)探究

如图 2，将正方形 $AEFG$ 绕点 A 逆时针旋转，(1)中的结论是否仍然成立？若成立，请给出证明；若不成立，请说明理由.

(3)应用

如图 3，将正方形 $AEFG$ 绕点 A 逆时针旋转一周，记直线 DE 与 BG 的交点为 P，若 $AB=4$，请直接写出点 P 到 CD 所在直线距离的最大值和最小值.

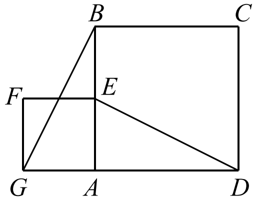


图1

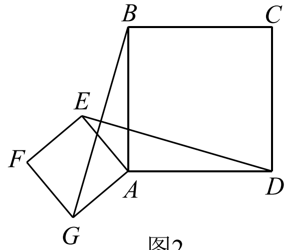


图2

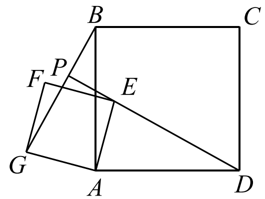


图3

5. 如图 1,点 E 为正方形 $ABCD$ 边 CB 延长线上一点,在 $\triangle BEF$ 中,$\angle BEF=90^\circ$,$EF=BE$,连接 DF.取 DF 的中点 G,连接 CG,EG,易证 $CG=EG$ 且 $CG\perp EG$.

(1)如图 2,将 $\triangle BEF$ 绕点 B 顺时针旋转,使 BE 落在 AB 边上,此时点 F 恰好落在 BD 上,其他条件不变,则线段 CG,EG 有怎样的数量关系和位置关系?请写出你的猜想,并加以证明.

(2)如图 3,将 $\triangle BEF$ 绕点 B 逆时针旋转 90°,其他条件不变.若 $AB=3$,$BE=1$,请直接写出 CG 的长.

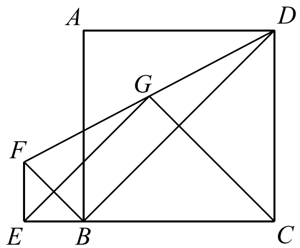


图 1

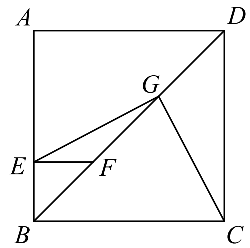


图 2

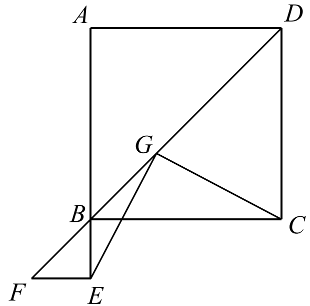


图 3

6. 已知，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90^\circ$，$\angle ABC=45^\circ$，D 为直线 BC 上一动点（不与点 B，C 重合），以 AD 为边作正方形 $ADEF$，连接 CF.

（1）如图 1，当点 D 在线段 BC 上时，求证：$BC=CF+CD$.

（2）如图 2，当点 D 在线段 BC 的延长线上时，其他条件不变，请直接写出 BC，CD，CF 三条线段之间的数量关系.

（3）如图 3，当点 D 在线段 BC 的反向延长线上时，点 A，F 分别在直线 BC 的两侧，其他条件不变.

①请直接写出 BC，CD，CF 三条线段之间的数量关系；

②若正方形 $ADEF$ 的边长为 $2\sqrt{2}$，对角线 AE，DF 相交于点 O，求 OC 的长.

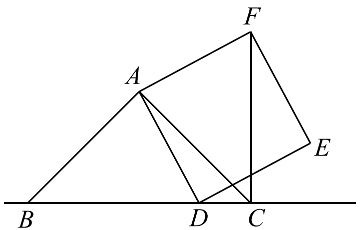


图1

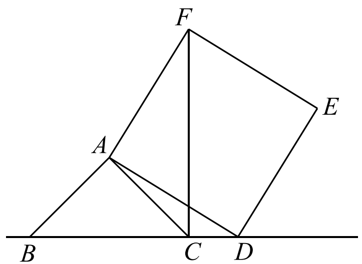


图2

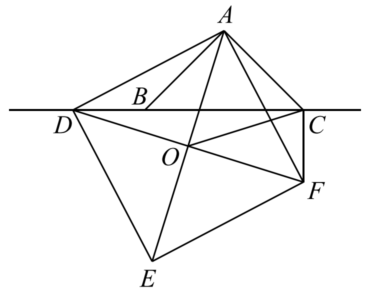


图3

7.（2018–2019 学年下学期九年级二模）现有正方形 $ABCD$ 和一个以 O 为直角顶点的三角板，移动三角板，使三角板的两直角边所在直线分别与直线 BC，CD 交于点 M，N.

如图 1，若点 O 与点 A 重合，容易得到线段 OM 与 ON 的关系.

（1）观察猜想：如图 2，若点 O 在正方形的中心（即两条对角线的交点），OM 与 ON 的数量关系是 ________；

（2）探究证明：如图 3，若点 O 在正方形的内部（含边界），且 $OM = ON$，请判断三角板移动过程中所有满足条件的点 O 可组成什么图形，并说明理由；

（3）拓展延伸：若点 O 在正方形的外部，且 $OM = ON$，请你在图 4 中画出满足条件的一种情况，并就"三角板在各种情况下（含外部）移动，所有满足条件的点 O 所组成的图形"，写出正确的结论.（不必说明理由）

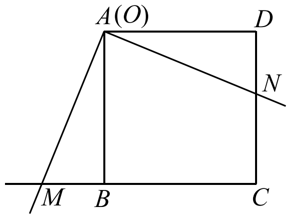


图1

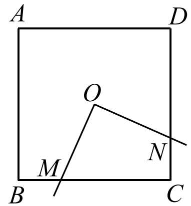


图2

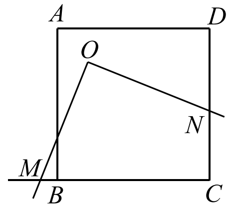


图3

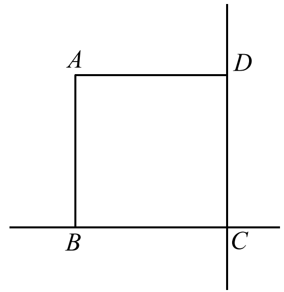


图4

8.（2017–2018 学年下学期九年级二模）**问题发现**：如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^{\circ}$，分别以 AC，BC 为边向外侧作正方形 $ACDE$ 和正方形 $BCFG$.

（1）$\triangle ABC$ 和 $\triangle DCF$ 面积的关系是 ________________；（请在横线上填写 “相等” 或 “不相等”）

（2）**拓展探究**：若 $\angle C\neq 90^{\circ}$，（1）中的结论还成立吗？若成立，请结合图 2 给出证明；若不成立，请说明理由；

（3）**解决问题**：如图 3，在四边形 $ABCD$ 中，$AC\perp BD$，且 AC 与 BD 的和为 10，分别以四边形 $ABCD$ 的四条边为边向外侧作正方形 $ABFE$、正方形 $BCHG$、正方形 $CDJI$，正方形 $DALK$，运用（2）的结论，图中阴影部分的面积和是否有最大值？如果有，请求出最大值，如果没有，请说明理由.

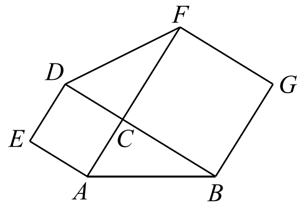


图 1

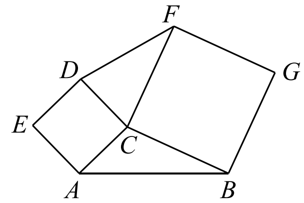


图 2

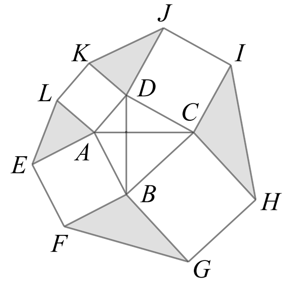


图 3

9.（2016 年河南中考）如图 1，在 RtABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle B=60^\circ$，D 为 AB 的中点，$\angle EDF=90^\circ$，DE 交 AC 于点 G，DF 经过点 C.

（1）求 $\angle ADE$ 的度数；

（2）如图 2，将图 1 中的 $\angle EDF$ 绕点 D 顺时针方向旋转角 $\alpha(0^\circ<\alpha<60^\circ)$，旋转过程中的任意两个位置分别记为 $\angle E_1DF_1$，$\angle E_2DF_2$，DE_1 交直线 AC 于点 P，DF_1 交直线 BC 于点 Q，DE_2 交直线 AC 于点 M，DF_2 交直线 BC 于点 N，求 $\dfrac{PM}{QN}$ 的值；

（3）若图 1 中的 $\angle B=\beta(60^\circ<\beta<90^\circ)$，（2）中的其余条件不变，请直接写出 $\dfrac{PM}{QN}$ 的值（用含 β 的式子表示）.

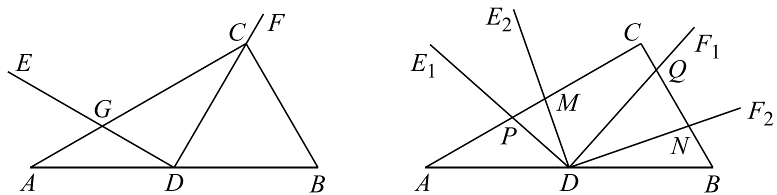


图1　　图2

10.（1）问题发现如图 1，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，$\angle A=30^{\circ}$，点 D，E 分别在边 AB，AC 上，$DE\perp AB$，连接 BE，点 F 为 BE 的中点.

填空：① DF 与 CF 的数量关系是__________；② $\angle DFC=$______________.

（2）类比探究把 $Rt\triangle ADE$ 绕点 A 旋转到图 2 的位置，请判断 DF 与 CF 的数量关系及 $\angle DFC$ 的度数，并说明理由.

（3）拓展延伸把 $Rt\triangle ADE$ 绕点 A 在平面内自由旋转，若 $BC=2$，$AE=\sqrt{3}$，请直接写出 DF 长度的最大值.

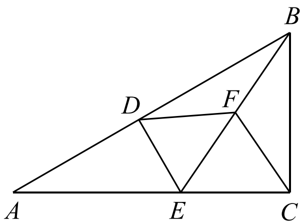


图1

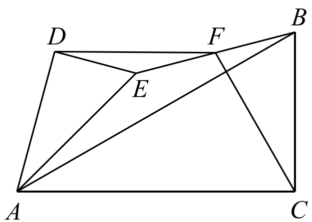
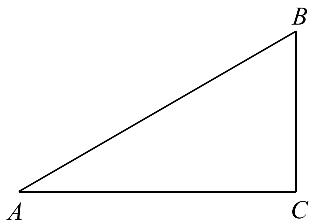


图2



11. (2019)(10 分)在 $\triangle ABC$ 中,$CA=CB$,$\angle ACB=\alpha$.点 P 是平面内不与点 A,C 重合的任意一点.连接 AP,将线段 AP 绕点 P 逆时针旋转 α 得到线段 DP,连接 AD,BD,CP.

(1)**观察猜想**

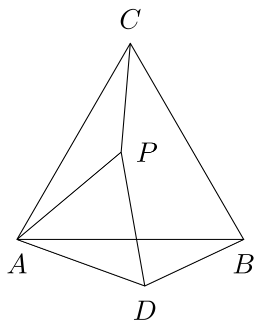
如图 1,当 $\alpha=60^\circ$ 时,$\dfrac{BD}{CP}$ 的值是______________,直线 BD 与直线 CP 相交所成的较小角的度数是______________.

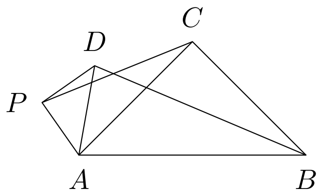
(2)**类比探究**

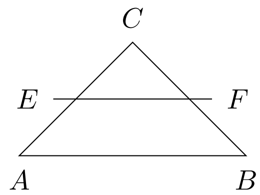
如图 2,当 $\alpha=90^\circ$ 时,请写出 $\dfrac{BD}{CP}$ 的值及直线 BD 与直线 CP 相交所成的较小角的度数,并就图 2 的情形说明理由.

(3)**解决问题**

当 $\alpha=90^\circ$ 时,若点 E,F 分别是 CA,CB 的中点,点 P 在直线 EF 上,请直接写出点 C,P,D 在同一直线上时 $\dfrac{AD}{CP}$ 的值.


C
P
A
B
D


C
D
P
A
B


C
E
F
A
B

参考答案

1.

2.

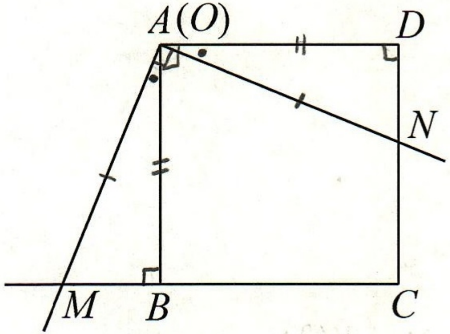


图1

△OMB≌△OND(ASA)

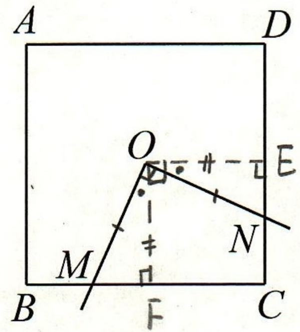


图2

△OMF≌△ONE(ASA)

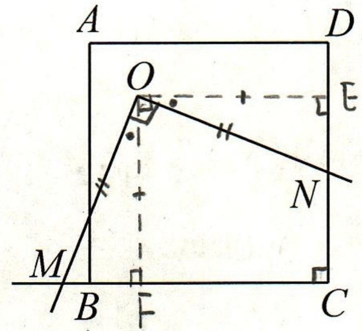


图3

解：(2) 可组成线段AC，理由如下：

如图3，过点O作OE⊥CD于点E

作OF⊥BC于点F，则 ∠OFM=∠OEN=90°

∵ ∠C=90°

∴ ∠EOF=90°

∵ ∠MOF+∠FON=∠EON+∠NOF=90°

∴ ∠MOF=∠EON

∵ OM=ON

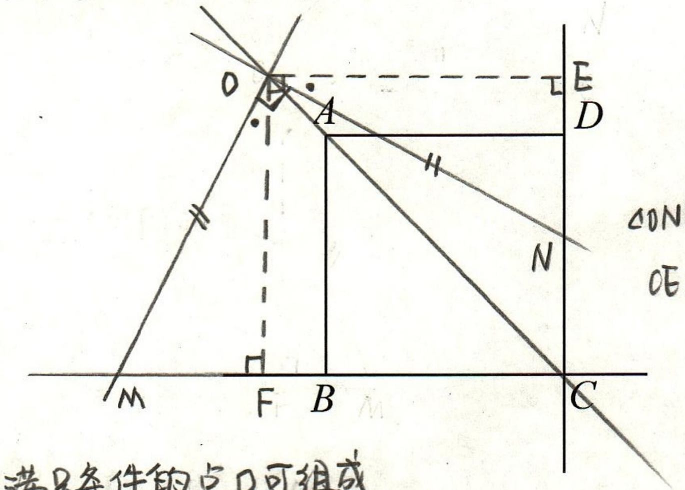


图4

△ONE≌△OMF(AAS)

OE=OF

(3) 所有满足条件的点O可组成直线AC或过点C且与AC垂直的直线

8.

1. (1)① 1;② 40°;

(2)$\frac{AC}{BD}=\sqrt{3}$,$\angle AMB=90^\circ$,理由略;

2. (1)$PM=PN$;$PM\perp PN$;

(2)$\triangle PMN$ 为等腰直角三角形,理由略;

(3)$\triangle PMN$ 面积的最大值为 $\frac{49}{2}$.

9.

(1)

等线段共端点

旋转结构

$\triangle PAE \cong \triangle PDF$ (ASA)

↓

$AE=DF$

↓

$AD=DE+AE$

$=DE+DF$

(2) 类比(1)

构造等线段共端点

取AD中点G

等边$\triangle PDG$

$\triangle PGE \cong \triangle PDF$ (ASA)

↓

$GE=DF$

↓

$DG=GE+DE$

↓

$\frac{1}{2}AD=DE+DF$

(3) 类比(2)

$\triangle PGE \cong \triangle PDF$ (ASA)

↓

$GE=DF$

↓

$DG=GE-DE$

(2) $\frac{1}{2}AD=DE+DF$，理由如下.

如图2，取AD中点G，连接PG

∵四边形ABCD是菱形，且$\angle ADC=120°$

∴$\angle APD=90°$，$\angle PDA=60°$，$\angle PDF=60°$

∵G是AD的中点

∴$PG=AG=DG=\frac{1}{2}AD$

∴$\triangle PGD$是等边三角形

∴$PG=PD$，$\angle GPD=60°$，$\angle PDG=60°$

∵$\angle EPF=60°$

∴$\angle GPD=\angle EPF$

即$\angle GPE=\angle DPF$

∵$\angle PGE=\angle PDF=60°$

∴$\triangle PGE \cong \triangle PDF$ (ASA)

∴$GE=DF$

∵$DG=GE+DE$

∴$\frac{1}{2}AD=DE+DF$

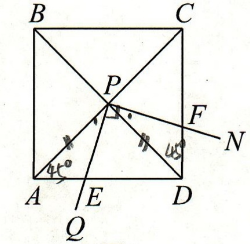


图1

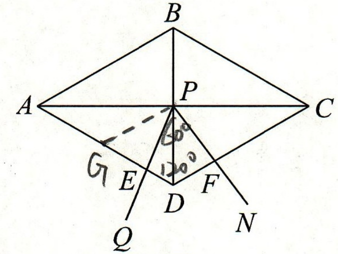


图2

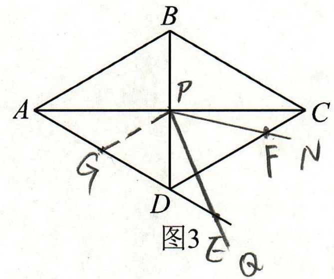


图3

(3) DE、DF、AD之间的数量关系为 $\frac{1}{2}AD=DF-DE$

(1) 等线段、共端点

旋转结构

$\triangle ABD \cong \triangle ACF$

$\downarrow$

$\angle ADB = \angle AFC$

$\downarrow$ $\triangle ADC$ 外角

$\angle AFC = \angle ADB = \angle ACB + \angle DAC$

(2) 类比(1)

$\triangle ABD \cong \triangle ACF$

$\downarrow$

$\angle ADB = \angle AFC$

$\downarrow$ $\triangle ADC$ 外角

$\angle AFC = \angle ADB = \angle ACB - \angle DAC$

(3) 类比(1)

$\triangle ABD \cong \triangle ACF$

$\downarrow$

$\angle ADB = \angle AFC$

$\downarrow$ $\triangle ADC$ 内角

$\angle DAC + \angle ADC + \angle ACB = 180°$

即 $\angle DAC + \angle AFC + \angle ACB = 180°$

(1) ① 证明：如图所示，

∵ $\triangle ABC$ 为等边三角形，菱形 $ADEF$ 中 $\angle DAF = 60°$

∴ $AB = AC$，$AD = AF$，$\angle BAC = \angle DAF = 60°$

∴ $\angle BAD + \angle DAC = \angle DAC + \angle CAF = 60°$

即 $\angle BAD = \angle CAF$

∴ $\triangle ABD \cong \triangle ACF$ (SAS)

∴ $\angle ADB = \angle AFC$.

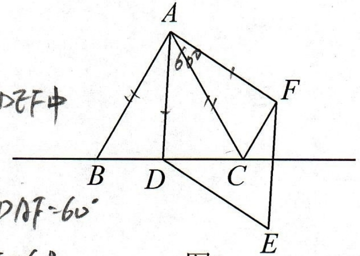


图1

② 成立.

(2) 不成立

$\angle AFC = \angle ACB - \angle DAC$

理由如下：

同(1)可证 $\triangle ABD \cong \triangle ACF$ (SAS)

∴ $\angle ADB = \angle AFC$

∵ $\angle ACB = \angle DAC + \angle ADB$

∴ $\angle ACB = \angle DAC + \angle AFC$

即 $\angle AFC = \angle ACB - \angle DAC$

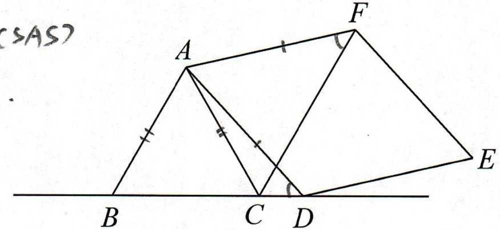


图2

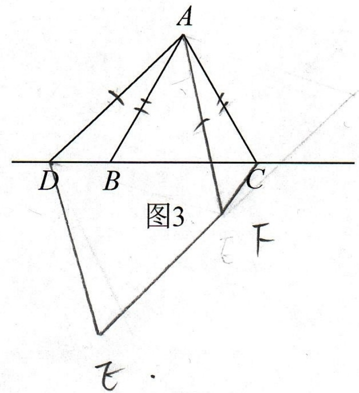


图3

1

如图所示.

(3) $\angle DAC + \angle AFC + \angle ACB = 180°$

2

(1)

等线段共端点（等腰Rt△ABC
等腰Rt△DAE
顶点A重合）

↓

旋转结构（△ADB ≌ △AEC(SAS)）

↓

CE=BD，∠B=∠ACE

↓ ← ∠B+∠ACB=90°

∠ACE+∠ACB=90°

即∠ECB=90°，CE⊥BD

(2) 思路同(1)

(3)

当∠ACB=45°时，在AC左侧构造等腰Rt△AB′C（∠B′AC=90°），则 CE=B′D，CE⊥BC（思路同(1)）

作AG⊥BC于点G，则AG=CG=3

AG⊥CG　AD⊥DF　FC⊥CD

一线三等角（△ADG∽△DFC）

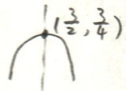
↓

$\frac{AG}{DC}=\frac{DG}{CE}$

即 $\frac{3}{3-x}=\frac{x}{y}$

∴ $y=-\frac{1}{3}x^2+x$

$=-\frac{1}{3}(x-\frac{3}{2})^2+\frac{3}{4}$



∵ $-\frac{1}{3}<0$

∴ 抛有最大值

∴ 当 $GD=\frac{3}{2}$ 时，CF取得最大值，为 $\frac{3}{4}$

(2) 成立

证明：如图，∠BAC=∠DAE=90°，AB=AC，AD=AE

∴ ∠BAD=∠CAE

∴ △BAD ≌ △CAE(SAS)

∴ BD=CE，∠B=∠ACE

∵ ∠B+∠ACB=90°

∴ ∠ACE+∠ACB=90°

∴ CE⊥BD

∴ (1)中结论成立

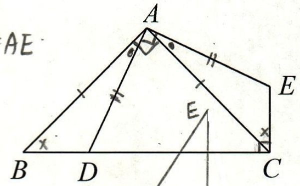


图 1

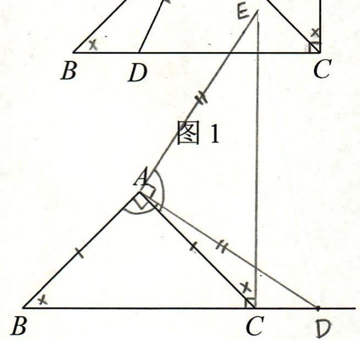
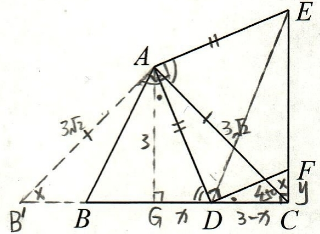


图 2



3

图 3

3.

解：(2) (1)中的结论仍然成立，理由如下：

如图2，

∵四边形 ABCD、四边形AEFG都是正方形

∴ $AB=AD$, $AE=AG$, $\angle BAD=\angle EAG=90^\circ$

∴ $\angle BAD+\angle BAE=\angle EAG+\angle BAE$

即 $\angle EAD=\angle GAB$

∴ $\triangle EAD\cong\triangle GAB$ (SAS)

∴ $ED=GB$, $\angle 1=\angle 2$

∵在 $\triangle MAD$ 中，$\angle MAD=90^\circ$

∴ $\angle 1+\angle 3=90^\circ$

∵ $\angle 3=\angle 4$

∴ $\angle 2+\angle 4=90^\circ$

∴ $\angle BPM=90^\circ$

∴ $DE\perp BG$.

(3) 点P到(1)所在直线距离的最大

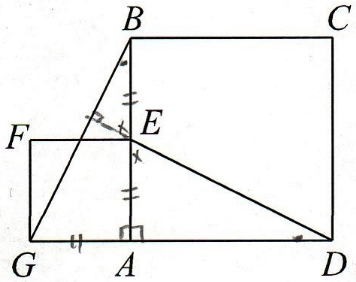


图1

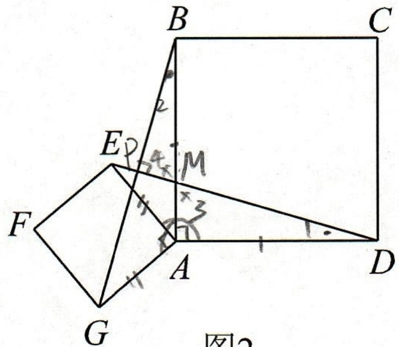
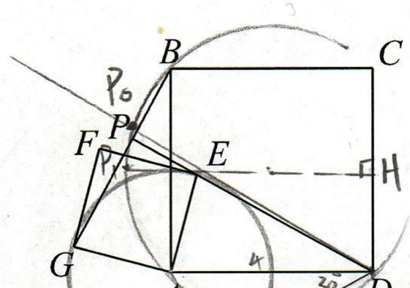


图2



(3) $\angle BPD=90^\circ$

↓

点P在以BD为直径的圆上，

且在直线DE上

↓

点P运动范围：$P_0\to P_2$

↓

$d_{max}=P_1H$

$d_{min}=P_2J$

$P_1H=r+\frac{1}{2}BC$

$=\frac{1}{2}BD+\frac{1}{2}BC$

$=2\sqrt{2}+2$

5.（1）$CG=EG$ 且 $CG\perp EG$，证明略.

（2）$\sqrt{5}$.

做题要求：

1.读题标注，保留做题痕迹；

2.对比分析，写出不变结构；

3.梳理路线图，并类比解决问题.

分析不变特征：①对比图 1，图 2 中的条件，发现________ 是不变特征；

②考虑________ 与________ 组合，形成不变结构；

③类比此结构解决问题.

路线图（示例）：

________ 是中点，且____//____，考虑________。

辅助线：

6.（1）证明略．提示：题目中有旋转结构，证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACF$(SAS)，得到 $BD = CF$，进而得证．

（2）$BC = CF - CD$．

（3）① $BC = CD - CF$；② $OC = 2$．

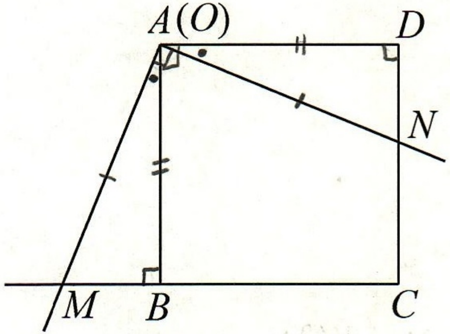


图1

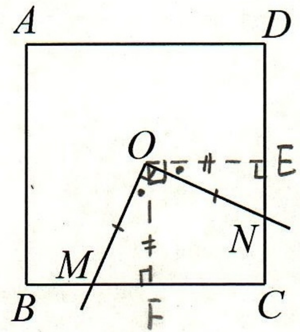


图2

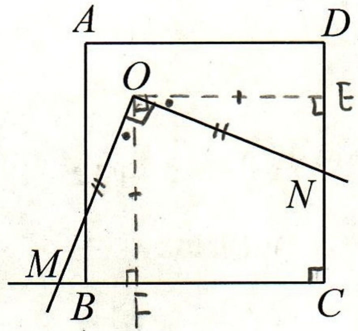


图3

△OMB≌△OND(ASA)

△OMF≌△ONE(ASA)

解：(2) 可组成线段AC，理由如下：

如图3，过点O作OE⊥CD于点E

作OF⊥BC于点F，则 ∠OFM=∠OEN=90°

∵ ∠C=90°

∴ ∠EOF=90°

∵ ∠MOF+∠FON=∠EON+∠NOF=90°

∴ ∠MOF=∠EON

∵ OM=ON

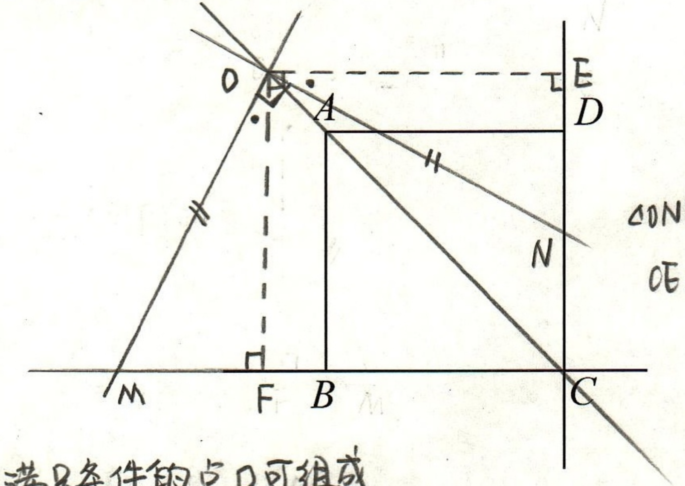


图4

△ONE≌△OMF(AAS)

OE=OF

(3) 所有满足条件的点O可组成直线AC或过点C且与AC垂直的直线

8.

9.

10.

11.