1. Aufgabenblatt zur Experimentalphysik 2 (SS 16)

Ladungen und Felder

Namen: Kianusch Vahid Yousefnia, Raphael Senghaas und Jan Maintok
Datum: 25. April 2016
Übungsgruppe: 12
Übungsgruppenleiter: Ulrich Uwer

Punkte: ___/___/___/___

1.1 Feldstärke im Innern eines Ladungsrings (10 Punkte)

(a) Auf den Ringabschnitten befindet sich eine Ladung von

$$Q = ls \tag{1}$$

es ergibt sich also das Verhältnis

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{ls_1}{ls_2} = \frac{s_1}{s_2}. \tag{2}$$

Von den Ringabschnitten wird jeweils ein Feld der Stärke

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2} \tag{3}$$

erzeugt, es ergibt sich also ein Verhältnis von

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{Q_1}{Q_2}\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{s_1}{s_2}\frac{s_2^2}{s_1^2} = \frac{s_2}{s_1} \tag{4}$$

und da $s_1 < s_2$ erzeugt der Ringabschnitt s_1 im Punkt P ein stärkeres elektrisches Feld.

(b) Es wäre dann gleich 0, da die Felder sich ausgleichen würden.

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{Q_1}{Q_2}\frac{r_2}{r_1} = 1 \tag{5}$$

(c) Die Ladung wäre dann

$$Q = \rho s^2 \tag{6}$$

was ein Ladungsverhältnis von

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{s_1^2}{s_2^2} \tag{7}$$

bedeuten würde. Diese würden jeweils ein Feld von

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\rho s^2}{r^2} \tag{8}$$

erzeugen. Im Verhältnis ergibt das

$$\frac{E_1}{E_2} = 1, \tag{9}$$

was bedeutet, dass sich die Felder ausgleichen würden.

1.2 Ladungshalbkreis (10 Punkte)

(a)

1.3 Gaußscher Satz (10 Punkte)

(a)

1.4 Geladene Kugeln (10 Punkte)

(a) Berechnen wir zunächst das elektrische Feld außerhalb der homogenen Vollkugel. Dazu legen wir eine Sphäre mit Radius $r > R$ um die Kugel und wenden das Gaußsche Gesetz an. Aus Symmetriegründen muss sich das elektrische Feld in der Form $\vec{E} = E(r)\hat{e}_r$ schreiben lassen, während für das Flächenelement der Sphäre $\mathrm{d}\vec{A} = \hat{e}_r \mathrm{d}A$ gelten muss:

$$\Phi = \oint_{\text{Sphäre}} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \oint_{\text{Sphäre}} E \,\mathrm{d}A = E \cdot 4\pi r^2 \tag{10}$$

Da $\Phi = Q_{\text{innen}}/\epsilon_0$ ist, folgt:

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{e}_r \tag{11}$$

Nun zur Berechnung des elektrischen Feldes innerhalb der Vollkugel. Wieder legen wir eine Sphäre in das Koordinatensystem der Kugel, diesmal mit Radius $r < R$. Für den elektrischen Fluss gilt immer noch:

$$\Phi = \oint_{\text{Sphäre}} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \oint_{\text{Sphäre}} E \,\mathrm{d}A = E \cdot 4\pi r^2 \tag{12}$$

Allerdings ist Q_{innen} nun eine Funktion des Radius r der Sphäre:

$$Q_{\text{innen}} = \frac{4\pi r^3/3}{4\pi R^3/3} Q = \frac{r^3}{R^3} Q \tag{13}$$

Für das elektrische Feld ergibt sich damit:

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{R^3} \hat{e}_r \tag{14}$$

(b) Für die „Kugelschalen“ verfahren wir völlig analog. Auch gelten für das elektrische Feld und den Flächenvektor auf unserer Hilfssphäre die gleichen Symmetrieüberlegungen wie oben. Wie oben hergeleitet, gilt für den elektrischen Fluss durch eine Sphäre mit Radius r $\Phi = E \cdot 4\pi r^2$. Nach dem Gaußschen Gesetz folgt damit:

- $r < R_1$: $Q_{\text{innen}} = 0 \implies E = 0$
- $R_1 < r < R_2$: $Q_{\text{innen}} = \sigma_1 4\pi R_1^2 \implies E = \frac{\sigma_1 R_1^2}{\epsilon_0 r^2}$
- $r > R_2$: $Q_{\text{innen}} = \sigma_1 4\pi R_1^2 + \sigma_2 4\pi R_2^2 \implies E = \frac{\sigma_1 R_1^2 + \sigma_2 R_2^2}{\epsilon_0 r^2}$

Für $r > R_2$ verschwindet das elektrische Feld identisch, falls $\sigma_1 R_1^2 = -\sigma_2 R_2^2$, also wenn beide Kugelschalen betragsmäßig gleich viel – jedoch jeweils ungleichnamige – Ladung tragen.

Für $R_1 < r < R_2$ ist $E = 0 \iff \sigma_1 = 0$, wenn die innere Kugelschale also keine Ladung trägt.